سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

# درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

# دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

# نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

# دانلود نرم افزارهای ریاضیات

# و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

https://telegram.me/riazisara (@riazisara)

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir



۸۷- هرگاه $a_n = \frac{n!}{n^n}$ و $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ باشند، کدام گزینه درست است؟

۱) $\lim_{n\to\infty} b_n = 1$ ۲) $\lim_{n\to\infty} b_n = \frac{1}{e}$ ۳) $\lim_{n\to\infty} \frac{b_n}{n} = \frac{1}{e}$ ۴) $\lim_{n\to\infty} nb_n = e$

شما پاسخ نداده اید

۸۸- دنباله‌ی $a_n = (\frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \frac{2}{27} + ... + \frac{2}{3^n})^{3^n}$ به کدام عدد همگراست؟

۱) $e$ ۲) $\sqrt{e}$ ۳) $\frac{1}{e}$ ۴) $e^2$

شما پاسخ نداده اید

۸۹- اگر دنباله‌ی $\{nLn\frac{an+b}{n+1}\}$ همگرا به ۲ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟ $(Lnx = \log_e^x)$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۹۰- اگر $\frac{2n}{n+2} < \sqrt[n^2+1]{a_n^n} + 1 < \frac{2n+2}{n+3}$ باشد، آن‌گاه $\lim_{n\to\infty} a_n$ کدام است؟

۱) $e^2$ ۲) $e^{-2}$ ۳) $e^4$ ۴) $e^{-4}$

شما پاسخ نداده اید

۸۲- اگر $\lim_{n\to+\infty} a_n = +\infty$ باشد، آن‌گاه کدام دنباله قطعاً واگرا به بی‌نهایت است؟ ( [ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) $\{a_n - n\}$ ۲) $\{\frac{a_n}{n}\}$ ۳) $\{a_n + [a_n]\}$ ۴) $\{a_n - [a_n]\}$

شما پاسخ نداده اید

۸۳- اگر $a_n = (1+\frac{1}{n})^n$ و $b_n = (1-\frac{1}{n})^n$ باشند، در این‌صورت کدام گزینه درست است؟

۱) $\{a_n\}$ و $\{b_n\}$ صعودی
۲) $\{a_n\}$ و $\{b_n\}$ نزولی
۳) $\{a_n\}$ صعودی و $\{b_n\}$ نزولی
۴) $\{a_n\}$ نزولی و $\{b_n\}$ صعودی

شما پاسخ نداده اید

۸۴- اگر دنباله‌ی $\{a_n\}$ واگرا و دنباله‌ی $\{|b_n|\}$ همگرا باشد، کدام دنباله قطعاً واگراست؟

۱) $\{|a_n|+|b_n|\}$
۲) $\{b_n+|a_n|\}$
۳) $\{a_n+b_n\}$
۴) $\{a_n+|b_n|\}$

شما پاسخ نداده اید

۸۵- اگر $a_n = \frac{2(n!)}{n!+1}$ و $b_n = \frac{3-n!}{n!+2}$ باشند، آن‌گاه دنباله‌ی $\{\frac{2a_n+b_n}{a_n b_n}\}$ به کدام عدد همگراست؟

۱) صفر
۲) $-\frac{1}{2}$
۳) $-\frac{3}{2}$
۴) $-2$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، دیفرانسیل و انتگرال ، حد ، حد و پیوستگي - ۱۳۹۵۰۹۰۵

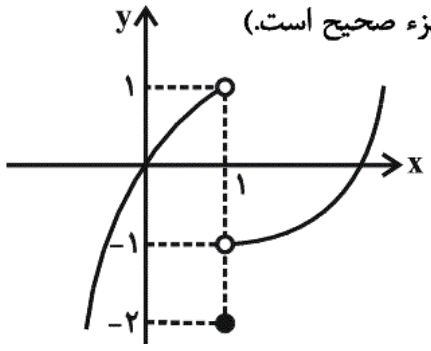
۸۶- اگر $a_n = \{\frac{3n+5}{n+1}\}$ و دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ همگرا به ۲ باشد، چه تعداد از حدهای زیر حتماً درست می‌باشند؟

الف) $\lim\limits_{x\to 3^+} f(x) = 2$
ب) $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = 2$
ج) $\lim\limits_{x\to 3} f(x) = 2$

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) هیچ

شما پاسخ نداده اید

۸۱- با توجه به این‌که نمودار تابع $f$ در شکل زیر آمده است، حاصل عبارت $A = \lim\limits_{x\to 1^-}(f([x])) + \lim\limits_{x\to 1^+}(2f^2(x)+1)$ کدام است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)




۱) ۱
۲) ۴
۳) صفر
۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه‌ی تحلیلي ، خط و صفحه - ۱۳۹۵۰۹۰۵

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۱- صفحه‌ای موازی محور $x$ها است و از دو نقطه‌ی $A=(-۱,۳,۲)$ و $B=(۱,۱,۰)$ می‌گذرد. این صفحه محور $y$ها را در چه عرضی قطع می‌نماید؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $-۱$ ۴) $-۲$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر زاویه‌ی بین خط $d:\frac{x-۱}{a}=y+۲=\frac{z-۳}{-۱}$ و صفحه‌ی $P:x+۲y+z-۵=۰$ برابر $۳۰^\circ$ باشد، آن‌گاه $a$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $-۲$ ۳) ۲ ۴) $-۱$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- معادله‌ی خطی که با دو صفحه‌ی $P:x+y+z=۳$ و $P':۲x-y+۵z=۱$ موازی است و از محل برخورد دو خط $d:x=\frac{y+۱}{۳}=\frac{z-۱}{۲}$ و $d':\frac{x+۱}{۲}=\frac{y+۳}{۵}=\frac{z}{۳}$ می‌گذرد، کدام است؟

۱) $x+۱=\frac{y+۲}{۲}=\frac{z+۳}{۲}$ ۲) $\frac{x+۱}{۲}=\frac{y+۲}{-۱}=\frac{z+۳}{-۱}$

۳) $x-۱=\frac{y-۲}{۲}=\frac{z-۳}{۲}$ ۴) $\frac{x-۱}{۲}=۲-y=۳-z$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- صفحه‌ای که شامل خط $d:x=y-۱=۱-z$ بوده و موازی خط $d':\frac{x-۱}{۳}=y+۱=\frac{z}{۲}$ است، از نقطه‌ی $(m,۲m,۰)$ می‌گذرد. $m$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $-۱$ ۴) $-۲$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- خط $d:\frac{x-a}{۴}=\frac{y+۲}{-۳}=\frac{z-۲}{b}$ بر صفحه‌ی $P:۳x+۲y-z+۵=۰$ واقع است. $ab$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $-۱$ ۳) ۲ ۴) $-۲$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- مساحت ناحیه‌ی $S=\{(x,y,z)\mid x+y+z=۱\ ,\ x,y,z\geq ۰\ ,\ x\geq\frac{۱}{۲}\}$ کدام است؟

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$ ۲) $\frac{\sqrt{۶}}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۶}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۸}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- نقاط $A=(۱,۲,۱)$ و $B=(۲,۳,۴)$ و صفحه‌ی $P$ به معادله‌ی $۲x+y+۲z=۳$ مفروضند. طول تصویر پاره‌خط $AB$ روی صفحه‌ی $P$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{۴}{۳}$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۸- مساحت سطح مقطع حاصل از تلاقی صفحه‌ی $2x+2y+z=d$ با کره‌ای به مرکز $(1,1,1)$ و شعاع ۲، برابر $3\pi$ است. مجموع مقادیر ممکن برای $d$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- نقطه‌ای روی خط $D:\begin{cases}x+y+z=-1\\x-y+z=1\end{cases}$ از دو صفحه‌ی $P:x+2y+2z+3=0$ و $P':x+2y+2z+7=0$ به یک فاصله است. طول این نقطه کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- کوتاه‌ترین فاصله‌ی دو خط متنافر $L_1:x=2y=z+2$ و $L_2:\frac{x-1}{2}=y-3=z$ کدام است؟

۱) $\sqrt{5}$ ۲) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ۳) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ ۴) $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، ریاضیات گسسته ، کلیات و تقسیم‌پذیری ، نظریه‌ی اعداد - ۱۳۹۵۰۹۰۵

۱۲۱- حاصل‌ضرب دو عدد به شکل $4q+3$ و همچنین حاصل‌ضرب دو عدد به شکل $6k+5$ به‌ترتیب از راست به چپ، کدام می‌تواند باشد؟ $(q,k\in Z)$

۱) $129-81$ ۲) $123-85$ ۳) $123-81$ ۴) $129-85$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- اگر $x$، $y$ و $z$ سه عدد طبیعی باشند و $xyz \mid xy+yz$، آن‌گاه باقی‌مانده‌ی تقسیم $2x^3+2z^3-12y^3$ بر ۴ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- در تقسیم $a$ بر $b$، باقی‌مانده برابر $r$ و در تقسیم $a+30$ بر $b+2$، باقی مانده برابر $r+4$ است. اگر $q$ خارج قسمت هر دو تقسیم باشد، آن‌گاه $q$ کدام است؟ $(a,b\in Z)$

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۴- اگر در تقسیم عدد طبیعی $a$ بر ۴۸، باقی‌مانده برابر ۲۲ باشد، آن‌گاه باقی‌مانده‌ی تقسیم $a$ بر ۳۲، چند مقدار متمایز می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- اگر $a$، $b$ و $c$ عددهای صحیح باشند و $a \mid b+c$ و $a \mid bc$، آن‌گاه چه تعداد از گزاره‌های $a \mid b^n + c^n$، $a \mid b^n - c^n$ و $a \mid b^n$ درست هستند؟ ( $n$ عدد طبیعی زوج است.)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- چند نقطه با مختصات صحیح بر منحنی به معادله‌ی $xy - y + x^2 - 3x = 0$ وجود دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- اگر $5a+9b$ بر $3a+4b$ بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه کدام‌یک از اعداد زیر همواره مضرب $3a+4b$ است؟ $(a,b \in N)$

۱) $15b$ ۲) $18b$ ۳) $21b$ ۴) $24b$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- اگر در تقسیم عدد طبیعی $a$ بر $b$، باقی‌مانده بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد و $b \mid a-1$، آن‌گاه باقی‌مانده‌ی تقسیم $a^2$ بر $b$ کدام است؟ $(b>1)$

۱) صفر ۲) ۱

۳) ۲ ۴) به $a$ بستگی دارد

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- اگر در تقسیم اعداد طبیعی $a$ و $a+99$ بر عدد طبیعی $b$، باقی‌مانده‌ها به ترتیب ۱ و ۱۰ باشند، اختلاف بزرگترین و کوچک‌ترین مقدار $b$ کدام است؟

۱) ۳۰ ۲) ۷۵ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۰- فرض کنید $P(n)$ حکمی در مورد عدد طبیعی $n$ باشد. اگر $P(m)$ برای عدد طبیعی $m(m>1)$ درست باشد و از درستی $P(k)$ برای هر عدد طبیعی $k \geq m$، بتوان درستی $P(k+1)$ را نتیجه گرفت، آن‌گاه کدام عبارت زیر نمی‌تواند همواره صحیح باشد؟

۱) اگر $m=2$ باشد، آن‌گاه $P(n)$ برای هر عدد طبیعی مخالف یک، درست است.

۲) $P(n)$ برای هر عدد طبیعی $n \geq m$ درست است.

۳) اگر $P(n)$ درست باشد، آن‌گاه $n \geq m$ است.

۴) به‌ازای $k \geq m$، از درستی $P(k)$ می‌توان درستی $P(2k)$ را نتیجه گرفت.

شما پاسخ نداده اید

---

ریاضي ، ریاضي پایه ، الگو ودنباله - ۱۳۹۵۰۹۰۵

۹۲- حاصل عبارت $(7+4\sqrt{3})^{\sqrt{2}-1}(2-\sqrt{3})^{2\sqrt{2}-3}$ کدام است؟

۱) $4-2\sqrt{3}$ ۲) $2+\sqrt{3}$ ۳) ۱ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۹۳- جمله‌ی چهارم دنباله‌ی تقریبات اعشاری عدد $\frac{316}{3125}$، چقدر از جمله‌ی سوم دنباله‌ی تقریبات اعشاری $\frac{1}{1000}$ بیشتر است؟

۱) $1/01\times10^{-1}$ ۲) $1/001\times10^{-1}$ ۳) $1/01\times10^{-2}$ ۴) $1/001\times10^{-2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر سه برابر جمله‌ی دوم، دو برابر جمله‌ی سوم و جمله‌ی چهارم یک دنباله‌ی هندسی غیرثابت، سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی باشند، قدر نسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۹۶- در دنباله‌ی هندسی صعودی $\{a_n\}$ تساوی‌های $a_3+a_4+a_5=\frac{1}{4}$ و $a_7+a_8+a_9=4$ برقرار است. این دنباله چند جمله‌ی کم‌تر از یک دارد؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

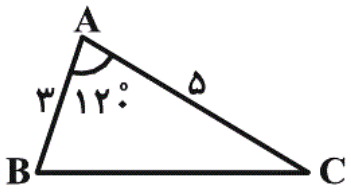
شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- یک چرخ و فلک ۳۰ کابین دارد که از ۱ تا ۳۰ در خلاف جهت عقربه‌های ساعت شماره‌گذاری شده‌اند. اگر در آغاز حرکت در کابین شماره‌ی ۵ حضور داشته باشید، پس از دورانی برابر $\frac{۵۲\pi}{۶}$ رادیان در خلاف جهت عقربه‌های ساعت در موقعیت کدام کابین قرار می‌گیرید؟ (فاصله‌ی کابین‌ها از هم یکسان است.)

۱) ۱۴ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۷

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- در مثلث زیر، ارتفاع وارد بر ضلع BC چند برابر $\sqrt{۳}$ است؟




۱) $\frac{۱۵}{۴}$ ۲) $\frac{۱۵}{۷}$

۳) $\frac{۱۵}{۱۴}$ ۴) $\frac{۱۵}{۲۸}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- حاصل $\cos ۸۰^\circ + \cos ۴۰^\circ - \cos ۲۰^\circ$ کدام است؟

۱) $\cos ۲۰^\circ$ ۲) ۱ ۳) $\sin ۲۰^\circ$ ۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- حاصل عبارت $\cot\frac{x}{۲} - \tan\frac{x}{۲} - ۲\tan x - ۴\tan ۲x$ به‌ازای $x = \frac{\pi}{۱۲}$ کدام است؟

۱) $۴\sqrt{۳}$ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) $\frac{۸\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) $\sqrt{۳}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- اگر $\tan x = \sqrt{۲}$ باشد، آن‌گاه حاصل عبارت $A = \frac{۳ + \cos ۴x}{۱ - \cos ۴x}$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۴}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۱}{۴}$ ۴) ۱

شما پاسخ نداده اید



www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۱- اگر مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $x^3 > 3x - 2$ به شکل $(a,+\infty) - \{b\}$ باشد، $b - a$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، رياضي پايه ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۹۰۵

۹۷- اگر مجموع ضرایب خارج قسمت تقسیم $5x^4 - 3x^2 + ax - 1$ بر $x + 1$ برابر با ۷ باشد، $a$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۹۸- در دو دنباله‌ی حسابی به‌صورت $\begin{cases} 2,5,8, \ldots \\ 3,7,11, \ldots \end{cases}$، مجموع اعداد مشترک دو دنباله که در بازه‌ی $(100,200)$ قرار دارند، کدام است؟

۱) ۹۶۸ ۲) ۱۲۰۰ ۳) ۱۱۹۲ ۴) ۱۲۰۲

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر $f(x) = x^4 + ax^2 + b$ بر $x^2 - 3x + 2$ بخش‌پذیر باشد، کوچک‌ترین جواب معادله‌ی $f(x) = 0$ کدام است؟

۱) $-2$ ۲) $-1$ ۳) ۱ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- مجموع ضرایب در بسط $(a+b)^{2n}$، ۵۶ واحد از مجموع ضرایب در بسط $(a+b)^n$ بیشتر است. ضریب جمله‌ی سوم در بسط $(a+b)^{n+2}$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۲۱

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- حاصل تقسیم کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عبارت $(x^3 - 4x)^3$ و $(x^3 - 2x^2)^2$ بر بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک آن‌ها، به‌ازای $x = 8$ کدام است؟

۱) ۲۴۰۰۰ ۲) ۳۶۰۰۰ ۳) ۴۲۰۰۰ ۴) ۴۸۰۰۰

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۲- اگر $\alpha$ و $\beta$ جواب‌های معادله‌ی $x^۲ - ۵x + ۳ = ۰$ باشند، حاصل عبارت $A = \frac{\alpha^۲}{۵-\beta} + \frac{\beta^۲}{۵-\alpha}$ کدام است؟

۱) ۵ ۲) $-۳$ ۳) $-۵$ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- اگر $\alpha$ و $\beta$ جواب‌های معادله‌ی $x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$ باشند، معادله‌ای که ریشه‌های آن $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}$ و $\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}$ باشد، کدام است؟

۱) $x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$ ۲) $x^۲ - ۳x - ۱ = ۰$ ۳) $x^۲ + ۳x - ۱ = ۰$ ۴) $x^۲ + ۳x + ۱ = ۰$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- به‌ازای چه مقدار از $a$، مینیمم تابع $y = ax^۲ - ۴x + a$، برابر ۲ است؟

۱) $۱ - \sqrt{۵}$ ۲) $۱ + \sqrt{۵}$ ۳) $\sqrt{۲} - ۱$ ۴) $\sqrt{۵} - ۱$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر در معادله‌ی درجه‌ی دوم $۲x^۲ - ۸x + m = ۰$، یکی از جواب‌ها، دو واحد بیشتر از جواب دیگر باشد، $m$ کدام است؟

۱) $-۶$ ۲) ۳ ۳) ۶ ۴) $-۳$

شما پاسخ نداده اید

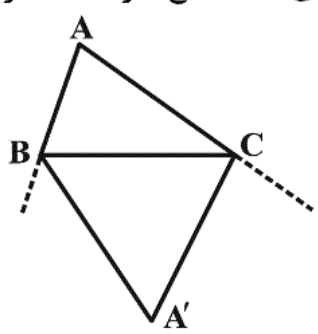
۹۵- جواب معادله‌ی $\frac{۱ + x + x^۲ + \ldots + x^۷ + x^۸ + x^۹}{۱ + x^۲ + x^۴ + x^۶ + x^۸} = ۸$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه ۱ ، استدلال (هندسه‌ی ۱) ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۹۰۵

۱۳۱- در مثلث $ABC$ نیمسازهای خارجی زاویه‌های $A\hat{B}C$ و $A\hat{C}B$ یکدیگر را در نقطه‌ی $A'$ قطع کرده‌اند. اگر $A\hat{B}A' + A\hat{C}A' = ۲۲۴^\circ$، آن‌گاه اندازه‌ی زاویه‌ی $\hat{A}$ کدام است؟




۱) $۸۸^\circ$
۲) $۹۶^\circ$
۳) $۹۲^\circ$
۴) $۸۲^\circ$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۲- در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$، نقطه‌ی $D$ به گونه ای روی ضلع $BC$ قرار دارد که $A\hat{D}C - A\hat{D}B = ۴۰^\circ$ است. اگر $AD$ را از سمت $D$ به اندازه‌ی $DC$ امتداد دهیم تا نقطه‌ی $E$ حاصل شود، آن‌گاه اندازه‌ی زاویه‌ی $C\hat{E}D$ کدام است؟

۱) $۵۵^\circ$ ۲) $۶۰^\circ$ ۳) $۶۵^\circ$ ۴) $۴۵^\circ$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه ۱ ، مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس - ۱۳۹۵۰۹۰۵

۱۳۳- نقطه‌ی $O$ درون متوازی الاضلاع $ABCD$ به‌گونه‌ای قرار دارد که فاصله‌ی آن تا ضلع $DC$، سه برابر فاصله‌ی آن تا ضلع $AB$ است. مساحت مثلث $DOC$ چه کسری از مساحت متوازی‌الاضلاع $ABCD$ است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۳}{۸}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- در مثلث قائم‌الزاویه‌ی $ABC$ $(\hat{A} = ۹۰^\circ , \hat{C} = ۳۰^\circ)$، اندازه‌ی وتر $BC$ برابر ۱۰ واحد است. از نقطه‌ی $A$ عمودی بر میانه $AM$ رسم می‌کنیم تا امتداد ضلع $CB$ را در نقطه‌ی $N$ قطع کند ( $B$ بین $M$ و $N$ است). اندازه‌ی $AN$ کدام است؟

۱) $۴\sqrt{۳}$ ۲) $۵\sqrt{۲}$ ۳) $۵\sqrt{۳}$ ۴) $۶\sqrt{۲}$

شما پاسخ نداده اید

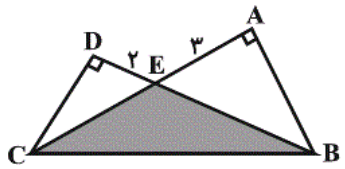
ریاضي ، هندسه ۱ ، تشابه - ۱۳۹۵۰۹۰۵

۱۳۵- ارتفاع وارد بر قاعده در یک مثلث متساوی‌الساقین، واسطه‌ی هندسی قاعده و ساق آن است. نسبت قاعده به ساق آن کدام است؟

۱) $\sqrt{۲} - ۱$ ۲) $۲\sqrt{۲} - ۲$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $۱ - \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

شما پاسخ نداده اید

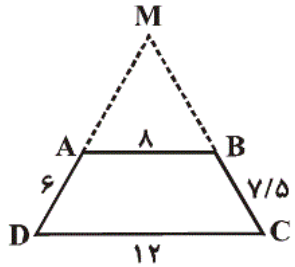
۱۳۶- در شکل زیر هر دو زاویه‌ی $\hat{A}$ و $\hat{D}$ قائمه‌اند. اگر $DE = ۲$، $AE = ۳$، $BC = ۷$ و محیط مثلث سایه زده ۱۶ واحد باشد، قدرمطلق تفاضل اندازه‌های $BE$ و $CE$ کدام است؟




۱) ۱/۲ ۲) ۱/۵
۳) ۱/۶ ۴) ۱/۸

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- مطابق شکل، امتداد ساق‌های ذوزنقه‌ی $ABCD$ یکدیگر را در $M$ قطع می‌کنند. با توجه به اندازه‌های روی شکل، مجموع طول پاره‌خط‌های $MA$ و $MB$ کدام است؟




۱) ۱۵
۲) ۱۸
۳) ۲۷
۴) ۳۰

شما پاسخ نداده اید

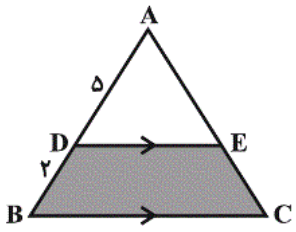
www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۸- مساحت مثلث ABC در شکل زیر، سه برابر مساحت مثلث AMN است. اگر فاصله‌ی رأس A تا ضلع BC برابر ۶ و $\hat{ANM} = \hat{ABC}$ باشد، فاصله‌ی نقطه‌ی A تا ضلع MN کدام است؟

۱) $2\sqrt{3}$
۲) ۳
۳) ۲
۴) $3\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

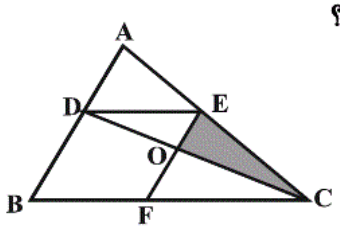
۱۳۹- در شکل مقابل مساحت مثلث ADE، ۲۵ واحد سطح است. مساحت قسمت هاشور خورده کدام است؟




۱) ۱۸
۲) ۲۱
۳) ۲۴
۴) ۲۷

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- در شکل زیر چهارضلعی BDEF متوازی‌الاضلاع است. اگر نسبت مساحت مثلث ODE به مساحت مثلث OEC برابر $\frac{۲}{۳}$ باشد، آن‌گاه مساحت مثلث OEC چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟

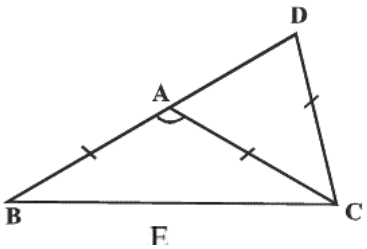



۱) $\frac{۲۴}{۱۰۰}$
۲) $\frac{۱۸}{۱۲۵}$
۳) $\frac{۲۴}{۱۲۵}$
۴) $\frac{۱۸}{۱۰۰}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه ۱ - گواه ، استدلال (هندسه‌ی ۱) ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۹۰۵

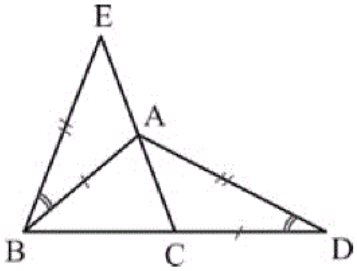
۱۴۱- در مثلث متساوی‌الساقین $(AB = AC)ABC$، ساق BA را از نقطه‌ی B به اندازه‌ی قاعده‌ی BC تا نقطه‌ی D، امتداد می‌دهیم. اگر $CD = CA$ باشد، زاویه‌ی A چند درجه است؟




۱) ۱۰۲
۲) ۱۰۵
۳) ۱۰۸
۴) ۱۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- با توجه به شکل مقابل، کدام نتیجه‌گیری لزوماً درست است؟




۱) $AB = AC$
۲) $AC = BC$
۳) $AE = BC$
۴) $AE = AC$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه ۱ - گواه ، مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس - ۱۳۹۵۰۹۰۵

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۳- در مربعی به ضلع ۲ واحد، دایره‌ای به مرکز یک رأس آن و شعاع ۲/۵ واحد، دو ضلع مربع را قطع می‌کند. فاصله‌ی نزدیک‌ترین رأس مربع تا نقطه‌ی تقاطع، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

شما پاسخ نداده اید

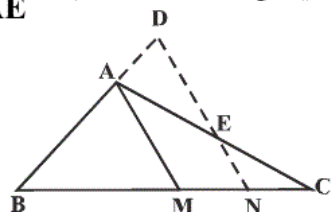
۱۴۴- در ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین با زاویه‌ی ۶۰ درجه، قاعده‌ی کوچکتر برابر ساق آن است. اگر محیط این ذوزنقه ۳۰ واحد باشد، مساحت آن کدام است؟

۱) $۲۴\sqrt{۳}$ ۲) $۲۷\sqrt{۳}$ ۳) ۴۸ ۴) ۵۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه ۱ - گواه ، تشابه - ۱۳۹۵۰۹۰۵

۱۴۵- در مثلث ABC که در آن $AB=\frac{۲}{۳}AC$ و پاره خط ND موازی میانه‌ی AM است. نسبت $\frac{AD}{AE}$ کدام است؟




۱) $\frac{۴}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- مثلثی با اضلاع ۳، ۵ و ۷ با مثلثی به اضلاع ۵ ، x و y متشابه است. اگر $x>۵$ و $y>۵$ ، آن‌گاه حاصل $x+y$ کدام است؟

۱) $\frac{۵۸}{۳}$ ۲) ۲۰ ۳) $\frac{۶۱}{۳}$ ۴) ۲۱

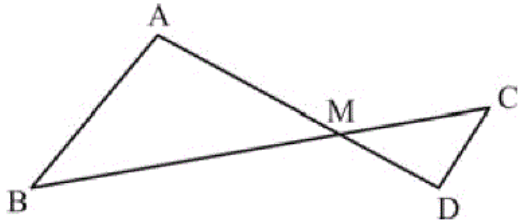
شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- مستطیلی به مساحت ۲۴ با مستطیلی به ضلع ۳ و قطر ۵ متشابه است. قطر مستطیل اولی چه‌قدر است؟

۱) $۵\sqrt{۲}$ ۲) ۱۰ ۳) ۸ ۴) $۶\sqrt{۲}$

شما پاسخ نداده اید

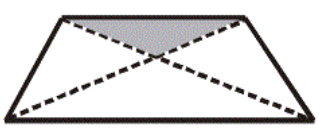
۱۴۸- در شکل زیر $AB \parallel CD$ و $\frac{AM}{AD}=\frac{۳}{۵}$. نسبت مساحت‌های دو مثلث کدام است؟




۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۹}{۲۵}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- قاعده‌ی بزرگ‌تر یک ذوزنقه، دو برابر قاعده‌ی کوچک‌تر آن است. مساحت کل ذوزنقه چند برابر مساحت مثلث سایه‌زده است؟

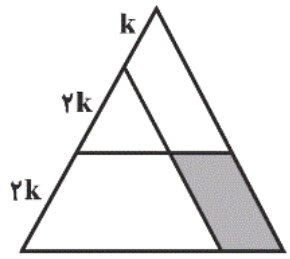


۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۱۵۰- در شکل زیر، یک ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع به نسبت‌های ۲، ۲ و ۱ تقسیم شده است. مساحت متوازی‌الاضلاع سایه زده، چند درصد مساحت مثلث اصلی است؟**




۱) ۱۶

۲) ۱۸

۳) ۲۰

۴) ۲۴

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

$$= (\frac{n}{n+1})^n = (\frac{n+1-1}{n+1})^n = (1-\frac{1}{n+1})^n \Rightarrow \lim_{n\to\infty} b_n = e^{-1} = \frac{1}{e}$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۸۸ (فریدون ساعتی)

می‌دانیم $\lim_{n\to+\infty} (1+\frac{a}{n})^{bn} = e^{ab}$ بنابراین ابتدا دنباله را ساده می‌کنیم:

$$\lim_{n\to+\infty} a_n = \lim_{n\to+\infty} (2(\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+...+\frac{1}{3^n}))^{3^n}$$

$$\lim_{n\to+\infty} (1-(\frac{1}{3})^n)^{3^n} = \lim_{n\to+\infty} (1-\frac{1}{3^n})^{3^n} = \lim_{n\to+\infty} (1+\frac{(-1)}{3^n})^{3^n}$$

$$= e^{-1} = \frac{1}{e}$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۸۹- (علی یوسفی)

$$\lim_{n\to+\infty} \text{Ln}(\frac{an+b}{n+1})^n = 2 \Rightarrow \lim_{n\to+\infty} (\frac{an+b}{n+1})^n = e^2$$

اولاً باید $\lim_{n\to\infty} \frac{an+b}{n+1} = 1$ شود، پس $a = 1$.

ثانیاً داریم:

$$\lim_{n\to\infty} (\frac{n+b}{n+1})^n = \lim_{n\to\infty} (1+\frac{1}{(\frac{n+1}{b-1})})^n$$

$$= \lim_{n\to\infty} \left[ (1+\frac{1}{\frac{n+1}{b-1}})^{\frac{n+1}{b-1}} \right]^{(\frac{n(b-1)}{n+1})} = \lim_{n\to\infty} e^{\frac{n(b-1)}{n+1}} = e^{b-1} = e^2$$

$$\Rightarrow b-1=2 \Rightarrow b=3 \Rightarrow a+b=4$$

راه حل دوم: اگر $\lim_{x\to a} f(x)^{g(x)} = 1^\infty$ شود، آن‌گاه برای رفع ابهام می‌توان حاصل حد زیر را حساب کرد:

$$\lim_{x\to a} f(x)^{g(x)} = e^{\lim_{x\to a} (f(x)-1)\,g(x)}$$

داریم:

$$\Rightarrow e^{\lim_{n\to\infty} (\frac{n+b}{n+1}-1).n} = e^2 \Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{n(b-1)}{n+1} = 2$$

$$\Rightarrow b-1=2 \Rightarrow b=3$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

---

۹۰- (میلاد منصوری)

داریم:

$$\frac{2n}{n+2} - 1 < \sqrt[n^2+1]{a_n^n} < \frac{2n+2}{n+3} - 1$$

$$\Rightarrow \frac{n-2}{n+2} < \sqrt[n^2+1]{a_n^n} < \frac{n-1}{n+3} \Rightarrow (\frac{n-2}{n+2})^{\frac{n^2+1}{n}} < a_n < (\frac{n-1}{n+3})^{\frac{n^2+1}{n}}$$

$$\Rightarrow (1-\frac{4}{n+2})^{n+\frac{1}{n}} < a_n < (1-\frac{4}{n+3})^{n+\frac{1}{n}}$$

داریم:

$$\lim_{n\to\infty} (1-\frac{4}{n+3})^{n+\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} (1-\frac{4}{n+3})^n (1-\frac{4}{n+3})^{\frac{1}{n}} = e^{-4} \times 1 = e^{-4}$$

و نیز به‌همین نحو می‌توان نوشت: $\lim_{n\to\infty} (1-\frac{4}{n+2})^{n+\frac{1}{n}} = e^{-4}$

بنابراین طبق قضیه‌ی فشردگی می‌توان نتیجه گرفت: $\lim_{n\to\infty} a_n = e^{-4}$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

---

۸۲- (کاظم اجلالی)

اگر $\lim_{n\to+\infty} a_n = +\infty$ آن‌گاه $\lim_{n\to+\infty} [a_n] = +\infty$ و در نتیجه $\lim_{n\to+\infty} a_n + [a_n] = +\infty$ پس دنباله‌ی $\{a_n + [a_n]\}$ واگرا به بی‌نهایت است. دنباله‌های دیگر می‌توانند همگرا یا واگرا باشند.

مثلاً اگر $a_n = n$ آن‌گاه:

$$\lim_{n\to+\infty} (a_n - n) = \lim_{n\to+\infty} (n - n) = 0$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{a_n}{n} = \lim_{n\to+\infty} \frac{n}{n} = 1$$

$$\lim_{n\to+\infty} (a_n - [a_n]) = \lim_{n\to+\infty} (n - [n]) = 0$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

---

۱ ۲ ۳✓ ۴

۸۳- (جمال‌الدین حسینی)

دنباله صعودی $a_1 = 2 \,,\ \lim_{n\to\infty} a_n = e \ : 2 < e \Rightarrow$

دنباله صعودی $b_1 = 0 \,,\ \lim_{n\to\infty} b_n = \frac{1}{e} \ : 0 < \frac{1}{e} \Rightarrow$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

---

۸۴- (کاظم اجلالی)

مجموع یک دنباله‌ی واگرا و یک دنباله‌ی همگرا، واگراست. پس $\{a_n + |b_n|\}$ واگراست. همگرایی یا واگرایی دنباله‌های دیگر مشخص نیست. توجه کنید که $\{b_n\}$ می‌تواند همگرا یا واگرا باشد. همچنین $\{|a_n|\}$ می‌تواند همگرا یا واگرا باشد.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

---

۸۵- (کاظم اجلالی)

دنباله‌های $\{a_n\}$ و $\{b_n\}$ به ۲ و ۱- همگرا هستند:

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{2(n!)}{n! + 1} = \lim_{n\to+\infty} \frac{2(n!)}{n!} = 2$$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{3 - n!}{n! + 2} = \lim_{n\to+\infty} \frac{-n!}{n!} = -1$$

بنابراین داریم:

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{2a_n + b_n}{a_n b_n} = \frac{2\lim_{n\to+\infty} a_n + \lim_{n\to+\infty} b_n}{\lim_{n\to+\infty} a_n \cdot \lim_{n\to+\infty} b_n} = \frac{2\times 2 - 1}{2\times(-1)} = -\frac{3}{2}$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴



www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۶ (فریدون ساعتی)

هرگاه در تابع $f(x)$، به ازای تعدادی دنباله‌ی $\{a_n\}$ همگرا به $a$، دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ به عدد $l$ همگرا باشد، نمی‌توان نتیجه گرفت که $\lim_{x\to a} f(x) = l$.

برای این نتیجه‌گیری، باید به ازای تمامی دنباله‌های $\{a_n\}$ همگرا به $a$، $\{f(a_n)\}$ همگرا به $l$ باشد.

(دیفرانسیل - حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۸۱ (کیا مقدس‌نیاک)

$$\lim_{x\to 1^-} f([x]) = f([1^-]) = f(0) = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 1^+} (2f^2(x)+1) = 2(\lim_{x\to 1^+} f(x))^2 + 1 = 2(-1)^2 + 1 = 3$$

$$\Rightarrow A = 0 + 3 = 3$$

(دیفرانسیل - حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

## ریاضی ، هندسه‌ی تحلیلی ، خط و صفحه - ۱۳۹۵۰۹۰۵

-۱۱۱ (عباس اسدی‌امیرآبادی)

صفحه‌ی مورد نظر با بردار $\overrightarrow{AB}$ و محور $x$ ها موازی است، پس بردار نرمال صفحه برابر است با: $\overrightarrow{AB}\times i = (-2,-2,2)\times(1,0,0) \parallel (-1,-1,1)\times(1,0,0) = (0,1,1)$

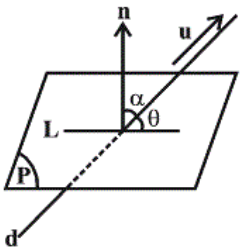
معادله‌ی صفحه: $0(x-2)+1(y-3)+1(z+1)=0$

$$\Rightarrow y+z-2=0 \xrightarrow{z=0} y=2$$

(هندسه تحلیلی - خط و صفحه؛ صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۱۲ (رضا عباسی‌اصل)




اگر زاویه بین خط و صفحه برابر $\theta$ باشد، زاویه بین بردارهای نرمال صفحه و هادی خط برابر $(90^\circ-\theta)$ است.

$$u=(a,1,-1)\ ,\ n=(1,2,1)$$

$$\cos\alpha = \frac{u.n}{|u||n|} \Rightarrow \cos(90-\theta) = \frac{u.n}{|u||n|}$$

$$\xrightarrow{\theta=30^\circ} \frac{1}{2} = \frac{a+2-1}{\sqrt{a^2+2}\times\sqrt{6}} \Rightarrow 4(a+1)^2 = 6(a^2+2)$$

$$\Rightarrow (a-2)^2 = 0 \Rightarrow a = 2$$

(هندسه تحلیلی - خط و صفحه؛ صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

---

۱۱۳- (محسن محمدکریمی)

برای یافتن نقطه‌ی تلاقی دو خط، می‌توان معادله‌ی یکی از دو خط را به حالت پارامتری نوشته و در معادله‌ی دیگر قرار داد.

$$d:\begin{cases}x=t\\y=3t-1\\z=2t+1\end{cases}\Rightarrow\frac{t+1}{2}=\frac{3t-1+3}{5}=\frac{2t+1}{3}\Rightarrow A=(1,2,3)$$

چون خط مورد نظر با دو صفحه‌ی داده شده موازی است، پس بردار هادی خط از ضرب خارجی بردارهای نرمال دو صفحه حاصل می‌شود. داریم:

$$u=n_1\times n_2=(1,1,1)\times(2,-1,5)=(6,-3,-3)\xrightarrow{\div 3}(2,-1,-1)$$

معادله‌ی خط: $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-3}{-1}\Rightarrow\frac{x-1}{2}=2-y=3-z$

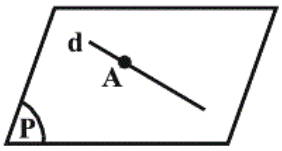
(هندسه تحلیلی - خط و صفحه: صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

---

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۱۴- (رضا پورحسینی)

اگر بردارهای هادی دو خط $d$ و $d'$ را به‌ترتیب $u$ و $u'$ بنامیم، آن‌گاه:




$$\begin{cases}u(1,1,-1)\\u'(3,1,2)\end{cases}\Rightarrow n=u\times u'=(3,-5,-2)$$

نقطه‌ی $A(0,1,1)$ را روی خط $d$ در نظر می‌گیریم. چون صفحه‌ی مورد نظر شامل خط $d$ است. پس نقطه‌ی $A$ در این صفحه است و داریم:

معادله‌ی صفحه: $3(x-0)-5(y-1)-2(z-1)=0$

$$\Rightarrow 3x-5y-2z=-7\xrightarrow{(m,2m,0)}3m-10m=-7\Rightarrow m=1$$

(هندسه تحلیلی - خط و صفحه: صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

---

۱۱۵- (رضا عباسی‌اصل)

چون $d$ بر $P$ واقع است، پس $d$ و $P$ با هم موازیند. در این حالت بردار نرمال صفحه بر بردار هادی خط عمود است و داریم:

$$u.n=0\Rightarrow(4,-3,b).(3,2.-1)=0\Rightarrow 12-6-b=0\Rightarrow b=6$$

مختصات نقطه‌ای دلخواه از $d$ مانند $(a,-2,2)$ در معادله‌ی صفحه‌ی $P$ صدق می‌کند. داریم: $3x+2y-z+5=0\Rightarrow 3a+2(-2)-2+5=0$

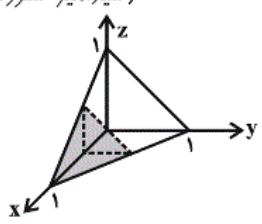
$$\Rightarrow 3a=1\Rightarrow a=\frac{1}{3}\Rightarrow ab=6(\frac{1}{3})=2$$

(هندسه تحلیلی - خط و صفحه: صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۶- (سیدامیر ستوده)

مساحت ناحیه‌ی مورد نظر با توجه به قضیه‌ی تالس، یک چهارم مساحت محدود به صفحه‌ی $x+y+z=1$ است.




$$\frac{1}{4}\times\frac{\sqrt{3}}{4}(\sqrt{2})^2=\frac{\sqrt{3}}{8}$$

(هندسه تحلیلی - خط و صفحه: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

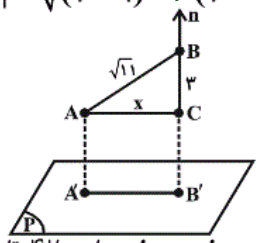
---

۱۱۷- (علی سعیدی‌زاد)

ابتدا طول تصویر پاره‌خط $AB$ روی بردار نرمال صفحه را به‌دست می‌آوریم:

$$\overrightarrow{AB}=(1,1,3),\ n=(2,1,2) \Rightarrow \frac{|\overrightarrow{AB}.n|}{|n|}=\frac{2+1+6}{3}=3$$

$$|AB|=\sqrt{(2-1)^2+(3-2)^2+(4-1)^2}=\sqrt{11}$$




طول $A'B'$ (طول تصویر پاره‌خط $AB$ روی صفحه‌ی $P$) مطابق شکل برابر است با $AC$. داریم:

$$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{11-9}=\sqrt{2}$$

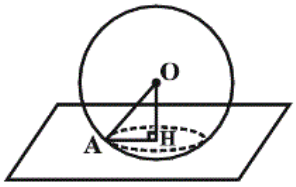
(هندسه تحلیلی - خط و صفحه: صفحه‌های ۴۲ تا ۴۵)

---

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۸- (رضا عباسی‌اصل)

با توجه به شکل و نیز دستور محاسبه‌ی فاصله‌ی نقطه از صفحه داریم:




$$OH=\frac{|2(1)+2(1)+1-d|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} \Rightarrow OH=\frac{|5-d|}{3}$$

$$\overset{\Delta}{OAH}: AH^2=OA^2-OH^2=2^2-\frac{(5-d)^2}{9} \quad (1)$$

مساحت سطح مقطع (دایره) $=\pi(AH)^2 \Rightarrow 3\pi=\pi(AH)^2 \Rightarrow 3=AH^2 (2)$

$$(1),(2) \Rightarrow 3=4-\frac{(5-d)^2}{9} \Rightarrow (5-d)^2=9 \Rightarrow 5-d=\pm 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d=8 \\ d=2 \end{cases} \Rightarrow d \text{ مجموع مقادیر}=8+2=10$$

(هندسه تحلیلی - خط و صفحه: صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

---

۱۱۹- (محمدطاهر شعاعی)

$$D:\begin{cases} x+y+z=-1 \\ x-y+z=1 \end{cases} \overset{+}{\Rightarrow} x+z=0 \Rightarrow y=-1 \Rightarrow \begin{cases} x=t \\ y=-1 \\ z=-t \end{cases}$$

دو صفحه‌ی $P$ و $P'$ موازی یکدیگرند، پس مجموعه‌ی نقاطی از فضا که از این دو صفحه به یک فاصله‌اند، روی صفحه‌ی $x+2y+2z+5=0$ قرار دارند. داریم:

$$t+2(-1)+2(-t)+5=0 \Rightarrow t=3 \Rightarrow x=3$$

(هندسه تحلیلی - خط و صفحه: صفحه‌های ۴۴ و ۴۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۰- (علی سعیدی‌زاد)

طول عمود مشترک دو خط متنافر از رابطه‌ی $\frac{|\overrightarrow{AB}.n|}{|n|}$ به‌دست می‌آید که در آن $A$ و $B$ نقاط دلخواه روی دو خط و $n$ بردار هادی عمود مشترک است که از ضرب خارجی بردارهای هادی دو خط به‌دست می‌آید.

$$\begin{cases} u_1 = (2,1,2) \\ u_2 = (2,1,1) \end{cases} \Rightarrow u_1 \times u_2 = (-1,2,0) = n$$

$$\begin{cases} A = (0,0,-2) \\ B = (1,3,0) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (1,3,2)$$

$$\frac{|\overrightarrow{AB}.n|}{|n|} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

(هندسه تحلیلی - خط و صفحه: مشابه تمرین ۱۹، صفحه‌ی ۴۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

---

ریاضي ، ریاضیات گسسته ، کلیات و تقسیم‌پذیری ، نظریه‌ی اعداد - ۱۳۹۵۰۹۰۵

۱۲۱- (محمدجواد محسنی)

برای دو عدد به شکل $4q+3$ داریم:

$$(4q+3)(4q'+3) = 16qq' + 12q + 12q' + 9$$

$$4(4qq' + 3q + 3q' + 2) + 1 = 4m + 1$$

و برای دو عدد به شکل $6k+5$ داریم:

$$(6k+5)(6k'+5) = 36kk' + 30k + 30k' + 25$$

$$= 6(6kk' + 5k + 5k' + 4) + 1 = 6n + 1$$

پس گزینه‌ای درست است که بتوان آن‌ها را به ترتیب به‌صورت $4m+1$ و $6n+1 \; (m,n \in Z)$ نوشت که اعداد ۱۲۹ و ۸۵ دارای این ویژگی هستند.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

---

۱۲۲- (سیدعادل‌رضا مرتضوی)

$$xyz \mid xy + yz \Rightarrow xz \mid x + z \Rightarrow \begin{cases} x \mid x+z \Rightarrow x \mid z \\ z \mid x+z \Rightarrow z \mid x \end{cases}$$

$$\Rightarrow |x| = |z| \xrightarrow{x,z \in N} x = z$$

$$2x^3 + 2z^3 - 12y^3 \overset{x=z}{=\!=} 4x^3 - 12y^3 = 4(\underbrace{x^3 - 3y^3}_{k}) = 4k$$

پس باقی‌مانده‌ی تقسیم برابر صفر است.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

---

۱۲۳- (علی ایمانی)

با توجه به فرض سؤال داریم: $a = bq + r$

$$a + ۳۰ = (b + ۲)q + r + ۴$$

$$\Rightarrow bq + r + ۳۰ = bq + ۲q + r + ۴ \Rightarrow ۲q = ۲۶ \Rightarrow q = ۱۳$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

---

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۲۴- (علی ایمانی)

$$a = ۴۸q + ۲۲ \Rightarrow a = ۱۶(۳q) + ۲۲ = ۱۶q' + ۲۲$$

$$q' = ۲t \Rightarrow a = ۳۲t + ۲۲$$

$$q' = ۲t + ۱ \Rightarrow a = ۳۲t + ۱۶ + ۲۲$$

$$\Rightarrow a = ۳۲t + ۳۸ = ۳۲(t + ۱) + ۶ \quad (q, q', t \in Z)$$

پس $r = ۶$ یا $r = ۲۲$ است.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

---

۱۲۵- (علی ساوجی)

ابتدا ملاحظه کنید که: $a \mid b + c \xrightarrow{\times c} a \mid bc + c^۲$

چون $a \mid bc$، لذا: $a \mid bc + c^۲ - bc \Rightarrow a \mid c^۲$

به‌همین ترتیب ثابت می‌شود که $a \mid b^۲$. چون $n$ زوج است می‌توانیم آن را به شکل $n = ۲k$ فرض کنیم: اکنون نتیجه می‌گیریم:

$$\begin{cases} a \mid c^۲ \xrightarrow{\text{به توان } k} a \mid c^{۲k} \Rightarrow a \mid c^n \\ a \mid b^۲ \xrightarrow{\text{به توان } k} a \mid b^{۲k} \Rightarrow a \mid b^n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \mid b^n + c^n \\ a \mid b^n - c^n \end{cases}$$

بنابراین هر سه گزاره‌ی $a \mid b^n$، $a \mid b^n + c^n$ و $a \mid b^n - c^n$ درست هستند.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۶- (هومن نورائی)

$$xy-y+x^{۲}-۳x=۰\Rightarrow y(x-۱)=۳x-x^{۲}\Rightarrow y=\frac{x^{۲}-۳x}{۱-x}$$

برای آن‌که $y$ مقدار صحیحی باشد باید صورت کسر بر مخرج کسر تقسیم‌پذیر باشد.

$$\begin{cases}۱-x\mid x^{۲}-۳x\\ ۱-x\mid ۱-x\xrightarrow{\times x}۱-x\mid x-x^{۲}\end{cases}\xrightarrow{\text{جمع}}۱-x\mid -۲x$$

$$\begin{cases}۱-x\mid -۲x\\ ۱-x\mid ۱-x\xrightarrow{\times(-۲)}۱-x\mid ۲x-۲\end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع}}۱-x\mid -۲\Rightarrow ۱-x=\pm ۱,\pm ۲$$

۴ نقطه با مختصات‌های صحیح زیر روی منحنی مذکور وجود دارد.

$$(۰,۰),(۲,۲),(-۱,۲),(۳,۰)$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

---

۱۲۷- (فرزاد جوادی)

$$\left.\begin{array}{l}۳a+۴b\mid ۵a+۹b\xrightarrow{\times ۳}۳a+۴b\mid ۱۵a+۲۷b\\ ۳a+۴b\mid ۳a+۴b\xrightarrow{\times ۵}۳a+۴b\mid ۱۵a+۲۰b\end{array}\right\}\Rightarrow ۳a+۴b\mid ۷b$$

$$\Rightarrow ۳a+۴b\mid ۲۱b$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

---

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۲۸- (علی ساوجی)

می‌دانیم که در تقسیم $a$ بر $b$، شرط $b>r$ وجود دارد. بنابراین، بیشترین مقدار $r$ برابر با $b-۱$ می‌شود:

$$a=bq+b-۱\Rightarrow a+۱=bq+b\Rightarrow a+۱=b(q+۱)$$

$$\Rightarrow b\mid a+۱$$

از طرفی $b\mid a-۱$. در نتیجه:

$$b\mid (a-۱)\times(a+۱)\Rightarrow b\mid a^{۲}-۱\Rightarrow a^{۲}-۱=bq'\Rightarrow a^{۲}=bq'+۱$$

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

---

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۹ (محمدجواد محسنی)

$$\left.\begin{array}{l} a = bq + ۱ \\ a + ۹۹ = bq' + ۱۰ \end{array}\right\} \xrightarrow{-} ۹۹ = b(q' - q) + ۹ \Rightarrow ۹۰ = b(q' - q)$$

$$\Rightarrow b \mid ۹۰$$

بزرگترین مقدار ممکن برای $b$، برابر ۹۰ است و با توجه به اینکه باقیمانده‌ی ۱۰ داریم، پس $b > ۱۰$ و در نتیجه کوچکترین مقدار $b$، ۱۵ است که اختلاف این دو مقدار برابر ۷۵ است.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۳۰ (امیرحسین ابومحبوب)

ممکن است عبارت $P(n)$ برای یک عدد طبیعی کوچکتر از $m$ نیز برقرار باشد ولی برای بعضی از اعداد بین $n$ و $m$ برقرار نگردد. مثلاً حکم $۲^n > n^۲$ برای $n = ۱$ برقرار است ولی برای مقادیر $n = ۲,۳,۴$ برقرار نمی‌باشد، پس $m = ۵$ است. دقت کنید که گزینه‌ی «۴» همواره صحیح است. زیرا از درستی $P(k)$ می‌توان درستی $P(k+۱)$ و سپس درستی $P(k+۲)$ و به همین ترتیب ادامه داد تا درستی $P(۲k)$ را نتیجه گرفت.

(ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

ریاضي ، ریاضي پایه ، الگو ودنباله - ۱۳۹۵۰۹۰۵

-۹۲ (میلاد منصوری)

$$۷ + ۴\sqrt{۳} = (۲ + \sqrt{۳})^۲$$

$$\Rightarrow (۷ + ۴\sqrt{۳})^{\sqrt{۲}-۱} = ((۲ + \sqrt{۳})^۲)^{\sqrt{۲}-۱} = (۲ + \sqrt{۳})^{۲\sqrt{۲}-۲}$$

از طرفی $(۲ + \sqrt{۳})(۲ - \sqrt{۳}) = ۱$، بنابراین: $(۲ + \sqrt{۳}) = (۲ - \sqrt{۳})^{-۱}$

$$\Rightarrow (۷ + ۴\sqrt{۳})^{\sqrt{۲}-۱}(۲ - \sqrt{۳})^{۲\sqrt{۲}-۳}$$

$$= (۲ + \sqrt{۳})^{۲\sqrt{۲}-۲}(۲ + \sqrt{۳})^{-۲\sqrt{۲}+۳} = (۲ + \sqrt{۳})$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

---

-۹۳ (سعید مدیرخراسانی)

$$\left.\begin{array}{l}\frac{۳۱۶}{۳۱۲۵}=۰/۱۰۱۱\\ \frac{۱}{۱۰۰۰}=۰/۰۰۱\end{array}\right\}\Rightarrow ۰/۱۰۱۱-۰/۰۰۱=۰/۱۰۰۱=۱/۰۰۱\times ۱۰^{-۱}$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

---

-۹۴ (علی یوسفی)

$$۳a_۱q\ ,\ ۲a_۱q^۲\ ,\ a_۱q^۳ \text{ دنباله‌ی حسابی} \Rightarrow ۳a_۱q+a_۱q^۳=۴(a_۱q^۲)$$

$$\Rightarrow a_۱q(۳+q^۲)=a_۱q(۴q)\Rightarrow ۳+q^۲=۴q\Rightarrow q^۲-۴q+۳=۰$$

$$\begin{cases}q=۱ & \text{غ ق ق}\\ q=۳\end{cases}$$ (چون دنباله غیرثابت است)

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۲ تا ۱۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

---

-۹۶ (محمدرضا شوکتی‌بیرق)

$$\frac{a_۷+a_۸+a_۹}{a_۳+a_۴+a_۵}=۱۶\Rightarrow\frac{a_۷(۱+q+q^۲)}{a_۳(۱+q+q^۲)}=۱۶\Rightarrow\frac{a_۷}{a_۳}=۱۶$$

$$\Rightarrow q^۴=۱۶\xrightarrow{\text{دنباله صعودی است.}}q=۲$$

$$a_۳+a_۴+a_۵=\frac{۱}{۴}\Rightarrow a_۱q^۲+a_۱q^۳+a_۱q^۴=\frac{۱}{۴}\xrightarrow{q=۲}a_۱=\frac{۱}{۱۱۲}$$

$$a_n=aq^{n-۱}=\frac{۱}{۱۱۲}\times ۲^{n-۱}=\frac{۲^{n-۵}}{۷}\Rightarrow\frac{۲^{n-۵}}{۷}<۱\Rightarrow ۲^{n-۵}<۷$$

$$\xrightarrow{n\in N}n=۱,۲,۳,۴,۵,۶,۷$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

---



www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۶- (مهدی ملارمضانی)

ابتدا زاویه‌ی بین هر دو کابین متوالی را به‌دست می‌آوریم: $\frac{۲\pi}{۳۰}=\frac{\pi}{۱۵}$

دورانی به اندازه‌ی $\frac{۵۲\pi}{۶}$، جابه‌جایی کابینی به‌اندازه‌ی $\frac{\frac{۵۲\pi}{۶}}{\frac{\pi}{۱۵}}=۱۳۰$ کابین ایجاد می‌کند. چرخ و فلک ۳۰ کابین دارد و جابه‌جایی کابینی به اندازه‌ی ۱۳۰، برابر است با ۴ دور کامل و جابه‌جایی ۱۰ کابین. بنابراین در موقعیت کابین ۱۵ قرار می‌گیرید.

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۷- (علی یوسفی)

$$S=\frac{۱}{۲}\times ۳\times ۵\times \sin ۱۲۰^\circ \Rightarrow S=\frac{۱۵\sqrt{۳}}{۴}$$

$$BC^۲=۹+۲۵-۲\times ۳\times ۵\times \cos ۱۲۰^\circ=۳۴+۱۵=۴۹\Rightarrow BC=۷$$

$$S=\frac{۱}{۲}ah\Rightarrow \frac{۱۵\sqrt{۳}}{۴}=\frac{۱}{۲}\times ۷h\Rightarrow h=\frac{۱۵\sqrt{۳}}{۱۴}$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۸- (جمال‌الدین حسینی)

$$\cos ۸۰^\circ + \cos ۴۰^\circ - \cos ۲۰^\circ = ۲\cos\left(\frac{۸۰^\circ + ۴۰^\circ}{۲}\right)\cos\left(\frac{۸۰^\circ - ۴۰^\circ}{۲}\right) - \cos ۲۰^\circ$$

$$= ۲\cos ۶۰^\circ \cos ۲۰^\circ - \cos ۲۰^\circ = \cos ۲۰^\circ (۲\cos ۶۰^\circ - ۱)$$

$$= \cos ۲۰^\circ (۲ \times \frac{۱}{۲} - ۱) = ۰$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۹- (ایمان نخستین)

$$\cot \alpha - \tan \alpha = ۲\cot ۲\alpha$$

$$\Rightarrow \underbrace{\cot \frac{x}{۲} - \tan \frac{x}{۲}}_{۲\cot x} - ۲\tan x - ۴\tan ۲x$$

$$= \underbrace{۲\cot x - ۲\tan x}_{۲(۲\cot ۲x)} - ۴\tan ۲x$$

$$= ۴\cot ۲x - ۴\tan ۲x = ۸\cot ۴x$$

$$\xrightarrow{x = \frac{\pi}{۱۲}} ۸\cot \frac{\pi}{۳} = \frac{۸\sqrt{۳}}{۳}$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۰ (ایمان نخستین)

$$A=\frac{۳+(۲\cos^۲ ۲x-۱)}{۲\sin^۲ ۲x}=\frac{۲+۲\cos^۲ ۲x}{۲\sin^۲ ۲x}=\frac{۱+\cos^۲ ۲x}{\sin^۲ ۲x}$$

$$=\frac{۱}{\sin^۲ ۲x}+\frac{\cos^۲ ۲x}{\sin^۲ ۲x}=(۱+\cot^۲ ۲x)+\cot^۲ ۲x=۱+۲\cot^۲ ۲x$$

$$\tan ۲x=\frac{۲\tan x}{۱-\tan^۲ x}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۱-(\sqrt{۲})^۲}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۱-۲}=-۲\sqrt{۲}$$

$$A=۱+۲\cot^۲ ۲x=۱+\frac{۲}{\tan^۲ ۲x}=۱+\frac{۲}{(-۲\sqrt{۲})^۲}$$

$$=۱+\frac{۲}{۸}=۱+\frac{۱}{۴}=\frac{۵}{۴}$$

(حسابان - مثلثات؛ صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

ریاضي ، ریاضي پایه ، توابع خاص- نامعادله و تعیین علامت - ۱۳۹۵۰۹۰۵

-۹۱ (ایمان نخستین)

$$x^۳-۳x+۲>۰\Rightarrow x^۳-x-(۲x-۲)>۰$$

$$\Rightarrow x(x-۱)(x+۱)-۲(x-۱)>۰\Rightarrow (x-۱)(x^۲+x-۲)>۰$$

$$\Rightarrow (x-۱)(x-۱)(x+۲)>۰\Rightarrow (x-۱)^۲(x+۲)>۰$$

$\Rightarrow$ مجموعه جواب : $(-۲,+\infty)-\{۱\}$

| x | | $-۲$ | | ۱ | |
|---|---|---|---|---|---|
| عبارت | $-$ | ۰ ‖ | $+$ | ۰ ‖ | $+$ |

$$\Rightarrow \begin{cases} a=-۲ \\ b=۱ \end{cases} \Rightarrow b-a=۱-(-۲)=۳$$

(ریاضی ۲ - توابع خاص، نامعادله و تعیین علامت؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

ریاضي ، ریاضي پایه ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۹۰۵

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۷ (علی یوسفی)

$$۵x^۴ - ۳x^۲ + ax - ۱ = (x+۱)Q(x) + R$$

چون مجموع ضرایب $Q(x)$ برابر ۷ است، پس $Q(۱) = ۷$. در نتیجه:

$$\left.\begin{array}{l} x = ۱ \Rightarrow ۵ - ۳ + a - ۱ = ۲ \times ۷ + R \Rightarrow a = ۱۳ + R \\ x = -۱ \Rightarrow ۵ - ۳ - a - ۱ = ۰ + R \Rightarrow ۱ - a = R \end{array}\right\} \Rightarrow a = ۷$$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۹۸ (فریدون ساعتی)

$$\begin{cases} ۲,۵,۸,۱۱,... \Rightarrow d_۱ = ۳ \\ ۳,۷,۱۱,... \Rightarrow d_۲ = ۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{اولین جمله‌ی مشترک} = ۱۱ \\ d = [d_۱, d_۲] = [۳,۴] = ۱۲ \end{cases}$$

دنباله جملات مشترک: $۱۱,۲۳,۳۵,... \xrightarrow{\text{جمله‌ی عمومی}} ۱۱ + ۱۲k (k = ۰,۱,...)$

$$۱۰۰ < ۱۱ + ۱۲k < ۲۰۰ \Rightarrow \frac{۸۹}{۱۲} < k < \frac{۱۸۹}{۱۲} \Rightarrow ۸ \le k \le ۱۵$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{اولین جمله‌ی مشترک} = ۱۱ + ۱۲(۸) = ۱۰۷ \\ \text{آخرین جمله‌ی مشترک} = ۱۱ + ۱۲(۱۵) = ۱۹۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow S_۸ = \frac{۸}{۲}(۱۰۷ + ۱۹۱) = ۴(۲۹۸) = ۱۱۹۲$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۶ تا ۱۰

و حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۹۹ (محمد خندان)

ابتدا مقسوم علیه را تجزیه می‌کنیم:

$$x^۲ - ۳x + ۲ = ۰ \Rightarrow (x-۱)(x-۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۱ \\ x = ۲ \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} f(۱) = ۱ + a + b = ۰ \\ f(۲) = ۱۶ + ۴a + b = ۰ \end{array} \Rightarrow \begin{cases} a = -۵ \\ b = ۴ \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^۴ - ۵x^۲ + ۴$$

حال جواب‌های معادله‌ی $f(x) = ۰$ را به‌دست می‌آوریم:

$$f(x) = ۰ \Rightarrow x^۴ - ۵x^۲ + ۴ = (x-۱)(x-۲)(x+۱)(x+۲) = ۰$$

کوچکترین جواب معادله $-۲$ است.

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۰ (کوروش شاه‌منصوریان)

$$۲^{۲n} = ۲^n + ۵۶ \xrightarrow{۲^n = x \text{ فرض}} x^۲ - x - ۵۶ = ۰$$

$$x = ۸ \Rightarrow ۲^n = ۸ = ۲^۳ \Rightarrow n = ۳ \Rightarrow n + ۲ = ۵$$

$$\text{ضریب جمله‌ی سوم} = \binom{۵}{۲} = ۱۰$$

(حسابان - مباحث جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۰۱ (کاظم اجلالی)

دو عبارت را به‌صورت تجزیه شده می‌نویسیم:

$$(x^۳ - ۴x)^۳ = x^۳(x-۲)^۳(x+۲)^۳$$

$$(x^۳ - ۲x^۲)^۲ = x^۴(x-۲)^۲$$

بنابراین داریم:

$$\frac{\text{ک.م.م}}{\text{ب.م.م}} = \frac{x^۴(x-۲)^۳(x+۲)^۳}{x^۳(x-۲)^۲} = x(x-۲)(x+۲)^۳$$

به‌ازای $x = ۸$ مقدار عبارت فوق برابر است با:

$$۸(۶)(۱۰)^۳ = ۴۸۰۰۰$$

(حسابان - مباحث جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

به همین ترتیب $۵ - \beta = \frac{۳}{\beta}$ است. پس:

$$A = \frac{\alpha^۲}{۵-\beta} + \frac{\beta^۲}{۵-\alpha} = \frac{\alpha^۲}{\frac{۳}{\beta}} + \frac{\beta^۲}{\frac{۳}{\alpha}} = \frac{\alpha^۲\beta + \alpha\beta^۲}{۳} = \frac{\alpha\beta(\alpha+\beta)}{۳} = ۵$$

(حسابان - مباحث جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۳- (کاظم اجلالی)

$$S = \alpha + \beta = ۳ \quad , \quad P = \alpha\beta = ۱$$

$$P' = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}.\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} = \sqrt{\frac{\alpha\beta}{\alpha\beta}} = ۱$$

$$S' = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} + \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} = \sqrt{(\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} + \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}})^۲} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} + ۲}$$

$$= \sqrt{\frac{\alpha^۲ + \beta^۲ + ۲\alpha\beta}{\alpha\beta}} = \sqrt{\frac{(\alpha+\beta)^۲}{\alpha\beta}} = \sqrt{\frac{۹}{۱}} = ۳$$

بنابراین معادله‌ی جدید به‌صورت $x^۲ - ۳x + ۱ = ۰$ است، که با معادله‌ی اولیه یکسان است.

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۰۴- (محمود عبدوس)

طبق فرض مسئله داریم:

$$\text{طول نقطه‌ی مینیمم} = \frac{-b}{۲a} = \frac{-(-۴)}{۲a} = \frac{۴}{۲a} = \frac{۲}{a}$$

$$y = ax^۲ - ۴x + a \Rightarrow ۲ = a(\frac{۲}{a})^۲ - ۴(\frac{۲}{a}) + a \Rightarrow ۲ = \frac{۴}{a} - \frac{۸}{a} + a$$

$$\xrightarrow{\times a} ۲a = ۴ - ۸ + a^۲ \Rightarrow a^۲ - ۲a - ۴ = ۰$$

$$\Rightarrow a = \frac{-(-۲) \pm \sqrt{(-۲)^۲ - ۴(۱)(-۴)}}{۲(۱)} \Rightarrow a = \frac{۲ \pm \sqrt{۴ + ۱۶}}{۲}$$

$$= \frac{۲ \pm \sqrt{۲۰}}{۲} = \frac{۲ \pm ۲\sqrt{۵}}{۲} = \frac{۲(۱ \pm \sqrt{۵})}{۲} = ۱ \pm \sqrt{۵}$$

نکته: با توجه به اینکه سهمی دارای نقطه می‌نیمم است، پس ضریب $x^۲$ باید مثبت باشد، یعنی $a > ۰$ است.

$a_۱ = ۱ + \sqrt{۵}$ ق.ق

$a_۲ = ۱ - \sqrt{۵}$ غ ق ق

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۵ (نگین یغمایی)

$$\begin{cases} x_۲ = x_۱ + ۲ \\ x_۱ + x_۲ = \dfrac{-b}{a} = ۴ \end{cases} \Rightarrow x_۱ + x_۱ + ۲ = ۴ \Rightarrow x_۱ = ۱$$

$$x_۱ x_۲ = \frac{m}{۲} \Rightarrow x_۲ = \frac{m}{۲} = ۱ + ۲ = ۳ \Rightarrow m = ۶$$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

$$\Rightarrow \frac{\dfrac{(۱ - x^{۱۰})}{۱ - x}}{\dfrac{(۱ - x^{۱۰})}{۱ - x^{۲}}} = ۸ \Rightarrow ۱ + x = ۸ \Rightarrow x = ۷$$

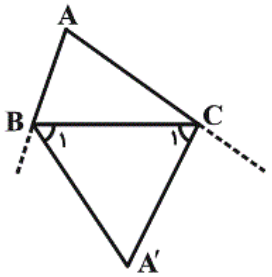
(حسابان - محاسبات جبری، نامعادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

ریاضي ، هندسه ۱ ، استدلال (هندسه‌ی ۱) ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۹۰۵

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۱- (نوید مجیدی)




فرض می‌کنیم $A\hat{B}C=\hat{B}$ و $A\hat{C}B=\hat{C}$.

در چهار ضلعی محدب $ABA'C$ مجموع زاویه‌های درونی برابر $۳۶۰^\circ$ است، حال با توجه به این‌که $BA'$ و $CA'$ نیمساز خارجی هستند، داریم:

$$\hat{B}_۱=\frac{۱}{۲}(۱۸۰^\circ-\hat{B})=۹۰^\circ-\frac{\hat{B}}{۲}\ ,\ \hat{C}_۱=\frac{۱}{۲}(۱۸۰^\circ-\hat{C})=۹۰^\circ-\frac{\hat{C}}{۲}$$

چون مجموع زاویه‌های درونی هر مثلث $۱۸۰^\circ$ است، در مثلث $A'BC$ خواهیم داشت:

$$\hat{B}_۱+\hat{C}_۱+\hat{A}'=۱۸۰^\circ\Rightarrow ۹۰^\circ-\frac{\hat{B}}{۲}+۹۰^\circ-\frac{\hat{C}}{۲}+\hat{A}'=۱۸۰^\circ$$

$$\hat{A}'=\frac{\hat{B}+\hat{C}}{۲}=۹۰^\circ-\frac{\hat{A}}{۲}$$

با جایگذاری $\hat{A}'$، در چهار ضلعی $ABA'C$ داریم:

$$\hat{A}+A\hat{B}A'+A\hat{C}A'+\hat{A}'=۳۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A}+۲۲۴^\circ+(۹۰^\circ-\frac{\hat{A}}{۲})=۳۶۰^\circ\Rightarrow\frac{\hat{A}}{۲}+۳۱۴^\circ=۳۶۰^\circ$$

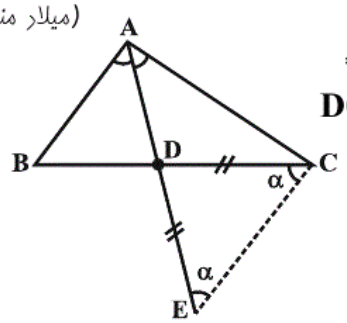
$$\hat{A}=۲\times ۴۶^\circ=۹۲^\circ$$

(هندسه ۱ - استدلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

---

۱۳۲- (میلاد منصوری)




با توجه به‌صورت مسئله شکل چنین است:

$$DC=DE\Rightarrow D\hat{C}E=D\hat{E}C=\alpha$$

$$\left.\begin{array}{l}A\hat{D}C-A\hat{D}B=۴۰^\circ\\ A\hat{D}C+A\hat{D}B=۱۸۰^\circ\end{array}\right\}\Rightarrow A\hat{D}C=۱۱۰^\circ$$

در $\overset{\Delta}{CDE}$: $A\hat{D}C$ زاویه‌ی خارجی است: $\Rightarrow ۱۱۰^\circ=۲\alpha\Rightarrow\alpha=۵۵^\circ$

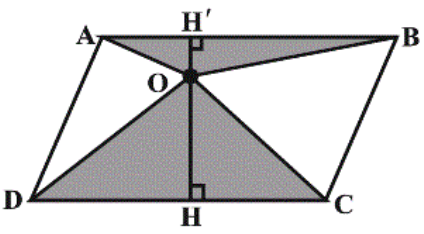
(هندسه ۱ - استدلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۲۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴



www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۳- (محسن محمدکریمی)




$$OH = ۳OH' \Rightarrow \frac{OH}{HH'} = \frac{۳}{۴}$$

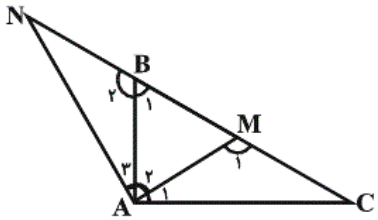
$$\frac{S_{DOC}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{۱}{۲}OH.DC}{HH'.DC} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۳}{۴} = \frac{۳}{۸}$$

(هندسه ۱ - مساحت و قضیه فیثاغورس؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۳۴- (محمدعلی نادرپور)

می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، میانه‌ی وارد بر وتر، نصف وتر است پس $AM = \frac{BC}{۲}$ و در مثلث $AMC$ داریم $\hat{A}_۱ = \hat{C} = ۳۰^\circ$ و $\hat{M}_۱ = ۱۲۰^\circ$. از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه، ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی $۳۰^\circ$، نصف وتر است پس $AB = \frac{BC}{۲}$ و مثلث $ABM$، متساوی‌الاضلاع است. پس $\hat{B}_۲ = ۱۲۰^\circ$ و $\hat{A}_۳ = ۹۰^\circ - \hat{A}_۲ = ۳۰^\circ$. در نتیجه دو مثلث $ABN$ و $AMC$ به حالت دو زاویه و ضلع بین، همنهشت هستند. پس داریم:




$$AN = AC = \frac{\sqrt{۳}}{۲}BC$$

$$= \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۱۰ = ۵\sqrt{۳}$$

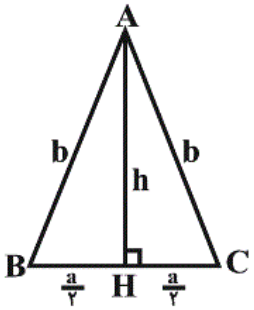
(هندسه ۱ - مساحت و قضیه فیثاغورس؛ صفحه‌ی ۶۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

---

ریاضي ، هندسه ۱ ، تشابه - ۱۳۹۵۰۹۰۵

۱۳۵- (محمدطاهر شعاعی)




بنا به فرض $h^۲ = a \times b$ داریم:

$$\frac{a^۲}{۴} + h^۲ = b^۲ \Rightarrow \frac{a^۲}{۴} + ab = b^۲$$

$$\xrightarrow{\frac{a}{b}=k} b^۲k^۲ + ۴kb^۲ = ۴b^۲$$

$$\Rightarrow k^۲ + ۴k - ۴ = ۰ \Rightarrow k = -۲ \pm \sqrt{۸}$$

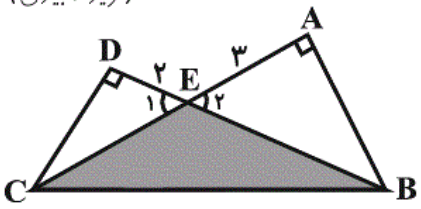
$$\xrightarrow{k>۰} k = ۲\sqrt{۲} - ۲$$

(هندسه ۱ - تشابه؛ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۶ (نوید مجیدی)




چـــون $\hat{A}=\hat{D}=۹۰^\circ$ و $\hat{E}_۱=\hat{E}_۲$، پس دو مثلث ABE و DCE با هـم متشابه‌اند. در نتیجه می‌توانیم بنابر نسبت ضلع‌های نظیر، بنویسیم:

$$\frac{DE}{AE}=\frac{DC}{AB}=\frac{EC}{EB}\Rightarrow\frac{۲}{۳}=\frac{EC}{EB}\Rightarrow\frac{۲}{۵}=\frac{EC}{EC+EB}\quad (*)$$

اما چون محیط مثلث BCE برابر ۱۶ است و $CB=۷$، پس:

$EC+EB=۱۶-۷=۹$، در نتیجه در رابطه‌ی (*) خواهیم داشت:

$$\frac{۲}{۵}=\frac{EC}{۹}\Rightarrow EC=\frac{۱۸}{۵}=۳/۶\Rightarrow EB=۹-۳/۶=۵/۴$$

$$EB-EC=۵/۴-۳/۶=۱/۸$$

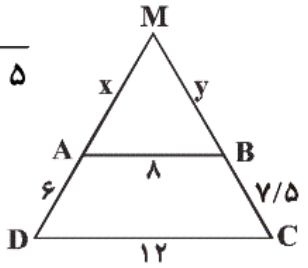
(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۳۷ (علیرضا شریف خطیبی)

$$AB\parallel DC\xrightarrow{\text{تالس}}\frac{x}{x+۶}=\frac{۸}{۱۲}=\frac{y}{y+۷/۵}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=۱۲\\y=۱۵\end{cases}\Rightarrow x+y=۲۷$$




(هندسه‌ی ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۳۸ (محمدعلی نادرپور)

فاصله‌ی A تا ضلع BC (یعنی طول ارتفاع) را h و فاصله‌ی A تـا ضـلع MN را $h'$ می‌نامیم. دو مثلث ABC و AMN متشابه هستند. (به حالت تساوی دو زاویـه)، پـس داریم:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AMN}}=(\frac{h}{h'})^۲\Rightarrow ۳=\frac{۳۶}{h'^۲}\Rightarrow h'^۲=۱۲\Rightarrow h'=۲\sqrt{۳}$$

(هندسه‌ی ۱ - تشابه: صفحه‌های ۹۳ تا ۱۰۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

-۱۳۹ (رضا عباسی‌اصل)

مثلـث‌هـای ADE و ABC بـه حالـت (ز ز) متشـابهند و مـی‌دانـیم نسـبت مساحت‌های دو مثلث متشابه با نسبت تشابه k برابر است با $k^۲$.

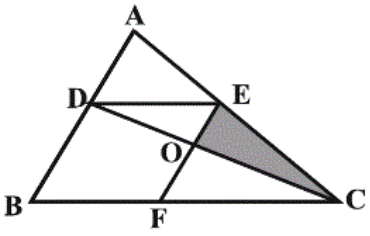
$$\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}}=k^۲\Rightarrow\frac{۲۵}{۲۵+x}=\frac{۲۵}{۴۹}\Rightarrow ۲۵+x=۴۹\Rightarrow x=۲۴$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۰ (نوید مجیدی)




چون نسبت مساحت دو مثلث هم ارتفاع، برابر است با نسبت قاعده‌هایشان، پس خواهیم داشت: $\frac{S_{ODE}}{S_{OEC}}=\frac{OD}{OC}=\frac{۲}{۳}$

در نتیجه: $\frac{AE}{EC}=\frac{AD}{DB}=\frac{۲}{۳}$، یعنی نسبت مساحت دو مثلث $ADC$ و $BDC$ برابر است با $\frac{S_{ADC}}{S_{BDC}}=\frac{۲}{۳}$ یا $\frac{S_{ADC}}{S_{ABC}}=\frac{۲}{۵}$. از آن‌جا که $\frac{S_{OEC}}{S_{ADC}}=(\frac{۳}{۵})^۲$، پس با ترکیب دو رابطه‌ی اخیر داریم:

$$S_{OEC}=\frac{۹}{۲۵}S_{ADC}=\frac{۹}{۲۵}\times\frac{۲}{۵}S_{ABC}=\frac{۱۸}{۱۲۵}S_{ABC}$$

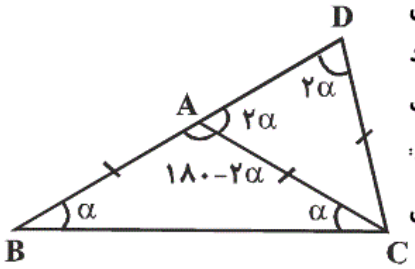
(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

ریاضي ، هندسه ۱ - گواه ، استدلال (هندسه‌ی ۱) ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۹۰۵

-۱۴۱ (سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۴)

با در نظر گرفتن $A\hat{B}C=\alpha$، داریم $A\hat{C}B=\alpha$ و از آن‌جا که $D\hat{A}C$ زاویه‌ی خارجی مثلث $ABC$ است، داریم $D\hat{A}C=۲\alpha$ و به دلیل متساوی الساقین بودن مثلث $CAD$، داریم $C\hat{D}B=۲\alpha$.




از طرفی طبق فرض سؤال ساق $BA$ از نقطه‌ی $B$ به اندازه‌ی قاعده‌ی $BC$ تا نقطه‌ی $D$، امتداد داده شده است، پس $BD=BC$ و مثلث $BCD$ متساوی‌الساقین است، یعنی: $B\hat{C}D=C\hat{D}B$، مجموع زاویه‌های داخلی مثلث $BCD$، برابر $۱۸۰^\circ$ است، پس:

$$\alpha+۲\alpha+۲\alpha=۱۸۰^\circ\Rightarrow\alpha=۳۶^\circ\Rightarrow\hat{A}=۱۸۰^\circ-۲\alpha=۱۰۸^\circ$$

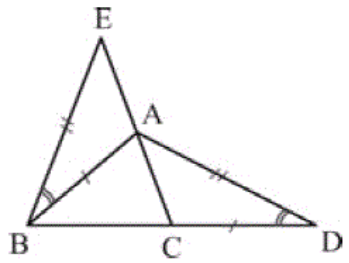
(هندسه ۱ - استدلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۲۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**-۱۴۲** (سراسری خارج از کشور تجربی - ۸۵)

**با توجه به شکل:**



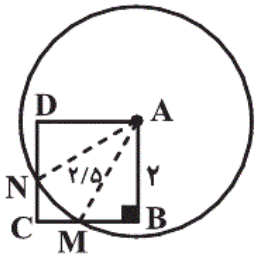

$$\begin{cases} AD = BE \\ A\hat{D}C = A\hat{B}E \\ CD = AB \end{cases} \longrightarrow \overset{\Delta}{ACD} \cong \overset{\Delta}{EAB} \Rightarrow AC = AE$$

(هندسه ۱ - استدلال: مشابه تمرین ۱۵، صفحه‌ی ۲۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

ریاضي ، هندسه ۱ - گواه ، مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس - ۱۳۹۵۰۹۰۵

**-۱۴۳** (سراسری ریاضی - ۹۵)




**مطابق شکل دایره‌ای به مرکز نقطه‌ی $A$ و شعاع ۲/۵، دو ضلع $BC$ و $CD$ از مربع $ABCD$ به طول ضلع دو واحد را در دو نقطه‌ی $M$ و $N$ قطع کرده است.**

**نزدیک‌ترین رأس مربع به نقطه‌ی تقاطع، رأس $C$ است و منظور سؤال، محاسبه‌ی طول $CM$ یا $CN$ است. برای این منظور ابتدا با استفاده از قضیه‌ی فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه‌ی $ABM$ طول $BM$ را حساب می‌کنیم:**

$$BM = \sqrt{AM^2 - AB^2} = \sqrt{(\frac{5}{2})^2 - 2^2} = \sqrt{\frac{25}{4} - 4} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$$

**بنابراین:**

$$CM = BC - BM = 2 - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

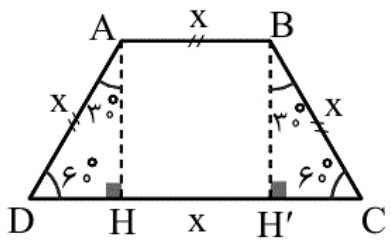
(هندسه ۱ - مساحت و قضیه فیثاغورس: صفحه‌های ۵۷ تا ۵۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۴ (سراسری تجربی - ۹۵)

مطابق شکل، ذوزنقه‌ای با شرایط مسأله رسم و ارتفاع‌های آن را نیز رسم می‌کنیم که در این صورت دو مثلث قائم‌الزاویه با زاویه‌های حاده‌ی $۳۰^\circ$ و $۶۰^\circ$ در دو طرف ذوزنقه حاصل می‌شود. مطابق شکل داریم:




$\overset{\Delta}{ADH}: ۳۰^\circ$ ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی $DH = \frac{۱}{۲}AD = \frac{x}{۲}$

با نظیر استدلال بالا: $CH' = \frac{x}{۲}$

$$\Rightarrow CD = CH' + HH' + DH = \frac{x}{۲} + x + \frac{x}{۲} = ۲x$$

$$\text{محیط ذوزنقه} = CD + AD + AB + BC = ۲x + x + x + x = ۳۰$$

$$\Rightarrow ۵x = ۳۰ \Rightarrow x = ۶$$

از طرفی $AH$ در مثلث $ADH$ ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی $۶۰^\circ$ است، پس $AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}x$ و داریم:

$$S(ABCD) = \frac{۱}{۲}(AB + CD) \times AH = \frac{۱}{۲}(x + ۲x)\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}x\right)$$

$$= \frac{۳\sqrt{۳}}{۴}x^۲ = \frac{۳\sqrt{۳}}{۴}(۶^۲) = ۲۷\sqrt{۳}$$

(هندسه ۱ - مساحت و قضیه فیثاغورس: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰)

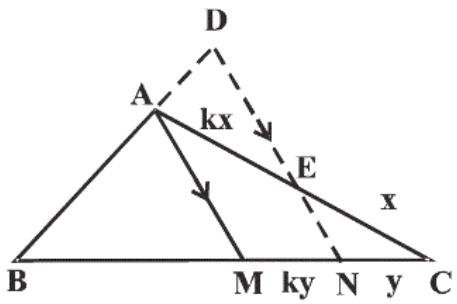
۱ ۲✓ ۳ ۴



www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

**۱۴۵-** (سراسری ریاضی-۹۴)

فرض کنیم نقطه‌ی E ضلع AC را به نسبت k تقسیم کرده باشد، یعنی $EC = x$ و $AE = kx$، از آن‌جا که طبق فرض $EN \parallel AM$، بنا به قضیه‌ی تالس N نیز MC را به نسبت k تقسیم کرده است، پس با فرض $NC = y$، $MN = ky$ است.




از آن‌جا که طبق فرض، M وسط BC است. $BM = CM = ky + y$

$$AM \parallel DN \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BM}{MN} = \frac{ky+y}{ky}$$

$$\Rightarrow AD = \frac{k}{k+1}AB \qquad (1)$$

$$EN \parallel AM \Rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{MN}{MC} = \frac{ky}{ky+y}$$

$$\Rightarrow AE = \frac{k}{k+1}AC \qquad (2)$$

$$(1)\text{ و }(2) \Rightarrow \frac{AD}{AE} = \frac{\frac{k}{k+1}AB}{\frac{k}{k+1}AC} = \frac{AB}{AC} \underset{\text{طبق فرض}}{=\!=} \frac{2}{3}$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

**۱۴۶-** (سراسری ریاضی-۷۳)

طبق فرض سؤال x و y اعدادی بزرگ‌تر از ۵ هستند، پس در مثلث با طول اضلاع ۵، x و y، ضلع به طول ۵، کوتاه‌ترین ضلع است و بنابراین متناظر به کوتاه‌ترین ضلع مثلث با اضلاع ۳، ۵ و ۷ می‌باشد، یعنی می‌توان نوشت:

$$\frac{3}{5} = \frac{5}{x} = \frac{7}{y} \quad \begin{cases} \frac{3}{5} = \frac{5}{x} \Rightarrow x = \frac{25}{3} \\ \frac{3}{5} = \frac{7}{y} \Rightarrow y = \frac{35}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x + y = \frac{25+35}{3} = \frac{60}{3} = 20$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۷ (آزاد پزشکی – ۸۵)

در هر دو چندضلعی متشابه، نسبت قطرهای نظیر، برابر نسبت تشابه است. فرض می‌کنیم که نسبت تشابه $k$ باشد، داریم: $k^۲ = \frac{S(A'B'C'D')}{S(ABCD)} = \frac{۲۴}{۳\times۴} = ۲ \Rightarrow k = \sqrt{۲}$

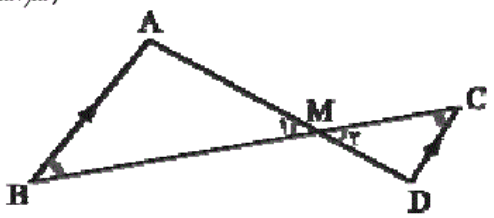
$$k = \frac{d'}{d} \Rightarrow \sqrt{۲} = \frac{d'}{۵} \Rightarrow d' = ۵\sqrt{۲}$$

تذکر: در مستطیلی که یک ضلع آن برابر ۳ و طول قطر آن ۵ است، طول ضلع دیگر برابر ۴ است.

(هندسه ۱ – تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۴۸ (سراسری تجربی – ۷۹)




$$\begin{cases} \hat{M}_۱ = \hat{M}_۲ \text{ (متقابل به رأس)} \\ AB \parallel CD \xrightarrow{\text{مورب } BC} \hat{B} = \hat{C} \end{cases} \xrightarrow{\text{تساوی زاویه‌ها}} \overset{\Delta}{MAB} \sim \overset{\Delta}{MDC}$$

نسبت تشابه: $k = \frac{MD}{AM} \quad (*)$

طبق فرض: $\frac{AM}{AD} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \frac{AM}{AD - AM} = \frac{۳}{۵-۳}$

$$\Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{MD}{AM} = \frac{۲}{۳} = k \quad (*)$$

نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه، برابر با مجذور نسبت تشابه است، پس:

$$\frac{S(\overset{\Delta}{MDC})}{S(\overset{\Delta}{MAB})} = k^۲ = \left(\frac{۲}{۳}\right)^۲ = \frac{۴}{۹}$$

(هندسه ۱ – تشابه: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

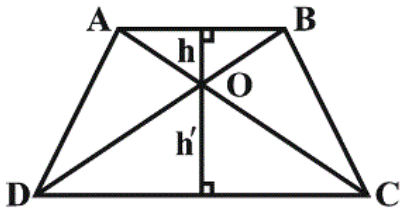
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۹- (سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۷)

از آن‌جا که $AB \parallel CD$ ، پس دو مثلث $OAB$ و $OCD$ متشابه هستند و نسبت تشابه برابر است با $K = \frac{CD}{AB} = ۲$ ، پس $\frac{h'}{h} = ۲$ . اگر ارتفاع ذوزنقه برابر $h''$ فرض شود، داریم: $h'' = h + h' = ۳h$

$$\frac{S_{ABCD}}{S_{ABO}} = \frac{\frac{۱}{۲}h''(AB+CD)}{\frac{۱}{۲}h.AB}$$

$$= \frac{\frac{۱}{۲}\times ۳h(۳AB)}{\frac{۱}{۲}\times h(AB)} = ۹$$

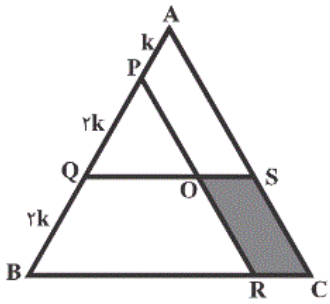



(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

---

۱۵۰- (سراسری خارج از کشور تجربی -۹۴)




هر یک از مثلث‌های $OPQ$، $AQS$ و $BPR$ با مثلث $ABC$ متشابه هستند و نسبت تشابه آن‌ها به‌ترتیب برابر است با $\frac{۲k}{۵k} = \frac{۲}{۵}$ ، $\frac{۳k}{۵k} = \frac{۳}{۵}$ و $\frac{۴k}{۵k} = \frac{۴}{۵}$. پس مساحت‌های آن‌ها به ترتیب برابر می‌شود با:

$$\overset{\Delta}{S} \;\; (\frac{۲}{۵})^۲S = \frac{۴}{۲۵}S \;\; ، \;\; \overset{\Delta}{S} \;\; (\frac{۳}{۵})^۲S = \frac{۹}{۲۵}S \;\; و \;\; \overset{\Delta}{S} \;\; (\frac{۴}{۵})^۲S = \frac{۱۶}{۲۵}S .$$

داریم: $S(ORCS) = S(\overset{\Delta}{ABC}) - S(\overset{\Delta}{BPR}) - S(\overset{\Delta}{AQS}) + S(\overset{\Delta}{OPQ})$

$$= S - \frac{۱۶}{۲۵}S - \frac{۹}{۲۵}S + \frac{۴}{۲۵}S = \frac{۴}{۲۵}S = ۰/۱۶S$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.kanoon.ir