



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، - ۱۳۹۵۰۹۱۹

۱۰۱- در یک جمع سه نفره، با چه احتمالی همه در یک روز هفته به دنیا آمده‌اند؟

$$\frac{1}{243} \quad (1) \quad \frac{242}{243} \quad (2) \quad \frac{1}{49} \quad (3) \quad \frac{48}{49} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- از بین ۵ سکه‌ی اصل و ۴ سکه‌ی تقلبی، ۴ سکه به تصادف انتخاب می‌کنیم. اگر در بین سکه‌های انتخابی، سکه‌ی تقلبی موجود باشد، چه قدر احتمال دارد تنها یک سکه‌ی تقلبی در بین سکه‌ها باشد؟

$$\frac{40}{121} \quad (1) \quad \frac{64}{121} \quad (2) \quad \frac{4}{11} \quad (3) \quad \frac{7}{11} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- دو تاس سفید و قرمز را با هم پرتاب می‌کنیم. اگر X ، قدرمطلق تفاضل اعداد رو شده‌ی دو تاس باشد. آن‌گاه $P(X \leq 1)$ کدام است؟

$$\frac{1}{6} \quad (1) \quad \frac{11}{36} \quad (2) \quad \frac{4}{9} \quad (3) \quad \frac{5}{18} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x \geq 0 \\ 2x + 1, & x < 0 \end{cases}$ و $g(x) = \frac{x-1}{2}$ ، آن‌گاه مجموع طول نقاط برخورد تابع $f \circ g$ با محور x ها کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (1) \quad -1 \quad (2) \quad 3 \quad (3) \quad 2 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- بین دو عدد ۲۱ و ۵۳، k عدد را طوری قرار می‌دهیم که این جملات تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند. اگر مجموع همه‌ی جملات ۳۷۰ باشد، k کدام است؟

$$8 \quad (1) \quad 6 \quad (2) \quad 7 \quad (3) \quad 9 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- دنباله‌ی $a_n = \frac{(-1)^n}{n+2}$ چگونه است؟

(۱) صعودی- کراندار

(۲) نزولی- کراندار

(۳) نه صعودی و نه نزولی- کراندار

(۴) نه صعودی و نه نزولی- غیر کراندار

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- در یک دنباله‌ی هندسی صعودی، مجموع جملات دوم و پنجم ۱۲ و تفاضل جملات دوم و هشتم ۸۴ است. جمله‌ی دوم دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) ۱

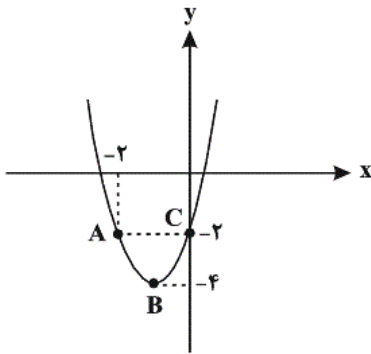
شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- مجموعه‌ی جواب معادله‌ی $[x] - [-x] = 3$ کدام است؟ ([] : علامت جزء صحیح است).

- (۱) $(0,1)$ (۲) $[1,2)$ (۳) $\{\frac{3}{2}\}$ (۴) $(1,2)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- نمودار تابع درجه دوم $y = f(x)$ مطابق شکل زیر است. مجموع مربعات ریشه‌های معادله‌ی $f(x) = 0$ کدام است؟



(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- برد تابع $f(x) = 2^{x+1}$ را به بازه‌ی $(a, b]$ محدود کرده‌ایم که برای تابع $g(x) = \sqrt{6-2x}$ ترکیب $g \circ f^{-1}$ قابل انجام باشد. حداکثر مقدار $(b-a)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، - ۱۳۹۵۰۹۱۹

۱۱۱- اگر $\tan x > 0$ و $\sin x < 0$ باشد، انتهای کمان x در کدام ناحیه‌ی مثلثاتی قرار دارد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر مقدار $\tan 20^\circ = \frac{0}{3}$ باشد، مقدار عبارت $A = \frac{\sin 110^\circ + \cos 34^\circ}{2 \cos 110^\circ + \cos 65^\circ}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{20}{3}$ (۲) ۵ (۳) $-\frac{20}{9}$ (۴) $-\frac{17}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- بیشترین مقدار عبارت $\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- دوره‌ی تناوب اصلی تابع $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$ کدام است؟

- (۱) 2π (۲) π (۳) $\frac{\pi}{2}$ (۴) $\frac{\pi}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- مساحت مثلث ABC برابر $2\sqrt{3}$ است. اگر $BC = 2\sqrt{3}$ و $AC = 4$ و زاویه‌ی حاده باشد، اندازه‌ی

زاویه‌ی B کدام است؟

- (۱) 90° (۲) 135° (۳) 120° (۴) 30°

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- حاصل $\frac{\sin 20^\circ + \tan 30^\circ \cos 20^\circ}{\sin 50^\circ}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- حاصل $\frac{1}{\tan^2 15^\circ} - \frac{1}{\cot^2 15^\circ}$ کدام است؟

- (۱) $8\sqrt{3}$ (۲) $-8\sqrt{3}$ (۳) $4\sqrt{3}$ (۴) $-4\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- اگر انتهای کمان زاویه‌ی x در ناحیه‌ی دوم مثلثاتی باشد و داشته باشیم $\cos(\pi + 2x) = \frac{1}{3}$ ، مقدار

$\tan x$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $-\sqrt{3}$ (۳) $-\sqrt{5}$ (۴) $-\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- اگر $\sin(x + \frac{\pi}{6}) + \cos(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{14}}{4}$ باشد، آن‌گاه حاصل $\cos 2x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{7}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{5}$

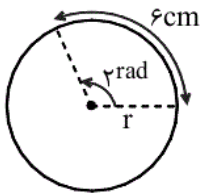
۱۲۰- اگر $\sin x - 2 \cos x = 0$ باشد، مقدار $\tan 2x$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{4}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی پایه - گواه، - ۱۳۹۵۰۹۱۹

۱۲۱- مساحت دایره‌ی زیر چند سانتی‌متر مربع است؟



- (۱) 6π (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) 9π (۴) $\frac{\pi}{9}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- نقطه‌ی $(0, -1)$ را حول مبدأ مختصات به اندازه‌ی 120° در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران

می‌دهیم. مختصات نقطه‌ی جدید کدام است؟

- (۱) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ (۲) $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}\right)$ (۳) $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ (۴) $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{-1}{2}\right)$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- اگر $x = 284^\circ$ ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

- (۱) $\cos x < \sin x$ (۲) $\tan x < \sin x$ (۳) $\tan^2 x < \sin^2 x$ (۴) $\cos x < \tan x$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- اگر $\alpha + \beta = 135^\circ$ و $\tan(\alpha - \beta) = \frac{3}{4}$ باشد، مقدار کسر $\frac{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- اگر α زاویه‌ی منفرجه و $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$ کدام است؟

- (۱) -7 (۲) $-\frac{1}{7}$ (۳) $\frac{1}{7}$ (۴) 7

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- مقدار $\cot 75^\circ$ برابر کدام گزینه‌ی زیر است؟

- (۱) $1 + \sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2} - 1$ (۳) $2 + \sqrt{3}$ (۴) $2 - \sqrt{3}$

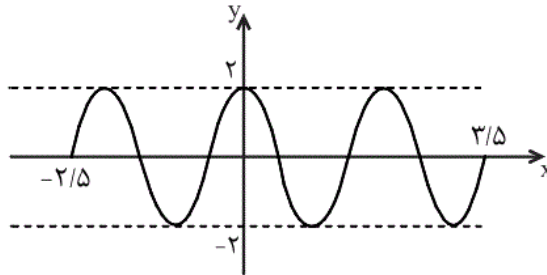
شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- اگر $\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 2\cos(\pi + x) = 1$ حاصل $\cos 2x$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{7}{9}$ (۴) -1

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- شکل زیر، قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin \pi\left(\frac{1}{T} + bx\right)$ است. $a \cdot b$ کدام است؟



- (۱) ۲
(۲) ۲/۵
(۳) ۳
(۴) ۳/۵

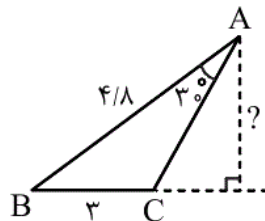
شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- مساحت مثلثی به اضلاع ۷، ۹ و ۱۲ واحد، کدام است؟

- (۱) $15\sqrt{2}$ (۲) $14\sqrt{3}$ (۳) $12\sqrt{5}$ (۴) $14\sqrt{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- در شکل زیر، فاصله‌ی نقطه‌ی A از امتداد ضلع BC، چند برابر طول AC است؟



- (۱) ۰/۵
(۲) ۰/۶
(۳) ۰/۷
(۴) ۰/۸

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، - ۱۳۹۵۰۹۱۹

-۱۰۱

(بهر ۳ طالبی)

نفر اول در هر هفت روز هفته می‌تواند به دنیا آمده باشد. (پس احتمال آن $\frac{7}{7}$ است).
نفر دوم و سوم دقیقاً باید در همان روزی که نفر اول متولد شده است، متولد شده

باشند (پس هر کدام احتمال $\frac{1}{7}$ دارند). بنابراین: $p = \frac{7}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{49}$

(امتثال) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۴

۳

۲

۱

-۱۰۲

(ایمان نfstین)

$P(\text{یک سکه تقلبی و سه سکه‌ی اصل} \mid \text{وجود حداقل یک سکه‌ی تقلبی} \mid \text{تنها یک سکه تقلبی}) = \frac{n(\text{یک سکه تقلبی و سه سکه‌ی اصل})}{n(\text{وجود حداقل یک سکه‌ی تقلبی})}$

$= \frac{n(\text{یک سکه تقلبی و سه سکه‌ی اصل})}{n(\text{وجود حداقل یک سکه تقلبی})} = \frac{n(\text{یک سکه تقلبی و سه سکه اصل})}{n(\text{کل حالات}) - n(\text{اصلاً سکه تقلبی نداریم})}$

$$= \frac{\binom{4}{1} \binom{5}{3}}{\binom{9}{4} - \binom{5}{4}} = \frac{40}{126 - 5} = \frac{40}{121}$$

(امتثال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸ تا ۱۲)

۴

۳

۲

۱

(مسئله اسفینی)

باید زوج‌های مرتبی از فضای نمونه‌ای را انتخاب کنیم که در آن دو عدد رو شده یا با هم مساوی باشند و یا یکی اختلاف داشته باشند. داریم:

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1)$$

$X = 0$ یعنی اختلاف دو عدد رو شده صفر باشد که شامل عضوهای $(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)$ است.

$$A = \left\{ (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6), (1,2), (2,1), (2,3), (3,2), (3,4), (4,3), (4,5), (5,4), (5,6), (6,5) \right\}$$

$$P(X \leq 1) = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$$

(امتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۹)

۴

۳✓

۲

۱

(فرهارد نامی)

ابتدا معادله‌ی $f(x) = 0$ را حل می‌کنیم:

$$x \geq 0: x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \xrightarrow{x \geq 0} x = 1$$

$$x < 0: 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \xrightarrow{x < 0} x = -\frac{1}{2}$$

بنابراین ریشه‌های معادله‌ی $f(x) = 0$ برابر است با:

$$f(g(x)) = 0 \Rightarrow \begin{cases} g(x) = 1 \Rightarrow \frac{x-1}{2} = 1 \\ g(x) = -\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x-1}{2} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

۴

۳✓

۲

۱

(میثم حمزه‌لویی)

جملات به صورت زیر هستند:

$$21, \underbrace{\square, \square, \square, \dots, \square}_{k}, 53$$

پس تعداد کل جملات $k+2$ است. در نتیجه مجموع این جملات برابر است با:

$$S_{k+2} = \frac{k+2}{2} (21 + 53)$$

$$\Rightarrow 370 = \frac{k+2}{2} (74) \Rightarrow 370 = (k+2)(37)$$

$$\Rightarrow k+2 = 10 \Rightarrow k = 8$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۴

۳

۲

۱✓

(بورا طالبی)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n}{n+2} = \frac{\pm 1}{\infty} = 0$$

حد دنباله را محاسبه می‌کنیم:

پس دنباله، همگرا و در نتیجه کراندار است. از طرفی جملات دنباله به صورت زیر

$$-\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{-1}{5}, \dots$$

هستند:

پس دنباله نه صعودی و نه نزولی است.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴

۳✓

۲

۱

(سین فایلو)

مجموع جملات دوم و پنجم ۱۲ است:

$$a_5 + a_2 = 12 \Rightarrow a_1 q^4 + a_1 q = 12 \Rightarrow a_1 q (q^3 + 1) = 12 \quad (*)$$

تفاضل جملات دوم و هشتم برابر ۸۴ است:

$$a_8 - a_2 = 84 \Rightarrow a_1 q^7 - a_1 q = 84 \Rightarrow a_1 q (q^6 - 1) = 84 \quad (**)$$

طرفین تساوی‌های (*) و (**) را بر هم تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{a_1 q (q^3 + 1)}{a_1 q (q^6 - 1)} = \frac{12}{84} \Rightarrow \frac{q^3 + 1}{(q^3 - 1)(q^3 + 1)} = \frac{1}{7}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{q^3 - 1} = \frac{1}{7} \Rightarrow q^3 - 1 = 7 \Rightarrow q^3 = 8 \Rightarrow q = 2$$

$$\xrightarrow{(*)} a_1 (2)(9) = 12 \Rightarrow a_1 = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

بنابراین جمله‌ی دوم برابر است با:

$$a_2 = a_1 q = 2 \left(\frac{2}{3} \right) = \frac{4}{3}$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳✓

۲

۱

(سیرمهر رضوی پور)

$$[-x] = \begin{cases} -[x] & x \in \mathbb{Z} \\ -[x] - 1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

نکته:

$$x \in \mathbb{Z} \text{ اگر } \Rightarrow [x] - (-[x]) = 3 \Rightarrow 2[x] = 3 \Rightarrow [x] = \frac{3}{2}$$

$$x \notin \mathbb{Z} \text{ اگر } \Rightarrow [x] - (-[x] - 1) = 3 \Rightarrow 2[x] + 1 = 3 \Rightarrow [x] = 1$$

$$\Rightarrow 1 \leq x < 2 \xrightarrow{x \notin \mathbb{Z}} x \in (1, 2)$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

۴✓

۳

۲

۱

(سپهر حقیقت افشار)

طول نقطه‌ی می‌نیمم B، میانگین طول نقاط هم‌عرض A و C است، پس:

$$x_B = \frac{x_A + x_C}{2} = -1$$

$$A \begin{cases} -2 \\ -2 \end{cases} \Rightarrow -2 = a(-2)^2 + b(-2) + c$$

$$B \begin{cases} -1 \\ -4 \end{cases} \Rightarrow -4 = a(-1)^2 + b(-1) + c$$

$$C \begin{cases} 0 \\ -2 \end{cases} \Rightarrow c = -2$$

$$\begin{cases} 4a - 2b = 0 \\ a - b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \\ c = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x^2 + 4x - 2 = 0 \\ x^2 + x^2 = S^2 - 2P \\ S^2 - 2P = \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{c}{a}\right) = (-2)^2 - 2(-1) = 6 \end{cases}$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

(فسین اسفینی)

ابتدا معکوس تابع $f(x) = 2^{x+1}$ را می‌یابیم:

$$f(x) = 2^{x+1} \Rightarrow y = 2^{x+1} \Rightarrow \log_2 y = \log_2 2^{x+1}$$

$$\Rightarrow \log_2 y = x + 1 \Rightarrow x = \log_2 y - 1 = \log_2 y - \log_2 2 = \log_2 \frac{y}{2}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \log_2 \frac{y}{2}$$

برای آن که ترکیب $g \circ f^{-1}$ قابل انجام باشد، باید دامنه‌ی $g \circ f^{-1}$ را بیابیم:

$$D_{g \circ f^{-1}} = \left\{ x \in D_{f^{-1}} \mid f^{-1} \in D_g \right\} = \left\{ x \in (0, \infty) \mid f^{-1} \in D_g \right\}$$

دامنه‌ی تابع $g(x) = \sqrt{6 - 2x}$ برابر است با:

$$6 - 2x \geq 0 \Rightarrow 6 \geq 2x \Rightarrow x \leq 3$$

بنابراین:

$$D_{g \circ f^{-1}} = \left\{ x \in (0, +\infty) \mid \log_2 \frac{y}{2} \leq 3 \Rightarrow \frac{x}{2} \leq 3 \Rightarrow x \leq 6 \right\}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۱۱

(بعورام طالبی)

در ناحیه‌ی سوم علامت تانژانت مثبت و علامت سینوس منفی است.
(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۲)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۱۲

(فائزه رضایی بقا)

$$A = \frac{\sin(90^\circ + 20^\circ) + \cos(360^\circ - 20^\circ)}{2 \cos(90^\circ + 20^\circ) + \cos(630^\circ + 20^\circ)} = \frac{\cos 20^\circ + \cos 20^\circ}{-2 \sin 20^\circ + \sin 20^\circ}$$

$$= \frac{2 \cos 20^\circ}{-\sin 20^\circ} = -2 \cot 20^\circ$$

از آنجا که $\tan 20^\circ = \frac{0}{3}$ پس $\cot 20^\circ = \frac{1}{0/3}$ در نتیجه:

$$A = -2 \left(\frac{1}{0/3} \right) = -\frac{20}{3}$$

دقت کنید که: $\cos(630^\circ + 20^\circ) = \cos(360^\circ + 270^\circ + 20^\circ)$
 $= \cos(270^\circ + 20^\circ) = \sin 20^\circ$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۱۳

(فرهاد حامی)

می‌دانیم: $\sin 2x = 2 \sin x \cos x \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$

بنابراین: $\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} = \frac{1}{2} \sin \left(2 \left(\frac{x}{2} \right) \right) = \frac{1}{2} \sin x$

از آنجا که بیشترین مقدار عبارت $\sin x$ برابر یک است، بنابراین بیشترین مقدار عبارت $\frac{1}{2} \sin x$ برابر $\frac{1}{2}$ است.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۵۰) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۱۴

(عباس امیدوار)

ابتدا دقت کنید که: $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$

$$\Rightarrow (\cos^2 x - \sin^2 x)(\cos^2 x + \sin^2 x) = \cos 2x$$

بنابراین باید دوره‌ی تناوب تابع $f(x) = \cos 2x$ را بیابیم: $T = \frac{2\pi}{|a|} = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۹ و ۱۵۰) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

۴

۳

۲✓

۱

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2(AC)(BC)\cos \hat{C}$$

$$\Rightarrow AB^2 = 12 + 16 - 2(4)(2\sqrt{3})\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow AB = 2$$

در نهایت با کمک قضیه سینوس‌ها اندازه‌ی زاویه‌ی B را می‌یابیم:

$$\frac{\sin \hat{B}}{AC} = \frac{\sin \hat{C}}{AB} \Rightarrow \frac{\sin \hat{B}}{4} = \frac{\sin \frac{\pi}{6}}{2} \Rightarrow \sin \hat{B} = 1 \Rightarrow \hat{B} = 90^\circ$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۴

۳

۲

۱

(مسئله فایلو)

-۱۱۶

$$\frac{\sin 20^\circ + \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} \cos 20^\circ}{\sin 50^\circ} = \frac{\sin 20^\circ \cos 30^\circ + \sin 30^\circ \cos 20^\circ}{\cos 30^\circ \sin 50^\circ}$$

$$= \frac{\sin(20^\circ + 30^\circ)}{\cos 30^\circ} = \frac{\sin 50^\circ}{\cos 30^\circ \sin 50^\circ} = \frac{1}{\cos 30^\circ} = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱

(میثم عمزهلویی)

-۱۱۷

از آن‌جا که $\tan x = \frac{1}{\cot x}$ بنابراین:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tan^2 15^\circ} - \frac{1}{\cot^2 15^\circ} &= \cot^2 15^\circ - \tan^2 15^\circ \\ &= (\cot 15^\circ - \tan 15^\circ)(\cot 15^\circ + \tan 15^\circ) \\ &= (2 \cot 30^\circ) \left(\frac{2}{\sin 30^\circ} \right) = (2\sqrt{3}) \left(\frac{2}{\frac{1}{2}} \right) = 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x}$$

یادآوری:

$$\cot x - \tan x = 2 \cot 2x$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱

(سپهر حقیقت افشار)

$$\cos(\pi + 2x) = \frac{1}{3} \Rightarrow -\cos 2x = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos 2x = -\frac{1}{3}$$

$$\tan^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x} = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = 2$$

داریم:

$$\Rightarrow \tan x = \pm \sqrt{2} \xrightarrow{\text{انتهای کمان زاویه‌ی } x \text{ در ربع دوم}} \tan x = -\sqrt{2}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۷) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(علی سلطانی)

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{14}}{4}$$

$$\Rightarrow (\sin x) \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times \cos x + \cos x \times \frac{1}{2} - (\sin x) \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{14}}{4}$$

$$\Rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{14}}{4}$$

$$1 + \cos 2x = 2 \cos^2 x$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

(هسین اسغینی)

$$\sin x - 2 \cos x = 0 \Rightarrow \sin x = 2 \cos x \xrightarrow{\div \cos x} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{2 \cos x}{\cos x}$$

$$\Rightarrow \tan x = 2 (*)$$

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \stackrel{(*)}{=} \frac{2(2)}{1 - 2^2} = \frac{4}{1 - 4} = \frac{-4}{3}$$

حال مقدار $\tan 2x$ را می‌یابیم:

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، - ۱۳۹۵۰۹۱۹

(سؤال ۱۲۲ کتاب آبی)

از آنجایی که $L = r\theta$ می‌باشد، با توجه به اطلاعات داده شده در مسأله داریم:

$$6 = r \times 2 \Rightarrow r = 3$$

$$S = \pi r^2 = 9\pi$$

بنابراین مساحت دایره برابر است با:

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۷ و ۱۲۸)

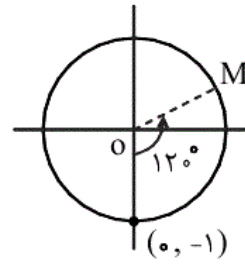
 ۴ ۳ ۲ ۱

(سؤال ۱۲۳ کتاب آبی)

نقطه‌ی $(0, -1)$ روی دایره‌ی مثلثاتی مطابق با شکل زیر می‌باشد که اگر آن را ۱۲۰° در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران دهیم، به نقطه‌ی M در ناحیه‌ی اول می‌رسیم.

OM با قسمت مثبت محور طول‌ها زاویه‌ی ۳۰° می‌سازد، بنابراین:

$$\begin{cases} x_M = \cos \theta = \cos ۳۰^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ y_M = \sin \theta = \sin ۳۰^\circ = \frac{1}{2} \end{cases}$$



لذا $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۷)

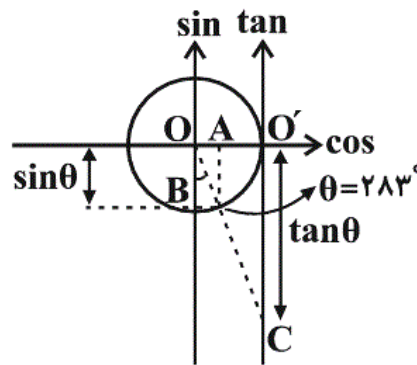
۴

۳

۲

۱

(سؤال ۱۳۰ کتاب آبی)



با توجه به این که $۲۸۳^\circ = ۲۷۰^\circ + ۱۳^\circ$.

موقعیت کمان ۲۸۳° را در دایره‌ی مثلثاتی مشخص می‌کنیم. مطابق شکل، از آن جا که

$$\begin{cases} \tan ۲۸۳^\circ = -O'C \\ \sin ۲۸۳^\circ = -OB \end{cases}$$

با توجه به این که $O'C > OB$ ، پس $-O'C < -OB$ و

در نتیجه $\tan ۲۸۳^\circ < \sin ۲۸۳^\circ$.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۴)

۴

۳

۲

۱

با استفاده از دستوره‌ای مجموع و تفاضل دو کمان برای کسینوس و سینوس، خواهیم داشت:

$$= \frac{\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta)} = \cot(\alpha + \beta) \cot(\alpha - \beta)$$

باید $\cot(\alpha + \beta)$ و $\cot(\alpha - \beta)$ را بیابیم، داریم:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = ۱۳۵^\circ \Rightarrow \cot(\alpha + \beta) = \cot \frac{3\pi}{4} = -1 \\ \tan(\alpha - \beta) = \frac{3}{4} \Rightarrow \cot(\alpha - \beta) = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cot(\alpha + \beta) \cot(\alpha - \beta) = (-1) \frac{4}{3} = \frac{-4}{3}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱

با توجه به رابطه‌ی $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{1 + \tan\alpha}{1 - \tan\alpha}$ ، باید $\tan\alpha$ را بیابیم.

وقتی α زاویه‌ی منفرجه است، بنابراین کمان در ناحیه‌ی دوم است و در ناحیه‌ی دوم $\tan\alpha$ و $\cos\alpha$ منفی هستند، پس:

$$\cos\alpha = -\sqrt{1 - \sin^2\alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = -\frac{4}{5}$$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} = -\frac{3}{4} \Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{1 - \frac{3}{4}}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{7}{4}} = \frac{1}{7}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سؤال ۱۷۴ کتاب آبی)

$$\tan 75^\circ = \tan(45^\circ + 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ + \tan 30^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 30^\circ}$$

$$= \frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{\frac{3 + \sqrt{3}}{3}}{\frac{3 - \sqrt{3}}{3}} = \frac{3 + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}}$$

$$\cot 75^\circ = \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} \times \frac{3 - \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} = \frac{9 + 3 - 6\sqrt{3}}{9 - 3}$$

$$= \frac{12 - 6\sqrt{3}}{6} = 2 - \sqrt{3}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سؤال ۱۷۷ کتاب آبی)

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(-\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\cos x$$

$$\text{و } \cos(\pi + x) = -\cos x$$

بنابراین با جایگذاری در تساوی داده شده خواهیم داشت:

$$-\cos x - 2\cos x = 1 \Rightarrow -3\cos x = 1 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{3}$$

حال برای محاسبه‌ی $\cos 2x$ از تساوی $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ کمک می‌گیریم:

$$\cos 2x = 2\left(-\frac{1}{3}\right)^2 - 1 = -\frac{7}{9}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$y = a \sin\left(\frac{\pi}{2} + b\pi x\right) = a \cos b\pi x \quad \text{تابع را ساده می‌کنیم:}$$

$$|a| = 2 \quad \text{ماکزیمم تابع برابر ۲ است بنابراین:}$$

$$y(0) = a \times \cos 0 = 2 \Rightarrow a = 2 \quad \text{چون } y(0) = 2 \text{، پس:}$$

از طرفی نمودار تابع در بازه‌ی $[-2/5, 3/5]$ سه بار تکرار شده است، در نتیجه:

$$3T = 3/5 - (-2/5) = 6 \Rightarrow T = 2$$

با توجه به رابطه‌ی دوره‌ی تناوب خواهیم داشت:

$$\frac{2\pi}{|b\pi|} = 2 \Rightarrow |b| = 1 \Rightarrow b = \pm 1$$

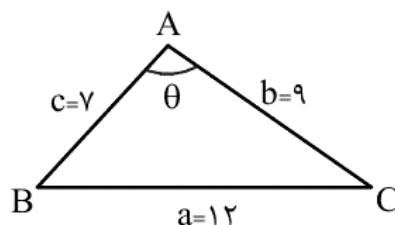
که هر دو مقدار قابل قبول است. با توجه به گزینه‌ها $a \cdot b = 2$ است.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۵۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱


اضلاع مثلث را به صورت $a = 12$ و $b = 9$ و $c = 7$ در نظر می‌گیریم.

پس مساحت مثلث به صورت زیر به دست می‌آید:

$$S = \frac{1}{2}(7)(9) \sin \theta = \frac{63}{2} \sin \theta$$

برای محاسبه‌ی $\sin \theta$ از رابطه‌ی کسینوس‌ها استفاده می‌نماییم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \theta \Rightarrow 12^2 = 9^2 + 7^2 - 2(9)(7) \cos \theta$$

$$\Rightarrow 144 = 49 + 81 - 2 \times 9 \times 7 \cos \theta \Rightarrow 14 = -2 \times 9 \times 7 \cos \theta$$

$$\Rightarrow \cos \theta = -\frac{1}{9}$$

حال مقدار $\sin \theta$ را به دست می‌آوریم:

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \sin^2 \theta = 1 - \frac{1}{81} = \frac{80}{81}$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{80}}{9} = \frac{4\sqrt{5}}{9}$$

$$\Rightarrow S = \frac{63}{2} \left(\frac{4\sqrt{5}}{9} \right) = 14\sqrt{5}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

 ۴

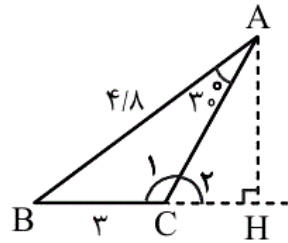
 ۳

 ۲

 ۱

راه حل اول:

(سؤال ۱۹۹ کتاب آبی)



$$\begin{cases} S(\triangle ABC) = \frac{1}{2} AC \times AB \times \sin \hat{A} \\ S(\triangle ABC) = \frac{1}{2} AH \times BC \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \hat{A} = \frac{1}{2} AH \times BC$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{4}{8} \times AC \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} AH \times 3 \Rightarrow AH = \frac{1}{8} AC$$

$$\text{قانون سینوس ها: } \frac{4/8}{\sin \hat{C}_1} = \frac{3}{\sin 3^\circ} \Rightarrow \sin \hat{C}_1 = \frac{1}{8}$$

راه حل دوم:

$$\sin \hat{C}_2 = \sin(18^\circ - \hat{C}_1) = \sin \hat{C}_1$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AC} = \sin \hat{C}_1 = \frac{1}{8} \Rightarrow AH = \frac{1}{8} AC$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

www.kanoon.ir