



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، حسابان ، مجموع جملات دنباله های حسابی و هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۵۱- در یک دنباله ی حسابی، جمله ی پنجم برابر با ۲۱ و جمله ی آخر ۴ واحد از جمله ی قبل خود بیش تر است. مجموع ۱۶ جمله ی اول این دنباله کدام است؟

- ۵۶۰ (۱) ۵۴۰ (۲) ۴۶۰ (۳) ۶۰۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۵۲- اگر جملات دنباله ی هندسی $a, 1, b, \dots$ روند کاهشی نداشته باشند، مجموع چند جمله ی اول این دنباله برابر با $\frac{21}{8}$ است؟

- ۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۵۳- اگر $1 + \log x + (\log x)^2 + \dots = 2$ و $|\log x| < 1$ باشد، حاصل $1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} + \dots$ کدام است؟

- $\frac{9}{\sqrt{10}}$ (۱) $\frac{\sqrt{10}}{9}$ (۲) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}+1}$ (۳) $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}-1}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، تقسیم چند جمله ای ها و بخش پذیری ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۵۵- اگر $P(x) = ax^3 - bx^2 - 3x + 2$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر باشد، باقی مانده ی $Q(x) = 2ax^2 - bx - 3$ بر $x - 1$ کدام است؟

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، بسط دو جمله ای و مثلث خیام پاسکال ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۵۶- ضریب جمله ی $\frac{1}{\sqrt{x}}$ در بسط $(\sqrt[5]{x} + \frac{2}{\sqrt{x}})^{10}$ کدام است؟ ($x \neq 0$)

- ۹۶۰ (۱) ۹۴۵ (۲) ۹۸۰ (۳) ۸۴۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۵۷- در بسط $(2x + y)^n$ نسبت ضریب جمله ی چهارم به ضریب جمله ی سوم برابر $\frac{16}{3}$ است. این بسط چند جمله دارد؟ ($n > 6$) و جملات بسط به ترتیب توان های نزولی x مرتب شده اند.

- ۳۴ (۱) ۳۵ (۲) ۳۶ (۳) ۳۷ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، ب.م.م و ک.م.م اعداد و چند جمله ای ها ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۵۸- ۲۴ لیتر آب میوه و ۱۶ لیتر شیر در شیشه های با حجم یکسان بسته بندی شده اند، حداقل تعداد شیشه ها چه قدر است؟ (گنجایش شیشه ها را بر حسب لیتر عدد طبیعی فرض کنید.)

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۵۹- بزرگترین مقسوم علیه مشترک $(abc - bc^2)^2$ و $(a^2c - ac^2)^2$ کدام است؟ $(a, b, c \neq 0)$

- (۱) $(a - c)^2$ (۲) $b(a - c)^2$ (۳) $b^2(a - c)^2$ (۴) $c^2(a - c)^2$

شما پاسخ نداده اید

۶۰- ساده شده عبارت $A = \frac{x-1}{2(x+1)} + \frac{x+2}{3(x-1)} - \frac{2x}{x^2-1}$ به صورت $\frac{ax+b}{c(x+1)}$ است. مقدار $\frac{a+2b}{c}$ کدام است؟ $(x \neq \pm 1)$

- (۱) $-\frac{19}{6}$ (۲) $\frac{19}{6}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، بحث در تعداد و علامت ریشه ها و رابطه ی بین ریشه ها ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۵۴- اگر α و β جواب های معادله ی $x(x+1) = 3$ باشند، آن گاه β^3 با کدام گزینه برابر است؟

- (۱) $-3(\frac{4}{\alpha} + 1)$ (۲) $1 - 4\alpha$ (۳) $-(4\alpha + 1)$ (۴) $3(\frac{4}{\alpha} - 1)$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، استدلال استقرایی و تعریف های اولیه ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۷۹- اگر $(n+2)$ ضلعی منتظم یازده قطر بیش تر از n ضلعی منتظم داشته باشد، هر زاویه ی درونی $(n+2)$ ضلعی منتظم چند درجه از هر زاویه ی درونی n ضلعی منتظم بزرگ تر است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴) ۲۴

شما پاسخ نداده اید

۸۰- در یک n ضلعی محدب، کوچک ترین زاویه 120° و بزرگ ترین زاویه 160° است. اگر زاویه های داخلی این n ضلعی تشکیل دنباله ی حسابی بدهند، n کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

۷۱- کدام گزینه درست است؟

- (۱) استدلال استقرایی هیچ چیزی را اثبات نمی کند.
 (۲) در ریاضی همواره روش استدلال، استقرایی است.
 (۳) استدلال استقرایی یک روش منطقی و همیشه درست است.
 (۴) استدلال استقرایی را نمی توان به عنوان یک استراتژی حل مسأله به کار برد.

شما پاسخ نداده اید

۷۲- مجموع تعداد قطرهای گذرنده از دو رأس غیرمجاور در یک دوازده ضلعی محدب کدام است؟

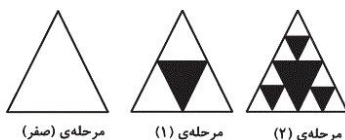
- (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴) ۱۹

شما پاسخ نداده اید

۷۳- مثلث ABC را در نظر بگیرید. با قراردادن چه تعداد مثلث دیگر همنهشت با ABC در کنار آن، می توان مثلثی متشابه با آن ساخت؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۶ (۳) ۱۵ (۴) ۱۴

شما پاسخ نداده اید



مرحله ی (صفر)

مرحله ی (۱)

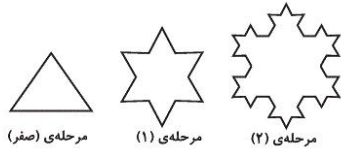
مرحله ی (۲)

۷۴- در فرآیند رسم مثلث سرپینسکی مطابق شکل، تعداد مثلث های سفیدرنگ در مرحله ی پنجم کدام است؟

- (۱) ۲۴۳ (۲) ۸۱ (۳) ۲۴۲ (۴) ۱۲۱

شما پاسخ نداده اید

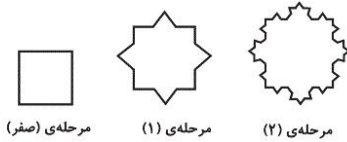
۷۵- در فرآیند رسم برف‌دانه‌ی کخ، با شروع از مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع واحد مطابق شکل، مساحت شکل حاصل در مرحله‌ی دوم چه قدر بیش‌تر از مساحت شکل مرحله‌ی صفر است؟



- (۱) $\frac{11\sqrt{3}}{108}$
 (۲) $\frac{\sqrt{3}}{9}$
 (۳) $\frac{13\sqrt{3}}{108}$
 (۴) $\frac{2\sqrt{3}}{54}$

شما پاسخ نداده اید

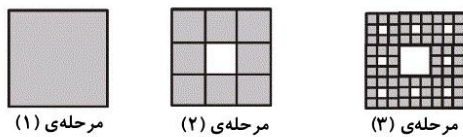
۷۶- مربعی به ضلع واحد را در نظر می‌گیریم هر ضلع آن را به سه قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. روی پاره‌خط وسط، یک مثلث متساوی‌الاضلاع می‌سازیم سپس آن پاره‌خط را حذف می‌کنیم و این فرایندها را روی پاره‌خط‌های ایجاد شده ادامه می‌دهیم. اگر محیط شکل حاصل در مرحله هفدهم به صورت



- باشد، $m+k$ کدام است؟
 (۱) ۳۵
 (۲) ۵۱
 (۳) ۳۶
 (۴) ۵۳

شما پاسخ نداده اید

۷۷- مطابق شکل زیر، مربعی به طول ضلع سه مفروض است (مرحله ۱). اضلاع مربع را به ۳ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و مربع وسطی را حذف می‌کنیم (مرحله ۲). اگر این روند را ادامه دهیم، تعداد مربع‌های باقی‌مانده در مرحله پنجم چند برابر تعداد مربع‌های باقی‌مانده در مرحله دوم است؟



- (۱) ۵۱۲
 (۲) ۲۵۶
 (۳) ۱۲۸
 (۴) ۱۰۲۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، قضیه های شرطي و عكس قضيه ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۷۸- در یک ۲۲ضلعی منتظم، چه تعداد از قطرها از مرکز تقارن نمی‌گذرند؟

- (۱) ۱۶۷ (۲) ۱۸۷ (۳) ۱۹۸ (۴) ۲۰۹

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، انواع استدلال ها(قیاسی - استقرایی-شهودی) ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۸۱- به دانش غریزی یا احساس بدون استدلال، ... می‌گوییم.

- (۱) قیاس (۲) شهود (۳) استقرای ریاضی (۴) روش تجربی

شما پاسخ نداده اید

۸۲- شخصی که مدتی در بخش روانی یک بیمارستان بستری بوده پس از مرخص شدن با دیدن اشخاصی با روپوش سفید

بعضاً دچار شوک‌های عصبی می‌شود، چه استدلالی در مورد این موضوع مصداق دارد؟

- (۱) استدلال استقرایی (۲) استقرای ریاضی (۳) استدلال تمثیلی (۴) درک شهودی

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، استقرای ریاضی ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۸۴- برای اثبات بخش‌پذیری $8^{2n} - 1$ بر ۹ به روش استقرا کافی است طرفین فرض را در عدد a ضرب کنیم. عدد a کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۸ (۲) ۲۷ (۳) ۹ (۴) ۶۴

شما پاسخ نداده اید

۸۵- کدام یک از روابط زیر صحیح نیست؟

$$(1) \quad 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = (1+2+3+\dots+n) \frac{2n+1}{6}$$

$$(2) \quad 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1+2+3+\dots+n)^2$$

$$(3) \quad \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

$$(4) \quad 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

شما پاسخ نداده اید

۸۶- در اثبات حکم «عبارت $11n + n^3$ به ازای تمامی مقادیر طبیعی n بر ۶ بخش پذیر است» به روش استقرای ریاضی، کدام رابطه‌ی بدیهی مورد استفاده قرار می‌گیرد؟
 (۱) حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی بر ۶ بخش پذیر است.
 (۲) حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی بر ۲ بخش پذیر است.
 (۳) تفاضل مربعات دو عدد طبیعی متوالی، عددی فرد است.
 (۴) مجموع سه عدد طبیعی متوالی بر ۶ بخش پذیر است.

شما پاسخ نداده اید

۸۷- در کدام یک از احکام زیر، گام دوم استقرا (گذر از k به $k+1$) به ازای تمامی مقادیر طبیعی k ، امکان پذیر نیست؟ ($n \in \mathbb{N}$)

(۱) هر مجموعه‌ی n عضوی، دارای 2^n زیر مجموعه است.

$$(2) \quad 2^{n+2} > 2n + 5$$

$$(3) \quad 1^2 - 2^2 + 3^2 - \dots + (-1)^{n-1} n^2 = (-1)^{n-1} \frac{n(n+1)}{2}$$

(۴) در هر مجموعه‌ی n عضوی، تمامی اعضا برابر یکدیگرند.

شما پاسخ نداده اید

۸۸- اگر با استفاده از اصل استقرای ریاضی به ازای تمامی مقادیر طبیعی n بتوان ثابت کرد که $\frac{a+1}{2} + \frac{a+3}{4} + \dots + \frac{a+2^n-1}{2^n} = \frac{(a-1)(2^n-1)}{2^n} + x$ ، آن‌گاه x کدام است؟

(۱) n (۲) n^2 (۳) $2n-1$ (۴) $2n$

شما پاسخ نداده اید

۹۰- در اثبات حکم «عدد $11^{n+2} + 12^{2n+1}$ به ازای هر عدد طبیعی n بر ۱۳۳ بخش پذیر است»، اگر $A_k = 133q$ و $A_{k+1} = 133q'$ باشند، آن‌گاه حاصل $(144q - q')$ کدام است؟

(۱) 11^{k+2} (۲) 11^{k+1} (۳) 11^k (۴) 11^{2k+1}

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، استقرای تعمیم یافته ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۸۹- حکم $3^n > n^3$ برای چند عدد طبیعی برقرار نیست؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) برای تمام اعداد طبیعی برقرار است.

شما پاسخ نداده اید

۸۳- اگر گزاره‌ی $2^{\binom{n}{2}} > n!$ ، $P(n)$ به ازای جميع مقادیر طبیعی $n \geq m$ برقرار باشد، آن‌گاه حداقل مقدار m کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، مجموع جملات دنباله های حسابی و هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و

نامعادلات - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۶۲- در دنباله‌ی هندسی $\dots, \sqrt[3]{32}, \sqrt{2}$ ، مجموع شش جمله‌ی دوم چند برابر مجموع شش جمله‌ی اول است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۶- بین دو عدد ۸ و ۶۳، تعدادی عدد طوری قرار می‌دهیم که کل اعداد تشکیل دنباله‌ی حسابی دهند و تفاضل کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین آنها ۳۳ است. مجموع کل جملات دنباله کدام است؟

- ۱۴۲ (۱) ۲۱۳ (۲) ۲۸۴ (۳) ۳۷۵ (۴)

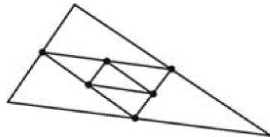
شما پاسخ نداده اید

۶۷- در یک دنباله‌ی هندسی، جمله‌ی دوم، ۳ واحد بیش‌تر از جمله‌ی اول و ۶ واحد کم‌تر از جمله‌ی سوم است. مجموع هشت جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

- ۷۹۲ (۱) ۷۸۹ (۲) ۷۶۲ (۳) ۷۶۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۶۹- یک مثلث با مساحت S را در نظر بگیرید. وسط‌های اضلاع آن را به هم وصل کنید و مثلث کوچک‌تر جدیدی بسازید. این عمل را مجدداً روی مثلث کوچک‌تر انجام دهید. این عملیات را به طور متوالی تا بی‌نهایت ادامه دهید. مجموع مساحت مثلث‌های بدست آمده چقدر است؟ (با احتساب مثلث اولیه)



- ۱) $\frac{4}{3}S$ ۲) $\frac{5}{3}S$
۳) $2S$ ۴) $\frac{7}{3}S$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، تقسیم چند جمله ای ها و بخش پذیری ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۷۰- اگر $ax + b$ ، یک مقسوم‌علیه مشترک دو عبارت $x^3 + cx^2 + 2$ و $9x^2 - 6x + 1$ باشد، c کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) $-\frac{55}{3}$ ۳) $-\frac{5}{3}$ ۴) $-\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۶۴- اگر چندجمله‌ای $f(x-1)$ بر $x-9$ بخش‌پذیر باشد، چندجمله‌ای $f(x^3)$ بر کدام عبارت همواره بخش‌پذیر است؟

- ۱) $x-4$ ۲) $x-8$ ۳) $x-2$ ۴) $x+4$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، بسط دو جمله ای و مثلث خیام پاسکال ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۶۵- ضریب جمله‌ی x^5 در بسط $(\sqrt{x} + x)^4 (\sqrt{x} + 1)^7$ کدام است؟

- ۱) $\binom{11}{5}$ ۲) $\binom{11}{2}$ ۳) $\binom{11}{3}$ ۴) $\binom{11}{4}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، ب.م.م و ک.م.م اعداد و چند جمله ای ها ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۶۸- اگر $P(x) = x^5 - 2x^4 - 16x + 32$ و $Q(x) = x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 8x$ ، آن گاه حاصل تقسیم کوچک‌ترین مضرب مشترک P و Q بر بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک آن دو کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (1) & x(x^2 - 16)(x^2 - 4) \\ (2) & (x + 2)(x^2 - 16) \\ (3) & x(x^2 + 4) \\ (4) & (x + 2)(x^2 + 4) \end{array}$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، حسابان-گواه، بحث در تعداد و علامت ریشه‌ها و رابطه‌ی بین ریشه‌ها، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۶۳- در معادله‌ی درجه‌ی دوم $ax^2 + bx + c = 0$ رابطه‌ی $x'.x'' = -1$ بین ریشه‌ها برقرار است. کدام یک از رابطه‌های زیر، همواره بین ضرایب برقرار است؟

$$\begin{array}{ll} (1) & a^2 + c^2 = abc \\ (2) & a^3 + b^3 + c^3 = 0 \\ (3) & a^2 + abc = c^2 \\ (4) & a^3 + c^3 = abc \end{array}$$

شما پاسخ نداده اید

۶۱- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $4x^2 - 3x - 4 = 0$ باشند، مجموعه جواب‌های کدام معادله، به صورت $\left\{ \frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1 \right\}$ است؟

$$\begin{array}{ll} (1) & 4x^2 - 5x + 1 = 0 \\ (2) & 4x^2 - 3x + 1 = 0 \\ (3) & 4x^2 - 5x - 1 = 0 \\ (4) & 4x^2 - 3x - 1 = 0 \end{array}$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، مجموع جملات دنباله های حسابی و هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۷۲۳

-۵۱

(مهم‌ظاهر شعاعی)

بنا به فرض $a_5 = 21$ ، $d = a_n - a_{n-1} = 4$ است، در نتیجه داریم:

$$a_5 = a_1 + 4d \Rightarrow 21 = a_1 + 4 \times 4 \Rightarrow a_1 = 21 - 16 = 5$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$\Rightarrow S_{16} = \frac{16}{2} (2 \times 5 + 15 \times 4) = 560$$

(مسئله‌بان - صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲

۱

-۵۲

(میبیب شفیعی)

برای دنباله‌ی هندسی $a, b, 1, a, 4$ داریم:

$$\frac{a}{4} = \frac{1}{a} \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \Rightarrow \text{غ ق ق} \\ a = -2 \Rightarrow \text{قابل قبول است.} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4, -2, 1, -\frac{1}{2}, \dots \Rightarrow q = -\frac{1}{2}$$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{4(1-(-\frac{1}{2})^n)}{1-(-\frac{1}{2})}$$

$$= \frac{8}{3} (1-(-\frac{1}{2})^n) = \frac{21}{8}$$

$$1-(-\frac{1}{2})^n = \frac{63}{64} \Rightarrow (-\frac{1}{2})^n = \frac{1}{64} \Rightarrow n = 6$$

(مسئله‌بان - صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲

۱

(مهیب شفیعی)

عبارت $1 + \log x + (\log x)^2 + \dots$ مجموع نامتناهی جملات یک دنباله هندسی با جمله اول برابر با ۱ و قدرنسبت $\log x$ است. چون

$|\log x| < 1$ است، بنابراین با توجه به رابطه $S_\infty = \frac{a_1}{1-q}$ ، داریم:

$$1 + \log x + (\log x)^2 + \dots = \frac{1}{1 - \log x} = 2 \Rightarrow 1 - \log x = \frac{1}{2}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی، حسابان، تقسیم چند جمله ای ها و بخش پذیری، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات
- ۱۳۹۵۰۷۲۳

(ابراهیم نیفی)

وقتی عبارتی بر عبارت دیگر بخش پذیر است باید ریشه های عبارت مقسوم علیه، ریشه های مقسوم نیز باشد، بنابراین داریم:

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow P(x^2 = 1) = 0$$

$$P(x) = ax(x^2) - b(x^2) - 3x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow ax - b - 3x + 2 = 0 \Rightarrow \underbrace{(a-3)}_{a=3}x + \underbrace{(2-b)}_{b=2} = 0$$

$$\begin{cases} Q(x) = 2(3)x^2 - 2x - 3 = 6x^2 - 2x - 3 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow Q(x=1) = 6(1)^2 - 2(1) - 3 = 6 - 5 = 1$$

(حسابان - صفحه های ۶ تا ۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، حسابان، بسط دو جمله ای و مثلث خیام پاسکال، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات
- ۱۳۹۵۰۷۲۳

جملات بسط $(\sqrt[5]{x} + \frac{2}{\sqrt{x}})^{10}$ به صورت زیر هستند:

$$T_{k+1} = \binom{10}{k} (\sqrt[5]{x})^{10-k} \left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^k$$

$$\Rightarrow T_{k+1} = \binom{10}{k} \times 2^k \times x^{\frac{10-k}{5}} \times x^{-\frac{k}{2}} = \binom{10}{k} \times 2^k \times x^{\frac{20-7k}{10}} \quad (1)$$

توان x در جمله $\frac{1}{\sqrt[10]{x}}$ را به صورت گویا می‌نویسیم:

$$\frac{1}{\sqrt[10]{x}} = x^{-\frac{1}{10}} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2),(1)} \frac{20-7k}{10} = -\frac{1}{10} \Rightarrow 20-7k = -1 \Rightarrow k = 3$$

$$\frac{1}{\sqrt[10]{x}} \text{ ضریب جمله} = \binom{10}{3} \times 2^3 = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2} \times 2^3 = 960$$

(حسابان-صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\text{ضریب جمله ی چهارم} = \binom{n}{3} \times 2^{n-3} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \times 2^{n-3}$$

$$\text{ضریب جمله ی سوم} = \binom{n}{2} \times 2^{n-2} = \frac{n(n-1)}{2} \times 2^{n-2}$$

$$= n(n-1) \times 2^{n-3}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{n(n-1)(n-2)}{6} \times 2^{n-3}}{n(n-1) \times 2^{n-3}} = \frac{n-2}{6} = \frac{16}{3}$$

$$\Rightarrow n-2 = 32 \Rightarrow n = 34$$

بنابراین بسط دارای $n+1 = 35$ جمله است.

(مسابان-صفحه های ۸ تا ۱۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، حسابان ، ب.م.م و ک.م.م اعداد و چند جمله ای ها ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات

۱۳۹۵۰۷۲۳ -

(عمید ستاری)

باید حجم هر دو مقدار بر حجم شیشه بخش پذیر باشد، بنابراین به دست آوردن کمترین تعداد شیشه، باید حجم شیشه‌ها برابر با ب.م.م اعداد داده شده باشد.

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & 1 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \text{م.م.ب} = 2^3 = 8$$

$$24 = 2^3 \times 3 \quad 16 = 2^4$$

$$\Rightarrow \frac{24}{8} = 3 \text{ :تعداد شیشه‌های آب میوه}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{8} = 2 \text{ :تعداد شیشه‌های شیر}$$

$$\Rightarrow 3 + 2 = 5 \text{ :حداقل تعداد کل شیشه‌ها}$$

(مسئله‌بان - صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(عمید ستاری)

$$\begin{cases} (a^2c - ac^2)^2 = a^2c^2(a-c)^2 \\ (abc - bc^2)^2 = b^2c^2(a-c)^2 \end{cases} \Rightarrow \text{م.م.ب} = c^2(a-c)^2$$

(مسئله‌بان - صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کامظم ایمللی)

ک.م.م عبارت‌های $2(x+1)$ و $3(x-1)$ و x^2-1 برابر
 بنا بر این عبارت را با مخرج مشترک گیری ساده کنیم:

$$A = \frac{3(x-1)^2 + 2(x+2)(x+1) - 12x}{6(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{3x^2 - 6x + 3 + 2x^2 + 6x + 4 - 12x}{6(x-1)(x+1)}$$

$$= \frac{5x^2 - 12x + 7}{6(x-1)(x+1)} = \frac{(x-1)(5x-7)}{6(x-1)(x+1)} = \frac{5x-7}{6(x+1)} = \frac{ax+b}{c(x+1)}$$

بنابراین $a = 5m$ و $b = -7m$ و $c = 6m$ داریم: ($m \in \mathbb{R} - \{0\}$)

$$\frac{a+2b}{c} = \frac{5m + 2(-7m)}{6m} = -\frac{3}{2}$$

(مسابان-صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ریاضی ، حسابان ، بحث در تعداد و علامت ریشه‌ها و رابطه‌ی بین ریشه‌ها ، محاسبات جبری ،
 معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۷۲۳

(مسین فایلو)

$$x(x+1) = 3 \Rightarrow x^2 + x - 3 = 0 \Rightarrow \beta^2 + \beta - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \beta^2 = 3 - \beta \Rightarrow \beta^3 = 3\beta - \beta^2$$

$$\Rightarrow \beta^3 = 3\beta - (3 - \beta) = 4\beta - 3 \xrightarrow[\begin{matrix} P = \frac{c}{a} = -3 \end{matrix}]{\begin{matrix} P = \alpha\beta \Rightarrow \beta = \frac{P}{\alpha} \end{matrix}}$$

$$\beta^3 = 4\left(\frac{P}{\alpha}\right) - 3 = 4\left(\frac{-3}{\alpha}\right) - 3 = -3\left(\frac{4}{\alpha} + 1\right)$$

(مسابان-صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(رضا پورحسینی)

$$\frac{(n+2)(n+2-3)}{2} = \frac{n(n-3)}{2} + 11 \xrightarrow{\text{حل معادله}} n = 6$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{هر زاویه ی هشت ضلعی منتظم} = \frac{180^\circ (8-2)}{8} = 135^\circ \\ \text{هر زاویه ی شش ضلعی منتظم} = \frac{180^\circ (6-2)}{6} = 120^\circ \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 135^\circ - 120^\circ = 15^\circ$$

توجه: هر n ضلعی محدب $\frac{n(n-3)}{2}$ قطر دارد.

هر زاویه داخلی n ضلعی منتظم $\frac{180^\circ (n-2)}{n}$ است.

(هنر سه ۲- استرلال در هنر سه- صفحه های ۹ و ۱۰)

(رسول مفسنی منش)

-۸۰

می دانیم در دنباله ی حسابی $\{a_n\}$ ، مجموع n جمله ی اول برابر است با

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \text{ و از طرفی مجموع زوایای داخلی هر } n \text{ ضلعی}$$

محدب به صورت $180^\circ (n-2)$ است، لذا داریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = (n-2) \times 180^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2}(120^\circ + 160^\circ) = (n-2) \times 180^\circ$$

$$\Rightarrow n \times 140^\circ = (n-2) \times 180^\circ$$

$$\Rightarrow 7n = 9(n-2) \Rightarrow 7n = 9n - 18 \Rightarrow n = 9$$

(هنر سه ۲- استرلال در هنر سه- صفحه های ۹ و ۱۰)

-۷۱

(مفسر محمد کریمی)

استدلال استقرایی چیزی را اثبات نمی‌کند و صرفاً یک حدس است که احتمال دارد درست باشد، ولی می‌توان به‌عنوان یک استراتژی خوب حل مسأله از آن استفاده کرد.

(هندسه ۲- استدلال در هندسه - صفحه‌های ۱ تا ۳)

۴

۳

۲

۱

-۷۲

(شروین سیاح‌نیا)

می‌دانیم از هر رأس یک n ضلعی محدب، $3 - n$ قطر می‌گذرد، پس از هر رأس یک دوازده‌ضلعی محدب، $9 = 12 - 3$ قطر می‌گذرد و چون دو رأس غیرمجاور را انتخاب کرده‌ایم، بین این دو رأس قطری رسم شده که ما آنرا دو بار شمرده‌ایم. پس مجموع تعداد قطرهایی که از دو رأس غیرمجاور می‌گذرد، برابر است با:

$$9 + 9 - 1 = 17$$

(هندسه ۲- استدلال در هندسه - صفحه‌های ۹ و ۱۰)

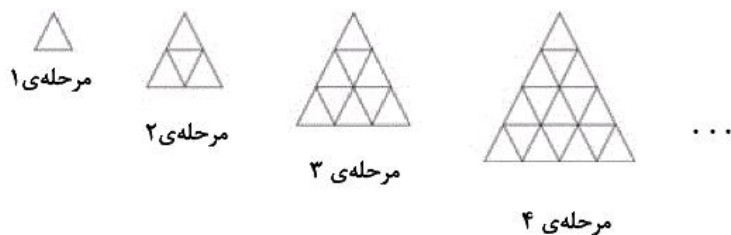
۴

۳

۲

۱

(حسین فاطمی)



با کمی دقت در شکل‌های بالا، می‌توان به این نتیجه رسید که در مرحله‌ی i ام، تعداد مثلث‌های کوچک برابر i^2 است، پس می‌توان گفت در مرحله‌ی چهارم، ۱۶ مثلث برابر با مثلث مرحله‌ی اول کنار هم قرار گرفته‌اند و تشکیل مثلثی متشابه با آن داده‌اند، پس با قراردادن ۱۵ مثلث در کنار مثلث ABC می‌توان مثلثی متشابه با آن ساخت.

(هندسه ۲- استرلال در هندسه - صفحه‌های ۱ تا ۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(ممنون فاطمی)

مرحله	تعداد مثلث‌های سفید
۰	۱
۱	۳
۲	3^2
۳	3^3
n	3^n

$$\text{تعداد مثلث‌های سفید رنگ در مرحله‌ی پنجم} = 3^5 = 243$$

(هندسه ۲- استرلال در هندسه - صفحه‌های ۶ تا ۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(معمد بهیرایی)

مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع a از رابطه‌ی $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

به‌دست می‌آید. در مرحله‌ی اول سه مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع $\frac{1}{3}$

اضافه می‌شود، بنابراین:

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times 3 = \frac{\sqrt{3}}{12}$$

در مرحله‌ی دوم دوازده مثلث به ضلع $\frac{1}{9}$ اضافه می‌شود، بنابراین:

$$\frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(\frac{1}{9}\right)^2 \times 12 = \frac{\sqrt{3}}{27}$$

$$\Rightarrow \text{مقدار مساحت اضافه شده} = \frac{\sqrt{3}}{12} + \frac{\sqrt{3}}{27} = \frac{9\sqrt{3} + 4\sqrt{3}}{108}$$

$$= \frac{13\sqrt{3}}{108}$$

(هندسه ۲- استدلال در هندسه - صفحه‌های ۸ و ۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(ممد ظاهر شعاعی)

مرحله	محیط شکل
۰	$۴ = ۴ \times \left(\frac{۴}{۳}\right)^۰$
۱	$۴ \times \frac{۴}{۳} = ۴ \times \left(\frac{۴}{۳}\right)^۱$
۲	$۴ \times \frac{۴}{۳} \times \frac{۴}{۳} = ۴ \times \left(\frac{۴}{۳}\right)^۲$
۳	$۴ \times \frac{۴}{۳} \times \frac{۴}{۳} \times \frac{۴}{۳} = ۴ \times \left(\frac{۴}{۳}\right)^۳$

$$\text{محیط شکل در مرحله ی } ۱۷ \text{ ام} = ۴ \times \left(\frac{۴}{۳}\right)^{۱۷} = ۲^۲ \times \frac{۲^{۳۴}}{۳^{۱۷}}$$

$$= \frac{۲^{۳۶}}{۳^{۱۷}} \Rightarrow \begin{cases} m = ۳۶ \\ k = ۱۷ \end{cases}$$

$$\Rightarrow m + k = ۳۶ + ۱۷ = ۵۳$$

(هندسه ۲- استرلال در هندسه - صفحه‌های ۸ و ۹)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(علی ساوی)

-۷۷

تعداد مربع‌های باقیمانده در مراحل مختلف مطابق جدول زیر هستند:

مرحله	تعداد مربع‌های باقی‌مانده
۱	۱
۲	۸
۳	۶۴
⋮	⋮
n	$۸^{n-۱}$

بنابراین:

$$\frac{\text{تعداد مربع‌ها در مرحله ی پنجم}}{\text{تعداد مربع‌ها در مرحله ی دوم}} = \frac{۸^{۵-۱}}{۸^{۲-۱}} = \frac{۸^۴}{۸^۱} = ۸^۳ = ۵۱۲$$

(هندسه ۲- استرلال در هندسه - صفحه‌های ۶ تا ۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، قضیه های شرطی و عکس قضیه ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۷۲۳

$$\text{تعداد کل قطرهای ۲۲ ضلعی منتظم} = \frac{۲۲(۲۲-۳)}{۲} = ۱۱ \times ۱۹ = ۲۰۹$$

$$\text{تعداد قطرهایی که از مرکز می گذرند} = \frac{n}{۲} = \frac{۲۲}{۲} = ۱۱$$

$$\text{تعداد کل قطرهایی که از مرکز نمی گذرند} = ۲۰۹ - ۱۱ = ۱۹۸$$

(هندسه ۲- استدلال در هندسه- صفحه های ۹ و ۱۰)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، جبر و احتمال ، انواع استدلال ها (قیاسی - استقرایی-شهودی) ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۷۲۳

۸۱-

(رضا عباسی اصل)

طبق تعریف صفحه ی ۱ کتاب جبر و احتمال، شهود یا درک

شهودی می تواند یک دانش غریزی یا احساس بدون استدلال

باشد.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی - صفحه ی ۱)

۴

۳

۲

۱

۸۲-

(مبیر ممدی نویسی)

استدلال تمثیلی یا قیاسی در واقع یافتن نوعی مشابهت بین مفاهیم

گوناگون است.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی - صفحه های ۱ و ۲)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، جبر و احتمال ، استقرای ریاضی ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۷۲۳

حکم استقرا: $P(k+1) = 8^{2k+2} - 1$

حال باید طرفین فرض را در 8^2 ضرب کنیم تا حکم به تدریج ساخته شود.

(پیرواحتمال - استرلال ریاضی - صفحه‌های ۵ تا ۹)

۱ ۲ ۳ ۴

(یاشار نوعی)

-۸۵

با استفاده از اصل استقرای ریاضی می‌توان ثابت کرد که

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

و $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ پس داریم:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = (1 + 2 + 3 + \dots + n) \frac{2n+1}{3}$$

و در نتیجه گزینه‌ی «۱» نادرست است.

(پیرواحتمال - استرلال ریاضی - صفحه‌های ۵، ۱۱ و ۱۲)

۱ ۲ ۳ ۴

$$P(1): 1^3 + 11(1) = 12 = 2 \times 6$$

$$P(k): k^3 + 11k = 6q \quad (q \in \mathbb{N})$$

$$P(k+1): (k+1)^3 + 11(k+1) = 6q' \quad (q' \in \mathbb{N})$$

با ساده کردن عبارت حکم استقرا داریم:

$$k^3 + 3k^2 + 3k + 1 + 11k + 11$$

$$= (k^3 + 11k) + 12 + 3k(k+1)$$

□۴

□۳

□۲✓

□۱

در گزینه‌ی «۴»، وقتی $n = 1$ ، واضح است که مجموعه یک عضوی است و فرض برای آن برقرار است. اما از مرحله‌ی $n = 1$ به مرحله‌ی $n = 2$ نمی‌توان عبور کرد، زیرا به‌وضوح در یک مجموعه‌ی ۲ عضوی با اعضای متمایز، اعضا برابر یک‌دیگر نیستند. اگر به این موضوع دقت نکنیم، با کمک استقرای ریاضی، می‌توان حکم استقرا ($n = k + 1$) را به‌راحتی از روی فرض استقرا ($n = k$) اثبات کرد که قطعاً یک تناقض است.

(پيرواهتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۵ تا ۹)

□۴✓

□۳

□۲

□۱

اگر $n = 1$ باشد، آن گاه:

$$\frac{a+1}{2} = \frac{(a-1)(2-1)}{2} + x \Rightarrow x = \frac{a+1}{2} - \frac{a-1}{2} = 1$$

مقادیر n ، n^2 و $2n-1$ نیز به ازای $n=1$ با مقدار x برابر

است (گزینه‌ی «۴» حذف می‌شود).

اگر $n = 2$ باشد، آن گاه:

$$\frac{a+1}{2} + \frac{a+3}{4} = \frac{(a-1)(4-1)}{4} + x$$

$$\Rightarrow x = \frac{a+1}{2} + \frac{a+3}{4} - \frac{3a-3}{4} = 2$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیرحسین ابومحبوب)

-۹۰

$$A_k = 11^{k+2} + 12^{2k+1} = 133q \quad \text{فرض استقرا}$$

$$A_{k+1} = 11^{k+3} + 12^{2k+3} = 133q' \quad \text{حکم استقرا}$$

با ضرب کردن طرفین فرض در $12^2 = 144$ داریم:

$$144 \times 11^{k+2} + 12^2 \times 12^{2k+1} = 144 \times 133q$$

$$\Rightarrow 133 \times 11^{k+2} + 11 \times 11^{k+2} + 12^2 \times 12^{2k+1} = 133 \times 144q$$

$$\Rightarrow 133 \times 11^{k+2} + 133q' = 133 \times 144q$$

$$\Rightarrow 133(144q - q') = 133 \times 11^{k+2} \Rightarrow 144q - q' = 11^{k+2}$$

(پيرو احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۵ تا ۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

۸۹-

(سروش موئینی)

مقادیر n^3 و 3^n را در جدول مقایسه می‌کنیم:

n	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
3^n	۳	۹	۲۷	۸۱	۲۴۳	۷۲۹	۲۱۸۷	۶۵۶۱
n^3	۱	۸	۲۷	۶۴	۱۲۵	۲۱۶	۳۴۳	۵۱۲

با توجه به جدول، حکم $3^n > n^3$ به‌ازای $n = 3$ برقرار نیست.

توجه کنید که برای اثبات این حکم با استقرای تعمیم‌یافته،

$m = 4$ خواهد بود.

(ببرو احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱

۸۳-

(سامان اسپهر)

$$P(2): 2 \binom{2}{2} > 2! \Rightarrow 2 > 2 \text{ نادرست}$$

$$P(3): 2 \binom{3}{2} > 3! \Rightarrow 8 > 6 \text{ درست}$$

این گزاره همچنین برای $P(4)$ ، $P(5)$ و ... برقرار است، پس

حداقل مقدار m برابر ۳ می‌باشد.

(ببرو احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱

$$q = \frac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt[6]{\frac{32}{8}} = \sqrt[6]{4} = \sqrt[3]{2} = \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[3]{2}$$

$$S_6 = \frac{a_1(1-q^6)}{1-q} \quad \text{و} \quad S'_6 = \frac{a_6(1-q^6)}{1-q}$$

$$\Rightarrow \frac{S'_6}{S_6} = \frac{a_6}{a_1} = \frac{a_1 q^6}{a_1} = q^6 \Rightarrow \frac{S'_6}{S_6} = (\sqrt[3]{2})^6 = 4$$

(مسئله - صفحه‌های ۲ تا ۶)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

(آزمون کنون ریاضی - ۹۱)

-۶۶

اگر قدرنسبت دنباله‌ی حسابی را d بنامیم، جملات به صورت زیر خواهند

بود:

$$۸, ۸+d, \dots, ۶۳-d, ۶۳$$

پس بزرگ‌ترین واسطه $۶۳-d$ و کوچکترین آنها $۸+d$ است، در

نتیجه:

$$(۶۳-d) - (۸+d) = ۳۳ \Rightarrow d = ۱۱$$

حال تعداد اعداد اضافه شده را از رابطه‌ی $d = \frac{b-a}{n+1}$ می‌یابیم، پس:

$$۱۱ = \frac{۶۳-۸}{n+1} \rightarrow n = ۴ \quad \text{پس تعداد کل جملات ۶ تا است.}$$

$$\Rightarrow S_6 = \frac{6}{2}(a_1 + a_6) = 3(۸ + ۶۳) = ۲۱۳$$

(مسئله - صفحه‌های ۲ تا ۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

دنباله را به صورت a_1, a_1q, a_1q^2, \dots در نظر می‌گیریم، طبق فرض

سؤال داریم:

$$\begin{cases} a_2 - a_1 = 3 \\ a_3 - a_2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1q - a_1 = 3 \\ a_1q^2 - a_1q = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a_1(q-1) = 3 \quad (*) \\ a_1q(q-1) = 6 \end{cases} \xrightarrow{(*)} 3q = 6 \Rightarrow q = 2 \xrightarrow{(*)} a_1 = 3$$

$$S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} \Rightarrow S_8 = \frac{3(1-2^8)}{1-2} = 765$$

(حسابان - صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب آبی حسابان - صفحه‌ی ۱۴ - سؤال ۶۶)

با توجه به قضیه‌ی تالس، هر ضلع مثلث جدید نصف ضلع مثلث قبلی

است، بنابراین مساحت هر مثلث جدید $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ مساحت مثلث قبلی

است. در نتیجه مجموع مساحت مثلث‌های بدست آمده یک دنباله‌ی

هندسی نامتناهی با جمله‌ی اول S و قدر نسبت $\frac{1}{4}$ است.

= مجموع مساحت مثلث‌های ایجاد شده با احتساب مثلث اولیه

$$S + \frac{1}{4}S + \frac{1}{16}S + \dots = \frac{\text{جمله‌ی اول}}{\text{قدر نسبت}} = \frac{S}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{4}{3}S$$

(حسابان - صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲

۱

از آن جایی که:

$$9x^2 - 6x + 1 = (3x - 1)^2$$

بنابراین مضربی غیرصفر از $3x - 1$ عامل مشترک دو عبارت خواهد بود،در نتیجه $x = \frac{1}{3}$ ریشه‌ی معادله‌ی اول خواهد بود:

$$x^3 + cx^2 + 2 = 0 \xrightarrow{x=\frac{1}{3}} \frac{1}{27} + \frac{c}{9} + 2 = 0 \Rightarrow 1 + 3c + 54 = 0$$

$$\Rightarrow c = -\frac{55}{3}$$

(حسابان - صفحه‌های ۶ تا ۸ و ۱۱ تا ۱۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(آزمون کنکور ریاضی - ۹۲)

$$f(x-1) = (x-9)Q(x)$$

با تبدیل $u = x - 1$ ، داریم:

$$f(u) = (u-8)Q(u+1)$$

حال با تبدیل $u = y^3$ ، داریم:

$$f(y^3) = (y^3 - 8)Q(y^3 + 1)$$

$$\Rightarrow f(y^3) = (y-2)(y^2 + 2y + 4)Q(y^3 + 1)$$

بنابراین $f(y^3)$ همواره بر $y-2$ بخش پذیر است.

(حسابان - صفحه‌های ۶ تا ۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$(\sqrt{x}(1+\sqrt{x}))^4(\sqrt{x}+1)^2 = x^2(\sqrt{x}+1)^{11}$$

جمله‌ی $(k+1)$ ام بسط $x^2(\sqrt{x}+1)^{11}$ را می‌یابیم:

$$\text{جمله‌ی } (k+1) \text{ ام} = x^2 \left(\binom{11}{k} (\sqrt{x})^{11-k} (1)^k \right) = x^2 \binom{11}{k} x^{\frac{11-k}{2}}$$

باید توان x در عبارت ۵ باشد، پس:

$$\frac{11-k}{2} + 2 = 5 \Rightarrow k = 5$$

بنابراین ضریب x^5 برابر $\binom{11}{5}$ است.

(مسابان - صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، حسابان-گواه ، ب.م.م و ک.م.م اعداد و چند جمله ای ها ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۷۲۳

$$P(x) = x^5 - 2x^4 - 16x + 32 = x^4(x-2) - 16(x-2)$$

$$= (x-2)(x^4 - 16) = (x-2)(x^2 - 4)(x^2 + 4)$$

$$= (x-2)^2(x+2)(x^2 + 4)$$

$$Q(x) = x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 8x = x^3(x-2) - 4x(x-2)$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، حسابان-گواه ، بحث در تعداد و علامت ریشه ها و رابطه ی بین ریشه ها ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۷۲۳

$$x'x''^2 = -1 \Rightarrow x'.x'' = -\frac{1}{x''} \Rightarrow \frac{c}{a} = -\frac{1}{x''} \Rightarrow x'' = -\frac{a}{c}$$

در معادله صدق می‌کند، پس: $x'' = -\frac{a}{c}$

$$a\left(-\frac{a}{c}\right)^2 + b\left(-\frac{a}{c}\right) + c = 0 \Rightarrow \frac{a^3}{c^2} - \frac{ab}{c} + c = 0$$

$$\xrightarrow{\times c^2} a^3 - abc + c^3 = 0 \Rightarrow a^3 + c^3 = abc$$

(مسایان - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

با توجه به این که α و β جواب‌های معادله‌ی $2x^2 - 3x - 4 = 0$ است،
داریم:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{3}{2}, \quad \alpha\beta = \frac{c}{a} = -2 \quad (*)$$

چون جواب‌های معادله‌ی مطلوب $\frac{1}{\alpha} + 1$ و $\frac{1}{\beta} + 1$ هستند، خواهیم داشت:

$$S = \frac{1}{\alpha} + 1 + \frac{1}{\beta} + 1 = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 2 \stackrel{(*)}{=} \frac{\frac{3}{2}}{-2} + 2 = \frac{5}{4}$$

$$P = \left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) = \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + 1$$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 1 \stackrel{(*)}{=} \frac{1}{-2} + \frac{\frac{3}{2}}{-2} + 1 = -\frac{1}{4}$$

پس با توجه به رابطه‌ی $x^2 - Sx + P = 0$ ، معادله‌ی مورد نظر به صورت
زیر خواهد بود:

$$x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{1}{4} = 0 \xrightarrow{\times(4)} 4x^2 - 5x - 1 = 0$$

(مسئله‌های ۱۵ تا ۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

www.kanoon.ir