



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

۵۱- تعداد اعضای کدام یک از مجموعه‌های زیر از بقیه بیشتر است؟

(۱) اعداد اول کوچک‌تر از ۱۳

(۲) مضرب‌های طبیعی دورقمی عدد ۲۰

(۳) حروف کلمه‌ی «دیدار»

(۴) تعداد نقاط مشترک دو دایره‌ی مماس بر هم به شعاع‌های ۲ و ۴

شما پاسخ نداده اید

۵۲- دو تاس را هم‌زمان پرتاب می‌کنیم. احتمال آن‌که حاصل ضرب اعداد رو شده، مضرب ۴ باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{7}{18}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{5}{12}$

(۴) $\frac{1}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۵۳- اگر داشته باشیم $|ab| = -ab$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر همواره صحیح است؟ ($a, b \neq 0$)

(۱) $a + b < 0$

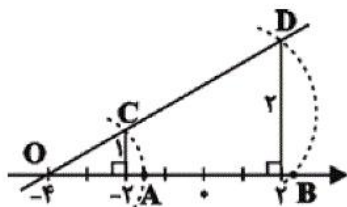
(۲) $a > 0, b < 0$

(۳) $a < 0, b < 0$

(۴) $ab < 0$

شما پاسخ نداده اید

۵۴- در شکل زیر، فاصله‌ی نقطه‌ی A از B کدام است؟ (در شکل زیر، کمان‌هایی به مرکز O و شعاع‌های OC و OD زده شده است.)



OD زده شده است.)

(۱) $2\sqrt{5} - 3$

(۲) $\sqrt{10} - \sqrt{5}$

(۳) $2\sqrt{10} - \sqrt{5}$

(۴) $2\sqrt{10} - 3$

شما پاسخ نداده اید

۵۵- نمایش اعشاری کدام کسر متناهی است؟

$$\frac{400}{150} \quad (4) \qquad \frac{168}{448} \quad (3) \qquad \frac{637}{546} \quad (2) \qquad \frac{524}{36} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۵۶- دو دایره A و B به ترتیب به شعاع‌های ۳ و ۵ با هم مماس خارجی هستند. دورترین نقطه‌ی دایره‌ی B نسبت

به مرکز دایره‌ی A را نقطه‌ی M می‌نامیم و از M دو مماس بر دایره‌ی A رسم می‌کنیم. حاصل ضرب

اندازه‌ی این دو مماس چقدر است؟

$$320 \quad (4) \qquad 178 \quad (3) \qquad 160 \quad (2) \qquad 400 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

$$A = \frac{\sqrt{18} - \sqrt{72} + \sqrt{48} - \sqrt{75}}{\sqrt{32} - \sqrt{27}}$$

۵۷- حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{4\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{7\sqrt{2}} \quad (4) \qquad \frac{33 + 13\sqrt{6}}{5} \quad (3) \qquad \frac{-4\sqrt{2} - 3\sqrt{3}}{5} \quad (2) \qquad \frac{-33 - 13\sqrt{6}}{5} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۵۸- اگر $2^{a+1} = \sqrt{3}$ باشد، حاصل عبارت 8^{a-1} کدام است؟

$$\frac{2\sqrt{3}}{27} \quad (4) \qquad \frac{3}{16} \quad (3) \qquad \frac{3\sqrt{3}}{8} \quad (2) \qquad \frac{3\sqrt{3}}{64} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۵۹- اگر عبارت $ax + b$ در تجزیه‌ی هر دو عبارت $3x^2 - 4x - 4$ و $9x^2 - 3x - 6$ وجود داشته باشد، حاصل

$a + b$ کدام است؟

$$-5 \quad (4) \qquad 5 \quad (3) \qquad -1 \quad (2) \qquad 1 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۰- اگر $a + b < 0$ و $a - b > 0$ باشد، کدام گزینه الزاماً صحیح است؟ ($a, b \neq 0$)

(۴) $b > a$

(۳) $a < 0$

(۲) $b < 0$

(۱) $a^2 > b^2$

شما پاسخ نداده اید

۶۱- معادله‌ی خطی که از دو نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -6 \\ 1 \end{bmatrix}$ می‌گذرد، کدام است؟

(۲) $3y + x + 3 = 0$

(۱) $y + 3x + 3 = 0$

(۴) $3y + x + 1 = 0$

(۳) $y + 3x + 1 = 0$

شما پاسخ نداده اید

۶۲- از مستطیلی به ابعاد $(x + 4)$ و $(x + 5)$ یک مستطیل به ابعاد $(x - 2)$ و $(x + 3)$ را حذف کرده‌ایم. مساحت

باقی‌مانده همواره برابر کدام گزینه است؟ ($x > 2$)

(۲) $8x + 26$

(۱) $8x + 13$

(۴) $10x + 26$

(۳) $10x + 13$

شما پاسخ نداده اید

۶۳- معادله‌ی خط d که از محل تقاطع دو خط $d_1: 2x - 3y = 6$ و $d_2: x - 3y = 2$ می‌گذرد و با خط

$d_3: 2x - y = 4$ موازی است، کدام گزینه است؟

(۲) $3y + 4x = 22$

(۱) $2y - 4x = -1$

(۴) $3y + 6x = 10$

(۳) $3y - 6x = -22$

شما پاسخ نداده اید

۶۴- باقی مانده‌ی تقسیم $x^3 - 8$ بر $x + 2$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱۶

(۳) -۱۶

(۴) -۸

شما پاسخ نداده اید

۶۵- اگر عبارت $P(x) = 12x^3 + ax^2 - 8x - 2$ بر $x + 1$ بخش پذیر باشد، خارج قسمت کدام است؟

(۱) $12x^2 - 6x - 2$

(۲) $12x^2 - x - 2$

(۳) $12x^2 + 6x + 2$

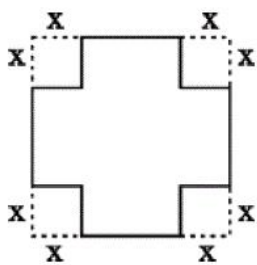
(۴) $12x^2 + x - 2$

شما پاسخ نداده اید

۶۶- از یک مقوای مربع شکل به ضلع ۱۲، گوشه‌های مربع شکل به ضلع x را بریده و با سطح باقی مانده یک

جعبه‌ی مکعب شکل بی سقف درست کرده‌ایم. نسبت اندازه‌ی حجم جعبه به اندازه‌ی سطح کل بیرونی آن بر

حساب x کدام است؟



(۱) $\frac{3x + x^2}{3 - x}$

(۲) $\frac{6x - x^2}{6 + x}$

(۳) $\frac{6x + x^2}{6 - x}$

(۴) $\frac{3x - x^2}{3 + x}$

شما پاسخ نداده اید

۶۷- کره‌ای به قطر ۱۲ در استوانه‌ای محاط شده است. حجم فضای بین کره و استوانه کدام است؟

(۱) 72π

(۲) 81π

(۳) 121π

(۴) 144π

شما پاسخ نداده اید

۶۸- هرمی با قاعده‌ی مربع را که ضلع قاعده‌ی آن $a\sqrt{2}$ و وجه‌های جانبی آن مثلث‌های متساوی‌الاضلاع است پر

از آب می‌کنیم و سپس در یک مخروط با شعاع قاعده‌ی $a\sqrt{2}$ و ارتفاع a خالی می‌کنیم. برای پر شدن

مخروط چه میزان آب کم داریم؟ ($\pi = 3$)

- (۱) $\frac{3}{2}a^3$ (۲) $\frac{1}{3}a^3$ (۳) $\frac{4}{3}a^3$ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۶۹- مثلثی به ابعاد ۵, ۴, ۳ را در نظر بگیرید. حجم شکل حاصل از دوران مثلث حول ضلع ۵، کدام است؟

- (۱) $9/6\pi$ (۲) $4/8\pi$

- (۳) $10/2\pi$ (۴) $11/6\pi$

شما پاسخ نداده اید

۷۰- اگر اندازه‌ی مساحت کل یک نیم‌کره‌ی توپُر برابر با اندازه‌ی حجم آن باشد، حجم نیم‌کره کدام است؟

- (۱) 18π (۲) $60/75\pi$

- (۳) $6/75\pi$ (۴) $121/5\pi$

شما پاسخ نداده اید

۵۱-

«مهم‌علی مرتضوی»

اعضای هریک از مجموعه‌های مطرح‌شده را می‌نویسیم:

گزینه‌ی «۱»: $\{۲, ۳, ۵, ۷, ۱۱\}$

گزینه‌ی «۲»: $\{۲۰, ۴۰, ۶۰, ۸۰\}$

گزینه‌ی «۳»: $\{ر, د, ی, ا\}$

گزینه‌ی «۴»: دو دایره‌ی مماس بر هم در یک نقطه مشترک هستند.

پس تعداد اعضای مجموعه‌ی گزینه‌ی «۱» از بقیه بیش‌تر است.

(صفحه‌های ۲ تا ۵ کتاب درسی) (مجموعه‌ها)

۴

۳

۲

۱

۵۲-

«هاری پلور»

اگر مجموعه‌ی همه‌ی حالت‌های ممکن را S بنامیم، $n(S) = ۳۶$ است.

پیشامد آن که حاصل‌ضرب اعداد رو شده مضرب چهار باشد (A) ،

به‌صورت زیر است:

$$A = \{(1, 4), (2, 2), (2, 4), (2, 6)$$

$$, (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4) \Rightarrow n(A) = ۱۵$$

$$, (4, 5), (4, 6), (5, 4), (6, 2), (6, 4), (6, 6)\}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۱۵}{۳۶} = \frac{۵}{۱۲}$$

(صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷ کتاب درسی) (مجموعه‌ها)

۴

۳

۲

۱

داریم:

$$\begin{cases} u \geq 0 \Leftrightarrow |u| = u \\ u \leq 0 \Leftrightarrow |u| = -u \end{cases}$$

بنابراین چون $|ab| = -ab$ و $a, b \neq 0$ است، باید $ab < 0$ باشد.
دقت کنید که گزینه‌های «۱» و «۲» لزوماً صحیح نیستند.

(صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱ کتاب درسی) (اعددهای حقیقی)

 ۴ ۳ ۲ ۱

«هاری پلور»

برای محاسبه‌ی فاصله‌ی نقطه‌ی A از B ابتدای اندازه‌های \overline{OA} و \overline{OB} را حساب می‌کنیم و سپس آن‌ها را از هم کم می‌کنیم. طبق قضیه‌ی فیثاغورث داریم:

$$\begin{cases} \overline{OA} = \overline{OC} = \sqrt{(-2 - (-4))^2 + 1^2} = \sqrt{4 + 1} = \sqrt{5} \\ \overline{OB} = \overline{OD} = \sqrt{(2 - (-4))^2 + 2^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA} = 2\sqrt{10} - \sqrt{5}$$

(صفحه‌ی ۲۴ کتاب درسی) (اعددهای حقیقی)

 ۴ ۳ ۲ ۱

«هاری پلور»

برای آن‌که نمایش اعشاری کسر متناهی شود، باید بعد از ساده کردن آن،
مخرج فقط عامل‌های ۲ یا ۵ داشته باشد. در گزینه‌ی «۳» داریم:

$$\frac{168}{448} = \frac{3 \times 8 \times 7}{8 \times 8 \times 7} = \frac{3}{8} = \frac{3}{2^3} = 0.375$$

در سایر گزینه‌ها:

$$\frac{524}{36} = 14\frac{4}{9}, \quad \frac{637}{546} = 1\frac{1}{14}, \quad \frac{400}{150} = 2\frac{4}{3}$$

(صفحه‌ی ۲۱ کتاب درسی) (اعددهای حقیقی)

 ۴ ۳ ۲ ۱

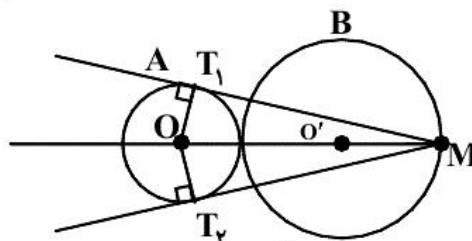
نقطه‌ی M از دایره‌ی B ، بیش‌ترین فاصله را از مرکز دایره‌ی A دارد.

چون دو مثلث $\triangle OT_1M$ و $\triangle OT_2M$ همنهشت‌اند، پس T_1M و T_2M

با هم برابرند. پس طبق رابطه‌ی فیثاغورس در مثلث $\triangle OT_1M$ داریم:

$$\begin{aligned} T_1M = T_2M &= \sqrt{OM^2 - OT_1^2} \\ &= \sqrt{(2 \times 5 + 3)^2 - 3^2} = \sqrt{169 - 9} = \sqrt{160}. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow T_1M \times T_2M = \sqrt{160} \times \sqrt{160} = 160.$$



(صفحه‌های ۴۴ تا ۴۸ کتاب درسی) (استرلال و اثبات در هندسه)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{9 \times 2} - \sqrt{36 \times 2} + \sqrt{16 \times 3} - \sqrt{25 \times 3}}{\sqrt{16 \times 2} - \sqrt{9 \times 3}} \\ &= \frac{3\sqrt{2} - 6\sqrt{2} + 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3}}{4\sqrt{2} - 3\sqrt{3}} \\ &= \frac{-3\sqrt{2} - \sqrt{3}}{4\sqrt{2} - 3\sqrt{3}} \times \frac{4\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{4\sqrt{2} + 3\sqrt{3}} \\ &= \frac{-12 \times 2 - 4\sqrt{6} - 9\sqrt{6} - 9}{32 - 27} = \frac{-33 - 13\sqrt{6}}{5} \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۷۳ تا ۷۷ و ۱۶ تا ۱۹ کتاب درسی) (ترکیبی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«معمد بقیه ای»

$$8^{a-1} = (2^3)^{a-1} = 2^{3a-3} = 2^{3a} \times 2^{-3} = (2^a)^3 \times \frac{1}{8}$$

$$2^{a+1} = \sqrt{3} \Rightarrow 2^a \times 2^1 = \sqrt{3} \Rightarrow 2^a = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow 8^{a-1} = (2^a)^3 \times \frac{1}{8} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3 \times \frac{1}{8} = \frac{3\sqrt{3}}{64}$$

(صفحه‌های ۶۰ تا ۶۴ کتاب درسی) (توان و ریشه)

۴

۳

۲

۱ ✓

«معمد زرین کفش»

ابتدا با استفاده از اتحاد جمله‌ی مشترک، هر دو عبارت را تجزیه می‌کنیم:

$$3x^2 - 4x - 4 = -(4 + 4x - 3x^2)$$

$$= -[(2)^2 + 2 \times (2x) - 3x \times x]$$

$$= -[2^2 + 2 \times (3x - x) + 3x \times (-x)] = -[(2 + 3x)(2 - x)]$$

$$9x^2 - 3x - 6 = (3x)^2 - 1 \times (3x) - 2 \times 3$$

$$= (3x)^2 + (-3 + 2)(3x) + (2)(-3) = (3x + 2)(3x - 3)$$

عبارت $(3x + 2)$ در هر دو تجزیه مشترک است. پس:

$$ax + b = 3x + 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow a + b = 5$$

(صفحه‌های ۷۹ تا ۸۹ کتاب درسی) (عبارت‌های جبری)

۴

۳ ✓

۲

۱

«همید زرین کفش»

$$\begin{cases} a + b < 0 \\ a - b > 0 \end{cases} \Rightarrow (a + b)(a - b) < 0 \\ \Rightarrow a^2 - b^2 < 0 \Rightarrow a^2 < b^2$$

پس گزینه‌ی «۱» صحیح نیست.

مثال نقض برای گزینه‌ی «۳»:

$$b = -2, a = 1$$

$$a - b = 1 - (-2) = 3 > 0$$

$$a + b = 1 - 2 = -1 < 0$$

پس الزاماً $a < 0$ نیست.

$$a - b > 0 \Rightarrow b < a$$

گزینه‌ی «۴» صحیح نیست.

$$\begin{cases} a + b < 0 \\ a - b > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a - b > 0 \\ a - b > 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع دو نامعادله}} -2b > 0 \Rightarrow b < 0$$

پس گزینه‌ی «۲» صحیح است.

(صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴ کتاب درسی) (عبارت‌های بپری)

 ۴ ۳ ۲ ۱

اگر $A = \begin{bmatrix} -۶ \\ ۱ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۳ \\ -۲ \end{bmatrix}$ باشد، شیب خطی که از A و B

می‌گذرد، برابر است با:

$$\text{شیب خط} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow \text{شیب خط} = \frac{-۲ - ۱}{۳ - (-۶)} = \frac{-۳}{۹} = -\frac{۱}{۳}$$

$$y = ax + b \xrightarrow{a = -\frac{1}{3}} y = -\frac{1}{3}x + b$$

یافتن عرض از مبدأ خط:

$$\frac{x=۳}{y=-۲} \rightarrow -۲ = -\frac{1}{3}(۳) + b \Rightarrow -۲ = -۱ + b \Rightarrow b = -۱$$

$$y = -\frac{1}{3}x - 1 \Rightarrow 3y = -x - 3 \Rightarrow 3y + x + 3 = 0$$

(صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۷ کتاب درسی) (خط و معادله‌های خطی)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

«ایمان پینی فروشان»

$$\text{مساحت مستطیل اول} = (x+۴)(x+۵) = x^2 + 9x + ۲۰$$

$$\text{مساحت مستطیل دوم} = (x-۲)(x+۳) = x^2 + x - ۶$$

$$\text{مساحت باقی‌مانده} = (x^2 + 9x + ۲۰) - (x^2 + x - ۶)$$

$$= 8x + ۲۶$$

(صفحه‌های ۷۹ تا ۱۵ کتاب درسی) (عبارت‌های جبری)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا محل تقاطع دو خط d_1 و d_2 را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ x - 3y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ -x + 3y = -2 \end{cases}$$

$$x = 4, \quad y = \frac{2}{3}$$

در نتیجه مختصات نقطه‌ی برخورد دو خط $\begin{bmatrix} 4 \\ \frac{2}{3} \end{bmatrix}$ است.

شیب خط d_2 برابر ۲ است. می‌دانیم شیب دو خط موازی با هم برابر است، لذا شیب خط‌های d و d_2 با هم برابر است. حال معادله‌ی خط d را می‌نویسیم. داریم:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\Rightarrow y - \frac{2}{3} = 2(x - 4)$$

$$\Rightarrow y = 2x - 8 + \frac{2}{3} \Rightarrow y = 2x - \frac{22}{3}$$

$$\Rightarrow 3y = 6x - 22 \Rightarrow 3y - 6x = -22$$

(صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۲ کتاب درسی) (خط و معادله‌های فضا)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

راه‌حل دوم:

اگر $P(x)$ خارج‌قسمت تقسیم باشد، داریم:

$$x^3 - 8 = P(x) \times (x + 2) + \text{باقی‌مانده}$$

حال اگر $x = -2$ باشد، عبارت $P(x) \times (x + 2)$ صفر می‌شود. یعنی

باقی‌مانده با جای‌گذاری $x = -2$ در $x^3 - 8$ به‌دست می‌آید. پس

$$\text{باقی‌مانده برابر با } (-2)^3 - 8 = -8 - 8 = -16 \text{ است.}$$

(صفحه‌های ۱۲۶ تا ۱۲۹ کتاب درسی) (عبارت‌های گویا)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\begin{array}{r}
 12x^3 + ax^2 - 8x - 2 \quad | \quad x+1 \\
 \hline
 -(12x^3 + 12x^2) \qquad \qquad 12x^2 + (a-12)x + (4-a) \\
 \hline
 (a-12)x^2 - 8x - 2 \\
 -((a-12)x^2 + (a-12)x) \\
 \hline
 (4-a)x - 2 \\
 -((4-a)x + (4-a)) \\
 \hline
 a-6
 \end{array}$$

عبارت $P(x)$ بر $x+1$ بخش پذیر است، پس باقی مانده باید برابر با صفر شود یعنی:

$$a - 6 = 0 \Rightarrow a = 6$$

در نتیجه مقدار خارج قسمت با جای گذاری $a = 6$ به دست می آید:

$$12x^2 - 6x - 2$$

(صفحه های ۱۲۶ تا ۱۲۹ کتاب درسی) (عبارت های گویا)

 ۴

 ۳

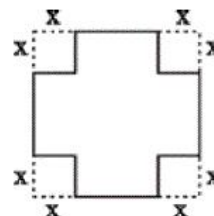
 ۲

 ۱

«معمد زرین کفش»

ارتفاع مکعب برابر x و طول ضلع قاعده ی آن برابر با $(12-2x)$ است، پس حجم آن برابر است با:

$$V = (12-2x)^2 x$$



و سطح کل بیرونی جعبه برابر است با:

$$S = (12)^2 - 4x^2$$

نسبت اندازه ها:

$$\begin{aligned}
 \frac{V}{S} &= \frac{(12-2x)^2 x}{(12)^2 - 4x^2} = \frac{(12-2x)(12-2x)x}{(12-2x)(12+2x)} \\
 \Rightarrow \frac{V}{S} &= \frac{(12-2x)x}{12+2x} = \frac{(6-x)x}{6+x} = \frac{6x-x^2}{6+x}
 \end{aligned}$$

(صفحه های ۱۱۴ تا ۱۱۸ کتاب درسی) (عبارت های گویا)

 ۴

 ۳

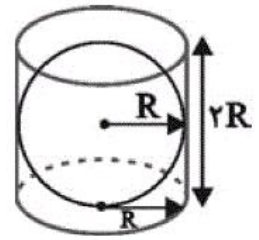
 ۲

 ۱

«مسئله بهیروایی»

$$R_{\text{کره}} = \frac{12}{2} = 6$$

$$V_{\text{کره}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 6^3 = 288\pi$$



$$R_{\text{استوانه}} = R_{\text{کره}} = 6$$

$$h_{\text{استوانه}} = 2 \times R_{\text{کره}} = 12$$

$$\Rightarrow V_{\text{استوانه}} = \pi (R_{\text{استوانه}})^2 h_{\text{استوانه}} = \pi \times 6^2 \times 12 = 432\pi$$

$$V_{\text{استوانه}} - V_{\text{کره}} = 432\pi - 288\pi = 144\pi$$

(صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴ کتاب درسی) (مجموع و مساحت)

۴ ✓

۳

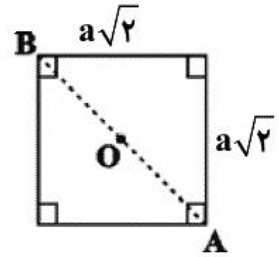
۲

۱

قاعده‌ی هرم را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$AB = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + (a\sqrt{2})^2} = 2a$$

$$OA = \frac{AB}{2} = a$$

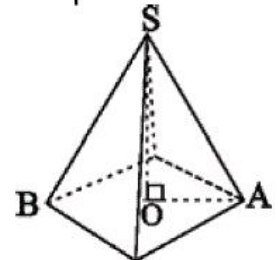


در مثلث OAS از هرم شکل زیر، داریم:

$$h = OS = \sqrt{AS^2 - OA^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 - a^2} = a$$

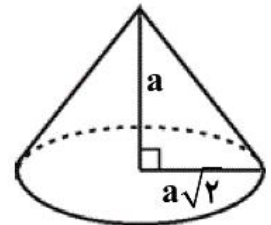
حجم هرم:

$$\frac{1}{3} (\text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع}) = \frac{1}{3} \times (a\sqrt{2})^2 \times a = \frac{2}{3} a^3$$



حجم مخروط:

$$\frac{1}{3} \pi (a\sqrt{2})^2 \times a = \frac{2}{3} \pi a^3 \approx 2a^3$$



$$2a^3 - \frac{2}{3}a^3 = \frac{4}{3}a^3$$

در نتیجه:

(صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹ کتاب درسی) (مهم و مساحت)

 ۴

 ۳

 ۲

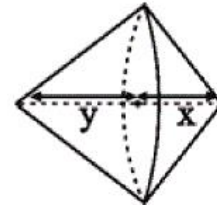
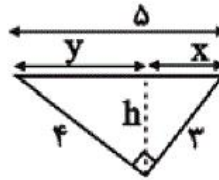
 ۱

مثلی به اضلاع ۳، ۴ و ۵ قائم‌الزاویه است زیرا طول اضلاع آن در رابطه‌ی فیثاغورس صدق می‌کند. اگر این مثلث را حول وتر دوران بدهیم، دو مخروط به‌وجود می‌آید که شعاع قاعده‌ی این دو مخروط برابر با ارتفاع وارد بر وتر، یعنی $۲/۴$ است. ارتفاع این دو مخروط را مطابق شکل x و y می‌گیریم.

برای محاسبه‌ی ارتفاع وارد بر وتر داریم:

$$\Rightarrow \text{مساحت مثلث} = \frac{۳ \times ۴}{۲} = \frac{h \times ۵}{۲}$$

$$h = \frac{۳ \times ۴}{۵} = ۲/۴$$



حجم شکل حاصل از دوران، برابر با مجموع حجم‌های دو مخروط است.

$$V = \frac{1}{3} \pi h^2 x + \frac{1}{3} \pi h^2 y = \frac{1}{3} \pi h^2 (x + y)$$

$$\frac{x+y=5}{h=2/4} \rightarrow V = \frac{1}{3} \pi (2/4)^2 5 \Rightarrow V = 9/6\pi$$

(صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۳ کتاب درسی) (مجموع و مساحت)

 ۴

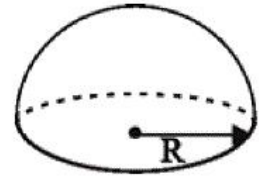
 ۳

 ۲

 ۱

$$\text{مساحت كل نيم كره} = \frac{1}{2}(4\pi R^2) + \pi R^2 = 2\pi R^2 + \pi R^2 = 3\pi R^2$$

$$\text{حجم نيم كره} = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) = \frac{2}{3}\pi R^3$$



اندازه‌ی مساحت نيم كره = اندازه‌ی حجم نيم كره

$$\Rightarrow 3\pi R^2 = \frac{2}{3}\pi R^3 \Rightarrow R = \frac{9}{2}$$

$$\text{حجم نيم كره} = \frac{2}{3}\pi R^3 = \frac{2}{3}\pi\left(\frac{9}{2}\right)^3 = \frac{243}{4}\pi = 60.75\pi$$

(صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۴ کتاب درسی) (مجموع و مساحت)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

www.kanoon.ir