



www.riazisara.ir سایت ویژه ریاضیات

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...و

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

[@riazisara](https://telegram.me/riazisara)

۸۱- بعضی از جمله‌های دنباله‌های حسابی زیر مساوی یکدیگرند. مجموع ده جمله‌ی اول از این جمله‌های مساوی کدام است؟

$$\begin{cases} 17, 21, 25, 29, \dots \\ 16, 21, 26, 31, \dots \end{cases}$$

۱۱۰۱ (۲)

۱۱۱۰ (۴)

۱۱۰۰ (۱)

۱۰۱۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۲- اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x-1$ و $x-2$ به ترتیب ۳ و ۱ باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم $g(x) = x^3 f(x) - 2x + 1$ بر $x^2 - 3x + 2$ کدام است؟

۷-۴x (۲)

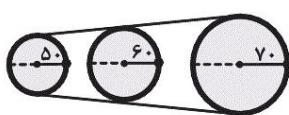
۱۱+۹x (۴)

۱۱-۹x (۱)

۷+۴x (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۳- نوار نقاله‌ای در یک کارخانه به وسیله‌ی سه غلتک به شعاع‌های ۵۰، ۶۰ و ۷۰ سانتی‌متر به حرکت درمی‌آید. اگر در لحظه‌ی روشن شدن نقاله سه علامت به صورت زیر در یک راستا باشند، پس از شروع حرکت، در لحظه‌ی که غلتک‌ها برای اولین بار به وضعیت فعلی برسند، غلتک بزرگ چند دور زده است؟



۴۲ (۱)

۳۵ (۲)

۳۰ (۳)

۲۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۸۴- بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عبارت $B = x^3 - x^2 - x - 2$ و $A = x^3 - 3x^2 + 5x - 6$ را در نظر می‌گیریم. مجموع ضرایب آن کدام است؟

-۱ (۲)

-۳ (۴)

۱ (۱)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۵- معادله‌ی $x^2 + (\alpha + 4)x - 3\beta = 0$ مفروض است. اگر α و β جواب‌های این معادله باشند، آن‌گاه مجموع مربعات جواب‌های آن کدام می‌تواند باشد؟

۱۲ (۲)

۱۳ (۴)

۱۰ (۱)

۱۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۶- مجموعه مقادیر a کدام باشد تا معادله‌ی $x^4 + (3a+1)x^3 + (a^2 - 1) = 0$ دارای دو جواب قرینه باشد؟

$$\{a \in \mathbb{R} \mid -1 < a < 1\}$$

$$\left\{-\frac{1}{3}\right\}$$

\emptyset (۴)

$$\{a \in \mathbb{R} \mid a < -1 \cup a > 1\}$$

شما پاسخ نداده اید

۸۷- اگر خط به معادله‌ی $y = mx + 2$ از رأس سهمی به معادله‌ی $y = 4x + x^2$ عبور کند، m کدام است؟

۲ (۲)

-۲ (۴)

۲ (۱)

-۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۸- جواب‌های معادله $\frac{1}{x+2} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$ به صورت $-a \pm \sqrt{b}$ است. حاصل $a+b$ کدام است؟

۳ (۲)

۶ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۹- معادله $\sqrt[3]{4x^3 - 2x - 2} + \sqrt{x^2 - 5x + 4} = 0$ چند جواب حقیقی دارد؟

۱ (۲)

۱) هیچ

۳ (۴)

۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۰- اگر α و β جواب‌های معادله $x^3 - 6x^2 - 1 = 0$ باشند، مقدار $\alpha^2 + 3\alpha + \beta^2$ چقدر است؟

۸/۵ (۲)

۹/۵ (۱)

۶/۵ (۴)

۷/۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، ۱۳۹۵۰۸۰۷ -

۱۱۱- مثلثی دلخواه را به شانزده مثلث همنهشت تقسیم می‌کنیم. محیط هر یک از این شانزده مثلث، چند برابر محیط مثلث

اولیه است؟

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{8}$ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{16}$ (۳)

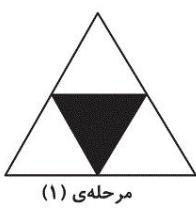
شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- مثلث متساوی‌الاضلاعی به مساحت واحد مفروض است. وسطهای اضلاع را به هم وصل می‌کنیم و مثلثهای میانی را سیاه می‌کنیم و این فرایند را

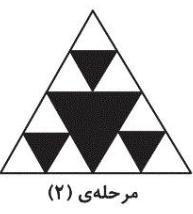
مطابق شکل ادامه می‌دهیم. مجموع مساحت‌های مثلثهای سیاه در مرحله‌ی چهارم کدام است؟



مرحله‌ی (صفر)



مرحله‌ی (۱)



مرحله‌ی (۲)

$\frac{81}{256}$ (۲)

$\frac{37}{64}$ (۱)

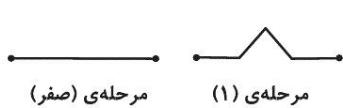
$\frac{175}{256}$ (۴)

$\frac{101}{128}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- مطابق شکل زیر، پاره‌خط میانی را حذف می‌کنیم، آن را به سه قسمت متساوی تقسیم می‌کنیم و روی قسمت میانی، یک مثلث متساوی‌الاضلاع بنا

می‌کنیم و سپس پاره‌خط میانی را حذف می‌کنیم، این فرایند را ادامه می‌دهیم، در مرحله‌ی چهارم طول شکل حاصل چقدر خواهد شد؟



مرحله‌ی (صفر)



مرحله‌ی (۱)

۷۶/۸ (۲)

۲۵/۶ (۱)

۵۷/۶ (۴)

۱۹/۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- در یک چندضلعی محدب، همهی قطرهایی را که از سه رأس مشخص و دویدهای غیر مجاور می‌گذرند رسم کردہایم. اگر تعداد آنها برابر ۳۳ باشد، از هر

رأس این چندضلعی چند قطر می‌گذرد؟

۱۲) ۲

۱۱) ۱

۱۵) ۴

۱۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اندازهی همهی زاویه‌های یک چندضلعی محدب بهجز یکی از آنها 150° است. کمترین تعداد قطر ممکن برای این چندضلعی محدب کدام است؟

۲۷) ۲

۲۰) ۱

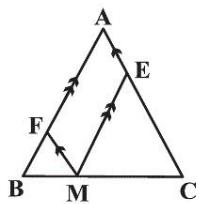
۳۵) ۴

۱۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC ، از نقطه‌ی M روی ضلع BC خطوطی موازی AB و AC رسم می‌کنیم تا آنها را در E و F قطع کند. اگر

مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع برابر $\sqrt{3}$ باشد، محیط چهارضلعی $AEMF$ چقدر است؟



۴) ۲

۲) ۱

$2\sqrt{3}$ ۴

$4\sqrt{2}$ ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- قطر یک مستطیل با ضلع آن زاویه 15° می‌سازد و نقطه‌ای روی طول آن، به فاصله ۳ و ۵ واحد از قطرهایست. مساحت این مستطیل کدام است؟

۲۸۹) ۲

۲۱۶) ۱

۲۲۵) ۴

۲۵۶) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- از برخورد نیمسازهای داخلی یک چهارضلعی، یک مستطیل پدید آمده است. نوع چهارضلعی اولیه، لزوماً کدام است؟

۲) مستطیل

۱) لوزی

۴) غیرمشخص

۳) متوازی‌الاضلاع

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- در مثلثی به اضلاع ۸، ۱۰ و ۱۲ نیمساز داخلی بزرگ‌ترین زاویه را رسم می‌کنیم. نسبت مساحت‌های دو مثلث پدید آمده کدام است؟

$\frac{2}{5}$ ۲

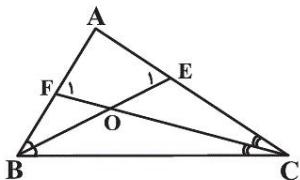
$\frac{3}{5}$ ۱

$\frac{6}{5}$ ۴

$\frac{4}{5}$ ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- در شکل زیر، نیمسازهای زاویه‌های B و C یکدیگر را در نقطه‌ی O قطع کرده‌اند. اگر $CO > BO$ آن‌گاه کدامیک از نتیجه‌گیری‌های زیر لزوماً درست نیست؟



$$AC > AB \quad (2)$$

$$\hat{B} > \hat{C} \quad (1)$$

$$FO > OE \quad (4)$$

$$\hat{F}_1 > \hat{E}_1 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، - ۱۳۹۵۰۸۰۷

۱۳۱- کدامیک از گزینه‌های زیر، بیانگر استدلال استقرایی است؟

(۱) شعر طوطی و بقال

(۲) شخصی با دیدن چند فرد چشم آبی از روستایی، نتیجه گرفته است که «رنگ چشمان تمامی افراد روستا آبی است.»

(۳) گذشتگان تصور می‌کردند که «خورشید به دور زمین می‌چرخد.»

(۴) مجموع زوایای داخلی هر مثلث 180° است.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- نامساوی $n! < n^P$ براساس اصل استقرای ریاضی تعیین یافته به‌ازای اعداد طبیعی $n \geq 5$ برقار است. کدام است؟

$$n \quad (2)$$

$$n-1 \quad (1)$$

$$n+2 \quad (4)$$

$$n+1 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- اگر x گویا و y گنگ باشد، کدامیک از عبارات زیر حتماً گنگ است؟

$$x+y^2 \quad (2)$$

$$xy \quad (1)$$

$$x+y \quad (4)$$

$$x^2+y^2 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- کدامیک از مثال‌های زیر کلیت حکم «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع حداقل دو عدد طبیعی متولی نوشت» را نقض می‌کند؟

$$15 \quad (2)$$

$$12 \quad (1)$$

$$33 \quad (4)$$

$$22 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- کدامیک از احکام زیر همواره درست است؟

(۱) اگر a گنگ باشد، $(a-1)^2$ عددی گویا است.

(۲) $f(n) = n^2 + n + 41$ بنازی هر عدد طبیعی n ، عددی اول است.

(۳) بنازی هر دو عدد حقیقی a و b داریم: $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

(۴) بنازی هر عدد طبیعی n داریم: $(1+\frac{1}{n})^n \geq 2$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- چه تعداد از احکام زیر همواره درست است؟

الف) اگر x^2 عددی گویا باشد آن‌گاه x گویا است.

ب) اگر x و y دو عدد اول غیرمتولی باشند، آن‌گاه $x+y$ مرکب است.

پ) هر مستطیلی مریع است.

$$1 \quad (2)$$

$$1 \quad (صفر)$$

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- اگر مجموع مربعات n عدد طبیعی متواالی با شروع از یک، برابر $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ باشد، حاصل $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2$ کدام است؟

۴۷۴۰ (۲)

۴۹۶۰ (۱)

۲۰۲۴ (۴)

۱۵۴۰ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- در اثبات حکم $(n+1) > \binom{n}{2}$ به کمک استقرای ریاضی بهازای اعداد طبیعی $n > m$ ، کوچکترین مقدار طبیعی m کدام است و به کدام نامساوی بدیهی زیر می‌رسیم؟

$$2^{k+1} > k, m = 5 \quad (۲)$$

$$2^k > k+2, m = 5 \quad (۱)$$

$$2^{k+1} > k, m = 4 \quad (۴)$$

$$2^k > k+2, m = 4 \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- اگر x عدد صحیح فرد و y عدد صحیح زوج باشد، آن‌گاه بزرگ‌ترین عدد طبیعی که $-1 - x - y$ همواره بر آن بخش‌پذیر است، کدامیک از اعداد زیر می‌باشد؟

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۶ (۴)

۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- اگر $f(n) = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n}$ ، آن‌گاه در اثبات حکم $\frac{13}{24} > f(n)$ ، کدام رابطه‌ی بدیهی به کار می‌رود؟

$$\frac{1}{2(k+1)^2} \geq 0 \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2(k+1)^2} \leq 1 \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2(k+1)(2k+1)} \geq 0 \quad (۴)$$

$$\frac{1}{2(k+1)(2k+1)} \leq 1 \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، - ۱۳۹۵۰۸۰۷

۱۰۱- بعضی از جمله‌های دنباله‌های حسابی زیر مساوی یکدیگرند. مجموع ده جمله‌ی اول از این جمله‌های مساوی کدام است؟

$$\begin{cases} 17, 21, 25, 29, \dots \\ 16, 21, 26, 31, \dots \end{cases}$$

۱۱۰۱ (۲)

۱۱۰۰ (۱)

۱۱۱۰ (۴)

۱۰۱۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $(x)f(x) - 1 - x - 2x^2$ بر $g(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم 3 و 1 به ترتیب (۱) کدام است؟

$7 - 4x$ (۲)

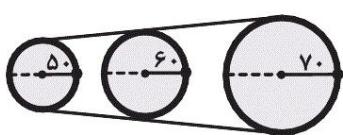
$11 - 9x$ (۱)

$11 + 9x$ (۴)

$7 + 4x$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- نوار نقاله‌ای در یک کارخانه بهوسیله‌ی سه غلتک به شعاع‌های 50 ، 60 و 70 سانتی‌متر به حرکت درمی‌آید. اگر در لحظه‌ی روشن شدن نقاله سه علامت به صورت زیر در یک راستا باشند، پس از شروع حرکت، در لحظه‌ای که غلتک‌ها برای اولین بار به وضعیت فعلی برسند، غلتک بزرگ چند دور زده است؟



۴۲ (۱)

۳۵ (۲)

۳۰ (۳)

۲۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عبارت $A = x^3 - 3x^2 + 5x - 6$ و $B = x^3 - x^2 - x - 2$ را در نظر می‌گیریم. مجموع ضرایب آن کدام است؟

-۱ (۲)

۱ (۱)

-۳ (۴)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- معادله $x^2 + (a+4)x - 3\beta = 0$ مفروض است. اگر α و β جواب‌های این معادله باشند، آن‌گاه مجموع مربعات جواب‌های آن کدام می‌تواند باشد؟

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

۱۳ (۴)

۱۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- مجموعه مقادیر a کدام باشد تا معادله $x^4 + (3a+1)x^2 + (a^2 - 1) = 0$ دارای دو جواب قرینه باشد؟

$\{a \in \mathbb{R} \mid -1 < a < 1\}$ (۲)

$\left\{-\frac{1}{3}\right\}$ (۱)

\emptyset (۴)

$\{a \in \mathbb{R} \mid a < -1 \cup a > 1\}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی هندسی به صورت $a_n = \frac{2^{2-n}}{3}$ است. مجموع پنج جمله‌ی اول این دنباله، چند برابر مجموع ده جمله‌ی اول آن است؟

$\frac{32}{33}$ (۲)

$\frac{33}{32}$ (۱)

$\frac{1}{32}$ (۴)

$\frac{32}{33}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- مجموع ضرایب عددی بسط $(x-3)^n$ ، ۲۵۶ برابر مجموع ضرایب عددی بسط $(3x-1)^n$ است. n کدام است؟

۷ (۲)

۸ (۱)

۶ (۴)

۹ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- نسبت بزرگ‌ترین ضریب در بسط $(x+y)^{10}$ به بزرگ‌ترین ضریب در بسط $(x+y)^{11}$ کدام است؟

$\frac{6}{11}$ (۲)

$\frac{5}{11}$ (۱)

$\frac{8}{11}$ (۴)

$\frac{7}{11}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- عبارت $x^3 + 1$ بر کدام‌یک از عبارت‌های زیر بخش‌پذیر نیست؟

$x^6 + 1$ (۲)

$x^5 + 1$ (۱)

$x^4 + 1$ (۴)

$x^{10} + 1$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه-۲- سوالات موازی ، - ۱۳۹۵۰۸۰۷

۱۲۱- در فرایند ساخت برف دانه‌ی کخ، تعداد پاره‌خط‌ها در مرحله‌ی پنجم چند برابر تعداد پاره‌خط‌ها در مرحله‌ی دوم است؟



مرحله‌ی (صفر)



مرحله‌ی (۱)

...

۱۲۸ (۲)

۶۴ (۱)

۸۱ (۴)

۲۷ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- مثلثی دلخواه را به شانزده مثلث همنهشت تقسیم می‌کنیم. محیط هر یک از این شانزده مثلث، چند برابر محیط مثلث اولیه است؟

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{8}$ (۱)

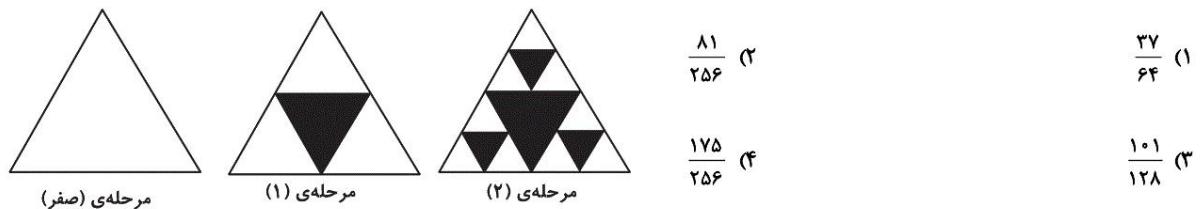
$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{16}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- مثلث متساوی‌الاضلاعی به مساحت واحد مفروض است. وسطهای اضلاع را به هم وصل می‌کنیم و مثلثهای میانی را سیاه می‌کنیم و این فرایند را

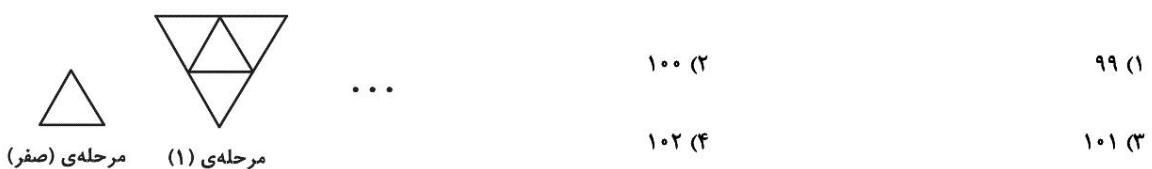
مطلوب شکل ادامه می‌دهیم. مجموع مساحت‌های مثلثهای سیاه در مرحله‌ی چهارم کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- مثلثی را در نظر بگیرید (مرحله‌ی صفر)، مطابق شکل از هر رأس، خطی به موازات ضلع مقابل آن رسم کنید و نقاط تقاطع این ۳ خط را به هم وصل

کرده تا یک مثلث بزرگ‌تر ایجاد شود (مرحله‌ی یک). با تکرار فرایند فوق در کدام مرحله تعداد کل مثلث‌ها برابر 405 خواهد شد؟



شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- مطابق شکل زیر، پاره‌خطی به طول $8/1$ را در نظر گرفته، آن را به سه قسمت متساوی تقسیم می‌کنیم و روی قسمت میانی، یک مثلث متساوی‌الاضلاع با

می‌کنیم و سپس پاره‌خط میانی را حذف می‌کنیم. این فرایند را ادامه می‌دهیم، در مرحله‌ی چهارم طول شکل حاصل چقدر خواهد شد؟

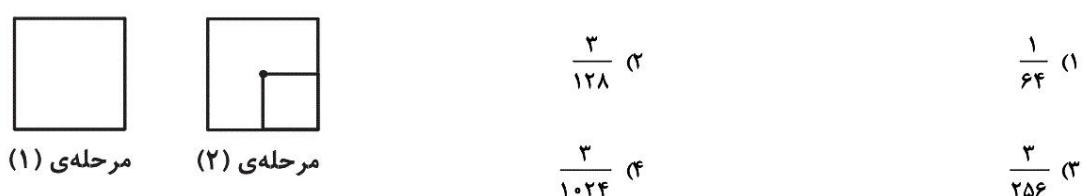


شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- مربعی را در نظر می‌گیریم (مرحله‌ی یک). مطابق شکل، از مرکز مربع به وسط دو ضلع مجاور وصل می‌کنیم تا مربع کوچک‌تر حاصل شود(مرحله‌ی دو).

این کار را به همین ترتیب روی مربع کوچک‌تر تکرار می‌کنیم. اختلاف بین مساحت کوچک‌ترین مربع‌های ایجاد شده در پایان مراحل چهارم و پنجم چند

برابر مساحت مربع مرحله‌ی (۱) است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- در یک چندضلعی محدب، همه‌ی قطرهایی را که از سه رأس مشخص و دویه‌دو غیر مجاور می‌گذرند رسم کردہ‌ایم. اگر تعداد آن‌ها برابر 33 باشد، از هر

رأس این چندضلعی چند قطر می‌گذرد؟

۱۲ (۲) ۱۱ (۱)

۱۵ (۴) ۱۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- اندازه‌ی هر زاویه داخلی یک چندضلعی منتظم، از اندازه‌ی هر زاویه خارجی آن 120° بیشتر است. این چندضلعی چند قطر دارد؟

۴۴ (۲)

۳۵ (۱)

۶۵ (۴)

۶۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- از هر رأس یک چندضلعی محدب، n قطر رسم می‌شود. مجموع زاویه‌های داخلی این چندضلعی کدام است؟

$180^\circ(n-3)$ (۲)

$180^\circ(n-2)$ (۱)

$180^\circ(n+1)$ (۴)

$180^\circ(n-5)$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- اندازه‌ی همه‌ی زاویه‌های یک چندضلعی محدب به‌جز یکی از آن‌ها 150° است. کمترین تعداد قطر ممکن برای این چندضلعی محدب کدام است؟

۲۷ (۲)

۲۰ (۱)

۳۵ (۴)

۱۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، - ۱۳۹۵۰۸۰۷

۷۱- نمودار تابع درجه‌ی دوم $f(x) = ax^2 + bx + c$ از طرف بالا بر محور x ها مماس شده است، طول نقطه‌ی تماس کدام است؟

$\frac{-1}{2}$ (۲)

-۲ (۱)

۲ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۲- معادله‌ی $x^2 - 2x - 2 + \sqrt{4x - 3} = 0$ از نظر تعداد جواب‌ها، چگونه است؟
(۱) یک جواب دارد.
(۲) دو جواب هم‌علامت دارد.
(۳) جواب ندارد.
(۴) دو جواب با علامت مخالف دارد.

شما پاسخ نداده اید

۷۳- عبارت $a + b\sqrt{x^2 + 4ax^2 + 2bx + 1}$ بر $x^2 - 4$ بخش‌پذیر است. $a + b$ کدام است؟
 $a = \frac{17}{16}$ (۲) $a = \frac{15}{8}$ (۱)
 $b = \frac{15}{8}$ (۴) $b = \frac{17}{16}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۴- معادله‌ی $\frac{3}{m+2} + \frac{2}{m} = \frac{4m-4}{m^2-4}$ چند جواب دارد؟
(۱) صفر
(۲) یک
(۳) دو
(۴) سه

شما پاسخ نداده اید

۷۵- اگر یکی از جواب‌های معادله $x(ax^2 - x - 5) = 2$ برابر ۲ باشد، مجموع دو جواب دیگر آن کدام است؟

$$\frac{-3}{4} \quad (2)$$

-۲ (۱)

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

\frac{1}{2} (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۶- در بسط عبارت $(1 - \frac{x}{2})^3$ ، ضریب جمله‌ی شامل x^3 کدام است؟

$$-6 \quad (2)$$

-۷ (۱)

$$-3 \quad (4)$$

\frac{7}{2} (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۷- در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع بیست جمله‌ی اول سه برابر مجموع دوازده جمله‌ی اول آن است. اگر جمله‌ی سوم برابر ۶ باشد، جمله‌ی دهم کدام است؟

$$38 \quad (4)$$

$$36 \quad (3)$$

$$34 \quad (2)$$

۳۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۷۸- به ازای کدام مقدار m ، عدد $\sqrt{2}$ واسطه‌ی هندسی بین جواب‌های حقیقی معادله $mx^2 - 5x + m^2 = 0$ است؟

$$-1 \quad (2)$$

۱ (۱)

$$-3 \quad (4)$$

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۷۹- برای محافظت از تابش‌های مضر مواد رادیوакتیو لایه‌هایی محافظتی ساخته شده است که شدت تابش‌ها پس از عبور از آنها نصف می‌شود. حداقل چند لایه باید استفاده کنیم تا شدت تابش حداقل ۹۹ درصد کاهش یابد؟

$$6 \quad (2)$$

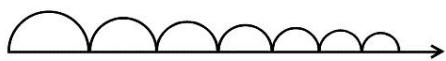
۵ (۱)

$$8 \quad (4)$$

۷ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۰- موجی بر روی نیم‌دایره‌های بالای یک محور حرکت می‌کند. با قطر اولیه‌ی ۱ واحد، هر بار که به محور برخورد کند ۲۰ درصد از طول قطر آن کاسته می‌شود، اندازه‌ی محیط این نیم‌دایره‌های متواالی دنباله‌ی اعداد حقیقی است، مجموع جملات این دنباله کدام است؟



$$4\pi \quad (2)$$

۲\pi (۱)

$$\frac{5}{2}\pi \quad (4)$$

\frac{3}{2}\pi (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان گواه-سوالات موازی ، - ۱۳۹۵۰۸۰۷

۹۱- در معادله $x^3 - 8x + m = 0$ یک جواب از نصف جواب دیگر ۵ واحد بیشتر است. m کدام است؟

$$12 \quad (2)$$

۱۰ (۱)

$$15 \quad (4)$$

۱۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۲- اگر α و β ریشه‌های معادله $x(5x + 3) = 2$ باشند، به ازای کدام مقدار k مجموعه جواب‌های معادله

$$\left\{ \frac{1}{\alpha^2}, \frac{1}{\beta^2} \right\} \text{ است؟}$$

$$28 \quad (2)$$

۲۷ (۱)

$$31 \quad (4)$$

۲۹ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۳- عبارت $x^4 + 4ax^2 + 2bx + 1$ بر $x^2 - 4$ بخش‌پذیر است. کدام است؟

$\frac{17}{16}$ (۲) $\frac{15}{8}$ (۱)
 $\frac{15}{8}$ (۴) $\frac{17}{16}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر n عدد صحیح و مثبتی باشد، ضریب x^n در بسط دو جمله‌ای $(1+x)^{2n}$ کدام است؟

$\frac{(2n+1)!}{(n!)^2}$ (۲) $\frac{(2n+1)!}{((n+1)!)^2}$ (۱)
 $\frac{(2n)!}{(n!)^2}$ (۴) $\frac{(2n)!}{((n+1)!)^2}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۵- اگر یکی از جواب‌های معادله $2x(ax^2 - x - 5) = 2$ باشد، مجموع دو جواب دیگر آن کدام است؟

$\frac{-3}{2}$ (۲) -2 (۱)
 $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{1}{2}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۶- در بسط عبارت $\left(1 - \frac{x}{2}\right)^8$ ، ضریب جمله‌ی شامل x^3 کدام است؟

-6 (۲) -7 (۱)
 -3 (۴) $\frac{7}{2}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۷- در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع بیست جمله‌ی اول سه برابر مجموع دوازده جمله‌ی اول آن است. اگر جمله‌ی سوم برابر ۶ باشد، جمله‌ی دهم کدام است؟

۳۸ (۴) ۳۶ (۳) ۳۴ (۲) ۳۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۸- به ازای کدام مقدار m ، عدد $\sqrt{2}$ واسطه‌ی هندسی بین جواب‌های حقیقی معادله $mx^2 - 5x + m^2 = 0$ است؟

-1 (۲) ۱ (۱)
-3 (۴) ۳ (۳)

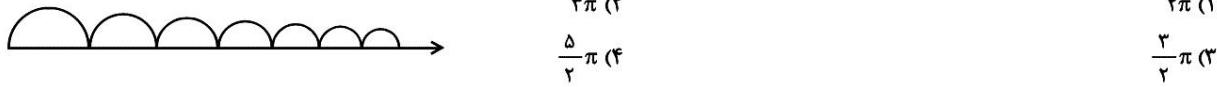
شما پاسخ نداده اید

۹۹- برای محافظت از تابش‌های مضر مواد رادیوакتیو لایه‌هایی محافظتی ساخته شده است که شدت تابش‌ها پس از عبور از آنها نصف می‌شود. حداقل چند لایه باید استفاده کنیم تا شدت تابش حداقل ۹۹ درصد کاهش یابد؟

۶ (۲) ۵ (۱)
۸ (۴) ۷ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- موجی بر روی نیم‌دایره‌های بالای یک محور حرکت می‌کند. با قطر اولیه‌ی ۱ واحد، هر بار که به محور برخورد کند ۲۰ درصد از طول قطر آن کاسته می‌شود، اندازه‌ی محیط این نیم‌دایره‌های متوالی دنباله‌ی اعداد حقیقی است، مجموع جملات این دنباله کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، - ۱۳۹۵۰۸۰۷

-۸۱

(فریدون ساعتی)

جملات $17, 21, 25, 29, \dots$ یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت $d_1 = 4$ و جملات $16, 21, 26, 31$ یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت $d_2 = 5$ است، بنابراین جملات مشترک این دو دنباله، یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت $d = [4, 5] = 20$ است.

$21, 41, 61, \dots$: دنباله‌ی جملات مشترک

حال مجموع ده جمله‌ی اول دنباله‌ی جملات مشترک را به دست می‌آوریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$\Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}(2(21) + (10-1)20)$$

$$\Rightarrow S_{10} = 5(222) = 1110$$

(حسابان - صفحه‌های ۲ تا ۶ و ۱۵ تا ۱۸)

۴✓

۳

۲

۱

-۸۲

(علی یوسفی)

$$x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow f(1)=3 \quad \text{و} \quad x-2=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow f(2)=-1$$

فرض می‌کنیم باقی‌مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر $x^2 - 3x + 2$ برابر $ax + b$ باشد، آن‌گاه:

$$\Rightarrow x^2 f(x) - 2x + 1 = (x^2 - 3x + 2)Q(x) + (ax + b)$$

$$\left. \begin{array}{l} x=1 \Rightarrow f(1)-2+1=a+b \Rightarrow a+b=2 \\ x=2 \Rightarrow 4f(2)-4+1=4a+b \Rightarrow 4a+b=-1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a=-9 \\ b=11 \end{array} \right.$$

(حسابان، صفحه‌های ۶ تا ۸) پس باقی‌مانده $R(x) = -9x + 11$ است.

۴

۳

۲

۱✓

کافیست ک.م.م. اعداد را بیابیم:

$$\left. \begin{array}{l} 50 = 5^2 \times 2 \\ 60 = 2^2 \times 3 \times 5 \\ 70 = 2 \times 5 \times 7 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{ک.م.م.} = 2^2 \times 5^2 \times 3 \times 7 = 2100$$

۴

۳✓

۲

۱

(محمدطاهر شاععی)

-۸۴

برای یافتن ب.م.م دو عبارت $A = x^3 - 3x^2 + 5x - 6$ و $B = x^3 - x^2 - x - 2$ ، دو عبارت را از یکدیگر کم می‌کنیم تا عبارتی از درجه‌ی ۲ به دست آید:

$$\begin{aligned} & x^3 - x^2 - x - 2 - x^3 + 3x^2 - 5x + 6 \\ & = 2x^2 - 6x + 4 = 2(x-1)(x-2) \end{aligned}$$

$x = 2$ در هر دو عبارت A و B صدق می‌کند. اگر عبارت‌های A و B را بر $x-2$ تقسیم کنیم، خارج قسمت به ترتیب برابر با $x^2 - x + 3$ و $x^2 + x + 1$ می‌شود که در این عبارت‌های درجه دوم $\Delta < 0$ است و غیرقابل تجزیه هستند. پس ب.م.م عبارت‌های A و B ، $x-2$ است، که مجموع ضرایب آن عدد ۱ است.

(مسابان-صفحه‌های ۶ تا ۸ و ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲✓

۱

با به فرض α و β جواب‌های معادله $x^2 + (\alpha + 4)x - 3\beta = 0$

هستند، پس:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = -(\alpha + 4) & (*) \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = -3\beta \Rightarrow \begin{cases} \beta = 0 & (1) \\ \alpha = -3 & (2) \end{cases} \end{cases}$$

$$(1) \beta = 0 \xrightarrow{(*)} 2\alpha = -4 \Rightarrow \alpha = -2 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 4$$

$$(2) \alpha = -3 \xrightarrow{(*)} -3 + \beta = 3 - 4$$

$$\Rightarrow \beta = 2 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 4 + 4 = 13$$

که عدد ۱۳ در گزینه‌ها موجود است.

(مسابان - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱

$$\frac{c}{a} < 0 \Rightarrow a^2 - 1 < 0 \Rightarrow -1 < a < 1$$

حالت دیگر آن است که معادله بر حسب t ، فقط یک جواب داشته باشد و این جواب مثبت باشد به عنوان تمرین ثابت کنید که این حالت در این سؤال امکان‌پذیر نیست.

(مسابان - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱

(امیرحسین افشار)

-۸۷

$$y = x^2 + 4x \xrightarrow{\text{رأس}} x_s = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{2(1)} = -2$$

$$\xrightarrow{\text{صدق در تابع}} y_s = (-2)^2 + 4(-2) = 4 - 8 = -4$$

بنابراین رأس منحنی $(-2, -4)$ است و چون خط $y = mx + 2$ از آن می‌گذرد، مختصات نقطه در معادله آن صدق می‌کند.

$$y_s = mx_s + 2 \Rightarrow -4 = -2m + 2$$

$$\Rightarrow -6 = -2m \Rightarrow m = 3$$

(مسابان - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱

(محمد طاهر شعاعی)

$$\frac{1}{x+2} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} \Rightarrow \frac{1}{x+2} = \frac{2x+1}{x^2+x}$$

$$\xrightarrow{x \neq 0, -1, -2} x^2 + x = 2x^2 + x + 4x + 2$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \pm \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4$$

(مسابان - صفحه های ۲۳ تا ۳۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(قاسم کتابچی)

اگر مجموع ۲ مقدار نامنفی برابر صفر باشد، تک تک عبارت ها برابر صفرند.

$$x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

فقط $x = 1$ عبارت $x^2 - 2x - 2 - 4x^3$ را صفر می کند. پس معادله صورت سؤال فقط یک جواب دارد.

(مسابان - صفحه های ۲۳ تا ۳۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(ایمان نفستین)

$$2x^2 - 6x - 1 = 0 \xrightarrow{x=\beta} 2\beta^2 - 6\beta - 1 = 0$$

$$\Rightarrow 2\beta^2 = 6\beta + 1 \Rightarrow \beta^2 = 3\beta + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \beta^2 + 3\alpha = 3\beta + \frac{1}{2} + 3\alpha = 3(\alpha + \beta) + \frac{1}{2}$$

$$= 3\left(\frac{-(-6)}{2}\right) + \frac{1}{2} = 3(3) + \frac{1}{2} = 9/5$$

(مسابان - صفحه های ۱۵ تا ۱۷)

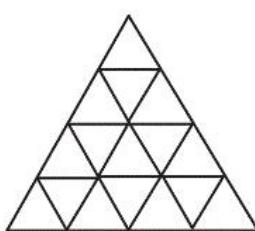
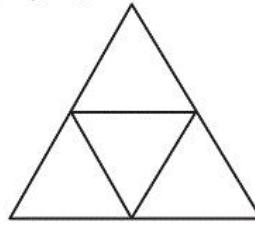
۴

۳

۲

۱ ✓

(سامان اسپورت)



در مرحله‌ی اول طول ضلع هر مثلث همنهشت $(\frac{1}{2})$ طول ضلع مثلث اولیه و

در مرحله‌ی دوم طول ضلع هر مثلث همنهشت $(\frac{1}{4})$ طول ضلع مثلث اولیه

است. بنابراین محیط هر مثلث در مرحله دوم $(\frac{1}{4})$ محیط مثلث اولیه است.

(هنرمه-صفحه‌های ۲ تا ۶)

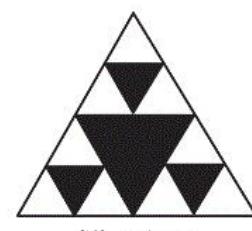
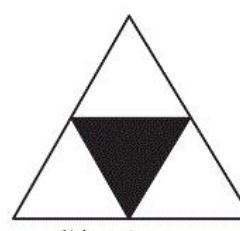
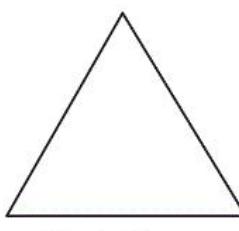
۴

۳

۲ ✓

۱

(محمد فدراو)



مرحله‌ی (صفر)

مرحله‌ی (۱)

مرحله‌ی (۲)

مجموع مساحت مثلث‌های سفید در مرحله‌ی n آم، $\frac{3^n}{4}$) برابر مساحت

مثلث اولیه است، پس در مرحله‌ی چهارم مجموع مساحت‌های مثلث‌های

ساخه خورده برابر است با:

$$1 - \left(\frac{3}{4}\right)^4 = 1 - \frac{81}{256} = \frac{175}{256}$$

(هنرمه-صفحه‌های ۲ تا ۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$= \text{طول شکل حاصل در مرحله} چهارم = \frac{4}{3} \times 8/1$$

$$= \frac{256}{81} \times 8/1 = 25/6$$

(هنرسه‌ی ۲ - صفحه‌های ۱ و ۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۱۴

(حسین هابیلو)

سه رأس A، C و D دو به دو غیر مجاورند. از

رأس A، (n-۳) قطر و از رأس C

قطر متمایز با اقطار رسم شده (n-۴)

می‌توان رسم کرد؛ زیرا قطر CA و AC یکی

محسوب می‌شوند. همچنین از رأس

(n-۵)، D قطر متمایز جدید می‌گذرد؛

زیرا DC و DA تکرار می‌شوند.

$$(n-3)+(n-4)+(n-5)=33 \Rightarrow n=15$$

از هر رأس یک پانزدهضلعی محدب ۱۵-۳=۱۲ قطر می‌گذرد.

(هنرسه‌ی ۲ - صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\underbrace{180^\circ + 180^\circ + \dots + 180^\circ}_{(n-1) \text{ مرتبه}} + x = (n-2) \times 180^\circ$$

$$\Rightarrow 180^\circ(n-1) + x = (n-2) \times 180^\circ$$

$$\Rightarrow 180^\circ n - 180^\circ + x = 180^\circ n - 360^\circ \Rightarrow x = 30^\circ n - 210^\circ$$

x باید مثبت باشد پس $n > 7$ یا $n \geq 8$. پس کمترین تعداد ضلع

برای این چندضلعی برابر ۸ و تعداد قطرهای آن $= 20$ است.

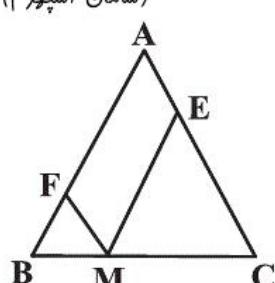
(هنرمههای ۹ و ۱۰ - صفحه های ۲۴)

۱

۲

۳

۱✓



(سامان اسپورت ۳۰)

چهارضلعی AEMF یک متوازیالاضلاع است
و مثلثهای MFB و MEC متساویالاضلاع،
 $ME + MF = AB$ بنابراین

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = 2$$

$$ME + MF = a \Rightarrow AEMF \text{ محیط} = 2a = 4$$

(هنرمههای ۱۰ و ۱۱ - صفحه های ۲۴)

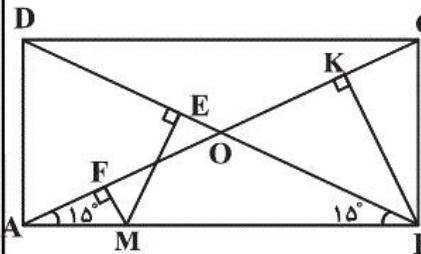
۱

۲

۳

۱✓

(محمد طاهر شعاعی)

مثلث OAB متساوی الساقین است.

زیرا در مستطیل قطرها برابرند و یک دیگر را نصف می‌کنند. بنا به فرض $MF = 3$ و $ME = 5$ است. می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه روی قاعده مثلث متساوی الساقین از اضلاعش برابر ارتفاع وارد بر ساق است. پس:

$$BK = ME + MF = 5 + 3 = 8$$

مثلث ABC قائم الزاویه با زاویه 15° است، پس ارتفاع وارد بر وتر آن

$$\frac{1}{4}$$
 وتر است.

$$BK = \frac{AC}{4} \Rightarrow AC = 4 \times 8 = 32$$

$$S(ABCD) = 2S(\triangle ABC) = 2 \times \frac{1}{2} \times BK \times AC$$

$$= 8 \times 32 = 256$$

(هنر سه - ۲۰۱۳ - صفحه ۱۲)

۴

۳✓

۲

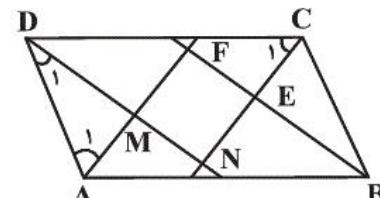
۱

(محمد ابراهیم گیتی زاده)

$$\hat{A} \text{ نیمساز } AF \Rightarrow \hat{A}_1 = \frac{1}{2}\hat{A}$$

$$\hat{D} \text{ نیمساز } DN \Rightarrow \hat{D}_1 = \frac{1}{2}\hat{D}$$

$$\Rightarrow \hat{AMD} : \hat{M} = 90^\circ, \frac{1}{2}\hat{A} + \frac{1}{2}\hat{D} = 90^\circ \Rightarrow \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ$$

به همین طریق، با استفاده از مثلث DNC و نیمسازهای CN و DN

۴

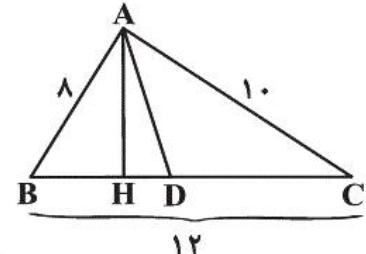
۳✓

۲

۱

نیمساز داخلی بزرگ‌ترین زاویه بر بزرگ‌ترین ضلع مثلث وارد می‌شود.

$$\begin{cases} S(\Delta ABD) = \frac{1}{2} AH \cdot BD \\ S(\Delta ADC) = \frac{1}{2} AH \cdot DC \end{cases} \quad \xrightarrow{\div}$$



$$\frac{S(\Delta ABD)}{S(\Delta ADC)} = \frac{\frac{1}{2} AH \cdot BD}{\frac{1}{2} AH \cdot DC} = \frac{BD}{DC} \quad (1)$$

می‌دانیم نیمساز داخلی هر زاویه، ضلع مقابلش را به نسبت دو ضلع مجاورش تقسیم می‌کند:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \quad (2)$$

$$\frac{S(\Delta ABD)}{S(\Delta ADC)} = \frac{BD}{DC} = \frac{4}{5}$$

(۱)، (۲) \rightarrow هندسه - ۳ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴

۴

۳✓

۲

۱

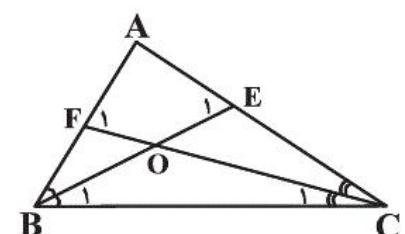
(مسنون محمد کریمی)

-۱۲۰

$$CO > BO \Rightarrow \hat{B}_1 > \hat{C}_1 \Rightarrow \frac{\hat{B}}{2} > \frac{\hat{C}}{2} \Rightarrow \hat{B} > \hat{C}$$

$$\Rightarrow AC > AB$$

$$\begin{cases} \hat{E}_1 = \hat{C} + \frac{\hat{B}}{2} \\ \hat{F}_1 = \hat{B} + \frac{\hat{C}}{2} \end{cases} \xrightarrow{\hat{B} > \hat{C}} \hat{F}_1 > \hat{E}_1$$



پس عبارت‌های گزینه‌های «۱» تا «۳» درست و جواب تست، گزینه‌ی «۴» است.

(هندسه - ۳ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۳۱

(عزمی الله علی اصلخفری)

روش نتیجه‌گیری کلی بر مبنای مجموعه‌ی محدودی از مشاهدات، استدلال استقرایی نام دارد، بنابراین استدلال مربوط به گزینه‌ی ۲، استدلال استقرایی است. در گزینه‌ی ۱، استدلال قیاسی یا تمثیلی، در گزینه‌ی ۳، درک شهودی و در گزینه‌ی ۴، استدلال استنتاجی به کار رفته است.

(ببرو احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۱ تا ۳ و ۱۷ تا ۱۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۱۳۲

(امیرحسین ابومنوب)

اگر $P = n + 1$ باشد، آن‌گاه نامساوی به صورت $n! < 2^{n+1}$ در می‌آید که به‌ازای $n \geq 5$ برقرار است، در حالی که اگر $P = n$ باشد، نامساوی $n! < 2^n$ به‌ازای $n \geq 6$ و اگر $P = n + 2$ باشد، نامساوی $n! < 2^{n+2}$ به‌ازای $n \geq 4$ برقرار است. همچنین به ازای $P = n - 1$ نامساوی $n! < 2^{n-1}$ به‌ازای $n \geq 3$ برقرار است.

(ببرو احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۱۳۳

(سامان اسپهور)

$x = 0$ و $y = \sqrt{2}$ مثال نقض برای گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» می‌باشد.

(ببرو احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۱۳۴

(ماهده کردستانی)

$$12 = 3 + 4 + 5$$

$$15 = 2 + 8$$

$$33 = 10 + 11 + 12$$

مجموع چند عدد طبیعی متوالی هیچ‌گاه به صورت 2^n نوشته نمی‌شود.

(ببرو احتمال - استدلال ریاضی - مشابه مثال ۶ - صفحه‌ی ۱۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۱۳۵

(رضی عباسی اصل)

به‌ازای $a = \sqrt[3]{2}$ ، $a^2 - 1$ عددی گویا نیست. پس گزینه‌ی «۱» نادرست است، به‌ازای $f(n)$ عددی اول نیست، زیرا:

$$f(41) = 41^3 + 41 + 41 = 41(41+1+1) = 41 \times 43$$

پس گزینه‌ی «۲» همواره برقرار نیست.

گزینه‌ی «۳» زمانی برقرار است که $a, b \geq 0$ باشند.

گزینه‌ی «۴» همواره برقرار است. بنابر تمرین ۷ صفحه‌ی ۱۲ کتاب درسی به‌ازای هر n ، رابطه‌ی $(1+x)^n \geq 1 + nx$ برقرار است. حال بنا

به فرض $\frac{1}{n} = x$ داریم:

$$(1+x)^n \geq 1 + nx \xrightarrow{x=\frac{1}{n}} (1+\frac{1}{n})^n \geq 1 + n \times \frac{1}{n} \Rightarrow (1+\frac{1}{n})^n \geq 2$$

(ببرو احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

- الف) $\sqrt{2}^2 = 2$ عددی گویاست در حالی که $\sqrt{2}$ عددی گنگ است.
 ب) ۲ و ۵ دو عدد اول غیرمتولای هستند ولی $2 + 5 = 7$ عددی اول است.
 پ) مستطیلی که طول و عرض آن برابر نباشد، مربع نیست.
 بنابراین هیچ کدام از احکام داده شده در حالت کلی برقرار نیست.

(بیرواهتمال- استدلال ریاضی- صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

$$\begin{aligned} 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \\ 12^2 + 14^2 + 16^2 + \dots + 30^2 &= 2^2(6^2 + 7^2 + \dots + 15^2) \\ &= 4[(1^2 + 2^2 + \dots + 15^2) - (1^2 + \dots + 5^2)] \\ &= 4\left[\frac{15 \times 16 \times 31}{6} - \frac{5 \times 6 \times 11}{6}\right] = 4740 \end{aligned}$$

(بیرواهتمال- استدلال ریاضی- تمرین ا (الف)- صفحه‌ی ۱۱)

 ۴ ۳ ۲ ✓ ۱

$$\begin{aligned} P(1) : 2^{\binom{1}{2}} &> 2! \quad \text{و تعريف نشده } 2! > 3! \quad \times \\ P(3) : 2^{\binom{3}{2}} &> 4! \quad \times \quad \text{و } P(4) : 2^{\binom{4}{2}} > 5! \quad \times \\ P(5) : 2^{\binom{5}{2}} &> 6! \quad \checkmark \end{aligned}$$

حکم به ازای $n \geq 5$ یا به عبارت دیگر به ازای $n > 4$ برقرار است.

$$P(k) : 2^{\binom{k}{2}} > (k+1)! \quad \text{فرض استقرانی}$$

$$P(k+1) : 2^{\binom{k+1}{2}} > (k+2)! \quad \text{حکم استقرانی}$$

طرفین فرض را در $(k+2)$ ضرب می‌کنیم:
 $2^{\binom{k}{2}} \times (k+2) > (k+2)!$

با مقایسه نتیجه‌ی به دست آمده و حکم می‌توان نتیجه گرفت:

$$2^{\binom{k+1}{2}} > 2^{\binom{k}{2}} \times (k+2) \Rightarrow 2^k > k+2$$

چون $k \geq 5$ است، پس عبارت بدیهی می‌باشد.

(بیرواهتمال- استدلال ریاضی- صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

(میرغفور باقری)

با توجه به این‌که x عددی فرد و y عددی زوج است، آن‌ها را به‌ترتیب به‌صورت $1 + 2k$ و $2k'$ فرض می‌نماییم. ($k, k' \in \mathbb{Z}$)

$$x + y = (2k + 1) + (2k') = 2(k + k') + 1 = 2t + 1 \quad (t \in \mathbb{Z})$$

$$(x + y)^2 - 1 = (2t + 1)^2 - 1$$

$$= 4t^2 + 4t = 4\underbrace{t(t+1)}_{2q} = 8q \quad (q \in \mathbb{Z})$$

توجه کنید که همواره حاصل ضرب هر دو عدد صحیح متوالی، مضرب ۲ است. (پیرواهتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)

۴

۳✓

۲

۱

(امیرحسین ابومنوب)

$$\text{به‌ازای } n = 2, \frac{1}{3} + \frac{1}{4} > \frac{13}{24} \text{ برقرار است.}$$

$$\frac{1}{k+1} + \frac{1}{k+2} + \dots + \frac{1}{2k} > \frac{13}{24} \quad \text{فرض استقرا}$$

$$\frac{1}{(k+1)+1} + \frac{1}{(k+1)+2} + \dots + \frac{1}{2(k+1)} > \frac{13}{24} \quad \text{حکم استقرا}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{k+2} + \frac{1}{k+3} + \dots + \frac{1}{2k} \right) + \frac{1}{2k+1} + \frac{1}{2k+2} > \frac{13}{24}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{k+1} + \frac{1}{k+2} + \frac{1}{k+3} + \dots + \frac{1}{2k} \right)$$

$$+ \frac{1}{2k+1} + \frac{1}{2k+2} - \frac{1}{k+1} > \frac{13}{24}$$

با توجه به این‌که عبارت داخل پرانتز (همان فرض استقرا) بزرگ‌تر از $\frac{13}{24}$

است، پس کافی است داشته باشیم: $\frac{1}{2k+1} + \frac{1}{2k+2} - \frac{1}{k+1} \geq 0$

با ساده‌کردن عبارت داریم:

$$\frac{2k+2 + 2k+1 - 2(2k+1)}{2(k+1)(2k+1)} \geq 0 \Rightarrow \frac{1}{2(k+1)(2k+1)} \geq 0$$

با توجه به مثبت‌بودن k ، رابطه‌ی اخیر بدیهی است.

(پیرواهتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۵ تا ۸)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۰۱

(فریدون ساعتی)

جملات ۱۷, ۲۱, ۲۵, ۲۹, ... یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت ۴ و جملات ۱۶, ۲۱, ۲۶, ۳۱ یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت ۵ است، بنابراین جملات مشترک این دو دنباله، یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت $d = [4, 5] = 20$ است.

دنباله‌ی جملات مشترک ۲۱, ۴۱, ۶۱, ...

حال مجموع ده جمله‌ی اول دنباله‌ی جملات مشترک را به دست می‌آوریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{10} = \frac{1}{2}(2(21) + (10-1)20)$$

$$\Rightarrow S_{10} = 5(222) = 1110$$

(مسابان - صفحه‌های ۲ تا ۶ و ۱۵)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۰۲

(علی یوسفی)

$$x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow f(1)=3 \quad x-2=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow f(2)=-1$$

فرض می‌کنیم باقی‌مانده‌ی تقسیم $g(x)$ بر $x^2 - 3x + 2$ برابر باشد، آن‌گاه:

$$\Rightarrow x^2 f(x) - 2x + 1 = (x^2 - 3x + 2)Q(x) + (ax + b)$$

$$\left. \begin{array}{l} x=1 \Rightarrow f(1)-2+1=a+b \Rightarrow a+b=2 \\ x=2 \Rightarrow 4f(2)-4+1=2a+b \Rightarrow 2a+b=-7 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a=-9 \\ b=11 \end{array} \right.$$

پس باقی‌مانده $R(x) = -9x + 11$ است.

(مسابان، صفحه‌های ۶ تا ۸)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۰۳

(امیرحسین اخشار)

کافیست ک.م.م. اعداد را بیابیم:

$$\left. \begin{array}{l} 50 = 5^2 \times 2 \\ 60 = 2^2 \times 3 \times 5 \\ 70 = 2 \times 5 \times 7 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{ک.م.م.} = 2^2 \times 5^2 \times 3 \times 7 = 2100$$

$$\frac{2100}{70} = 30 \quad \text{تعداد دوره‌های چرخ بزرگ}$$

(مسابان - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۰۴

(ممدر طاهر شاععی)

برای یافتن ب.م.م دو عبارت $A = x^3 - 3x^2 + 5x - 6$ و $B = x^3 - x^2 - x - 2$ ، دو عبارت را از یکدیگر کم می‌کنیم تا عبارتی از درجه‌ی ۲ به دست آید:

$$\begin{aligned} & x^3 - x^2 - x - 2 - x^3 + 3x^2 - 5x + 6 \\ & = 2x^2 - 6x + 4 = 2(x-1)(x-2) \end{aligned}$$

$x = 2$ در هر دو عبارت A و B صدق می‌کند. اگر عبارت‌های A و B را بر $x-2$ تقسیم کنیم، خارج قسمت به ترتیب برابر با $x^2 - x + 3$ و $x+1$ می‌شود که در این عبارت‌های درجه دوم $\Delta < 0$ است و غیرقابل تجزیه هستند. پس ب.م.م عبارت‌های A و B است، که مجموع ضرایب آن عدد ۱ است.

(مسابان-صفحه‌های ۶ تا ۸ و ۱۵ تا ۲۰)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۰۵

(ممدر طاهر شاععی)

با به فرض α و β جواب‌های معادله $x^2 + (\alpha+4)x - 3\beta = 0$ هستند، پس:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = -(\alpha + 4) & (*) \\ \alpha\beta = \frac{c}{a} = -3\beta \Rightarrow \begin{cases} \beta = 0 & (1) \\ \alpha = -3 & (2) \end{cases} \\ (1) \beta = 0 \xrightarrow{(*)} 2\alpha = -4 \Rightarrow \alpha = -2 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 4 \\ (2) \alpha = -3 \xrightarrow{(*)} -3 + \beta = 3 - 4 \\ \Rightarrow \beta = 2 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 4 + 4 = 13 \end{cases}$$

که عدد ۱۳ در گزینه‌ها موجود است.

۴✓

۳

۲

۱

-۱۰۶

(شراره شوسواریان)

در نظر می‌گیریم: $x^2 = t$ ، معادله‌ی اصلی به معادله‌ی زیر تبدیل می‌شود:

$$t^2 + (3a+1)t + a^2 - 1 = 0$$

با توجه به $x^2 = t$ ، برای آنکه معادله‌ی اصلی دارای دو جواب قرینه شود، باید معادله $t^2 + (3a+1)t + a^2 - 1 = 0$ دارای دو جواب مختلف‌العلامه باشد، پس:

$$\frac{c}{a} < 0 \Rightarrow a^2 - 1 < 0 \Rightarrow -1 < a < 1$$

۴

۳

۲✓

۱

(حسین همیلتو)

ابتدا قدر نسبت دنباله را به دست می آوریم:

$$a_n = \frac{2^{n-1}}{3} \Rightarrow q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{S_5}{S_{10}} = \frac{\frac{a_1(1-q^5)}{1-q}}{\frac{a_1(1-q^{10})}{1-q^{10}}} = \frac{1-q^5}{1-q^{10}} = \frac{1}{1+q^5}$$

$$\Rightarrow \frac{S_5}{S_{10}} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{32}{33}$$

(حسابان - صفحه های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

(میثم همزه لونی)

کافی است بسط را به ازای $x = 1$ به دست آوریم.

$$(1-3)^{2n} = 256 \times (3-1)^n \Rightarrow 2^{2n} = 2^8 \times 2^n$$

$$\Rightarrow 2n = n + 8 \Rightarrow n = 8$$

(حسابان - صفحه های ۱ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(ابراهیم نجفی)

در بسط $(x+y)^{10}$ توان ($n=10$) زوج است یعنی تعداد جملات بسط فرد و ۱۱ تاست که بزرگترین ضریب مربوط به جمله‌ی وسط یعنیجمله‌ی ششم است که ضریب آن برابر است با $\binom{10}{5}$.در بسط $(x+y)^{11}$ توان ($n=11$) فرد است یعنی تعداد جملات بسط زوج و ۱۲ تاست که بزرگترین ضریب مربوط به دو جمله‌ی وسط یعنی جملات ششم و هفتم است که ضریب آنها برابر است با:

$$\binom{11}{5} = \binom{11}{6}$$

$$\Rightarrow \frac{\binom{10}{5}}{\binom{11}{5}} = \frac{\frac{10!}{5!5!}}{\frac{11!}{6!5!}} = \frac{10!6!5!}{11!5!5!} = \frac{6}{11}$$

(حسابان - صفحه های ۱ تا ۱۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(حسین هابیلو)

با فرض $x^{\Delta} = t^6 + 1$ از آنجا که عبارت $t^6 + 1$ قابل تجزیه به عامل $(t+1)$ نیست، می‌توان گفت $x^{\Delta} + 1$ بر $x^{\Delta} + 1$ بخش‌پذیر نیست. به روش مشابه می‌توان ثابت کرد که عبارت $x^{\Delta} + 1$ بر سایر گزینه‌ها بخش‌پذیر است.

(حسابان - صفحه‌های ۶ تا ۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

ریاضی ، هندسه-۲- سوالات موازی ، - ۱۳۹۵۰۸۰۷

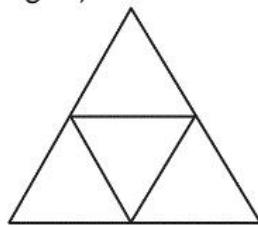
-۱۲۱

(مهرداد ملوندی)

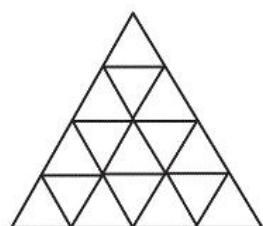
با توجه به این‌که پس از هر مرحله، هر یک از پاره خط‌های مرحله‌ی قبل به چهار پاره خط کوچک‌تر تبدیل می‌شود، تعداد پاره خط‌ها در مرحله‌ی n ام، چهار برابر تعداد پاره خط‌ها در مرحله‌ی $n+1$ است. بنابراین تعداد پاره خط‌ها در مرحله‌ی پنجم، $4^3 = 64$ برابر تعداد پاره خط‌ها در مرحله‌ی دوم است.

(هنر سه-۲ - فعالیت‌۱-۸- صفحه‌های ۶ و ۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱ ✓

(سامان اسپرور^۳)

اگر وسطهای ضلع‌های یک مثلث را متوالیاً به هم وصل کنیم، چهار مثلث همنهشت پدید می‌آید. اگر این فرایند را برای هر چهار مثلث تکرار کنیم ۱۶ مثلث همنهشت پدید می‌آید.



در مرحله‌ی اول طول ضلع هر مثلث همنهشت $(\frac{1}{2})$ طول ضلع مثلث اولیه و

در مرحله‌ی دوم طول ضلع هر مثلث همنهشت $(\frac{1}{4})$ طول ضلع مثلث اولیه

است. بنابراین محیط هر مثلث در مرحله دوم $(\frac{1}{4})$ محیط مثلث اولیه است.

(هنرمه-۲-صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲✓

۱

مجموع مساحت مثلث‌های سفید در مرحله‌ی $n^{\text{ام}} = (\frac{3}{4})^n$ برابر مساحت

مثلث اولیه است، پس در مرحله‌ی چهارم مجموع مساحت‌های مثلث‌های

سايه خورده برابر است با:

$$1 - \left(\frac{3}{4}\right)^4 = 1 - \frac{81}{256} = \frac{175}{256}$$

(هنرمه-۲-صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

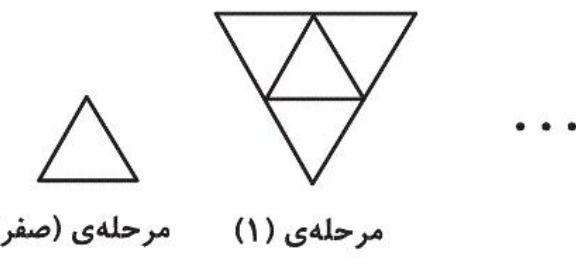
۴✓

۳

۲

۱

(رضا عباسی اصل)



مرحله	۰	۱	۲	...	n
تعداد مثلث‌ها	۱	۵	۹	...	$4n + 1$

$$4n + 1 = 405 \Rightarrow 4n = 404 \Rightarrow n = 101$$

(هنرسه - صفحه‌های ۱ تا ۵)

-

(ممدر فندان)

اگر طول پاره خط را در مرحله‌ی صفر a فرض کنیم، طول شکل حاصل

در مرحله‌ی n برابر $a \left(\frac{4}{3}\right)^n$ است. حال داریم:

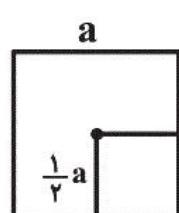
$$\left(\frac{4}{3}\right)^4 \times 1/1 = \text{طول شکل حاصل در مرحله‌ی چهارم}$$

$$= \frac{256}{81} \times 1/1 = 25/6$$

(هنرسه - صفحه‌های ۱ و ۶)

-

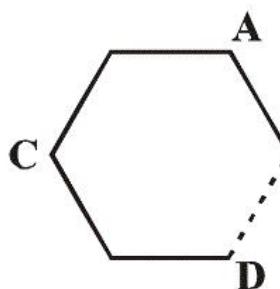
(امیرحسین ابوهیوب)



به سادگی می‌توان دریافت که در هر مرحله، طول ضلع مربع جدید نصف طول ضلع مربع مرحله‌ی قبل است. بنابراین طول ضلع مربع در مراحل چهارم و پنجم به ترتیب $\left(\frac{1}{2}\right)^4 a$ و $\left(\frac{1}{2}\right)^5 a$ است.

-

سه رأس A، C و D دو به دو غیر مجاورند. از



رأس A، C و D قطر و از رأس

(n-4) قطر متمایز با اقطار رسم شده

می‌توان رسم کرد؛ زیرا قطر CA و AC یکی

محسوب می‌شوند. همچنین از رأس

(n-5)، D قطر متمایز جدید می‌گذرد؛

زیرا DC و DA، تکرار می‌شوند.

$$(n-3)+(n-4)+(n-5)=33 \Rightarrow n=15$$

از هر رأس یک پانزدهضلعی محدب $15 - 3 = 12$ قطر می‌گذرد.

(هنرسه - صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

(رفیع عباسی اصل)

-۱۲۸-

اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی و خارجی را به ترتیب α و β می‌گیریم، طبق

فرض داریم:

$$\alpha - \beta = 12^\circ \xrightarrow{\alpha + \beta = 18^\circ} \alpha = 15^\circ$$

$$\alpha = \frac{(n-2) \times 18^\circ}{n} = 15^\circ \Rightarrow n = 12$$

$$\text{تعداد قطرهای } n \text{ ضلعی} = \frac{n(n-3)}{2}$$

$$\xrightarrow{n=12} \text{تعداد قطرهای ۱۲ ضلعی} = \frac{12 \times 9}{2} = 54$$

(هنرسه - صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

تعداد قطرهای قابل رسم از هر رأس یک m ضلعی محدب، $3 - m$

می باشد. همچنین مجموع زوایای داخلی یک m ضلعی محدب،

$$m - 3 = n \Rightarrow m = n + 3 \quad 180^\circ(m - 2)$$

$$= 180^\circ(m - 2) = 180^\circ(n + 3 - 2)$$

$$= 180^\circ(n + 1)$$

(هنرسه ۲ - صفحه های ۹ و ۱۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\underbrace{150^\circ + 150^\circ + \dots + 150^\circ}_{(n-1) \text{ مرتبه}} + x = (n - 2) \times 180^\circ$$

$$\Rightarrow 150^\circ(n - 1) + x = (n - 2) \times 180^\circ$$

$$\Rightarrow 150^\circ n - 150^\circ + x = 180^\circ n - 360^\circ \Rightarrow x = 30^\circ n - 210^\circ$$

x باید مثبت باشد پس $n > 7$ یا $n \geq 8$. پس کمترین تعداد ضلع

برای این چندضلعی برابر ۸ و تعداد قطرهای آن $20 = \frac{8(8-3)}{2}$ است.

(هنرسه ۲ - صفحه های ۹ و ۱۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۷۱

(سراسری ریاضی فارج از کشور - ۸۳)

تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ زمانی بر محور X ها مماس است
که $\Delta = ۰$ و اگر از بالا بر محور X ها مماس باشد، تابع می نیمم دار خواهد
بود، یعنی $a > ۰$ ، لذا در این سؤال:

$$\begin{cases} a > ۰ \\ \Delta = ۴ - ۴(a-۳)(a) = ۰ \Rightarrow ۱۶ - ۴a^2 + ۱۲a = ۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 - ۳a - ۴ = ۰ \Rightarrow (a-۴)(a+1) = ۰ \xrightarrow{a > ۰} a = ۴$$

تابع در نقطه‌ی می نیمم بر محور X ها مماس است، لذا طول نقطه‌ی
می نیمم برابر است با:

$$x = \frac{-b}{2a} = -\frac{۴}{2(۴)} = \frac{-۱}{۲}$$

(مسابان - صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

۴

۳

۲✓

۱

-۷۲

(سراسری تهری فارج از کشور - ۸۷)

$x \geq \frac{۳}{۴}$ دامنه‌ی متغیر معادله از شرط $۰ - ۳ - ۴x \geq ۰$ به دست می آید، پس

است. از طرفی به ازای $\frac{۳}{۴} \leq x$ ، عبارت $۳x - ۲$ همواره مثبت است در

نتیجه سمت چپ معادله همواره مثبت است، پس معادله جواب ندارد.

(مسابان - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴✓

۳

۲

۱

-۷۳

(سراسری ریاضی - ۸۶)

ابتدا رابطه‌ی تقسیم را می نویسیم:

$$x^4 + ۴ax^2 + ۲bx + ۱ = (x^2 - ۴)Q(x) + ۰$$

طرف چپ و راست عبارت به ازای $x = ۲$ و $x = -۲$ ، صفر خواهد
بود:

$$x = ۲ \rightarrow ۱۶ + ۱۶a + ۴b + ۱ = ۰ \rightarrow ۴a + b = \frac{-۱۷}{۴}$$

$$x = -۲ \rightarrow ۱۶ + ۱۶a - ۴b + ۱ = ۰ \rightarrow ۴a - b = \frac{-۱۷}{۴}$$

$$a + b = \frac{-۱۷}{۱۶} \text{ و } b = \frac{-۱۷}{۱۶} - a, \text{ بنابراین}$$

(مسابان - صفحه‌های ۶ تا ۱۵)

۴

۳

۲✓

۱

(کتاب آبی مسابان- صفحه‌های ۲۷- مسئله‌ی ۵)

$$\begin{aligned} \frac{3}{m+2} + \frac{2}{m} &= \frac{4m-4}{m^2-4} \Rightarrow \frac{3m+2(m+2)}{m(m+2)} = \frac{4m-4}{m^2-4} \\ \Rightarrow \frac{\Delta m + 4}{m(m+2)} &= \frac{4m-4}{(m-2)(m+2)} \\ \xrightarrow[m \neq -2]{\Delta m + 4}{m} &= \frac{4m-4}{m-2} \xrightarrow[m \neq 0, 2]{} \\ 5m^2 - 10m + 8m - 8 &= 4m^2 - 4m \Rightarrow m^2 - 2m - 8 = 0 \\ \Rightarrow (m+2)(m-4) &= 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 4 \end{cases} \quad \text{غیر قابل} \end{aligned}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(سراسری ریاضی ثالث از کشور - ۸۷)

می‌دانیم جواب معادله در خود معادله صدق می‌کند، پس $x_1 = 2$ در معادله صدق می‌کند، لذا:

$$2(4a-2-5) = 2 \Rightarrow 4a-4 = 1 \Rightarrow a = 2$$

با جاگذاری a در معادله داریم:

$$x(2x^3 - x - 5) = 2 \Rightarrow 2x^3 - x^2 - 5x - 2 = 0$$

اما یک جواب این معادله ۲ است، پس معادله بر $x = 2$ بخش‌پذیر است، لذا با تقسیم آن بر $x - 2$ ، عامل‌های دیگر را می‌یابیم:

$$\begin{array}{r} 2x^3 - x^2 - 5x - 2 \\ \underline{- (2x^3 - 4x^2)} \\ 3x^2 - 5x - 2 \\ \underline{- (3x^2 - 6x)} \\ x - 2 \\ \underline{- (x - 2)} \\ \bullet \end{array}$$

$$2x^3 - x^2 - 5x - 2 = (x-2)(2x^2 + 3x + 1) \quad \text{بنابراین:}$$

دو جواب دیگر از معادله $2x^2 + 3x + 1 = 0$ به دست می‌آید که

$$\text{مجموع آنها } x_2 + x_3 = \frac{-b}{a} = \frac{-3}{2}$$

(مسابان- صفحه‌های ۶ تا ۸ و ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سراسری تبریزی فارج از کشور - ۸۷)

جمله‌ی $(k+1)$ ام بسط عبارت است از: $(\lambda \leq k \leq \lambda)$

$$\text{جمله‌ی } (k+1) \text{ ام} = \binom{\lambda}{k} \lambda^{k-\lambda} \cdot \left(\frac{-x}{2}\right)^k$$

$$= \binom{\lambda}{k} \left(\frac{-1}{2}\right)^k (x)^k \xrightarrow{x^k=x^3} \Rightarrow k=3$$

$$\text{جمله‌ی چهارم} = \binom{\lambda}{3} \left(-\frac{1}{2}\right)^3 x^3 = \frac{\lambda!}{3!5!} \times \left(\frac{-1}{2}\right)^3 x^3 = -\frac{1}{120} x^3$$

(مسابان - صفحه‌های ۱ تا ۶)

۴

۳

۲

۱✓

(سراسری ریاضی - ۹۰)

$$S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$$

از آنجایی که:

$$S_{10} = \frac{10}{2} (2a_1 + 9d) = 10(2a_1 + 9d)$$

پس:

$$S_{12} = \frac{12}{2} (2a_1 + 11d) = 6(2a_1 + 11d)$$

$$S_{10} = 3S_{12} \Rightarrow 10(2a_1 + 9d) = 3 \times 6(2a_1 + 11d)$$

۴

۳

۲✓

۱

(سراسری ریاضی فارج از کشور - ۸۵)

اگر جواب‌های معادله را x_1 و x_2 بگیریم، پس:

$$x_1 x_2 = (\sqrt{2})^2 \Rightarrow x_1 x_2 = 2$$

پس:

$$\frac{c}{a} = 2 \Rightarrow \frac{m^2 - 3}{m} = 2 \Rightarrow m^2 - 3 = 2m$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Rightarrow m = -1, m = 3$$

اما به ازای $m = 3$ معادله ریشه‌ی حقیقی ندارد، زیرا Δ ای آن منفی خواهد شد، پس $m = -1$ قابل قبول است.

(مسابان - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲✓

۱

باید شدت تابش حداقل ۹۹ درصد کاهش یابد، بنابراین جمع کاهش شدت تابش‌ها باید بزرگ‌تر یا مساوی ۹۹ درصد شدت تابش اولیه باشد، خواهیم داشت: (فرض می‌کنیم شدت تابش اولیه A باشد.)

$$\frac{A}{2} + \frac{A}{2^2} + \frac{A}{2^3} + \dots + \frac{A}{2^n} \geq \frac{99}{100} A$$

$$\frac{\div A}{\cancel{A}} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} \geq \frac{99}{100}$$

سمت چپ نامساوی فوق، جملات یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول $\frac{1}{2}$

$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ و قدرنسبت $\frac{1}{2}$ است که مجموع آن از رابطه‌ی محاسبه می‌شود.

$$\frac{\frac{1}{2}\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^n\right)}{1-\frac{1}{2}} \geq \frac{99}{100} \Rightarrow 1-\left(\frac{1}{2}\right)^n \geq \frac{99}{100} \Rightarrow \frac{1}{100} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\Rightarrow 100 \leq 2^n \Rightarrow n \geq 7 \Rightarrow \min(n) = 7$$

(حسابان - صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳✓

۲

۱

$$\frac{1}{2} \times 2\pi \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{1}{2} \times 2\pi \left(\frac{2}{5}\right) = \frac{2\pi}{5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{\pi}{2} \\ q = \frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{\pi}{2}}{1-\frac{2}{5}} = \frac{5\pi}{2}$$

(حسابان - صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴✓

۳

۲

۱

جواب‌های معادله را α و β در نظر می‌گیریم. از آنجا که یک جواب از نصف جواب دیگر ۵ واحد بیشتر است، داریم:

$$\alpha = \frac{\beta}{2} + 5 \quad (*)$$

از طرفی با توجه به معادله، مجموع جواب‌ها برابر ۸ است، یعنی:

$$\alpha + \beta = 8 \quad (**)$$

از (*) و (**) داریم:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\beta}{2} + 5 \\ \alpha + \beta = 8 \end{cases} \Rightarrow \frac{\beta}{2} + 5 + \beta = 8 \Rightarrow \frac{3\beta}{2} = 3 \Rightarrow \beta = 2$$

چون β جواب معادله است، پس در آن صدق می‌کند، بنابراین:

$$\beta = 2 : (2)^2 - 8(2) + m = 0 \Rightarrow m = 12$$

(مسابان - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

با بازنویسی معادله $2 = 5x + 3$ خواهیم داشت:

$$5x^2 + 3x - 2 = 0$$

در این معادله $a = 5$ ، $b = 3$ و $c = -2$ خواهد بود، بنابراین

ریشه‌های معادله جدید عبارتند از:

$$\frac{1}{\alpha^2} = 1 \quad \text{و} \quad \frac{1}{\beta^2} = \frac{25}{4}$$

ریشه‌ی معادله در خود معادله صدق می‌کند، لذا:

$$4 - k + 25 = 0 \Rightarrow k = 29$$

(مسابان - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا رابطه‌ی تقسیم را می‌نویسیم:

$$x^4 + 4ax^2 + 2bx + 1 = (x^2 - 4)Q(x) + \circ$$

طرف چپ و راست عبارت به ازای $x = 2$ و $x = -2$ ، صفر خواهد

بود:

$$x = 2 \rightarrow 16 + 16a + 4b + 1 = 0 \rightarrow 4a + b = \frac{-17}{4}$$

$$x = -2 \rightarrow 16 + 16a - 4b + 1 = 0 \rightarrow 4a - b = \frac{-17}{4}$$

$$\therefore a + b = \frac{-17}{16} \text{ و } a = \frac{-17}{16} \text{، بنابراین } b = 0$$

(مسابان - صفحه‌های ۶ و ۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سراسری ریاضی - ۶۹)

ضریب x^n در بسط دو جمله‌ای $(1+x)^{2n}$ ، یعنی ضریب جمله‌ی $(n+1)$ ام بسط، پس:

$$\binom{2n}{n} (1)^{2n-n} \times (x)^n = \binom{2n}{n} x^n$$

$$\text{ضریب} = \binom{2n}{n} = \frac{(2n)!}{n! \times n!} = \frac{(2n)!}{(n!)^2}$$

(مسابان - صفحه‌های ۸ و ۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

می‌دانیم جواب معادله در خود معادله صدق می‌کند، پس $x_1 = 2$ در معادله صدق می‌کند، لذا:

$$2(4a - 2 - 5) = 2 \Rightarrow 4a - 7 = 1 \Rightarrow a = 2$$

با جاگذاری a در معادله داریم:

$$x(2x^3 - x^2 - 5) = 2 \Rightarrow 2x^3 - x^2 - 5x - 2 = 0$$

اما یک جواب این معادله ۲ است، پس معادله بر $2 - x$ بخش‌پذیر است، لذا با تقسیم آن بر $2 - x$ ، عامل‌های دیگر را می‌یابیم:

$$\begin{array}{r} 2x^3 - x^2 - 5x - 2 \\ - (2x^3 - 4x^2) \\ \hline 3x^2 - 5x - 2 \\ - (3x^2 - 6x) \\ \hline x - 2 \\ - (x - 2) \\ \hline \end{array}$$

$$2x^3 - x^2 - 5x - 2 = (x - 2)(2x^2 + 3x + 1)$$

دو جواب دیگر از معادله $2x^2 + 3x + 1 = 0$ به دست می‌آید که

$$\text{مجموع آنها } x_2 + x_3 = \frac{-b}{a} = \frac{-3}{2}$$

(مسابقات-صفحه‌های ۶ تا ۸ و ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱

جمله‌ی $(k+1)^{\text{ام}} \leq k^{\text{بسط عبارت است از: }} (k+1)^{\text{ام}} \leq 8$

$$\begin{aligned} \text{جمله‌ی } (k+1)^{\text{ام}} &= \binom{k+1}{k} 1^{k-k} \cdot \left(\frac{-x}{2}\right)^k \\ &= \binom{k+1}{k} \left(\frac{-1}{2}\right)^k (x)^k \xrightarrow{x^k=x^3} \Rightarrow k=3 \end{aligned}$$

۴

۳

۲

۱

از آنجایی که:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2a_1 + 9d) = 10(2a_1 + 9d)$$

$$S_{12} = \frac{12}{2}(2a_1 + 11d) = 6(2a_1 + 11d)$$

$$S_{10} = 3S_{12} \Rightarrow 10(2a_1 + 9d) = 3 \times 6(2a_1 + 11d)$$

$$\Rightarrow 10a_1 + 90d = 18a_1 + 99d \Rightarrow 8a_1 = -9d \Rightarrow d = -2a_1$$

چون $a_3 = 6 = a_1 + 2d$ ، پس $a_1 = 2$

$$a_1 + 2(-2a_1) = 6 \Rightarrow a_1 = -2$$

و در نتیجه $d = 4$ و از آنجا:

$$a_{10} = a_1 + 9d = -2 + 9(4) = 34$$

(مسابان - صفحه‌های ۲ تا ۵)

۴

۳

۲✓

۱

اگر جواب‌های معادله را x_1 و x_2 بگیریم، پس:

$$x_1 x_2 = (\sqrt{2})^4 \Rightarrow x_1 x_2 = 2$$

پس:

$$\frac{c}{a} = 2 \Rightarrow \frac{m^2 - 3}{m} = 2 \Rightarrow m^2 - 3 = 2m$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Rightarrow m = -1, m = 3$$

اما به ازای $m = 3$ معادله ریشه‌ی حقیقی ندارد، زیرا Δ ای آن منفی خواهد شد، پس $m = -1$ قابل قبول است.

(مسابان - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲✓

۱

باید شدت تابش حداقل ۹۹ درصد کاهش یابد، بنابراین جمع کاهش شدت تابش‌ها باید بزرگ‌تر یا مساوی ۹۹ درصد شدت تابش اولیه باشد، خواهیم داشت: (فرض می‌کنیم شدت تابش اولیه A باشد).

$$\frac{A}{2} + \frac{A}{2^2} + \frac{A}{2^3} + \dots + \frac{A}{2^n} \geq \frac{99}{100} A$$

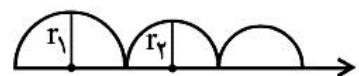
$$\frac{\div A}{\cancel{A}} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} \geq \frac{99}{100}$$

سمت چپ نامساوی فوق، جملات یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول $\frac{1}{2}$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \quad \text{و قدرنسبت } \frac{1}{2} \text{ است که مجموع آن از رابطه‌ی}$$

محاسبه می‌شود.

$$\begin{cases} r_1 = \frac{1}{2} \\ r_2 = \frac{1}{2} - \frac{20}{100} \times \frac{1}{2} \Rightarrow r_2 = \frac{1}{5} \end{cases}$$



$$\text{محيط أولى} = \frac{1}{2} \times 2\pi \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{محيط دومنی} = \frac{1}{2} \times 2\pi \left(\frac{1}{5}\right) = \frac{2\pi}{5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{5} + \dots \\ a_1 = \frac{\pi}{2} \\ q = \frac{4}{5} \end{cases} \Rightarrow S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{\pi}{2}}{1-\frac{4}{5}} \Rightarrow S = \frac{5\pi}{2}$$

(۶ تا ۷) مساحت و مساحت های متسابان

۱

۲

۳

۴

www.kanoon.ir