سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

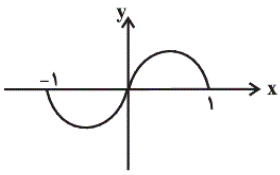
کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

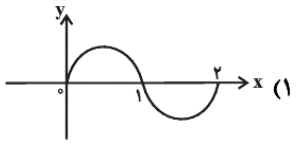
https://telegram.me/riazisara (@riazisara)

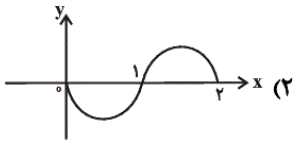
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

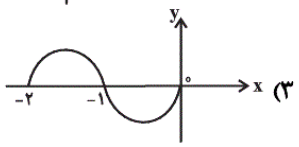
ریاضي ، حسابان ، - ۱۳۹۵۱۰۰۳

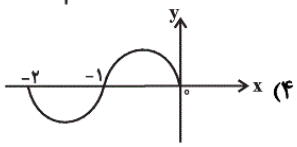
۸۱- اگر نمودار تابع f شکل روبه‌رو باشد، نمودار تابع $y = f(1-x)$ کدام است؟



۱)


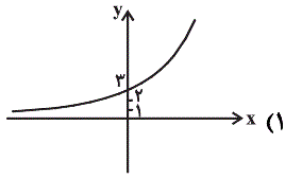
۲)


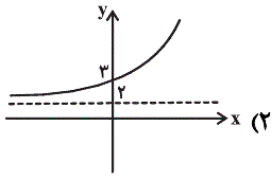
۳)


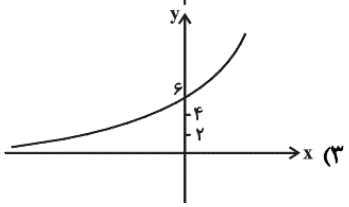
۴)


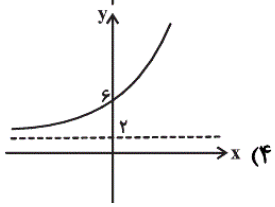
شما پاسخ نداده اید

۸۲- نمودار تابع $y = 2\times 2^{x+1} + 2$ به کدام صورت است؟

۱)


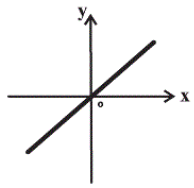
۲)


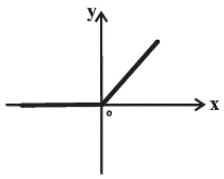
۳)


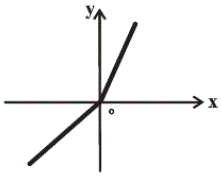
۴)


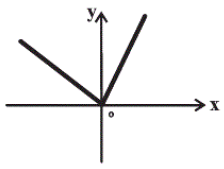
شما پاسخ نداده اید

۸۳- نمودار تابع $f(x) = x$ را سه واحد به راست و نمودار تابع $g(x) = |x|$ را ابتدا با ضریب ۲ در راستای محور y ها منبسط کرده و سپس سه واحد به بالا منتقل می‌کنیم. پس از انجام انتقال‌های مذکور، نمودار مربوط به تابع حاصل جمع آن‌ها کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


شما پاسخ نداده اید

۸۴- اگر $D_f = \{1,2,3,4,5\}$ و $f(x) = 2x-1$ باشد، آنگاه تابع fof شامل چند زوج مرتب متمایز خواهد بود؟

۱) ۴

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۸۵- توابع $f(x)=2^x$ و $g(x)=\frac{f(x)+f(-x)}{f(x)-f(-x)}$ مفروض‌اند. اگر $g(a)=2$ و $g(b)=4$ باشد، حاصل $f(a+b)$ کدام است؟

۱) ۱

۲) $\sqrt{\frac{5}{3}}$

۳) $\sqrt{5}$

۴) $\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر $f(x)=x+\sqrt{x^2-1}$ و $g(x)=x-\sqrt{4-x^2}$ باشد، دامنه‌ی تابع $\frac{g}{f}$ به کدام صورت قابل نوشتن است؟

۱) $[-a,1-a]\cup[1,1+a]$

۲) $[-a,1-a]\cup[a-1,a]$

۳) $[-a,1-a]\cup[a-1,a]-\{\frac{\sqrt{a}}{a}\}$

۴) $[-a,1-a]\cup[a-1,a]-\{\pm\frac{\sqrt{a}}{a}\}$

شما پاسخ نداده اید

۸۷- اگر $f(x)=\{(-1,2),(2,3),(0,1),(4,5)\}$ و $g(x)=\begin{cases}x^2+1 & ;\ |x|\geq 2\\ \frac{x}{2}+1 & ;\ |x|<2\end{cases}$، آنگاه مجموع تمام مقادیر برد تابع $f+g$ کدام است؟ (برد $f+g$ عضو تکراری ندارد.)

۱) $\frac{217}{6}$

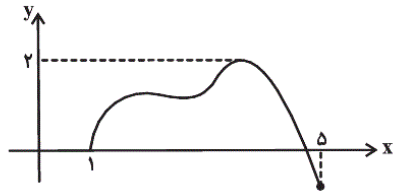
۲) ۳۹/۵

۳) ۳۴/۵

۴) $\frac{247}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۸۸- اگر $g=\{(-1,2),(2,3),(-3,1),(-2,-1),(5,5)\}$ و نمودار تابع $y=f(x)$ به‌صورت شکل زیر باشد، آن‌گاه دامنه‌ی تابع $y=\frac{f(1-x)}{g(x)+1}$ شامل چند عضو است؟



۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۹- اگر دامنه‌ی $f(2x)$ برابر $[-1,2]$ باشد، دامنه‌ی تابع $g(x)=2f(|x+1|)-f(\log_2^{x+1})$ کدام است؟

۱) $(-1,3]$

۲) $[-\frac{3}{4},3]$

۳) $[-\frac{1}{2},1]$

۴) $[-\frac{1}{2},15]$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۰- اگر تابع f خطی و $fog(x) = ۲x^۲ - ۶x - ۱$ و $gof(x) = ۴x^۲ - ۱۰x + ۴$ باشد، طول نقطه‌ی برخورد نمودار تابع f با محور x ها کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱

۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۹۱- اگر $f(x) = \begin{cases} x+۱ & , \ x^۲ + x < ۰ \\ -۱ & , \ x^۲ + x \geq ۰ \end{cases}$ باشد، مقدار $(fofof)(\sqrt{۲})$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱

۳) -۲ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

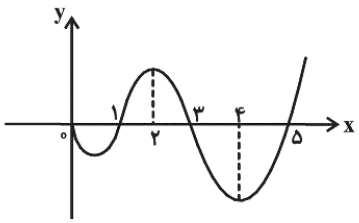
۹۲- اگر $f(x) = \{(۱,۲),(-۱,۲),(۲,۳),(۳,۴)\}$ و $g(x) = \{(۱,۲),(۲,۳)\}$، آنگاه fog تابعی است . . .

۱) زوج ۲) فرد

۳) یک‌به‌یک ۴) همانی

شما پاسخ نداده اید

۹۳- اگر قسمتی از نمودار تابع فرد f با دامنه‌ی R به‌صورت شکل مقابل باشد، کدام گزینه صحیح است؟



۱) $f(-۴) + f(-۳) < ۰$ ۲) $f(-۵) + f(-۲) > ۰$

۳) $f(-۲) + f(-۱) > ۰$ ۴) $f(-\frac{۷}{۲}) + f(-\frac{۹}{۲}) > ۰$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر مبدأ مختصات مرکز تقارن نمودار تابع $f(x) = \log\frac{a + \sqrt[۳]{x}}{۱ - \sqrt[۳]{x}}$ باشد، a کدام است؟ $(x \neq \pm ۱)$

۱) فقط ۱ ۲) فقط -۱

۳) ۱ یا -۱ ۴) فقط صفر

شما پاسخ نداده اید

۹۵- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} -۳x+۱ & ; \ x \geq ۰ \\ ax+a+۴ & ; \ x < ۰ \end{cases}$ در تمام دامنه‌اش نزولی اکید باشد، مجموعه تمام مقادیر ممکن برای a کدام است؟

۱) $\{a \leq ۰\}$ ۲) $\{-۳ \leq a \leq ۰\}$

۳) $\{-۳ \leq a < ۰\}$ ۴) $\{a < ۰\}$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- اگر f تابعی نزولی اکید با دامنه‌ی R باشد، دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{f(|۳x-۵|) - f(|۲x+۳|)}$ چند عدد صحیح را شامل می‌شود؟

۱) ۶ ۲) ۷

۳) ۸ ۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۷- تابع $f(x)=x^2-2x-3$ با دامنه‌ی R مفروض است. اگر تابع f در بازه‌ی I یک‌به‌یک باشد، بزرگ‌ترین بازه‌ی I برابر با کدام گزینه‌ی زیر می‌تواند باشد؟

۱) $(-\infty,2]$ ۲) $[1,+\infty)$

۳) $[-4,+\infty)$ ۴) $(-\infty,-4]$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- در تابع با ضابطه‌ی $f(x)=-x+\sqrt{-2x}$، مقدار $f^{-1}(4)$ کدام است؟

۱) ۸- ۲) ۲-

۳) ۵- ۴) تعریف نشده

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر $f=\{(1,3),(2,4),(4,5),(3,1),(6,6)\}$ مفروض باشد، آن‌گاه تابع $g(x)=f^{-1}of^{-1}+f$ شامل کدام زوج مرتب زیر نیست؟

۱) $(1,4)$ ۲) $(2,5)$

۳) $(3,4)$ ۴) $(6,12)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- ضابطه‌ی وارون تابع $f(x)=x^2-6x$ در بازه‌ای که صعودی اکید است، کدام است؟

۱) $f^{-1}(x)=-\sqrt{x+9}+3\ ,\ x\geq 3$ ۲) $f^{-1}(x)=\sqrt{x+9}+3\ ,\ x\geq 3$

۳) $f^{-1}(x)=\sqrt{x+9}+3\ ,\ x\geq -9$ ۴) $f^{-1}(x)=-\sqrt{x+9}+3\ ,\ x\geq -9$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه‌ی ۲ ، - ۱۳۹۵۱۰۰۳

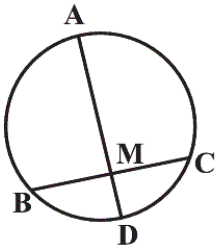
۱۲۱- سه نقطه‌ی A، B و C بر دایره‌ای به مرکز O واقع‌اند. مرکز دایره برای مثلث ABC کدام نقطه است؟

۱) نقطه‌ی همرسی نیمسازهای زاویه‌های داخلی ۲) نقطه‌ی همرسی میانه‌ها

۳) نقطه‌ی همرسی عمودمنصف‌های اضلاع ۴) نقطه‌ی همرسی ارتفاع‌ها

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- در شکل زیر D وسط کمان BC و M وسط وتر BC است. اگر $AD=2BC$، آن‌گاه کمان AB چند درجه است؟



۱) ۱۲۰

۲) ۱۳۵

۳) ۱۵۰

۴) ۱۶۵

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- خط l بر دایره‌ای به قطر AB مماس است. اگر طول عمودهای AD و BC وارد بر l به‌ترتیب برابر ۱۲ و ۳ باشد، طول پاره‌خط CD کدام است؟

۱) ۶
۲) ۹
۳) ۱۲
۴) ۱۵

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین به طول قاعده‌های x و y بر دایره‌ای محیط است، شعاع این دایره کدام است؟

۱) $\sqrt{xy}$
۲) $\frac{۱}{۲}\sqrt{xy}$
۳) $\frac{۱}{۲}|x-y|$
۴) $|x-y|$

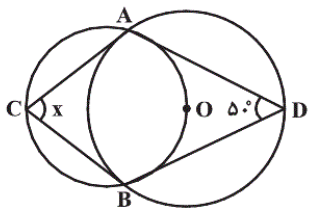
شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- در مثلثی به طول با اضلاع ۴، ۳ و $\sqrt{۷}$، شعاع دایره‌ی محیطی کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۷}}{۲}$
۲) $\frac{\sqrt{۷}-۱}{۲}$
۳) ۳
۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

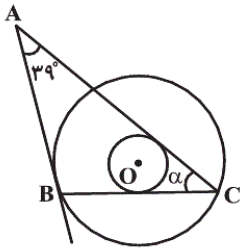
۱۲۶- در شکل زیر، دایره‌ی به مرکز O دایره‌ی دیگر را در نقاط A و B قطع کرده است. زاویه‌ی x چند درجه است؟



۱) ۵۰°
۲) ۶۰°
۳) ۷۰°
۴) ۸۰°

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- دو دایره‌ی هم‌مرکز مطابق شکل مفروضند. وتر BC در دایره‌ی بزرگ‌تر بر دایره‌ی کوچک‌تر و AB در نقطه‌ی B بر دایره‌ی بزرگ‌تر مماس است.



اندازه‌ی α کدام است؟

۱) ۳۲°
۲) ۳۴°
۳) ۳۰°
۴) ۳۶°

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۸- از مثلث ABC، ضلع $BC = ۱۸$، ارتفاع $AH = ۱۶$ و زاویه‌ی $\hat{A} = ۶۰^\circ$ معلوم‌اند. با این اطلاعات چند مثلث قابل رسم‌اند؟

۱) هیچ
۲) ۱
۳) ۲
۴) بی‌شمار

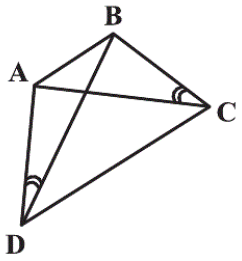
شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- کمان درخور زاویه‌ی α روبه‌رو به پاره‌خط AB را در نظر بگیرید. اگر اندازه‌ی AB برابر با شعاع دایره‌ی شامل کمان درخور باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی حاده‌ی α کدام است؟

۱) ۶۰°
۲) ۳۰°
۳) ۴۵°
۴) ۷۵°

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- در شکل روبه‌رو اگر $A\hat{D}B = A\hat{C}B$، آن‌گاه کدام گزینه لزوماً درست نیست؟



۱) $A\hat{B}C = B\hat{A}D$
۲) $C\hat{A}D = C\hat{B}D$
۳) $A\hat{B}D = A\hat{C}D$
۴) $B\hat{A}C = B\hat{D}C$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، جبر و احتمال ، - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۱۴۱- اگر $A = \{۱\}$، $B = \{\{۱\},۱\}$ و $C = \{\{۱\}\}$ کدام نادرست است؟

۱) $A \subseteq B$
۲) $A \in B$
۳) $A \in C$
۴) $A \subseteq C$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- مجموعه‌ی $A = \{۳,۴,۵,۶,۷,۸,۹\}$، چند زیرمجموعه‌ی ۴ عضوی مانند B دارد به‌طوری که حداکثر ۳ عضو B فرد باشد؟

۱) ۳۵
۲) ۲۴
۳) ۲۸
۴) ۳۴

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۳- اگر $A_i = (-i, ۴-i)$، آن‌گاه $\bigcap_{i=۱}^{۴} A_i$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح چند عضو دارد؟

۱) صفر ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- اگر برای سه مجموعه‌ی A، B و C رابطه‌ی $(A \cap B) \cup C = A \cap (B \cup C)$ برقرار باشد، آنگاه، کدام گزینه همواره صحیح است؟

۱) $A \subseteq C$ ۲) $A \subseteq B$

۳) $C \subseteq A$ ۴) $C \subseteq B$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- کدام گزاره برای دو مجموعه‌ی دلخواه A و B همواره درست نیست؟

۱) $P(B) \cup P(A) \subseteq P(B) \Rightarrow A \subseteq B$ ۲) $P(A) \cap P(B) \neq \phi \Rightarrow A \cap B \neq \phi$

۳) $A \cap B \neq \phi \Rightarrow P(A) \cap P(B) \neq \phi$ ۴) $A \subseteq B \Rightarrow P(A) \subseteq P(B)$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- اگر $A = \{a\}$ و $B \subseteq P(P(A))$ باشد، آن‌گاه B کدام‌یک از مجموعه‌های زیر نمی‌تواند باشد؟

۱) $\{\phi\}$ ۲) $\{\{a\}\}$

۳) $\{\{\{a\}\}\}$ ۴) $\{\{\phi\}\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- اگر مجموعه‌ی اعداد طبیعی یک رقمی، مجموعه‌ی جهانی U باشد، آن‌گاه چند مجموعه مانند A وجود دارد که در رابطه‌ی $\{۱,۳\} \cap A = \{۱,۳,۵,۷,۹\}$ صدق کند؟

۱) ۴ ۲) ۸

۳) ۱۶ ۴) ۳۲

شما پاسخ نداده اید

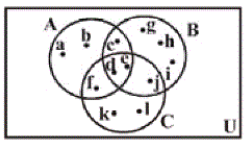
۱۴۸- اگر $P(A)$ و $P(B)$ به‌ترتیب مجموعه‌های توانی مجموعه‌های A و B باشند، آن‌گاه کدام گزاره‌ی زیر همواره برقرار نیست؟

۱) $P(A) \cap P(B) \subseteq P(A \cap B)$ ۲) $P(A) \cup P(B) \subseteq P(A \cup B)$

۳) $P(A \cap B) \subseteq P(A) \cap P(B)$ ۴) $P(A \cup B) \subseteq P(A) \cup P(B)$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- با توجه به نمودار ون زیر، تعداد اعضای کدام‌یک از مجموعه‌های زیر بیش‌تر از سایرین است؟



۱) $B \cup (A \cap C)$ ۲) $A \cup (B \cap C)$

۳) $C \cup (A \cap B)$ ۴) $C \cap (A \cup B)$

شما پاسخ نداده اید

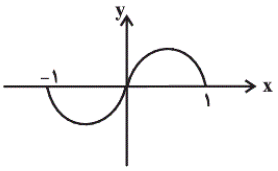
۱۵۰- سه مجموعه‌ی A، B و C به‌ترتیب ۸، ۵ و ۱۱ عضو و اشتراک هر دو تا از آن‌ها ۳ عضو دارد. اگر یک عضو بین هر سه مجموعه مشترک باشد، چند عضو فقط به یکی از این مجموعه‌ها تعلق دارد؟

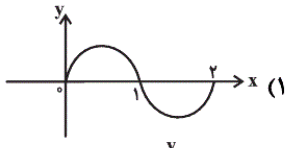
۱) ۷ ۲) ۸

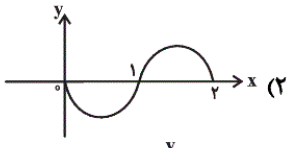
۳) ۹ ۴) ۱۰

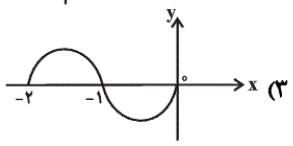
شما پاسخ نداده اید

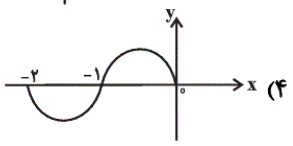
۱۰۱- اگر نمودار تابع f شکل روبه‌رو باشد، نمودار تابع $y = f(1-x)$ کدام است؟



۱)


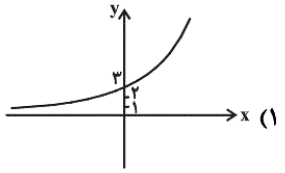
۲)


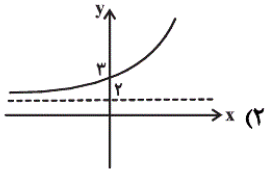
۳)


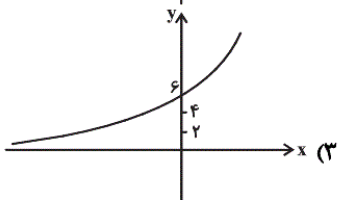
۴)


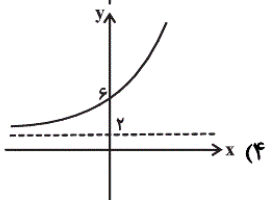
شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- نمودار تابع $y = 2\times 2^{x+1} + 2$ به کدام صورت است؟

۱)


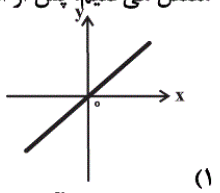
۲)


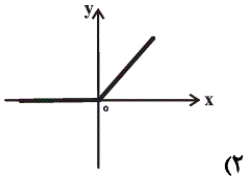
۳)


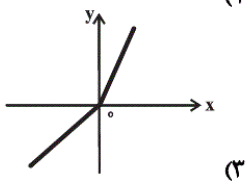
۴)


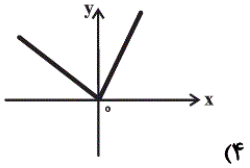
شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- نمودار تابع $f(x) = x$ را سه واحد به راست و نمودار تابع $g(x) = |x|$ را ابتدا با ضریب ۲ در راستای محور yها منبسط کرده و سپس سه واحد به بالا منتقل می‌کنیم. پس از انجام انتقال‌های مذکور، نمودار مربوط به تابع حاصل جمع آن‌ها کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر $D_f = \{1,2,3,4,5\}$ و $f(x) = 2x-1$ باشد، آنگاه تابع fof شامل چند زوج مرتب متمایز خواهد بود؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- توابع $f(x) = 2^x$ و $g(x) = \dfrac{f(x)+f(-x)}{f(x)-f(-x)}$ مفروض‌اند. اگر $g(a) = 2$ و $g(b) = 4$ باشد، حاصل $f(a+b)$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{\frac{5}{3}}$ ۳) $\sqrt{5}$ ۴) $\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر $f(x) = x + \sqrt{x^2-1}$ و $g(x) = x - \sqrt{4-x^2}$ باشد، دامنه‌ی تابع $\frac{g}{f}$ به کدام صورت قابل نوشتن است؟

۱) $[-a,1-a]\cup[1,1+a]$ ۲) $[-a,1-a]\cup[a-1,a]$

۳) $[-a,1-a]\cup[a-1,a]-\{\frac{\sqrt{a}}{a}\}$ ۴) $[-a,1-a]\cup[a-1,a]-\{\pm\frac{\sqrt{a}}{a}\}$

شما پاسخ نداده اید

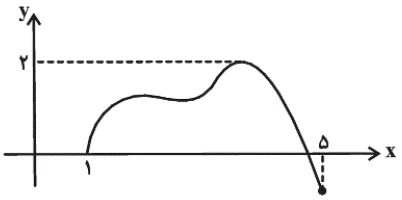
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۷- اگر $f(x)=\{(-۱,۲),(۲,۳),(۰,۱),(۴,۵)\}$ و $g(x)=\begin{cases}x^۲+۱ & ;\ |x|\geq ۲\\ \frac{x}{۲}+۱ & ;\ |x|<۲\end{cases}$، آنگاه مجموع تمام مقادیر برد $f+g$ کدام است؟ (برد $f+g$ عضو تکراری ندارد.)

۱) $\frac{۲۱۷}{۶}$ ۲) $۳۹/۵$ ۳) $۳۴/۵$ ۴) $\frac{۲۴۷}{۶}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر $f=\{(۵,۵),(-۲,-۱),(-۳,۱),(۲,۳),(-۱,۲)\}$ و نمودار تابع $y=f(x)$ به‌صورت شکل زیر باشد، آن‌گاه دامنه‌ی تابع $y=\frac{f(۱-x)}{g(x)+۱}$ شامل چند عضو است؟



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر دامنه‌ی $f(۲x)$ برابر $[-۱,۲]$ باشد، دامنه‌ی تابع $g(x)=۲f(|x+۱|)-f(\log_۲^{x+۱})$ کدام است؟

۱) $(-۱,۳]$ ۲) $[-\frac{۳}{۴},۳]$ ۳) $[-\frac{۱}{۲},۱]$ ۴) $[-\frac{۱}{۲},۱۵]$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- اگر تابع f خطی و $fog(x)=۲x^۲-۶x-۱$ و $gof(x)=۴x^۲-۱۰x+۴$ باشد، طول نقطه‌ی برخورد نمودار تابع f با محور x ها کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- اگر $f(x)=\begin{cases}x+۱ & ;\ x^۲+x<۰\\ -۱ & ;\ x^۲+x\geq ۰\end{cases}$ باشد، مقدار $(fofof)(\sqrt{۲})$ کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱ ۳) -۲ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{۲b}{۹x+۱} & ,\ x=۱\\ \frac{ax^۲+cx+d}{x+۲} & ,\ x\neq ۱,-۲\\ e & ,\ x=-۲\end{cases}$ یک تابع همانی است، $f(a+b+c+d+e)$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- دامنه‌ی تابع $f(x)=\log(-x^۲+۵x-۶)$ کدام است؟

۱) $(۲,۳)$ ۲) $[۲,۳]$ ۳) $[-۳,-۲]$ ۴) $(-\infty,۲)\cup(۳,+\infty)$

شما پاسخ نداده اید

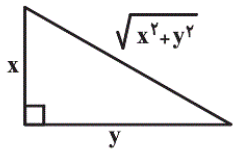
۱۱۴- دامنه‌ی تابع $f(x)=\sqrt{-۴^x+۹(۲^x)-۸}$ به‌صورت $[a,b]$ است. بیش‌ترین مقدار $b-a$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۵- در شکل زیر، محیط مثلث قائم‌الزاویه برابر ۴ است. اگر $x+y=t$ باشد، تابعی که مساحت مثلث را بر حسب t بیان می‌کند، کدام است؟



۱) $S(t)=2t-4$ ۲) $S(t)=2t+4$

۳) $S(t)=2t^2+2t$ ۴) $S(t)=4t^2-2t$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- اگر $f(2x+1)+x^2f(0)=2x^2+4x-1$ باشد، آنگاه حاصل $f(\sqrt{7})$ کدام است؟

۱) -2 ۲) $2-2\sqrt{7}$ ۳) ۵ ۴) $\frac{\sqrt{7}+1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- m کدام باشد تا دو تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-9}{x-3} & ; x\neq 3\\ 6 & ; x=3\end{cases}$ و $g(x)=mx+n$ با هم برابر شوند؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) -1

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- به‌ازای چه مجموعه مقادیری از m، رابطه‌ی $f=\{(2,m^2+1),(m^2+1,2),(4,m+1),(-2,m-1),(\sqrt{4},2m+4)\}$ تابع است؟

۱) $\{\}$ ۲) $\{1,3\}$ ۳) $\{-1,3\}$ ۴) $\{-1,0,2\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- تابع f با بُرد $(-\infty,-1)$ مفروض است. اگر تابع g با رابطه‌ی $g(x)=\frac{f(x)-1}{f(x)+1}$ روی بازه‌ی $(-\infty,-1)$ تعریف شده باشد، بُرد تابع g کدام است؟

۱) $(-\infty,1)$ ۲) $(-\infty,1]$ ۳) $[1,+\infty)$ ۴) $(1,+\infty)$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- اگر $f=\{(1,2),(2,-1),(-2,2),(4,-2)\}$ و $g=\{(3,\frac{1}{2}),(4,2),(5,-1),(7,3)\}$ آنگاه $f(2g(\frac{x}{2}))$ کدام است؟

۱) $\{(6,1),(8,-1),(10,1)\}$ ۲) $\{(6,1),(8,-1),(5,2)\}$

۳) $\{(3,2),(4,-1),(5,2)\}$ ۴) $\{(6,2),(8,-2),(10,2)\}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه۲- سوالات موازی ، - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۱۳۱- سه نقطه‌ی A ، B و C بر دایره‌ای به مرکز O واقع‌اند. مرکز دایره برای مثلث ABC کدام نقطه است؟

۱) نقطه‌ی همرسی نیمسازهای زاویه‌های داخلی ۲) نقطه‌ی همرسی عمودمنصف‌های اضلاع

۳) نقطه‌ی همرسی میانه‌ها ۴) نقطه‌ی همرسی ارتفاع‌ها

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۲- ضلع AB از مربع $ABCD$ روی خط ثابت L تغییر می‌کند. اگر مساحت مربع ۲۴ واحد مربع باشد، مکان هندسی مرکز مربع کدام است؟

۱) پاره‌خطی عمود بر L و به طول $\sqrt{6}$

۲) دو خط موازی L و به فاصله‌ی $2\sqrt{6}$ از آن

۳) پاره‌خطی عمود بر L و به طول $2\sqrt{6}$

۴) دو خط موازی L و به فاصله‌ی $\sqrt{6}$ از آن

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- در یک مثلث قائم‌الزاویه، فاصله‌ی رأس زاویه‌ی قائمه تا نقطه‌ی همرسی میانه‌ها، برابر با طول یکی از ضلع‌های زاویه‌ی قائمه است. بزرگ‌ترین ضلع این مثلث، چند برابر کوچک‌ترین ضلع آن است؟

۱) ۳

۲) $2\sqrt{2}$

۳) $\sqrt{3}$

۴) $3\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- برای رسم مثلث ABC با معلوم بودن طول‌های ضلع BC و ارتفاع CH و اندازه‌ی زاویه‌ی B، چند جواب متمایز حاصل می‌شود؟

۱) بی‌شمار

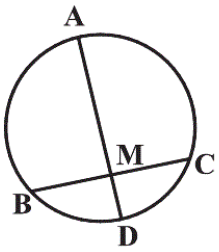
۲) حداکثر یک

۳) حداکثر دو

۴) صفر یا بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- در شکل زیر D وسط کمان BC و M وسط وتر BC است. اگر $AD = 2BC$، آن‌گاه کمان AB چند درجه است؟



۱) ۱۲۰

۲) ۱۳۵

۳) ۱۵۰

۴) ۱۶۵

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- خط l بر دایره‌ای به قطر AB مماس است. اگر طول عمودهای AD و BC وارد بر l به‌ترتیب برابر ۱۲ و ۳ باشد، طول پاره‌خط CD کدام است؟

۱) ۶

۲) ۹

۳) ۱۲

۴) ۱۵

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۷- ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین به طول قاعده‌های x و y بر دایره‌ای محیط است، شعاع این دایره کدام است؟

۱) $\sqrt{xy}$ ۲) $\frac{۱}{۲}\sqrt{xy}$

۳) $\frac{۱}{۲}|x-y|$ ۴) $|x-y|$

شما پاسخ نداده اید

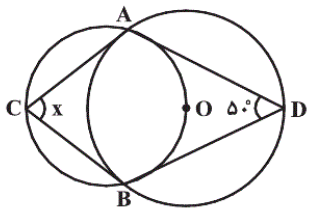
۱۳۸- در مثلثی به طول با اضلاع ۴، ۳ و $\sqrt{۷}$، شعاع دایره‌ای محیطی کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۷}}{۲}$ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) $\frac{\sqrt{۷}-۱}{۲}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- در شکل زیر، دایره‌ی به مرکز O دایره‌ی دیگر را در نقاط A و B قطع کرده است. زاویه‌ی x چند درجه است؟



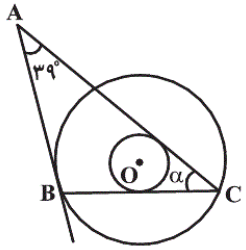
۱) ۵۰° ۲) ۶۰°

۳) ۷۰° ۴) ۸۰°

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- دو دایره‌ی هم‌مرکز مطابق شکل مفروضند. وتر BC در دایره‌ی بزرگ‌تر بر دایره‌ی کوچک‌تر و AB در نقطه‌ی B بر دایره‌ی بزرگ‌تر مماس است.

اندازه‌ی α کدام است؟



۱) ۳۴° ۲) ۳۲°

۳) ۳۰° ۴) ۳۶°

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، جبر و احتمال - گواه ، - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۱۵۱- مجموعه‌ی $\{a,b,\{a\},\{b\}\}$ دارای چند زیر مجموعه‌ی شامل عضو a می‌باشد؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۲- اگر A مجموعه‌ی اعداد طبیعی دو رقمی و $B = \{7k; k \in A\}$ باشد، آن‌گاه مجموعه‌ی توانی $A \cap B$ چند عضو دارد؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) ۳۲

شما پاسخ نداده اید

۱۵۳- اگر n عددی طبیعی باشد، کدام‌یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

۱) $\{n \mid n^3 > n^2\}$ ۲) $\{n \mid n^2 \geq 2^n\}$ ۳) $\{n \mid 2^n > n^3\}$ ۴) $\{n \mid 2^n > n^2\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴- مجموعه‌ی A، ۵ عضو بیش‌تر از مجموعه‌ی B دارد، خارج قسمت یا تفاضل تعداد زیر مجموعه‌های این دو مجموعه کدام است؟

۱) خارج قسمت ۲۵ ۲) خارج قسمت ۳۲ ۳) تفاضل ۲۵ ۴) تفاضل ۳۲

شما پاسخ نداده اید

۱۵۵- اگر $n \in N$ و $A_n = \left\{ m \in Z \middle| m \geq -n, 2^m \leq n \right\}$، آنگاه مجموعه‌ی $A_4 \cap A_3$ چند زیرمجموعه دارد؟

۱) ۸ ۲) ۱۶ ۳) ۳۲ ۴) ۳۶

شما پاسخ نداده اید

۱۵۶- اجتماع دو مجموعه‌ی $\{a, \varnothing\}, \{\{\{\varnothing\}, \{a\}, a\}\}$ چند عضو دارد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۵۷- اگر $A_1 = \{1, 2, ..., 10\}$ و $A_2 = \{2, 3, ..., 11\}$ و $A_3 = \{3, 4, ..., 12\}$ و ...، آن‌گاه مجموعه‌ی $A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_8$ چند عضو دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۵۸- اگر n عددی طبیعی و A_n بازه‌ی $((-1)^n n, 2n)$ باشد، چند عدد صحیح به $\bigcup_{n=1}^{4} A_n$ تعلق دارد؟

۱) ۸ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

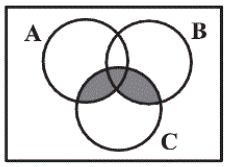
۱۵۹- اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{2, 3, 4, 5\}$، چند مجموعه مانند X در رابطه‌ی $(A \cap B) \subseteq X \subseteq (A \cup B)$ صدق می‌کند؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۶۰- قسمت هاشورزده‌ی شکل زیر، تصویر ون کدام مجموعه است؟



۱) $A \cap (B \cup C)$

۲) $(A \cap B) \cup C$

۳) $A \cup (B \cap C)$

۴) $(A \cup B) \cap C$

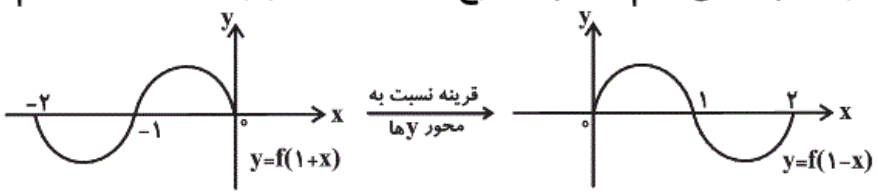
شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۱- *(محمدمهدی محسن‌زاده طبری)*

ابتدا نمودار $y=f(x)$ را یک واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y=f(1+x)$ به دست آید. سپس نمودار را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم تا نمودار تابع $y=f(1-x)$ به‌دست آید. داریم:



(حسابان- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۸۲- *(امیرحسین افشار)*

اگر $x=0$ را در تابع قرار دهیم محل برخورد با محور y ها به‌دست می‌آید.

$$x=0 \Rightarrow y=2\times 2^{0+1}+2=6$$

با توجه به این‌که کم‌ترین مقدار تابع نمی‌تواند کم‌تر یا مساوی ۲ باشد، پس گزینه‌ی «۴» صحیح است.

(حسابان- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

۸۳- *(عزیزاله علی‌اصغری)*

ضابطه‌ی نمودارهای حاصل را می‌یابیم:

$$\begin{cases} f_1(x)=x-3 \\ g_2(x)=2|x|+3 \end{cases} \Rightarrow f_1(x)+g_2(x)=x+2|x|$$

$$=\begin{cases} 3x & , \ x\geq 0 \\ -x & , \ x<0 \end{cases}$$

که نمودار آن به‌صورت نمودار گزینه‌ی ۴ است.

(حسابان- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۹)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۴ (فریدون ساعتی)

$$D_f = \{۱,۲,۳,۴,۵\}$$

$$R_f = \{f(۱), f(۲), \ldots, f(۵)\} \xrightarrow{f(x)=۲x-۱} R_f = \{۱,۳,۵,۷,۹\}$$

$$\Rightarrow f = \{(۱,۱),(۲,۳),(۳,۵),(۴,۷),(۵,۹)\}$$

$$fof(x) = f(f(x)) = \{(۱,۱),(۲,۵),(۳,۹)\}$$

(حسابان- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

$$\Rightarrow ۲^{۲a} = ۳ \Rightarrow ۲^{a} = \sqrt{۳}$$

$$g(b) = ۴ \Rightarrow \frac{۲^{b} + ۲^{-b}}{۲^{b} - ۲^{-b}} = ۴ \Rightarrow \frac{۲^{b}(۲^{b} + ۲^{-b})}{۲^{b}(۲^{b} - ۲^{-b})} = ۴$$

$$\Rightarrow \frac{۲^{۲b} + ۱}{۲^{۲b} - ۱} = ۴$$

$$\Rightarrow ۲^{۲b} + ۱ = ۴ \times ۲^{۲b} - ۴ \Rightarrow ۲^{۲b} = \frac{۵}{۳} \Rightarrow ۲^{b} = \frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۳}}$$

$$\Rightarrow f(a+b) = ۲^{a+b} = ۲^{a} \times ۲^{b} = \sqrt{۳} \times \frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۳}} = \sqrt{۵}$$

(حسابان- صفحه‌های ۶۴ تا ۷۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۸۶ (امیرهوشنگ خمسه)

$$D_{\frac{g}{f}} = D_f \cap D_g - \{x \mid f(x) = ۰\}$$

$$D_f : x^{۲} - ۱ \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۱ \text{ یا } x \leq -۱$$

$$D_g : ۴ - x^{۲} \geq ۰ \Rightarrow -۲ \leq x \leq ۲$$

$$D_f \cap D_g \Rightarrow [-۲,-۱] \cup [۱,۲]$$

$$f(x) = ۰ \Rightarrow x + \sqrt{x^{۲} - ۱} = ۰ \Rightarrow -x = \sqrt{x^{۲} - ۱}$$

$$\xrightarrow{x<۰} x^{۲} = x^{۲} - ۱ \text{ ریشه ندارد} \Rightarrow D_{\frac{g}{f}} = [-۲,-۱] \cup [۱,۲]$$

با جایگذاری مقدار $a = ۲$ در گزینه‌ی «۲»، به $D_{\frac{g}{f}}$ می‌رسیم، پس این گزینه صحیح است.

(حسابان- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۷ *(امیرهوشنگ خمسه)*

$$x=-۱:\begin{cases}f(-۱)=۲\\ g(-۱)=\frac{۱}{۲}\end{cases},\quad x=۲:\begin{cases}f(۲)=۳\\ g(۲)=۵\end{cases}$$

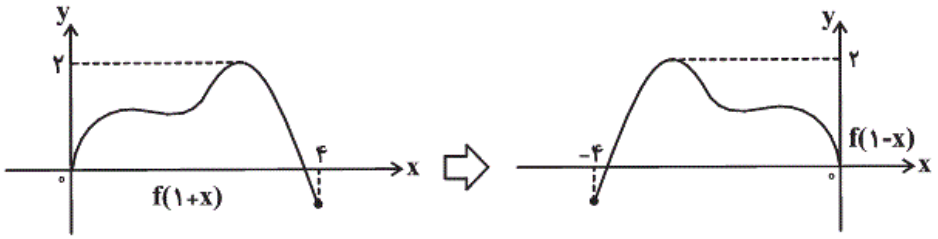
$$x=۰:\begin{cases}f(۰)=۱\\ g(۰)=۱\end{cases},\quad x=۴:\begin{cases}f(۴)=۵\\ g(۴)=۱۷\end{cases}$$

جمع تمام مقادیر برد $f+g$ از جمع عبارات بالا حاصل می‌شود، یعنی:

$$۲+\frac{۱}{۲}+۳+۵+۱+۱+۵+۱۷=۳۴/۵$$

(حسابان- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴



با توجه به شکل، دامنه‌ی تابع $y=f(۱-x)$ برابر $[-۴,۰]$ است به‌علاوه دامنه‌ی $g(x)$ برابر $\{-۱,۲,-۳,-۲,۵\}$ است که اشتراک آن‌ها برابر $\{-۱,-۳,-۲\}$ است به‌علاوه دقت کنید به‌ازای $x=-۲$ مخرج صفر می‌شود. پس دامنه‌ی تابع $y=\frac{f(۱-x)}{g(x)+۱}$ برابر $\{-۱,-۳\}$ است و دو عضو دارد.

(حسابان- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۹- (محمدمصطفی ابراهیمی)

دامنه‌ی $f(2x)$ برابر $[-1,2]$ است، اول دامنه‌ی $f(x)$ را پیدا می‌کنیم:

$$-1 \le x \le 2 \Rightarrow -2 \le 2x \le 4$$

پس دامنه‌ی $f(x)$ بازه‌ی $[-2,4]$ است.

حالا دامنه‌ی $f(|x+1|)$ و $f(\log_2^{x+1})$ را جداگانه حساب می‌کنیم و بین دامنه‌ی آن‌ها اشتراک می‌گیریم تا دامنه‌ی $g(x)$ به‌دست آید.

$$f(|x+1|) \Rightarrow -2 \le |x+1| \le 4$$

$$\Rightarrow -4 \le x+1 \le 4 \Rightarrow -5 \le x \le 3 \qquad (1)$$

$$f(\log_2^{x+1}) \Rightarrow \begin{cases} x+1>0 \Rightarrow x>-1 & (2) \\ -2 \le \log_2^{x+1} \le 4 \Rightarrow \frac{1}{4} \le x+1 \le 16 & \\ \Rightarrow \frac{-3}{4} \le x \le 15 & (3) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک (۲) و (۳)}} f(\log_2^{x+1}) \text{ دامنه‌ی } = [-\frac{3}{4},15] \qquad (4)$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک (۱) و (۴)}} D_g : [-5,3] \cap [-\frac{3}{4},15] = [-\frac{3}{4},3]$$

(حسابان- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۰- (محمد خندان)

چون تابع f خطی است پس می‌توان آن‌را به‌صورت $f(x)=ax+b$ نمایش داد.

$$f(g(x))=ag(x)+b=2x^2-6x-1$$

$$\Rightarrow ag(x)=2x^2-6x-1-b \Rightarrow g(x)=\frac{2x^2-6x-1-b}{a}$$

$$g(f(x))=g(ax+b)=\frac{2(ax+b)^2-6(ax+b)-1-b}{a}$$

$$=4x^2-10x+4$$

$$\Rightarrow \frac{2a^2x^2+ax(4b-6)+2b^2-7b-1}{a}=4x^2-10x+4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a=4 \\ 4b-6=-10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow f(x)=2x-1$$

در محل برخورد نمودار تابع f با محور طول‌ها، $f(x)=0$ است. پس:

$$f(x)=0 \Rightarrow 2x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

(حسابان- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۱- (عنایت‌الله کشاورزی)

با جای‌گذاری $\sqrt{2}$ در عبارت x^2+x داریم:

$$(\sqrt{2})^2+\sqrt{2}\geq 0 \Rightarrow f(\sqrt{2})=-1$$

$$f(f(f(\sqrt{2})))=f(f(-1)) \xrightarrow{(-1)^2+(-1)\geq 0} f(-1)=-1$$

(حسابان، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۹۲- (امیرحسین افشار)

$$fog(x)=\{(1,3),(2,4)\}$$

fog تابعی یک‌به‌یک است.

(حسابان- صفحه‌های ۶۹ تا ۸۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۳- (ابراهیم نجفی)

با توجه به این‌که f فرد است، بنابراین رابطه‌ی $f(-x)=-f(x)$ برقرار است، داریم:

گزینه‌ی «۱»: $f(-۴)+f(-۳)=-f(۴)-f(۳)$

$$\xrightarrow{f(۴)<۰,f(۳)=۰} f(-۴)+f(-۳)>۰$$

گزینه‌ی «۲»: $f(-۵)+f(-۲)=-f(۵)-f(۲)$

$$\xrightarrow{f(۵)=۰,f(۲)>۰} f(-۵)+f(-۲)<۰$$

گزینه‌ی «۳»: $f(-۲)+f(-۱)=-f(۲)-f(۱)$

$$\xrightarrow{f(۲)>۰,f(۱)=۰} f(-۲)+f(-۱)<۰$$

گزینه‌ی «۴»: $f(-\frac{۷}{۲})+f(-\frac{۹}{۲})=-f(\frac{۷}{۲})-f(\frac{۹}{۲})$

$$=-(f(\frac{۷}{۲})+f(\frac{۹}{۲}))\xrightarrow{f(\frac{۷}{۲})<۰,f(\frac{۹}{۲})<۰} f(-\frac{۷}{۲})+f(-\frac{۹}{۲})>۰$$

(حسابان- صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۴- (محمدرضا شوکتی‌بیرق)

طبق معلومات تست، f یک تابع فرد است. لذا برای هر $x\in D_f$ خواهیم داشت: $f(-x)=-f(x)\Rightarrow f(x)+f(-x)=۰$

$$\Rightarrow \log\frac{a+\sqrt[۳]{x}}{۱-\sqrt[۳]{x}}+\log\frac{a-\sqrt[۳]{x}}{۱+\sqrt[۳]{x}}=۰$$

$$\Rightarrow \log\frac{a^۲-\sqrt[۳]{x^۲}}{۱-\sqrt[۳]{x^۲}}=\log۱\Rightarrow a^۲-\sqrt[۳]{x^۲}=۱-\sqrt[۳]{x^۲}$$

$$\Rightarrow a^۲=۱\Rightarrow \begin{cases} a=۱ & \text{ق ق} \\ a=-۱ & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۵- *(ابراهیم نجفی)*

ضریب زاویه‌ی (شیب) ضابطه‌ی اول منفی است. تابع در صورتی نزولی اکید است که ضریب زاویه خط در ضابطه‌ی دوم منفی باشد، یعنی $a < ۰$ (۱)؛ اما اگر $a = ۰$ باشد:

$a = ۰ \Rightarrow$ ضابطه‌ی دوم $\Rightarrow f(x) = ۴ \Rightarrow$ ثابت

پس در این صورت تابع نزولی اکید نیست.

عرض از مبدأ ضابطه‌ی دوم : از طرفی ≥ ۱

$$\Rightarrow a + ۴ \geq ۱ \Rightarrow a \geq -۳ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱)\,,\,(۲)} -۳ \leq a < ۰$$

(حسابان- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۶- *(محمدمهدی محسن‌زاده طبری)*

$$f(|۳x-۵|) - f(|۲x+۳|) \geq ۰ \Rightarrow f(|۳x-۵|) \geq f(|۲x+۳|)$$

$$\xrightarrow[\text{اکیداً نزولی}]{f} |۳x-۵| \leq |۲x+۳| \xrightarrow{\text{توان ۲}}$$

$$(۳x-۵)^۲ \leq (۲x+۳)^۲ \Rightarrow (۳x-۵)^۲ - (۲x+۳)^۲ \leq ۰$$

$$\Rightarrow (۳x-۵-۲x-۳)(۳x-۵+۲x+۳) \leq ۰ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x-۸)(۵x-۲) \leq ۰$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{۵} \leq x \leq ۸ \Rightarrow x = ۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷,۸$$ (۸ تا عدد صحیح)

(حسابان- صفحه‌های ۸۰ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

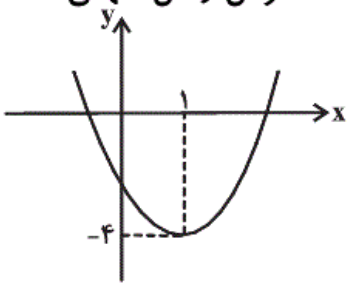
-۹۷ (ابراهیم نجفی)

در این موارد بهترین روش، رسم نمودار است:

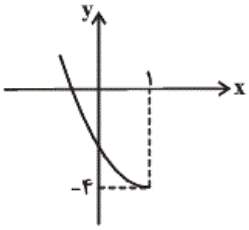
نمودار تابع $f(x)=x^۲-۲x-۳$ نمودار یک سهمی است و با توجه به این‌که ضریب $x^۲$ مثبت است در رأس خود دارای مینیمم است:

$$\text{طول رأس سهمی} = \frac{-b}{۲a} = \frac{-(-۲)}{۲(۱)} = ۱$$

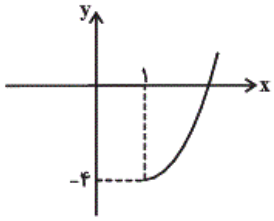
$$\Rightarrow \text{عرض رأس سهمی} = ۱^۲ - ۲(۱) - ۳ = ۱ - ۵ = -۴$$



بیش‌ترین بازه برای آن‌که نمودار تابع فوق در قسمتی از دامنه‌ی خود یک‌به‌یک باشد، باید به‌صورت‌های زیر در آید:



$\Rightarrow (-\infty, ۱]$ یا



$\Rightarrow [۱, +\infty)$

(حسابان- صفحه‌های ۸۵ تا ۸۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۹۸ (باقر مقدم)

ابتدا دامنه‌ی تابع f را به‌دست می‌آوریم:

$$-۲x \geq ۰ \Rightarrow x \leq ۰ \Rightarrow D_f = \{x \leq ۰\}$$

طبق تعریف تابع معکوس، داریم: $f^{-۱}(۴) = \alpha \Rightarrow f(\alpha) = ۴$

$$f(\alpha) = -\alpha + \sqrt{-۲\alpha} = ۴$$

$$\Rightarrow \sqrt{-۲\alpha} = \alpha + ۴ \Rightarrow -۲\alpha = (\alpha+۴)^۲$$

$$\Rightarrow \alpha^۲ + ۱۰\alpha + ۱۶ = ۰ \Rightarrow (\alpha+۸)(\alpha+۲) = ۰$$

$$\Rightarrow \alpha = -۸ \text{ یا } \alpha = -۲$$

$\alpha = -۸$ در معادله رادیکالی صدق نمی‌کند. پس تنها جواب موردقبول $\alpha = -۲$ است، چون در معادله رادیکالی صدق می‌کند.

(حسابان- صفحه‌های ۸۹ تا ۹۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۹- (فریدون ساعتی)

$$f=\{(۱,۳),(۲,۴),(۴,۵),(۳,۱),(۶,۶)\}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}=\{(۳,۱),(۴,۲),(۵,۴),(۱,۳),(۶,۶)\}$$

$$f^{-۱}of^{-۱}=\{(۳,۳),(۵,۲),(۱,۱),(۶,۶)\}$$

$$\Rightarrow (f^{-۱}of^{-۱})+f=\{(۱,۴),(۳,۴),(۶,۱۲)\}$$

تابع فوق شامل زوج‌مرتب $(۲,۵)$ نیست.

(حسابان- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳ و ۸۹ تا ۹۵)

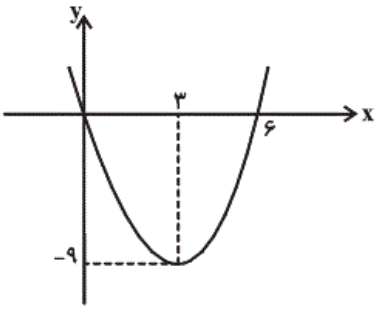
۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۰- (مهدی ملارمضانی)

ابتدا تابع $f(x)=x^۲-۶x$ را رسم کرده و بازه‌ای که تابع در آن صعودی اکید است را به‌دست می‌آوریم:

$$f(x)=x^۲-۶x$$

$$f(x)=x^۲-۶x+۹-۹\Rightarrow f(x)=(x-۳)^۲-۹$$



با توجه به شکل، تابع موردنظر در بازه‌ی $[۳,+\infty)$ صعودی اکید است. بنابراین:

$$y=(x-۳)^۲-۹\Rightarrow y+۹=(x-۳)^۲\Rightarrow \pm\sqrt{y+۹}=x-۳$$

$$\xrightarrow{x\geq ۳}\sqrt{y+۹}=x-۳\Rightarrow x=\sqrt{y+۹}+۳$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x)=\sqrt{x+۹}+۳$$

دامنه‌ی تابع وارون برابر با برد تابع اصلی است، بنابراین:

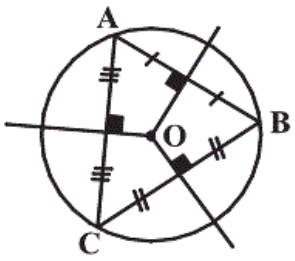
$$f^{-۱}(x)=\sqrt{x+۹}+۳\quad,\quad x\geq -۹$$

(حسابان- صفحه‌های ۸۹ تا ۹۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۱ (محمدابراهیم گیتی‌زاده)

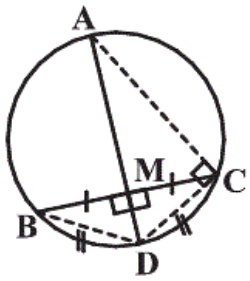


نقطه‌ی O از سه رأس مثلث به یک فاصله است. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از دو نقطه‌ی A و B به یک فاصله باشند، عمودمنصف پاره‌خط AB است. بنابراین، باید نقطه‌ی O روی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC قرار داشته، یعنی نقطه‌ی همرسی عمودمنصف‌ها باشد.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۲۲ (محمد خندان)



از آنجا که AD وتر و کمان BC را نصف کرده است، پس قطر دایره است. در نتیجه مثلث ACD قائم‌الزاویه است. چون $AD = ۲BC = ۴CM$ و CM ارتفاع وارد بر وتر است، پس $D\hat{A}C = ۱۵^\circ$ (در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که ارتفاع یک چهارم وتر باشد، یک زاویه ۱۵° است)، داریم:

$$A\hat{D}C = ۷۵^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{AB} = ۱۵۰^\circ$$

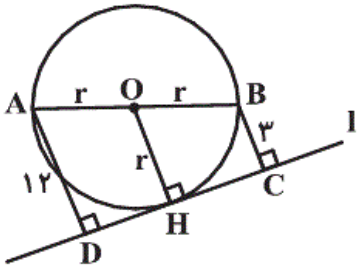
(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۶ تا ۵۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

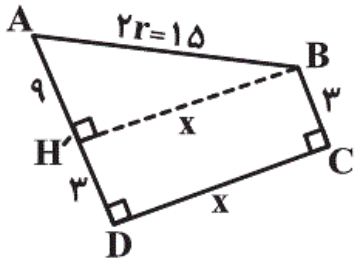
-۱۲۳

(محسن محمدکریمی)



$$\begin{cases} AD \perp l \\ BC \perp l \end{cases} \Rightarrow AD \parallel BC$$

اگر از O (مرکز دایره) بر l عمود کنیم، آن‌گاه داریم:



$$OH = \frac{BC + AD}{۲}$$

$$\Rightarrow r = \frac{۳ + ۱۲}{۲} = ۷/۵$$

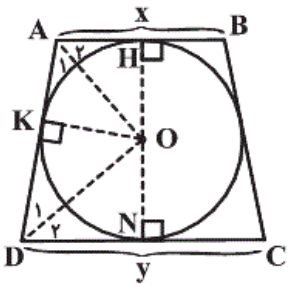
$$x = \sqrt{۱۵^۲ - ۹^۲} = ۱۲$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۴۶ تا ۵۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۴ *(عباس اسدی امیرآبادی)*



O مرکز دایره‌ی محاطی است، پس محل تلاقی نیمسازهای زوایای داخلی ذوزنقه است، بنابراین:

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2\hat{A}_1 + 2\hat{D}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{D}_1 = 90^\circ$$

$$\Rightarrow A\hat{O}D = 90^\circ$$

پس مثلث AOD قائم‌الزاویه است.

از طرفی چون طول دو مماس رسم شده از دو راس A و D بر دایره با هم برابرند، داریم:

$$AH = \frac{x}{2} \Rightarrow AK = \frac{x}{2}$$

$$DN = \frac{y}{2} \Rightarrow KD = \frac{y}{2}$$

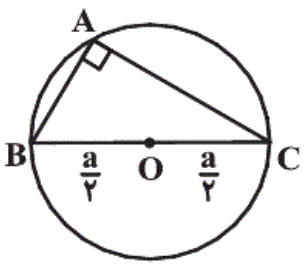
می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه ارتفاع وارد بر وتر، واسطه‌ی هندسی بین دو قطعه ایجاد شده روی وتر است.

$$OK^2 = AK.KD \Rightarrow r^2 = \frac{x}{2}.\frac{y}{2} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{xy}}{2}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۱) ۲) ✓ ۳) ۴)

-۱۲۵ *(سروش موئینی)*



این مثلث قائم‌الزاویه است زیرا $4^2 = 3^2 + (\sqrt{7})^2$ و در مثلث قائم‌الزاویه، شعاع دایره‌ی محیطی برابر با نصف طول وتر (بزرگ‌ترین ضلع) است:

پس: $$R = \frac{a}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

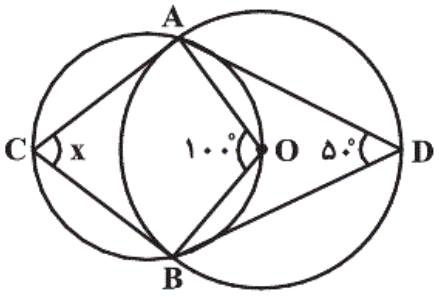
(هندسه ۲- صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۱) ۲) ۳) ✓ ۴)

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۶- (رضا عباسی‌اصل)

از O به A و B وصل می‌کنیم. داریم:

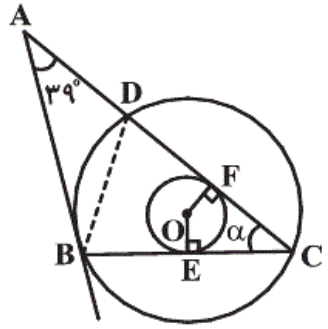


$$\text{زاویه‌ی محاطی } \hat{D} = \frac{\overset{\frown}{AB}}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = ۱۰۰^\circ$$

$$\text{زاویه‌ی مرکزی } A\hat{O}B = \overset{\frown}{AB} \Rightarrow A\hat{O}B = ۱۰۰^\circ$$

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۲۷- (محمدطاهر شعاعی)



می‌دانیم اگر فاصله‌ی مرکز دایره از دو وتر برابر باشد، آن‌گاه دو وتر مساویند.

$$\text{شعاع دایره‌ی کوچک‌تر : } OE = OF \Rightarrow BC = CD$$

$$\Rightarrow D\hat{B}C = B\hat{D}C = \frac{۱۸۰^\circ - \alpha}{۲}$$

$$\text{زاویه‌ی خارجی : } B\hat{D}C = \hat{A} + A\hat{B}D$$

$$\text{زاویه‌ی ظلی : } A\hat{B}D = \frac{\overset{\frown}{BD}}{۲} \Rightarrow \frac{۱۸۰^\circ - \alpha}{۲} = ۳۹^\circ + \frac{\overset{\frown}{BD}}{۲}$$

از طرفی $B\hat{C}D = \frac{\overset{\frown}{BD}}{۲}$ (زاویه‌ی محاطی) پس $\alpha = \frac{\overset{\frown}{BD}}{۲}$. در نتیجه:

$$۹۰^\circ - \frac{\alpha}{۲} = ۳۹^\circ + \alpha \Rightarrow \frac{۳\alpha}{۲} = ۵۱^\circ$$

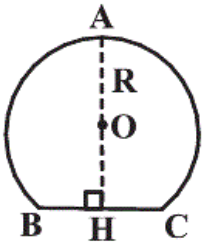
$$\Rightarrow \alpha = \frac{۲ \times ۵۱^\circ}{۳} = ۲ \times ۱۷^\circ = ۳۴^\circ$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۸- (محسن محمدکریمی)



با معلوم‌بودن ضلع $BC = ۱۸$ و زاویه‌ی $\hat{A} = ۶۰^\circ$ بیش‌ترین طول ممکن برای ارتفاع AH برابر است با:

$$\max(AH) = R + OH = \frac{BC}{۲\sin ۶۰^\circ} + \frac{BC}{۲\tan ۶۰^\circ}$$

$$= \frac{۱۸}{۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}} + \frac{۱۸}{۲\times\sqrt{۳}} = ۶\sqrt{۳} + ۳\sqrt{۳} = ۹\sqrt{۳}$$

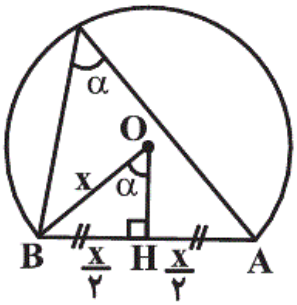
یعنی طول ارتفاع AH نمی‌تواند بیش از $۹\sqrt{۳} \simeq ۱۵/۳$ باشد و مثلث مفروض سؤال قابل رسم نیست.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۲۹- (حسین حاجیلو)

مطابق شکل داریم:



$$AB = OB \Rightarrow AH = BH = \frac{OB}{۲}$$

$$\overset{\Delta}{OHB} : \sin\alpha = \frac{HB}{OB} = \frac{۱}{۲}$$

$$\xrightarrow{\alpha \text{ حاده است}} \alpha = ۳۰^\circ$$

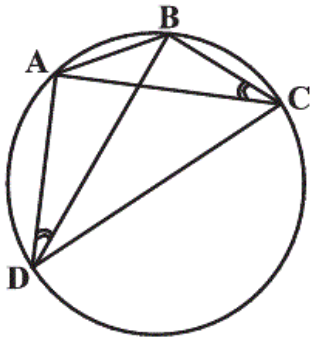
(هندسه‌ی ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۰- (حسین حاجیلو)

از آن‌جا که $A\hat{D}B = A\hat{C}B = \alpha$ ، می‌توان گفت C و D روی کمان درخور زاویه‌ی α روبه‌رو به پاره‌خط AB قرار دارند، پس می‌توان گفت چهارضلعی $ABCD$ محاطی است.



با توجه به شکل روبه‌رو در گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» هر یک از جفت زاویه‌های مطرح شده، زاویه‌های محاطی روبه‌رو به یک کمان و با هم مساوی هستند. اما در گزینه‌ی «۱» دلیلی برای آن‌که $A\hat{B}C$ لزوماً با $B\hat{A}D$ برابر باشد، وجود ندارد.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

ریاضي ، جبر و احتمال ، - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۱۴۱- (سروش مؤثینی)

تنها عضو A یعنی ۱ در B هم عضو است:

$$A \subseteq B$$

کل A هم در B هست. پس:

$$A \in B$$

$A = \{1\}$ در C هم به‌صورت عضو هست: پس $A \in C$.

اما عضو A (یعنی ۱) در C نیست. پس $A \not\subseteq C$.

(جبرواحتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۲ (سامان اسپهرم)

این مجموعه $\binom{۷}{۴} = ۳۵$ زیرمجموعه‌ی ۴ عضوی دارد که فقط حالت $\{۳,۵,۷,۹\}$ نامطلوب می‌باشد؛ پس کلاً $۳۵ - ۱ = ۳۴$ حالت داریم.

(جبرواحتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۴۳ (سامان اسپهرم)

با توجه به تعریف مجموعه‌ی A_i داریم:

$$A_۱ = (-۱,۳), A_۲ = (-۲,۲), A_۳ = (-۳,۱), A_۴ = (-۴,۰)$$

$$\bigcap_{i=۱}^{۴} A_i = (-۱,۰)$$

در بازه‌ی $(-۱,۰)$، هیچ عدد صحیحی وجود ندارد.

(جبرواحتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

۱✓ ۲ ۳ ۴

-۱۴۴ (محمدمهدی ناظمی)

همواره داریم: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

بنا به فرض: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup C$

با مقایسه‌ی دو تساوی فوق، خواهیم داشت:

$$\Rightarrow (A \cap B) \cup C = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$\begin{cases} C \subset (A \cap B) \Rightarrow \begin{cases} C \subset A \\ C \subset B \end{cases} \\ \text{و} \\ (A \cap C) \subset (A \cap B) \end{cases}$$

یا

$$(A \cap C) = C \Rightarrow C \subset A$$

پس همواره $C \subset A$ صحیح می‌باشد و در هر دو حالت صدق می‌کند.

(جبرواحتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۴۴ تا ۵۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۴۵ (عزیزاله علی‌اصغری)

گزینه «۲» نادرست است، زیرا می‌توان دو مجموعه دلخواه A و B که $(A \cap B = \phi)$ را انتخاب کرد که $P(A) \cap P(B) \neq \phi$ چون حداقل یک عضو $\{\}$ را دارند.

(جبرواحتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۳۶ تا ۵۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۶ *(نوید مجیدی)*

طبق تعریف مجموعه‌ی توانی داریم:

$$P(A)=\{\phi,\{a\}\}$$
$$P(P(A))=\{\phi,\{\phi\},\{\{a\}\},\{\phi,\{a\}\}\}$$

بنابراین واضح است که مجموعه‌های $\{\phi\}$، $\{\{\phi\}\}$ و $\{\{\{a\}\}\}$، همگی زیرمجموعه‌ی $P(P(A))$ هستند ولی $\{\{a\}\}$ عضو این مجموعه است، نه زیرمجموعه‌ی آن.

(جبرواحتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۳۶ تا ۴۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۴۷ *(امیرحسین ابومحبوب)*

در تمامی مجموعه‌های ممکن برای مجموعه‌ی A، دو عضو ۱ و ۳ حتماً وجود دارند و سه عضو ۵، ۷ و ۹، قطعاً حضور ندارند، ولی هر یک از اعضای ۲، ۴، ۶ و ۸ می‌توانند در مجموعه‌ی A باشند یا نباشند بنابراین تعداد مجموعه‌های ممکن برای مجموعه‌ی A، برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی $\{۲,۴,۶,۸\}$، یعنی $۲^۴=۱۶$ می‌باشد.

(جبرواحتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۴۸ *(امیرحسین ابومحبوب)*

با استفاده از قضایای جبر مجموعه‌ها می‌توان نشان داد که $P(A\cap B)=P(A)\cap P(B)$، یعنی گزینه‌های «۱» و «۳» همواره برقرار هستند و $P(A)\cup P(B)\subseteq P(A\cup B)$، یعنی گزینه‌ی «۲» نیز همواره صحیح است. به عنوان مثال نقض برای گزینه‌ی «۴» می‌توان مجموعه‌های $A=\{۱\}$ و $B=\{۲\}$ را در نظر گرفت.

$$\begin{cases}P(A)=\{\phi,\{۱\}\}\\P(B)=\{\phi,\{۲\}\}\end{cases}\Rightarrow P(A)\cup P(B)=\{\phi,\{۱\},\{۲\}\}$$

با توجه به آن‌که $A\cup B=\{۱,۲\}$ می‌باشد، $P(A\cup B)=\{\phi,\{۱\},\{۲\},\{۱,۲\}\}$ و مشاهده می‌شود که $P(A\cup B)\not\subseteq P(A)\cup P(B)$.

(جبرواحتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۳۹ تا ۵۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۹- (امیرحسین ابومحبوب)

با توجه به نمودار ون، مجموعه‌ها به‌ترتیب عبارتند از:

۱) $B \cup (A \cap C) = \{c, d, e, f, g, h, i, j\}$

۲) $A \cup (B \cap C) = \{a, b, c, d, e, f, j\}$

۳) $C \cup (A \cap B) = \{c, d, e, f, j, k, l\}$

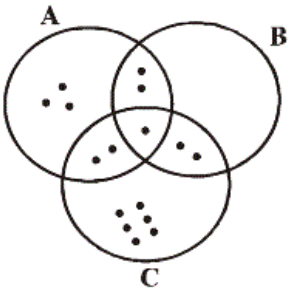
۴) $C \cap (A \cup B) = \{f, d, e, j\}$

واضح است که مجموعه‌ی گزینه‌ی «۱»، تعداد اعضای بیش‌تری از سایرین دارد.

(جبرواحتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۴۱ تا ۵۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۵۰- (سروش موئینی)



مجموعه‌های A، B و C در نمودار ون زیر با اعضای خود مشخص شده‌اند. مطابق نمودار ون، ۳ عضو تنها به A و ۶ عضو تنها به C تعلق دارند، پس در مجموع ۹ عضو، فقط به یکی از این سه مجموعه متعلق هستند.

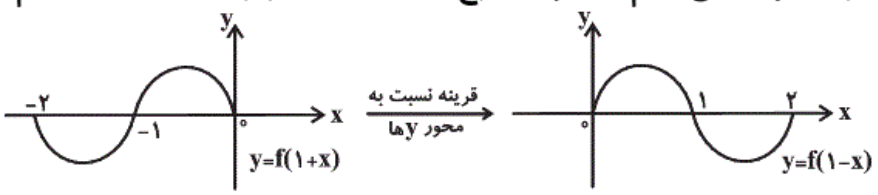
(جبرواحتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۴۱ تا ۵۰)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

ریاضي ، حسابان-سوالات موازی ، - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۱۰۱- (محمدمهدی محسن‌زاده طبری)

ابتدا نمودار $y = f(x)$ را یک واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم تا نمودار تابع $y = f(1+x)$ به دست آید. سپس نمودار را نسبت به محور y ها قرینه می‌کنیم تا نمودار تابع $y = f(1-x)$ به‌دست آید. داریم:



(حسابان- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۲- *(امیرحسین افشار)*

اگر $x = ۰$ را در تابع قرار دهیم محل برخورد با محور yها به‌دست می‌آید.

$$x = ۰ \Rightarrow y = ۲ \times ۲^{۰+۱} + ۲ = ۶$$

با توجه به این‌که کم‌ترین مقدار تابع نمی‌تواند کم‌تر یا مساوی ۲ باشد، پس گزینه‌ی «۴» صحیح است.

(حسابان- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۳- *(عزیزاله علی‌اصغری)*

ضابطه‌ی نمودارهای حاصل را می‌یابیم:

$$\begin{cases} f_۱(x) = x - ۳ \\ g_۲(x) = ۲|x| + ۳ \end{cases} \Rightarrow f_۱(x) + g_۲(x) = x + ۲|x|$$

$$= \begin{cases} ۳x & , \ x \geq ۰ \\ -x & , \ x < ۰ \end{cases}$$

که نمودار آن به‌صورت نمودار گزینه‌ی ۴ است.

(حسابان- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۴- *(فریدون ساعتی)*

$$D_f = \{۱,۲,۳,۴,۵\}$$

$$R_f = \{f(۱), f(۲), \ldots, f(۵)\} \xrightarrow{f(x)=۲x-۱} R_f = \{۱,۳,۵,۷,۹\}$$

$$\Rightarrow f = \{(۱,۱),(۲,۳),(۳,۵),(۴,۷),(۵,۹)\}$$

$$fof(x) = f(f(x)) = \{(۱,۱),(۲,۵),(۳,۹)\}$$

(حسابان- صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

$$\Rightarrow ۲^{۲a} = ۳ \Rightarrow ۲^{a} = \sqrt{۳}$$

$$g(b) = ۴ \Rightarrow \frac{۲^{b} + ۲^{-b}}{۲^{b} - ۲^{-b}} = ۴ \Rightarrow \frac{۲^{b}(۲^{b} + ۲^{-b})}{۲^{b}(۲^{b} - ۲^{-b})} = ۴$$

$$\Rightarrow \frac{۲^{۲b} + ۱}{۲^{۲b} - ۱} = ۴$$

$$۲^{۲b} + ۱ = ۴ \times ۲^{۲b} - ۴ \Rightarrow ۲^{۲b} = \frac{۵}{۳} \Rightarrow ۲^{b} = \frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۳}}$$

$$\Rightarrow f(a+b) = ۲^{a+b} = ۲^{a} \times ۲^{b} = \sqrt{۳} \times \frac{\sqrt{۵}}{\sqrt{۳}} = \sqrt{۵}$$

(حسابان- صفحه‌های ۶۴ تا ۷۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۶ *(امیرهوشنگ خمسه)*

$$D_{\frac{g}{f}} = D_f \cap D_g - \{x \mid f(x) = ۰\}$$

$$D_f : x^۲ - ۱ \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۱ \text{ یا } x \leq -۱$$

$$D_g : ۴ - x^۲ \geq ۰ \Rightarrow -۲ \leq x \leq ۲$$

$$D_f \cap D_g \Rightarrow [-۲,-۱] \cup [۱,۲]$$

$$f(x) = ۰ \Rightarrow x + \sqrt{x^۲ - ۱} = ۰ \Rightarrow -x = \sqrt{x^۲ - ۱}$$

$$\xrightarrow{x<۰} x^۲ = x^۲ - ۱ \text{ ریشه ندارد} \Rightarrow D_{\frac{g}{f}} = [-۲,-۱] \cup [۱,۲]$$

با جایگذاری مقدار $a = ۲$ در گزینه‌ی «۲»، به $D_{\frac{g}{f}}$ می‌رسیم، پس این گزینه صحیح است.

(حسابان- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۰۷ *(امیرهوشنگ خمسه)*

$$x = -۱ : \begin{cases} f(-۱) = ۲ \\ g(-۱) = \frac{۱}{۲} \end{cases} \quad , \quad x = ۲ : \begin{cases} f(۲) = ۳ \\ g(۲) = ۵ \end{cases}$$

$$x = ۰ : \begin{cases} f(۰) = ۱ \\ g(۰) = ۱ \end{cases} \quad , \quad x = ۴ : \begin{cases} f(۴) = ۵ \\ g(۴) = ۱۷ \end{cases}$$

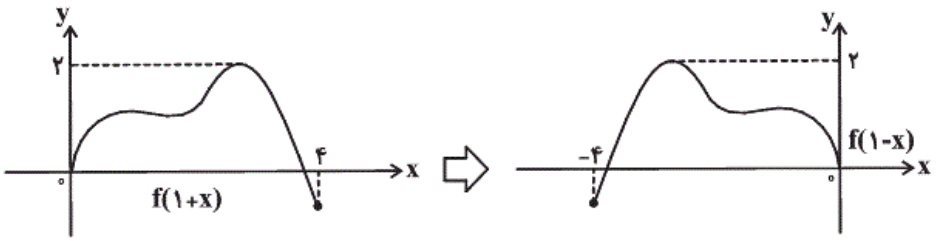
جمع تمام مقادیر برد $f + g$ از جمع عبارات بالا حاصل می‌شود، یعنی:

$$۲ + \frac{۱}{۲} + ۳ + ۵ + ۱ + ۱ + ۵ + ۱۷ = ۳۴ / ۵$$

(حسابان- صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا



با توجه به شکل، دامنه‌ی تابع $y=f(۱-x)$ برابر $[-۴,۰]$ است به‌علاوه دامنه‌ی $g(x)$ برابر $\{-۱,۲,-۳,-۲,۵\}$ است که اشتراک آن‌ها برابر $\{-۱,-۳,-۲\}$ است به‌علاوه دقت کنید به‌ازای $x=-۲$ مخرج صفر می‌شود. پس دامنه‌ی تابع $y=\frac{f(۱-x)}{g(x)+۱}$ برابر $\{-۱,-۳\}$ است و دو عضو دارد.

(حسابان- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۰۹ (محمدمصطفی ابراهیمی)

دامنه‌ی $f(۲x)$ برابر $[-۱,۲]$ است، اول دامنه‌ی $f(x)$ را پیدا می‌کنیم:

$$-۱\le x\le ۲\Rightarrow -۲\le ۲x\le ۴$$

پس دامنه‌ی $f(x)$ بازه‌ی $[-۲,۴]$ است.

حالا دامنه‌ی $f(|x+۱|)$ و $f(\log_۲^{x+۱})$ را جداگانه حساب می‌کنیم و بین دامنه‌ی آن‌ها اشتراک می‌گیریم تا دامنه‌ی $g(x)$ به‌دست آید.

$$f(|x+۱|)\Rightarrow -۲\le |x+۱|\le ۴$$

$$\Rightarrow -۴\le x+۱\le ۴\Rightarrow -۵\le x\le ۳ \qquad (۱)$$

$$f(\log_۲^{x+۱})\Rightarrow \begin{cases} x+۱>۰\Rightarrow x>-۱ & (۲)\\ -۲\le \log_۲^{x+۱}\le ۴\Rightarrow \frac{۱}{۴}\le x+۱\le ۱۶ & \\ \Rightarrow \frac{-۳}{۴}\le x\le ۱۵ & (۳)\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک (۲) و (۳)}} f(\log_۲^{x+۱}) \text{ دامنه‌ی } =[-\tfrac{۳}{۴},۱۵] \qquad (۴)$$

$$\xrightarrow{\text{اشتراک (۱) و (۴)}} D_g:[-۵,۳]\cap[-\tfrac{۳}{۴},۱۵]=[-\tfrac{۳}{۴},۳]$$

(حسابان- صفحه‌های ۵۴ تا ۶۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۰- (محمد فندان)

چون تابع f خطی است پس می‌توان آن‌را به‌صورت $f(x)=ax+b$ نمایش داد.

$$f(g(x))=ag(x)+b=2x^2-6x-1$$

$$\Rightarrow ag(x)=2x^2-6x-1-b \Rightarrow g(x)=\frac{2x^2-6x-1-b}{a}$$

$$g(f(x))=g(ax+b)=\frac{2(ax+b)^2-6(ax+b)-1-b}{a}$$

$$=4x^2-10x+4$$

$$\Rightarrow \frac{2a^2x^2+ax(4b-6)+2b^2-7b-1}{a}=4x^2-10x+4$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۱- (عنایت‌الله کشاورزی)

با جای‌گذاری $\sqrt{2}$ در عبارت x^2+x داریم:

$$(\sqrt{2})^2+\sqrt{2}\geq 0 \Rightarrow f(\sqrt{2})=-1$$

$$f(f(f(\sqrt{2})))=f(f(-1)) \overset{(-1)^2+(-1)\geq 0}{=\!=\!=} f(-1)=-1$$

(حسابان، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

✓۱ ۲ ۳ ۴

۱۱۲- (امیرهوشنگ خمسه)

تابع $f(x)=x$ یک تابع همانی است، پس $f(1)=1$ است.

$$\frac{2b}{9(1)+1}=1 \Rightarrow b=5$$

$$\frac{ax^2+cx+d}{x+2}=x \Rightarrow ax^2+cx+d=x^2+2x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ c=2 \\ d=0 \end{cases}$$

$$f(-2)=-2 \Rightarrow e=-2$$

$$f(a+b+c+d+e)=f(1+5+2+0-2)=f(6)=6$$

(حسابان- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷، ۵۰ و ۵۱)

۱ ✓۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۴ (بهاره صادقین)

باید داشته باشیم:

$$-x^۲+۵x-۶>۰\Rightarrow -(x-۲)(x-۳)>۰$$
$$\Rightarrow (x-۲)(x-۳)<۰$$

x		۲		۳	
$x-۲$	−	۰	+	|	+
$x-۳$	−	|	−	۰	+
$(x-۲)(x-۳)$	+	۰	−	۰	+

$$D_f=(۲,۳)$$

(حسابان- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

$$\Rightarrow \begin{cases} t_۱=۱ \\ t_۲=\frac{c}{a}=۸ \end{cases}$$

t		۱		۸	
$-t^۲+۹t-۸$	−	۰	+	۰	−

$$۱\le t\le ۸$$
$$۲^۰=۱\le ۲^x\le ۸=۲^۳\Rightarrow ۰\le x\le ۳$$
$$\Rightarrow \max(b-a)=۳-۰=۳$$

(حسابان- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

-۱۱۵ (کاظم اجلالی)

$$x+y+\sqrt{x^۲+y^۲}=۴\Rightarrow x+y+\sqrt{(x+y)^۲-۲xy}=۴$$
$$\Rightarrow t+\sqrt{t^۲-۲xy}=۴$$

از آن‌جا که داریم $S=\frac{xy}{۲}$، بنابراین می‌توان نوشت:

$$t+\sqrt{t^۲-۴S}=۴\Rightarrow (۴-t)^۲=t^۲-۴S$$
$$\Rightarrow ۱۶+t^۲-۸t=t^۲-۴S\Rightarrow ۴S=۸t-۱۶$$
$$\Rightarrow S(t)=۲t-۴$$

(حسابان- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

---

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۶ (محمدمصطفی ابراهیمی)

اول باید مقدار $f(۰)$ را پیدا کنیم. به‌ازای $x=-\frac{۱}{۲}$ داریم:

$$f(۰)+\frac{۱}{۴}f(۰)=۲(\frac{۱}{۴})+۴(-\frac{۱}{۲})-۱$$

$$\Rightarrow \frac{۵}{۴}f(۰)=\frac{۱}{۲}-۳=-\frac{۵}{۲}\Rightarrow f(۰)=-۲$$

$$f(۲x+۱)-۲x^۲=۲x^۲+۴x-۱$$

$$\Rightarrow f(۲x+۱)=۴x^۲+۴x-۱$$

$$\Rightarrow f(۲x+۱)=(۴x^۲+۴x+۱)-۲=(۲x+۱)^۲-۲$$

$$\Rightarrow f(x)=x^۲-۲\xrightarrow{x=\sqrt{۷}}f(\sqrt{۷})=(\sqrt{۷})^۲-۲$$

$$=۷-۲=۵$$

(حسابان- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

$$\xrightarrow{x\neq ۳}\frac{x^۲-۹}{x-۳}=mx+n\Rightarrow\frac{(x-۳)(x+۳)}{x-۳}=mx+n$$

$$\xrightarrow{x\neq ۳}(x+۳)=mx+n\Rightarrow\begin{cases}m=۱\\n=۳\end{cases}\Rightarrow g(x)=x+۳$$

از طرفی $f(۳)=g(۳)=۶$ است. (حسابان- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۱۸ (حمید زرین‌کفش)

رابطه‌ی زوج مرتبی زمانی تابع است که مؤلفه‌های اول زوج‌مرتب‌های متمایز آن یکسان نباشند و در صورت برابری مولفه‌های اول، مولفه‌ی دوم متناظر با آن‌ها نیز با هم برابر باشد.

$$\begin{cases}(۲,m^۲+۱)\in f\\(\sqrt{۴},۲m+۴)\in f\end{cases}\Rightarrow m^۲+۱=۲m+۴$$

$$\Rightarrow m^۲-۲m-۳=۰\Rightarrow(m-۳)(m+۱)=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}m=۳\\m=-۱\end{cases}$$

$$m=۳\Rightarrow f=\{(۲,۱۰),(۱۰,۲),(۴,۴),(-۲,۲)\}$$

$$m=-۱\Rightarrow f=\{(۲,۲),(۴,۰),(-۲,-۲)\}$$

به‌ازای هر دو مقدار m، رابطه f، تابع است. پس هر دو مقدار m قابل‌قبول است.

(حسابان- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

---

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۹- (مهرداد ملوندی)

$$g(x)=\frac{f(x)-۱}{f(x)+۱}=\frac{f(x)+۱-۲}{f(x)+۱}=۱-\frac{۲}{f(x)+۱}$$

$$f(x)<-۱\Rightarrow f(x)+۱<۰\Rightarrow \frac{۱}{f(x)+۱}<۰\Rightarrow \frac{-۲}{f(x)+۱}>۰$$

$$\Rightarrow ۱-\frac{۲}{f(x)+۱}>۱\Rightarrow g(x)>۱$$

$$\Rightarrow g(x)\in(۱,+\infty)$$

(حسابان- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷ و ۶۹ تا ۷۳)

۴ ✓ ۳ ۲ ۱

۱۲۰- (ایمان نفستین)

$$g(\frac{x}{۲})=\{(۶,\frac{۱}{۲}),(۸,۲),(۱۰,-۱),(۱۴,۳)\}$$

$$۲g(\frac{x}{۲})=\{(۶,۱),(۸,۴),(۱۰,-۲),(۱۴,۶)\}$$

$$x=۶\xrightarrow{۲g(\frac{x}{۲})}۱\xrightarrow{f}۲\Rightarrow(۶,۲)$$

$$x=۸\xrightarrow{۲g(\frac{x}{۲})}۴\xrightarrow{f}-۲\Rightarrow(۸,-۲)$$

$$x=۱۰\xrightarrow{۲g(\frac{x}{۲})}-۲\xrightarrow{f}۲\Rightarrow(۱۰,۲)$$

$$x=۱۴\xrightarrow{۲g(\frac{x}{۲})}۶\xrightarrow{f}\text{وجود ندارد}$$

$$\Rightarrow f(۲g(\frac{x}{۲}))=\{(۶,۲),(۸,-۲),(۱۰,۲)\}$$

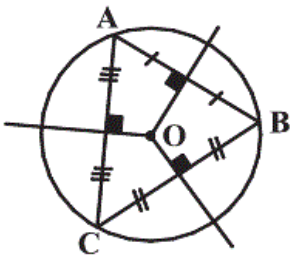
(حسابان- صفحه‌های ۵۴ تا ۷۳)

۴ ✓ ۳ ۲ ۱

---

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۱ (محمدابراهیم گیتی‌زاده)



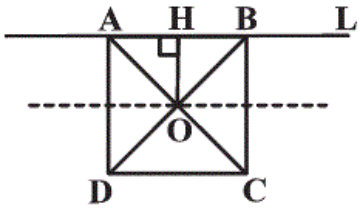
نقطه‌ی O از سه رأس مثلث به یک فاصله است. مکان هندسی نقاط صفحه که از دو نقطه‌ی A و B به یک فاصله باشند، عمودمنصف پاره‌خط AB است. بنابراین، باید نقطه‌ی O روی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC قرار داشته، یعنی نقطه‌ی همرسی عمودمنصف‌ها باشد.

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۳۲ (محمدابراهیم گیتی‌زاده)

طول ضلع مربع $S = a^2 = ۲۴ \Rightarrow a = ۲\sqrt{۶}$



O نقطه برخورد دو قطر مربع، مرکز مربع است که فاصله‌ی آن از ضلع AB یا از خط L نصف طول ضلع مربع است، $HO = \sqrt{۶}$. بنابراین، نقطه‌ی O روی خطی موازی با L و به فاصله $\sqrt{۶}$ واحد از آن است. اما اگر C و D بالای خط L واقع باشند، این خط بالای L قرار می‌گیرد، پس می‌توان گفت مکان هندسی O دو خط موازی با L و به فاصله‌ی $\sqrt{۶}$ واحد از آن است.

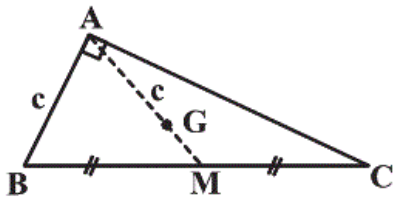
(هندسه ۲- استدلال در هندسه- صفحه‌های ۳۱ تا ۳۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۳ (حسین حاجیلو)

مطابق شکل داریم:



$$AG = AB = c$$

$$AG = c \Rightarrow AM = \frac{۳}{۲}c$$

$$\Rightarrow BC = ۲AM = ۳c$$

$$AC = \sqrt{BC^۲ - AB^۲} = \sqrt{۹c^۲ - c^۲} = ۲\sqrt{۲}c$$

یعنی طول اضلاع این مثلث به‌ترتیب برابرند با:

$$c, ۲\sqrt{۲}c, ۳c$$

یعنی طول بزرگ‌ترین ضلع سه برابر طول کوچک‌ترین ضلع است.

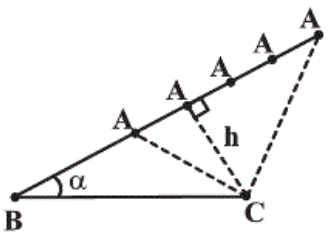
(هندسه ۲- استدلال در هندسه- صفحه‌ی ۳۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

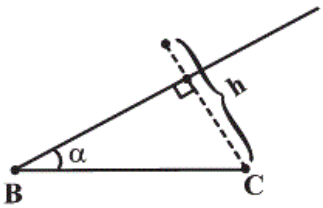
-۱۳۴ (حمید گروسی)

برای رسم مثلث ABC ابتدا ضلع BC را به اندازه‌ی a واحد و نیم‌خطی با زاویه‌ی α از رأس B رسم می‌کنیم. سپس برای دو جزء دیگر دو حالت زیر برقرار است:

۱) فاصله‌ی C تا نیم‌خط گذرنده از B برابر طول ارتفاع CH باشد (بی‌شمار جواب)



۲) فاصله‌ی C تا نیم‌خط گذرنده از B برابر طول ارتفاع CH نباشد (عدم جواب)

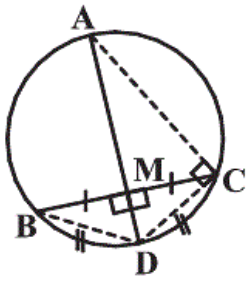


(هندسه ۲- استدلال در هندسه- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۵- (محمد خندان)

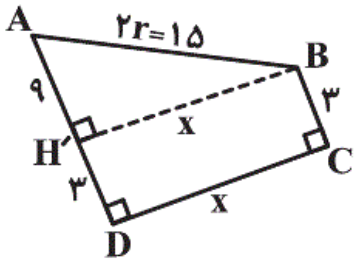


از آنجا که AD وتر و کمان BC را نصف کرده است، پس قطر دایره است. در نتیجه مثلث ACD قائم‌الزاویه است. چون $AD = ۲BC = ۴CM$ و CM ارتفاع وارد بر وتر است، پس $D\hat{A}C = ۱۵^\circ$ (در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که ارتفاع یک چهارم وتر باشد، یک زاویه ۱۵° است)، داریم:

$$A\hat{D}C = ۷۵^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{AB} = ۱۵۰^\circ$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۴۶ تا ۵۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴



$$OH = \frac{BC + AD}{۲}$$

$$\Rightarrow r = \frac{۳ + ۱۲}{۲} = ۷/۵$$

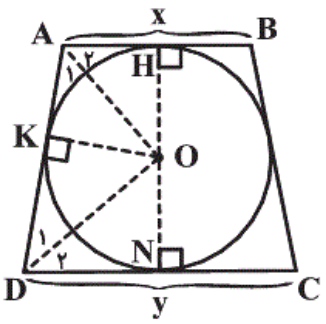
$$x = \sqrt{۱۵^۲ - ۹^۲} = ۱۲$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۴۶ تا ۵۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۷ (عباس اسدی امیرآبادی)



O مرکز دایره‌ی محاطی است، پس محل تلاقی نیمسازهای زوایای داخلی ذوزنقه است، بنابراین:

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 + \hat{D}_1 + \hat{D}_2 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2\hat{A}_1 + 2\hat{D}_1 = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{D}_1 = 90^\circ$$

$$\Rightarrow A\hat{O}D = 90^\circ$$

پس مثلث AOD قائم‌الزاویه است.

از طرفی چون طول دو مماس رسم شده از دو راس A و D بر دایره با هم برابرند، داریم:

$$AH = \frac{x}{2} \Rightarrow AK = \frac{x}{2}$$

$$DN = \frac{y}{2} \Rightarrow KD = \frac{y}{2}$$

می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه ارتفاع وارد بر وتر، واسطه‌ی هندسی بین دو قطعه ایجاد شده روی وتر است.

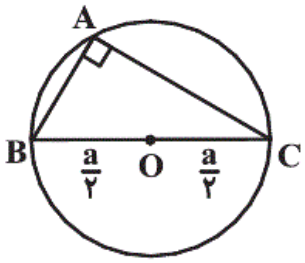
$$OK^2 = AK.KD \Rightarrow r^2 = \frac{x}{2}.\frac{y}{2} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{xy}}{2}$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۵۲ و ۵۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۸- *(سروش موئینی)*



این مثلث قائم‌الزاویه است زیرا $۴^۲ = ۳^۲ + (\sqrt{۷})^۲$ و در مثلث قائم‌الزاویه، شعاع دایره‌ی محیطی برابر با نصف طول وتر (بزرگ‌ترین ضلع) است:

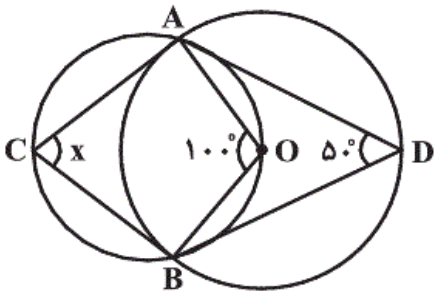
پس: $R = \frac{a}{۲} = \frac{۴}{۲} = ۲$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۵۸ و ۵۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۳۹- *(رضا عباسی‌اصل)*

از O به A و B وصل می‌کنیم. داریم:



زاویه‌ی محاطی $\hat{D} = \frac{\overset{\frown}{AB}}{۲} \Rightarrow \overset{\frown}{AB} = ۱۰۰^\circ$

زاویه‌ی مرکزی $A\hat{O}B = \overset{\frown}{AB} \Rightarrow A\hat{O}B = ۱۰۰^\circ$

چهارضلعی AOBC محاطی است، پس در آن زاویه‌های روبه‌رو مکمل یک‌دیگرند، بنابراین:

$$x + ۱۰۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow x = ۸۰^\circ$$

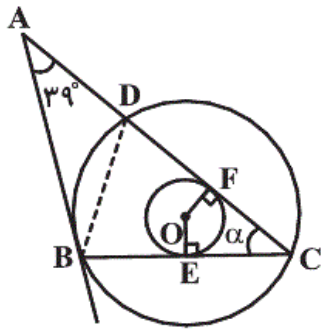
(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۰

(محمدطاهر شعاعی)



می‌دانیم اگر فاصله‌ی مرکز دایره از دو وتر برابر باشد، آن‌گاه دو وتر مساویند.

$$\text{شعاع دایره‌ی کوچک‌تر}: OE = OF \Rightarrow BC = CD$$

$$\Rightarrow D\hat{B}C = B\hat{D}C = \frac{۱۸۰^\circ - \alpha}{۲}$$

$$\text{زاویه‌ی خارجی}: B\hat{D}C = \hat{A} + A\hat{B}D$$

$$\text{زاویه‌ی ظلی}: A\hat{B}D = \frac{\overset{\frown}{BD}}{۲} \Rightarrow \frac{۱۸۰^\circ - \alpha}{۲} = ۳۹^\circ + \frac{\overset{\frown}{BD}}{۲}$$

از طرفی $B\hat{C}D = \frac{\overset{\frown}{BD}}{۲}$ (زاویه‌ی محاطی) پس $\alpha = \frac{\overset{\frown}{BD}}{۲}$. در نتیجه:

$$۹۰^\circ - \frac{\alpha}{۲} = ۳۹^\circ + \alpha \Rightarrow \frac{۳\alpha}{۲} = ۵۱^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{۲ \times ۵۱^\circ}{۳} = ۲ \times ۱۷^\circ = ۳۴^\circ$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۵۸ تا ۶۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

ریاضي ، جبر و احتمال - گواه ، - ۱۳۹۵۱۰۰۳

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۱- *(سراسری ریاضی - ۸۲)*

تعداد مجموعه‌هایی مانند X که در رابطه‌ی $A \subseteq X \subseteq B$ صدق می‌کنند، برابر است با $۲^{n(B)-n(A)}$ و بنابر فرض این مسئله داریم $\{a\} \subseteq X \subseteq \{a,b,\{a\},\{b\}\}$ پس تعداد مجموعه‌هایی مانند X برابر است با:

$$۲^{۴-۱} = ۲^{۳} = ۸$$

(جبرواحتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱ | ۲ ✓ | ۳ | ۴

۱۵۲- *(سراسری ریاضی ۸۱)*

$$A = \{۱۰,۱۱,۱۲,...,۹۹\}$$

$$B = \{۷k; k \in A\} = \{۷۰,۷۷,۸۴,...,۶۹۳\}$$

$$\Rightarrow A \cap B = \{۷k; ۱۰ \leq ۷k \leq ۹۹\} = \{۷۰,۷۷,...,۹۸\}$$

$$۷۰ \leq ۷k \leq ۹۸ \Rightarrow ۱۰ \leq k \leq ۱۴$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = ۱۴ - ۱۰ + ۱ = ۵$$

$$\Rightarrow n[P(A \cap B)] = ۲^{۵} = ۳۲$$

(جبرواحتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۳۹، ۴۰ و ۴۷ تا ۵۰)

۱ | ۲ | ۳ | ۴ ✓

۱۵۳- *(کتاب آبی جبرواحتمال- صفحه‌ی ۱۸- سؤال ۶۸)*

برطبق استدلال استقرایی ثابت می‌شود که برای هر عدد طبیعی $n \geq ۵$ همواره $۲^{n} > n^{۲}$ است. بنابراین گزینه‌ی۲ تنها شامل ۳ عضو $\{۲,۳,۴\}$ بوده و متناهی است ولی گزینه‌های دیگر نامتناهی هستند.

(جبرواحتمال – مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱ | ۲ ✓ | ۳ | ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۴- (سراسری ریاضی - ۸۶)

$$|A|=۵+|B|$$

نسبت تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی A به مجموعه‌ی B برابر

است با: $\frac{۲^{|A|}}{۲^{|B|}}=\frac{۲^{۵}\times ۲^{|B|}}{۲^{|B|}}=۳۲$

(جبرواحتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۵۵- (سراسری خارج از کشور ریاضی- ۸۸)

$$A_n=\left\{m\in Z \middle| m\geq -n, ۲^m\leq n\right\}$$

$$A_۳=\left\{m\in Z \middle| m\geq -۳, ۲^m\leq ۳\right\}=\{-۳,-۲,-۱,۰,۱\}$$

$$A_۴=\left\{m\in Z \middle| m\geq -۴, ۲^m\leq ۴\right\}=\{-۴,-۳,-۲,-۱,۰,۱,۲\}$$

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۵۶- (کتاب آبی جبرواحتمال- صفحه‌ی ۲۰- سؤال ۷۹)

$$\{a,\varnothing\}\cup\{\{\{\varnothing\},\{a\},a\}\}=\{a,\varnothing,\{\{\varnothing\},\{a\},a\}\}$$

این مجموعه دارای ۳ عضو است.

(جبرواحتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۵۷- (کتاب آبی جبرواحتمال- صفحه‌ی ۲۰- سؤال ۸۷)

بر اساس فرض این مسئله، $A_۱\cap A_۲\cap ...\cap A_۸$ مجموعه‌ای است که کوچک‌ترین عضو آن کوچک‌ترین عضو $A_۸$ است، یعنی ۸ و بزرگ‌ترین عضو آن بزرگ‌ترین عضو $A_۱$ خواهد بود، یعنی ۱۰ و در نتیجه مجموعه‌ی $A_۱\cap A_۲\cap ...\cap A_۸=\{۸,۹,۱۰\}$، ۳ عضو دارد.

(جبرواحتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۴۷ تا ۵۰)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۸- *(سراسری ریاضی - ۸۴)*

طبق فرض داریم:

$$A_1 = (-1,2), A_2 = (2,4), A_3 = (-3,6), A_4 = (4,8)$$

$$\Rightarrow \bigcup_{n=1}^{4} A_n = (-3,8)$$

$\{-2,-1,0,1,2,...,7\}$ مجموعه‌ی اعداد صحیح در این بازه است که دارای ۱۰ عضو می‌باشد.

(جبرواحتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۵۹- *(کتاب آبی جبرواحتمال- صفحه‌ی ۲۰- سؤال ۹۰)*

بنابر فرض مسئله داریم $A \cup B = \{1,2,3,4,5\}$ و $A \cap B = \{2,3,4\}$، تعداد مجموعه‌هایی مانند X که در رابطه‌ی $A \cap B \subseteq X \subseteq A \cup B$ صدق می‌کنند، برابر است با:

$$2^{n(A \cup B) - n(A \cap B)} = 2^{5-3} = 2^2 = 4$$

(جبرواحتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۳۶ تا ۵۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۶۰- *(کتاب آبی جبرواحتمال- صفحه‌ی ۲۱- سؤال ۱۰۶)*

این ناحیه به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\{x \in C; x \in A \text{ یا } x \in B\} = \{x \in C; x \in A \cup B\}.$$

$$= (A \cup B) \cap C$$

(جبرواحتمال- مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۴۱ تا ۵۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.kanoon.ir

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا