سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

https://telegram.me/riazisara (@riazisara)

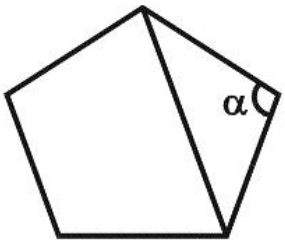
دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۹۵- اگر $x > ۰$ و مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $۲^x < x^۲$ بازه‌ی (a,b) باشد، در این‌صورت اگر این بازه یک همسایگی متقارن به مرکز α و شعاع r باشد، در این‌صورت $\alpha - r$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۱ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۹۶- در پنج ضلعی منتظم مقابل مقدار $\sin(\frac{\alpha}{۲})$ چقدر است؟



۱) $\frac{\sqrt{۵}-۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۵}-۱}{۴}$

۳) $\frac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۵}+۱}{۴}$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- حدود k کدام باشد، تا معادله‌ی $\min\{x^۲, ۴-x^۲\} = k$، ۴ جواب داشته باشد؟

۱) $۰ < k < ۴$ ۲) $۰ < k < ۲$ ۳) $۲ < k < ۴$ ۴) $k > ۰$

شما پاسخ نداده اید

۸۱- اگر α عددی گنگ باشد، چه تعداد از اعداد زیر همواره گنگ است؟

الف) $\alpha^۲ + \alpha$ ب) $\alpha - ۲\sqrt{\alpha} + ۱$

پ) $\alpha + ۳\sqrt[۳]{\alpha^۲} + ۳\sqrt[۳]{\alpha} + ۱$

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۸۲- اگر $-۴ < x \le ۳$ باشد، حدود $|x^۲ - ۳|$ کدام است؟

۱) $[۰,۱۶)$ ۲) $[۰,۱۳)$ ۳) $[۹,۱۶)$ ۴) $[۶,۱۳)$

شما پاسخ نداده اید

۸۳- اگر به ازای هر $x \in R^+$ داشته باشیم $x > ۶ + ۴b - ۴a + b^۲ + ۲a^۲ \leq ۰$، آنگاه $a + b$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۸۴- در رابطه‌ی $|x + ۱| + |y - ۲| = ۵$، حدود تغییرات y کدام است؟

۱) R ۲) $[-۵,۵]$ ۳) $[-۳,۷]$ ۴) $[-۲,۸]$

شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر بازه‌ی $(۲a + ۴b + ۶,۸) \cup (-۶,۲b - a)$ یک همسایگی متقارن محذوف باشد، حاصل $۴a + ۸b$ کدام است؟

۱) -۱۱ ۲) ۱۱ ۳) ۱۰ ۴) -۱۰

شما پاسخ نداده اید

۸۷- اگر مجموعه جواب نامعادله‌ی $\sqrt{x+۱} \geq |x - ۱|$ بازه‌ی I باشد، درصورتی‌که $I - \{a,b,c\}$ یک همسایگی متقارن محذوف را نشان دهد، حاصل $\frac{a+b+c}{۲}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۲/۲۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۲/۷۵

شما پاسخ نداده اید

۸۹- اگر مجموعه‌ی $\{x \in R \mid ۲[x] + [۱ - x] = ۲\} - \{a,b\}$ یک همسایگی محذوف متقارن باشد، $a + b$ کدام است؟

([ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱) ۲/۵ ۲) ۳ ۳) ۳/۵ ۴) ۴

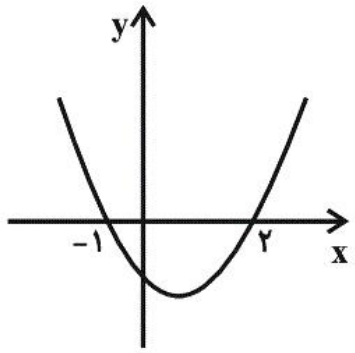
شما پاسخ نداده اید

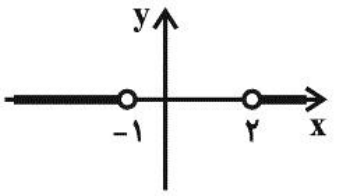
۹۱- اگر دو نامعادله‌ی $|۳ - |x - ۱|| < ۴$ و $|Ax + B| < ۳$ معادل یکدیگر باشند، مقدار $A + B$ کدام است؟

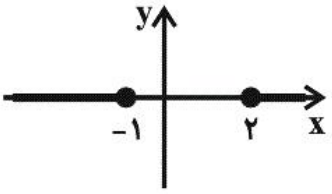
۱) صفر ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۶}{۷}$

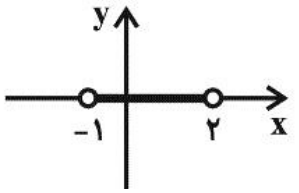
شما پاسخ نداده اید

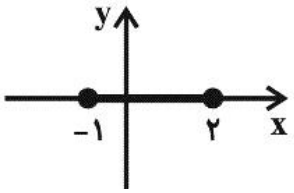
۹۲- اگر نمودار $f(x)$ مطابق شکل مقابل باشد، نمودار تابع $y=\frac{|f(x)|+f(x)}{|f(x)|-f(x)}$، کدام است؟



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، دیفرانسیل و انتگرال ، دنباله - ۱۳۹۵۰۸۰۷

۹۳- به ازای چه مقادیری از a دنباله‌ی $\{2n+a(-1)^n\}$ صعودی است؟

۱) $|a|\geq 1$ ۲) $|a|\leq 1$ ۳) $|a|\leq 2$ ۴) $|a|\geq 2$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- در دنباله‌ی $\{a_n\}$ می‌دانیم $a_1=1$ و $a_{n+1}=\frac{5a_n-13}{3a_n-7}$. مجموع صد جمله‌ی اول این دنباله چقدر است؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۹۹ ۳) ۲۰۰ ۴) ۱۹۹

شما پاسخ نداده اید

۹۰- در دنباله‌ی $a_n=2+\frac{\cos n\pi}{2n+1}$، اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین جمله‌ی دنباله کدام است؟

۱) $\frac{8}{15}$ ۲) $\frac{7}{15}$ ۳) $\frac{8}{3}$ ۴) $\frac{2}{5}$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۸- کدام‌یک از دنباله‌های زیر، ثابت است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) $\{\sin\frac{n\pi}{2}\cos\frac{n\pi}{2}\}_{n=1}^{\infty}$

۲) $\{(-1)^{2n}\cos n\pi\}_{n=1}^{\infty}$

۳) $\left\{\left[\frac{(-1)^n}{n}\right]\right\}_{n=1}^{\infty}$

۴) $\left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty}$

شما پاسخ نداده اید

۸۵- نمودار کدام‌یک از دنباله‌های زیر با بقیه متفاوت است؟

۱) $a_n = \sin(n\pi + \frac{\pi}{2})$

۲) $b_n = \tan(\frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4})$

۳) $c_n = \cot(\frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4})$

۴) $d_n = \cos(\frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4})$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- کدام دنباله کراندار است؟

۱) $\{n\sin(n)\}$

۲) $\{n\sin(\frac{1}{n})\}$

۳) $\{n\cos(n)\}$

۴) $\{n\cos(\frac{1}{n})\}$

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر $a_1 = 0$ و به ازای $n \geq 2$ داشته باشیم $a_n = (1-\frac{1}{4})(1-\frac{1}{9})(1-\frac{1}{16})...(1-\frac{1}{n^2})$، جمله‌ی چندم دنباله‌ی a_n برابر ۰/۵۲۵ است؟

۱) ۱۰

۲) ۱۱

۳) ۲۰

۴) ۲۱

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- در دنباله‌ی فیبوناتچی ...,۱,۱,۲,۳,۵,۸,۱۳، مجموع ۱۳۹۵ جمله‌ی اول کدام است؟

۱) $a_{1396} - 1$

۲) $a_{1396} + 1$

۳) $a_{1397} - 1$

۴) $a_{1397} + 1$

شما پاسخ نداده اید

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۲۱- اگر $A=(1,-1,-2)$ و $B=(0,2,-3)$ و نقطه‌ی متغیر M در فضا باشد، آن‌گاه کمترین مقدار $MA+MB$ چقدر است؟

۱) $\sqrt{11}$ ۲) $\sqrt{10}$ ۳) ۳ ۴) $\sqrt{8}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- نقاط $A=(1,-1,1)$ و $B=(0,2,-2)$ مفروض‌اند. اگر $\overrightarrow{AM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{MB}$ باشد، آن‌گاه مجموع مختصات نقطه‌ی M کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\frac{7}{5}$ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- در کدام بردار، زاویه‌ی بردار با جهت مثبت محور x ها بزرگتر از زاویه‌ی بردار با جهت مثبت محور y ها و کوچکتر از زاویه‌ی بردار با جهت مثبت محور z ها است؟

۱) $a=(1,3,-5)$ ۲) $b=(1,-3,5)$

۳) $c=(-3,1,5)$ ۴) $d=(1,-3,-5)$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- بردار a با محورهای x ها، y ها و z ها، به‌ترتیب زاویه‌های 60°، 45° و یک زاویه‌ی حاده می‌سازد. اگر $a.b=6$ و $b=(2,0,1)$، آن‌گاه اندازه‌ی بردار a کدام است؟

۱) $2\sqrt{2}$ ۲) ۶ ۳) $3\sqrt{2}$ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- اگر $a.b=4\sqrt{2}$ و $|a|=2\,|b|=4$، زاویه‌ی بین بردارهای e_a-e_b و e_b کدام است؟

۱) 105° ۲) $67/5^\circ$ ۳) $112/5^\circ$ ۴) 75°

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- a، b و c بردارهایی با طول ثابت‌اند که راستای آنها متغیر است. هرگاه $a.(b\times c)$ ماکزیمم باشد، بردار $a\times(b\times c)$ برابر کدام است؟

۱) $\vec{o}$ ۲) $a+b+c$ ۳) $2(a+b+c)$ ۴) $3(a+b+c)$

شما پاسخ نداده اید

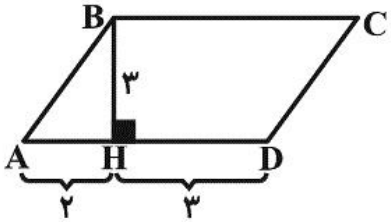
۱۲۷- مساحت مثلثی که روی دو بردار a و b بنا می‌شود برابر $2\sqrt{3}$ و اندازه‌ی بردار a برابر $\sqrt{6}$ است. اندازه‌ی بردار $a\times(a\times b)$ کدام است؟

۱) $12\sqrt{2}$ ۲) $6\sqrt{2}$ ۳) $12\sqrt{3}$ ۴) $6\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۸- در متوازی الاضلاع شکل زیر، حاصل $|\overrightarrow{AC}\times\overrightarrow{BD}|+|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}|+|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}|$ کدام است؟



۱) ۳۰
۲) ۴۵
۳) ۶۰
۴) ۷۵

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- دو بردار $a=(۲,m,۱)$ و $b=(۲-m,۳,۰)$ مفروضند. اگر دو بردار $a+b$ و $a-b$ برهم عمود باشند، آن‌گاه حجم متوازی‌السطوحی که روی بردارهای a، b و $a\times b$ ساخته می‌شود، کدام است؟

۱) ۳۶ ۲) ۳۰ ۳) ۴۸ ۴) ۴۵

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- اگر دو نقطه‌ی A و B، دو نقطه‌ی ثابت در فضا به فاصله‌ی L باشند، مکان هندسی نقطه‌ی M که در رابطه‌ی $|\overrightarrow{MA}\times\overrightarrow{MB}|=۲$ صدق کند، کدام است؟

۱) کره‌ای به شعاع $\frac{۲}{L}$
۲) استوانه‌ای به شعاع قاعده‌ی $\frac{۱}{L}$
۳) کره‌ای به شعاع $\frac{۱}{L}$
۴) استوانه‌ای به شعاع قاعده‌ی $\frac{۲}{L}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، ریاضیات گسسته ، گراف‌ها و کاربردهای آن ، نظریه‌ی گراف - ۱۳۹۵۰۸۰۷

۱۳۳- با مجموعه‌ی رئوس $V=\{a,b,c,d,e\}$، چند گراف ساده با اندازه‌ی ۵ می‌توان ساخت به گونه ای که درجه‌ی رأس a در هر کدام از آن‌ها برابر یک باشد؟

۱) ۱۵ ۲) ۳۰ ۳) ۴۵ ۴) ۶۰

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- در یک گراف ۳-منتظم، اندازه‌ی گراف از ۵ برابر مرتبه‌ی آن ۲۱ واحد کم‌تر است. مجموع مرتبه و اندازه‌ی گراف کدام است؟

۱) ۲۱ ۲) ۱۸ ۳) ۱۵ ۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- گراف ساده‌ی G فاقد رأس ایزوله بوده و مقادیر Δ و q به‌ترتیب برابر ۴ و ۲۰ می‌باشند. حداکثر مرتبه‌ی این گراف کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۱ ۳) ۳۷ ۴) ۴۰

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۶- گراف بازه‌های $(1,2)$، $(2,4)$، $(0,3)$، $(1,4)$ و $(3,6)$ از اعداد حقیقی، چند دور دارد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

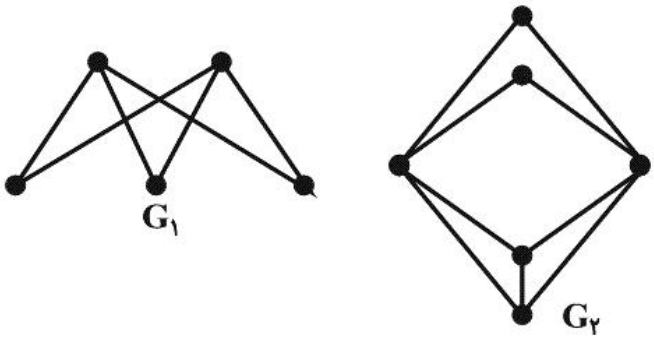
شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- در یک گراف ساده از مرتبه‌ی ۸، دو رأس از درجه‌ی $\delta = 3$ وجود دارد. این گراف حداکثر چند یال دارد؟

۱) ۲۱ ۲) ۲۸ ۳) ۲۵ ۴) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- حداقل تعداد یال‌هایی که باید به گراف‌های G_1 و G_2 افزود تا تبدیل به گراف همیلتنی شوند، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱) ۱ و ۱ ۲) ۱ و ۲

۳) ۲ و ۱ ۴) ۲ و ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- در گراف K_8 با مجموعه‌ی رئوس $V = \{a,b,c,d,e,f,g,h\}$، چند دور به طول ۴ وجود دارد، که شامل رأس a باشد و شامل رأس g نباشد؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۰ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- دنباله‌ی درجات رئوس گرافی به‌صورت $3,2,2,2,1,1,1,1,1$ می‌باشد. حداقل تعداد یال‌های لازم جهت تبدیل این گراف به یک گراف منتظم کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۱۱ ۳) ۱۳ ۴) ۱۷

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۱- چند عدد سه رقمی با ارقام متمایز و غیرصفر وجود دارد به گونه‌ای که مجموع ارقام هر یک از آن‌ها عددی فرد باشد؟

۱) ۴۸۰ ۲) ۲۴۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۴۰

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- از میان پنج زوج پدر و پسر، ۴ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم، تعداد حالاتی که دقیقاً یک زوج پدر و پسر میان آن‌ها باشد، کدام است؟

۱) ۸۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۶۰ ۴) ۲۴۰

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، ریاضي پایه ، الگو ودنباله - ۱۳۹۵۰۸۰۷

۱۰۱- مجموع ۲۰ جمله‌ی اول دنباله‌ی ...، $\frac{۱۵}{۱۶}$، $\frac{۷}{۸}$، $\frac{۳}{۴}$، $\frac{۱}{۲}$ کدام است؟

۱) $۲۰+(\frac{۱}{۲})^{۲۰}$ ۲) $۱۹-(\frac{۱}{۲})^{۲۰}$

۳) $۱۹+(\frac{۱}{۲})^{۲۰}$ ۴) $۲۰+(\frac{۱}{۲})^{۱۹}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- جواب معادله‌ی $\frac{(۰/۰۰۸)^{۳-x}}{(۰/۲)^{x}}=(۰/۰۴)^{۲-x}$ در کدام‌یک از بازه‌های زیر قرار دارد؟

۱) (۲,۳) ۲) (۳,۴)

۳) (۱,۲) ۴) (۰,۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، ریاضي پایه ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۸۰۷

۱۰۲- مجموع جواب‌های معادله‌ی $\frac{۱-x+x^{۲}-...+x^{۶}-x^{۷}+x^{۸}}{۱-x^{۳}+x^{۶}}=۵$ کدام است؟

۱) ۱- ۲) ۱

۳) ۲ ۴) ۲-

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- بسط $(۲x-۱)^{۷}-(۲x+۱)^{۴}+۲$ چند جمله دارد؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۱

۳) ۸ ۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۴- اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم $x^۴ - ax^۳ + x - b$ بر $x^۲ + ۱$ برابر $۴x - ۱$ باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم $ax^۲ + bx$ بر $x + ۱$ کدام است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر $f(x) + ۲f(-x) = x^۷ - x^۳ + x - ۵$ و باقی‌مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x^۲ - ۲$ برابر $ax + b$ باشد، زوج مرتب (a,b) کدام است؟

۱) $(۷,-\frac{۵}{۳})$
۲) $(-۷,\frac{۵}{۳})$
۳) $(-۷,-\frac{۵}{۳})$
۴) $(۷,\frac{۵}{۳})$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر ب.م.م دو عدد طبیعی $a = ۱۴ \times ۵^{k^۲+۱} \times ۳^{۳k-۷}$ و $b = ۴۴ \times ۵^{k-۱} \times ۳^{k^۲-۳}$ برابر با ۴۵۰ باشد، k کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- می‌خواهیم سالنی به ابعاد ۴۰ و ۳۶ متر را با فرش‌های مربع شکل هم‌اندازه، که اندازه‌ی ضلع آن‌ها برحسب متر عدد طبیعی باشد، بپوشانیم. کمترین تعداد فرش برای پوشاندن سالن به‌طوری‌که فرش‌ها روی هم نیفتند، کدام است؟

۱) ۸۰
۲) ۹۰
۳) ۹۵
۴) ۷۵

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر مجموع جواب‌های معادله‌ی $ax^۲ - (a+۳)x + a^۲ - ۲ = ۰$ برابر ۴ باشد، حاصل‌ضرب جواب‌های آن کدام است؟

۱) -۱
۲) ۱
۳) ۴
۴) -۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $x^۲ - ۱۲x + ۴ = ۰$ باشند، در این‌صورت معادله‌ی درجه‌ی دومی که جواب‌های آن $\alpha\sqrt{\beta}$ و $\beta\sqrt{\alpha}$ باشند، کدام است؟

۱) $x^۲ - ۸x + ۱ = ۰$
۲) $x^۲ - x + ۸ = ۰$
۳) $x^۲ - ۸x + ۸ = ۰$
۴) $۸x^۲ - ۸x + ۱ = ۰$

شما پاسخ نداده اید

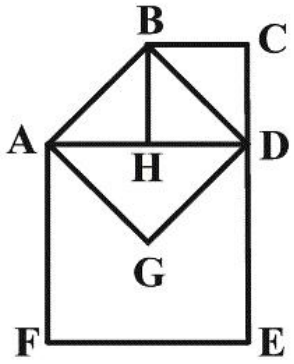
۱۴۱- مساحت مستطیلی به محیط ۱۴ واحد و طول قطر ۵ واحد، کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۱۳

۳) ۱۴ ۴) ۱۵

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- در شکل زیر، چهارضلعی‌های BCDH، ABDG و ADEF هر سه مربع هستند. اگر مساحت شکل AGDEF برابر ۲۷ باشد، آن‌گاه طول BC کدام است؟



۱) ۳

۲) $۳\sqrt{۲}$

۳) ۶

۴) $۶\sqrt{۲}$

شما پاسخ نداده اید

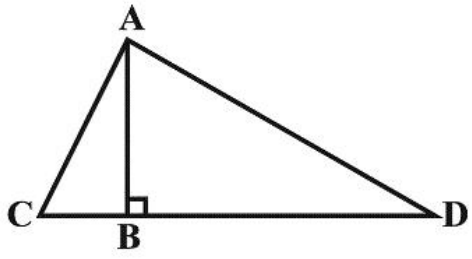
۱۴۳- در مثلث قائم‌الزاویه ABC، $\widehat{A} = ۹۰^\circ$، طول وتر ۸ واحد و $\widehat{B} = ۶۰^\circ$ است. اگر AM میانه و AH ارتفاع وارد بر وتر باشد، مساحت مثلث AMH چند واحد مربع است؟

۱) $۲\sqrt{۳}$ ۲) $۳\sqrt{۲}$

۳) $۴\sqrt{۳}$ ۴) $\frac{۴\sqrt{۳}}{۳}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- در شکل زیر آنتن تلویزیونی AB، به‌طور قائم و از ارتفاع ۳۰ متری توسط دو سیم AD و AC، در نقاط D و C به زمین بسته شده است. اگر این دو سیم در نقطه‌ی A برهم عمود باشند و $\frac{AD}{AC} = \frac{۳}{۲}$، آن‌گاه فاصله‌ی D و C چند متر است؟



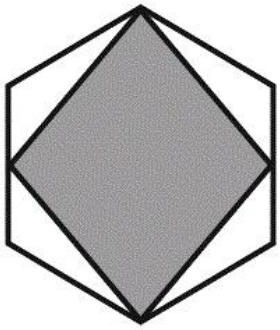
۱) ۷۵ ۲) ۷۰

۳) ۶۵ ۴) ۶۰

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۵- در شش ضلعی منتظم زیر، از دو سر قطر بزرگ، پاره‌خط‌هایی به وسط‌های دو ضلع دیگر وصل کرده‌ایم. اگر محیط چهارضلعی سایه خورده برابر ۵۶ واحد باشد، مساحت شش ضلعی کدام است؟



۱) $۸۴\sqrt{۳}$

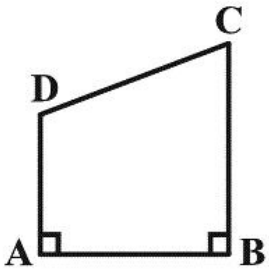
۲) $۱۶۸\sqrt{۳}$

۳) $۱۱۲\sqrt{۳}$

۴) $۲۲۴\sqrt{۳}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- در ذوزنقه‌ی قائم الزاویه‌ی ABCD، C روی عمودمنصف BD واقع است. اگر $AD = ۸$ و $AB = ۱۲$، محیط ABCD کدام است؟ $(\hat{A} = \hat{B} = ۹۰^\circ)$



۱) ۵۴

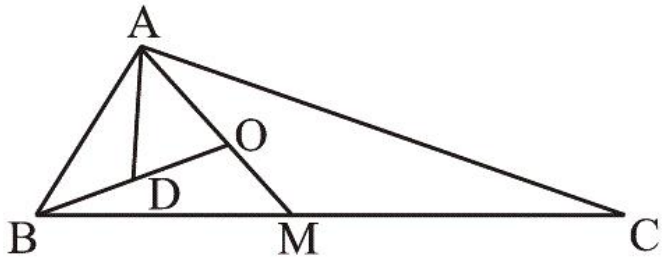
۲) ۵۲

۳) ۴۸

۴) ۴۶

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- در شکل زیر نقطه‌ی O، وسط میانه‌ی AM از مثلث ABC بوده و $OB = ۲OD$ است. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث AOD است؟



۱) ۴

۲) ۶

۳) ۸

۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- یک دوازده‌ضلعی منتظم درون دایره‌ای به شعاع واحد، محاط شده است. طول ضلع این دوازده‌ضلعی چه‌قدر است؟

۱) $\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$

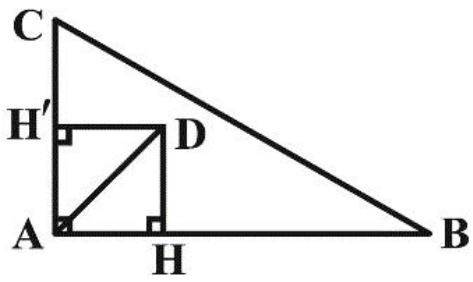
۲) $\sqrt{۲-\sqrt{۳}}$

۳) $\sqrt{\sqrt{۲}+۱}$

۴) $\sqrt{\sqrt{۲}-۱}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- مثلث قائم‌الزاویه‌ی $ABC(\hat{A}=۹۰^\circ)$ با فرض $BC=۳\sqrt{۵}$ و $AC=۳$ مفروض است. اگر D نقطه‌ای روی نیمساز زاویه‌ی A باشد، به گونه‌ای که $AD=\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$، آن‌گاه حاصل $\frac{BH}{CH'}$ کدام است؟



۱) $\frac{۹}{۲}$

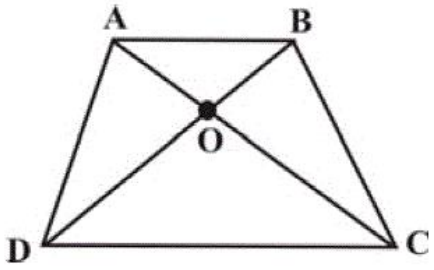
۲) ۲

۳) $\frac{۹}{۴}$

۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- در ذوزنقه‌ی ABCD شکل زیر، مساحت مثلث‌های AOB و DOC به ترتیب برابر ۴ و ۹ واحد مربع است.



مساحت ذوزنقه ABCD کدام است؟

۱) ۲۴

۲) ۲۵

۳) ۲۷

۴) ۳۰

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، ریاضي پایه - گواه ، الگو ودنباله - ۱۳۹۵۰۸۰۷
www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۱- حاصل عبارت $\sqrt[۳]{۲\sqrt{۲}}.(\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\sqrt{۲-\sqrt{۳}})$، کدام است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) ۲ ۳) $۱+\sqrt{۳}$ ۴) $۲\sqrt{۳}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- در دنباله‌های حسابی «۲,۹,۱۶,۲۳,...» و «۱۲,۱۷,۲۲,۲۷,...» چند عدد سه رقمی مشترک کوچک‌تر از ۳۰۰، موجود است؟

۱) ۵ ۲) ۶

۳) ۷ ۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، ریاضي پایه - گواه ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۸۰۷

۱۱۳- اگر عبارت $ax^۳+۴x^۲-۱۴x+۱۰-a$، بر سه جمله‌ای $x^۲-۲x+۱$، بخش‌پذیر باشد، a کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- در تقسیم $x^{۱۵}+x^۳+۲x-۱۱$ بر $x+۱$، مجموع ضرایب خارج قسمت تقسیم کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۱۸ ۳) ۱۶ ۴) ۱۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- در بسط عبارت $\left(۱-\frac{x}{۲}\right)^۸$، ضریب جمله‌ی شامل $x^۳$ کدام است؟

۱) -۷ ۲) -۶ ۳) $\frac{۷}{۲}$ ۴) -۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- اگر مجموع ضرایب $(x+y)^{۲n}$ به اندازه‌ی ۲۴۰ واحد بیش از مجموع ضرایب دوجمله‌ای $(x+y)^n$ باشد، مجموع ضرایب $(x+y)^n$ چقدر است؟

۱) ۱۶ ۲) ۳۲ ۳) ۶۴ ۴) ۱۲۸

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۷- در یک کیسه بین ۸۰۰ تا ۹۰۰ مهره وجود دارد. اگر آن‌ها را پنج تا پنج تا، هفت تا هفت تا، سه تا سه تا و بالاخره چهار تا چهار تا بشماریم، همواره دو مهره باقی می‌ماند، تعداد مهره‌ها چندتاست؟

۱) ۸۰۷ ۲) ۸۴۲ ۳) ۸۵۶ ۴) ۸۹۵

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x(5x+3)=2$ باشند، به ازای کدام مقدار k مجموعه جواب‌های معادله‌ی $4x^2-kx+25=0$ به صورت $\left\{\frac{1}{\alpha^2},\frac{1}{\beta^2}\right\}$ است؟

۱) ۲۷ ۲) ۲۸ ۳) ۲۹ ۴) ۳۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- در معادله‌ی $x^2-8x+m=0$ یک ریشه از نصف ریشه‌ی دیگر، ۵ واحد بیشتراست. m کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- در ضرب دو عدد طبیعی که یکی از دیگری ۱۰ واحد بزرگ‌تر است؛ اشتباهی رخ می‌دهد. در نتیجه رقم دهگان ۴ واحد کوچک‌تر می‌شود. برای آزمایش، حاصل‌ضرب را بر عدد کوچک‌تر تقسیم می‌کنند. خارج قسمت ۳۹ و باقی‌مانده‌ی آن ۲۲ می‌شود. مجموع دو عدد طبیعی اولیه کدام است؟

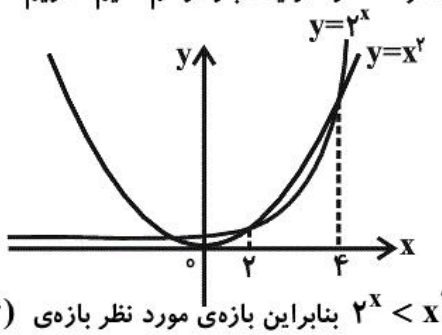
۱) ۶۲ ۲) ۲۹ ۳) ۳۱ ۴) ۷۲

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۵- (فریدون ساعتی)

اگر نمودارهای ۲^x و $x^۲$ را در یک بازه رسم کنیم. داریم،



چون $x > ۰$ و $۲^x < x^۲$ بنابراین بازه‌ی مورد نظر بازه‌ی $(۲,۴)$ است:

$$(۲,۴) \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز} = \dfrac{۲+۴}{۲} = ۳ = \alpha \\ \text{شعاع} = \dfrac{۴-۲}{۲} = ۱ = r \end{cases} \Rightarrow \alpha - r = ۲$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه؛ صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۶- (کاظم اجلالی)

اگر طول ضلع را a و طول قطر را x فرض کنیم، می‌دانیم $\dfrac{x}{a} = \dfrac{\sqrt{۵}+۱}{۲}$. از طرفی طبق قضیه‌ی کسینوس‌ها داریم:

$$x^۲ = a^۲ + a^۲ - ۲a^۲\cos\alpha$$

$$\frac{x^۲}{a^۲} = ۲(۱-\cos\alpha) = ۴\sin^۲\frac{\alpha}{۲}$$

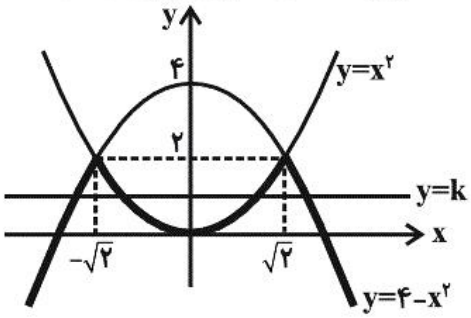
$$\frac{x}{a} = ۲\sin\frac{\alpha}{۲} \Rightarrow \sin\frac{\alpha}{۲} = \frac{\sqrt{۵}+۱}{۴}$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه؛ صفحه‌ی ۱۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۹۷ (جمال‌الدین حسینی)

ابتدا نمودار دو تابع $y = x^۲$ و $y = ۴ - x^۲$ را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



نقاط پر رنگ، نمودار $\min\{x^۲, ۴ - x^۲\}$ است. با توجه به نمودار برای اینکه معادله چهار جواب داشته باشد، باید $۰ < k < ۲$ باشد.

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌ی ۱۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۸۱ (محمدمهدی وزیری)

الف) $\alpha^۲ + \alpha = (\alpha + \frac{۱}{۲})^۲ - \frac{۱}{۴} \xrightarrow{\alpha = \sqrt{۲} - \frac{۱}{۲}}$

$(\sqrt{۲} - \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲})^۲ - \frac{۱}{۴} = (۲ - \frac{۱}{۴}) \in Q$

ب) $\alpha - ۲\sqrt{\alpha} + ۱ = (\sqrt{\alpha} - ۱)^۲ \xrightarrow{\alpha = (\sqrt{۲}+۱)^۲}$

$(\sqrt{(\sqrt{۲}+۱)^۲} - ۱)^۲ = (|\sqrt{۲}+۱| - ۱)^۲ = (\sqrt{۲})^۲ = ۲ \in Q$

پ) $\alpha + ۳\sqrt[۳]{\alpha^۲} + ۳\sqrt[۳]{\alpha} + ۱ = (\sqrt[۳]{\alpha} + ۱)^۳$

$\xrightarrow{\alpha = (\sqrt[۳]{۲} - ۱)^۳} (\sqrt[۳]{(\sqrt[۳]{۲} - ۱)^۳} + ۱)^۳ = (\sqrt[۳]{۲} - ۱ + ۱)^۳ = ۲ \in Q$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌ی ۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۸۲ (کیا مقدس نیاک)

$-۴ < x \leq ۳ \Rightarrow ۰ \leq x^۲ < ۱۶ \Rightarrow -۳ \leq x^۲ - ۳ < ۱۳$

$\Rightarrow ۰ \leq |x^۲ - ۳| < ۱۳$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۸۳ (محمدرضا شوکتی‌بیرق)

نامعادله را به‌صورت زیر بازنویسی می کنیم:

$$0 \le 2\times(a-1)^2+(b-2)^2 < x$$

$$\xrightarrow[\text{از کتاب درسی}]{\text{بنابه تمرینی}} 2(a-1)^2+(b-2)^2=0$$

هرگاه مجموع چند عبارت نامنفی، برابر صفر باشد، آنگاه تک‌تک آن‌ها باید برابر صفر باشند:

$$\begin{cases}2(a-1)^2=0\Rightarrow a=1\\(b-2)^2=0\Rightarrow b=2\end{cases}\Rightarrow a+b=3$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌ی ۱۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۸۴ (حسین ملکشاه)

$$|x+1|=5-|y-2|\xrightarrow{|x+1|\ge 0}5-|y-2|\ge 0$$

$$\Rightarrow |y-2|\le 5\Rightarrow -5\le y-2\le 5\Rightarrow -3\le y\le 7$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۸۶ (بهادر کریمی)

$$(-6,2b-a)\cup(2a+4b+6,8)$$

باید انتهای بازه‌ی اول و ابتدای بازه‌ی دوم برابر باشند،

$$\begin{cases}\text{مرکز}=2b-a=2a+4b+6\\\text{مرکز}=2b-a=\dfrac{-6+8}{2}=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}-2b-3a=6\\2b-a=1\end{cases}\Rightarrow a=\frac{-7}{4},b=\frac{-3}{8}$$

$$\Rightarrow 4a+8b=-7+(-3)=-10$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $y_1\le y_2$ بازه‌ی $I=[0,3]$ است.

برای اینکه بازه‌ی I تبدیل به یک همسایگی متقارن محذوف شود، لازم است که اعداد $\{0,3,\frac{3}{2}\}$ از این بازه حذف شود، پس داریم:

$$\frac{a+b+c}{2}=\frac{0+3+\frac{3}{2}}{2}=\frac{9}{4}=2/25$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۱ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۸۹- (محمدرضا شوکتی‌بیرق)

برای تشخیص اعضای مجموعه‌ی $\{x \in R \mid 2[x]+[1-x]=2\}-\{a,b\}$ باید معادله‌ی زیر را حل کنیم:

$$2[x]+[1-x]=2 \Rightarrow 2[x]+1+[-x]=2$$

$$\Rightarrow [x]+[x]+[-x]=1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \in Z : x+x-x=1 \Rightarrow x=1 \\ x \notin Z : [x]+\underbrace{[x]+[-x]}_{-1}=1 \Rightarrow [x]=2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ 2<x<3 \end{cases} \xrightarrow{\text{اجتماع}} \{x \in R \mid 2[x]+[1-x]=2\}=(2,3)\cup\{1\}$$

حال اگر از مجموعه‌ی فوق، اعداد ۱ و ۲/۵ را حذف کنیم، یک همسایگی محذوف متقارن به مرکز ۲/۵ و به شعاع ۰/۵ حاصل می‌شود. بنابراین:

$$a+b=1+2/5=3/5$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۱- (هادی پلاور)

باید دو نامعادله را ساده کنیم، به‌طوری‌که سمت راست نامعادله‌ها یکسان شود:

$$||x-1|-3|<4 \Rightarrow -4<|x-1|-3<4 \Rightarrow -1<|x-1|<7$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |x-1|>-1 \quad \text{همواره برقرار} \\ |x-1|<7 \end{cases}$$

$$|x-1|<7 \xrightarrow{\times\frac{3}{7}} |\frac{3}{7}x-\frac{3}{7}|<3 \quad (1)$$

$$|Ax+B|<3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} A=\frac{3}{7}, B=-\frac{3}{7} \\ B=\frac{3}{7}, A=\frac{-3}{7} \end{cases} \Rightarrow A+B=0$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

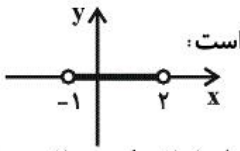
-۹۲ (کیا مقدس نیاک)

$$y=\frac{|f(x)|+f(x)}{|f(x)|-f(x)}\Rightarrow\begin{cases}f(x)\geq 0: y=\dfrac{2f(x)}{0} & \text{تعریف نشده}\\ f(x)<0\Rightarrow y=\dfrac{-f(x)+f(x)}{-f(x)-f(x)}=0\end{cases}$$

از طرفی داریم:

$$\begin{cases}f(x)\geq 0\Rightarrow x\geq 2 \text{ یا } x\leq -1\\ f(x)<0\Rightarrow -1<x<2\end{cases}$$

بنابراین نمودار y به‌صورت زیر است:



(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

ریاضي ، ديفرانسيل و انتگرال ، دنباله - ۱۳۹۵۰۸۰۷

$$\Rightarrow 2-2a(-1)^n\geq 0\Rightarrow 1-a(-1)^n\geq 0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}1-a\geq 0; & n \text{ زوج}\\ 1+a\geq 0; & n \text{ فرد}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a\leq 1 ; & n \text{ زوج}\\ a\geq -1; & n \text{ فرد}\end{cases}\Rightarrow -1\leq a\leq 1\Rightarrow |a|\leq 1$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۹۴ (کاظم اجلالی)

چند جمله‌ی اول این دنباله را محاسبه می‌کنیم:

$$a_2=\frac{5a_1-13}{3a_1-7}=\frac{5-13}{3-7}=2$$

$$a_3=\frac{5a_2-13}{3a_2-7}=\frac{10-13}{6-7}=3$$

$$a_4=\frac{5a_3-13}{3a_3-7}=\frac{15-13}{9-7}=1$$

چون $a_4=a_1$ است. بنابراین $a_5=a_2$ و $a_6=a_3$ و ... یعنی جملات این دنباله به شکل زیر هستند:

$$\underbrace{1,2,3},\underbrace{1,2,3},\underbrace{1,2,3},\ldots$$

پس مجموع ۱۰۰ جمله‌ی اول دنباله برابر است با:

$$33(1+2+3)+1=199$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۰ (ایمان نخستین)

$$a_n = ۲ + \frac{(-۱)^n}{۲n+۱} = \begin{cases} ۲ + \frac{۱}{۲n+۱}; & n \text{ زوج} \\ ۲ - \frac{۱}{۲n+۱}; & n \text{ فرد} \end{cases}$$

جملات اندیس زوج، زولی هستند، یعنی جمله‌ی دوم از همه بزرگتر است.
جملات اندیس فرد صعودی هستند یعنی جمله‌ی اول از همه کوچکتر است.

$$\Rightarrow a_n = \begin{cases} \frac{۴n+۳}{۲n+۱}; & n \text{ زوج} \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{-۲}{(۲n+۱)^۲} < ۰ : \\ \frac{۴n+۱}{۲n+۱}; & n \text{ فرد} \xrightarrow{\text{مشتق}} \frac{۲}{(۲n+۱)^۲} > ۰ : \end{cases}$$

$$\text{جملات اندیس زوج} : a_۲, a_۴, a_۶, \ldots = \frac{۱۱}{۵}, \frac{۱۹}{۹}, \frac{۲۷}{۱۳}, \ldots$$

$$\text{جملات اندیس فرد} : a_۱, a_۳, a_۵, \ldots = \frac{۵}{۳}, \frac{۱۳}{۷}, \frac{۲۱}{۱۱}, \ldots$$

$$\Rightarrow \text{اختلاف بزرگترین و کوچک‌ترین جمله} = \frac{۱۱}{۵} - \frac{۵}{۳} = \frac{۸}{۱۵}$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۸۸ (قاسم کتابچی)

«۱» گزینه‌ی : $\{\cos\frac{n\pi}{۲}\sin\frac{n\pi}{۲}\}_{n=۱}^{\infty}$

$$= \{\frac{۱}{۲}\sin n\pi\}_{n=۱}^{\infty} = ۰,۰,۰,\ldots$$ دنباله‌ی ثابت صفر

«۲» گزینه‌ی : $(-۱)^{۲n}\cos n\pi = (-۱)^{۲n}(-۱)^n = (-۱)^{۳n}$

$$= -۱,۱,-۱,\ldots$$ نوسانی

«۳» گزینه‌ی : $\left\{\left[\frac{(-۱)^n}{n}\right]\right\}_{n=۱}^{\infty} = \begin{cases} ۰ & ; n \text{ زوج} \\ -۱ & ; n \text{ فرد} \end{cases}$ نوسانی

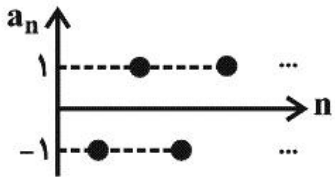
«۴» گزینه‌ی : $\{\frac{n}{n+۱}\}_{n=۱}^{\infty} = \frac{۱}{۲}, \frac{۲}{۳}, \ldots$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌ی ۲۲)

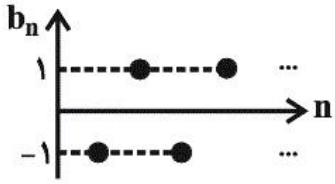
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

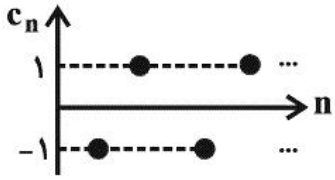
-۸۵ (فریدون ساعتی)



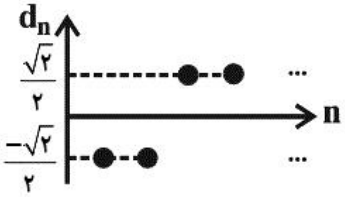
n	۱	۲	۳	۴	...
a_n	-۱	۱	-۱	۱	...



n	۱	۲	۳	۴	...
b_n	-۱	۱	-۱	۱	...



n	۱	۲	۳	۴	...
c_n	-۱	۱	-۱	۱	...



n	۱	۲	۳	۴	...
d_n	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	...

بنابراین نمودار رابطه‌های a_n، b_n و c_n یکسان خواهند بود، ولی نمودار رابطه‌ی d_n با بقیه متفاوت است.

نکته: $(-1)^n = \cos n\pi = \sin(n\pi + \frac{\pi}{2}) = \tan(\frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4})$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌ی ۲۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۹۸ (کاظم اجلالی)

دنباله‌ی $\{n\sin(\frac{1}{n})\}$ کراندار است. زیرا:

$$0 < \sin(\frac{1}{n}) < \frac{1}{n} \Rightarrow 0 < n\sin(\frac{1}{n}) < 1$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۹۹ (ایمان نخستین)

$$a_n = (1-(\frac{1}{2})^2)(1-(\frac{1}{3})^2)(1-(\frac{1}{4})^2)...(1-\frac{1}{n^2})$$

$$\Rightarrow a_n = (1-\frac{1}{2})(1+\frac{1}{2})(1-\frac{1}{3})(1+\frac{1}{3})(1-\frac{1}{4})(1+\frac{1}{4})...(1-\frac{1}{n})(1+\frac{1}{n})$$

$$= \frac{1}{2}\times\underbrace{\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}}_{1}\times\underbrace{\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}}_{1}\times...\underbrace{\frac{n}{n-1}\times\frac{n-1}{n}}_{1}\times\frac{n+1}{n}$$

$$\Rightarrow a_n = \frac{1}{2}\times\frac{n+1}{n} = \frac{n+1}{2n} \Rightarrow a_n = 0/525$$

$$\Rightarrow \frac{n+1}{2n} = \frac{525}{1000} = \frac{21}{40}$$

$$\Rightarrow 40n+40 = 42n \Rightarrow 2n = 40 \Rightarrow n = 20$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ تا ۲۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۰۰ (ایمان نخستین)

می‌دانیم در دنباله‌ی فیبوناتچی، $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$، داریم:

$$\begin{cases} a_3 = a_2 + a_1 \\ a_4 = a_3 + a_2 \\ a_5 = a_4 + a_3 \\ \vdots \\ a_{1396} = a_{1395} + a_{1394} \\ a_{1397} = a_{1396} + a_{1395} \end{cases}$$

طرفین را با هم جمع می‌کنیم:

$$a_{1397} = a_2 + (a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{1395})$$

$$\Rightarrow a_{1397} = 1 + (a_1 + a_2 + ... + a_{1395})$$

$$\Rightarrow a_1 + a_2 + ... + a_{1395} = a_{1397} - 1$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌ی ۲۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

ریاضی ، هندسه‌ی تحلیلی ، بردار - ۱۳۹۵۰۸۰۷

-۱۲۱ (حمید کروسی)

می‌دانیم اگر A، B و M، سه نقطه در فضا باشند، آن‌گاه همواره $MA + MB \geq AB$ (حالت مساوی زمانی اتفاق می‌افتد که M روی پاره‌خط AB باشد)

$$MA + MB \geq AB = \sqrt{(0-1)^2 + (2+1)^2 + (-3+2)^2} = \sqrt{11}$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۶ و ۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۲ (امیرحسین ابومحبوب)

اگر O مبدأ مختصات باشد، آن‌گاه داریم:

$$\overrightarrow{AM}=\frac{۲}{۳}\overrightarrow{MB}\Rightarrow\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{OA}=\frac{۲}{۳}(\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OM})$$

$$\Rightarrow ۳\overrightarrow{OM}-۳\overrightarrow{OA}=۲\overrightarrow{OB}-۲\overrightarrow{OM}\Rightarrow\overrightarrow{OM}=\frac{۱}{۵}(۳\overrightarrow{OA}+۲\overrightarrow{OB})$$

$$\Rightarrow\overrightarrow{OM}=\frac{۱}{۵}[(۳,-۳,۳)+(۰,۴,-۴)]=(\frac{۳}{۵},\frac{۱}{۵},-\frac{۱}{۵})$$

بنابراین مختصات نقطه‌ی M به‌صورت $(\frac{۳}{۵},\frac{۱}{۵},\frac{-۱}{۵})$ و مجموع مختصات آن $\frac{۳}{۵}$ است.

(هندسه تحلیلی - بردار؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۱ ✓۲ ۳ ۴

-۱۲۳ (علیرضا سیف)

در یک بردار، هر چه مؤلفه‌ای کوچکتر باشد، زاویه‌ی بردار با محور نظیر آن مؤلفه بزرگتر است. در بردار a، $۳>۱$، پس زاویه‌ی بردار با محور x ها بزرگتر از زاویه‌ی بردار با محور y ها است و $۵->۱$، پس زاویه‌ی بردار با محور x ها کوچکتر از زاویه‌ی بردار با محور z ها می‌باشد.

(هندسه تحلیلی - بردار؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

-۱۲۴ (محمدابراهیم گیتی‌زاده)

چون زاویه‌های بردار a با محورهای مختصات، یعنی زوایای هادی بردار a داده شده است، از کسینوس‌های این زاویه‌ها که مؤلفه‌های e_a بردار جهت a هستند استفاده می‌کنیم. زاویه‌های هادی یک بردار با محورهای مختصات را به‌طور کلی α و β و γ فرض می‌کنیم.

$$e_a=(\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma)$$

$$|e_a|=۱\Rightarrow\cos^۲\alpha+\cos^۲\beta+\cos^۲\gamma=۱$$

$$\frac{۱}{۴}+\frac{۲}{۴}+\cos^۲\gamma=۱\Rightarrow\cos^۲\gamma=\frac{۱}{۴}$$

γ حاده است $\Rightarrow\cos\gamma=\frac{۱}{۲}\Rightarrow e_a=(\frac{۱}{۲},\frac{\sqrt{۲}}{۲},\frac{۱}{۲})$

$$a=|a|e_a=|a|(\frac{۱}{۲},\frac{\sqrt{۲}}{۲},\frac{۱}{۲})$$

$$a.b=۶\Rightarrow|a|(\frac{۱}{۲},\frac{\sqrt{۲}}{۲},\frac{۱}{۲}).(۲,۰,۱)=۶$$

$$\Rightarrow|a|(۱+\frac{۱}{۲})=۶\Rightarrow|a|=۴$$

(هندسه تحلیلی - بردار؛ صفحه‌های ۱۲ و ۲۰ تا ۲۳)

---

۱ ۲ ۳ ✓۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

چون $|e_a| = |e_b| = ۱$ پس مثلثی که با بردارهای e_a و e_b و $e_a - e_b$ ساخته می‌شود متساوی‌الساقین است و در نتیجه داریم: $\alpha = \frac{۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ}{۲} = ۶۷/۵^\circ$

چون انتهای یک بردار بر ابتدای بردار دیگر منطبق است، پس زاویه ی بین بردارهای $e_a - e_b$ و e_b برابر است با: $۱۸۰^\circ - ۶۷/۵^\circ = ۱۱۲/۵^\circ$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۱۱ تا ۲۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۲۶ (محمدمهدی محسن‌زاده‌طبری)

اگر زاویه‌ی بین دو بردار b و c را با θ و زاویه‌ی بین دو بردار a و $(b \times c)$ را با α نشان دهیم، آن‌گاه داریم:

$$a.(b \times c) = |a|\,|b \times c| \cos\alpha = |a|\,|b|\,|c| \sin\theta . \cos\alpha$$

برای اینکه این مقدار ماکزیمم شود باید $\theta = ۹۰^\circ$ و $\alpha = ۰$، یعنی $b \perp c$ و $a \| b \times c$

پس a موازی با $b \times c$ است و در نتیجه حاصل $a \times (b \times c)$ بردار صفر است.

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

۱✓ ۲ ۳ ۴

-۱۲۷ (محمدطاهر شعاعی)

$$S = \frac{۱}{۲}|a \times b| \Rightarrow ۲\sqrt{۳} = \frac{۱}{۲}|a \times b| \Rightarrow |a \times b| = ۴\sqrt{۳}$$

$$a \perp a \times b \Rightarrow |a \times (a \times b)| = |a|\,|a \times b| \sin ۹۰^\circ = |a|\,|a \times b|$$

$|a| = \sqrt{۶}$ است، پس: $|a \times (a \times b)| = \sqrt{۶} \times ۴\sqrt{۳} = ۱۲\sqrt{۲}$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۲۵ تا ۳۰)

۱✓ ۲ ۳ ۴

-۱۲۸ (محسن اسمعیلی)

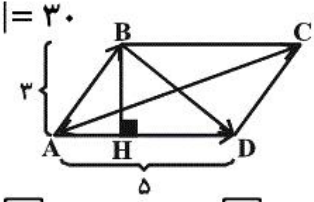
مساحت این متوازی‌الاضلاع برابر $۳ \times ۵ = ۱۵$ است. داریم:

$$|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}| = S_{\text{متوازی الاضلاع}} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}| = ۱۵$$

$$|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = S_{\text{متوازی الاضلاع}} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| = ۱۵$$

$$\frac{۱}{۲}|\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{BD}| = S_{\text{متوازی الاضلاع}} \Rightarrow |\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{BD}| = ۳۰$$

$$|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}| + |\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}| + |\overrightarrow{AC} \times \overrightarrow{BD}| = ۱۵ + ۱۵ + ۳۰ = ۶۰$$



(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌ی ۳۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۹- (محمدطاهر شعاعی)

دو بردار $a+b$ و $a-b$ وقتی برهم عمودند که $|a|=|b|$. پس با فرض $a=(۲,m,۱)$ و $b=(۲-m,۳,۰)$ داریم:

$$۴+m^۲+۱=(۲-m)^۲+۹\Rightarrow ۴m=۸\Rightarrow m=۲$$
$$a=(۲,۲,۱)\ ,\ b=(۰,۳,۰)\Rightarrow a\times b=(-۳,۰,۶)$$

حجم متوازی‌السطوح بناشده روی برداری a، b و $a\times b$، برابر است با:

$$|(a\times b).(a\times b)|=|a\times b|^۲=۳۶+۹=۴۵$$

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۳۰- (محمدصادق ثابتی)

در مثلث MAB، اندازه‌ی مساحت برابر است با: $S=\frac{۱}{۲}|\overrightarrow{MA}\times\overrightarrow{MB}|=\frac{۱}{۲}\times ۲=۱$

از طرفی: $S=\frac{|\overrightarrow{AB}|\times|\overrightarrow{MH}|}{۲}\Rightarrow ۱=\frac{L\times|\overrightarrow{MH}|}{۲}\Rightarrow|\overrightarrow{MH}|=\frac{۲}{L}$

بنابراین فاصله‌ی نقطه‌ی M تا خط AB برابر مقدار ثابت $\frac{۲}{L}$ است. یعنی مکان هندسی نقطه‌ی M به‌صورت یک استوانه (با اندازه مولد نامحدود) به شعاع $\frac{۲}{L}$ است.

(هندسه تحلیلی - بردار: صفحه‌ی ۳۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

ریاضی ، ریاضیات گسسته ، گراف‌ها و کاربردهای آن ، نظریه‌ی گراف - ۱۳۹۵۰۸۰۷

۱۳۳- (سیدمحسن فاطمی)

از آن‌جا که رأس a از درجه‌ی یک است، پس رأس a با یک یال به یکی از ۴ رأس دیگر متصل شده است و در نتیجه ۴ انتخاب ممکن وجود دارد. همچنین بین ۴ رأس دیگر، حداکثر ۶ یال می‌تواند وجود داشته باشد که با توجه به اندازه‌ی گراف، باید ۴ یال را از میان آن‌ها انتخاب نماییم. بنابراین تعداد کل گراف‌های ممکن برابر است با:

$$۴\times\binom{۶}{۴}=۴\times۱۵=۶۰$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷ و ۱۰ و ۱۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۳۴- (نوید مجیدی)

طبق داده‌های سؤال می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases}۳p=۲q\Rightarrow q=\frac{۳}{۲}p\\ q=۵p-۲۱\end{cases}\Rightarrow\frac{۳}{۲}p=۵p-۲۱$$
$$\Rightarrow ۳p=۱۰p-۴۲\Rightarrow p=۶$$
$$q=۹\Rightarrow p+q=۱۵$$

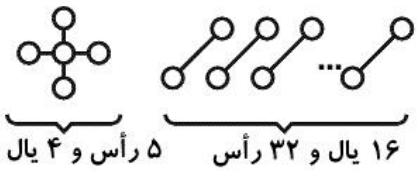
(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: مشابه تمرین ۱، صفحه‌ی ۱۴)

۱ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۵- (علی سعیدی‌زاد)

برای اینکه مرتبه‌ی گراف حداکثر شود یک رأس درجه ۴ در نظر گرفته و بقیه رأس‌ها را درجه یک می‌گیریم.

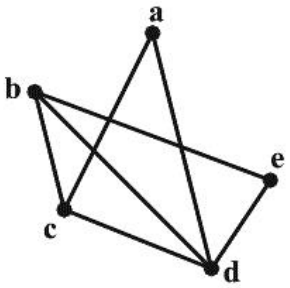


در کل $۳۷ = ۵ + ۳۲$ رأس وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷ و ۱۰ و ۱۱)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۳۶- (امیرحسین ابومحبوب)



اگر $a = (۱,۲)$، $b = (۲,۴)$، $c = (۰,۳)$، $d = (۱,۴)$ و $e = (۳,۶)$. فرض شود، آن‌گاه گراف بازه‌ها به‌صورت شکل مقابل است:

دورهای به‌طول ۳ عبارتند از acda، bcdb و bdeb. دورهای به‌طول ۴ عبارتند از bedcb و acbda و دور به‌طول ۵ به‌صورت acbeda است.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۸ و ۱۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۳۷- (علی ساوجی)

ابتدا با ۶ رأس، گراف کامل $K_۶$ را می‌سازیم. سپس دو رأس دیگر با درجه‌ی $\delta = ۳$ را به ۶ رأس قبلی وصل می‌کنیم. بنابراین حداکثر تعداد یال‌ها برابر می‌شود با:

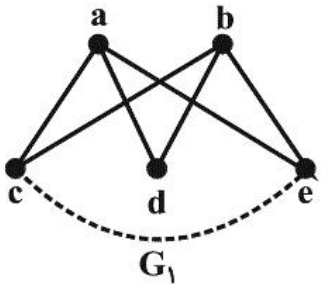
$$q(K_۶) + ۳ + ۳ = \frac{۶ \times ۵}{۲} + ۶ = ۲۱$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

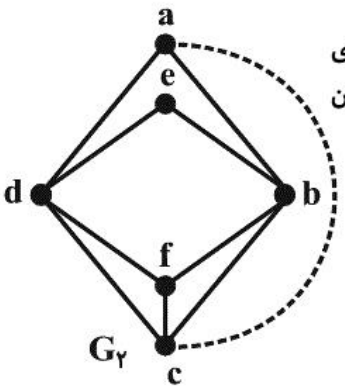
۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۸- (امیرحسین ابومحبوب)



در گراف G_1 با افزودن یال ce، می‌توان دوری به طول ۵ مانند cadbec به‌دست آورد. در این‌صورت گراف G_1 همیلتنی می‌شود.



در گراف G_2 با افزودن یال ac، می‌توان دوری به طول ۶ مانند abedfca به‌دست آورد. در این حالت گراف G_2 همیلتنی می‌شود.

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌ی ۱۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۳۹- (سیدعادل‌رضا مرتضوی)

همان‌طور که می‌دانیم تعداد دورهای به طول m در گراف کامل K_p برابر است با:

$$\binom{p}{m}\frac{(m-1)!}{2}$$

رأس a حتماً یکی از ۴ رأس موجود در دور به طول ۴ است و رأس g قطعاً در میان این رأس‌ها نیست. پس باید از ۶ رأس دیگر، ۳ رأس را انتخاب کنیم.

تعداد دورها با ویژگی مورد نظر برابر است با:

$$\binom{۶}{۳}\times\frac{(۴-۱)!}{۲}=۲۰\times۳=۶۰$$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۰- (سیدعادل‌رضا مرتضوی)

مجموع درجات $= 2q \Rightarrow 3+2+2+2+1+1+1+1+1 = 2q$

$\Rightarrow q = 7 \ , \ p = 9$

می‌دانیم گراف فرد منتظم از مرتبه فرد نداریم پس باید r زوج باشد و چون در این دنباله درجه‌ی ۳ داریم پس حداقل مقدار برای r، ۴ خواهد بود.

با این توضیح اگر گراف $4-$ منتظم را در نظر بگیریم، داریم:

$pr = 2q'$

$9 \times 4 = 2q' \Rightarrow q' = 18$

پس حداقل تعداد یال لازم برابر است با: $q' - q = 18 - 7 = 11$

(ریاضیات گسسته - نظریه گراف: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

ریاضي ، ریاضیات گسسته ، ترکیبیات - ۱۳۹۵۰۸۰۷

۱۳۱- (امیرحسین ابومحبوب)

مجموع ارقام یک عدد سه رقمی زمانی فرد است که یا هر سه رقم فرد باشند یا یک رقم فرد و دو رقم دیگر زوج باشند همچنین با انتخاب هر سه رقم، به تعداد $3!$ عدد سه رقمی متمایز می‌توان نوشت. تعداد کل اعداد سه رقمی با شرط مورد نظر برابر است با: $\left[\binom{5}{3}+\binom{5}{1}\times\binom{4}{2}\right]\times 3! = (10+5\times 6)\times 6 = 240$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات: صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۹۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۳۲- (علی سعیدی‌زاد)

ابتدا یک زوج از میان ۵ زوج انتخاب می‌کنیم که این کار به $\binom{5}{1} = 5$ طریق امکان‌پذیر است. سپس از ۸ نفر باقی‌مانده (۴ زوج) باید دو نفر انتخاب کنیم که از یک خانواده نباشند، بنابراین ابتدا دو زوج انتخاب کرده سپس از میان هر زوج، از دو نفر یک نفر را انتخاب می‌کنیم. $\binom{5}{1}\times\left[\binom{4}{2}\binom{2}{1}\binom{2}{1}\right] = 5\times 6\times 4 = 120$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات: صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

ریاضي ، ریاضي پایه ، الگو ودنباله - ۱۳۹۵۰۸۰۷

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۱- (جمال‌الدین حسینی)

$$\frac{۱}{۲}+\frac{۳}{۴}+\frac{۷}{۸}+\frac{۱۵}{۱۶}+\ldots=(۱-\frac{۱}{۲})+(۱-\frac{۱}{۴})+(۱-\frac{۱}{۸})+\ldots$$

$$=۲۰\times ۱-(\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\ldots+\frac{۱}{۲^{۲۰}})$$

$$=۲۰-\frac{\frac{۱}{۲}(۱-(\frac{۱}{۲})^{۲۰})}{۱-\frac{۱}{۲}}=۲۰-۱+(\frac{۱}{۲})^{۲۰}=۱۹+(\frac{۱}{۲})^{۲۰}$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ و
حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

$$\Rightarrow \frac{(۵^{-۳})^{۳-x}}{(۵^{-۱})^{x}}=(۵^{-۲})^{۲-x}\Rightarrow \frac{۵^{-۹+۳x}}{۵^{-x}}=۵^{-۴+۲x}$$

$$\Rightarrow ۵^{-۹+۴x}=۵^{-۴+۲x}\Rightarrow -۹+۴x=-۴+۲x$$

$$\Rightarrow ۲x=۵\Rightarrow x=\frac{۵}{۲}\in(۲,۳)$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

ریاضي ، ریاضي پایه ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۸۰۷

۱۰۲- (فریدون ساعتی)

$$\frac{۱-x+x^{۲}-\ldots+x^{۶}-x^{۷}+x^{۸}}{۱-x^{۳}+x^{۶}}=۵$$

جملات صورت کسر، جملات یک دنباله‌ی هندسی هستند:

$$\begin{cases}a=۱\\ q=-x\end{cases},\ n=۹$$

جملات مخرج کسر، جملات یک دنباله‌ی هندسی هستند:

$$\begin{cases}a=۱\\ q=-x^{۳}\end{cases},n=۳$$

$$=\frac{\frac{۱(۱-(-x)^{۹})}{۱+x}}{\frac{۱(۱-(-x^{۳})^{۳})}{۱-(-x^{۳})}}=۵\Rightarrow \frac{۱+x^{۳}}{۱+x}=۵\Rightarrow ۱-x+x^{۲}=۵$$

$$\Rightarrow x^{۲}-x-۴=۰$$

$$\text{مجموع ریشه‌ها}=\frac{-b}{a}=\frac{-(-۱)}{۱}=۱$$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶ و ۱۵ تا ۱۷)

---

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۳- (سعید مدیرخراسانی)

در بسط $(۲x-۱)^۷$ هشت جمله پدید می‌آید که جملات شامل x ، $x^۲$ ، $x^۳$ ، $x^۴$ با همین جملات از بسط پرانتز بعدی جمع جبری می‌شوند و همان ۴ جمله باقی می‌مانند اما اعداد ثابت هر دو بسط با عدد ۲+ ساده می‌شوند و در نهایت ۴ جمله‌ی قبلی با جملات شامل $x^۵$ ، $x^۶$ ، $x^۷$ از بسط پرانتز اول، در مجموع ۷ جمله می‌شوند.

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۰۴- (سیف‌اله غلامپور)

$$x^۴ - ax^۳ + x - b = (x^۲+۱)Q(x) + ۴x - ۱$$

$$\xrightarrow{x^۲=-۱} (-۱)^۲ - a(-۱)x + x - b = ۰ + ۴x - ۱$$

$$\Rightarrow (a+۱)x + ۱ - b = ۴x - ۱$$

در صورتی تساوی فوق برقرار خواهد بود که:

$$a+۱=۴ \ , \ ۱-b=-۱ \Rightarrow a=۳ \ , \ b=۲$$

باقیمانده‌ی تقسیم $ax^۲+bx$ بر $x+۱$: $R = f(-۱) = ۳(-۱)^۲ + ۲(-۱) = ۱$ ⇐

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

$$x^۲ - ۲ = ۰ \Rightarrow x^۲ = ۲$$

$$f(x) = -(x^۲)^۳ x + (x^۲)x - x - \frac{۵}{۳}$$

$$\xrightarrow{x^۲=۲} R(x) = -۸x + ۲x - x - \frac{۵}{۳}$$

$$\Rightarrow R(x) = -۷x - \frac{۵}{۳} = ax + b \Rightarrow (a,b) = (-۷, -\frac{۵}{۳})$$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۶- (حبیب شفیعی)

عدد ۴۵۰ را به‌صورت تجزیه‌ی استاندارد می‌نویسیم: $۴۵۰ = ۳^۲ \times ۵^۲ \times ۲$

$$a = ۲ \times ۷ \times ۵^{k^۲+۱} \times ۳^{۳k-۷}$$

$$b = ۲^۲ \times ۱۱ \times ۵^{k-۱} \times ۳^{k^۲-۳}$$

عامل‌های مشترک دو عدد a و b با کم‌ترین توان برابر $۲ \times ۵^۲ \times ۳^۲$ است.
پس بین توان‌های ۵ ، $k-۱$ را، که توان کم‌تری است انتخاب می کنیم و برابر ۲ می‌گیریم: $k-۱=۲ \Rightarrow k=۳$
با در نظر گرفتن $k=۳$ توان‌های ۳ نیز برابر ۶ و ۲ در می‌آید که کوچک‌ترین آن ۲ است.

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۷- (سعید مدیرخراسانی)

ابتدا مساحت سالن را به‌دست می‌آوریم. یعنی: $۳۶ \times ۴۰ = ۱۴۴۰$
حال ابعاد فرش‌ها باید طوری باشند که هم ۴۰ و هم ۳۶ بر آن بخش‌پذیر باشند.
اکنون کافی است (ب. م. م) ۴۰ و ۳۶ را پیدا کنیم: $(۴۰,۳۶) = ۴$
پس اگر ابعاد فرش را ۴×۴ انتخاب کنیم، داریم: $(۴ \times ۴ = ۱۶)$ = مساحت فرش
تعداد فرش‌ها $۱۴۴۰ \div ۱۶ = ۹۰$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۸- (فریدون ساعتی)

اگر x_1 و x_2 را ریشه‌های معادله فرض کنیم، داریم:

$$x_1 + x_2 = 4 \Rightarrow \frac{a+3}{a} = 4 \Rightarrow 4a = a+3 \Rightarrow a = 1$$

$$a = 1 \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{1} = -1$$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۰۹- (حمید زرین‌کفش)

اگر ریشه‌های معادله‌ی جدید را $\alpha\sqrt{\beta}$ و $\beta\sqrt{\alpha}$ در نظر بگیریم، داریم:

$$S' = \alpha\sqrt{\beta} + \beta\sqrt{\alpha}$$

$$\Rightarrow S'^2 = \alpha^2\beta + \beta^2\alpha + 2\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta} = \alpha\beta(\alpha+\beta) + 2\alpha\beta\sqrt{\alpha\beta} \quad (1)$$

با توجه به معادله‌ی $x^2 - 12x + 4 = 0$ داریم: $S = \alpha + \beta = 12$ و $p = \alpha\beta = 4$

حال این مقادیر را در (۱) جایگذاری می‌کنیم:

$$S'^2 = 4(12) + 2\times 4 \times \sqrt{4} = 64 \xrightarrow{S'>0} S' = 8$$

$$P' = \alpha\sqrt{\beta} \times \beta\sqrt{\alpha} = \alpha\beta\sqrt{\alpha\beta} = 4\sqrt{4} = 8$$

معادله‌ی جدید برابر است با: $x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 8 = 0$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

ریاضی ، هندسه ۱ ، مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس - ۱۳۹۵۰۸۰۷

۱۴۱- (رضا عباسی‌اصل)

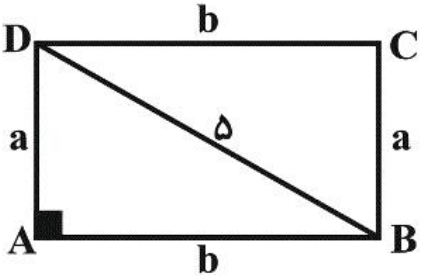
اگر طول و عرض مستطیل به ترتیب برابر a و b فرض شوند، آن‌گاه:

محیط مستطیل $= 14 \Rightarrow 2(a+b) = 14$

$$\Rightarrow a + b = 7$$

$$\overset{\Delta}{ABD}: a^2 + b^2 = 5^2$$

$$\Rightarrow (a+b)^2 - 2ab = 25$$



$$\xrightarrow{a+b=7} 49 - 2ab = 25 \Rightarrow ab = 12$$

مساحت مستطیل $= 12$

(هندسه ۱ - مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس؛ صفحه‌های ۳۹ و ۵۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۲- (امیرحسین ابومحبوب)

در مربع ADEF، مثلث‌های ADG، DGE، FGE و AGF همنشهت هستند، بنابراین مساحت شکل AGDEF، $\frac{۳}{۴}$ مساحت مربع ADEF است.

$$\frac{۳}{۴}S_{ADEF} = ۲۷ \Rightarrow S_{ADEF} = ۳۶ \Rightarrow AD^۲ = ۳۶ \Rightarrow AD = ۶$$

چون چهارضلعی ABDG مربع است، پس $BD = \frac{AD}{\sqrt{۲}} = ۳\sqrt{۲}$ می‌باشد.

از طرفی BD قطر مربع BCDH است، پس داریم:

$$BD = \sqrt{۲}BC \Rightarrow BC = \frac{۳\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = ۳$$

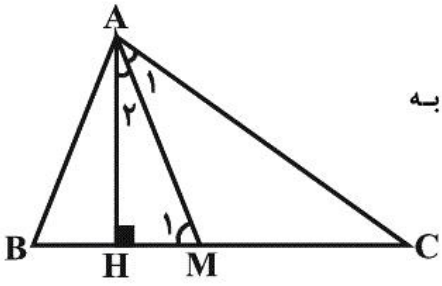
(هندسه ۱ - مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس: مشابه تمرین ۱۸، صفحه‌ی ۶۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۴۳- (محمدابراهیم کیتی‌زاده)

$$\Delta AMC : AM = MC = \frac{۱}{۲}BC \Rightarrow \hat{A}_۱ = \hat{C} = ۳۰^\circ$$

ΔAMC : زاویه‌ی خارجی است $\hat{M}_۱ = \hat{A}_۱ + \hat{C} = ۶۰^\circ \Rightarrow \hat{A}_۲ = ۳۰^\circ$



در هر مثلث قائم‌الزاویه ضلع روبه‌رو به زاویه ۳۰° نصف وتر است:

$$MH = \frac{AM}{۲} = \frac{۴}{۲} = ۲$$

$$AH^۲ = AM^۲ - MH^۲ = ۱۶ - ۴ = ۱۲ \Rightarrow AH = ۲\sqrt{۳}$$

$$S_{AMH} = \frac{۱}{۲}MH.AH = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۲\sqrt{۳} = ۲\sqrt{۳}$$

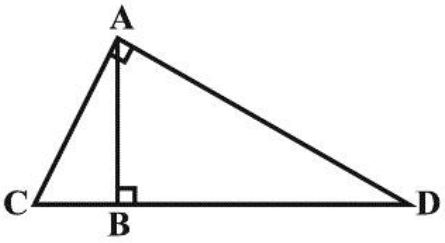
(هندسه ۱ - مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس: صفحه‌های ۴۱، ۵۷ و ۶۵)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۴ (نوید مجیدی)

در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ADC، پاره‌خط AB همان ارتفاع وارد بر وتر است. بنابر رابطه‌های طولی در مثلث قائم‌الزاویه داریم:



$$\begin{cases} AD^{۲} = DB \times DC \\ AC^{۲} = CB \times DC \end{cases}$$

$$\left(\frac{AD}{AC}\right)^{۲} = \frac{DB}{CB} \xrightarrow{\text{بنابرفرض}} \frac{DB}{CB} = \left(\frac{۳}{۲}\right)^{۲} = \frac{۹}{۴}$$

$$\Rightarrow DB = \frac{۹}{۴}CB \quad (*)$$

از سوی دیگر می‌دانیم $AB^{۲} = CB \times BD$، پس بنابر $(*)$ خواهیم داشت:

$$۳۰^{۲} = CB \times \frac{۹}{۴}CB \Rightarrow CB = \sqrt{۴۰۰} = ۲۰$$

$$DB = \frac{۹}{۴} \times ۲۰ = ۴۵ \Rightarrow CD = ۲۰ + ۴۵ = ۶۵$$

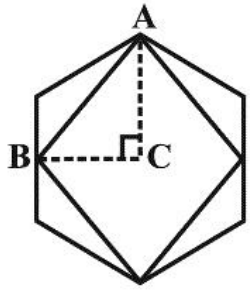
(هندسه ۱ - مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس: صفحه‌ی ۶۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۵ (نوید مجیدی)

چهار ضلعی سایه خورده یک لوزی است. اگر a اندازه‌ی ضلع ۶ ضلعی منتظم باشد، آن‌گاه اندازه‌ی قطرهای بزرگ و کوچک شش ضلعی، به ترتیب $2a$ و $a\sqrt{3}$ است، که قطرهای لوزی سایه خورده هم هستند. اندازه‌ی ضلع لوزی را b می‌گیریم، دراین‌صورت بنابر قضیه‌ی فیثاغورس در مثلث ABC داریم:



$$AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = \sqrt{(\frac{2a}{2})^2 + (\frac{a\sqrt{3}}{2})^2} = \frac{a\sqrt{7}}{2} \quad (I)$$

چون محیط لوزی برابر ۵۶ واحد است، پس بنابر (I) خواهیم داشت:

$$\frac{56}{4} = \frac{a\sqrt{7}}{2} \Rightarrow a = \frac{2\times 14}{\sqrt{7}} = \frac{28\sqrt{7}}{7} = 4\sqrt{7}$$

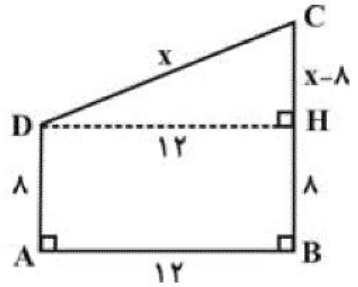
$$\Rightarrow \text{مساحت ۶ ضلعی} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3(4\sqrt{7})^2\sqrt{3}}{2} = 168\sqrt{3}$$

(هندسه ۱ - مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس؛ صفحه‌های ۵۷، ۶۲ و ۶۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۴۶ (رضا عباسی‌اصل)

از D بر BC عمود کرده، پای عمود را H می‌نامیم. چون C روی عمودمنصف BD واقع است پس $CB = CD = x$، حال:



$$CH = CB - BH = x - 8$$

$$\overset{\Delta}{CDH}: x^2 = 12^2 + (x-8)^2 \Rightarrow x = 13$$

پس: $ABCD$ محیط $= 8 + 12 + 2\times 13 = 46$

(هندسه ۱ - مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس؛ مشابه مسأله‌ی ۱۱، صفحه‌ی ۶۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۷- (سامان اسپهرم)

در هر مثلث با رسم میانه، مثلث به دو مثلث هم مساحت تقسیم می‌شود. از طرفی اگر دو مثلث دارای ارتفاع‌های مساوی باشند، آنگاه نسبت مساحت‌های آن‌ها با نسبت قاعده‌هایشان برابراست.

$$\left.\begin{array}{l} OB = ۲OD \Rightarrow S_{AOD} = \frac{۱}{۲}S_{ABO} \\ AM = ۲AO \Rightarrow S_{ABO} = \frac{۱}{۲}S_{ABM} \\ BC = ۲BM \Rightarrow S_{ABM} = \frac{۱}{۲}S_{ABC} \end{array}\right\} \Rightarrow S_{AOD} = \frac{۱}{۸}S_{ABC}$$

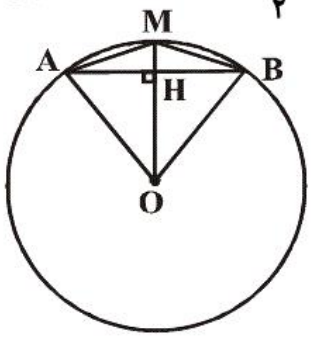
(هندسه ۱ - مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۴۸- (امیرحسین ابومحبوب)

اگر AB یکی از اضلاع شش‌ضلعی منتظم محاط در دایره باشد و از نقطه‌ی O (مرکز دایره) عمودی بر AB رسم نماییم تا دایره را در نقطه‌ی M قطع کند، آن‌گاه AM و BM دو ضلع از اضلاع دوازده‌ضلعی منتظم محاط در دایره هستند.

در مثلث OAB، $OA = OB$ و $A\hat{O}B = ۶۰^\circ$، پس این مثلث، متساوی‌الاضلاع است و $AB = ۱$ و $OH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ و در نتیجه $MH = ۱ - \frac{\sqrt{۳}}{۲}$. از طرفی $AH = BH = \frac{۱}{۲}$ است و داریم:



$$AM^۲ = AH^۲ + MH^۲$$

$$= (\frac{۱}{۲})^۲ + (۱ - \frac{\sqrt{۳}}{۲})^۲ = ۲ - \sqrt{۳}$$

$$\Rightarrow AM = \sqrt{۲ - \sqrt{۳}}$$

(هندسه ۱ - مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس؛ مشابه تمرین ۲۲- صفحه‌ی ۶۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$AB^۲ + AC^۲ = BC^۲ \Rightarrow AB^۲ = (۳\sqrt{۵})^۲ - ۳^۲ = ۴۵ - ۹ = ۳۶$$
$$\Rightarrow AB = ۶$$

از آن‌جا که نیمساز زاویه‌ی قائمه A، دو زاویه‌ی ۴۵° ایجاد می‌کند، پس مثلث‌های ADH و ADH' قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین و همچنین همنهشت هستند. داریم:

$$\Delta ADH : AH^۲ + DH^۲ = AD^۲ \Rightarrow ۲AH^۲ = \frac{۹}{۲}$$

$$\Rightarrow AH^۲ = \frac{۹}{۴} \Rightarrow AH = AH' = \frac{۳}{۲}$$

$$BH = AB - AH = ۶ - \frac{۳}{۲} = \frac{۹}{۲}$$

$$CH' = AC - AH' = ۳ - \frac{۳}{۲} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{BH}{CH'} = ۳$$

(هندسه ۱ - مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس؛ صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۵۰ (محسن محمد کریمی)

دو مثلث ABD و ABC ، دارای قاعده‌ی مشترک AB هستند و همچنین ارتفاع‌های نظیر این قاعده در دو مثلث، طول یکسانی دارند (فاصله‌ی دو خط موازی). پس $S_{ABC} = S_{ABD}$. با کم کردن مساحت مثلث AOB از مساحت این دو مثلث، داریم: $S_{AOD} = S_{BOC}$

$$\left.\begin{matrix}\frac{S_{AOD}}{S_{DOC}} = \frac{AO}{OC} \\ \frac{S_{AOB}}{S_{BOC}} = \frac{AO}{OC}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{S_{AOD}}{S_{DOC}} = \frac{S_{AOB}}{S_{BOC}}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{9} = \frac{4}{x} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = 4 + 6 + 9 + 6 = 25$$

(هندسه ۱ - مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس؛ صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

ریاضي ، ریاضي پایه - گواه ، الگو ودنباله - ۱۳۹۵۰۸۰۷

-۱۱۱ (سراسری ریاضی — ۹۳)

راه حل اول:

$$(\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}})\sqrt[3]{2^{\frac{3}{2}}} = (\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}})\sqrt{2}$$
$$= \sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{4+2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}$$
$$= \sqrt{3}-1+\sqrt{3}+1 = 2\sqrt{3}$$

راه حل دوم: عبارت $X = (\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}})\sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ را در نظر می گیریم. بنابراین: $X^2 = (\sqrt{2-\sqrt{3}} + \sqrt{2+\sqrt{3}})^2(\sqrt[3]{2\sqrt{2}})^2$

$$= (2-\sqrt{3}+2+\sqrt{3}+2\sqrt{(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})})\sqrt[3]{8}$$
$$\rightarrow X^2 = (4+2\sqrt{4-3})\times 2 = 12 \xrightarrow{X>0} X = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۱۲ (سراسری ریاضی خارج از کشور - ۹۵)

$$A: ۲,۹,۱۶,۲۳,۳۰,۳۷,...$$

$$B: ۱۲,۱۷,۲۲,۲۷,۳۲,۳۷$$

$$d=[d_A,d_B]=[۵,۷]=۳۵\Rightarrow C=۳۷+(n-۱)\times ۳۵$$

$$۱۰۰\le ۳۵n+۲<۳۰۰\Rightarrow n=۳,۴,۵,۶,۷,۸$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱ ۲✓ ۳ ۴

ریاضي ، رياضي پايه - گواه ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۸۰۷

-۱۱۳ (سراسری ریاضی - ۹۵)

$$x^۲-۲x+۱=۰\Rightarrow x^۲=۲x-۱$$

$$ax^۳+۴x^۲-۱۴x+۱۰-a=ax(x^۲)+۴x^۲-۱۴x+۱۰-a$$

$$\xrightarrow{x^۲=۲x-۱}(ax+۴)(۲x-۱)-۱۴x+۱۰-a=۰$$

$$\Rightarrow ۲ax^۲+(-a-۶)x+۶-a=۰$$

$$\xrightarrow{x^۲=۲x-۱}۲a(۲x-۱)+(-a-۶)x+۶-a=۰$$

$$\Rightarrow (۳a-۶)x+(-۳a+۶)=۰$$

برای این‌که عبارت برقرار باشد: $a=۲$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۱۴ (کتاب آبی - سؤال ۱۴)

$$x^{۱۵}+x^۳+۲x-۱۱=(x+۱)Q(x)+R$$

$$\xrightarrow{x=-۱}-۱-۱-۲-۱۱=۰+R\Rightarrow R=-۱۵$$

پس:

$$x^{۱۵}+x^۳+۲x-۱۱=(x+۱)Q(x)-۱۵$$

باید برای یافتن مجموع ضرایب خارج قسمت، $Q(۱)$ را محاسبه کنیم:

$$\xrightarrow{x=۱}۱+۱+۲-۱۱=۲Q(۱)-۱۵\Rightarrow ۲Q(۱)=۸\Rightarrow Q(۱)=۴$$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱✓ ۲ ۳ ۴

$$=\binom{۸}{k}\left(\frac{-۱}{۲}\right)^k(x)^k\Rightarrow x^k=x^۳\Rightarrow k=۳$$

$$\text{جمله‌ی چهارم}=\binom{۸}{۳}(۱)^۵\left(\frac{-x}{۲}\right)^۳=\frac{۸!}{۳!۵!}\times\left(\frac{-۱}{۲}\right)^۳x^۳=-۷x^۳$$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۶- (سراسری ریاضی – ۶۹)

در عبارت $(a+b)^n$ برای یافتن مجموع ضرایب عددی بسط کافی است به جای متغیرها ۱ قرار دهیم، پس مجموع ضرایب عددی $(x+y)^n$ برابر $(1+1)^n = 2^n$ است، به همین ترتیب مجموع ضرایب عددی $(x+y)^{2n}$ برابر $(1+1)^{2n} = 2^{2n}$ است، بنابراین:

$$2^{2n} = 2^n + 240 \Rightarrow 2^{2n} - 2^n - 240 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 - a - 240 = 0 \Rightarrow (a-16)(a+15) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 16 \Rightarrow 2^n = 16 \Rightarrow n = 4 \\ a = -15 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

پس مجموع ضرایب $(x+y)^n$ برابر ۱۶ است.

(حسابان – محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۱۷- (آزمون کانون ریاضی – ۹۱)

اگر عدد را a فرض کنیم، آنگاه $a-2$ بر ۳، ۴، ۵ و ۷ بخش‌پذیر است، لذا بر حاصل‌ضرب آن‌ها نیز بخش‌پذیر است، بنابراین: $a-2 = (3\times7\times5\times4)k \Rightarrow a-2 = 420k$

از آنجایی که $800 \le a \le 900$، پس $k=2$ و از آنجا: $a = 840+2 = 842$

(حسابان – محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

۱۱۸- (سراسری ریاضی – ۹۰)

با بازنویسی معادله‌ی $x(5x+3) = 2$ خواهیم داشت: $5x^2 + 3x - 2 = 0$

در این معادله $a+c=b$، پس $\alpha = -1$ و $\beta = \frac{2}{5}$ خواهد بود، بنابراین ریشه‌های معادله‌ی جدید عبارتند از: $\frac{1}{\alpha^2} = 1$ و $\frac{1}{\beta^2} = \frac{25}{4}$

ریشه‌ی معادله در خود معادله صدق می‌کند، لذا: $4 - k + 25 = 0 \Rightarrow k = 29$

(حسابان – محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

۱۱۹- (سراسری ریاضی خارج از کشور – ۹۱)

ریشه‌های معادله را α و β در نظر می‌گیریم. از آنجا که یک ریشه از نصف ریشه‌ی دیگر ۵ واحد بیشتر است، داریم: $\alpha = \frac{\beta}{2} + 5 \quad (*)$

از طرفی با توجه به معادله، مجموع ریشه‌ها برابر ۸ است، یعنی: $\alpha + \beta = 8 \quad (**)$

از (*) و (**) داریم:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\beta}{2} + 5 \\ \alpha + \beta = 8 \end{cases} \Rightarrow \frac{\beta}{2} + 5 + \beta = 8 \Rightarrow \frac{3\beta}{2} = 3 \Rightarrow \beta = 2$$

چون β ریشه‌ی معادله است، پس در آن صدق می‌کند، بنابراین:

$$\beta = 2 : (2)^2 - 8(2) + m = 0 \Rightarrow m = 12$$

(حسابان – محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۰- (کتاب آبی - سوال ۸۸)

اگر فرض کنیم ضرب دو عدد با در نظر گرفتن اشتباه رخ داده k باشد، یعنی $x(x+۱۰)=k$، با توجه به اینکه رقم دهگان ۴ واحد کوچکتر محاسبه شده است بنابراین حاصلضرب بدست آمده از مقدار واقعی ۴۰ واحد کوچکتر بدست آمده و حاصلضرب واقعی $x(x+۱۰)=k+۴۰$ بوده است.

$$k=۳۹x+۲۲$$

$$x(x+۱۰)=k+۴۰ \Rightarrow x(x+۱۰)=۳۹x+۲۲+۴۰$$

$$\Rightarrow x^۲-۲۹x-۶۲=۰ \Rightarrow (x-۳۱)(x+۲)=۰$$

$$\xrightarrow{x\in N} x=۳۱ \Rightarrow \text{عدد بزرگتر}=x+۱۰=۴۱$$

$$\text{مجموع دو عدد}=۳۱+۴۱=۷۲$$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۶ تا ۸ و ۱۵ تا ۱۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.kanoon.ir

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا