



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...و

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

[@riazisara](https://telegram.me/riazisara)



-۸۱- اگر $2a+b-3$ عضو همانی جمع و $a+b-1$ عضو همانی ضرب باشد، در این صورت وارون کدام است؟

۴۲

-6 (1)

۴) وارون ندارد.

三

شما پاسخ نداده اید

۸۲- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $\frac{5}{x-1} - \frac{2}{x} > 0$ باشد، شامل چند عدد صحیح است؟

٢) صفر

1 (1)

۴) بی‌شمار

۲۳

شما پاسخ نداده اید

-۸۳- مکزیمم مجموعه‌ی $\left\{ \frac{a}{x}, \frac{-a}{x} \right\}$ را $x - y$ می‌نامیم. مقدار $x - y$ همواره کدام

است؟

$$\frac{r|a|}{c} \quad (r)$$

$$\frac{|\mathbf{a}|}{r} \quad (1)$$

$$\frac{-|a|}{r} \quad (\text{F})$$

$$\frac{|\mathbf{a}|}{r} \in$$

شما پاسخ نداده اید

- ۸۴ - کدامیک از دنباله‌های زیر واگرای از پایین کراندار است؟

$$\left\{ \frac{2n^2}{n+1} \right\} \quad (2)$$

$$\left\{ \frac{2n^2+1}{n^2+1} \right\} \quad (1)$$

$$\left\{ n - \sqrt{n^2 + 1} \right\} \quad (4)$$

$$\left\{ \frac{-n^2}{n+1} \right\} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

- ۸۵ - در دنباله‌ی a_n با جمله‌ی عمومی $\left[\frac{n}{e} \right]^n$ ، مجموع ۵۰ جمله‌ی اول دنباله کدام است؟ ()، علامت جزء

صحیح است).

$$80 \quad (2)$$

$$75 \quad (1)$$

$$90 \quad (4)$$

$$85 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

- ۸۶ - حدود a برای این که دنباله‌ی $\left\{ \frac{\sin n + \cos n}{a} \right\}^n$ واگرای باشد، کدام است؟

$$R - [-\sqrt{2}, \sqrt{2}] \quad (2)$$

$$R - [-1, 1] \quad (1)$$

$$(-1, 1) - \{0\} \quad (4)$$

$$(-\sqrt{2}, \sqrt{2}) - \{0\} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

-۸۷- به ازای چند مقدار صحیح k ، دنباله‌ی $a_n = \frac{(-1)^n k - 4}{n}$ همگراست؟ ([]، علامت جزء صحیح است).

۷ (۲)

۶ (۱)

۹ (۴)

۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۸۸- دنباله‌ی $a_1 = \frac{3}{4}$ مفروض است، دنباله‌ی $a_{n+1} = (\frac{5}{\zeta})^n a_n$ چه وضعیتی دارد؟

۲) همگرا - صعودی

۱) واگرا - نزولی

۴) واگرا - صعودی

۳) همگرا - نزولی

شما پاسخ نداده اید

-۸۹- دنباله‌ی $a_1 = 4$ با شرط $a_{n+1} = a_n + \sqrt{a_n - 3}$ چگونه است؟

۲) همگرا به ۲

۱) همگرا به ۳

۴) واگرای است.

۳) همگرا به ۴

شما پاسخ نداده اید

۹۰- دنباله‌ی $a_n = n(2n^2 - 15n - k)$ صعودی است. حدود k کدام است؟

$k \leq -31$ (۲)

$k \leq -24$ (۱)

$k \leq -13$ (۴)

$k \leq -37$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی تحلیلی ، بردار - ۱۳۹۵۰۸۲۱

۱۱۱- اگر $A = (2m, 2, 1)$ و $B = (2, -2m, 3)$ باشند و فاصله‌ی نقطه‌ی وسط AB از مبدأ برابر $\sqrt{14}$ باشد،

طول تصویر بردار \overrightarrow{AB} روی صفحه‌ی xz کدام است؟ ($m \in \mathbb{N}$)

$\sqrt{2}$ (۴)

$4\sqrt{2}$ (۳)

$3\sqrt{2}$ (۲)

$2\sqrt{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر بردار جهت بردار $a = (2, 3, m)$ به صورت $e_a = \frac{2}{\gamma}i + nj + pk$ باشد ($m > 0$ ، حاصل

کدام است؟

۹ (۴)

۱۵ (۳)

$\frac{51}{7}$ (۲)

$\frac{39}{7}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر بردار a'' قرینه‌ی بردار a نسبت به بردار b باشد، حاصل $a.b$ کدام است؟

-10 (۴)

10 (۳)

5 (۲)

-5 (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- اگر مساحت متوازی الاضلاع بناشده روی دو بردار $a = (1, 2, -1)$ و $b = (\alpha, -\alpha, 2\alpha)$ برابر با $9\sqrt{3}$ واحد مربع باشد، در این صورت اندازه‌ی ارتفاع وارد شده بر بردار b کدام است؟ ($\alpha > 0$)

$2\sqrt{2}$ (۴)

$\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۳)

$\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر بردارهای v_1 و v_2 برهم عمود باشند و $v_1 = (3, 2, -1)$ و $v_2 = (11, -16, 1)$ ، آنگاه مجموع مؤلفه‌های بردار v_2 کدام است؟

۹ (۴)

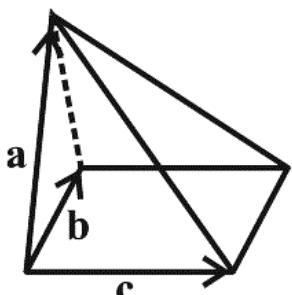
۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- در شکل زیر بردارهای j و $c = 2i + j - k$ ، هرمهی با قاعده‌ی متوازی الاضلاع ساخته‌اند. حجم این هرم، چند واحد مکعب است؟



$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، خط و صفحه - ۱۳۹۵۰۸۲۱

۱۱۷- خط D از نقطه‌ی $A = (1, -1, 2)$ می‌گذرد و بر دو خط $x = \frac{y-1}{2} = z$ و $x-2 = y = \frac{z-2}{3}$ عمود است.

کدام نقطه روی خط D واقع است؟

(۴, -1, -3) (۴)

(-4, 1, -3) (۳)

(-4, -1, -3) (۲)

(-4, 1, 3) (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- مجموع مؤلفه‌های نقطه‌ای غیر از مبدأ روی خط $L: \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ از خط $\sqrt{13}$ کدام است؟

۱۸ (۴)

۲۷ (۳)

۳۶ (۲)

۹ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- مجموع مختصات قرینه‌ی نقطه‌ی $A(2, 1, 1)$ نسبت به خط $\frac{x+2z}{3} = \frac{y}{3}$ کدام است؟

۶/۸ (۴)

۶/۴ (۳)

۵/۸ (۲)

۵/۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- به ازای کدام مقدار m ، خط گذرنده از نقاط $(0, 1, 0)$ و $(2, 3, 4)$ ، با خط $L: \frac{x-m}{-1} = y = z$ متقاطع است؟

۳ (۴)

-۳ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۱۲۱- چند نوع گراف ساده از مرتبه‌ی ۴ وجود دارد که همیلتونی و بازه‌ای باشد؟

۱) ۲ صفر

۲) ۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- به ازای چند مقدار x ، دنباله‌ی $1, 1, 4, x, y, 5$ می‌تواند دنباله‌ی درجات رئوس یک گراف ساده باشد؟

۱) ۲ (۲)

۲) ۳ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- گراف G از مرتبه‌ی ۱۲ و اندازه‌ی ۲۴ مفروض است. اگر در این گراف $\delta = 4$ باشد، تعداد رئوس از درجه ماکزیمم کدام است؟

۱) ۲ (۴)

۲) ۳ (۱۲)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- گرافی از مرتبه‌ی ۱۰ و اندازه‌ی ۲۱، دارای ۲ رأس از درجه‌ی یک و سه رأس از درجه‌ی چهار است و بقیه‌ی رئوس از درجه ۵ یا ۶ هستند. این گراف چند رأس از درجه‌ی زوج دارد؟

۱) ۲ (۶)

۲) ۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- با مجموعه‌ی رئوس $\{a, b, c, d, e\}$ ، چند گراف ساده با سه یال می‌توان ساخت بهطوری که هر سه یال در یک رأس مشترک نباشند؟

۱) ۱ (۱۰۵)

۲) ۳ (۱۲۰)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- اگر اندازه‌ی یک گراف ساده‌ی مرتبه‌ی ۸، برابر ۲۵ باشد، بیشترین تعداد رأس‌های از درجه‌ی ۵ کدام است؟

۱) ۲ (۳)

۲) ۳ (۵)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷ - چند درخت از مرتبه‌ی ۸ وجود دارد که در آنها $\Delta = 5$ باشد؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸ - تعداد مسیرهای به طول ۲ در درختی با دنباله‌ی درجه‌ی رئوس $5, 3, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$ کدام است؟

۱۱ (۲)

۱۹ (۱)

۵۵ (۴)

۲۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹ - A ماتریس مجاورت گرافی از مرتبه‌ی p است که دارای 3^3 درایه‌ی صفر است. اگر مجموع درایه‌های روی

قطر اصلی ماتریس A^2 برابر با ۴۸ باشد، در این صورت Δ کدام یک از اعداد زیر نمی‌تواند باشد؟

۶ (۲)

۸ (۱)

۷ (۴)

۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰ - در مربع ماتریس مجاورت یک درخت مرتبه‌ی ۹، حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی مضرب ۷ است. مجموع

تعداد رئوس درجه‌ی یک و دو در این درخت کدام است؟

۸ (۲)

۷ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۸۲۱

۱۰۱ - حاصل $A = \sin 33^\circ \sin 30^\circ + \cos 15^\circ \cos 42^\circ$ کدام است؟

۴) صفر

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲ - اگر $\cos 3x = \frac{m-1}{2}$ و $-\frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{9}$ باشد، آن‌گاه حدود m کدام است؟

$[2, 2 + \sqrt{2}]$ (۴)

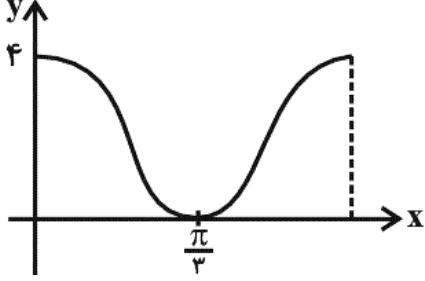
(۲, ۳) (۳)

(۲, ۳) (۲)

$(\sqrt{2} + 1, ۳]$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- اگر نمودار تابع $f(x) = a + b \cos^3 x$ به صورت زیر باشد، در این صورت \sqrt{ab} کدام است؟



- ۱) ۴
- ۲) ۲
- ۳) ۱
- ۴) صفر

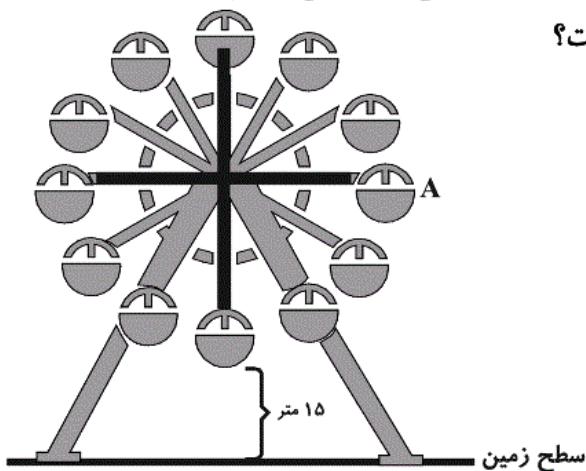
شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- در مثلث ABC داریم $\hat{A} = 130^\circ$ و $b \cos \hat{C} = c \sin \hat{B}$. اندازه‌ی کوچک‌ترین زاویه‌ی مثلث چقدر است؟

- ۱) 5°
- ۲) 10°
- ۳) 15°
- ۴) 20°

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- چرخ و فلکی دایره‌ای شکل به قطر ۴۰ متر مطابق شکل زیر مفروض است. کابین دلخواه M در لحظه‌ی $t = 0$ با شروع از نقطه‌ی A و با سرعتی ثابت در هر ۳ دقیقه یک دور در جهت مثبت مثلثاتی می‌چرخد. اگر فاصله‌ی سطح زمین تا پایین‌ترین نقطه‌ی چرخ و فلک ۱۵ متر باشد، تابعی که ارتفاع کابین بر حسب متر (x) را نسبت به زمان بر حسب ثانیه (t) نشان می‌دهد، کدام است؟



$$2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{9}t\right) \quad (1)$$

$$2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{9}t\right) + 35 \quad (2)$$

$$2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{9}t\right) \quad (3)$$

$$2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{9}t\right) + 35 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- عبارت $A = \lambda \cos(7/5^\circ) \cos(165^\circ) \cos(82/5^\circ)$ برابر کدام است؟

- ۱) ۴
- ۲) ۲
- ۳) -۱
- ۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر $\sin x = \frac{3}{5}$ (زاویه حاده) باشد، حاصل $\cos 4x$ کدام است؟

- ۱) $-\frac{527}{625}$
- ۲) $-\frac{11}{25}$
- ۳) $\frac{527}{625}$
- ۴) $\frac{11}{25}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر $\cos 80^\circ$ و $\cos 40^\circ$ جواب‌های معادله‌ی $x^2 + ax + b = 0$ باشند، آن‌گاه حاصل $b - a^2$ کدام است؟

- ۱) $-\frac{3}{4}$
- ۲) $\frac{1}{4}$
- ۳) $\frac{3}{4}$
- ۴) $-\frac{1}{4}$

شما پاسخ نداده اید

باشد، حاصل $\cos^2(30^\circ - \alpha)$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3} - 2\sin 2\alpha}{1 + 2\cos 2\alpha} = 3 - 10\alpha$$

۰/۱ (۴)

۰/۲ (۳)

۰/۳ (۲)

۰/۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱- حاصل عبارت $\frac{1 + 4\sin 20^\circ \cos 10^\circ}{\sin^2 5^\circ}$ کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

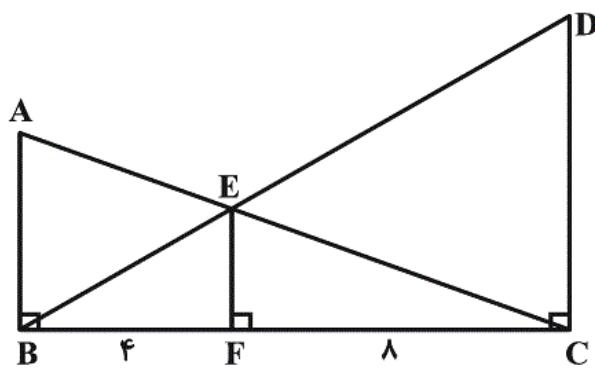
۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، تشابه - ۱۳۹۵۰۸۲۱

۱۳۱- در شکل زیر نسبت AB به CD کدام است؟



$\frac{3}{4}$ (۱)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- در ذوزنقه ABCD با محیط ۲۶ واحد، نقاط E و F به ترتیب وسط ساق‌های AD و BC هستند. پاره خط EF و قطر BD یکدیگر را در نقطه O طوری قطع کرده‌اند که $OE = 2$ و $OF = 5$ است. مجموع اندازه‌ی

ساق‌های این ذوزنقه برابر کدام است؟

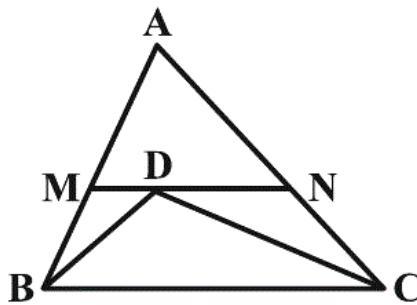
۱۴ (۲)

۱۶ (۱)

۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید



۱۳۳- در مثلث شکل مقابل از نقطه‌ی D محل برخورد نیمسازهای زوایای B و C خطی موازی BC رسم کردہ‌ایم تا اضلاع AB و AC را به‌ترتیب در N و M قطع کند. اگر AB = ۸، AC = ۱۰، BC = ۱۲، آن‌گاه طول MN کدام است؟

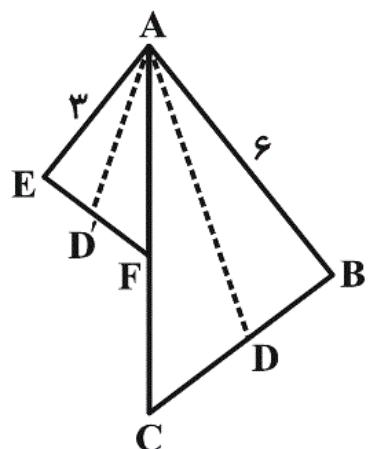
۷/۲ (۲)

۷ (۱)

۷/۶ (۴)

۷/۴ (۳)

شما پاسخ نداده‌اید



۱۳۴- در شکل رو به‌رو AC نیمساز زوایه‌ی \hat{BAC} و $AF = ۴$ ، $AC = ۸$ است. اگر $AD' = m + ۳$ و $AD = ۶m + ۴$ نیمسازهای دو زوایه‌ی \hat{EAF} و \hat{BAC} باشند، مقدار m کدام است؟

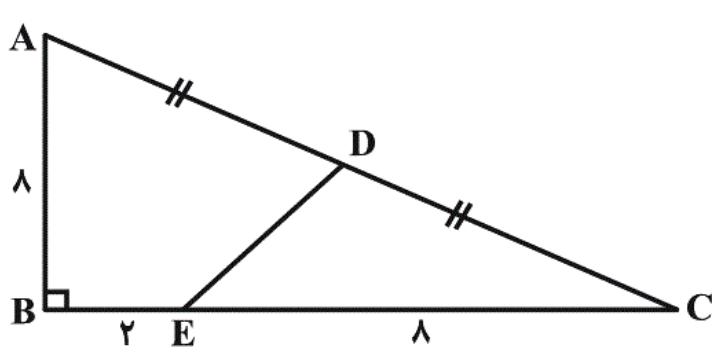
۳ (۵)

۲ (۱)

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

شما پاسخ نداده‌اید



۱۳۵- در شکل مقابل طول DE کدام است؟

۳ (۱)

$2\sqrt{2}$ (۲)

$3\sqrt{2}$ (۳)

۵ (۴)

شما پاسخ نداده‌اید

۱۳۶- در مستطیل $ABCD$ از رأس A ، پاره خط AH عمود می‌کنیم، طوری که $HB = 3DH$. اگر

فاصله‌ی نقطه‌ی وسط ضلع AB از قطر مستطیل برابر $2\sqrt{3}$ باشد. آن‌گاه اندازه‌ی ضلع AD چقدر است؟

۸ (۲)

۱۲ (۱)

$3\sqrt{6}$ (۳)

$6\sqrt{2}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- نقطه‌ی E واقع بر ضلع DC از مستطیل $ABCD$ در فاصله‌ی ۱۲ واحد از B واقع است. اگر $DE = 2EC$ ، نقطه

تلاقی AC و BE در چه فاصله‌ای از B واقع است؟

۷ (۲)

۶ (۱)

۹ (۴)

۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- در شکل مقلب BE نیمساز زاویه‌ی \hat{ABC} و CE نیمساز زاویه‌ی \hat{BCD} و

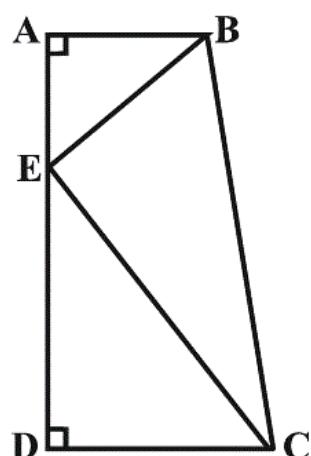
$AB + DC$ برابر کدام است. $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$

BC (۱)

AD (۲)

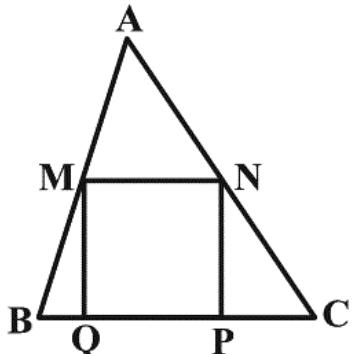
EC (۳)

$\frac{AD + BC}{2}$ (۴)



شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- در شکل زیر اگر $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$ ، مساحت مربع $MNPQ$ چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



۳۶ (۱)

۴۸ (۲)

۶۴ (۳)

۵۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

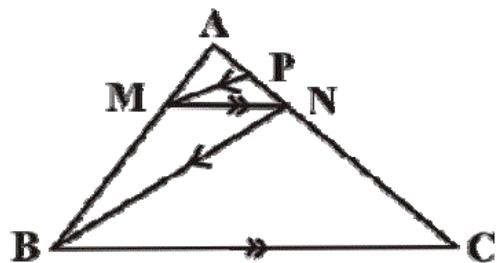
۱۴۰- در شکل زیر $MN \parallel BC$ و $MP \parallel BN$ کدام است. اگر $NC = 6$ باشد، طول AP کدام است؟

۳ (۱)

۲ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۱ (۴)



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال - گواه ، یادآوری مفاهیم پایه - ۱۳۹۵۰۸۲۱

۹۱- اگر $a + b / \wedge \bar{a} = \frac{b}{c}$ باشد، $a + b$ کدام است؟ ($b \in N$)

۶ (۲)

۵ (۱)

\wedge (۴)

۷ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۲- با فرض $a > 0$ و $b < 0$ ، کدام یک از نامساوی‌های زیر نتیجه می‌شود؟

$bc + ad > 0$ (۲)

$bc - ad > 0$ (۱)

$bc + ad < 0$ (۴)

$bc - ad < 0$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۳- یک همسایگی متقارن به مرکز a و شعاع بیشترین مقدار ممکن، زیرمجموعه‌ی $\left\{ x : \left| \frac{x-3}{2x-1} \right| > 1 \right\}$ است،

کدام است؟

$$\frac{-1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{-3}{4} \quad (1)$$

$$\frac{11}{6} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال - گواه ، دنباله - ۱۳۹۵۰۸۲۱

۹۴- در دنباله‌ی $a_n = 2a_{n+1} - 5$ برقرار است. اگر جمله‌ی دوازدهم مساوی ۱۷ باشد، جمله‌ی دهم آن کدام است؟

$$8 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

$$10 \quad (4)$$

$$9 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- جملات دنباله‌ی $a_n = \frac{n+2(-1)^n}{2n+1}$ برای اعداد $n \geq M$ همگی در بازه‌ی $(0.49, 0.51)$ قرار می‌گیرند،

کوچکترین عدد طبیعی M کدام است؟

$$124 \quad (2)$$

$$75 \quad (1)$$

$$125 \quad (4)$$

$$120 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- قدر مطلق تفاضل بیشترین و کمترین مقدار جملات دنباله‌ی $\left\{ \frac{4n-1}{2n-13} \right\}$ کدام است؟

$$4 \quad (2)$$

$$50 \quad (1)$$

$$\infty \quad (4)$$

$$\frac{25}{11} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر همه‌ی جملات دنباله‌ی $a_n = \sqrt{n+13} - \sqrt{n-2}$ به ازای $n > 50$ در بازه‌ی (a, b) قرار گیرند، کمترین مقدار $b-a$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- دنباله‌ی $\left\{ \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} \right\}$ چگونه است؟

(۲) کراندار - غیر یکنوا

(۱) بیکران - یکنوا

(۴) کراندار - صعودی

(۳) کراندار - نزولی

دانلود از سایت ریاضی سرا

شما پاسخ نداده اید

۹۹ - حد دنباله‌ی $a_n = \left[\frac{4^{n+1} + 3^{n+1}}{4^n + 3^n} \right]$ کدام است؟ ()، نماد جزء صحیح است.

۳ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰ - حدود n برای اینکه دنباله‌ی $\left\{ \frac{1 \cdot n}{n!} \right\}$ نزولی باشد، کدام است؟

$n \geq 1$ (۲)

$n \leq 1$ (۱)

$n \geq 9$ (۴)

$n \leq 9$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، یادآوری مفاهیم پایه - ۱۳۹۵۰۸۲۱

(بهمال الدین حسینی)

-۸۱

عضو همانی عمل جمع صفر و عضو همانی عمل ضرب یک است. لذا داریم:

$$\begin{cases} 2a + b - 3 = 0 \\ a + b - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 3 \\ a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = 1$$

بنابراین $\frac{3a - 3}{a + 2b} = 0$ و صفر وارون ندارد.

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۳ و ۴)

۱ ✓

۲

۳

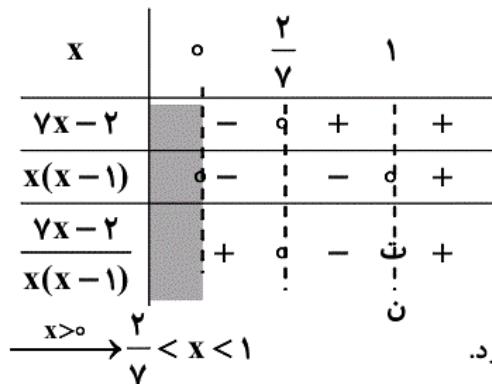
۴

(کیا مقدرس نیاک)

-۸۲

$$\frac{5}{x-1} + \frac{2}{x} < 0 \Rightarrow \frac{7x-2}{x(x-1)} < 0$$

$$\begin{cases} 7x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{7} \\ x(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0, 1 \end{cases}$$



در این بازه عدد صحیح وجود ندارد.

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌ی ۱۶)

(محمد کلصفتان)

-۸۳

$$\begin{aligned} x &= \max\left\{\frac{a}{2}, \frac{-a}{2}\right\} = \frac{|a|}{2} \\ y &= \min\left\{\frac{a}{2}, \frac{-a}{2}\right\} = \frac{-|a|}{2} \\ \Rightarrow x - y &= \frac{|a|}{2} - \frac{-|a|}{2} = \frac{3|a|}{4} \end{aligned}$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌ی ۱۷)

۱

۲

۳ ✓

۴

(قاسم کتابچه)

-۸۴

$$\text{کراندار} \Rightarrow \text{همگرا} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1} = 2 : \text{گزینهی (۱)}$$

$$\text{بی کران از بالا} \Rightarrow \text{واگرا به} +\infty : +\infty : \text{گزینهی (۲)}$$

چون جملات دنباله مثبت است، دنباله‌ی فوق از پایین کراندار است.

$$\text{بی کران از پایین} \Rightarrow \text{واگرا به} -\infty : -\infty : \text{گزینهی (۳)}$$

چون جملات دنباله منفی است، دنباله‌ی فوق از بالا کراندار است.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 + 1} \times \frac{n + \sqrt{n^2 + 1}}{n + \sqrt{n^2 + 1}}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n^2 - 1}{n + \sqrt{n^2 + 1}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1}{2n} = 0 : \text{همگرا} \Rightarrow \text{کراندار}$$

(دیفرانسیل - دنباله؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۱۴)

۱

۲

۳✓

۴

(ایمان نفسین)

$$a_n = n - 4\left[\frac{n}{4}\right] = 4\left(\frac{n}{4} - \left[\frac{n}{4}\right]\right)$$

چون دوره‌ی تناوب تابع $y = \frac{x}{4} - \left[\frac{x}{4}\right]$ است، پس در مورد دنباله‌ی

$a_{n+4} = a_n$ می‌توان گفت:

$$a_1 = 4\left(\frac{1}{4} - 0\right) = 1$$

$$a_2 = 4\left(\frac{2}{4} - 0\right) = 2$$

$$a_3 = 4\left(\frac{3}{4} - 0\right) = 3$$

$$a_4 = 4\left(\frac{4}{4} - 1\right) = 0$$

$$a_5 = 4\left(\frac{5}{4} - \left[\frac{5}{4}\right]\right) = 1 = a_1$$

$$a_6 = a_2$$

⋮

بنابراین مجموع پنجاه جمله‌ی اول دنباله برابر است با:

$$\underbrace{(a_1 + a_2 + a_3 + a_4)}_{6} + \underbrace{(a_5 + a_6 + a_7 + a_8)}_{6}$$

$$+ \dots \underbrace{(a_{45} + a_{46} + a_{47} + a_{48})}_{6} + (a_{49} + a_{50})$$

$$= \left(\frac{48}{4}\right) \times 6 + (a_1 + a_2)$$

$$= 12 \times 6 + 1 + 2 = 72 + 3 = 75$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

(کیا مقدس نیک)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c^n = \begin{cases} 0 & ; \quad -1 < c < 1 \\ 1 & ; \quad c = 1 \\ \pm 1 & ; \quad c = -1 \\ \infty & ; \quad c > 1 \text{ یا } c < -1 \end{cases} \text{ (همگرا)}$$

با توجه به عبارت فوق، برای اینکه دنباله‌ی $\{\left(\frac{\sin n + \cos n}{a}\right)^n\}$ همگرا شود،

$$-1 < \frac{\sin n + \cos n}{a} \leq 1 \Rightarrow -1 < \frac{\sqrt{2} \sin(n + \frac{\pi}{4})}{a} \leq 1 \quad \text{باید:}$$

دقت کنید که $-\sqrt{2} < \sqrt{2} \sin(n + \frac{\pi}{4}) < \sqrt{2}$ است، بنابراین برای این که

نامعادلات فوق برقرار باشد، باید $a \geq \sqrt{2}$ یا $a \leq -\sqrt{2}$ شود. پس با توجه به

این که a در مخرج است، برای واگرا بودن دنباله باید:

$$a \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2}) - \{0\}$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

$k - 4 < 0 \Rightarrow k < 4$ و $k - 4 > 0 \Rightarrow k > 4$ باید هم علامت باشند. امکان ندارد این دو عبارت همزمان نامنفی باشند پس باید همزمان منفی باشند. یعنی:

$$\left. \begin{array}{l} k - 4 < 0 \Rightarrow k < 4 \\ -k - 4 < 0 \Rightarrow k > -4 \end{array} \right\} \Rightarrow -4 < k < 4$$

بنابراین به ازای مقادیر صحیح $0, \pm 1, \pm 2$ و ± 3 دنباله همگرا به ۱ است.
(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴

۳

۲✓

۱

(فریدون ساعتی)

-۸۸

$$a_{n+1} = \left(\frac{5}{6}\right)^n a_n \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

می‌دانیم اگر $x < 0$ آن‌گاه $x^n < 0$ ، بنابراین $\left(\frac{5}{6}\right)^n < 0$ و

درنتیجه $a_1 < 0$ از طرفی جملات دنباله که به صورت $a_1 = \frac{3}{2}$ و

$a_2 = \frac{5}{6} \times \frac{3}{2}$ و ... هستند، همگی مثبت‌اند. بنابراین a_n نزولی است. از طرفی همه‌ی

جملات دنباله‌ی $a_n < 0$ بنابراین دنباله کران‌دار است و هر دنباله‌ی کران‌دار و

یکنوا همگراست پس a_n همگراست در نتیجه گزینه‌ی «۳» درست است.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۳۱)

۴

۳✓

۲

۱

(ایمان نفتیان)

-۸۹

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} = L$ اگر a_n به L همگرا باشد، آن‌گاه:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + \sqrt{a_n - 3})$$

$$\Rightarrow L = L + \sqrt{L - 3} \Rightarrow \sqrt{L - 3} = 0 \Rightarrow L = 3$$

اما دقت داشته باشید که دنباله‌ی a_n دنباله‌ای صعودی است. زیرا:

$$a_{n+1} - a_n = \sqrt{a_n - 3} \geq 0$$

از طرفی جمله‌ی اول دنباله، $a_1 = 4$ است و با توجه به اینکه در دنباله‌ی صعودی

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \geq a_1$ است، بنابراین $L \geq 4$ باید باشد. بنابراین L نمی‌تواند ۳

باشد. پس فرض اولیه‌ی همگرایی غلط است و a_n واگر است.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۳۱)

۴✓

۳

۲

۱

(کاظم اجلالی)

دنباله صعودی است، پس برای هر n طبیعی داریم:

$$a_{n+1} \geq a_n$$

$$a_n = 2n^3 - 15n^2 - kn$$

$$\Rightarrow 2(n+1)^3 - 15(n+1)^2 - k(n+1) \geq 2n^3 - 15n^2 - kn$$

$$2n^3 + 6n^2 + 6n + 2 - 15n^2 - 3 \cdot n - 15 - kn - k$$

$$\geq 2n^3 - 15n^2 - kn$$

$$k \leq 6n^2 - 24n - 13 \Rightarrow k \leq 6(n-2)^2 - 37$$

کمترین مقدار عبارت سمت راست به ازای $n=2$ بدست می‌آید که همان-۳۷ است. بنابراین $k \leq -37$.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

۴

۳✓

۲

۱

(علی ایمانی)

$$(AB\text{ وسط }M = \frac{A+B}{2} = \frac{(2m+2, -2m+2, 4)}{2}) \\ = (m+1, -m+1, 2)$$

$$|OM| = \sqrt{(m+1)^2 + (-m+1)^2 + 4} \\ = \sqrt{m^2 + 2m + 1 + m^2 - 2m + 1 + 4} = \sqrt{2m^2 + 6} = \sqrt{14}$$

$$\Rightarrow 2m^2 + 6 = 14 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2 \xrightarrow{m \in \mathbb{N}} m = 2 \\ A(4, 2, 1), B = (2, -4, 3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-2, -6, 2)$$

$$xz\text{ روی صفحه} \overrightarrow{AB} \text{ تصویر} = (-2, 0, 2)$$

$$\Rightarrow \text{طول تصویر} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۳ تا ۶)

۴

۳

۲

۱✓

(محمدصادق ثابتی)

$$|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{4+9+m^2} \quad \text{اندازه بردar } a \text{ برابر است با:}$$

$$e_a = \left(\frac{a_x}{|a|}, \frac{a_y}{|a|}, \frac{a_z}{|a|} \right) \quad \text{برای یافتن مولفه‌های بردar جهت داریم:}$$

$$\frac{2}{\sqrt{13+m^2}} = \frac{2}{\sqrt{13+m^2}} \Rightarrow \sqrt{13+m^2} = 7 \Rightarrow 13+m^2 = 49$$

$$\xrightarrow{m>0} m = 6 \Rightarrow n = \frac{3}{7}, p = \frac{6}{7}$$

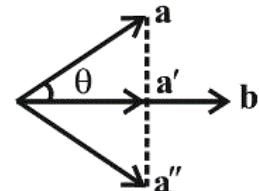
$$m+n+p = 6 + \frac{3}{7} + \frac{6}{7} = \frac{51}{7}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

(مبیر محمدی نویسن)

$$\mathbf{a}' = \frac{\mathbf{a} + \mathbf{a}''}{2} \Rightarrow \mathbf{a}'' = 2\mathbf{a}' - \mathbf{a}$$

$$\mathbf{a} + \mathbf{a}'' = \delta \mathbf{b} \Rightarrow \mathbf{a} + (2\mathbf{a}' - \mathbf{a}) = \delta \mathbf{b}$$



$$\Rightarrow 2\mathbf{a}' = \delta \mathbf{b} \Rightarrow \mathbf{a}' = \frac{\delta}{2} \mathbf{b} \Rightarrow |\mathbf{a}'| = \frac{\delta}{2} |\mathbf{b}| \xrightarrow{|\mathbf{b}|=2} |\mathbf{a}'| = \delta$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \theta \Rightarrow \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \frac{|\mathbf{a}'|}{|\mathbf{a}|} = |\mathbf{b}| |\mathbf{a}'| = 1.$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۷ و ۸)

۴

۳✓

۲

۱

(سید عادل رضا مرتعنی)

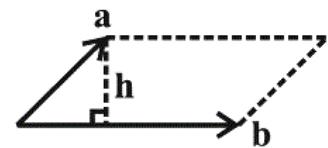
$$S = |\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |(3\alpha, -3\alpha, -3\alpha)| = \sqrt{9\alpha^2 + 9\alpha^2 + 9\alpha^2}$$

$$\Rightarrow 9\sqrt{3} = 3\sqrt{3} |\alpha| \Rightarrow |\alpha| = 3 \xrightarrow{\alpha > 0} \alpha = 3 \Rightarrow \mathbf{b} = (3, -3, 6)$$

$$S = |\mathbf{h}| |\mathbf{b}| \Rightarrow 9\sqrt{3} = |\mathbf{h}| \times \sqrt{(3)^2 + (-3)^2 + (6)^2}$$

$$\Rightarrow 9\sqrt{3} = |\mathbf{h}| \times 3\sqrt{6} \Rightarrow |\mathbf{h}| = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)



۴

۳✓

۲

۱

(سید امیر ستوح)

$$\mathbf{v}_1 \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2) = (\mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{v}_1) \mathbf{v}_1 - (\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_1) \mathbf{v}_2$$

$$(-14, -14, -7) = 0\mathbf{v}_1 - (1+1+1)\mathbf{v}_2$$

$$\Rightarrow (-14, -14, -7) = -14\mathbf{v}_2 \Rightarrow \mathbf{v}_2 = (1, 1, 5)$$

بنابراین مجموع مؤلفه‌های بردار \mathbf{v}_2 برابر ۷ است.

(هندسه تحلیلی - بردار: مشابه تمرین ۱۰، صفحه‌ی ۳۳)

۴

۳

۲✓

۱

(سروش موئینی)

$$\mathbf{b} \times \mathbf{c} = (-1, 2, 0) \Rightarrow \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (0, 1, 1) \cdot (-1, 2, 0) = 2$$

$$V_{\text{هرم}} = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} |\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})| = \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲✓

۱

(عباس اسدی امیرآبادی)

چون خط D براین دو خط عمود است پس بردار هادی آن از ضرب خارجی دو بردارها

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1 &= (1, 1, 3) \\ \mathbf{u}_2 &= (1, 2, 1) \end{aligned} \Rightarrow \mathbf{u}_1 \times \mathbf{u}_2 = (-5, 2, 1) \text{ می‌آید.}$$

$$A \in D : \frac{x-1}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1} \Rightarrow \frac{1-x}{5} = \frac{y+1}{2} = z-2$$

از میان گزینه‌ها، تنها نقطه‌ی $(-4, 1, 3)$ در معادله‌ی بدهست آمده صدق می‌کند.

(هنرسه تعلیلی - فقط و صفحه: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(رضا عباسی اصل)

$$L : \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \Rightarrow x = 2t, y = 3t, z = 4t$$

فرض کنیم $M(2t, 3t, 4t)$ مختصات نقطه‌ی مورد نظر باشد. خط

$$\text{با محور } z \text{ ها موازی است، پس فاصله‌ی } M \text{ از آن برابر است با:} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} MH &= \sqrt{(2t-2)^2 + (3t-3)^2 + (4t-4)^2} = \sqrt{4(t-1)^2 + 9(t-1)^2} \\ &= \sqrt{13(t-1)^2} \xrightarrow{MH=\sqrt{13}} \sqrt{13(t-1)^2} = \sqrt{13} \end{aligned}$$

$$(t-1)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \Rightarrow M(0, 0, 0) \\ t = 2 \Rightarrow M(4, 6, 8) \end{cases}$$

مجموع مولفه‌ها $= 4 + 6 + 8 = 18$

(هنرسه تعلیلی - فقط و صفحه: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(سروش موئینی)

$$\text{معادله‌ی این خط به صورت } \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{-1} \text{ و } y = 3 \text{ در می‌آید. پس}$$

$$u = (2, 0, -1) \text{ و یک نقطه از آن را می‌توان به صورت } A'(2t+3, 3-t, -t) \text{ داریم:}$$

$$\overline{AA'} \cdot u = 0 \text{ در نظر گرفت. از شرط } \overline{AA'} \cdot u = 0 \text{ داریم:}$$

$$\overline{AA'} \cdot u = (2t+3-2, 3-t-1, -t-1) \cdot (2, 0, -1)$$

$$= 4t+2+0+t+1 = 0$$

$$\Rightarrow 5t+3=0 \Rightarrow t = \frac{-3}{5} = -\frac{3}{5} \Rightarrow A' = (\frac{1}{5}, \frac{8}{5}, \frac{0}{5})$$

$$A'' = 2A' - A = (\frac{1}{5}, \frac{8}{5}, \frac{0}{5}) \Rightarrow A'' = (\frac{1}{5}, \frac{6}{5}, \frac{0}{5})$$

مجموع مختصات $A'' = 6/5$

(هنرسه تعلیلی - فقط و صفحه: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(امیرحسین ابومیبوب)

$$L : \frac{x-m}{-1} = y = z \Rightarrow \begin{cases} x = -t + m \\ y = t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

اگر خط گذرنده از نقاط A و B ، خط L را در نقطه‌ای مانند C قطع کند، آن‌گاه A ، B و C روی یک خط راست هستند و داریم:

$$\overrightarrow{AC} \parallel \overrightarrow{AB} \Rightarrow (-t+m, t-1, t) \parallel (2, 2, 4) \Rightarrow \frac{-t+m}{2} = \frac{t-1}{2} = \frac{t}{4}$$

$$\frac{t-1}{2} = \frac{t}{4} \Rightarrow 4t - 4 = 2t \Rightarrow 2t = 4 \Rightarrow t = 2$$

$$\frac{-t+m}{2} = \frac{t-1}{2} \xrightarrow{t=2} \frac{-2+m}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow -2+m = 1 \Rightarrow m = 3$$

(هنرسه تعلیلی - نظریه صفحه های ۳۹ تا ۴۱)

۴✓

۳

۲

۱

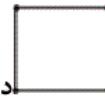
ریاضی ، ریاضیات گسسته ، گرافها و کاربردهای آن ، نظریه گراف - ۱۳۹۵۰۸۲۱

(رسول محسنی منش)

نکته: گراف از مرتبه p ($p \geq 3$)، همیلتونی است اگر و تنها اگر دلای دوری به طول p باشد.

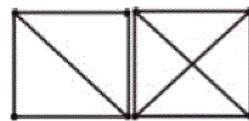
نکته: گرافی که در آن یک دور بزرگ تر از ۳ وجود داشته باشد که قطر نداشته باشد، گراف بازه‌ها نیست.

برای این که گراف از مرتبه ۴ همیلتونی باشد باید دوری به طول ۴ داشته باشد



یعنی شکل در آن موجود باشد.

و چون می‌خواهیم گراف بازه‌ای باشد باید قطر داشته باشد که تنها دو گراف زیر، دارای این شرایط هستند:



(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه های ۱ و ۱۶)

۴

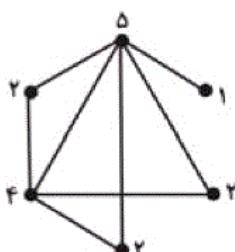
۳✓

۲

۱

(امیرحسین ابومیبوب)

گراف را با کمک دو رأس درجه ۵ و درجه ۴، رسم می‌کنیم. مشاهده می‌کنیم که گراف نمی‌تواند بیش از یک رأس از درجه ۴ یک داشته باشد. بنابراین به ازای هیچ مقدار X و Y ، چنین گرافی وجود ندارد.



(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه های ۱۱ و ۱۵)

۴✓

۳

۲

۱

(بدهمن موزنی پر)

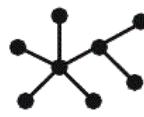
برای رسم این درخت، ابتدا رأس با درجه ماکزیمم یعنی رأس درجه ۵ که به ۵ رأس درجه‌ی یک متصل است را می‌سازیم. بنابراین با ساخته شدن رأس درجه‌ی ۵ شش تا از رأس‌های درخت مورد استفاده قرار می‌گیرد. از آنجایی که درخت از مرتبه‌ی ۸ موردنظر است، ۲ رأس باقی می‌ماند. یعنی به هر چند حالتی که بتوان دو رأس باقی‌مانده را به گراف اضافه کرد، تعداد درخت‌های مورد نظر بدست می‌آید:



(۱)



(۲)



(۳)

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

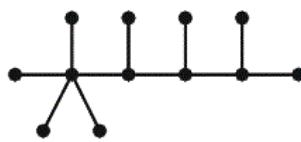
۴

۳

۲ ✓

۱

(سیدوحیدر (والفقاری))



گراف را رسم می‌کنیم. برای بدست آوردن مسیرهای به طول ۲ کافی است ۲ یال از یال‌های ورودی به هر رأس را انتخاب کنیم (زیرا در مسیر به طول ۲ یک رأس در وسط قرار دارد) پس تعداد مسیرهای به طول ۲ برابر است با:

$$\binom{5}{2} + \binom{3}{2} + \binom{3}{2} + \binom{3}{2} = 10 + 3 + 3 + 3 = 19$$

واضح است در سایر گراف‌های غیریکریخت با درخت رسم شده نیز رابطه‌ی فوق برقرار می‌باشد. یعنی در تمامی حالات، تعداد مسیرهای به طول ۲ در درختی با این دنباله‌ی درجات برابر ۱۹ است.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سید عادل رضا مرتفعی)

$$p^2 - 2q = 33 = p^2 - 48$$

$$\Rightarrow p^2 = 81 \Rightarrow p = 9$$

$A^2 = 2q = 48 = 2q \Rightarrow 48 = 2q \Rightarrow q = 24$

$$\frac{2q}{p} \leq \Delta \leq p - 1$$

$$\frac{48}{9} \leq \Delta \leq 8 \Rightarrow \Delta = 6, 7, 8$$

و در هر گراف داریم:

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۰ و ۲۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(بدهمن موزنی پر)

نکته: درایه‌های روی قطر اصلی مربع ماتریس مجاورت، همان درجات رئوس گراف می‌باشد. بنابراین حاصلضرب درجات رئوس یک درخت مضرب عدد ۷ است و از آنجایی که عدد ۷ عددی اول است بنابراین حتماً یکی از رئوس از درجه‌ی ۷ بوده است، بنابراین می‌توانیم درختی با یک رأس درجه‌ی ۷ و هفت رأس درجه‌ی ۱ بتوانیم در نظر بگیریم. اما در این حالت مرتبه‌ی درخت برابر ۸ می‌باشد، پس باید یک رأس به



این درخت اضافه کرده و آن را به صورت در نظر می‌گیریم که واضح است که یک رأس درجه‌ی ۲ و ۷ رأس درجه‌ی ۱ دارد، بنابراین مجموع تعداد رئوس درجه‌ی ۱ و ۲ در این درخت برابر است با: $7 + 1 = 8$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(پروانه زارعی)

-۱۰۱

$$A = \sin(36^\circ - 30^\circ) \sin(36^\circ - 6^\circ) + \cos(18^\circ - 3^\circ) \cos(36^\circ + 6^\circ)$$

$$A = (-\sin 3^\circ)(-\sin 6^\circ) + (-\cos 3^\circ)(\cos 6^\circ)$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷)

۴ ✓

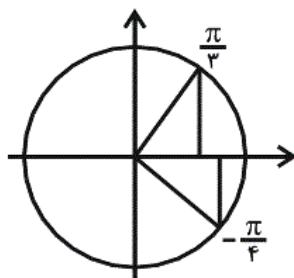
۳

۲

۱

(آرش مصطفی‌زاده)

-۱۰۲



زاویه‌ی $3x$ مطابق شکل بین $-\frac{\pi}{4}$ و $\frac{\pi}{3}$ است.

$$-\frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{9} \Rightarrow -\frac{\pi}{4} < 3x < \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{1}{2} < \cos 3x \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{m-1}{2} \leq 1$$

$$\Rightarrow 2 < m \leq 3$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۳۳ و ۱۴۵ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(جمال الدین هسینی)

-۱۰۳

با توجه به نمودار $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$ و $f(0) = 4$ می‌باشد.

$$\begin{cases} f(0) = 4 \Rightarrow a + b = 4 \\ f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow a - b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = b = 2 \Rightarrow \sqrt{ab} = \sqrt{2 \times 2} = 2$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(لاظم اجلالی)

-۱۰۴

تساوی داده شده را به صورت $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\cos C}$ می‌نویسیم. از طرفی طبق قانون

سینوس‌ها داریم $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ بنابراین:

$$\frac{c}{\cos C} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \cos C = \sin C \Rightarrow C = 45^\circ$$

$$\hat{B} = 180^\circ - (130^\circ + 45^\circ) = 5^\circ$$

در نتیجه:

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۵۶ تا ۱۵۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۰۵

(سعید مدیر فرازبانی)

زمان (ثانیه) ۱۸۰
کمان 2π
 $\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{180} \times t$
 $\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{9}t$

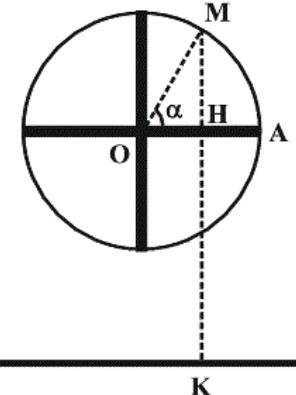
$$\Delta OMH : \sin \alpha = \frac{MH}{OM} \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{9}t\right) = \frac{MH}{2}$$

$$\Rightarrow MH = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{9}t\right)$$

$$HK = 15 + 20 = 35$$

$$\Rightarrow x = MH + HK \Rightarrow x = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{9}t\right) + 35$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۳)



۴

۳

۲ ✓

۱

$$\Rightarrow A = \lambda(\cos \gamma / 5^\circ)(\sin \gamma / 5^\circ)(-\cos 15^\circ)$$

از طرفی داریم $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$ بنابراین:

$$A = -4 \sin(2 \times \gamma / 5^\circ) \cos 15^\circ = -4 \sin 15^\circ \cos 15^\circ$$

$$= -2 \sin(2 \times 15^\circ) = -2 \sin 30^\circ = -2 \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow A = -1$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷ و مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(جمال الدین حسینی)

-۱۰۷

$$\cos 4x = \cos 2(2x) = 2 \cos^2 2x - 1 = 2(1 - 2 \sin^2 x)^2 - 1$$

$$= 2(1 - 2\left(\frac{3}{5}\right)^2)^2 - 1 = 2(1 - \frac{18}{25})^2 - 1 = 2\left(\frac{7}{25}\right)^2 - 1 = -\frac{527}{625}$$

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(فریدون ساعتی)

-۱۰۸

$$x^r + ax + b = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1 x_2 = b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 12^\circ + \cos 4^\circ = -a & (1) \\ \cos 12^\circ \times \cos 4^\circ = b & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow 2 \cos 4^\circ \cos 12^\circ = -a \Rightarrow 2\left(\frac{1}{2}\right) \cos 12^\circ = -a \Rightarrow \cos 12^\circ = -a$$

$$(2) \Rightarrow \frac{1}{2}(\cos(12^\circ) + \cos(4^\circ)) = b \Rightarrow -\frac{1}{2} + \cos 4^\circ = 2b$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} + (2 \cos^2 12^\circ - 1) = 2b \xrightarrow{\cos 12^\circ = -a} 2(-a)^2 - 2b = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow a^r - b = \frac{3}{4}$$

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\frac{\gamma(\frac{\sqrt{3}}{2} - \sin 2\alpha)}{\gamma(\frac{1}{2} + \cos 2\alpha)} = 3 \Rightarrow \frac{\sin 60^\circ - \sin 2\alpha}{\cos 60^\circ + \cos 2\alpha} = 3$$

$$\frac{\gamma \sin(60^\circ - \alpha) \cos(60^\circ + \alpha)}{\gamma \cos(60^\circ - \alpha) \cos(60^\circ + \alpha)} = 3 \Rightarrow \tan(60^\circ - \alpha) = 3$$

$$\Rightarrow 1 + \tan^2(60^\circ - \alpha) = \frac{1}{\cos^2(60^\circ - \alpha)}$$

$$\Rightarrow 1 + (3)^2 = \frac{1}{\cos^2(60^\circ - \alpha)} \Rightarrow \cos^2(60^\circ - \alpha) = 1/10$$

(مسابان - مسئله‌های ۵ تا ۷)

۴✓

۳

۲

۱

با استفاده از روابط تبدیل ضرب به جمع داریم:

$$\begin{aligned} & \frac{1 + 4 \sin 20^\circ \cos 10^\circ}{\sin^2 50^\circ} \\ &= \frac{1 + 4 \times \frac{1}{2} (\sin(20^\circ + 10^\circ) + \sin(20^\circ - 10^\circ))}{\sin^2 50^\circ} \\ &= \frac{1 + 2 \sin 30^\circ + 2 \sin 10^\circ}{\sin^2 50^\circ} = \frac{1 + 2 \sin 10^\circ}{\sin^2 50^\circ} = \frac{2(1 + \sin 10^\circ)}{\sin^2 50^\circ} \\ &= \frac{2(1 + \cos 80^\circ)}{\sin^2 50^\circ} = \frac{2 \times 2 \cos^2 40^\circ}{\sin^2 50^\circ} = \frac{4 \cos^2 40^\circ}{\cos^2 50^\circ} = 4 \end{aligned}$$

(مسابان - مسئله‌های ۵ تا ۷)

۴

۳✓

۲

۱

هر سه بر BC عمودند پس با هم موازیند. حال:

$$\Delta ABC : EF \parallel AB \Rightarrow \frac{FC}{BC} = \frac{EF}{AB} \Rightarrow \frac{EF}{AB} = \frac{8}{12} \quad (1)$$

$$\Delta BCD : EF \parallel DC \Rightarrow \frac{BF}{BC} = \frac{EF}{DC} \Rightarrow \frac{EF}{DC} = \frac{4}{12} \quad (2)$$

$$\frac{EF}{AB} = \frac{8}{12} \Rightarrow \frac{DC}{AB} = 2 \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{1}{2}$$

از تقسیم طرفین رابطه‌ی (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{EF}{DC} = \frac{4}{12}$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

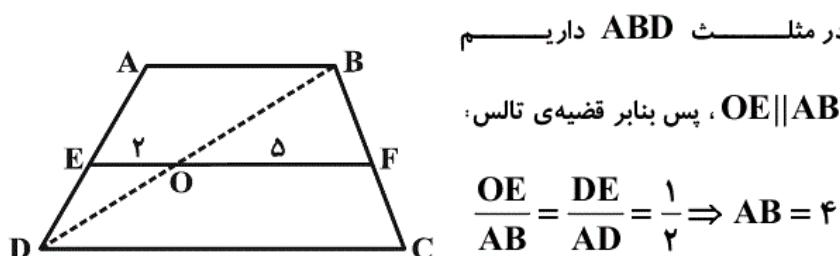
۴ ✓

۳

۲

۱

(نوید مبیری)



در مثلث ABD داریم

: پس بنابر قضیه‌ی تالس $OE \parallel AB$

$$\frac{OE}{AB} = \frac{DE}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 4$$

به همین شیوه در مثلث BDC می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{OF}{DC} = \frac{BF}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow DC = 1.$$

چون محیط ذوزنقه برابر ۲۶ واحد است، خواهیم داشت:

$$AB + BC + DC + AD = 26$$

$$\frac{AB=4, DC=1.}{BC+AD=26-14=12}$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به شکل، طبق قضیه‌ی تالس داریم:

$$\frac{A-x}{A} = \frac{x+y}{12} = \frac{10-y}{10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 96 - 12x = Ax + Ay \\ 120 - 12y = 10x + 10y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 10x + 4y = 48 \\ 10x + 22y = 120 \end{cases} \Rightarrow y = 4, x = 3/2 \Rightarrow x + y = 7/2$$

$$\Rightarrow MN = 7/2$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ و ۸۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(محمد ابراهیم کیم زاده)

دو مثلث EAF و ABC در حالت متناسب بودن دو ضلع و تساوی زاویه‌ی

بین این دو ضلع متشابه‌اند، زیرا $\widehat{EAF} = \widehat{BAC}$ است و داریم:

$$\frac{AF}{AC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad \frac{AE}{AB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$$

در دو مثلث متشابه، نسبت طول‌های دو جزء فرعی متناظر، مساوی نسبت تشابه

است.

$$\frac{AD'}{AD} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{m+3}{6m+4} = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۸۳ و ۹۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

از D بر BC عمود می‌کنیم. داریم:

$$DH \parallel AB \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{DC}{AC} = \frac{CH}{CB} = \frac{DH}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{CH}{10} = \frac{DH}{8}$$

$$CH = 5, DH = 4$$

$$BH = BC - CH$$

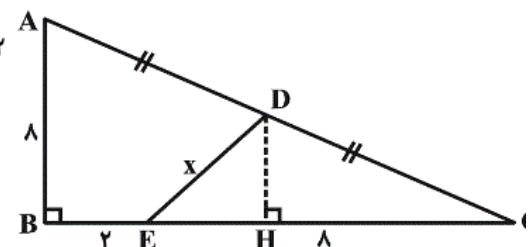
حال:

$$= 10 - 5 = 5 \Rightarrow EH = 3$$

$$\Delta DEH : x^2 = DH^2 + EH^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{25} = 5$$



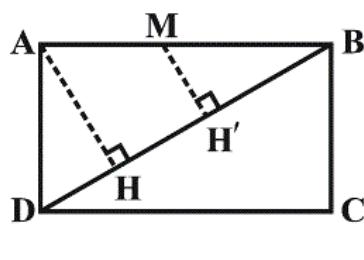
(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

۴✓

۳

۲

۱

 نقطه‌ی وسط AB را M می‌نامیم، بنابرداده‌های مسئله $MH' = 2\sqrt{3}$ و چون دومثلث ABH و $MH'B$ متشابه‌اند، پس

$$\frac{MH'}{AH} = \frac{MB}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow AH = 4\sqrt{3}$$

ولی در هر مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر میانگین هندسی دو قطعه‌ی پدید

آمده روی وتر است، در نتیجه داریم:

$$AH^2 = DH \cdot HB \Rightarrow (4\sqrt{3})^2 = DH \times 3DH$$

$$\Rightarrow 3DH^2 = 48 \Rightarrow DH = 4$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{AH^2 + DH^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} = \sqrt{64} = 8$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

۴

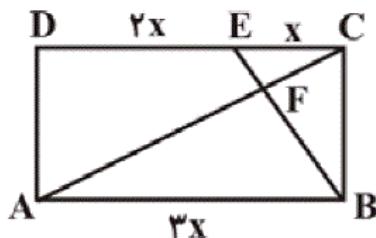
۳

۲✓

۱

(رضا عباس اصل)

$$DE = 2x$$

با فرض داریم: $EC = x$ 

$$AB = DC = 3x$$

در نتیجه:

مثلثهای $\triangle AFB$ و $\triangle EFC$ به حالت تساوی زاویه‌های متناظرشان با هم متشابه‌اند.

$$\frac{EF}{FB} = \frac{EC}{AB} \Rightarrow \frac{EF}{FB} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در صورت}}$$

$$\frac{EF + FB}{FB} = \frac{1+3}{3} \Rightarrow \frac{EB}{FB} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{EB=12}{FB} = \frac{4}{3} \Rightarrow FB = 9$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفت‌های ۱۰۳ تا ۹۲)

۴✓

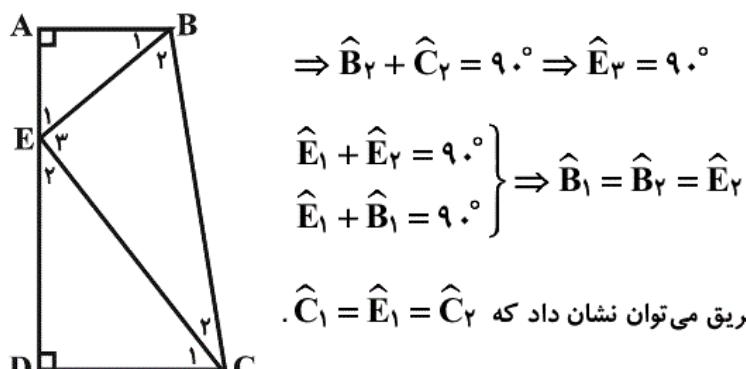
۳

۲

۱

(عباس اسدی امیر آبداری)

$$\hat{B}_1 + \hat{B}_2 + \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ \Rightarrow 2\hat{B}_2 + 2\hat{C}_2 = 180^\circ$$

به همین طریق می‌توان نشان داد که $\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \hat{E}_2$ و $\hat{C}_1 = \hat{E}_1 = \hat{C}_2$. یعنی سه مثلث $\triangle EDC$, $\triangle EBC$ و $\triangle ABE$ متشابه‌ند پس داریم:

$$\triangle ABE \sim \triangle EBC \Rightarrow \frac{AB}{EB} = \frac{BE}{BC} \Rightarrow BE^2 = AB \cdot BC \quad (1)$$

$$\triangle EDC \sim \triangle BEC \Rightarrow \frac{BC}{EC} = \frac{EC}{DC} \Rightarrow EC^2 = BC \cdot DC \quad (2)$$

۴

۳

۲

۱✓

(محمد طاهر شعاعی)

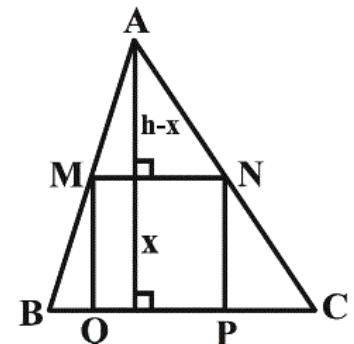
در مثلث ABC ، ارتفاع وارد بر ضلع $BC = a$ را رسم می‌کنیم و اندازه‌یآن را برابر h در نظر می‌گیریم. اگر طول ضلع مربع برابر x فرض شود، آن‌گاه

داریم:

$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{h-x}{h} = \frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{h-x}{h} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{5x}{2} \\ \frac{h-x}{h} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{x}{h} = \frac{3}{5} \Rightarrow h = \frac{5x}{3} \end{cases}$$



$$\frac{S_{\square}}{S_{\triangle}} = \frac{x^2}{\frac{1}{2}h \times a} = \frac{x^2}{\frac{1}{2} \times \frac{5x}{3} \times \frac{5x}{2}} = \frac{12}{25} = +/ 48$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۹۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیرحسین ابومهجب)

طبق قضیه‌ی تالس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} MP \parallel BN \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AP}{PN} \\ MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AP}{PN} = \frac{AN}{NC} \quad (*)$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AN}{AC - AN} = \frac{1}{3-1}$$

$$\Rightarrow \frac{AN}{NC} = \frac{1}{2} \xrightarrow{NC=2} AN = 2$$

$$(*) \Rightarrow \frac{AP}{PN} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AP}{AP + PN} = \frac{1}{2+1} \Rightarrow \frac{AP}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow AP = 1$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۳ تا ۸۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۹۱

(کتاب آلبی - سوال ۱۳۳)

$$\cdot / \lambda \bar{a} = \frac{b}{6} \Rightarrow \frac{\lambda a - \lambda}{6} = \frac{b}{6} \Rightarrow \frac{\lambda + a - \lambda}{6} = \frac{b}{6}$$

$\Rightarrow a = 3(5b - 24)$ است.

به ازای $a = 0, 6, 9$ جواب برای b بدست نمی‌آید. اما به ازای $a = 3$ خواهیم داشت: $a + b = \lambda$ و از آنجا $b = 5$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷)

۴✓

۳

۲

۱

-۹۲

(آزمون کانون ریاضی - M) (کتاب آلبی - سوال ۱۵)

$$\frac{c}{a} < \frac{d}{b} \xrightarrow{a>0} c < \frac{ad}{b} \xrightarrow{b<0} bc > ad \rightarrow bc - ad > 0$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۴

۳

۲

۱✓

(سراسری ریاضی ثارج از کشور - ۱۹)

$$\left| \frac{x-3}{2x-1} \right| > 1 \xrightarrow{x \neq \frac{1}{2}} |x-3| > |2x-1|$$

طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x^2 - 6x + 9 > 4x^2 - 4x + 1 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 8 < 0$$

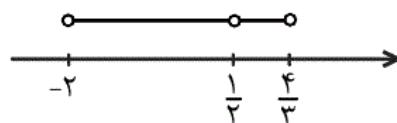
$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(3)(-8)}}{2(3)} = \frac{-2 \pm 10}{6}$$

$$\Rightarrow x_1 = -2 \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{4}{3}$$

x	-	-	$\frac{4}{3}$
P	+	o	-

$$-2 < x < \frac{4}{3} \quad \text{و} \quad x \neq \frac{1}{2}$$

بنابراین حدود x به صورت زیر است:

پس یک همسایگی به شعاع بزرگترین مقدار ممکن بازه‌ی $\left(-2, \frac{1}{2}\right)$ است.

$$\Rightarrow a = \frac{-2 + \frac{1}{2}}{2} = \frac{-3}{4} : \text{مرکز همسایگی}$$

(دیفرانسیل - مقاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، دیفرانسیل و انتگرال - گواه، دنباله - ۱۳۹۵۰۸۲۱

(کتاب آلبی - سؤال ۱۹)

$$n=11 \Rightarrow a_{12} = 2a_{11} - 5 \Rightarrow 17 = 2a_{11} - 5 \Rightarrow a_{11} = 11$$

$$n=1 \cdot \Rightarrow a_{11} = 2a_{1 \cdot} - 5 \Rightarrow 11 = 2a_{1 \cdot} - 5 \Rightarrow a_{1 \cdot} = 8$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

دنباله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$a_n = \begin{cases} \frac{n+2}{2n+1}, & \text{زوج } n \\ \frac{n-2}{2n+1}, & \text{فرد } n \end{cases}$$

از آنجایی که $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{2}$ ، پس یک همسایگی به مرکز $\frac{1}{2}$ و شعاع $1/0$ را

داریم، دو حالت در نظر می‌گیریم:

$$\text{زوج } n: \left| \frac{n+2}{2n+1} - \frac{1}{2} \right| < \frac{1}{100} \Rightarrow \left| \frac{3}{2n+1} \right| < \frac{2}{100} \Rightarrow \frac{2n+1}{3} > 50.$$

$$\Rightarrow 2n+1 > 150 \Rightarrow n > \frac{149}{2} = 74.5 \Rightarrow M_1 \geq 76$$

$$\text{فرد } n: \left| \frac{n-2}{2n+1} - \frac{1}{2} \right| < \frac{1}{100} \Rightarrow \left| \frac{5}{2n+1} \right| < \frac{1}{50} \Rightarrow \frac{2n+1}{5} > 50.$$

$$\Rightarrow \frac{2n+1}{5} > 50 \Rightarrow n > \frac{249}{2} = 124.5 \Rightarrow M_2 \geq 125$$

جملات ردیف زوج از شماره‌ی ۷۶ به بعد در این بازه قرار دارند و جملات ردیف فرد از شماره‌ی ۱۲۵، پس اولین جمله از این دنباله که بعد از آن کلیه‌ی جملات در این بازه قرار می‌گیرند جمله‌ی ۱۲۴ است.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴

۳

۲

۱

(آزمون کانون ریاضی - ۹۱)

با توجه به نمودار تابع هموگرافیک، در دنباله‌ی $a_n = \frac{an+b}{cn+d}$ اگر ریشه‌ی

مخرج بزرگتر از ۱ باشد، کمترین و بیشترین مقدار دنباله، به ازای جمله‌های قبل و

بعد از ریشه‌ی مخرج بدست می‌آید:

$$2n-13=0 \Rightarrow n=6.5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_6 = -23 \\ a_7 = 27 \end{cases} \Rightarrow |a_7 - a_6| = 50.$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۴

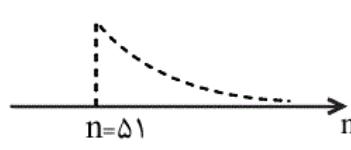
۳

۲

۱

دنباله به ازای $n \geq 51$ یا $n > 50$ مطابق شکل فرضی در بازه‌ی $[L, a_{51}]$

قرار دارد، یعنی:



$$a_{51} = \sqrt{64} - \sqrt{49} = 8 - 7 = 1$$

$$\Rightarrow (a, b] = (0, 1]$$

$$\Rightarrow \min(b - a) = 1$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سراسری ریاضی - ۹۰)

-۹۸

می‌دانیم اگر یک دنباله همگرا باشد، آنگاه کراندار است، لذا ابتدا همگرایی دنباله

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n} + \sqrt{n}} = \frac{1}{2}$$

را بررسی می‌کنیم:

دنباله همگراست، پس کراندار است. برای بررسی یکنواختی دنباله خواهیم داشت:

$$a_n = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + 1 \right)} \Rightarrow a_n = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + 1}$$

از آنجایی که دنباله‌ی $\frac{1}{n}$ نزولی است، پس $1 + \frac{1}{n}$ نیز نزولی است و از

آنجا $\sqrt{1 + \frac{1}{n}}$ نیز نزولی است و در نتیجه $1 + \sqrt{1 + \frac{1}{n}}$ نزولی است، بنابراین

دنباله‌ی $\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + 1}$ صعودی است، لذا دنباله‌ی داده شده صعودی و کراندار

است.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(آزاد ریاضی صحیح - ۱۹)

$$2^{n+1} + 3^{n+1} = 2 \times 2^n + 3 \times 3^n$$

$$2(2^n + 3^n) < 2^{n+1} + 3^{n+1} < 3(2^n + 3^n)$$

$$\Rightarrow 2 < \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n} < 3 \Rightarrow a_n = \left[\frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n} \right] = 2$$

(دیرفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب آلبی - سوال ۱۷)

- ۱۰۰

باید $a_{n+1} \leq a_n$ باشد:

$$a_{n+1} \leq a_n \Rightarrow \frac{1 \cdot n+1}{(n+1)!} \leq \frac{1 \cdot n}{n!} \Rightarrow \frac{1 \cdot}{n+1} \leq 1 \Rightarrow n \geq 9$$

بنابراین از جمله‌ی نهم به بعد، دنباله نزولی است.

(دیرفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

سوالات آزمون های کانون فرهنگی آموزش قلم چی ویژه دبیران و معلمان ، تاریخ آزمون ۱۳۹۵۰۸۲۱

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، یادآوری مفاهیم پایه - ۱۳۹۵۰۸۲۱

-۸۱ - اگر $\frac{3a-3}{a+2b}$ عضو همانی جمع و $a+b-1$ باشد، در این صورت وارون کدام است؟

۳ (۲)

-۶ (۱)

۴) وارون ندارد.

$\frac{-1}{6}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۸۲ - مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $\frac{5}{x-1} < -\frac{2}{x}$ به شرطی که $x > 0$ باشد، شامل چند عدد صحیح است؟

۲ (۱)

۴) بی‌شمار

۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۸۳ - ماکزیمم مجموعه‌ی $\left\{ \frac{a}{4}, \frac{-a}{2} \right\}$ را x و مینیمم مجموعه‌ی $\left\{ \frac{a}{4}, \frac{-a}{2} \right\}$ را y مینامیم. مقدار $y-x$ همواره کدام

است؟

$\frac{3|a|}{4}$ (۲)

$\frac{|a|}{2}$ (۱)

$-\frac{|a|}{2}$ (۴)

$\frac{|a|}{4}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

- ۸۴ - کدامیک از دنباله‌های زیر واگرای از پایین کراندار است؟

$$\left\{ \frac{2n^2}{n+1} \right\} \quad (2)$$

$$\left\{ \frac{2n^2+1}{n^2+1} \right\} \quad (1)$$

$$\left\{ n - \sqrt{n^2 + 1} \right\} \quad (4)$$

$$\left\{ \frac{-n^2}{n+1} \right\} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

- ۸۵ - در دنباله‌ی a_n با جمله‌ی عمومی $\left[\frac{n}{e} \right]^n$ ، مجموع ۵۰ جمله‌ی اول دنباله کدام است؟ ()، علامت جزء

صحیح است).

۸۰ (۲)

۷۵ (۱)

۹۰ (۴)

۸۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

- ۸۶ - حدود a برای این که دنباله‌ی $\left\{ \frac{\sin n + \cos n}{a} \right\}^n$ واگرای باشد، کدام است؟

$$R - [-\sqrt{2}, \sqrt{2}] \quad (2)$$

$$R - [-1, 1] \quad (1)$$

$$(-1, 1) - \{0\} \quad (4)$$

$$(-\sqrt{2}, \sqrt{2}) - \{0\} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

-۸۷- به ازای چند مقدار صحیح k ، دنباله‌ی $a_n = \frac{(-1)^n k - 4}{n}$ همگراست؟ ([]، علامت جزء صحیح است).

۷ (۲)

۶ (۱)

۹ (۴)

۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۸۸- دنباله‌ی $a_1 = \frac{3}{4}$ مفروض است، دنباله‌ی $a_{n+1} = (\frac{5}{\zeta})^n a_n$ چه وضعیتی دارد؟

۲) همگرا - صعودی

۱) واگرا - نزولی

۴) واگرا - صعودی

۳) همگرا - نزولی

شما پاسخ نداده اید

-۸۹- دنباله‌ی $a_1 = 4$ با شرط $a_{n+1} = a_n + \sqrt{a_n - 3}$ چگونه است؟

۲) همگرا به ۲

۱) همگرا به ۳

۴) واگرای است.

۳) همگرا به ۴

شما پاسخ نداده اید

۹۰- دنباله‌ی $a_n = n(2n^2 - 15n - k)$ صعودی است. حدود k کدام است؟

$k \leq -31$ (۲)

$k \leq -24$ (۱)

$k \leq -13$ (۴)

$k \leq -37$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی تحلیلی ، بردار - ۱۳۹۵۰۸۲۱

۱۱۱- اگر $A = (2m, 2, 1)$ و $B = (2, -2m, 3)$ باشند و فاصله‌ی نقطه‌ی وسط AB از مبدأ برابر $\sqrt{14}$ باشد،

طول تصویر بردار \overrightarrow{AB} روی صفحه‌ی xz کدام است؟ ($m \in \mathbb{N}$)

$\sqrt{2}$ (۴)

$4\sqrt{2}$ (۳)

$3\sqrt{2}$ (۲)

$2\sqrt{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر بردار جهت بردار $a = (2, 3, m)$ به صورت $e_a = \frac{2}{\gamma}i + nj + pk$ باشد ($m > 0$ ، حاصل

کدام است؟

۹ (۴)

۱۵ (۳)

$\frac{51}{7}$ (۲)

$\frac{39}{7}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر بردار a'' قرینه‌ی بردار a نسبت به بردار b باشد، حاصل $a \cdot b$ کدام است؟

-10 (۴)

10 (۳)

5 (۲)

-5 (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- اگر مساحت متوازی الاضلاع بناشده روی دو بردار $a = (1, 2, -1)$ و $b = (\alpha, -\alpha, 2\alpha)$ برابر با $9\sqrt{3}$ واحد مربع باشد، در این صورت اندازه‌ی ارتفاع وارد شده بر بردار b کدام است؟ ($\alpha > 0$)

$2\sqrt{2}$ (۴)

$\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (۳)

$\frac{2\sqrt{2}}{3}$ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر بردارهای v_1 و v_2 برهم عمود باشند و $v_1 = (3, 2, -1)$ و $v_2 = (11, -16, 1)$ ، آنگاه مجموع مؤلفه‌های بردار v_2 کدام است؟

۹) ۴

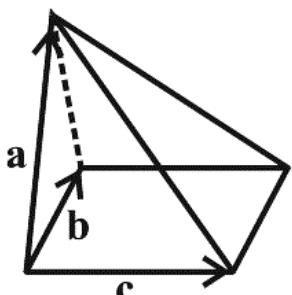
۸) ۳

۷) ۲

۶) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- در شکل زیر بردارهای j ، $c = 2i + j - k$ ، $b = 2i + j$ و $a = k + j$ هرمهی با قاعده‌ی متوازی الاضلاع ساخته‌اند. حجم این هرم، چند واحد مکعب است؟



$\frac{2}{3}$) ۲

$\frac{1}{6}$) ۴

$\frac{1}{3}$) ۱

۱) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، خط و صفحه - ۱۳۹۵۰۸۲۱

۱۱۷- خط D از نقطه‌ی $A = (1, -1, 2)$ می‌گذرد و بر دو خط $x = \frac{y-1}{2} = z$ و $x-2 = y = \frac{z-2}{3}$ عمود است.

کدام نقطه روی خط D واقع است؟

(۴, -1, -3) ۴

(-4, 1, -3) ۳

(-4, -1, -3) ۲

(-4, 1, 3) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- مجموع مؤلفه‌های نقطه‌ای غیر از مبدأ روی خط $L: \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$ از خط $\sqrt{13}$ کدام است؟

۱۸) ۴

۲۷) ۳

۳۶) ۲

۹) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- مجموع مختصات قرینه‌ی نقطه‌ی $A(2, 1, 1)$ نسبت به خط $\frac{x+2z}{3} = \frac{y}{3}$ کدام است؟

۶/۸) ۴

۶/۴) ۳

۵/۸) ۲

۵/۲) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- به ازای کدام مقدار m ، خط گذرنده از نقاط $(0, 1, 0)$ و $(2, 3, 4)$ ، با خط $L: \frac{x-m}{-1} = y = z$ متقاطع است؟

۳) ۴

-۳) ۳

-۱) ۲

۱) ۱

۱۲۱- چند نوع گراف ساده از مرتبه‌ی ۴ وجود دارد که همیلتونی و بازه‌ای باشد؟

۱) ۲ صفر

۲) ۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- به ازای چند مقدار x ، دنباله‌ی $1, 1, 4, x, y, 5$ می‌تواند دنباله‌ی درجات رئوس یک گراف ساده باشد؟

۱) ۲ (۲)

۲) ۳ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- گراف G از مرتبه‌ی ۱۲ و اندازه‌ی ۲۴ مفروض است. اگر در این گراف $\delta = 4$ باشد، تعداد رئوس از درجه ماکزیمم کدام است؟

۱) ۲ (۴)

۲) ۳ (۱۲)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- گرافی از مرتبه‌ی ۱۰ و اندازه‌ی ۲۱، دارای ۲ رأس از درجه‌ی یک و سه رأس از درجه‌ی چهار است و بقیه‌ی رئوس از درجه ۵ یا ۶ هستند. این گراف چند رأس از درجه‌ی زوج دارد؟

۱) ۲ (۶)

۲) ۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- با مجموعه‌ی رئوس $\{a, b, c, d, e\}$ ، چند گراف ساده با سه یال می‌توان ساخت بهطوری که هر سه یال در یک رأس مشترک نباشند؟

۱) ۱ (۱۰۵)

۲) ۳ (۱۲۰)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- اگر اندازه‌ی یک گراف ساده‌ی مرتبه‌ی ۸، برابر ۲۵ باشد، بیشترین تعداد رأس‌های از درجه‌ی ۵ کدام است؟

۱) ۲ (۳)

۲) ۳ (۵)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷ - چند درخت از مرتبه‌ی ۸ وجود دارد که در آنها $\Delta = 5$ باشد؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸ - تعداد مسیرهای به طول ۲ در درختی با دنباله‌ی درجه‌ی رئوس $5, 3, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1$ کدام است؟

۱۱ (۲)

۱۹ (۱)

۵۵ (۴)

۲۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹ - A ماتریس مجاورت گرافی از مرتبه‌ی p است که دارای 3^3 درایه‌ی صفر است. اگر مجموع درایه‌های روی

قطر اصلی ماتریس A^2 برابر با ۴۸ باشد، در این صورت Δ کدام یک از اعداد زیر نمی‌تواند باشد؟

۶ (۲)

۸ (۱)

۷ (۴)

۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰ - در مربع ماتریس مجاورت یک درخت مرتبه‌ی ۹، حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی مضرب ۷ است. مجموع

تعداد رئوس درجه‌ی یک و دو در این درخت کدام است؟

۸ (۲)

۷ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۸۲۱

۱۰۱ - حاصل $A = \sin 33^\circ \sin 30^\circ + \cos 15^\circ \cos 42^\circ$ کدام است؟

۴) صفر

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲ - اگر $\cos 3x = \frac{m-1}{2}$ و $-\frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{9}$ باشد، آن‌گاه حدود m کدام است؟

$[2, 2 + \sqrt{2}]$ (۴)

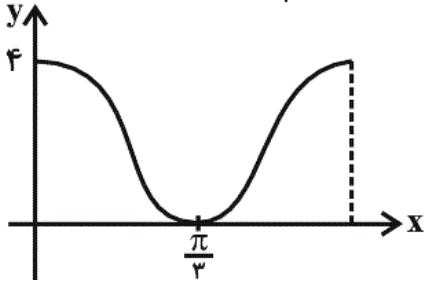
(۲, ۳) (۳)

(۲, ۳) (۲)

$(\sqrt{2} + 1, ۳]$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- اگر نمودار تابع $f(x) = a + b \cos^3 x$ به صورت زیر باشد، در این صورت \sqrt{ab} کدام است؟



- ۱) ۴
- ۲) ۲
- ۳) ۱
- ۴) صفر

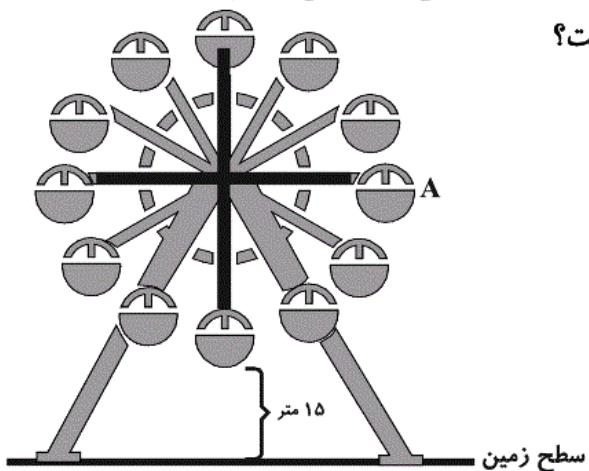
شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- در مثلث ABC داریم $\hat{A} = 130^\circ$ و $b \cos \hat{C} = c \sin \hat{B}$. اندازه‌ی کوچک‌ترین زاویه‌ی مثلث چقدر است؟

- ۱) 5°
- ۲) 10°
- ۳) 15°
- ۴) 20°

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- چرخ و فلکی دایره‌ای شکل به قطر ۴۰ متر مطابق شکل زیر مفروض است. کابین دلخواه M در لحظه‌ی $t = 0$ با شروع از نقطه‌ی A و با سرعتی ثابت در هر ۳ دقیقه یک دور در جهت مثبت مثلثاتی می‌چرخد. اگر فاصله‌ی سطح زمین تا پایین‌ترین نقطه‌ی چرخ و فلک ۱۵ متر باشد، تابعی که ارتفاع کابین بر حسب متر (x) را نسبت به زمان بر حسب ثانیه (t) نشان می‌دهد، کدام است؟



$$2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{9}t\right) \quad (1)$$

$$2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{9}t\right) + 35 \quad (2)$$

$$2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{9}t\right) \quad (3)$$

$$2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{9}t\right) + 35 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- عبارت $A = \lambda \cos(7/5^\circ) \cos(165^\circ) \cos(82/5^\circ)$ برابر کدام است؟

- ۱) ۴
- ۲) ۲
- ۳) -۱
- ۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر $\sin x = \frac{3}{5}$ (زاویه حاده) باشد، حاصل $\cos 4x$ کدام است؟

- ۱) $-\frac{527}{625}$
- ۲) $-\frac{11}{25}$
- ۳) $\frac{527}{625}$
- ۴) $\frac{11}{25}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر $\cos 80^\circ$ و $\cos 40^\circ$ جواب‌های معادله‌ی $x^2 + ax + b = 0$ باشند، آن‌گاه حاصل $b - a^2$ کدام است؟

- ۱) $-\frac{3}{4}$
- ۲) $\frac{1}{4}$
- ۳) $\frac{3}{4}$
- ۴) $-\frac{1}{4}$

شما پاسخ نداده اید

باشد، حاصل $\cos^2(30^\circ - \alpha)$ کدام است؟

$$\frac{\sqrt{3} - 2\sin 2\alpha}{1 + 2\cos 2\alpha} = 3 - 10\alpha$$

۰/۱ (۴)

۰/۲ (۳)

۰/۳ (۲)

۰/۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱- حاصل عبارت $\frac{1 + 4\sin 20^\circ \cos 10^\circ}{\sin^2 5^\circ}$ کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

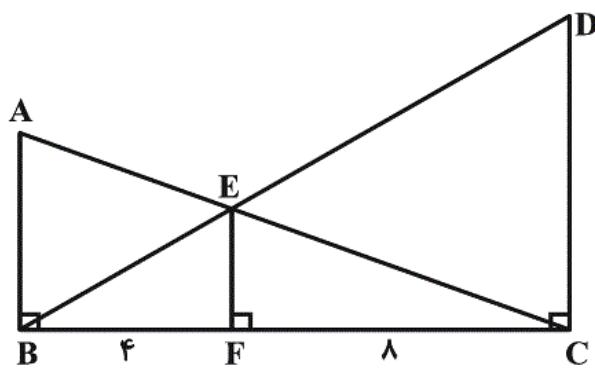
۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، تشابه - ۱۳۹۵۰۸۲۱

۱۳۱- در شکل زیر نسبت AB به CD کدام است؟



$\frac{3}{4}$ (۱)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- در ذوزنقه ABCD با محیط ۲۶ واحد، نقاط E و F به ترتیب وسط ساق‌های AD و BC هستند. پاره خط EF و قطر BD یکدیگر را در نقطه O طوری قطع کرده‌اند که $OE = 2$ و $OF = 5$ است. مجموع اندازه‌ی

ساق‌های این ذوزنقه برابر کدام است؟

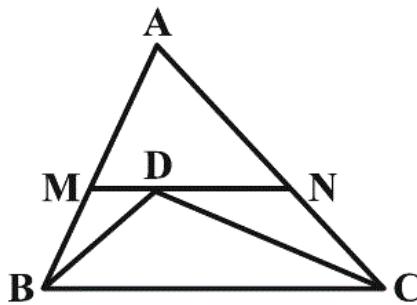
۱۴ (۲)

۱۶ (۱)

۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

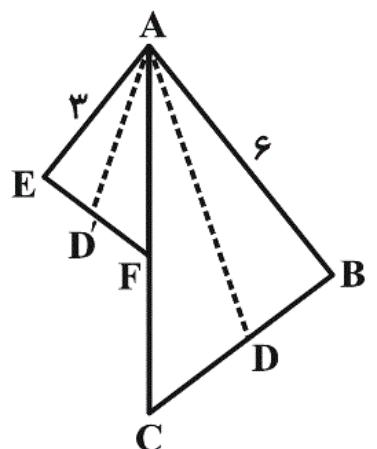
شما پاسخ نداده اید



۱۳۳- در مثلث شکل مقابل از نقطه‌ی D محل برخورد نیمسازهای زوایای B و C خطی موازی BC رسم کردہ‌ایم تا اضلاع AB و AC را به‌ترتیب در N و M قطع کند. اگر $AB = 8$ و $AC = 10$ ، $BC = 12$ باشد، آن‌گاه طول MN کدام است؟

- ۷/۲ (۲) ۷ (۱)
۷/۶ (۴) ۷/۴ (۳)

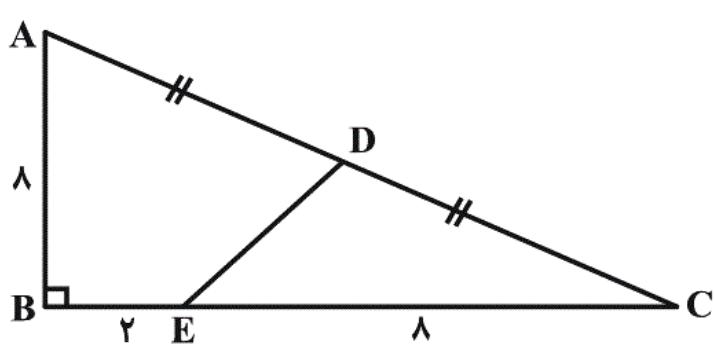
شما پاسخ نداده‌اید



۱۳۴- در شکل رو به‌رو AC نیمساز زوایه‌ی \hat{BAC} رسم کرد و $AF = 4$ ، $AC = 8$ و $AD' = m + 3$ باشد. اگر $AD = 6m + 4$ باشد، مقدار m کدام است؟

- ۳ (۵) ۲ (۱)
 $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳)

شما پاسخ نداده‌اید



۱۳۵- در شکل مقابل طول DE کدام است؟

- ۳ (۱)
 $2\sqrt{2}$ (۲)
 $3\sqrt{2}$ (۳)
۵ (۴)

شما پاسخ نداده‌اید

۱۳۶- در مستطیل $ABCD$ از رأس A ، پاره خط AH عمود می‌کنیم، طوری که $HB = 3DH$. اگر

فاصله‌ی نقطه‌ی وسط ضلع AB از قطر مستطیل برابر $2\sqrt{3}$ باشد. آن‌گاه اندازه‌ی ضلع AD چقدر است؟

۸ (۲)

۱۲ (۱)

$3\sqrt{6}$ (۳)

$6\sqrt{2}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- نقطه‌ی E واقع بر ضلع DC از مستطیل $ABCD$ در فاصله‌ی ۱۲ واحد از B واقع است. اگر $DE = 2EC$ ، نقطه

تلاقی AC و BE در چه فاصله‌ای از B واقع است؟

۷ (۲)

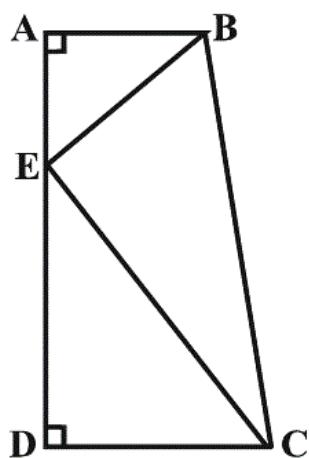
۶ (۱)

۹ (۴)

۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- در شکل مقليل BE نیمساز زاویه‌ی \hat{ABC} و CE نیمساز زاویه‌ی \hat{BCD} و



$AB + DC$ برابر کدام است. $\hat{A} = \hat{D} = 90^\circ$

BC (۱)

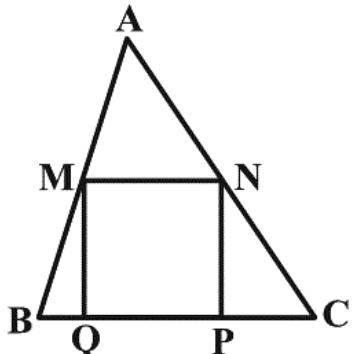
AD (۲)

EC (۳)

$\frac{AD + BC}{2}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- در شکل زیر اگر $\frac{AM}{MB} = \frac{2}{3}$ ، مساحت مربع $MNPQ$ چند درصد مساحت مثلث ABC است؟



۳۶ (۱)

۴۸ (۲)

۶۴ (۳)

۵۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

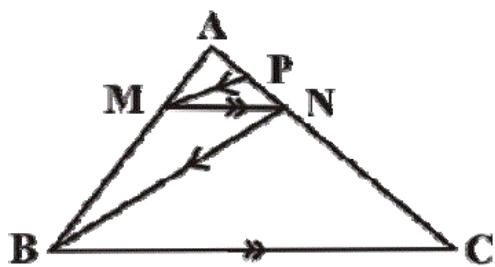
۱۴۰- در شکل زیر $MN \parallel BC$ و $MP \parallel BN$ کدام است. اگر $NC = 6$ باشد، طول AP کدام است؟

۳ (۱)

۲ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۱ (۴)



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال - گواه ، یادآوری مفاهیم پایه - ۱۳۹۵۰۸۲۱

۹۱- اگر $a + b / \wedge \bar{a} = \frac{b}{c}$ باشد، $a + b$ کدام است؟ ($b \in N$)

۶ (۲)

۵ (۱)

\wedge (۴)

۷ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۲- با فرض $a > 0$ و $b < 0$ ، کدام یک از نامساوی‌های زیر نتیجه می‌شود؟

$bc + ad > 0$ (۲)

$bc - ad > 0$ (۱)

$bc + ad < 0$ (۴)

$bc - ad < 0$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۳- یک همسایگی متقارن به مرکز a و شعاع بیشترین مقدار ممکن، زیرمجموعه‌ی $\left\{ x : \left| \frac{x-3}{2x-1} \right| > 1 \right\}$ است،

کدام است؟

$$\frac{-1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{-3}{4} \quad (1)$$

$$\frac{11}{6} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال - گواه ، دنباله - ۱۳۹۵۰۸۲۱

۹۴- در دنباله‌ی $a_n = 2a_{n+1} - 5$ برقرار است. اگر جمله‌ی دوازدهم مساوی ۱۷ باشد، جمله‌ی دهم آن کدام است؟

$$8 \quad (2)$$

$$7 \quad (1)$$

$$10 \quad (4)$$

$$9 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- جملات دنباله‌ی $a_n = \frac{n+2(-1)^n}{2n+1}$ برای اعداد $n \geq M$ همگی در بازه‌ی $(0.49, 0.51)$ قرار می‌گیرند،

کوچکترین عدد طبیعی M کدام است؟

$$124 \quad (2)$$

$$75 \quad (1)$$

$$125 \quad (4)$$

$$120 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- قدر مطلق تفاضل بیشترین و کمترین مقدار جملات دنباله‌ی $\left\{ \frac{4n-1}{2n-13} \right\}$ کدام است؟

$$4 \quad (2)$$

$$50 \quad (1)$$

$$\infty \quad (4)$$

$$\frac{25}{11} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر همه‌ی جملات دنباله‌ی $a_n = \sqrt{n+13} - \sqrt{n-2}$ به ازای $n > 50$ در بازه‌ی (a, b) قرار گیرند، کمترین مقدار $b-a$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$\frac{5}{2} \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- دنباله‌ی $\left\{ \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} \right\}$ چگونه است؟

(۲) کراندار - غیر یکنوا

(۱) بیکران - یکنوا

(۴) کراندار - صعودی

(۳) کراندار - نزولی

دانلود از سایت ریاضی سرا

شما پاسخ نداده اید

۹۹ - حد دنباله‌ی $a_n = \left[\frac{4^{n+1} + 3^{n+1}}{4^n + 3^n} \right]$ کدام است؟ ()، نماد جزء صحیح است.

۳ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰ - حدود n برای اینکه دنباله‌ی $\left\{ \frac{1 \cdot n}{n!} \right\}$ نزولی باشد، کدام است؟

$n \geq 1$ (۲)

$n \leq 1$ (۱)

$n \geq 9$ (۴)

$n \leq 9$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، یادآوری مفاهیم پایه - ۱۳۹۵۰۸۲۱

(بهمال الدین حسینی)

-۸۱

عضو همانی عمل جمع صفر و عضو همانی عمل ضرب یک است. لذا داریم:

$$\begin{cases} 2a + b - 3 = 0 \\ a + b - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 3 \\ a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = 1$$

بنابراین $\frac{3a - 3}{a + 2b} = 0$ و صفر وارون ندارد.

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۳ و ۴)

۱ ✓

۲

۳

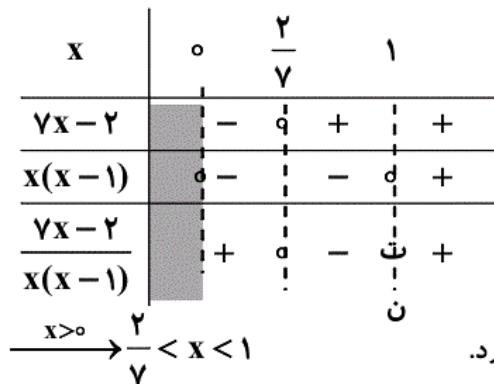
۴

(کیا مقدرس نیاک)

-۸۲

$$\frac{5}{x-1} + \frac{2}{x} < 0 \Rightarrow \frac{7x-2}{x(x-1)} < 0$$

$$\begin{cases} 7x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{7} \\ x(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0, 1 \end{cases}$$



در این بازه عدد صحیح وجود ندارد.

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌ی ۱۶)

(محمد کلصفتان)

-۸۳

$$\begin{aligned} x &= \max\left\{\frac{a}{2}, \frac{-a}{2}\right\} = \frac{|a|}{2} \\ y &= \min\left\{\frac{a}{2}, \frac{-a}{2}\right\} = \frac{-|a|}{2} \\ \Rightarrow x - y &= \frac{|a|}{2} - \frac{-|a|}{2} = \frac{3|a|}{4} \end{aligned}$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌ی ۱۷)

۱

۲

۳ ✓

۴

(قاسم کتابچه)

-۸۴

$$\text{کراندار} \Rightarrow \text{همگرا} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 1}{n^2 + 1} = 2 : \text{گزینهی (۱)}$$

$$\text{بی کران از بالا} \Rightarrow \text{واگرا به} +\infty : +\infty : \text{گزینهی (۲)}$$

چون جملات دنباله مثبت است، دنباله‌ی فوق از پایین کراندار است.

$$\text{بی کران از پایین} \Rightarrow \text{واگرا به} -\infty : -\infty : \text{گزینهی (۳)}$$

چون جملات دنباله منفی است، دنباله‌ی فوق از بالا کراندار است.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt{n^2 + 1} \times \frac{n + \sqrt{n^2 + 1}}{n + \sqrt{n^2 + 1}}) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n^2 - 1}{n + \sqrt{n^2 + 1}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-1}{2n} = 0 : \text{همگرا} \Rightarrow \text{کراندار}$$

(دیفرانسیل - دنباله؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۱۴)

۱

۲

۳✓

۴

(ایمان نفسین)

$$a_n = n - 4\left[\frac{n}{4}\right] = 4\left(\frac{n}{4} - \left[\frac{n}{4}\right]\right)$$

چون دوره‌ی تناوب تابع $y = \frac{x}{4} - \left[\frac{x}{4}\right]$ است، پس در مورد دنباله‌ی

$a_{n+4} = a_n$ می‌توان گفت:

$$a_1 = 4\left(\frac{1}{4} - 0\right) = 1$$

$$a_2 = 4\left(\frac{2}{4} - 0\right) = 2$$

$$a_3 = 4\left(\frac{3}{4} - 0\right) = 3$$

$$a_4 = 4\left(\frac{4}{4} - 1\right) = 0$$

$$a_5 = 4\left(\frac{5}{4} - \left[\frac{5}{4}\right]\right) = 1 = a_1$$

$$a_6 = a_2$$

⋮

بنابراین مجموع پنجاه جمله‌ی اول دنباله برابر است با:

$$\underbrace{(a_1 + a_2 + a_3 + a_4)}_{6} + \underbrace{(a_5 + a_6 + a_7 + a_8)}_{6}$$

$$+ \dots \underbrace{(a_{45} + a_{46} + a_{47} + a_{48})}_{6} + (a_{49} + a_{50})$$

$$= \left(\frac{48}{4}\right) \times 6 + (a_1 + a_2)$$

$$= 12 \times 6 + 1 + 2 = 72 + 3 = 75$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

(کیا مقدس نیک)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} c^n = \begin{cases} 0 & ; \quad -1 < c < 1 \\ 1 & ; \quad c = 1 \\ \pm 1 & ; \quad c = -1 \\ \infty & ; \quad c > 1 \text{ یا } c < -1 \end{cases} \text{ (همگرا)}$$

با توجه به عبارت فوق، برای اینکه دنباله‌ی $\{\left(\frac{\sin n + \cos n}{a}\right)^n\}$ همگرا شود،

$$-1 < \frac{\sin n + \cos n}{a} \leq 1 \Rightarrow -1 < \frac{\sqrt{2} \sin(n + \frac{\pi}{4})}{a} \leq 1 \quad \text{باید:}$$

دقت کنید که $-\sqrt{2} < \sqrt{2} \sin(n + \frac{\pi}{4}) < \sqrt{2}$ است، بنابراین برای این که

نامعادلات فوق برقرار باشد، باید $a \geq \sqrt{2}$ یا $a \leq -\sqrt{2}$ شود. پس با توجه به

این که a در مخرج است، برای واگرا بودن دنباله باید:

$$a \in (-\sqrt{2}, \sqrt{2}) - \{0\}$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

$k - 4 < 0 \Rightarrow k < 4$ و $k - 4 > 0 \Rightarrow k > 4$ باید هم علامت باشند. امکان ندارد این دو عبارت همزمان نامنفی باشند پس باید همزمان منفی باشند. یعنی:

$$\left. \begin{array}{l} k - 4 < 0 \Rightarrow k < 4 \\ -k - 4 < 0 \Rightarrow k > -4 \end{array} \right\} \Rightarrow -4 < k < 4$$

بنابراین به ازای مقادیر صحیح $0, \pm 1, \pm 2$ و ± 3 دنباله همگرا به ۱ است.
(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴

۳

۲✓

۱

(فریدون ساعتی)

-۸۸

$$a_{n+1} = \left(\frac{5}{6}\right)^n a_n \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \left(\frac{5}{6}\right)^n$$

می‌دانیم اگر $x < 0$ آن‌گاه $x^n < 0$ ، بنابراین $\left(\frac{5}{6}\right)^n < 0$ و

درنتیجه $a_1 < 0$ از طرفی جملات دنباله که به صورت $a_1 = \frac{3}{2}$ و

$a_2 = \frac{5}{6} \times \frac{3}{2}$ و ... هستند، همگی مثبت‌اند. بنابراین a_n نزولی است. از طرفی همه‌ی

جملات دنباله‌ی $a_n < 0$ بنابراین دنباله کران‌دار است و هر دنباله‌ی کران‌دار و

یکنوا همگراست پس a_n همگراست در نتیجه گزینه‌ی «۳» درست است.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۳۱)

۴

۳✓

۲

۱

(ایمان نفتیان)

-۸۹

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} = L$ اگر a_n به L همگرا باشد، آن‌گاه:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + \sqrt{a_n - 3})$$

$$\Rightarrow L = L + \sqrt{L - 3} \Rightarrow \sqrt{L - 3} = 0 \Rightarrow L = 3$$

اما دقت داشته باشید که دنباله‌ی a_n دنباله‌ای صعودی است. زیرا:

$$a_{n+1} - a_n = \sqrt{a_n - 3} \geq 0$$

از طرفی جمله‌ی اول دنباله، $a_1 = 4$ است و با توجه به اینکه در دنباله‌ی صعودی

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \geq a_1$ است، بنابراین $L \geq 4$ باید باشد. بنابراین L نمی‌تواند ۳

باشد. پس فرض اولیه‌ی همگرایی غلط است و a_n واگر است.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۳۱)

۴✓

۳

۲

۱

(کاظم اجلالی)

دنباله صعودی است، پس برای هر n طبیعی داریم:

$$a_{n+1} \geq a_n$$

$$a_n = 2n^3 - 15n^2 - kn$$

$$\Rightarrow 2(n+1)^3 - 15(n+1)^2 - k(n+1) \geq 2n^3 - 15n^2 - kn$$

$$2n^3 + 6n^2 + 6n + 2 - 15n^2 - 3 \cdot n - 15 - kn - k$$

$$\geq 2n^3 - 15n^2 - kn$$

$$k \leq 6n^2 - 24n - 13 \Rightarrow k \leq 6(n-2)^2 - 37$$

کمترین مقدار عبارت سمت راست به ازای $n=2$ به دست می آید که همان-۳۷ است. بنابراین $k \leq -37$.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

۴

۳✓

۲

۱

(علی ایمانی)

$$(AB\text{ وسط }M = \frac{A+B}{2} = \frac{(2m+2, -2m+2, 4)}{2}) \\ = (m+1, -m+1, 2)$$

$$|OM| = \sqrt{(m+1)^2 + (-m+1)^2 + 4} \\ = \sqrt{m^2 + 2m + 1 + m^2 - 2m + 1 + 4} = \sqrt{2m^2 + 6} = \sqrt{14}$$

$$\Rightarrow 2m^2 + 6 = 14 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2 \xrightarrow{m \in \mathbb{N}} m = 2 \\ A(4, 2, 1), B = (2, -4, 3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-2, -6, 2)$$

$$xz\text{ روی صفحه} \Rightarrow (-2, 0, 2)$$

$$\Rightarrow \text{طول تصویر} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۳ تا ۶)

۴

۳

۲

۱✓

(محمدصادق ثابتی)

$$|a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{4+9+m^2} \quad \text{اندازه بردar } a \text{ برابر است با:}$$

$$e_a = \left(\frac{a_x}{|a|}, \frac{a_y}{|a|}, \frac{a_z}{|a|} \right) \quad \text{برای یافتن مولفه‌های بردar جهت داریم:}$$

$$\frac{2}{\sqrt{13+m^2}} = \frac{2}{\sqrt{13+m^2}} \Rightarrow \sqrt{13+m^2} = 7 \Rightarrow 13+m^2 = 49$$

$$\xrightarrow{m>0} m = 6 \Rightarrow n = \frac{3}{7}, p = \frac{6}{7}$$

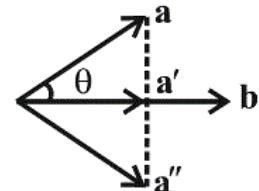
$$m+n+p = 6 + \frac{3}{7} + \frac{6}{7} = \frac{51}{7}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

(مبیر محمدی نویسن)

$$\mathbf{a}' = \frac{\mathbf{a} + \mathbf{a}''}{2} \Rightarrow \mathbf{a}'' = 2\mathbf{a}' - \mathbf{a}$$

$$\mathbf{a} + \mathbf{a}'' = \delta \mathbf{b} \Rightarrow \mathbf{a} + (2\mathbf{a}' - \mathbf{a}) = \delta \mathbf{b}$$



$$\Rightarrow 2\mathbf{a}' = \delta \mathbf{b} \Rightarrow \mathbf{a}' = \frac{\delta}{2} \mathbf{b} \Rightarrow |\mathbf{a}'| = \frac{\delta}{2} |\mathbf{b}| \xrightarrow{|\mathbf{b}|=2} |\mathbf{a}'| = \delta$$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cos \theta \Rightarrow \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \frac{|\mathbf{a}'|}{|\mathbf{a}|} = |\mathbf{b}| |\mathbf{a}'| = 1.$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۷ و ۱۶)

۴

۳✓

۲

۱

(سید عادل رضا مرتعنی)

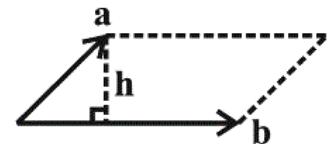
$$S = |\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |(3\alpha, -3\alpha, -3\alpha)| = \sqrt{9\alpha^2 + 9\alpha^2 + 9\alpha^2}$$

$$\Rightarrow 9\sqrt{3} = 3\sqrt{3} |\alpha| \Rightarrow |\alpha| = 3 \xrightarrow{\alpha > 0} \alpha = 3 \Rightarrow \mathbf{b} = (3, -3, 6)$$

$$S = |\mathbf{h}| |\mathbf{b}| \Rightarrow 9\sqrt{3} = |\mathbf{h}| \times \sqrt{(3)^2 + (-3)^2 + (6)^2}$$

$$\Rightarrow 9\sqrt{3} = |\mathbf{h}| \times 3\sqrt{6} \Rightarrow |\mathbf{h}| = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۲۵ و ۳۰)



۴

۳✓

۲

۱

(سید امیر ستوح)

$$\mathbf{v}_1 \times (\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2) = (\mathbf{v}_2 \cdot \mathbf{v}_1) \mathbf{v}_1 - (\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_1) \mathbf{v}_2$$

$$(-14, -14, -7) = 0\mathbf{v}_1 - (1+1+1)\mathbf{v}_2$$

$$\Rightarrow (-14, -14, -7) = -14\mathbf{v}_2 \Rightarrow \mathbf{v}_2 = (1, 1, 5)$$

بنابراین مجموع مؤلفه‌های بردار \mathbf{v}_2 برابر ۷ است.

(هندسه تحلیلی - بردار: مشابه تمرین ۱۰، صفحه‌ی ۳۳)

۴

۳

۲✓

۱

(سروش موئینی)

$$\mathbf{b} \times \mathbf{c} = (-1, 2, 0) \Rightarrow \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (0, 1, 1) \cdot (-1, 2, 0) = 2$$

$$V_{\text{هرم}} = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} |\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})| = \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲✓

۱

(عباس اسدی امیرآبادی)

چون خط D براین دو خط عمود است پس بردار هادی آن از ضرب خارجی دو بردارها

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1 &= (1, 1, 3) \\ \mathbf{u}_2 &= (1, 2, 1) \end{aligned} \Rightarrow \mathbf{u}_1 \times \mathbf{u}_2 = (-5, 2, 1) \quad (\text{هادی دو خط داده شده به دست می‌آید.})$$

$$A \in D : \frac{x-1}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1} \Rightarrow \frac{1-x}{5} = \frac{y+1}{2} = z-2$$

از میان گزینه‌ها، تنها نقطه‌ی $(-4, 1, 3)$ در معادله‌ی بدهست آمده صدق می‌کند.

(هنرسه تعلیلی - فط و صفحه: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(رضا عباسی اصل)

$$L : \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} \Rightarrow x = 2t, y = 3t, z = 4t$$

فرض کنیم $M(2t, 3t, 4t)$ مختصات نقطه‌ی مورد نظر باشد. خط

$$\text{با محور } z \text{ ها موازی است، پس فاصله‌ی } M \text{ از آن برابر است با:} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} MH &= \sqrt{(2t-2)^2 + (3t-3)^2 + (4t-4)^2} = \sqrt{4(t-1)^2 + 9(t-1)^2} \\ &= \sqrt{13(t-1)^2} \xrightarrow{MH=\sqrt{13}} \sqrt{13(t-1)^2} = \sqrt{13} \end{aligned}$$

$$(t-1)^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} t = 0 \Rightarrow M(0, 0, 0) \\ t = 2 \Rightarrow M(4, 6, 8) \end{cases}$$

مجموع مولفه‌ها $= 4 + 6 + 8 = 18$

(هنرسه تعلیلی - فط و صفحه: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(سروش موئینی)

معادله‌ی این خط به صورت $\frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{-1}$ و $y = 3$ در می‌آید. پس $A'(2t+3, 3, -t)$ و یک نقطه از آن را می‌توان به صورت $(2, 0, -1)$ در نظر گرفت. از شرط $\overline{AA'} \cdot u = 0$ داریم:

$$\overline{AA'} \cdot u = (2t+3-2, 3-1, -t-1) \cdot (2, 0, -1)$$

$$= 4t + 2 + 0 + t + 1 = 0$$

$$\Rightarrow 5t + 3 = 0 \Rightarrow t = \frac{-3}{5} = -\frac{3}{5} / 6 \Rightarrow A' = (1/6, 3, -1/6)$$

مجموع مختصات $A'' = 2A' - A = (1/6, 5, 0/2) \Rightarrow A'' = 6/8$

(هنرسه تعلیلی - فط و صفحه: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(امیرحسین ابومهوب)

$$L : \frac{x-m}{-1} = y = z \Rightarrow \begin{cases} x = -t + m \\ y = t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

اگر خط گذرنده از نقاط A و B ، خط L را در نقطه‌ای مانند C قطع کند، آن‌گاه A ، B و C روی یک خط راست هستند و داریم:

$$\overrightarrow{AC} \parallel \overrightarrow{AB} \Rightarrow (-t+m, t-1, t) \parallel (2, 2, 4) \Rightarrow \frac{-t+m}{2} = \frac{t-1}{2} = \frac{t}{4}$$

$$\frac{t-1}{2} = \frac{t}{4} \Rightarrow 4t - 4 = 2t \Rightarrow 2t = 4 \Rightarrow t = 2$$

$$\frac{-t+m}{2} = \frac{t-1}{2} \xrightarrow{t=2} \frac{-2+m}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow -2+m = 1 \Rightarrow m = 3$$

(هنرسه تعلیلی - نظریه صفحه های ۳۹ تا ۴۱)

۴✓

۳

۲

۱

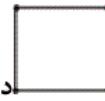
ریاضی ، ریاضیات گسسته ، گرافها و کاربردهای آن ، نظریه گراف - ۱۳۹۵۰۸۲۱

(رسول محسنی منش)

نکته: گراف از مرتبه p ($p \geq 3$)، همیلتونی است اگر و تنها اگر دلای دوری به طول p باشد.

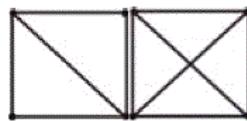
نکته: گرافی که در آن یک دور بزرگ تر از ۳ وجود داشته باشد که قطر نداشته باشد، گراف بازه‌ها نیست.

برای این که گراف از مرتبه ۴ همیلتونی باشد باید دوری به طول ۴ داشته باشد



یعنی شکل در آن موجود باشد.

و چون می‌خواهیم گراف بازه‌ای باشد باید قطر داشته باشد که تنها دو گراف زیر، دارای این شرایط هستند:



(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه های ۱ و ۱۶)

۴

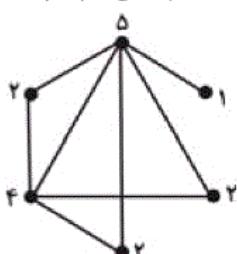
۳✓

۲

۱

(امیرحسین ابومهوب)

گراف را با کمک دو رأس درجه ۵ و درجه ۴، رسم می‌کنیم. مشاهده می‌کنیم که گراف نمی‌تواند بیش از یک رأس از درجه ۴ یک داشته باشد. بنابراین به ازای هیچ مقدار X و Y ، چنین گرافی وجود ندارد.



(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه های ۱۱ و ۱۵)

۴✓

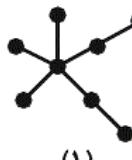
۳

۲

۱

(بدهمن موزنی پر)

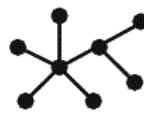
برای رسم این درخت، ابتدا رأس با درجه ماکزیمم یعنی رأس درجه ۵ که به ۵ رأس درجه‌ی یک متصل است را می‌سازیم. بنابراین با ساخته شدن رأس درجه‌ی ۵ شش تا از رأس‌های درخت مورد استفاده قرار می‌گیرد. از آنجایی که درخت از مرتبه‌ی ۸ موردنظر است، ۲ رأس باقی می‌ماند. یعنی به هر چند حالتی که بتوان دو رأس باقی‌مانده را به گراف اضافه کرد، تعداد درخت‌های مورد نظر بدست می‌آید:



(۱)



(۲)



(۳)

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

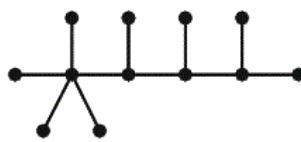
۴

۳

۲ ✓

۱

(سیدوحیدر (والفقاری))



گراف را رسم می‌کنیم. برای بدست آوردن مسیرهای به طول ۲ کافی است ۲ یال از یال‌های ورودی به هر رأس را انتخاب کنیم (زیرا در مسیر به طول ۲ یک رأس در وسط قرار دارد) پس تعداد مسیرهای به طول ۲ برابر است با:

$$\binom{5}{2} + \binom{3}{2} + \binom{3}{2} + \binom{3}{2} = 10 + 3 + 3 + 3 = 19$$

واضح است در سایر گراف‌های غیریکریخت با درخت رسم شده نیز رابطه‌ی فوق برقرار می‌باشد. یعنی در تمامی حالات، تعداد مسیرهای به طول ۲ در درختی با این دنباله‌ی درجات برابر ۱۹ است.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سید عادل رضا مرتفعی)

$$p^2 - 2q = 33 = p^2 - 48$$

$$\Rightarrow p^2 = 81 \Rightarrow p = 9$$

$A^2 = 2q = 48 = 2q \Rightarrow 48 = 2q \Rightarrow q = 24$

$$\frac{2q}{p} \leq \Delta \leq p - 1$$

$$\frac{48}{9} \leq \Delta \leq 8 \Rightarrow \Delta = 6, 7, 8$$

و در هر گراف داریم:

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۰ و ۲۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(بدهمن موزنی پر)

نکته: درایه‌های روی قطر اصلی مربع ماتریس مجاورت، همان درجات رئوس گراف می‌باشد. بنابراین حاصلضرب درجات رئوس یک درخت مضرب عدد ۷ است و از آنجایی که عدد ۷ عددی اول است بنابراین حتماً یکی از رئوس از درجه‌ی ۷ بوده است. بنابراین می‌توانیم درختی با یک رأس درجه‌ی ۷ و هفت رأس درجه‌ی ۱ بتوانیم در نظر بگیریم. اما در این حالت مرتبه‌ی درخت برابر ۸ می‌باشد، پس باید یک رأس به



این درخت اضافه کرده و آن را به صورت در نظر می‌گیریم که واضح است که یک رأس درجه‌ی ۲ و ۷ رأس درجه‌ی ۱ دارد. بنابراین مجموع تعداد رئوس درجه‌ی ۱ و ۲ در این درخت برابر است با: $7 + 1 = 8$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۰۱

(پروانه زارعی)

$$A = \sin(36^\circ - 30^\circ) \sin(36^\circ - 6^\circ) + \cos(18^\circ - 3^\circ) \cos(36^\circ + 6^\circ)$$

$$A = (-\sin 3^\circ)(-\sin 6^\circ) + (-\cos 3^\circ)(\cos 6^\circ)$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) = 0$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷)

۴ ✓

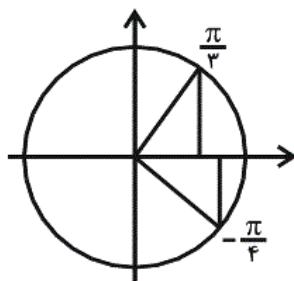
۳

۲

۱

-۱۰۲

(آرش مصطفی‌زاده)



زاویه‌ی $3x$ مطابق شکل بین $-\frac{\pi}{4}$ و $\frac{\pi}{3}$ است.

$$-\frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{9} \Rightarrow -\frac{\pi}{4} < 3x < \frac{\pi}{3}$$

$$\frac{1}{2} < \cos 3x \leq 1 \Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{m-1}{2} \leq 1$$

$$\Rightarrow 2 < m \leq 3$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۳۳ و ۱۴۵ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۰۳

(جمال الدین هسینی)

با توجه به نمودار $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0$ و $f(0) = 4$ می‌باشد.

$$\begin{cases} f(0) = 4 \Rightarrow a + b = 4 \\ f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow a - b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = b = 2 \Rightarrow \sqrt{ab} = \sqrt{2 \times 2} = 2$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۰۴

(لاظم اجلالی)

تساوی داده شده را به صورت $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\cos C}$ می‌نویسیم. از طرفی طبق قانون

سینوس‌ها داریم $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ بنابراین:

$$\frac{c}{\cos C} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \cos C = \sin C \Rightarrow C = 45^\circ$$

$$\hat{B} = 180^\circ - (130^\circ + 45^\circ) = 5^\circ$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۵۶ تا ۱۵۱)

در نتیجه:

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۰۵

(سعید مدیر فرازبانی)

زمان (ثانیه) ۱۸۰
کمان 2π
 $\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{180} \times t$
 $\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{9}t$

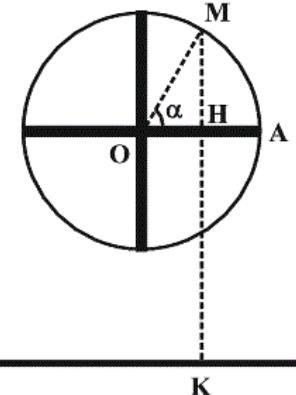
$$\Delta OMH : \sin \alpha = \frac{MH}{OM} \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{9}t\right) = \frac{MH}{2}$$

$$\Rightarrow MH = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{9}t\right)$$

$$HK = 15 + 20 = 35$$

$$\Rightarrow x = MH + HK \Rightarrow x = 2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{9}t\right) + 35$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۳)



۴

۳

۲ ✓

۱

$$\Rightarrow A = \lambda(\cos \gamma / 5^\circ)(\sin \gamma / 5^\circ)(-\cos 15^\circ)$$

از طرفی داریم $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$ بنابراین:

$$A = -4 \sin(2 \times \gamma / 5^\circ) \cos 15^\circ = -4 \sin 15^\circ \cos 15^\circ$$

$$= -2 \sin(2 \times 15^\circ) = -2 \sin 30^\circ = -2 \left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow A = -1$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷ و مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(جمال الدین حسینی)

-۱۰۷

$$\cos 4x = \cos 2(2x) = 2 \cos^2 2x - 1 = 2(1 - 2 \sin^2 x)^2 - 1$$

$$= 2(1 - 2(\frac{3}{5})^2)^2 - 1 = 2(1 - \frac{18}{25})^2 - 1 = 2(\frac{7}{25})^2 - 1 = -\frac{527}{625}$$

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(فریدون ساعتی)

-۱۰۸

$$x^r + ax + b = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -a \\ x_1 x_2 = b \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos 12^\circ + \cos 4^\circ = -a & (1) \\ \cos 12^\circ \times \cos 4^\circ = b & (2) \end{cases}$$

$$(1) \Rightarrow 2 \cos 4^\circ \cos 12^\circ = -a \Rightarrow 2 \left(-\frac{1}{2}\right) \cos 12^\circ = -a \Rightarrow \cos 12^\circ = -a$$

$$(2) \Rightarrow \frac{1}{2} (\cos(12^\circ) + \cos(4^\circ)) = b \Rightarrow -\frac{1}{2} + \cos 4^\circ = 2b$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} + (2 \cos^2 12^\circ - 1) = 2b \xrightarrow{\cos 12^\circ = -a} 2(-a)^2 - 2b = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow a^r - b = \frac{3}{4}$$

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\frac{\gamma(\frac{\sqrt{3}}{2} - \sin 2\alpha)}{\gamma(\frac{1}{2} + \cos 2\alpha)} = 3 \Rightarrow \frac{\sin 60^\circ - \sin 2\alpha}{\cos 60^\circ + \cos 2\alpha} = 3$$

$$\frac{\gamma \sin(60^\circ - \alpha) \cos(60^\circ + \alpha)}{\gamma \cos(60^\circ - \alpha) \cos(60^\circ + \alpha)} = 3 \Rightarrow \tan(60^\circ - \alpha) = 3$$

$$\Rightarrow 1 + \tan^2(60^\circ - \alpha) = \frac{1}{\cos^2(60^\circ - \alpha)}$$

$$\Rightarrow 1 + (3)^2 = \frac{1}{\cos^2(60^\circ - \alpha)} \Rightarrow \cos^2(60^\circ - \alpha) = 1/10$$

(مسابان - مسئله‌های ۵ تا ۷)

۴✓

۳

۲

۱

با استفاده از روابط تبدیل ضرب به جمع داریم:

$$\begin{aligned} & \frac{1 + 4 \sin 20^\circ \cos 10^\circ}{\sin^2 50^\circ} \\ &= \frac{1 + 4 \times \frac{1}{2} (\sin(20^\circ + 10^\circ) + \sin(20^\circ - 10^\circ))}{\sin^2 50^\circ} \\ &= \frac{1 + 2 \sin 30^\circ + 2 \sin 10^\circ}{\sin^2 50^\circ} = \frac{1 + 2 \sin 10^\circ}{\sin^2 50^\circ} = \frac{2(1 + \sin 10^\circ)}{\sin^2 50^\circ} \\ &= \frac{2(1 + \cos 80^\circ)}{\sin^2 50^\circ} = \frac{2 \times 2 \cos^2 40^\circ}{\sin^2 50^\circ} = \frac{4 \cos^2 40^\circ}{\cos^2 50^\circ} = 4 \end{aligned}$$

(مسابان - مسئله‌های ۵ تا ۷)

۴

۳✓

۲

۱

هر سه بر BC عمودند پس با هم موازیند. حال:

$$\Delta ABC : EF \parallel AB \Rightarrow \frac{FC}{BC} = \frac{EF}{AB} \Rightarrow \frac{EF}{AB} = \frac{8}{12} \quad (1)$$

$$\Delta BCD : EF \parallel DC \Rightarrow \frac{BF}{BC} = \frac{EF}{DC} \Rightarrow \frac{EF}{DC} = \frac{4}{12} \quad (2)$$

$$\frac{\frac{EF}{AB}}{\frac{EF}{DC}} = \frac{\frac{8}{12}}{\frac{4}{12}} \Rightarrow \frac{DC}{AB} = 2 \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{1}{2}$$

از تقسیم طرفین رابطه‌ی (۱) و (۲) داریم:

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

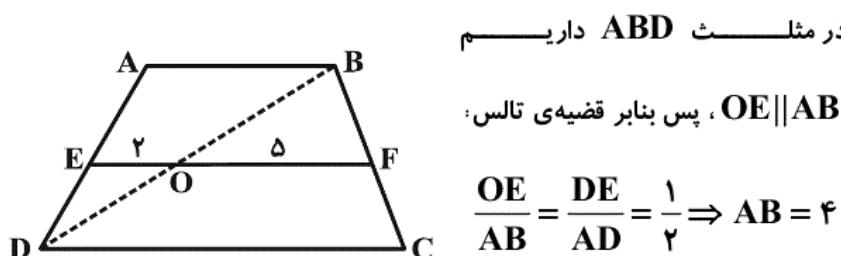
۴ ✓

۳

۲

۱

(نوید مبیری)



در مثلث ABD داریم

: پس بنابر قضیه‌ی تالس $OE \parallel AB$

$$\frac{OE}{AB} = \frac{DE}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 4$$

به همین شیوه در مثلث BDC می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{OF}{DC} = \frac{BF}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow DC = 1.$$

چون محیط ذوزنقه برابر ۲۶ واحد است، خواهیم داشت:

$$AB + BC + DC + AD = 26$$

$$\frac{AB=4, DC=1.}{BC+AD=26-14=12}$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به شکل، طبق قضیه‌ی تالس داریم:

$$\frac{8-x}{8} = \frac{x+y}{12} = \frac{10-y}{10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 96 - 12x = 8x + 8y \\ 120 - 12y = 10x + 10y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 16x + 8y = 96 \\ 10x + 22y = 120 \end{cases} \Rightarrow y = 4, x = 3/2 \Rightarrow x + y = 7/2$$

$$\Rightarrow MN = 7/2$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ و ۸۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(محمد ابراهیم کیم زاده)

دو مثلث ABC و EAF در حالت متناسب بودن دو ضلع و تساوی زاویه‌ی

بین این دو ضلع متشابه‌اند، زیرا $\widehat{EAF} = \widehat{BAC}$ است و داریم:

$$\frac{AF}{AC} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad \frac{AE}{AB} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$$

در دو مثلث متشابه، نسبت طول‌های دو جزء فرعی متناظر، مساوی نسبت تشابه

است.

$$\frac{AD'}{AD} = \frac{AE}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{m+3}{6m+4} = \frac{1}{2} \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۸۳ و ۹۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

از D بر BC عمود می‌کنیم. داریم:

$$DH \parallel AB \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{DC}{AC} = \frac{CH}{CB} = \frac{DH}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{CH}{10} = \frac{DH}{8}$$

$$CH = 5, DH = 4$$

$$BH = BC - CH$$

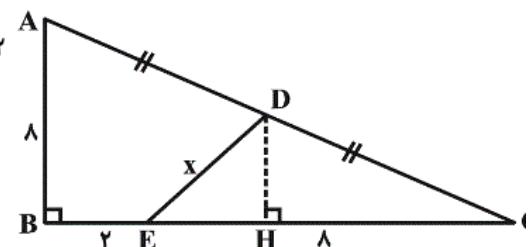
حال:

$$= 10 - 5 = 5 \Rightarrow EH = 3$$

$$\Delta DEH : x^2 = DH^2 + EH^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 4^2 + 3^2 = 25$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{25} = 5$$



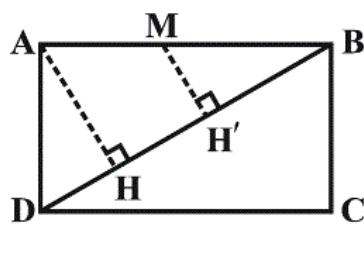
(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

۴✓

۳

۲

۱

 نقطه‌ی وسط AB را M می‌نامیم، بنابرداده‌های مسئله $MH' = 2\sqrt{3}$ و چون دومثلث ABH و $MH'B$ متشابه‌اند، پس

$$\frac{MH'}{AH} = \frac{MB}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow AH = 4\sqrt{3}$$

ولی در هر مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر میانگین هندسی دو قطعه‌ی پدید

آمده روی وتر است، در نتیجه داریم:

$$AH^2 = DH \cdot HB \Rightarrow (4\sqrt{3})^2 = DH \times 3DH$$

$$\Rightarrow 3DH^2 = 48 \Rightarrow DH = 4$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{AH^2 + DH^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} = \sqrt{64} = 8$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

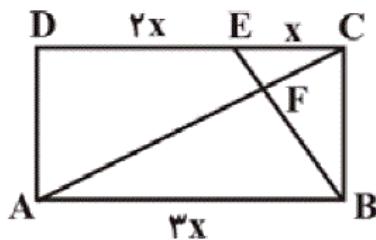
۴

۳

۲✓

۱

(رضا عباس اصل)

با فرض داریم: $EC = x$ 

$AB = DC = 3x$

در نتیجه:

مثلثهای $\triangle AFB$ و $\triangle EFC$ به حالت تساوی زاویه‌های متناظرشان با هم متشابه‌اند.

$$\frac{EF}{FB} = \frac{EC}{AB} \Rightarrow \frac{EF}{FB} = \frac{1}{3} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در صورت}}$$

$$\frac{EF + FB}{FB} = \frac{1+3}{3} \Rightarrow \frac{EB}{FB} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{EB=12}{FB} = \frac{4}{3} \Rightarrow FB = 9$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفت‌های ۱۰۳ تا ۹۲)

۴✓

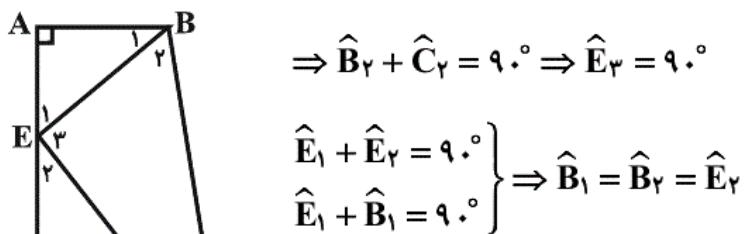
۳

۲

۱

(عباس اسدی امیر آبداری)

$\hat{B}_1 + \hat{B}_2 + \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180^\circ \Rightarrow 2\hat{B}_2 + 2\hat{C}_2 = 180^\circ$

به همین طریق می‌توان نشان داد که $\hat{B}_1 = \hat{B}_2 = \hat{E}_2$. $\hat{C}_1 = \hat{E}_1 = \hat{C}_2$.يعنى سه مثلث $\triangle EDC$, $\triangle EBC$ و $\triangle ABE$ متشابهند پس داریم:

$$\triangle ABE \sim \triangle EBC \Rightarrow \frac{AB}{EB} = \frac{BE}{BC} \Rightarrow BE^2 = AB \cdot BC \quad (1)$$

$$\triangle EDC \sim \triangle BEC \Rightarrow \frac{BC}{EC} = \frac{EC}{DC} \Rightarrow EC^2 = BC \cdot DC \quad (2)$$

۴

۳

۲

۱✓

(محمد طاهر شعاعی)

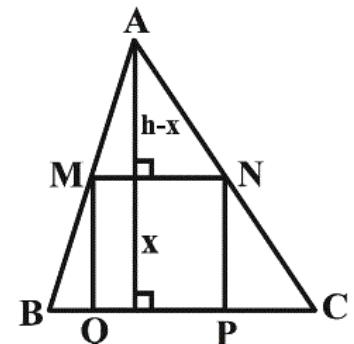
در مثلث ABC ، ارتفاع وارد بر ضلع $BC = a$ را رسم می‌کنیم و اندازه‌یآن را برابر h در نظر می‌گیریم. اگر طول ضلع مربع برابر x فرض شود، آن‌گاه

داریم:

$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{h-x}{h} = \frac{AM}{AB} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{h-x}{h} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \frac{5x}{2} \\ \frac{h-x}{h} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{x}{h} = \frac{3}{5} \Rightarrow h = \frac{5x}{3} \end{cases}$$



$$\frac{S_{\square}}{S_{\triangle}} = \frac{x^2}{\frac{1}{2}h \times a} = \frac{x^2}{\frac{1}{2} \times \frac{5x}{3} \times \frac{5x}{2}} = \frac{12}{25} = +/ 48$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۹۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(امیرحسین ابومهجب)

طبق قضیه‌ی تالس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} MP \parallel BN \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AP}{PN} \\ MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AP}{PN} = \frac{AN}{NC} \quad (*)$$

$$MN \parallel BC \Rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{AN}{AC - AN} = \frac{1}{3-1}$$

$$\Rightarrow \frac{AN}{NC} = \frac{1}{2} \xrightarrow{NC=2} AN = 2$$

$$(*) \Rightarrow \frac{AP}{PN} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AP}{AP + PN} = \frac{1}{2+1} \Rightarrow \frac{AP}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow AP = 1$$

(هنرسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۳ تا ۸۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۹۱

(کتاب آلبی - سوال ۱۳۳)

$$\cdot / \lambda \bar{a} = \frac{b}{6} \Rightarrow \frac{\lambda a - \lambda}{6} = \frac{b}{6} \Rightarrow \frac{\lambda + a - \lambda}{6} = \frac{b}{6}$$

$\Rightarrow a = 3(5b - 24)$ است.

به ازای $a = 0, 6, 9$ جواب برای b بدست نمی‌آید. اما به ازای $a = 3$ خواهیم داشت: $a + b = \lambda$ و از آنجا $b = 5$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷)

۴✓

۳

۲

۱

-۹۲

(آزمون کانون ریاضی - M) (کتاب آلبی - سوال ۱۵)

$$\frac{c}{a} < \frac{d}{b} \xrightarrow{a>0} c < \frac{ad}{b} \xrightarrow{b<0} bc > ad \rightarrow bc - ad > 0$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۴

۳

۲

۱✓

(سراسری ریاضی ثارج از کشور - ۱۹)

$$\left| \frac{x-3}{2x-1} \right| > 1 \xrightarrow{x \neq \frac{1}{2}} |x-3| > |2x-1|$$

طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$x^2 - 6x + 9 > 4x^2 - 4x + 1 \Rightarrow 3x^2 + 2x - 8 < 0$$

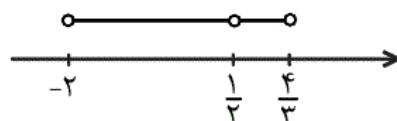
$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(3)(-8)}}{2(3)} = \frac{-2 \pm 10}{6}$$

$$\Rightarrow x_1 = -2 \quad \text{و} \quad x_2 = \frac{4}{3}$$

x	-	-	$\frac{4}{3}$
P	+	o	-

$$-2 < x < \frac{4}{3} \quad \text{و} \quad x \neq \frac{1}{2}$$

بنابراین حدود x به صورت زیر است:

پس یک همسایگی به شعاع بزرگترین مقدار ممکن بازه‌ی $\left(-2, \frac{1}{2}\right)$ است.

$$\Rightarrow a = \frac{-2 + \frac{1}{2}}{2} = \frac{-3}{4} : \text{مرکز همسایگی}$$

(دیفرانسیل - مقاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، دیفرانسیل و انتگرال - گواه، دنباله - ۱۳۹۵۰۸۲۱

(کتاب آلبی - سؤال ۱۹)

$$n=11 \Rightarrow a_{12} = 2a_{11} - 5 \Rightarrow 17 = 2a_{11} - 5 \Rightarrow a_{11} = 11$$

$$n=1 \cdot \Rightarrow a_{11} = 2a_{1 \cdot} - 5 \Rightarrow 11 = 2a_{1 \cdot} - 5 \Rightarrow a_{1 \cdot} = 8$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

دنباله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$a_n = \begin{cases} \frac{n+2}{2n+1}, & \text{زوج } n \\ \frac{n-2}{2n+1}, & \text{فرد } n \end{cases}$$

از آنجایی که $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{2}$ ، پس یک همسایگی به مرکز $\frac{1}{2}$ و شعاع $1/0$ را

داریم، دو حالت در نظر می‌گیریم:

$$\text{زوج } n: \left| \frac{n+2}{2n+1} - \frac{1}{2} \right| < \frac{1}{100} \Rightarrow \left| \frac{3}{2n+1} \right| < \frac{2}{100} \Rightarrow \frac{2n+1}{3} > 50.$$

$$\Rightarrow 2n+1 > 150 \Rightarrow n > \frac{149}{2} = 74.5 \Rightarrow M_1 \geq 76$$

$$\text{فرد } n: \left| \frac{n-2}{2n+1} - \frac{1}{2} \right| < \frac{1}{100} \Rightarrow \left| \frac{5}{2n+1} \right| < \frac{1}{50} \Rightarrow \frac{2n+1}{5} > 50.$$

$$\Rightarrow \frac{2n+1}{5} > 50 \Rightarrow n > \frac{249}{2} = 124.5 \Rightarrow M_2 \geq 125$$

جملات ردیف زوج از شماره‌ی ۷۶ به بعد در این بازه قرار دارند و جملات ردیف فرد از شماره‌ی ۱۲۵، پس اولین جمله از این دنباله که بعد از آن کلیه‌ی جملات در این بازه قرار می‌گیرند جمله‌ی ۱۲۴ است.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴

۳

۲

۱

(آزمون کانون ریاضی - ۹۱)

با توجه به نمودار تابع هموگرافیک، در دنباله‌ی $a_n = \frac{an+b}{cn+d}$ اگر ریشه‌ی

مخرج بزرگتر از ۱ باشد، کمترین و بیشترین مقدار دنباله، به ازای جمله‌های قبل و

بعد از ریشه‌ی مخرج بدست می‌آید:

$$2n-13=0 \Rightarrow n=6.5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_6 = -23 \\ a_7 = 27 \end{cases} \Rightarrow |a_7 - a_6| = 50.$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۴

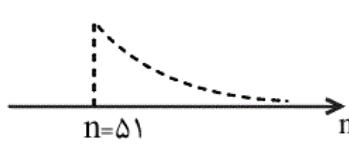
۳

۲

۱

دنباله به ازای $n \geq 51$ یا $n > 50$ مطابق شکل فرضی در بازه‌ی $[L, a_{51}]$

قرار دارد، یعنی:



$$a_{51} = \sqrt{64} - \sqrt{49} = 8 - 7 = 1$$

$$\Rightarrow (a, b] = (0, 1]$$

$$\Rightarrow \min(b - a) = 1$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سراسری ریاضی - ۹۰)

-۹۸

می‌دانیم اگر یک دنباله همگرا باشد، آنگاه کراندار است، لذا ابتدا همگرایی دنباله

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n} + \sqrt{n}} = \frac{1}{2}$$

را بررسی می‌کنیم:

دنباله همگراست، پس کراندار است. برای بررسی یکنواختی دنباله خواهیم داشت:

$$a_n = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + 1 \right)} \Rightarrow a_n = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + 1}$$

از آنجایی که دنباله‌ی $\frac{1}{n}$ نزولی است، پس $1 + \frac{1}{n}$ نیز نزولی است و از

آنجا $\sqrt{1 + \frac{1}{n}}$ نیز نزولی است و در نتیجه $1 + \sqrt{1 + \frac{1}{n}}$ نزولی است، بنابراین

دنباله‌ی $\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{n}} + 1}$ صعودی است، لذا دنباله‌ی داده شده صعودی و کراندار

است.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۳۳ تا ۳۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(آزاد ریاضی صحیح - ۱۹)

$$2^{n+1} + 3^{n+1} = 2 \times 2^n + 3 \times 3^n$$

$$2(2^n + 3^n) < 2^{n+1} + 3^{n+1} < 3(2^n + 3^n)$$

$$\Rightarrow 2 < \frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n} < 3 \Rightarrow a_n = \left[\frac{2^{n+1} + 3^{n+1}}{2^n + 3^n} \right] = 2$$

(دیرفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب آلبی - سوال ۱۷)

- ۱۰۰

باید $a_{n+1} \leq a_n$ باشد:

$$a_{n+1} \leq a_n \Rightarrow \frac{1 \cdot n+1}{(n+1)!} \leq \frac{1 \cdot n}{n!} \Rightarrow \frac{1}{n+1} \leq 1 \Rightarrow n \geq 9$$

بنابراین از جمله‌ی نهم به بعد، دنباله نزولی است.

(دیرفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱