سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

https://telegram.me/riazisara (@riazisara)

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

ریاضي ، حسابان ، - ۱۳۹۵۰۹۰۵

۸۱- معادله‌ی $|۲x-۱|+|۲x+۱|=\log x-۱$ دارای چند جواب است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۸۲- تعداد ریشه‌های معادله‌ی $x\sin x-۱=۰$ در فاصله‌ی $۰<x<\pi$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۸۳- اگر $|x+y|<|x|+|y|$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{x}{|x|}+\frac{y}{|y|}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) -۲ ۴) هر سه گزینه می‌تواند باشد.

شما پاسخ نداده اید

۸۴- اگر فاصله‌ی بین x و ۳ کم‌تر از ۲ باشد، آن‌گاه حاصل $A=|x-۵|+|x+۱|$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) $-۲x+۴$ ۴) $۲x-۴$

شما پاسخ نداده اید

۸۵- مساحت سطح محدود به تابع $f(x)=|x-۲|+|x+۳|$ و دو خط $x=-۴$ و $x=۲$ و محور xها کدام است؟

۱) ۲۵ ۲) ۳۱ ۳) ۳۷ ۴) ۴۱

شما پاسخ نداده اید

۸۶- معادله‌ی $|x^۲-۲x|=۲x-x^۲$ چند جواب صحیح دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۸۷- معادله‌ی $||x|-۲|=\sqrt{x-k}$ به‌ازای مقادیر مختلف k، حداکثر چند ریشه دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۸۸- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $(x+3)^2 < |x^2-9|$ کدام است؟

۱) R ۲) $(-\infty,0)$ ۳) $(0,+\infty)$ ۴) $(-\infty,0)-\{-3\}$

شما پاسخ نداده اید

۸۹- مجموعه جواب نامعادله‌ی $|x|+|3x-1|\leq 5$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

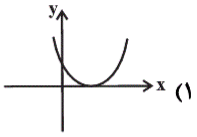
۹۰- کدام‌یک از دریاچه‌های زیر، حاصل فروافتادگی قسمتی از زمین است؟

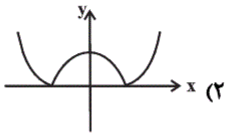
۱) خزر ۲) بایکال

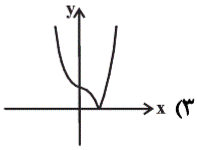
۳) سبلان ۴) تار

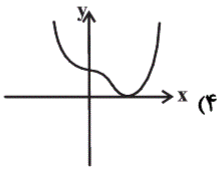
شما پاسخ نداده اید

۹۱- نمودار تابع $y=|x^3-1|$ کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


شما پاسخ نداده اید

۹۲- در کدام یک از بازه‌های زیر نمودار $y=\sqrt{x}-1$ بالای نمودار $y=|x-2|$ قرار دارد؟

۱) $(1,2)$ ۲) $(2,3)$ ۳) $(1/44,2)$ ۴) $(1/7,2/5)$

شما پاسخ نداده اید

۹۳- به‌ازای چند مقدار m، رابطه‌ی $f=\{(1,m),(1,m^3-m),(m,5),(0,4)\}$ تابع است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۹۴- چند تابع از مجموعه‌ی $A=\{1,2,3,4,5\}$ به مجموعه‌ی $B=\{6,7,8,9,10\}$ می‌توان تعریف کرد که شامل زوج‌مرتب $(1,6)$ یا $(1,7)$ باشد؟

۱) ۱۲۵۰ ۲) ۳۱۲۵ ۳) ۶۲۵ ۴) ۱۲۵

شما پاسخ نداده اید

۹۵- k کدام باشد تا دو تابع $f(x)=kx+2$ و $g(x)=\begin{cases}\frac{x^2-4}{x-2} & x\neq 2\\ 4 & x=2\end{cases}$ با هم برابر باشند؟

۱) ۱ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) -1 ۴) $-\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۶- چند عدد صحیح در دامنه‌ی تابع $f(x)=\log^{(16-x^2)}_{(x^2-3)}$ قرار دارد؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر $y=f(x)$ تابع همانی روی مجموعه‌ی اعداد صحیح باشد، کدام تابع روی مجموعه‌ی اعداد صحیح، تابع ثابت است؟

۱) $\frac{x^2+f(x)}{(f(x))^2+x}$ ۲) $\frac{f(x)+1}{2x+2}$ ۳) $\frac{2f(x)-1}{2x-1}$ ۴) $\frac{f(x)+x}{2x-2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- دامنه‌ی تابع $f(x)=\sqrt{x^2-|x^2-1|}$ شامل چند عدد صحیح نیست؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر $f(x)=\begin{cases}\sqrt{3}+2x & , \ x\geq 1\\ \sqrt{3}-x & , \ x<1\end{cases}$، مقدار $f(f(\sqrt{3}-1))$ کدام است؟

۱) $2+\sqrt{3}$ ۲) $\sqrt{3}-2$ ۳) $\sqrt{3}+1$ ۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- در کدام‌یک از روابط زیر y تابعی از x است؟

۱) $y^2-2y=x+1$ ۲) $|x-1|+|y+1|=1$

۳) $|y|+\sqrt[3]{x-1}=1$ ۴) $y^3-3y^2+3y+x^3-x=0$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه‌ی ۲ ، - ۱۳۹۵۰۹۰۵

۱۲۱- نقطه‌ی M روی نیمساز زاویه‌ی $XOY=91^\circ$ واقع است. اگر MH و MH' به‌ترتیب بر OX و OY عمود باشند، آنگاه لزوماً:

۱) $MH<OH<OM$ ۲) $OH<HM<OM$

۳) $OH<OM<HM$ ۴) $HH'<HM<OH$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- در مثلث ABC، اگر AM میانه وارد بر ضلع BC باشد، کدام نامساوی لزوماً برقرار است؟

۱) $AM<\frac{1}{3}(AB+AC)$ ۲) $AM<\frac{1}{2}|AB-AC|$

۳) $AM<|AB-AC|$ ۴) $AM<\frac{1}{2}(AB+AC)$

شما پاسخ نداده اید

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۲۳-در مثلث ABC زاویه‌ی A حاده است. روی دو ضلع BC و AB به‌ترتیب دو نقطه‌ی D و E را طوری در نظر می‌گیریم که $BE = AC$ و $DE = AD$. کدام گزینه درست است؟

۱) $ED > AC$ ۲) $BD > DC$

۳) $AB > BC$ ۴) $AE > DC$

شما پاسخ نداده اید

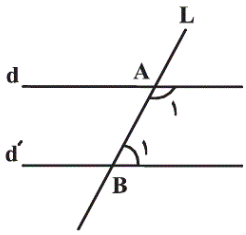
۱۲۴- در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ دو نقطه‌ی B و C و طول ضلع AB نیز ثابت است. مکان هندسی نقطه‌ی M، محل تلاقی قطرهای متوازی‌الاضلاع روی کدام شکل قرار دارد؟

۱) دایره‌ای به مرکز وسط BC ۲) خطی موازی BC

۳) خطی که از نقطه‌ی وسط BC می‌گذرد. ۴) خطی عمود بر BC

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- مطابق شکل، خط‌های ثابت d و d' موازی‌اند. اگر خط متغیر L آن‌ها را قطع کند، مکان هندسی نقطه‌ی تقاطع نیمسازهای زاویه‌های $\hat{A}_1$ و $\hat{B}_1$ کدام است؟



۱) خطی عمود بر d و d' ۲) دایره‌ای مماس بر d و d'

۳) دو خط موازی d و d' ۴) یک خط موازی d و d'

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- با وصل کردن کدام‌یک از نقطه‌های زیر به رأس‌های یک مثلث، مساحت آن مثلث به سه قسمت مساوی تقسیم می‌شود؟

۱) نقطه‌ی همرسی نیمسازهای زاویه‌های داخلی ۲) نقطه‌ی همرسی ارتفاع‌ها

۳) نقطه‌ی همرسی میانه‌ها ۴) نقطه‌ی همرسی عمودمنصف‌های اضلاع

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- اندازه‌ی زاویه‌های یک مثلث 15° و 75° است. اگر طول کوچک‌ترین ارتفاع این مثلث ۹ باشد، فاصله‌ی نقطه‌ی همرسی ارتفاع‌ها تا نقطه‌ی همرسی میانه‌های آن کدام است؟

۱) ۸ ۲) ۱۵

۳) ۱۲ ۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۸- در مثلث ABC داریم $\hat{A}=۹۰^\circ$، $AB=۲\sqrt{۳}$، $AC=\sqrt{۶}$ و AH ارتفاع وارد بر وتر است. اگر $G_۱$ نقطه‌ی تلاقی میانه‌های مثلث ABH و $G_۲$ نقطه‌ی تلاقی میانه‌های مثلث ACH باشد، طول $G_۱G_۲$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۳}$

۳) ۱ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- از هر یک از رأس‌های مثلث ABC سه خط موازی ضلع‌های آن رسم می‌کنیم. از برخورد دوبه‌دوی این سه خط، مثلث MNP به‌وجود می‌آید.

نقطه‌ی همرسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث MNP برای مثلث ABC چه نقطه‌ای است؟

۱) همرسی میانه ۲) همرسی ارتفاع

۳) همرسی عمودمنصف‌های اضلاع ۴) همرسی نیمسازها

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- چند مثلث ABC، با معلومات $\hat{A}=۷۵^\circ$، $BC=۹$ و طول میانه‌ی $AM=۴$ می‌توان رسم کرد؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) هیچ ۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، جبر و احتمال ، - ۱۳۹۵۰۹۰۵

۱۴۱- قضیه‌ی دو شرطی، قضیه‌ای است که علاوه بر خود، عکس آن نیز یک قضیه باشد. کدام‌یک از قضایای زیر، یک قضیه‌ی دوشرطی است؟

۱) اگر $x=y$ باشد، آن‌گاه $x^۲+y^۲=۲xy$.

۲) اگر $a=b=۰$ باشد، آن‌گاه $ab=۰$ است.

۳) اگر اعداد صحیح a و b بر ۳ بخش‌پذیر باشند، آن‌گاه $a+b$ بر ۳ بخش‌پذیر است.

۴) اگر عدد صحیح x بر ۹ بخش‌پذیر باشد، آن‌گاه x بر ۳ بخش‌پذیر است.

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- عکس کدام‌یک از قضایای زیر، قضیه‌ی شرطی می‌باشد؟

۱) هر مربع، لوزی است.

۲) اگر $x^۲<x^۴$، آن‌گاه $|x|<۱$. $(x\neq ۰)$

۳) هر دو زاویه‌ی متقابل به رأس، مساوی هستند.

۴) اگر $x>۱۰$، آن‌گاه $x^۲>۱۰۰$.

شما پاسخ نداده اید

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۴۳- اگر میانگین نمرات کلاس خوب باشد، معلم راضی است و اگر معلم راضی باشد، خوب درس می‌دهد. در حال حاضر معلم خوب درس می‌دهد؛ کدام نتیجه‌گیری درست است؟

۱) میانگین نمرات کلاس خوب است.
۲) معلم راضی است.
۳) معلم راضی نیست.
۴) میانگین نمرات کلاس لزوماً خوب نیست.

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- در اثبات حکم $a^۳+b^۳ \geq ab(a+b)$، از طریق استدلال بازگشتی به حکم بدیهی ... می‌رسیم. (a و b اعداد حقیقی مثبت هستند.)

۱) $(a+b)^۲ \geq ۰$
۲) $a^۲+b^۲ \geq ۰$
۳) $a^۲+b^۲ \geq ab$
۴) $(a-b)^۲ \geq ۰$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- در اثبات گنگ‌بودن $\sqrt{۲}$ با کمک برهان خلف، به چه تناقضی می‌رسیم؟

۱) عدد ۲ عامل اولی به‌جز خودش دارد.
۲) در کسر $\frac{p}{q}$، اعداد p و q هردو زوجند.
۳) معادله $p^۲=۲q^۲$ جواب صحیح دارد.
۴) دو عدد زوج نسبت به هم اول هستند.

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- در اثبات نامساوی $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{۲}$ (a و b دو عدد حقیقی مثبت هستند) از طریق برهان خلف، تناقض پیش آمده مربوط به کدام‌یک از نامساوی‌های زیر است؟

۱) $(a+b)^۲ < ۰$
۲) $(a-b)^۲ < ۰$
۳) $a^۲+b^۲ < ۰$
۴) $\sqrt{ab} < ۰$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- از مجموعه $A=\{۱,۲,۳,...,۲۸,۲۹\}$، حداقل چند عدد متمایز انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم مجموع حداقل ۲ تا از آن‌ها برابر با ۳۰ است؟

۱) ۱۲
۲) ۱۴
۳) ۱۵
۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- اگر یک دبیرستان دارای ۳۳۷ دانش‌آموز باشد، آن‌گاه دست‌کم چند دانش‌آموز در این دبیرستان در یک روز از هفته و یک ماه از سال متولد شده‌اند؟

۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- در ظرفی ۴ مهره سفید، ۶ مهره سیاه، ۷ مهره قرمز و ۳ مهره سبز داریم. حداقل چند مهره از کیسه خارج کنیم تا به یقین در بین مهره‌های خارج شده، یک مهره از هر رنگ باشد؟

۱) ۵
۲) ۱۴
۳) ۱۷
۴) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- مجموعه‌ی $A=\{\cos\frac{n\pi}{۲} \mid n \in N\}$ با کدام‌یک از مجموعه‌های زیر برابر است؟

۱) $B_۱=\{(-۱)^n \mid n \in N\}$
۲) $B_۲=\{x \in R \mid x^۲ \leq ۱\}$
۳) $B_۳=\{x \in N \mid x^۲ \leq ۱\}$
۴) $B_۴=\{x \in R \mid x^۳ = x\}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، حسابان-سوالات موازی ، - ۱۳۹۵۰۹۰۵

۱۰۱- معادله‌ی $|۲x+۱|+|۲x-۱|=\log x-۱$ دارای چند جواب است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۲- تعداد ریشه‌های معادله‌ی $x\sin x-1=0$ در فاصله‌ی $0<x<\pi$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

صفحه‌های ۱۸ تا ۴۲

۱۰۳- اگر $|y|+|x|<|x+y|$ باشد، آنگاه حاصل $\frac{x}{|x|}+\frac{y}{|y|}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) -۲ ۴) هر سه گزینه می‌تواند باشد.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر فاصله‌ی بین x و ۳ کم‌تر از ۲ باشد، آن‌گاه حاصل $A=|x-5|+|x+1|$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) $-2x+4$ ۴) $2x-4$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- مساحت سطح محدود به تابع $f(x)=|x-2|+|x+3|$ و دو خط $x=-4$ و $x=2$ و محور xها کدام است؟

۱) ۲۵ ۲) ۳۱ ۳) ۳۷ ۴) ۴۱

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- معادله‌ی $|x^2-2x|=2x-x^2$ چند جواب صحیح دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- معادله‌ی $||x|-2|=\sqrt{x-k}$ به‌ازای مقادیر مختلف k حداکثر چند ریشه دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $|x^2-9|<(x+3)^2$ کدام است؟

۱) R ۲) $(-\infty,0)$

۳) $(0,+\infty)$ ۴) $(-\infty,0)-\{-3\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- مجموعه جواب نامعادله‌ی $|3x-1|+|x|\leq 5$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- مجموعه جواب نامعادله‌ی $x^2-2x>-3$ کدام است؟

۱) $[0,+\infty)$ ۲) $(-\infty,0]$ ۳) $[0,\frac{3}{2})$ ۴) R

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۱- نقطه‌ی $M(۱,۱)$ می‌نیمم تابع $y = ax^۲ + bx$ می‌باشد. مقادیر a و b کدام است؟

۱) $a = -۱$ و $b = ۲$ ۲) $a = ۱$ و $b = ۱$

۳) $a = ۱$ و $b = ۰$ ۴) مقداری برای a و b وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- بیش‌ترین مقدار تابع $y = |x^۲ - ۴x + ۱|$ در بازه‌ی $۱ \le x \le ۳$ کدام است؟

۱) ۳- ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۵

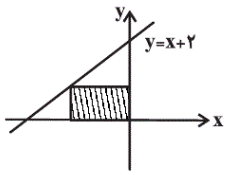
شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- به‌ازای چه مقادیری از a، نمودار تابع درجه‌ی دوم با ضابطه‌ی $y = (a+۱)x^۲ - (۲a-۱)x$، فقط از ناحیه‌ی اول مختصات عبور نمی‌کند؟

۱) $-۱ < a < \frac{۱}{۲}$ ۲) $a > -۱$ ۳) $a < \frac{۱}{۲}$ ۴) هیچ مقدار a

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- بیش‌ترین مساحت در بین مستطیل‌هایی که به شکل زیر یک رأس آن‌ها روی خط $y = x + ۲$ و یک ضلع آن‌ها روی محور x هاست، کدام گزینه است؟



۱) ۳ ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- در تابع درجه‌ی دوم $y = ۲mx - x^۲$ $(m > ۰)$، نقطه‌ی ماکسیمم نمودار و نقاط برخورد نمودار با محور x ها، رأس‌های مثلثی به مساحت ۵۴ واحد را تشکیل داده‌اند. m کدام است؟

۱) $۳\sqrt[۳]{۲}$ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) $۲\sqrt[۳]{۳}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- معادله‌ی $x^۴ + ۳x^۲ = \sqrt{m-۱} + ۲$ بر حسب x دارای چند ریشه‌ی حقیقی است؟

۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ریشه‌ی حقیقی ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- تعداد جواب‌های حقیقی معادله‌ی $\frac{x+۴}{x^۲+۲x-۸} + \frac{۱-x}{x^۲+x-۲} = \frac{۱}{۳}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- ۵ لیتر رنگ با غلظت ۴۲٪ را با ۲ لیتر حلال مخلوط کرده‌ایم. چند لیتر رنگ مشابه با غلظت ۷۰ درصد با آن‌ها مخلوط کنیم تا غلظت رنگ نهایی ۶۰٪ گردد؟

۱) ۱ ۲) ۴/۲ ۳) ۲۱ ۴) ۲/۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- معادله‌ی $\sqrt{x^۴ - ۲x - ۵} = ۱ - x$ چند ریشه دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۰-معادله‌ی $\sqrt{\sqrt{x+3}-x}=1+\sqrt{1-x}$ چند ریشه دارد؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه۲- سوالات موازی ، - ۱۳۹۵۰۹۰۵

۱۳۱-نیمساز وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ای روی وتر پاره خطهایی به‌اندازه‌های $\sqrt{5}$ و $2\sqrt{5}$ ایجاد کرده است. مساحت این مثلث کدام است؟

۱) ۹ ۲) $3\sqrt{5}$

۳) ۱۸ ۴) $6\sqrt{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲-در مثلث ABC، پای نیمسازهای داخلی و خارجی زاویه‌ی A روی BC را به‌ترتیب M و N می‌نامیم. اگر $BM=3$ و $CM=7$، آنگاه طول پاره‌خط MN کدام است؟

۱) ۷/۵ ۲) ۱۷/۵

۳) ۱۰/۵ ۴) ۱۳/۵

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳-اندازه‌ی یک زاویه‌ی ذوزنقه متساوی‌الساقینی 60° و طول قاعده‌ی کوچک و ساق آن به‌ترتیب ۲ و ۴ است، مجموع فاصله‌های یک نقطه داخل این ذوزنقه از دو ساق و قاعده‌ی بزرگ آن کدام است؟

۱) $2\sqrt{3}$ ۲) $3\sqrt{3}$

۳) $4\sqrt{3}$ ۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴-از برخورد نیم‌سازهای زوایای یک مستطیل، یک چهارضلعی پدید می‌آید. اگر مساحت این چهارضلعی با مساحت مستطیل برابر باشد، نسبت طول به عرض این مستطیل کدام است؟

۱) $1+\sqrt{3}$ ۲) ۲

۳) $2+\sqrt{3}$ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۵-در مثلث متساوی‌الساقین ABC طول قاعده $BC = ۳۲$ است. از نقطه‌ی P واقع بر قاعده، دو خط موازی با ساق‌های AC و AB رسم کرده‌ایم تا آن‌ها را در N و M قطع کنند. اگر محیط چهارضلعی $PMAN$ برابر ۴۰ باشد، مجموع فاصله‌های نقطه‌ی P از دو ساق مثلث کدام است؟

۱) ۱۵
۲) $\frac{۸۴}{۵}$
۳) $\frac{۹۶}{۵}$
۴) ۱۹

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶-مساحت مثلث متساوی الساقین ABC که در آن $AB = AC = ۱۰cm$ برابر $۱۵cm^۲$ است. نقطه‌ی دلخواه M را بر امتداد قاعده‌ی آن در نظر می‌گیریم. قدرمطلق تفاضل فواصل نقطه‌ی M از دو ساق این مثلث چند سانتی‌متر است؟

۱) ۳
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) ۲
۴) $\frac{۲}{۳}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷-نقطه‌ی M روی نیمساز زاویه‌ی $XOY = ۹۱^\circ$ واقع است. اگر MH و MH' به‌ترتیب بر OX و OY عمود باشند، آنگاه لزوماً:

۱) $MH < OH < OM$
۲) $OH < HM < OM$
۳) $OH < OM < HM$
۴) $HH' < HM < OH$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸-در مثلث ABC، $AB < AC$ و دو ارتفاع BH و CH' در O متقاطع‌اند. کدام گزینه صحیح نیست؟

۱) $OH' < OH$
۲) $BH < CH'$
۳) $BH' < CH$
۴) $BO > CO$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹-در مثلث ABC، اگر AM میانه وارد بر ضلع BC باشد، کدام نامساوی لزوماً برقرار است؟

۱) $AM < \frac{۱}{۳}(AB + AC)$
۲) $AM < \frac{۱}{۲}|AB - AC|$
۳) $AM < |AB - AC|$
۴) $AM < \frac{۱}{۲}(AB + AC)$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۰-در مثلث ABC زاویه‌ی A حاده است. روی دو ضلع BC و AB به‌ترتیب دو نقطه‌ی D و E را طوری در نظر می‌گیریم که $BE = AC$ و $DE = AD$. کدام گزینه درست است؟

۱) $ED > AC$

۲) $BD > DC$

۳) $AB > BC$

۴) $AE > DC$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

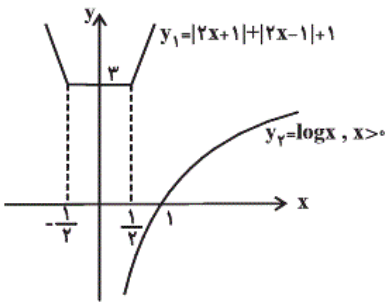
۸۱- (مهدی ملارمضانی)

$$|۲x+۱|+|۲x-۱|+۱=\log x$$

با رسم نمودار دو تابع $y_۱=|۲x+۱|+|۲x-۱|+۱$ و $y_۲=\log x$ داریم:

$$y_۱=|۲x+۱|+|۲x-۱|+۱$$

$$y_۱=\begin{cases}-۴x+۱ & ; \quad x\le -\frac{۱}{۲}\\ ۳ & ; \quad -\frac{۱}{۲}<x<\frac{۱}{۲}\\ ۴x+۱ & ; \quad x\ge \frac{۱}{۲}\end{cases}$$



دو نمودار $y_۱$ و $y_۲$ هیچ نقطه‌ی تلاقی‌ای ندارند، بنابراین معادله‌ی موردنظر دارای جواب نیست.

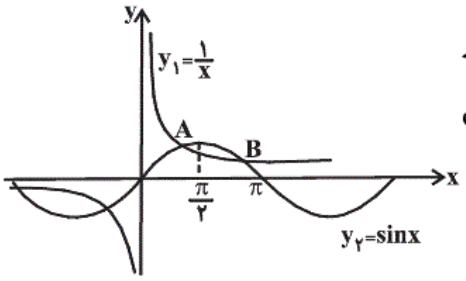
(حسابان- مباحث جبری، معادلات و نامعادلات- صفحه‌های ۳۱ تا ۳۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۸۲ (محمدمهدی محسن‌زاده طبری)

$$x\sin x = ۱ \Rightarrow \sin x = \frac{۱}{x} \quad , \quad x \neq ۰$$

نمودار تابع‌های $y_۱ = \frac{۱}{x}$ و $y_۲ = \sin x$ را رسم می‌کنیم.



نقاط برخورد دو نمودار در محدوده‌ی $۰ < x < \pi$ جواب‌های معادله است.

(حسابان- محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات- صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۸۳ (مرتضی روزبهانی)

از این‌که $|x+y| < |x| + |y|$ نتیجه می‌شود که x و y مختلف‌العلامت‌اند. پس:

$$\text{اگر: } x > ۰ \Rightarrow y < ۰ \Rightarrow \frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} = ۱ - ۱ = ۰$$

$$\text{اگر: } x < ۰ \Rightarrow y > ۰ \Rightarrow \frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} = -۱ + ۱ = ۰$$

(حسابان- محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۱✓ ۲ ۳ ۴

-۸۴ (فریدون ساعتی)

فاصله‌ی بین x و ۳ کم‌تر از ۲ است، در نتیجه:

$$|x-۳| < ۲ \Rightarrow -۲ < x-۳ < ۲ \Rightarrow ۱ < x < ۵$$

با توجه به حدود x، قدرمطلق‌های داده شده را تعیین علامت می‌کنیم:

$$۱ < x < ۵ \Rightarrow \begin{cases} -۴ < x-۵ < ۰ \Rightarrow |x-۵| = ۵-x \\ ۲ < x+۱ < ۶ \Rightarrow |x+۱| = x+۱ \end{cases}$$

$$A = ۵ - x + x + ۱ = ۶$$

(حسابان- محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۵ (علی یوسفی)

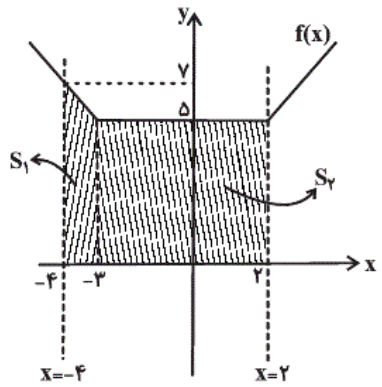
$$f(x)=|x-۲|+|x+۳| \Rightarrow f(x)=\begin{cases}-۲x-۱ & , \quad x\le -۳\\ ۵ & , \quad -۳<x<۲\\ ۲x+۱ & , \quad x\ge ۲\end{cases}$$

$$x=-۴ \Rightarrow f(-۴)=۷$$

$$S_۱=\frac{۷+۵}{۲}\times ۱=۶$$

$$S_۲=۵\times ۵=۲۵$$

$$S_{کل}=S_۱+S_۲=۳۱$$



(حسابان- مباحث جبری، معادلات و نامعادلات- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۸۶ (علی دارابی‌نیا)

با توجه به تعریف قدرمطلق بدیهی است که اگر $|A|=-A$، آنگاه $A\le ۰$ می‌باشد. داریم:

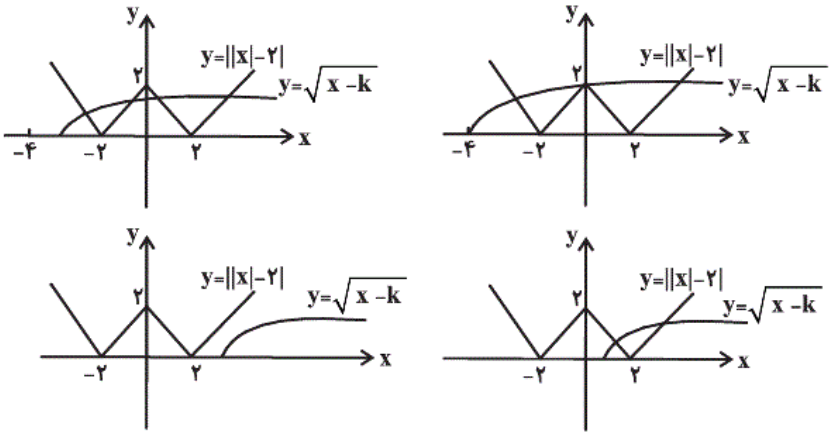
$$|x^۲-۲x|=۲x-x^۲=-(x^۲-۲x)$$

$$\Rightarrow x^۲-۲x\le ۰ \Rightarrow x(x-۲)\le ۰ \Rightarrow ۰\le x\le ۲$$

جواب‌های صحیح بازه‌ی $[۰,۲]$، اعداد ۰، ۱ و ۲ هستند.

(حسابان- مباحث جبری، معادلات و نامعادلات- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓



(حسابان- مباحث جبری، معادلات و نامعادلات- صفحه‌های ۳۱ تا ۳۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۸- (محمد مهران)

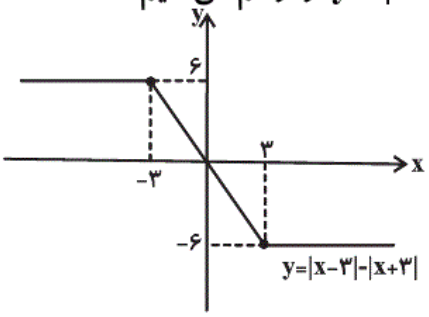
$$|x+۳|^۲=(x+۳)^۲ \Rightarrow |x^۲-۹|-|x+۳|^۲>۰$$

$$\Rightarrow |x-۳||x+۳|-|x+۳|^۲>۰$$

$$|x+۳|(|x-۳|-|x+۳|)>۰$$

$$\xrightarrow{x\neq -۳} |x-۳|-|x+۳|>۰$$

حال نمودار تابع $|x+۳|-|x-۳|=y$ را رسم می‌کنیم.



با توجه به نمودار: مجموعه جواب $=(-\infty,۰)-\{-۳\}$

(حسابان- محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات- صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۸۹- (قاسم کتابچی)

$$x<۰ \Rightarrow -x-۳x+۱\leq ۵ \Rightarrow -۱\leq x \xrightarrow{x<۰} -۱\leq x<۰$$

$$۰\leq x\leq \frac{۱}{۳} \Rightarrow x-۳x+۱\leq ۵ \Rightarrow x\geq -۲$$

$$\xrightarrow{۰\leq x\leq \frac{۱}{۳}} ۰\leq x\leq \frac{۱}{۳}$$

$$x>\frac{۱}{۳} \Rightarrow x+۳x-۱\leq ۵ \Rightarrow x\leq \frac{۳}{۲} \xrightarrow{x>\frac{۱}{۳}} \frac{۱}{۳}<x\leq \frac{۳}{۲}$$

اجتماع جواب‌ها: سه مقدار صحیح، $-۱\leq x\leq \frac{۳}{۲}$: $\{-۱,۰,۱\}$

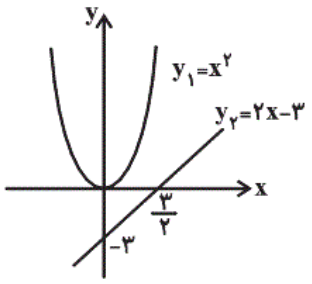
(حسابان- محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵، ۳۹ و ۴۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۰- (مهدی ملارمضانی)

$$x^۲-۲x>-۳ \Rightarrow x^۲>۲x-۳$$

با توجه به نمودارهای $y_۱=x^۲$ و $y_۲=۲x-۳$ داریم:

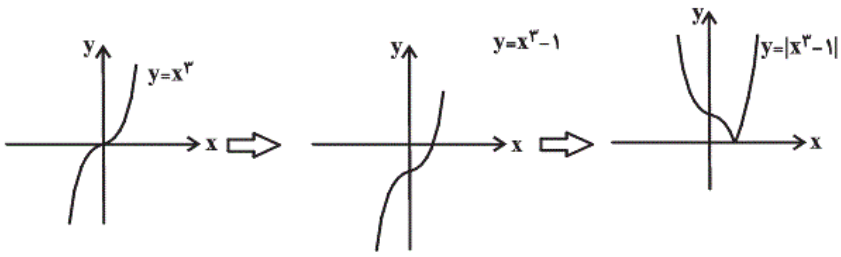


۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۱- *(حمید ستاری)*

ابتدا نمودار تابع $y = x^3 - 1$ را رسم می‌کنیم و سپس قسمت‌های زیر محور xها را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم تا نمودار تابع $y = |x^3 - 1|$ به‌دست آید.

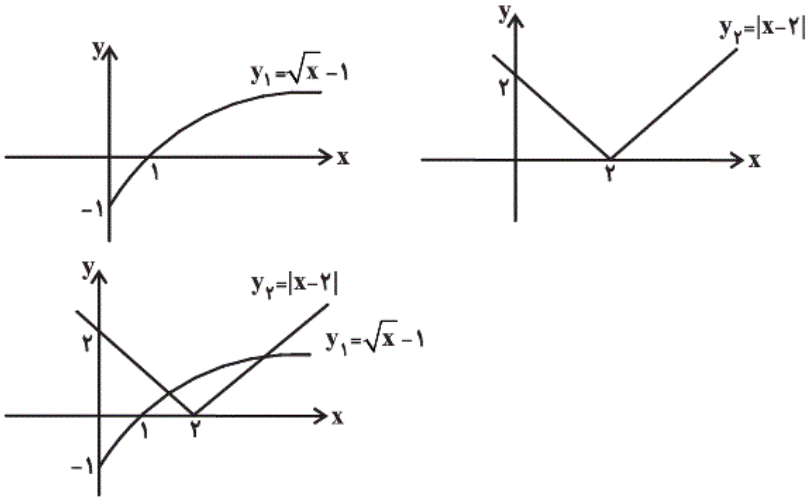


(حسابان- معادلات جبری، معادلات و نامعادلات- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۲- *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

کافیست نمودار این دو تابع را رسم کنیم:



با توجه به نمودار و گزینه‌ها گزینه‌ی «۴» صحیح می‌باشد.

(حسابان- معادلات جبری، معادلات و نامعادلات- صفحه‌های ۴۱ تا ۴۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۳- *(شراره شهسواریان)*

لازم است برای هر x فقط یک y داشته باشیم:

$$(۱,m)=(۱,m^۳-m)\Rightarrow m^۳-m=m$$

$$\Rightarrow m^۳-۲m=۰\Rightarrow m(m^۲-۲)=۰$$

$$\Rightarrow m=۰,\sqrt{۲},-\sqrt{۲}$$

اگر $m=۰$ باشد، رابطه تابع نمی‌باشد، زیرا داریم:

$f=\{(۱,۰),(۱,۰),(۰,۵),(۰,۴)\}$ تابع نیست.

پس $m=\pm\sqrt{۲}$ قابل‌قبول است و دو مقدار برای m وجود دارد.

(حسابان- تابع- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۴- *(امیرهوشنگ خمسه)*

طبق آنچه در سؤال گفته شده عضو ۱ از دامنه فقط یکی از دو حالت ۶ و یا ۷ را می‌تواند انتخاب کند ولی سایر اعضا یعنی ۲ و ۳ و ۴ و ۵ می‌توانند هر یک از اعضای ۶ و ۷ و ۸ و ۹ یا ۱۰ را به‌عنوان برد انتخاب کنند، پس طبق اصل ضرب، تعداد توابع برابر است با:

$$۲\times۵\times۵\times۵\times۵=۱۲۵۰$$

(حسابان- تابع- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۹۵- *(قاسم کتابچی)*

$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{(x+۲)(x-۲)}{x-۲} & , \quad x\neq ۲\\ ۴ & , \quad x=۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow g(x)=\begin{cases}x+۲ & , \quad x\neq ۲\\ ۴ & x=۲\end{cases}$$

$$D_g=D_f \text{ و } f(x)=g(x)\Rightarrow x+۲=kx+۲\Rightarrow k=۱$$

(حسابان- تابع- صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۶ (کاظم اجلالی)

$$۱۶-x^۲>۰\Rightarrow x^۲<۱۶\Rightarrow -۴<x<۴ \qquad (۱)$$

$$x^۲-۳>۰\Rightarrow x^۲>۳\Rightarrow x>\sqrt{۳} \text{ یا } x<-\sqrt{۳} \qquad (۲)$$

$$x^۲-۳\neq ۱\Rightarrow x^۲\neq ۴\Rightarrow x\neq \pm ۲ \qquad (۳)$$

$$x\in Z \qquad (۴)$$

$$(۱)\cap(۲)\cap(۳)\cap(۴)\Rightarrow x=\pm ۳$$

دو عدد صحیح در دامنه‌ی تابع قرار دارد.

(حسابان- تابع- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۹۷ (حسین هاجیلو)

تابع همانی تابع $f(x)=x$ است.

گزینه‌های ۱ تا ۳ به تابع ثابت تبدیل می‌شوند اما دامنه گزینه‌های «۱» و «۲»، Z نمی‌باشد. گزینه‌ی ۴ تابع ثابت نیست.

۱) $\frac{x^۲+f(x)}{(f(x))^۲+x}=\frac{x^۲+x}{x^۲+x}=۱$ و $D=Z-\{۰,-۱\}$

۲) $\frac{f(x)+۱}{۲x+۲}=\frac{x+۱}{۲(x+۱)}=\frac{۱}{۲}$ و $D=Z-\{-۱\}$

۳) $\frac{۲f(x)-۱}{۲x-۱}=\frac{۲x-۱}{۲x-۱}=۱$ و $D=Z-\{\frac{۱}{۲}\}=Z$

۴) $\frac{f(x)+x}{۲x-۲}=\frac{۲x}{۲x-۲}$

(حسابان- تابع- صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

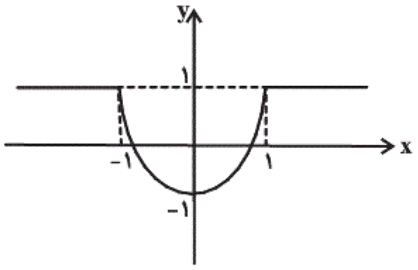
عبارت $x^۲-۱$ را تعیین علامت می‌کنیم:

x	$-\infty$		-۱		۱		$+\infty$
$x^۲-۱$		$+$	۰	$-$	۰	$+$	

$$x \geq ۱ \text{ یا } x \leq -۱ \Rightarrow x^۲-(x^۲-۱)=۱$$

$$-۱ < x < ۱ \Rightarrow x^۲+(x^۲-۱)=۲x^۲-۱$$

نمودار $y=x^۲-|x^۲-۱|$ به‌صورت زیر می‌باشد:



با توجه به شکل این تابع فقط به‌ازای عدد صحیح $x=۰$ مقدار منفی می‌پذیرد. که در زیر رادیکال قابل‌قبول نمی‌باشد.

(حسابان- ترکیبی- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵ و ۴۴ تا ۴۷)

۱ ✓۲ ۳ ۴

-۹۹ (بهاره صادقین)

$$۳<۴ \Rightarrow \sqrt{۳}<۲ \Rightarrow \sqrt{۳}-۱<۱$$

$$\Rightarrow f(\sqrt{۳}-۱)=\sqrt{۳}-(\sqrt{۳}-۱)=۱$$

$$f(f(\sqrt{۳}-۱))=f(۱)=\sqrt{۳}+۲$$

توجه کنید که مقدار $f(\sqrt{۳}-۱)$ از ضابطه‌ی پایینی و $f(۱)$ از ضابطه‌ی بالایی تابع محاسبه می‌شود.

(حسابان- تابع- صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

✓۱ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۰ *(فریدون ساعتی)*

گزینه‌ی «۱» معرف یک تابع نیست، زیرا:

$$y^۲ - ۲y = x + ۱ \Rightarrow (y-۱)^۲ = x + ۲ \Rightarrow y - ۱ = \pm\sqrt{x+۲}$$
$$\Rightarrow y = ۱ \pm \sqrt{x+۲}$$

یعنی برای هر x در دامنه دو مقدار متمایز برای y به‌دست می‌آید که معرف تابع نخواهد بود.

گزینه‌ی ۴ معرف یک تابع است، زیرا:

$$y^۳ - ۳y^۲ + ۳y = -x^۳ + x$$
$$\xrightarrow{+(-۱)} (y-۱)^۳ = -x^۳ + x - ۱$$
$$y - ۱ = \sqrt[۳]{-x^۳ + x - ۱} \Rightarrow y = \sqrt[۳]{-x^۳ + x - ۱} + ۱$$

گزینه‌های «۲» و «۳» معرف یک تابع نیستند زیرا به سهولت می‌توان برای آن‌ها مثال نقض ارائه کرد.

مثال نقض برای گزینه‌ی «۲»:

$$x = ۱ \Rightarrow \begin{cases} y = ۰ \\ y = -۲ \end{cases}$$

مثال نقض برای گزینه‌ی «۳»:

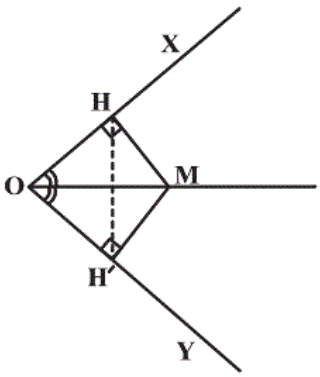
$$x = ۱ \Rightarrow \begin{cases} y = ۱ \\ y = -۱ \end{cases}$$

(حسابان- تابع- صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۲۱- (محمدعلی نادرپور)



دو مثلث OHM و $OH'M$ همنهشت هستند. در پس $OH' = OH$ و $H'M = HM$. مثلث OHM زاویه‌ی HOM بیش‌تر از 45° است (چون $\hat{O} > 90^\circ$) در نتیجه زاویه‌ی OMH کم‌تر از 45° است و در نتیجه $HM > OH$. یعنی $H\hat{O}M > O\hat{M}H$.

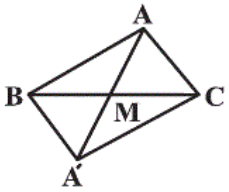
از طرفی OM وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ی OHM است، پس نامساوی $OH < HM < OM$ برقرار است. دلیل نادرستی بقیه گزینه ها را بررسی کنید.

(هندسه ۲- صفحه‌ی ۲۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۲۲- (محمدابراهیم گیتی‌زاده)

میانه‌ی AM را به‌اندازه‌ی خود تا نقطه‌ی A' امتداد می‌دهیم. چهارضلعی $ABA'C$ چون قطرهای آن هم‌دیگر را نصف می‌کنند، متوازی‌الاضلاع است. از طرفی در هر مثلث، هر ضلع از مجموع دو ضلع دیگر کوچک‌تر است. پس:



$$\begin{cases} \overset{\Delta}{ABA'} : AA' < AB + A'B \\ ABA'C : AA' = 2AM, A'B = AC \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2AM < AB + AC \Rightarrow AM < \frac{1}{2}(AB + AC)$$

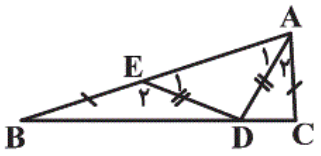
(هندسه ۲- مسأله‌ی ۹- صفحه‌ی ۲۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۳ (یاشار نوعی)

$B\hat{A}C < ۹۰^\circ$ پس $\hat{E}_۱ = \hat{A}_۱ < ۹۰^\circ$، $\hat{E}_۲ > ۹۰^\circ$ و $\hat{E}_۲ > \hat{A}_۲$. دو مثلث $\overset{\Delta}{DAC}$ و $\overset{\Delta}{BED}$ دارای دو ضلع برابر هستند و چون $\hat{E}_۲ > \hat{A}_۲$ پس طبق قضیه‌ی لولا $BD > DC$.

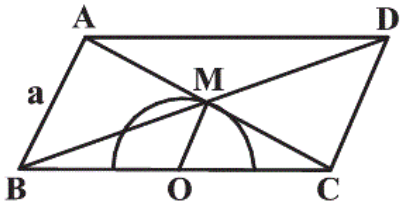


(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۲۴ (محمدابراهیم گیتی‌زاده)

فرض می‌کنیم $ABCD$ یکی از این متوازی‌الاضلاع‌ها باشد. قطرهای BD و AC هم‌دیگر را در نقطه‌ی M نصف می‌کنند.



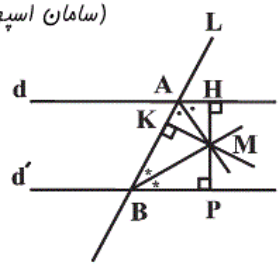
اگر O نقطه‌ی وسط ضلع ثابت BC باشد، در مثلث ABC پاره‌خط OM نقاط وسط دو ضلع را به هم وصل کرده است. بنابراین $OM = \frac{AB}{۲} = \frac{a}{۲}$. چون O یک نقطه‌ی ثابت و OM طولی ثابت است، مکان هندسی نقطه‌ی M روی دایره‌ای به مرکز O و شعاع $\frac{a}{۲}$ است.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۱ تا ۳۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۵- (سامان اسپهرم)



هر نقطه بر روی نیمساز یک زاویه از دو ضلع زاویه به یک فاصله است.

$\hat{A}$ روی نیمساز $M \Rightarrow MH = MK$

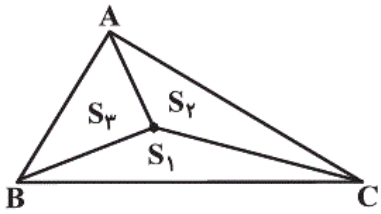
$\hat{B}$ روی نیمساز $M \Rightarrow MK = MP$

از این رو می‌توان نتیجه گرفت که $MH = MP$ و چون MH و MP بر خط‌های موازی عمودند، می‌توان گفت که M از دو خط موازی به یک فاصله است و مکان هندسی نقاطی که از دو خط موازی به یک فاصله هستند، یک خط موازی آن‌هاست.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۱ تا ۳۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۲۶- (محسن محمدکریمی)



می‌دانیم با رسم سه میانه هر مثلث، ۶ مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود. لذا اگر مرکز ثقل مثلث را به سه رأس وصل کنیم سه مثلث هم‌مساحت ایجاد می‌شود.

$$S_۱ = S_۲ = S_۳ = \frac{\overset{\Delta}{S(ABC)}}{۳}$$

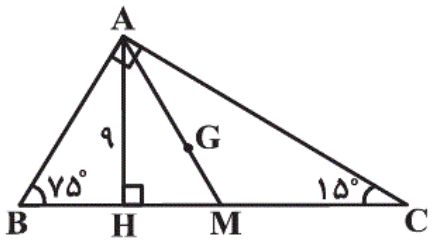
(هندسه ۲- صفحه‌ی ۳۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۷- (محمدطاهر شعاعی)

می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه‌ای که اندازه‌ی یک زاویه ۱۵° باشد، ارتفاع وارد بر وتر آن $\frac{۱}{۴}$ وتر است. پس:



$$AH = \frac{BC}{۴} \Rightarrow BC = ۴ \times ۹ = ۳۶$$

A نقطه‌ی همرسی ارتفاع‌ها و G نقطه‌ی همرسی میانه‌ها است، پس:

$$AG = \frac{۲}{۳}AM = \frac{۲}{۳} \times \frac{۱}{۲} \times BC = \frac{۱}{۳} \times ۳۶ = ۱۲$$

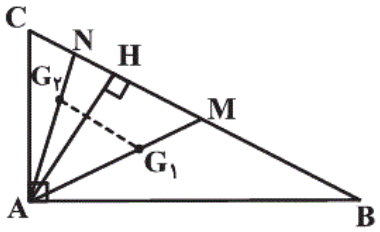
(هندسه ۲- صفحه‌ی ۳۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۸ (محمد خندان)

میانه‌های هر مثلث یک‌دیگر را به نسبت ۱ و ۲ قطع می‌کنند. در نتیجه:



$$\left.\begin{array}{l}\frac{AG_1}{AM}=\frac{2}{3}\\ \frac{AG_2}{AN}=\frac{2}{3}\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{عکس قضیه‌ی تالس}} G_1G_2 \parallel MN$$

$$\Rightarrow \frac{G_1G_2}{MN}=\frac{2}{3}$$

از طرفی چون M وسط BH، N وسط CH است، بنابراین

$$MN=\frac{1}{2}BC$$ **و لذا:**

$$\left.\begin{array}{l}G_1G_2=\frac{2}{3}MN=\frac{1}{3}BC\\ \text{فیثاغورس}: BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{12+6}=3\sqrt{2}\end{array}\right\}$$

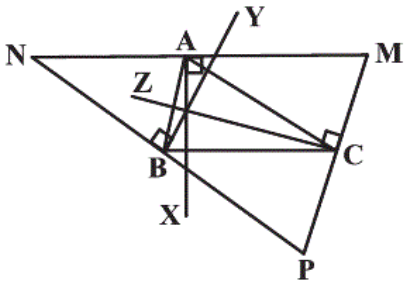
$$\Rightarrow G_1G_2=\sqrt{2}$$

(هندسه ۲- صفحه‌ی ۳۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۹ (محمدابراهیم گیتی‌زاده)



دو چهارضلعی $MABC$ و $NACB$ متوازی‌الاضلاع هستند، پس:

$$AM = BC, AN = BC \Rightarrow AM = AN$$

به همین ترتیب ثابت می‌شود که C و B نقاط وسط MP و NP هستند. پس $BC \parallel MN$. در نتیجه:

$$(BC \parallel NM, AX \perp NM) \Rightarrow AX \perp BC$$

به همین ترتیب ثابت می‌شود که BY و CZ ارتفاع‌های دیگر مثلث ABC هستند. یعنی، عمودمنصف‌های اضلاع مثلث MNP ارتفاع‌های مثلث ABC می‌باشند. چون این عمودمنصف‌ها در نقطه‌ی O همرس‌اند، سه ارتفاع مثلث ABC نیز در نقطه‌ی O همرس هستند.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۳۰ (امیرمحمد هویدی)

اگر $AM = m_a$ میانه‌ی وارد بر ضلع BC باشد، می‌دانیم:

$$\begin{cases} m_a < \frac{a}{2} \Leftrightarrow 90^\circ < \hat{A} \\ m_a = \frac{a}{2} \Leftrightarrow 90^\circ = \hat{A} \\ m_a > \frac{a}{2} \Leftrightarrow 90^\circ > \hat{A} \end{cases}$$

حال در این سؤال داریم:

$$AM = m_a = 4 < \frac{a}{2} = \frac{BC}{2} = \frac{9}{2} = 4/5$$

پس باید $\hat{A} > 90^\circ$، در حالی که $\hat{A} = 75^\circ$. پس چنین مثلثی قابل‌رسم نیست.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir
ریاضی ، جبر و احتمال ، - ۱۳۹۵۰۹۰۵
دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۱ *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$x=y \Leftrightarrow x-y=0 \Leftrightarrow (x-y)^2=0$$
$$\Leftrightarrow x^2+y^2-2xy=0 \Leftrightarrow x^2+y^2=2xy$$

عکس قضیه‌های گزینه های «۲»، «۳» و «۴» با مثال نقض رد می‌شود.

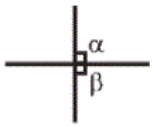
(جبرواحتمال- استدلال ریاضی- صفحه‌های ۲۰، ۲۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۴۲ *(فرزاد جوادی)*

بررسی گزینه‌ی «۱»: هر مربع لوزی است اما هر لوزی مربع نیست (مثال نقض: **)**

بررسی گزینه‌ی «۳»: اگر دو زاویه‌ی α و β متقابل به رأس باشند، برابر هستند اما ممکن است دو زاویه برابر باشند ولی متقابل به رأس نباشند مثلاً دو زاویه α و β در شکل زیر برابر هستند اما متقابل به رأس نیستند.



بررسی گزینه‌ی «۴»: اگر $x>10$ باشد، آن‌گاه قطعاً $x^2>100$ می‌باشد. اما از $x^2>100$ نمی‌توان نتیجه گرفت $x>10$ چون:

$$x^2>100 \Rightarrow x>10 \text{ یا } x<-10$$

گزینه‌ی «۲» صحیح می‌باشد.

$$|x|<1 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} x^2<1 \xrightarrow{\times x^2} x^4<x^2$$

(جبرواحتمال - استدلال ریاضی- صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

-۱۴۳ *(محمدجواد محسنی)*

در قضایای شرطی نمی‌توانیم از درستی حکم به فرض برسیم و شرط انجام این کار، بازگشت‌پذیربودن مراحل است که در این سؤال لزومی به بازگشت‌پذیری احکام نیست، پس میانگین نمرات کلاس می‌تواند هر مقداری باشد.

(جبرواحتمال - استدلال ریاضی- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

-۱۴۴ *(مائده کردستانی)*

$$a^3+b^3 \geq ab(a+b) \Leftrightarrow (a+b)(a^2-ab+b^2) \geq ab(a+b)$$

همواره درست است.

$$\xleftarrow{a+b>0} a^2-ab+b^2 \geq ab \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$$

(جبرواحتمال - استدلال ریاضی- صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۵ *(سروش موئینی)*

با فرض $\sqrt{۲}=\frac{p}{q}$ و دقت به این‌که p و q نسبت به هم اولند به تناقض می‌رسیم که دو عدد زوج نسبت به هم اولند.

(جبرواحتمال - استدلال ریاضی- مثال ۳- صفحه‌ی ۲۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۴۶ *(امیرحسین ابومحبوب)*

برای اثبات از طریق برهان خلف، فرض می‌کنیم $\sqrt{ab}>\frac{a+b}{۲}$

$$ab>\frac{(a+b)^۲}{۴}\Rightarrow ۴ab>a^۲+b^۲+۲ab\Rightarrow a^۲+b^۲-۲ab<۰$$

$$\Rightarrow (a-b)^۲<۰$$

(جبرواحتمال - استدلال ریاضی- صفحه‌های ۲۶ تا ۲۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۴۷ *(محسن فاطمی)*

زوج هایی از مجموعه‌ی A را که مجموع آن‌ها برابر ۳۰ می‌باشد، می‌توان در ۱۴ دسته (لانه‌ی کبوتر) به‌صورت

$$\{۱,۲۹\},\{۲,۲۸\},\{۳,۲۷\},...,\{۱۴,۱۶\}$$

قرار داد. همچنین دسته‌ی دیگری به‌صورت $\{۱۵\}$ موجود است.

حال اگر ۱۶ عدد متمایز از مجموعه‌ی A برداریم، حداقل دو تا از آن‌ها متعلق به یکی از ۱۴ دسته‌ی ذکر شده‌ی اولیه می‌باشند و در نتیجه مجموع آن‌ها برابر ۳۰ می‌گردد.

(جبرواحتمال- استدلال ریاضی- صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۴۸ *(نوید مجیدی)*

هر سال دارای ۱۲ ماه است و هر هفته، ۷ روز متفاوت دارد؛ در نتیجه به تعداد $۱۲\times ۷=۸۴$ روز و ماه خواهیم داشت. حال اگر این ۸۴ روز و ماه را به‌عنوان لانه و ۳۳۷ دانش‌آموز را به‌عنوان کبوتر فرض کنیم، آن‌گاه با توجه به این‌که $۸۴\times ۴=۳۳۶$، پس می‌توانیم در ابتدا در هر لانه ۴ کبوتر را بنشانیم، حال تنها کبوتر باقی‌مانده $(۳۳۷-۳۳۶=۱)$ می‌تواند به دلخواه، در هر لانه‌ای بنشیند که بنابر اصل لانه‌ی کبوتر نتیجه می‌دهد حداقل $۴+۱=۵$ نفر دارای روز هفته و ماه تولد یکسانی هستند.

(جبرواحتمال – استدلال ریاضی- مشابه تمرین ۵- صفحه‌ی ۳۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۹ *(سروش موئینی)*

در بدترین حالت، اول تمام مهره‌های سفید و سیاه و قرمز که تعدادشان بیش‌تر از مهره‌های سبز است (یعنی $۴+۶+۷=۱۷$ مهره) انتخاب می‌شوند و سپس با انتخاب مهره‌ی هجدهم، به یقین از هر ۴ رنگ مهره داریم.

(جبرواحتمال - استدلال ریاضی- صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۵۰ *(امیرحسین ابومحبوب)*

مجموعه‌ی $A=\{-۱,۰,۱\}$ با مجموعه‌ی $B_۴$ برابر است.

سایر مجموعه‌ها عبارتند از $B_۱=\{-۱,۱\}$ ، $B_۲=[-۱,۱]$ و $B_۳=\{۱\}$.

(جبرواحتمال – مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه- صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

ریاضي ، حسابان-سوالات موازی ، - ۱۳۹۵۰۹۰۵

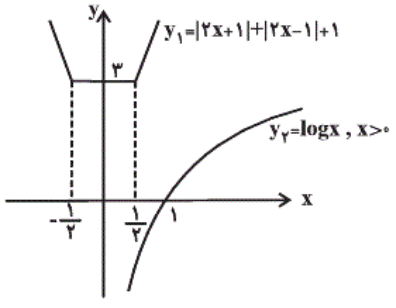
-۱۰۱ *(مهدی ملارمضانی)*

$$|۲x+۱|+|۲x-۱|+۱=\log x$$

با رسم نمودار دو تابع $y_۱=|۲x+۱|+|۲x-۱|+۱$ و $y_۲=\log x$ داریم:

$$y_۱=|۲x+۱|+|۲x-۱|+۱$$

$$y_۱=\begin{cases}-۴x+۱ & ; \quad x\le -\frac{۱}{۲}\\ ۳ & ; \quad -\frac{۱}{۲}<x<\frac{۱}{۲}\\ ۴x+۱ & ; \quad x\ge \frac{۱}{۲}\end{cases}$$



دو نمودار $y_۱$ و $y_۲$ هیچ نقطه‌ی تلاقی‌ای ندارند، بنابراین معادله‌ی موردنظر دارای جواب نیست.

(حسابان- صفحه‌های ۳۱ تا ۳۹)

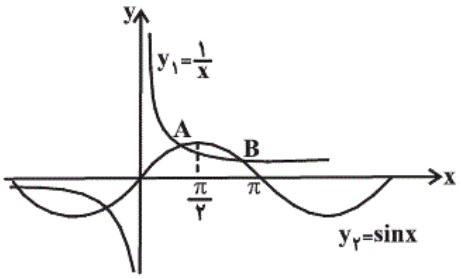
۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۲- (محمدمهدی محسن‌زاده طبری)

$$x\sin x = ۱ \Rightarrow \sin x = \frac{۱}{x} \quad , \quad x \neq ۰$$

نمودار تابع‌های $y_۱ = \frac{۱}{x}$ و $y_۲ = \sin x$ را رسم می‌کنیم.



نقاط برخورد دو نمودار در محدوده‌ی $۰ < x < \pi$ جواب‌های معادله است.

(حسابان- صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

۱ ✓۲ ۳ ۴

۱۰۳- (مرتضی روزبهانی)

از این‌که $|x+y| < |x|+|y|$ نتیجه می‌شود که x و y مختلف‌العلامت‌اند. پس:

اگر: $x > ۰ \Rightarrow y < ۰ \Rightarrow \frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} = ۱-۱ = ۰$

اگر: $x < ۰ \Rightarrow y > ۰ \Rightarrow \frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} = -۱+۱ = ۰$

(حسابان- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۱ ✓۲ ۳ ۴

۱۰۴- (فریدون ساعتی)

فاصله‌ی بین x و ۳ کم‌تر از ۲ است، در نتیجه:

$$|x-۳| < ۲ \Rightarrow -۲ < x-۳ < ۲ \Rightarrow ۱ < x < ۵$$

با توجه به حدود x، قدرمطلق‌های داده شده را تعیین علامت می‌کنیم:

$$۱ < x < ۵ \Rightarrow \begin{cases} -۴ < x-۵ < ۰ \Rightarrow |x-۵| = ۵-x \\ ۲ < x+۱ < ۶ \Rightarrow |x+۱| = x+۱ \end{cases}$$

$$A = ۵ - x + x + ۱ = ۶$$

(حسابان- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۱ ✓۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۵ (علی یوسفی)

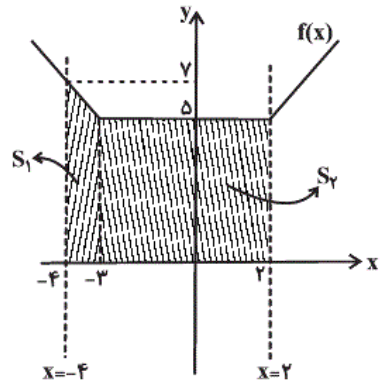
$$f(x)=|x-۲|+|x+۳| \Rightarrow f(x)=\begin{cases}-۲x-۱ & , \quad x\le -۳\\ ۵ & , -۳<x<۲\\ ۲x+۱ & , \quad x\ge ۲\end{cases}$$

$$x=-۴ \Rightarrow f(-۴)=۷$$

$$S_۱=\frac{۷+۵}{۲}\times ۱=۶$$

$$S_۲=۵\times ۵=۲۵$$

$$S_{کل}=S_۱+S_۲=۳۱$$



(حسابان- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۰۶ (علی دارابی‌نیا)

با توجه به تعریف قدرمطلق بدیهی است که اگر $|A|=-A$، آنگاه $A\le ۰$ می‌باشد. داریم:

$$|x^۲-۲x|=۲x-x^۲=-(x^۲-۲x)$$

$$\Rightarrow x^۲-۲x\le ۰ \Rightarrow x(x-۲)\le ۰ \Rightarrow ۰\le x\le ۲$$

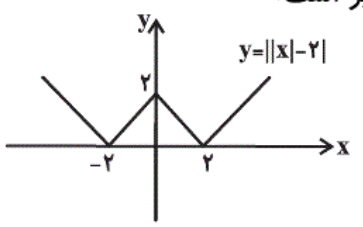
جواب‌های صحیح بازه‌ی $[۰,۲]$، اعداد ۰، ۱ و ۲ هستند.

(حسابان- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۰۷ (کاظم اجلالی)

نمودار تابع $y=||x|-۲|$ به صورت زیر است:



نمودار تابع $y=\sqrt{x-k}$ همان نمودار تابع $y=\sqrt{x}$ است که k واحد به چپ یا راست منتقل می‌شود.

مطابق شکل‌های زیر، با توجه به محدوده‌ی k، نمودار تابع $y=\sqrt{x-k}$ ممکن است نمودار تابع $y=||x|-۲|$ را حداکثر در چهار نقطه قطع کند. پس معادله‌ی $\sqrt{x-k}=||x|-۲|$ حداکثر چهار جواب دارد.

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۸- (محمد مهران)

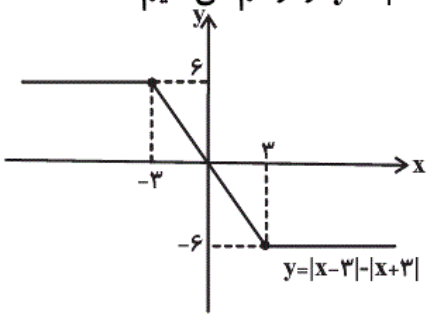
$$|x+۳|^۲=(x+۳)^۲ \Rightarrow |x^۲-۹|-|x+۳|^۲>۰$$

$$\Rightarrow |x-۳||x+۳|-|x+۳|^۲>۰$$

$$|x+۳|(|x-۳|-|x+۳|)>۰$$

$$\xrightarrow{x\neq -۳} |x-۳|-|x+۳|>۰$$

حال نمودار تابع $y=|x-۳|-|x+۳|$ را رسم می‌کنیم.



با توجه به نمودار: مجموعه جواب $=(-\infty,۰)-\{-۳\}$

(حسابان- صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۹- (قاسم کتابچی)

$$x<۰ \Rightarrow -x-۳x+۱\leq ۵ \Rightarrow -۱\leq x \xrightarrow{x<۰} -۱\leq x<۰$$

$$۰\leq x\leq \frac{۱}{۳} \Rightarrow x-۳x+۱\leq ۵ \Rightarrow x\geq -۲$$

$$\xrightarrow{۰\leq x\leq \frac{۱}{۳}} ۰\leq x\leq \frac{۱}{۳}$$

$$x>\frac{۱}{۳} \Rightarrow x+۳x-۱\leq ۵ \Rightarrow x\leq \frac{۳}{۲} \xrightarrow{x>\frac{۱}{۳}} \frac{۱}{۳}<x\leq \frac{۳}{۲}$$

اجتماع جواب‌ها: $-۱\leq x\leq \frac{۳}{۲}$، سه مقدار صحیح: $\{-۱,۰,۱\}$

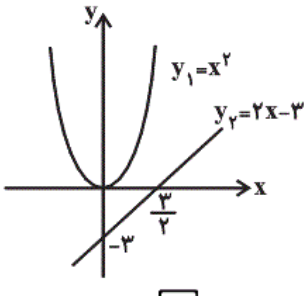
(حسابان- صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵، ۳۹ و ۴۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۱۰- (مهدی ملارمضانی)

$$x^۲-۲x>-۳ \Rightarrow x^۲>۲x-۳$$

با توجه به رسم نمودارهای $y_۱=x^۲$ و $y_۲=۲x-۳$ داریم:



۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۱ (مفتار منصوری)

$$\left.\begin{aligned} x=-\frac{b}{2a}=1 \Rightarrow b=-2a \\ y=-\frac{\Delta}{4a}=1 \Rightarrow \Delta=-4a \xrightarrow[c=0]{\Delta=b^2-4ac} b^2=-4a \end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow 4a^2+4a=0 \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ a=-1 \end{cases}$$

$a=0$ قابل‌قبول نیست. زیرا $b=0$ و در نتیجه ضابطه‌ی تابع $y=0$ خواهد شد و نقطه‌ی $M(1,1)$ روی آن قرار ندارد. $a=-1$ هم قابل قبول نیست. زیرا تابع دارای ماکزیمم خواهد شد. پس هیچ مقداری برای a، b وجود ندارد. (حسابان- صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۱۲ (امیرحسین افشار)

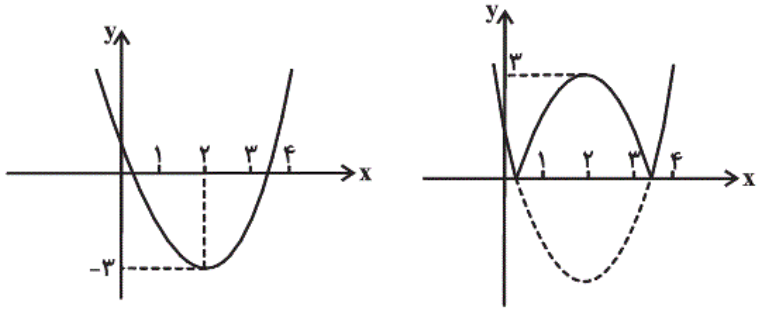
ابتدا طول رأس سهمی $y=x^2-4x+1$ را پیدا می‌کنیم.

$$x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-4}{2}=2$$

با قرار دادن $x=2$ در معادله، y را به دست می‌آوریم.

$$x=2 \Rightarrow y=|4-8+1|=3$$

نمودار تابع $y=|x^2-4x+1|$ را رسم می‌کنیم.



$y=x^2-4x+1$ $\qquad$ $y=|x^2-4x+1|$

مقدار تابع را در ابتدا و انتهای بازه نیز به‌دست می‌آوریم:

$$x=1 \Rightarrow y=|1-4+1|=2$$

$$x=3 \Rightarrow y=|9-12+1|=2$$

بنابراین ماکزیمم تابع مقدار ۳ است.

(حسابان- صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴ و ۳۳ تا ۳۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$(a+1)x^2-(2a-1)x=0 \xrightarrow{x\neq 0} x=\frac{2a-1}{a+1}<0$$

$$\Rightarrow -1<a<\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$a+1<0 \Rightarrow a<-1 \quad (2)$$

$$(1),(2) \xrightarrow{\text{اشتراک}} \phi$$

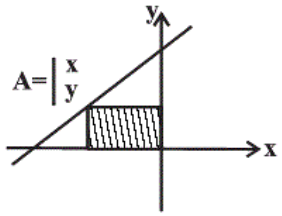
بنابراین به‌ازای هیچ مقدار a شرط صورت سؤال برقرار نیست.

(حسابان- صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۱۴ (امیرحسین افشار)

نقطه‌ی موردنظر را $A=\begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$ فرض می‌کنیم:

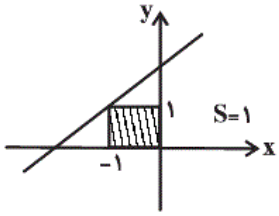


$$S=|x.y|=|x(x+2)|=|x^2+2x|$$

برای به‌دست آوردن بیش‌ترین مقدار باید $x=-\frac{b}{2a}$ را محاسبه کنیم:

$$x=-\frac{2}{2}=-1 \Rightarrow y=-1+2=1$$

نقطه‌ی موردنظر $=(-1,1)$



(حسابان- صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۱۵ (امیرهوشنگ خمسه)

ابتدا مختصات رأس سهمی را می‌یابیم:

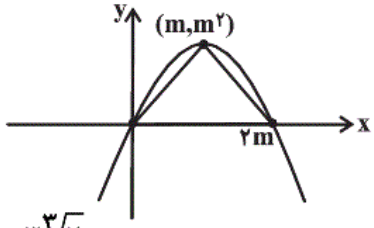
$$y=2mx-x^2 \Rightarrow x_V=\frac{-b}{2a}=\frac{-2m}{-2\times 1}=m$$

$$y_V=\frac{-\Delta}{4a}=\frac{-4m^2}{4\times(-1)}=m^2 \Rightarrow \text{مختصات رأس سهمی } (m,m^2)$$

حال طول نقاط برخورد نمودار با محور xها را می‌یابیم:

$$y=2mx-x^2=x(2m-x)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2m \end{cases}$$



$$S_\Delta=54 \Rightarrow 54=\left|\frac{m^2\times 2m}{2}\right| \Rightarrow m=3\sqrt[3]{2}$$

(حسابان- صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۶- (قاسم کتابچی)

با فرض $y = x^۲$ معادله‌ی $x^۴ + ۳x^۲ - (\sqrt{m-۱} + ۲) = ۰$ به فرم درجه دوم $y^۲ + ۳y - (\sqrt{m-۱} + ۲) = ۰$ در می‌آید. در معادله‌ی درجه دوم حاصل، چون a و c یعنی ۱ و $-(\sqrt{m-۱}+۲)$ مختلف‌العلامت‌اند، پس $\frac{c}{a} < ۰$ و $x^۲$ دارای یک ریشه منفی و یک ریشه مثبت است. $x^۲$ فقط مقادیر نامنفی را می‌پذیرد، بنابراین فقط ریشه مثبت قابل‌قبول است. در نتیجه برای x دو ریشه‌ی قرینه‌ی هم به دست می‌آید. پس معادله ۲ ریشه‌ی حقیقی قرینه دارد.

(حسابان- صفحه‌های ۲۰ تا ۲۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۷- (حمیدرضا طالبیان)

$$\frac{x+۴}{(x+۴)(x-۲)} + \frac{۱-x}{(x+۲)(x-۱)} = \frac{۱}{۳}$$

$$\xrightarrow{x \neq -۴, ۱} \frac{۱}{x-۲} - \frac{۱}{x+۲} = \frac{۱}{۳}$$

$$\xrightarrow{\times ۳(x-۲)(x+۲)} ۳(x+۲) - ۳(x-۲) = (x-۲)(x+۲)$$

$$\Rightarrow ۱۲ = x^۲ - ۴ \Rightarrow x^۲ = ۱۶ \Rightarrow x = \pm ۴$$

$\Rightarrow$ فقط $x = ۴$ قابل‌قبول است.

(حسابان- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۸- (بهاره صادقین)

برای رنگ نهایی داریم:

$$۰/۶۰ = \frac{۵ \times ۰/۴۲ + ۲ \times ۰ + x \times ۰/۷}{۵ + ۲ + x}$$

$$\Rightarrow ۰/۶(۷ + x) = ۲/۱ + ۰/۷x$$

$$\Rightarrow ۴/۲ + ۰/۶x = ۲/۱ + ۰/۷x \Rightarrow x = ۲۱ \text{ لیتر}$$

(حسابان- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۹- (محمدطاهر شعاعی)

$$\sqrt{x^۴ - ۲x - ۵} = ۱ - x \Rightarrow x^۴ - ۲x - ۵ = ۱ + x^۲ - ۲x$$

$$\Rightarrow x^۴ - x^۲ - ۶ = ۰ \Rightarrow (x^۲ - ۳)(x^۲ + ۲) = ۰$$

$$\xrightarrow{x^۲ + ۲ > ۰} x^۲ - ۳ = ۰ \Rightarrow x^۲ = ۳ \Rightarrow x = \pm \sqrt{۳}$$

$x = \sqrt{۳}$ قابل قبول نیست زیرا به‌ازای آن طرف راست معادله $\sqrt{x^۴ - ۲x - ۵} = ۱ - x$ منفی می‌شود و تنها جواب معادله $x = -\sqrt{۳}$ قابل‌قبول است.

(حسابان- صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۰ (کاظم اجلالی)

طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\sqrt{x+3}-x=1+1-x+2\sqrt{1-x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{x+3}=2+2\sqrt{1-x}$$

طرفین معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\Rightarrow x+3=4+4-4x+8\sqrt{1-x}$$

$$\Rightarrow 5x-5=8\sqrt{1-x} \Rightarrow 25x^2-50x+25=64-64x$$

$$\Rightarrow 25x^2+14x-39=0 \xrightarrow{25+14-39=0} \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{39}{25} \end{cases}$$

جواب $x=-\frac{39}{25}$ در معادله صدق نمی‌کند و معادله دارای یک جواب $x=1$ است.

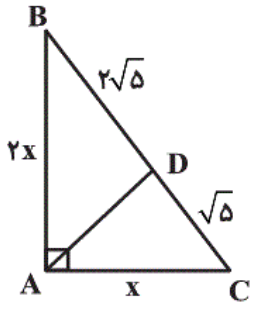
(حسابان- صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

ریاضي ، هندسه۲- سوالات موازی ، - ۱۳۹۵۰۹۰۵

-۱۳۱ (محسن محمدکریمی)

با توجه به قضیه‌ی نیمسازها داریم:



$$\frac{AC}{AB}=\frac{CD}{BD}=\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}=\frac{1}{2}$$

$$AC=x \text{ و } AB=2x$$

$$x^2+(2x)^2=(3\sqrt{5})^2$$

$$\Rightarrow 5x^2=45 \Rightarrow x=3$$

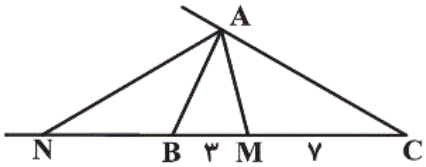
$$S(\overset{\Delta}{ABC})=\frac{3\times 6}{2}=9$$

(هندسه‌ی ۲- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۲ (محسن محمدکریمی)



AM نیمساز داخلی است. $\Rightarrow \frac{BM}{MC}=\frac{AB}{AC}\Rightarrow \frac{AB}{AC}=\frac{۳}{۷}$

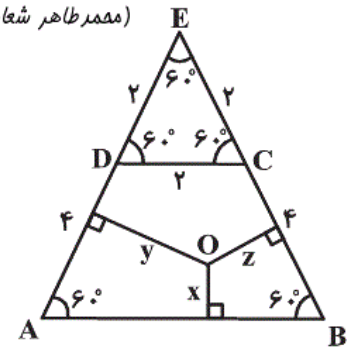
AN نیمساز خارجی است. $\Rightarrow \frac{BN}{NC}=\frac{AB}{AC}\Rightarrow \frac{BN}{BN+۱۰}=\frac{۳}{۷}$

$$\Rightarrow BN=۷/۵\Rightarrow MN=۱۰/۵$$

(هندسه‌ی ۲- صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۳۳ (محمدطاهر شعاعی)



ساق‌های ذوزنقه مطلوب در نقطه‌ی E متقاطع‌اند. دو مثلث AEB، CDE متساوی‌الاضلاع‌اند، زیرا زوایای آن‌ها ۶۰° است. پس:

$$DE=CE=CD=۲$$

$$AB=AE=BE=۴+۲=۶$$

نقطه‌ی O مجموع فواصلش از دو ساق و قاعده‌ی بزرگ همان مجموع فواصلش از اضلاع مثلث AEB است. پس:

$$x+y+z=\frac{AB\sqrt{۳}}{۲}=\frac{۶\sqrt{۳}}{۲}=۳\sqrt{۳}$$

(هندسه‌ی ۲- مسأله‌ی ۸- صفحه‌ی ۲۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۴ (محمدطاهر شعاعی)

می‌دانیم از برخورد نیم‌سازهای زوایای یک مستطیل به ابعاد a و b $(a>b)$ یک مربع پدید می‌آید که مساحت آن برابر $\frac{(a-b)^۲}{۲}$ است. بنا به فرض مساحت این مربع با مساحت مستطیل برابر است. پس:

$$\frac{(a-b)^۲}{۲}=ab\Rightarrow a^۲-۲ab+b^۲=۲ab$$

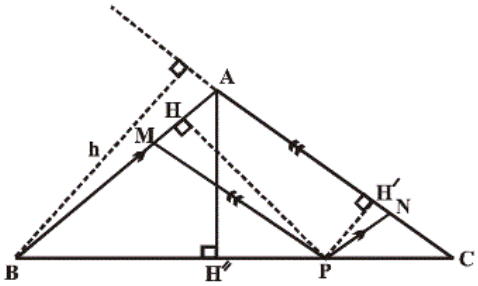
$$\Rightarrow a^۲-۴ab+b^۲=۰\Rightarrow (\frac{a}{b})^۲-۴(\frac{a}{b})+۱=۰$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b}=۲\pm\sqrt{۳}\xrightarrow{\frac{a}{b}>۱}\frac{a}{b}=۲+\sqrt{۳}$$

(هندسه‌ی ۲- مسأله‌ی ۱۱- صفحه‌ی ۲۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۳۵ (داریوش ناظمی)



$$۲(PM+PN)=۴۰$$

$$\Rightarrow ۲AC=۴۰\Rightarrow AC=۲۰$$

از طرفی $H''C=\frac{BC}{۲}=۱۶$ و طبق قضیه‌ی فیثاغورس $AH''=\sqrt{۲۰^۲-۱۶^۲}=۱۲$ است. داریم:

$$h\times AC=AH''\times BC\Rightarrow h\times ۲۰=۱۲\times ۳۲$$

$$\Rightarrow h=\frac{۹۶}{۵}\Rightarrow PH'+PH=\frac{۹۶}{۵}$$

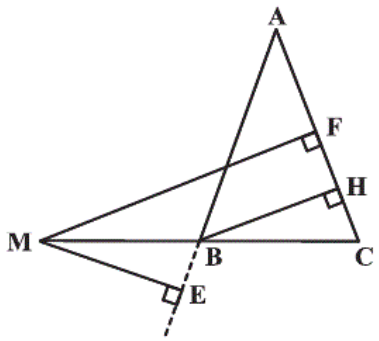
(هندسه‌ی ۲- مسأله‌های ۱۰ و ۱۲- صفحه‌ی ۲۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۶- (سامان اسپورم)

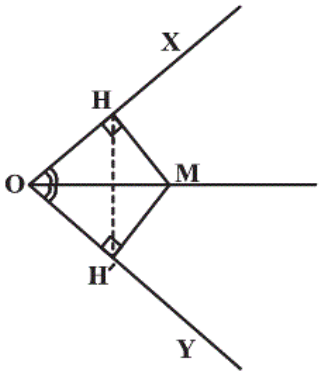
در هر مثلث متساوی‌الساقین قدرمطلق تفاضل فواصل هر نقطه دلخواه بر امتداد قاعده از دو ساق مثلث مقداریست ثابت که برابر است با طول ارتفاع وارد بر ساق:



۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۳۷- (محمدعلی نادرپور)

دو مثلث OHM و $OH'M$ همنهشت هستند پس $OH' = OH$ و $H'M = HM$. در مثلث OHM زاویه‌ی HOM بیش‌تر از 45° است (چون $\hat{O} > 90^\circ$) در نتیجه زاویه‌ی OMH کم‌تر از 45° است و در نتیجه $HM > OH$. یعنی $H\hat{O}M > O\hat{M}H$.



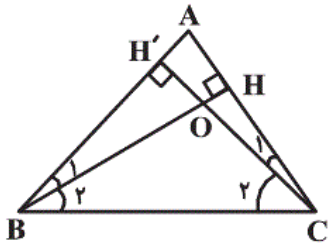
از طرفی OM وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ی OHM است، پس نامساوی $OH < HM < OM$ برقرار است. دلیل نادرستی بقیه گزینه ها را بررسی کنید.

(هندسه‌ی ۲- صفحه‌ی ۲۴)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۸- (محسن محمدکریمی)



$$BH \times AC = CH' \times AB$$

$$\Rightarrow \frac{BH}{CH'} = \frac{AB}{AC} < ۱$$

$\Rightarrow BH < CH'$ گزینه‌ی «۲» پاسخ نیست.

$$AC > AB \Rightarrow \hat{B}_۱ + \hat{B}_۲ > \hat{C}_۱ + \hat{C}_۲$$

$\xrightarrow{\hat{B}_۱ = \hat{C}_۱} \hat{B}_۲ > \hat{C}_۲ \Rightarrow CO > BO \Rightarrow$ گزینه‌ی «۴» پاسخ است.

$$BOH' \sim COH \Rightarrow \frac{OH'}{OH} = \frac{BH'}{CH} = \frac{BO}{CO} < ۱$$

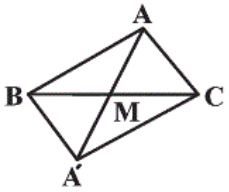
$$\Rightarrow \begin{cases} BH' < CH \Rightarrow \text{گزینه‌ی «۳» پاسخ نیست.} \\ OH' < OH \Rightarrow \text{گزینه‌ی «۱» پاسخ نیست.} \end{cases}$$

(هندسه‌ی ۲- صفحه‌ی ۲۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۳۹- (محمدابراهیم گیتی‌زاده)

میانه‌ی AM را به‌اندازه‌ی خود تا نقطه‌ی A' امتداد می‌دهیم. چهارضلعی $ABA'C$ چون قطرهای آن هم‌دیگر را نصف می‌کنند، متوازی‌الاضلاع است. از طرفی در هر مثلث، هر ضلع از مجموع دو ضلع دیگر کوچک‌تر است. پس:



$$\begin{cases} \Delta ABA' : AA' < AB + A'B \\ ABA'C : AA' = ۲AM, A'B = AC) \end{cases}$$

$$\Rightarrow ۲AM < AB + AC \Rightarrow AM < \frac{۱}{۲}(AB + AC)$$

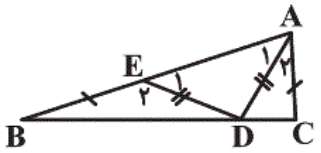
(هندسه‌ی ۲- مسأله‌ی ۹- صفحه‌ی ۲۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۰ *(یاشار نوعی)*

$\hat{A}_1 = \hat{E}_1 < ۹۰^\circ$ پس $\hat{E}_2 > ۹۰^\circ$ ، $\hat{E}_2 > \hat{A}_2$ و $B\hat{A}C < ۹۰^\circ$. دو مثلث $\overset{\Delta}{DAC}$ و $\overset{\Delta}{BED}$ دارای دو ضلع برابر هستند و چون $\hat{E}_2 > \hat{A}_2$ پس طبق قضیه‌ی لولا $BD > DC$.



(هندسه‌ی ۲- صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.kanoon.ir

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا