



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی ، ریاضی پیش دانشگاهی ، احتمال - ۱۳۹۵۰۸۰۷

۱۰۵- توزیع احتمال برای متغیر تصادفی X از دستور $k = 1, 2, 3, 4, 5$ $P(X = k) = \frac{k}{5N}$ پیروی می کند.

احتمال آن که مقدار این متغیر تصادفی کم تر از سه باشد، چه قدر است؟

- (۱) $0/2$ (۲) $0/4$ (۳) $0/12$ (۴) $0/24$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- شش کارت سبز با شماره های ۱ تا ۶ و شش کارت زرد با شماره های ۱ تا ۶ داریم. به تصادف دو کارت از بین آن ها بیرون می کشیم. اگر مجموع شماره های دو کارت ۸ باشد، با کدام احتمال دو کارت هم رنگ هستند؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{3}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- درون ظرفی ۶ مهره سفید و ۴ مهره سیاه وجود دارد. در مرحله اول ۲ مهره با هم و بدون جایگذاری از ظرف خارج می کنیم و در مرحله دوم ۱ مهره دیگر از ظرف خارج می کنیم. با کدام احتمال فقط در یکی از مرحله ها، ۱ مهره سفید خارج می شود؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{3}{10}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{11}{30}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- یک خانواده دارای دو فرزند است که هر فرزند به طور مستقل با احتمال $\frac{1}{3}$ پسر و با احتمال $\frac{2}{3}$ دختر است. اگر بدانیم این خانواده حداکثر یک فرزند پسر دارد، احتمال آن که هر دو فرزند دختر باشند، کدام است؟

- (۱) $0/25$ (۲) $0/4$ (۳) $0/5$ (۴) $0/66$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- ۷ نفر که دو برادر در بین آن ها حضور دارند مفروضند. از بین آن ها ۵ نفر را انتخاب می کنیم و در یک ردیف کنار هم می نشانیم. با چه احتمالی دو برادر در ابتدا و انتهای ردیف نشسته اند؟

- (۱) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{1}{35}$ (۳) $\frac{1}{42}$ (۴) $\frac{1}{21}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- سه تیر به سمت هدف شلیک می‌کنیم. اگر دو تیر به هدف اصابت کند دو تاس و اگر یک تیر به هدف اصابت کند سه تاس پرتاب می‌کنیم. اگر احتمال به هدف خوردن هر تیر $\frac{1}{3}$ باشد، با چه احتمالی مجموع اعداد تاس‌ها ۴ است؟

- (۱) $\frac{1}{36}$ (۲) $\frac{1}{18}$ (۳) $\frac{2}{81}$ (۴) $\frac{1}{24}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- در خانواده‌ای ۶۰ درصد فرزندان دختر و ۲۴ درصد فرزندان پسر، باهوش به دنیا می‌آیند. احتمال این که در این خانواده، فرزندی باهوش متولد شود چه قدر است؟

- (۱) ۳۲٪ (۲) ۴۲٪ (۳) ۵۰٪ (۴) ۸۴٪

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- از میان ۴ نفر از دانش‌آموزان با چه احتمالی دقیقاً دو نفر در فصل پاییز به دنیا آمده‌اند؟

- (۱) $\frac{9}{256}$ (۲) $\frac{9}{128}$ (۳) $\frac{27}{256}$ (۴) $\frac{27}{128}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- احتمال عدم موفقیت یک عمل برای شخص A برابر $\frac{1}{2}$ و برای شخص B برابر $\frac{1}{25}$ است. با کدام احتمال، این عمل جراحی حداقل برای یکی از این دو نفر موفقیت‌آمیز است؟

- (۱) $\frac{1}{9}$ (۲) $\frac{1}{92}$ (۳) $\frac{1}{95}$ (۴) $\frac{1}{98}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، ترکیبیات ، احتمال - ۱۳۹۵۰۸۰۷

۱۰۴- با ارقام $\{0, 1, 2, 3\}$ چند عدد ۳ رقمی می‌توان ساخت که رقم یکان و دهگان آن‌ها یکسان باشند؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۳۲ (۳) ۶۴ (۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

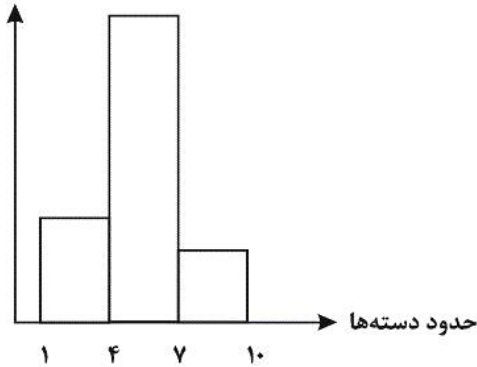
ریاضی ، ریاضی پایه ، آمار ، آمار - ۱۳۹۵۰۸۰۷

۱۱۱- متغیر «شدت جریان خروجی یک آداپتور» از چه نوعی است؟

- (۱) کیفی اسمی (۲) کیفی ترتیبی (۳) کمی گسسته (۴) کمی پیوسته

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- شکل زیر، نمودار مستطیلی مربوط به ۱۵۰ داده‌ی آماری را در ۳ دسته نشان می‌دهد. اگر فراوانی نسبی دسته‌ی دوم برابر ۰/۷ و نسبت ارتفاع مستطیل اول به ارتفاع مستطیل سوم $\frac{۳}{۲}$ باشد؛ چند داده در دسته‌ی سوم موجود است؟



۱۵ (۱)

۱۸ (۲)

۲۱ (۳)

۲۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر میانگین داده‌های آماری $(۲x_1 - ۳), (۲x_2 - ۳), \dots, (۲x_n - ۳)$ برابر ۱۳ باشد، میانگین داده‌های آماری $(۳x_1 + ۲), (۳x_2 + ۲), \dots, (۳x_n + ۲)$ کدام است؟

۳۹ (۴)

۴۱ (۳)

۱۳ (۲)

۲۶ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- مجموع مربعات ۵ داده با انحراف معیار ۶، برابر ۵۰۰ است. ضریب تغییرات این ۵ داده کدام است؟

۰/۵۵ (۴)

۰/۷۵ (۳)

۰/۵ (۲)

۰/۲۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱۴، ۱۶، ۱۲، ۹، ۱۸، ۱۳، ۷، ۱۱، ۲۱، ۱۶، ۸، ۹، اختلاف میانه از میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

۱/۵ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- در یک جامعه‌ی آماری، اعضا را به ترتیب صعودی مرتب کرده‌ایم. اگر عدد تصادفی تولید شده ۰/۳۴ باشد و عضو دوازدهم این جامعه به عنوان نمونه تصادفی انتخاب شود. اندازه‌ی جامعه کدام می‌تواند باشد؟

۳۰ (۴)

۳۲ (۳)

۳۴ (۲)

۳۶ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- تعدادی داده‌ی آماری در ۸ دسته به طول ۶، دسته‌بندی شده است. اگر ۱۵ داده بین داده‌ی ماکزیمم و می‌نیمم به داده‌های آماری اضافه شود و ۴ واحد به تعداد دسته‌ها اضافه شود، اختلاف مرکز دسته‌ی سوم از کران پایین دسته‌ی دوم کدام است؟

۴ (۴)

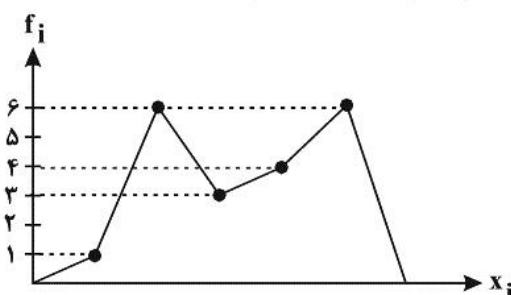
۶ (۳)

۸ (۲)

۱۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- اگر مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی زیر ۱۰۰ باشد، آن‌گاه واریانس این داده‌ها کدام است؟



۴۴ (۱)

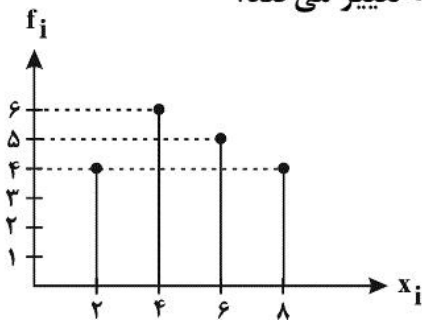
۴۳/۵ (۲)

۴۳ (۳)

۴۲/۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- در نمودار میله‌ای زیر، با افزودن کدام داده، مد ثابت می‌ماند ولی میانه تغییر می‌کند؟



(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- اعداد موجود در نمودار ساقه و برگ زیر را در ۳ دسته، طبقه‌بندی کرده‌ایم، چند داده با ساقه‌ی ۲ به نمودار ساقه و برگ اضافه شود تا زاویه‌ی مربوط به دسته‌ی اول در نمودار دایره‌ای ۳۰ درجه کاهش یابد؟

ساقه	برگ				
۱	۲	۲	۳	۴	۵
۲	۷	۸	۹	۹	۹
۳	۰	۰	۱	۲	۶

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۵

(۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، آمار ، آمار - ۱۳۹۵۰۸۰۷

۱۲۱- کدام طریق برای جمع‌آوری داده‌ها مناسب نیست؟

(۴) آزمایش

(۳) مشاهده

(۲) الگوی خاص

(۱) مصاحبه

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- هشتاد داده‌ی آماری در ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. اگر ۲۰ داده‌ی جدید به این جدول افزوده شود، فراوانی نسبی دسته‌ی وسط تغییر نمی‌کند. نسبت افزایش داده‌های دسته‌ی مذکور به فراوانی مطلق قبلی آن کدام است؟

(۴) $\frac{3}{8}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{5}$

(۱) $\frac{1}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- در رسم نمودار درصد فراوانی تجمعی داده‌های پیوسته دسته‌بندی شده، دو نقطه‌ی متوالی (۴۴, ۵۵) و (۶۷, ۴۷) از روی جدول رسم شده‌اند، اگر فراوانی کل ۷۵ باشد، چند داده بین ۴۴ و ۴۷ قرار دارد؟

(۴) ۱۲

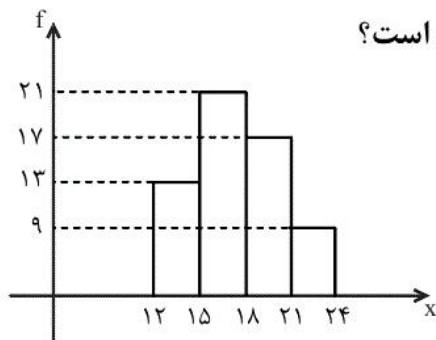
(۳) ۱۰

(۲) ۹

(۱) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- از داده‌های آماری با نمودار مستطیلی زیر، سه داده ۱۴، ۱۶ و ۱۶ حذف شده است. در نمودار دایره‌ای داده‌های جدید، بزرگترین زاویه‌ی مرکزی نظیر دسته‌ها، چند درجه است؟



- (۱) ۹۰
(۲) ۱۰۵
(۳) ۱۲۰
(۴) ۱۳۵

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- نمودار ساقه و برگ زیر، درصد نمرات قبولی یک کلاس است. اگر این نمرات به ۵ گروه دسته‌بندی شوند، در نمودار میله‌ای فراوانی نسبی، بلندی میله‌ی نظیر داده‌ی ۷۷/۵، کدام است؟

ساقه	برگ				
۶	۰	۲	۴	۷	۹
۷	۲	۳	۳	۵	۶
۸	۱	۴	۵	۵	۸
۹	۰	۱	۳	۳	۵

- (۱) ۰/۱
(۲) ۰/۱۵
(۳) ۰/۲
(۴) ۰/۲۵

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- در نمودار جعبه‌ای ۳۶ داده‌ی آماری، میانگین داده‌های دو طرف جعبه جداگانه به ترتیب ۲۲ و ۳۰ می‌باشد. اگر میانگین تمام داده‌ها ۲۷/۵ باشد، آنگاه میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۲۸/۵ (۳) ۲۹ (۴) ۲۹/۵

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- داده‌های آماری در ۴ دسته با درصد فراوانی نسبی آنها بیان شده است. میانگین این داده‌ها کدام است؟

مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱
درصد فراوانی نسبی	۱۵	۳۰	۲۵	α

- (۱) ۱۶/۵ (۲) ۱۶/۸
(۳) ۱۷ (۴) ۱۷/۱

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- در ۲۵ داده‌ی آماری، میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می‌باشد. اگر داده‌های ناجور ۱۰، ۱۵، ۴۵ و ۵۰، از بین آنها حذف شوند، واریانس داده‌های باقیمانده، کدام است؟

- (۱) ۱۴/۷۲ (۲) ۱۴/۸۱ (۳) ۱۵/۳۳ (۴) ۱۶/۶۶

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- جدول زیر مقادیر انحراف از میانگین داده‌های آماری دسته‌بندی شده را مشخص می‌کند، فراوانی مطلق

انحراف از میانگین	-۴	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳
فراوانی مطلق	۵	۱۱	۹	۴	۸	x	۳

دسته‌ی ششم چقدر است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۵
(۳) ۱۶ (۴) ۱۷

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- دو نفر در یک آزمایشگاه، در ۵ روز متوالی همزمان شروع به کار کردند. امتیازات دقت کاری آنان، مطابق

جدول زیر است، دقت کاری کدام بیش تر است؟

نفر اول	۷	۹	۸	۹	۷
نفر دوم	۱۰	۸	۶	۷	۹

(۲) نفر دوم

(۱) نفر اول

(۴) نیاز به اطلاعات بیش تر

(۳) یکسان

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، احتمال - ۱۳۹۵۰۸۰۷

$$\Rightarrow P(X = k) = \frac{k}{15}, k = 1, 2, 3, 4, 5$$

$$P(X < 3) = P(X = 1) + P(X = 2) = \frac{1}{15} + \frac{2}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0.2$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

(آرش رحیمی)

-۱۰۶

{۲,۶}{۳,۵}{۴,۴} حالت‌هایی هستند، که مجموع دو کارت ۸ می‌شود. هر کدام از حالت‌های {۲,۶}{۳,۵} از نظر رنگ کارت ۴ حالت دارند اما {۴,۴} فقط یک حالت دارد. پس کلاً ۹ حالت داریم. حالت‌های هم‌رنگ را

$$\Rightarrow P(A) = \frac{4}{9}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸ و ۱۱)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

(هسین اسفینی)

-۱۰۷

فقط در یکی از مرحله‌ها، ۱ مهره سفید خارج می‌شود؛ یعنی یا فقط در مرحله اول، ۱ مهره سفید خارج شود و یا فقط در مرحله دوم.

$$P = \frac{\overbrace{\binom{6}{1} \times \binom{4}{1}}^{\text{مرحله دوم}} \times \overbrace{\binom{3}{1}}^{\text{مرحله اول}} + \binom{4}{2} \times \binom{6}{1}}{\binom{10}{2} \binom{8}{1}} = \frac{6 \times 4 \times 3 + 6 \times 6}{45 \times 8}$$

$$= \frac{72 + 36}{45 \times 8} = \frac{108}{45 \times 8} = \frac{36}{15 \times 8} = \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

(مسئله فیلو)

A: هر دو فرزند دختر باشند. **B:** حداکثر یک فرزند پسر باشد.
با تعریف‌های بالا، $P(A|B)$ مورد نظر سوال است. از آنجا که $A \subset B$ ، داریم: $A \cap B = A$ ، پس:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)}{1 - P(B')} = \frac{\frac{2}{3} \times \frac{2}{3}}{1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}} = \frac{\frac{4}{9}}{\frac{8}{9}} = \frac{1}{2} = 0.5$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲ و ۸ تا ۱۱)

(ریاضی ۳، صفحه ۷)

۴

۳✓

۲

۱

(مسئله همزه‌لویی)

در محاسبه‌ی تعداد اعضای فضای نمونه‌ای، ابتدا ۵ نفر از ۷ نفر را انتخاب می‌کنیم و سپس آن‌ها در یک ردیف می‌نشانیم که ۵! جایگشت دارند:

$$n(S) = \binom{7}{5} \times 5! = \frac{7!}{2! \times 5!} \times 5! = \frac{7!}{2!}$$

برای این‌که دو برادر در ابتدا و انتهای ردیف باشند باید دو برادر حتماً در انتخاب‌شده‌ها باشند. در نتیجه باید سه نفر از ۵ نفر باقیمانده انتخاب کنیم و سپس جایگشت آن‌ها را طوری محاسبه می‌کنیم که دو برادر در ابتدا و انتهای ردیف باشند.

$$n(A) = \binom{5}{3} \times (2 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1) = 10 \times 12 = 120$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{120}{\frac{7!}{2}} = \frac{120 \times 2}{7 \times 6 \times 5!} = \frac{1}{21}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۸)

۴✓

۳

۲

۱

(مسئله همزه‌لویی)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{دو بار} \\ \text{پرتاب سه تیر} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{به هدف بخورد}} \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{1}{3} \right)^2 \left(\frac{2}{3} \right)^1 \xrightarrow{\text{دو تاس پرتاب می‌کنیم}} \frac{3}{36} = \frac{1}{12} \\ \xrightarrow{\text{یک بار به هدف بخورد}} \left(\frac{3}{1} \right) \left(\frac{1}{3} \right)^1 \left(\frac{2}{3} \right)^2 \xrightarrow{\text{سه تاس پرتاب می‌کنیم}} \frac{3}{216} = \frac{1}{72} \end{array}$$

$$\Rightarrow P = (\text{مجموع اعداد تاس‌ها ۴ است}) = \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{1}{3} \right)^2 \left(\frac{2}{3} \right)^1 \left(\frac{1}{12} \right) + \left(\frac{3}{1} \right) \left(\frac{1}{3} \right) \left(\frac{2}{3} \right)^2 \times \frac{1}{72}$$

$$= 3 \left(\frac{1}{9} \right) \left(\frac{2}{3} \right) \left(\frac{1}{12} \right) + 3 \left(\frac{1}{3} \right) \left(\frac{4}{9} \right) \left(\frac{1}{72} \right) = \frac{1}{54} + \frac{1}{162} = \frac{3+1}{162} = \frac{4}{162} = \frac{2}{81}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

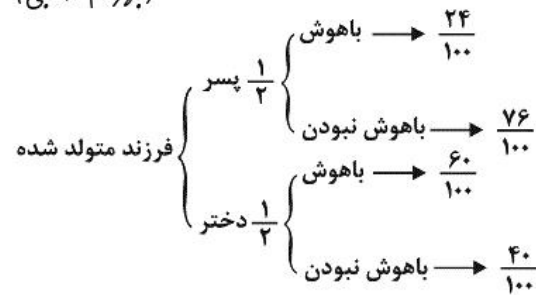
۴

۳✓

۲

۱

(بهرام طالبی)



$$P = \frac{1}{2} \times \frac{24}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{60}{100} = \frac{1}{2} \left(\frac{24}{100} + \frac{60}{100} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{84}{100} = \frac{42}{100}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴

۳

۲✓

۱

(میثم حمزه‌لویی)

احتمال متولدشدن در فصل پاییز $\frac{1}{4}$ و احتمال متولد نشدن در این فصل $\frac{3}{4}$ است. بنابراین طبق دستور توزیع دو جمله‌ای داریم:

$$P = \left(\frac{1}{4} \right)^2 \left(\frac{3}{4} \right)^2 = \left(\frac{1}{4} \right)^2 \left(\frac{3}{4} \right)^2$$

$$= 6 \times \frac{9}{16} \times \frac{1}{16} = \frac{27}{128}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۹)

۴✓

۳

۲

۱

(سپین هاپیلو)

راه حل اول: موفقیت‌آمیز بودن عمل جراحی برای افراد A و B دو پیشامد مستقل از هم هستند. پس طبق فرض داریم:

$$P(A) = 0/8, P(B) = 0/75, P(A \cap B) = 0/8 \times 0/75 = 0/6$$

احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0/8 + 0/75 - 0/6 = 0/95$$

راه حل دوم:

$$P = 1 - P \text{ (هیچ کدام عمل موفقیت‌آمیز نداشته باشند)} = 1 - P \text{ (حداقل یکی عمل موفقیت‌آمیز داشته باشد)}$$

$$= 1 - (0/2)(0/25) = 0/95$$

(ریاضی ۳، صفحه‌ی ۷) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۴ تا ۷)

۴

۳✓

۲

۱

۱۰۴-

(فائزه رضایی بقا)

برای رقم دهگان ۴ انتخاب داریم. چون می‌خواهیم رقم یکان و دهگان یکسان باشد برای رقم یکان تنها یک انتخاب داریم. (باید همان رقم قرار گرفته‌شده در دهگان قرار گیرد) از طرفی چون تکرار مجاز است برای رقم صدگان ۳ حالت داریم (صفر نمی‌تواند در صدگان قرار گیرد). بنابراین:

$$12 = 1 \times 4 \times 3: \text{تعداد کل حالات}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۸۰ تا ۱۸۲)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی، ریاضی پایه، آمار، آمار - ۱۳۹۵۰۸۰۷

۱۱۱-

(ممیر علیزاده)

شدت جریان یک متغیر کمی پیوسته است.

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۳۴ تا ۴۰)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۱۲-

(سپهر حقیقت افشار)

فراوانی نسبی دسته‌ی n ام را با $\bar{f}_n$ نشان می‌دهیم.

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}_1 + \bar{f}_r &= \frac{3}{10} \\ \frac{\bar{f}_1}{\bar{f}_r} &= \frac{3}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{3\bar{f}_r}{2} + \bar{f}_r = \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{5\bar{f}_r}{2} = \frac{3}{10} \Rightarrow \bar{f}_r = \frac{3}{25}$$

$$f_r = \bar{f}_r \times N = \frac{3}{25} \times 150 = 18$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۵۶ و ۸۲ تا ۸۷)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

۱۱۳-

(فرهاد وفایی)

تغییراتی که روی یک داده از جامعه‌ی آماری اول انجام می‌شود تا به یک داده از جامعه‌ی آماری دوم تبدیل شود، به صورت زیر است.

$$2x - 3 \xrightarrow{+3} 2x \xrightarrow{\div 2} x \xrightarrow{\times 3} 3x \xrightarrow{+2} 3x + 2$$

همین تغییرات روی میانگین نیز انجام می‌شود.

$$13 \xrightarrow{+3} 16 \xrightarrow{\div 2} 8 \xrightarrow{\times 3} 24 \xrightarrow{+2} 26$$

بنابراین میانگین جامعه‌ی آماری دوم، ۲۶ است.

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۹)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

(ایمان نفستین)

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \Rightarrow 36 = \frac{500}{5} - \bar{x}^2 \Rightarrow 36 = 100 - \bar{x}^2$$

$$\Rightarrow \bar{x}^2 = 64 \Rightarrow \bar{x} = 8 \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{6}{8} = 0.75$$

(آمار و مدل سازی، صفحه‌های ۱۵۱، ۱۵۲، ۱۵۷ و ۱۵۸)

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]

داده‌های ۹، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۶، ۱۶ می‌باشد. (Σ ، نماد جمع است).

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^7 x_i}{7} = \frac{91}{7} = 13$$

اختلاف میانه، از میانگین داده‌های داخل جعبه، صفر می‌باشد.

(آمار و مدل سازی، صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۹)

[۴]

[۳]

[۲]

[۱]✓

(مهری ملارمضانی)

اگر اندازه‌ی جامعه را برابر n در نظر بگیریم، داریم:

$$11 \leq 0.34n < 12$$

$$\xrightarrow{\div 0.34} \frac{11}{0.34} \leq n < \frac{12}{0.34} \Rightarrow \frac{1100}{34} \leq n < \frac{1200}{34}$$

داریم $\frac{1200}{34} \simeq 35/29$ و $\frac{1100}{34} \simeq 32/35$ پس:

$$32 \leq n \leq 35$$

(آمار و مدل سازی، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

[۴]

[۳]

[۲]✓

[۱]

(مهری ملارمضانی)

$$\frac{\text{دامنه‌ی تغییرات}}{\text{تعداد دسته}} = \text{طول دسته} \Rightarrow \text{دامنه‌ی تغییرات} = 8 \times 6 = 48$$

اگر ۱۵ داده بین داده‌ی ماکزیمم و می‌نیمم به داده‌های آماری اضافه کنیم، دامنه‌ی تغییرات داده‌ها تغییری نمی‌کند. بنابراین:

$$\text{تعداد دسته‌های جدید} = 8 + 4 = 12$$

$$\text{طول دسته‌های جدید} = \frac{\text{دامنه‌ی تغییرات}}{\text{تعداد دسته‌های جدید}} = \frac{48}{12} = 4$$

اختلاف مرکز دسته‌ی سوم از کران پایین دسته‌ی دوم $1/5$ برابر طول دسته می‌باشد.

بنابراین:

$$1/5 \times 4 = 6 = \text{اختلاف مرکز دسته‌ی سوم از کران پایین دسته‌ی دوم}$$

(آمار و مدل سازی، صفحه‌های ۳۶ تا ۵۲)

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]

(هسین اسفینی)

$$N.C \Rightarrow 100 = (1+6+3+4+6)C \\ \Rightarrow C = 5 \Rightarrow \text{مرکز دسته‌ها} = 5, 10, 15, 20, 25$$

مرکز دسته‌ها	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵
فراوانی	۱	۶	۳	۴	۶

از همگی داده‌ها ۱۵ تا کم می‌کنیم

مرکز دسته‌ها	-۱۰	-۵	۰	۵	۱۰
فراوانی	۱	۶	۳	۴	۶

$$\bar{X} = \frac{-10 - 30 + 0 + 20 + 60}{20} = \frac{40}{20} = 2$$

(داده‌های جدید)

$$\sigma^2 = \frac{1(-10-2)^2 + 6(-5-2)^2 + 3(0-2)^2 + 4(5-2)^2 + 6(10-2)^2}{20}$$

$$= \frac{870}{20} = 43.5$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۱، ۱۲۵ و ۱۴۸ تا ۱۵۰)

۴

۳

۲✓

۱

(هادی پلور)

با توجه به نمودار مد برابر ۴ است و از طرفی چون ۱۹ داده داریم، داده‌ی دهم یعنی ۴ میانه است. افزودن هر یک از داده‌ها را بررسی می‌کنیم.

$$2: \text{مد} = 4 \text{ و میانه} = \frac{4+4}{2} = 4$$

$$4: \text{مد} = 4 \text{ و میانه} = \frac{4+4}{2} = 4$$

$$6: \text{مد} = 6, 4 \text{ و میانه} = \frac{4+6}{2} = 5$$

$$8: \text{مد} = 4 \text{ و میانه} = \frac{4+6}{2} = 5$$

بنابراین با افزودن داده‌ی ۸، مد ثابت است و میانه تغییر می‌کند.

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱ و ۱۱۴ تا ۱۱۹)

۴✓

۳

۲

۱

$$R = \max - \min = ۳۶ - ۱۲ = ۲۴ \Rightarrow C = \frac{R}{k} = \frac{۲۴}{۳} = ۸$$

پس دسته‌ها به صورت $[۱۲, ۲۰)$, $[۲۰, ۲۸)$, $[۲۸, ۳۶]$ می‌باشد.

ابتدا زاویه‌ی مرکزی مربوط به دسته‌ی اول را در حالت اولیه به دست می‌آوریم:

$$\theta = \frac{۵}{۱۵} \times ۳۶۰^\circ = ۱۲۰^\circ$$

طبق فرض با اضافه کردن x داده با ساقه‌ی ۲، زاویه‌ی مربوط به دسته‌ی اول ۳۰° درجه کاهش می‌یابد، پس زاویه‌ی مرکزی دسته‌ی اول در حالت دوم برابر $۹۰^\circ = ۱۲۰^\circ - ۳۰^\circ$ است: (وقتی x داده با ساقه‌ی ۲ اضافه می‌شود تعداد کل داده‌ها $۱۵ + x$ می‌شود ولی به دسته‌ی اول داده‌ای اضافه نمی‌شود).

$$\frac{۵}{۱۵+x} \times ۳۶۰^\circ = ۹۰^\circ \Rightarrow \frac{۵}{۱۵+x} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow ۲۰ = ۱۵ + x \Rightarrow x = ۵$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۲، ۹۲ تا ۹۵ و ۹۶ تا ۱۰۳)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، ریاضی پایه - گواه، آمار، آمار - ۱۳۹۵۰۸۰۷

-۱۲۱

(سراسری تهرانی قارچ از کشور - ۹۰)

معمولاً برای جمع‌آوری داده‌ها، نمونه‌گیری می‌کنیم. نتایج حاصل از اندازه‌گیری و بررسی نمونه‌ها را داده می‌نامیم. مصاحبه، آزمایش و مشاهده، روش‌هایی برای جمع‌آوری داده‌ها هستند.

نکته‌ی مهم آن است که اعضای نمونه باید بطور تصادفی انتخاب شوند، یعنی انتخاب آن‌ها نباید از قانون خاصی پیروی کند.

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۲۲

(سراسری ریاضی - ۹۰)

فرض کنید x تعداد داده‌ی افزوده شده به دسته‌ی وسط باشد. فراوانی نسبی در دو حالت با هم برابر است. اگر f_i فراوانی مطلق دسته‌ی وسط باشد، آنگاه:

$$\frac{f_i}{۸۰} = \frac{f_i + x}{۱۰۰} \Rightarrow ۱۰۰ \cdot f_i = ۸۰ \cdot f_i + ۸۰ \cdot x \Rightarrow ۲۰ \cdot f_i = ۸۰ \cdot x \Rightarrow \frac{x}{f_i} = \frac{۱}{۴}$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۲ و ۵۳ تا ۵۶)

۴

۳✓

۲

۱

۱۲۳-

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۸۸)

دقت کنید که در صورت سؤال گفته شده، نمودار درصد فراوانی تجمعی، پس درصد فراوانی نسبی داده‌های بین ۴۴ تا ۴۷ برابر است با:

$$\% ۱۲ = ۶۷ - ۵۵ = \text{درصد فراوانی نسبی داده‌های بین } ۴۴ \text{ تا } ۴۷$$

از آنجایی که کل داده‌ها ۷۵ است، پس:

$$۱۰۰ \times \frac{\text{تعداد داده‌های دسته}}{\text{کل داده‌ها}} = \text{درصد فراوانی نسبی داده‌های بین } ۴۴ \text{ تا } ۴۷$$

$$\Rightarrow \frac{۱۲}{۱۰۰} = \frac{\text{تعداد داده‌های دسته}}{۷۵}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد داده‌های دسته} = \frac{۱۲}{۱۰۰} \times ۷۵ = ۹$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۲ و ۵۷ تا ۶۰)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

۱۲۴-

(سراسری تهرانی - ۹۴)

تعداد کل داده‌ها برابر است با مجموع فراوانی مطلق طبقات مطابق جدول زیر:

حدود دسته‌ها	فراوانی مطلق f_i
$[۱۲, ۱۵)$	۱۳
$[۱۵, ۱۸)$	۲۱
$[۱۸, ۲۱)$	۱۷
$[۲۱, ۲۴]$	۹

$$\text{مجموع فراوانی‌ها} = ۱۳ + ۲۱ + ۱۷ + ۹ = ۶۰$$

اگر داده‌های ۱۴، ۱۶ و ۱۶ را حذف کنیم، از تعداد داده‌های دسته‌ی دوم دوتا و از فراوانی مطلق دسته‌ی اول، یکی کم می‌شود. بنابراین فراوانی مطلق دسته‌ی دوم ۱۹ تا می‌شود که بیشترین فراوانی مطلق است و بزرگترین زاویه‌ی مرکزی را در نمودار دایره‌ای خواهد داشت. از آنجایی که سه تا از داده‌ها را کنار گذاشته‌ایم تعداد کل داده‌ها نیز ۵۷ خواهد بود.

$$S_i = \frac{f_i}{n} \times ۳۶۰^\circ = \frac{۱۹}{۵۷} \times ۳۶۰^\circ = ۱۲۰^\circ$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۸۲، ۸۳ و ۹۲ تا ۹۶)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

طول دسته‌ها برابر است با دامنه‌ی تغییرات تقسیم بر تعداد دسته‌ها، پس:

$$C = \frac{95 - 60}{5} = 7$$

طول دسته‌ها

پس دسته‌ها عبارت‌اند از:

$$[60, 67), [67, 74), [74, 81), [81, 88), [88, 95]$$



دسته ۷۷/۵

با توجه به نمودار سؤال، دو داده‌ی ۷۵ و ۷۶ در دسته‌ی $[74, 81)$ که مرکز آن ۷۷/۵ است، قرار می‌گیرند؛ از طرفی در این جدول بیست داده وجود

دارد، پس فراوانی نسبی دسته به مرکز ۷۷/۵ برابر است با $\frac{2}{20} = 0.1$.

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۲، ۷۸ تا ۸۱ و ۹۶ تا ۱۰۳)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

در هر یک از دو طرف جعبه، $\frac{1}{4}$ داده‌ها یعنی ۹ داده قرار دارد و نصف

داده‌ها یعنی ۱۸ داده درون جعبه قرار دارد. اگر میانگین داده‌های درون جعبه را m در نظر بگیریم، داریم:

تعداد داده‌ها $\times$ میانگین تمام داده‌ها = مجموع کل داده‌ها

$$= 27 / 5 \times 36 = 990$$

بنابراین:

$$990 = 9 \times 22 + 18m + 9 \times 30$$

$$\Rightarrow 990 = 468 + 18m \Rightarrow 18m = 522 \Rightarrow m = 29$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۹)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

می‌دانیم که اگر مرکز دسته‌ها و فراوانی آنها را به‌ترتیب با x_i و f_i نشان دهیم، در صورتی که تعداد کل داده‌ها برابر با n و تعداد دسته‌ها برابر k باشد، آنگاه:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_k f_k}{n} \\ &= \frac{x_1 f_1}{n} + \frac{x_2 f_2}{n} + \dots + \frac{x_k f_k}{n} \\ &= x_1 \left(\frac{f_1}{n} \right) + x_2 \left(\frac{f_2}{n} \right) + \dots + x_k \left(\frac{f_k}{n} \right)\end{aligned}$$

یعنی میانگین برابر است با مجموع حاصلضرب مرکز هر دسته در فراوانی نسبی آن دسته.

پس با توجه به جدول سؤال، می‌توان میانگین داده‌های جدول زیر را بدست آورد و دوازده واحد به آن افزود تا میانگین داده‌های جدول اصلی به‌دست آید:

مرکز دسته	۰	۳	۶	۹
درصد فراوانی نسبی	۱۵	۳۰	۲۵	α

ابتدا دقت کنید که در هر جدول فراوانی، مجموع درصد فراوانی‌های نسبی برابر با صد است:

$$۱۵ + ۳۰ + ۲۵ + \alpha = ۱۰۰ \Rightarrow \alpha = ۳۰$$

$$\Rightarrow \bar{x} = ۰ \times ۰/۱۵ + ۳ \times ۰/۳۰ + ۶ \times ۰/۲۵ + ۹ \times ۰/۳۰ = ۵/۱$$

$$\Rightarrow \bar{X} = \bar{x} + ۱۲ = ۱۷/۱ : \text{ میانگین داده‌های مورد نظر}$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۵۶ و ۱۲۵ تا ۱۳۳)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

$$\Rightarrow \bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{21}}{21} = \frac{630}{21} = 30$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2}{25} \stackrel{\sigma=8}{=} 64 \Rightarrow \sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^2 = 1600$$

اما مجموع مربعات انحراف از میانگین چهار داده‌ی ناچور برابر است با:

$$(10 - 30)^2 + (15 - 30)^2 + (45 - 30)^2 + (50 - 30)^2 = 1250$$

$$1250 + \sum_{i=1}^{21} (x_i - \bar{x})^2 = 1600$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{21} (x_i - \bar{x})^2 = 350$$

$$\Rightarrow \sigma^2_{\text{جدید}} = \frac{350}{21} \approx 16.66$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۹، ۱۳۸ تا ۱۵۶)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۲۹

(سراسری تهرانی خارج از کشور - ۸۵)

از آنجایی که انحراف از میانگین داده‌ی x_i برابر $x_i - \bar{x}$ است و همواره مجموع انحراف از میانگین کل داده‌ها صفر است، یعنی:

$$\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x}) = 0$$

پس با توجه به جدول:

$$5(-4) + 11(-2) + 9(-1) + 4(0) + 8(1) + x(2) + 3(3) = 0$$

$$\Rightarrow -20 - 22 - 9 + 0 + 8 + 2x + 9 = 0 \Rightarrow 2x = 34 \Rightarrow x = 17$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌ی ۱۳۴)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(سراسری تهری - ۸۷)

دقت کاری آن نفری بیش تر است که ضریب تغییراتش کم تر باشد. بنابراین

$$\bar{x}_1 = \frac{7+9+8+9+7}{5} = 8 \quad \text{نخست به دنبال میانگین می‌رویم:}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{10+8+6+7+9}{5} = 8$$

با محاسبه‌ی واریانس خواهیم داشت:

$$\sigma_1^2 = \frac{(7-8)^2 + (9-8)^2 + (8-8)^2 + (9-8)^2 + (7-8)^2}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\sigma_2^2 = \frac{(10-8)^2 + (8-8)^2 + (6-8)^2 + (7-8)^2 + (9-8)^2}{5} = 2$$

چون میانگین در دو داده برابر است، پس ضریب تغییرات نسبت مستقیم با واریانس خواهد داشت:

$$\sigma_1^2 < \sigma_2^2 \Rightarrow (C.V)_1 < (C.V)_2$$

یعنی نفر اول دقت بیش‌تری داشته است.

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۹، ۱۴۸ تا ۱۵۲ و ۱۵۷ تا ۱۶۰)

۴

۳

۲

۱ ✓