



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

۹۱- بزرگترین مقسوم علیه مشترک چند جمله‌ای‌های  $A = (x-1)^3(x^2+1)(x+1)^4$  و

$$B = (x^3-1)(x^3+1)^2(x^2+2)$$

به ازای  $x=2$  ، کدام است؟

(۱) ۹ (۲) ۱۸

(۳) ۲۴ (۴) ۲۷

شما پاسخ نداده اید

۹۲- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  جواب‌های معادله‌ی  $x^2+3x-3=0$  باشند حاصل  $(3\alpha+2)(3\beta+2)$  کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) -۱۲

(۳) ۴۱ (۴) -۴۱

شما پاسخ نداده اید

۹۳- اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم  $f(x)$  بر  $x-1$  و  $x-2$  به ترتیب از راست به چپ ۵ و ۳ باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم  $xf(x)$

بر  $x^2-3x+2$  کدام است؟

(۱)  $x-2$  (۲)  $x+2$

(۳)  $x-4$  (۴)  $x+4$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر خط  $y-2=mx$  از رأس منحنی تابع درجه‌ی دوم  $y=4x+x^2$  عبور کند،  $m$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳

(۳) -۳ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۹۵- اگر دامنه‌ی تابع  $f(x) = -3x - 1$ ، بازه‌ی  $[-4, 0]$  باشد، دامنه‌ی تابع  $y = (f \circ f)(x)$  کدام است؟

(۱)  $[-1, 0]$  (۲)  $[-\frac{1}{3}, 0]$

(۳)  $[-\frac{1}{3}, 1]$  (۴)  $[-2, 0]$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- اگر  $f(x) = x^3 + 3x - 27$  باشد، جواب نامعادله‌ی  $f(x) < f(3x)$  کدام است؟

(۱)  $x < 3$  (۲)  $x \geq 0$

(۳)  $x > 3$  (۴)  $x \leq 0$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر  $f$  یک تابع خطی باشد، به طوری که  $f(2) = 4$  و  $f^{-1}(8) = 6$  آن گاه  $f(2f(3))$  کدام است؟

(۱) ۱۸ (۲) ۹

(۳) ۱۲ (۴) ۳۶

شما پاسخ نداده اید

۹۸- اگر  $f(x) = |f(x)|^{\frac{2x}{\pi}}$ ، ضابطه‌ی  $f$  کدام می‌تواند باشد؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

(۱)  $\sin \frac{x}{2}$  (۲)  $\sin 2x$

(۳)  $\cos 2x$  (۴)  $\cos \frac{x}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر  $\cot 50^\circ = a$ ، آن گاه حاصل  $\cos 80^\circ$  برحسب  $a$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1-a^2}{1+a^2}$  (۲)  $\frac{a^2-1}{1+a^2}$

(۳)  $\frac{2a^2-1}{1+a^2}$  (۴)  $\frac{2a}{1+a^2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- حاصل  $\frac{1}{1 + \tan^3 \frac{\pi}{18}} + \frac{1}{1 + \cot^3 \frac{\pi}{18}}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$   
 (۲) ۱  
 (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$   
 (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- تعداد جواب‌های متمایز معادله‌ی  $\sin 4x \sin 2x = \cos 3x \cos x$  در بازه‌ی  $[0, \pi]$  کدام است؟

- (۱) ۴  
 (۲) ۵  
 (۳) ۶  
 (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- حاصل عبارت  $\frac{\sin 6(\cos^{-1} \frac{1}{4})}{2 \sin 3(\cos^{-1} \frac{1}{4})}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{11}{16}$   
 (۲)  $-\frac{13}{16}$   
 (۳)  $\frac{11}{16}$   
 (۴)  $\frac{13}{16}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} 4a + \frac{|x|}{x} & x < 0 \\ [x] + [-x] & x > 0 \end{cases}$  در  $x_0 = 0$  دارای حد باشد، مقدار  $a$  کدام است؟ ( [ ] ، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) -۱  
 (۲) ۱  
 (۳) صفر  
 (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$  کدام است؟

- (۱) صفر  
 (۲)  $\frac{1}{2}$   
 (۳) ۱  
 (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + x - 2 & x > 0 \\ 5x + 1 & x < 0 \end{cases}$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f\left(\frac{1}{2x} - \frac{x}{2}\right)$  کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) -۲ (۴) -۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- تابع  $f(x) = \frac{[x]+1}{[x]^2+1}$ ، در چند نقطه‌ی صحیح پیوسته است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- شیب خط مماس بر منحنی  $f(x) = (x+1)^{\frac{1}{2}} - (x+12)^{\frac{1}{3}}$  در نقطه به طول ۱۵ واقع بر منحنی کدام است؟

(۱)  $\frac{23}{216}$  (۲)  $-\frac{19}{216}$

(۳)  $-\frac{23}{216}$  (۴)  $\frac{19}{216}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر  $f(x) = 2\cos^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$  باشد، حاصل  $f'\left(\frac{\pi}{3}\right)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $-\frac{1}{2}$

(۳) ۱ (۴) -۱

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- قدرمطلق اختلاف مشتق‌های چپ و راست تابع  $f(x) = |x| \cdot |x^2 - 4|$  در نقطه‌ی  $x = 2$  کدام است؟

۶ (۱)

۸ (۲)

۱۲ (۳)

۱۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- اگر تابع  $f(x) = |x^2 - 2x - \frac{a}{4}|$  همواره مشتق‌پذیر باشد، آن‌گاه بیش‌ترین مقدار  $a$  کدام است؟

۲ (۱)

۴ (۲)

-۲ (۳)

-۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲ ، - ۱۳۹۵۰۷۰۹

۱۱۱- در مثلث  $ABC$ ، طول یکی از اضلاع برابر ۱۲ واحد و طول میانه‌های نظیر دو ضلع دیگر، ۱۰ و ۸ واحد است.

چند مثلث متفاوت با این اطلاعات می‌توان رسم نمود؟

۱ (۱) صفر

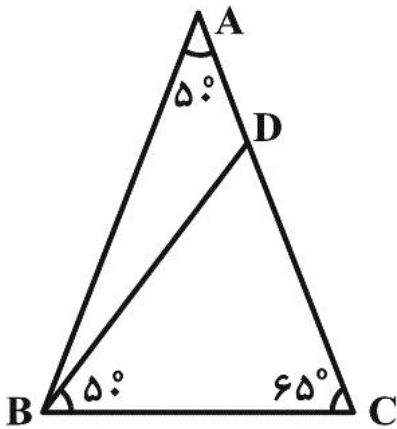
۱ (۲)

۲ (۳)

۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- با توجه به شکل زیر، کدام مورد نادرست است؟



(۱)  $AB = AC$

(۲)  $BC = BD$

(۳)  $AB > BD$

(۴)  $BC < CD$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- دو دایره به شعاع‌های ۴ و ۹ سانتی‌متر مماس بیرون هستند. مقدار  $m$  چقدر باشد تا اندازه‌ی مماس

مشترک خارجی آنها برابر  $2m - 2$  باشد؟

(۲) ۸

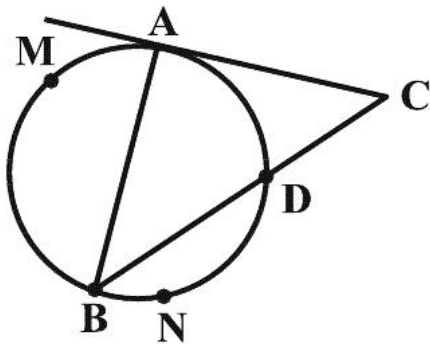
(۱) ۷

(۴) ۶/۵

(۳) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- در شکل زیر مماس  $CA = 5$ ،  $\widehat{BND} = 60^\circ$  و  $\widehat{C} = 50^\circ$  است. طول وتر  $AB$  کدام است؟



(۱) ۵

(۲)  $5\sqrt{2}$

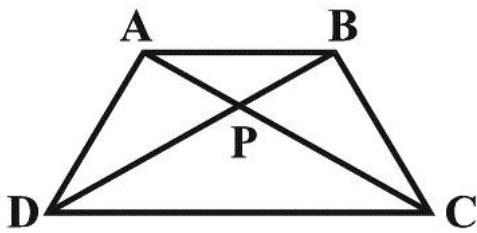
(۳) ۶

(۴)  $5\frac{\sqrt{3}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- در شکل زیر عمود منصف‌های اضلاع  $AB$ ،  $BC$  و  $AD$ ، در وسط ضلع  $DC$  هم‌رس‌اند. اگر  $AP = 2$ ،

$BP = 1$  و  $CP = 4$  باشند، اندازه‌ی  $CD$  کدام است؟



(۱)  $4\sqrt{6}$

(۲) ۱۲

(۳)  $8\sqrt{6}$

(۴) ۲۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- مختصات مجانس نقطه‌ی  $A = (1, -2)$  با مرکز تجانس  $(3, 2)$  و نسبت تجانس  $\frac{1}{3}$  کدام است؟

(۲)  $(-2, -4)$

(۱)  $(\frac{1}{3}, -1)$

(۴)  $(0, 2)$

(۳)  $(2, 0)$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- تحت دوران  $T(x, y) = (-x + b, ay + 2)$  خط  $d: x + y - 5 = 0$  برخوردش تصویر می‌شود.  $a + b$  کدام

است؟

(۲) ۵

(۱) ۷

(۴) صفر

(۳) ۳

شما پاسخ نداده اید



۱۱۸- دو صفحه در کدام یک از حالات زیر همواره موازی اند؟

(۱) هر کدام خطی موازی دیگری داشته باشند.

(۲) هر دو موازی یک خط باشند.

(۳) هر دو عمود بر یک خط باشند.

(۴) صفحه‌ای وجود داشته باشد که فاصله‌ی هر نقطه روی آن از دو صفحه، مساوی باشد.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- خط  $d$  فصل مشترک دو صفحه‌ی عمود بر هم  $P$  و  $Q$  را قطع می‌کند. کدام گزاره یا گزاره‌ها همواره صحیح

است؟

(الف) اگر  $d$  بر یکی از دو صفحه واقع باشد، بر دیگری عمود است.

(ب) اگر  $d$  بر یکی از دو صفحه عمود باشد، بر دیگری واقع است.

(ج) اگر  $d$  بر فصل مشترک دو صفحه عمود باشد، بر هر دو صفحه عمود است.

(۱) فقط (الف)

(۲) (الف) و (ب)

(۳) (ب) و (ج)

(۴) فقط (ب)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- خط  $d$  با صفحه‌ی  $P$  متقاطع است. از نقطه‌ی  $A$  خارج خط  $d$  و صفحه‌ی  $P$  چند خط می‌توان رسم کرد،

به طوری که با  $P$  موازی و با  $d$  متقاطع باشند؟

(۱) فقط یک

(۲) حداکثر یک

(۳) حداقل یک

(۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۱۲۱- اگر نامساوی  $3^{\binom{k}{2}} > (k+2)!$  به ازای جمیع مقادیر طبیعی بزرگتر یا مساوی  $m$  برقرار باشد، آنگاه حداقل

مقدار طبیعی برای  $m$  کدام است؟

۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- هر زیرمجموعه‌ی  $\Pi$  عضوی از مجموعه‌ی  $S = \{1, 2, 3, \dots, 21\}$  حداقل دو عضو دارد که مجموع آن‌ها برابر ۱۸

است. حداقل مقدار  $n$  کدام است؟

۱۱ (۱)

۱۲ (۲)

۱۳ (۳)

۱۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- اگر  $A = \{1, 2, 3, 4\}$  و  $B = \{2, 3, 4, 5\}$ ، چند مجموعه مانند  $X$  در رابطه‌ی  $(A \cap B) \subseteq X \subseteq (A \cup B)$

صدق می‌کند؟

۲ (۱)

۴ (۲)

۸ (۳)

۱۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- رابطه‌ی  $R = \{(x,y) : x|y\}$  روی مجموعه‌ی  $A = \{n^2 : n \in \mathbb{Z}, |n| \leq 3\}$  تعریف شده است. تعداد اعضای

R کدام است؟

- (۱) ۷  
(۲) ۶  
(۳) ۸  
(۴) ۹

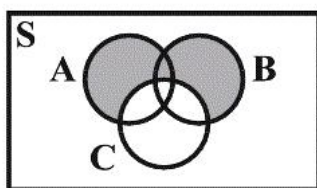
شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- رابطه‌ی  $xRy \Leftrightarrow (|y|-2|x|)(|x|-2|y|) > 0$  که روی مجموعه‌ی اعداد گویای غیرصفر تعریف شده:

- (۱) بازتابی و تقارنی است.  
(۲) بازتابی است و تقارنی نیست.  
(۳) تقارنی است و بازتابی نیست.  
(۴) نه بازتابی است و نه تقارنی

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- اگر  $A, B, C$  سه پیشامد باشند، در نمودار ون زیر، قسمت هاشور خورده نشانگر چه پیشامدی است؟



- (۱)  $A$  و  $B$  اتفاق افتاده ولی  $C$  اتفاق نیفتاده است.  
(۲)  $A$  و  $B$  اتفاق افتاده یا  $C$  اتفاق نیفتاده است.  
(۳)  $A$  یا  $B$  اتفاق افتاده ولی  $C$  اتفاق نیفتاده است.  
(۴)  $A$  یا  $B$  اتفاق افتاده است.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- تاسی را ۶ بار می‌اندازیم. با کدام احتمال تعداد اعداد اول رو شده، عددی اول است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$   
(۲)  $\frac{41}{64}$   
(۳)  $\frac{5}{8}$   
(۴)  $\frac{47}{64}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- در یک تاس ناسالم، احتمال رو شدن هر عدد متناسب با عکس آن عدد است. با کدام احتمال این تاس، ۲ یا

۵ می آید؟

$$\frac{2}{21} \quad (2)$$

$$\frac{1}{21} \quad (1)$$

$$\frac{2}{7} \quad (4)$$

$$\frac{1}{7} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- دو نقطه‌ی A و B را به تصادف بر محیط یک دایره انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی کمانی که این ۲ نقطه

مشخص می‌کنند، کوچکتر از  $\frac{\pi}{6}$  است؟

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{6} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- اگر  $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$  و  $P(B) = \frac{3}{5}$  باشند، چقدر احتمال دارد که پیشامد A رخ دهد ولی پیشامد B

اتفاق نیفتد؟

$$\frac{1}{10} \quad (2)$$

$$\frac{1}{5} \quad (1)$$

$$\frac{1}{12} \quad (4)$$

$$\frac{1}{15} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

(عمید زرین‌کفش)

-۹۱

$$A = (x-1)^3(x^2+1)(x+1)^4$$

$$B = (x-1)(x^2+x+1)(x+1)^2(x^2-x+1)^2(x^2+2)$$

$$C(x) = (x-1)(x+1)^2$$

$$x=2 \Rightarrow C(2) = 1 \times 3^2 = 9$$

(حسابان - مسابقات چبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

۴

۳

۲

۱

(عباس اعترازیان)

-۹۲

$$(3\alpha + 2)(3\beta + 2) = 9\alpha\beta + 6\alpha + 6\beta + 4$$

$$\begin{cases} \alpha\beta = \frac{c}{a} = -3 \\ \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 9\alpha\beta + 6(\alpha + \beta) + 4 = 9(-3) + 6(-3) + 4 = -41$$

(حسابان - مسابقات چبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱

(سعید زوارقی)

-۹۳

$$xf(x) = (x^2 - 3x + 2)q(x) + ax + b$$

$$\begin{cases} x=1 \Rightarrow f(1) = a + b = 5 \\ x=2 \Rightarrow 2f(2) = 2a + b = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=4 \end{cases}$$

$$R = ax + b = x + 4$$

(حسابان - مسابقات چبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۴

۳

۲

۱

(امیرمسین افشار)

$$y = x^2 + 4x \xrightarrow{\text{طول رأس}} x = \frac{-b}{2a} = -\frac{4}{2(1)} = -2$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در تابع}} y = (-2)^2 + 4(-2) = 4 - 8 = -4$$

بنابراین رأس منحنی  $(-2, -4)$  است و چون خط  $y = mx + 2$  از آن

می‌گذرد بنابراین مختصات نقطه در معادله‌ی آن صدق می‌کند.

$$\left. \begin{array}{l} -2 \\ -4 \end{array} \right\} \xrightarrow{y=mx+2} -4 = -2m + 2 \Rightarrow -6 = -2m \Rightarrow m = 3$$

(مسئله‌بان - مسابقات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(مبید رفعتی)

$$D_{f \circ f} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_f\}$$

$$f(x) \in D_f \Rightarrow -4 \leq -3x - 1 \leq 0$$

$$\Rightarrow -3 \leq -3x \leq 1 \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq x \leq 1 \quad (1)$$

$$x \in D_f \Rightarrow -4 \leq x \leq 0 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2) \Rightarrow -\frac{1}{3} \leq x \leq 0$$

(مسئله‌بان - تابع؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴ و ۶۹ تا ۷۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

چون  $f'(x) = 3x^2 + 3 > 0$ ، پس  $f(x)$  تابعی صعودی اکید است و در

نتیجه اگر  $f(f(x)) < f(3x)$  بخواهد برقرار باشد، آن گاه باید:

$$f(x) < 3x \Rightarrow x^3 + 3x - 27 < 3x \Rightarrow x^3 < 27 \Rightarrow x < 3$$

توجه: چون تابع  $f$  صعودی اکید است:  $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2)$

(مسابان - تابع: صفحه‌های ۳۹ و ۴۰ و ۸۰ تا ۸۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(فریدون ساعتی)

$f$  یک تابع خطی است، یعنی  $f(x) = ax + b$  و  $f(2) = 4$  یعنی

$$2a + b = 4 \quad (1)$$

$$f(x) = ax + b \Rightarrow y - b = ax \Rightarrow x = \frac{y - b}{a} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x - b}{a}$$

$$f^{-1}(8) = 6 \Rightarrow 6 = \frac{8 - b}{a} \Rightarrow 8 - b = 6a \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow a = 1, b = 2 \Rightarrow f(x) = x + 2 \Rightarrow f(3) = 5$$

$$2f(3) = 2(5) = 10, f(10) = 10 + 2 = 12$$

(مسابان - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۵ و ۸۵ تا ۹۵)

 ۴

 ۳

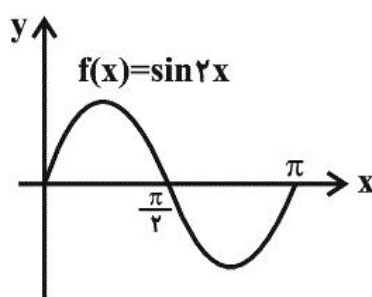
 ۲

 ۱

به تعیین بازه‌های برکت می‌پردازیم:

$$n \leq \frac{2x}{\pi} < n+1 \Rightarrow \frac{\pi n}{2} \leq x < \frac{\pi(n+1)}{2}$$

$$\begin{cases} 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow f(x) = |f(x)| \Rightarrow f(x) \geq 0 \\ \frac{\pi}{2} \leq x < \pi \Rightarrow -f(x) = |f(x)| \Rightarrow f(x) \leq 0 \\ \pi \leq x < \frac{3\pi}{2} \Rightarrow f(x) = |f(x)| \Rightarrow f(x) \geq 0 \end{cases}$$



پس باید گزینه‌ای را انتخاب کنیم که

دوره‌ی تناوب آن  $\pi$  باشد و در نیمه‌ی اول

دوره‌ی تناوب، مثبت و در نیمه‌ی دوم

دوره‌ی تناوب، منفی باشد.

که فقط تابع  $f(x) = \sin 2x$  در بین

گزینه‌ها چنین ویژگی‌ای را دارد.

(مسئله‌بان - تابع: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(مهرداد ملونری)

- 99

$$\cot 50^\circ = \tan 40^\circ = a$$

$$\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \xrightarrow{x=40^\circ} \cos 80^\circ = \frac{1 - a^2}{1 + a^2}$$

(مسئله‌بان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



مخرج مشترک می‌گیریم.

$$\frac{1}{1 + \tan^3 \frac{\pi}{18}} + \frac{1}{1 + \cot^3 \frac{\pi}{18}} = \frac{1 + \cot^3 \frac{\pi}{18} + 1 + \tan^3 \frac{\pi}{18}}{(1 + \cot^3 \frac{\pi}{18})(1 + \tan^3 \frac{\pi}{18})}$$

$$= \frac{2 + \tan^3 \frac{\pi}{18} + \cot^3 \frac{\pi}{18}}{1 + \tan^3 \frac{\pi}{18} + \cot^3 \frac{\pi}{18} + 1} = \frac{2 + \tan^3 \frac{\pi}{18} + \cot^3 \frac{\pi}{18}}{2 + \tan^3 \frac{\pi}{18} + \cot^3 \frac{\pi}{18}} = 1$$

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

می‌دانیم:

$$\begin{cases} \sin a \sin b = -\frac{1}{2}(\cos(a+b) - \cos(a-b)) \\ \cos a \cos b = \frac{1}{2}(\cos(a+b) + \cos(a-b)) \end{cases}$$

بنابراین:

$$\sin \varphi x \sin \psi x = \cos \vartheta x \cos x$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2}(\cos \varphi x - \cos \psi x) = \frac{1}{2}(\cos \varphi x + \cos \psi x)$$

$$\Rightarrow -\cos \varphi x + \cos \psi x = \cos \varphi x + \cos \psi x \Rightarrow \cos \varphi x + \cos \varphi x = 0$$

از طرفی:

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

لذا:

$$\cos \varphi x + \cos \varphi x = 0 \Rightarrow 2 \cos \delta x \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos \delta x = 0 \Rightarrow \delta x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{\delta} + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \\ \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{x \in [0, \pi]} x \in \left[ \frac{\pi}{\delta}, \frac{\pi}{\delta}, \frac{\pi}{\delta} + \frac{\pi}{\delta}, \frac{\pi}{\delta} + \frac{\pi}{\delta}, \frac{3\pi}{\delta} + \frac{\pi}{\delta}, \frac{4\pi}{\delta} + \frac{\pi}{\delta} \right]$$

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۲۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(عمید علیزاده)

$$\frac{\sin 6(\cos^{-1} \frac{1}{4})}{2 \sin 3(\cos^{-1} \frac{1}{4})} \xrightarrow{\cos^{-1} \frac{1}{4} = \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{4}} \frac{\sin 6\alpha}{2 \sin 3\alpha}$$

$$\frac{2 \sin 3\alpha \cos 3\alpha}{2 \sin 3\alpha} = \cos 3\alpha = 4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha$$

$$= 4\left(\frac{1}{4}\right)^3 - 3\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{16} - \frac{3}{4} = \frac{-11}{16}$$

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(الهام علیزاده)

-۱۰۳

برای این که تابع  $f(x)$  در نقطه‌ی  $x_0 = 0$  دارای حد باشد، باید حد چپ و راست تابع  $f$  موجود و با هم برابر باشند.

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} 4a + \frac{|x|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} 4a + \frac{-x}{x} = 4a - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} [x] + [-x] = 0 + (-1) = -1$$

در نهایت خواهیم داشت:

$$4a - 1 = -1 \Rightarrow 4a = 0 \Rightarrow a = 0$$

(مسابان - حد و پیوستگی توابع: صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(مهدرضا شوکتی بیرق)

-۱۰۴

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{1 - \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{1 - \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} (1 + \cos x) = 2$$

(مسابان - حد و پیوستگی توابع: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(علی یوسفی)

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \left( \frac{1}{2x} - \frac{x}{2} \right) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \left( \frac{1-x^2}{2x} \right) = 0^-$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f\left(\frac{1}{2x} - \frac{x}{2}\right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1$$

(مسابان - هر و پیوستگی توابع: صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

(مهمدرضا شوکتی بیرق)

فرض کنیم  $k \in \mathbb{Z}$  در این صورت:

$$\left. \begin{aligned} f(k) &= \lim_{x \rightarrow k^+} f(x) = \frac{k+1}{k^2+1} \\ \lim_{x \rightarrow k^-} f(x) &= \frac{(k-1)+1}{(k-1)^2+1} = \frac{k}{k^2-2k+2} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \frac{k+1}{k^2+1} = \frac{k}{k^2-2k+2} \Rightarrow k^2+k-2=0 \Rightarrow k=1, -2$$

پس تابع، در دو نقطه‌ی صحیح  $x=1$  و  $x=-2$  پیوسته است.

(مسابان - هر و پیوستگی توابع: صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۲ و ۱۵۴ تا ۱۵۸)

(فریدون ساعتی)

$$f'(x) = \frac{1}{2}(x+1)^{-\frac{1}{2}} - \frac{1}{3}(x+12)^{-\frac{2}{3}}$$

$$= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) - \frac{1}{3} \left( \frac{1}{\sqrt[3]{(x+12)^2}} \right)$$

$$\Rightarrow f'(15) = \frac{19}{216}$$

(مسابان - مشتق: صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۵)

(فاسم کتابچی)

$$f(x) = 2 \cos^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow f(x) = 2 \times \frac{1 + \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}{2} = 1 + \sin x$$

$$f'(x) = + \cos x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{2}} y' = + \frac{1}{2}$$

(حسابان - مشتق؛ صفحه‌های ۱۷۰ تا ۱۷۵ و ۱۸۲ تا ۱۸۴ و ۱۸۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(غلامرضا علی)

$$f(x) = |x| \cdot |x^2 - 4|$$

$$\begin{cases} x \geq 2: f(x) = x^3 - 4x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4 \\ \Rightarrow f'_+(2) = 3(2)^2 - 4 = 8 \\ 0 \leq x < 2: f(x) = -x^3 + 4x \Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 4 \\ \Rightarrow f'_-(2) = -3(2)^2 + 4 = -8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |f'_+(2) - f'_-(2)| = 16$$

(حسابان - مشتق؛ صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(هادی پلاور)

در ریشه‌ی ساده‌ی عبارت داخل قدرمطلق، تابع مشتق‌ناپذیر است پس دلتای

$$\text{معادله‌ی } x^2 - 2x - \frac{a}{2} = 0 \text{ باید منفی یا صفر باشد تا تابع } f \text{ همواره}$$

مشتق‌پذیر باشد. به عبارت دیگر معادله‌ی مورد نظر باید فاقد ریشه‌ی ساده

باشد.

$$\Delta = (-2)^2 - 4(1)\left(-\frac{a}{2}\right) = 4 + 2a$$

$$\xrightarrow{\Delta \leq 0} 4 + 2a \leq 0 \Rightarrow 2a \leq -4 \Rightarrow a \leq -2$$

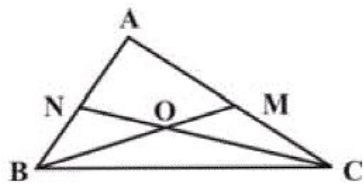
بیش‌ترین مقدار  $a$ ،  $-2$  است.

(حسابان - مشتق؛ صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

در مثلث ABC فرض می‌کنیم  $BC = ۱۲$ ،  $BM = ۸$  و  $CN = ۱۰$  باشد. با توجه به

ویژگی همرسی میانه‌ها داریم:



$$BO = \frac{2}{3}BM = \frac{16}{3}, CO = \frac{2}{3}CN = \frac{20}{3}$$

برای رسم مثلث OBC، لازم است نامساوی مثلثی در آن برقرار باشد، داریم:

$$BO + CO > BC \Rightarrow \frac{16}{3} + \frac{20}{3} > ۱۲ \Rightarrow ۱۲ > ۱۲$$

چون رابطه برقرار نیست پس چنین مثلثی قابل رسم نمی‌باشد.

(هندسه ۲ - استدلال: مشابه تمرین ۵ صفحه‌ی ۴۲)

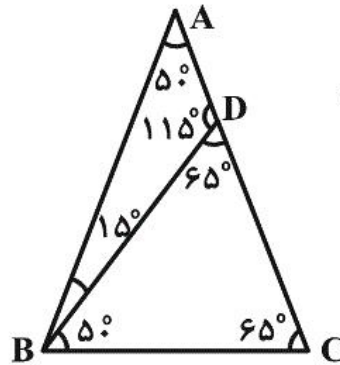
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مجموع زاویه‌های داخلی مثلث  $\triangle ABC$ ،  $180^\circ$  است.



پس:  $\widehat{ABD} = 15^\circ$  و در نتیجه:

$$\widehat{ADB} = 115^\circ \text{ و } \widehat{BDC} = 65^\circ.$$

$$\triangle ABC : \widehat{ABC} = \widehat{ACB} = 65^\circ \Rightarrow AB = AC$$

گزینه‌ی (۱) درست است.

$$\triangle BCD : \widehat{BDC} = \widehat{BCD} = 65^\circ \Rightarrow BD = BC$$

گزینه‌ی (۲) درست است.

$$\triangle ABD : \widehat{ADB} > \widehat{BAD} \Rightarrow AB > BD$$

گزینه‌ی (۳) درست است.

$$\triangle BCD : \widehat{BDC} > \widehat{DBC} \Rightarrow BC > DC$$

گزینه‌ی (۴) نادرست است.

(هندسه ۲ - استرلال: صفحه‌ی ۲۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رضا پورعسینی)

$$d = R + R' = 13$$

$$\text{مماس مشترک خارجی} = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$2m - 2 = \sqrt{13^2 - 25} \Rightarrow 2m - 2 = 12 \Rightarrow m = 7$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(علی ایمانی)

$$\widehat{C} = 50^\circ = \frac{\widehat{AMB} - \widehat{AD}}{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \widehat{AMB} - \widehat{AD} = 100^\circ \\ \widehat{AMB} + \widehat{AD} = 300^\circ \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \widehat{AMB} = 200^\circ \\ \widehat{AD} = 100^\circ \end{array} \right.$$

$\widehat{B}$  زاویه‌ی روبه‌رو به کمان  $AD$  است، پس  $\widehat{B} = 50^\circ$  و در نتیجه مثلث

$ABC$  متساوی‌الساقین است، یعنی  $AB = AC = 5$

(هنر سه ۲ - دایره؛ صفحه‌های ۶۸ تا ۷۴)

۴

۳

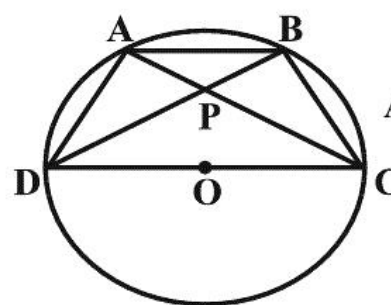
۲

۱ ✓

(ممد فنران)

-۱۱۵

عمود منصف‌های اضلاع چهارضلعی، در وسط ضلع  $CD$  هم‌رس‌اند که از این می‌توان نتیجه گرفت چهارضلعی محاطی است و مرکز دایره محیطی آن وسط  $CD$  است.

پس  $\widehat{DBC} = \widehat{DAC} = 90^\circ$ طبق روابط طولی  $AP \times PC = PB \times DP$ 

داریم:

$$2 \times 4 = 1 \times DP \Rightarrow DP = 8 \Rightarrow BD = BP + DP = 9$$

$$\triangle BPC : BC^2 + BP^2 = CP^2 \Rightarrow BC^2 = 15$$

$$\triangle BCD : BC^2 + BD^2 = CD^2 \Rightarrow CD^2 = 15 + 81 = 96$$

$$\Rightarrow CD = 4\sqrt{6}$$

(هنر سه ۲ - دایره؛ صفحه‌های ۵۸، ۵۹ و ۷۴)

۴

۳

۲

۱ ✓



اگر مجانس  $A$  را  $A'$  بنامیم، آن‌گاه:

$$OA' = A' - O = (x - 3, y - 2)$$

$$OA = A - O = (1 - 3, -2 - 2) = (-2, -4)$$

$$OA' = K.OA \Rightarrow OA' = \frac{1}{2}OA \Rightarrow$$

$$(x - 3, y - 2) = \frac{1}{2}(-2, -4) = (-1, -2)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 3 = -1 \Rightarrow x = 2 \\ y - 2 = -2 \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

یک خط زمانی تحت یک دوران بر خودش تصویر می‌شود که زاویه‌ی دوران

$180^\circ$  یا  $360^\circ$  و یا مضربی از آنها باشد. با توجه به ضریب  $x$ ، زاویه‌ی دوران

$180^\circ$  است و در نتیجه ضریب  $y$  نیز  $(-1)$  است، پس  $a = -1$ . از طرفی

اگر  $(x, y)$  نقطه‌ای از خط  $d$  باشد،  $T(x, y)$  نیز نقطه‌ای از  $d$  است پس

$T(x, y)$  در معادله‌ی  $d$  صدق می‌کند:

$$d: (-x + b) + (-y + 2) - 5 = 0$$

$$\Rightarrow \underbrace{-x - y + b - 3}_{-5} = 0 \Rightarrow b = 8$$

$$a + b = -1 + 8 = 7$$

(هندسه ۲ - تبیریل‌های هندسی: صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۱ و ۱۱۹ تا ۱۲۲)

۱ ✓  ۲  ۳  ۴

(مهرداد ملوندی)

-۱۱۸

دو صفحه که بر یک خط عمود باشند، لزوماً موازی یکدیگرند.

(هندسه ۲ - هندسه فضایی: صفحه‌ی ۱۵۱)

۱  ۲  ۳  ۴

(رضا عباسی اصل)

-۱۱۹

اگر خط  $d$  به عنوان مثال بر صفحه‌ی  $P$  عمود باشد، آن‌گاه لزوماً با صفحه‌ی

$Q$  موازی است. چون  $d$  یکی از خطوط صفحه‌ی  $Q$  را قطع کرده است، لزوماً

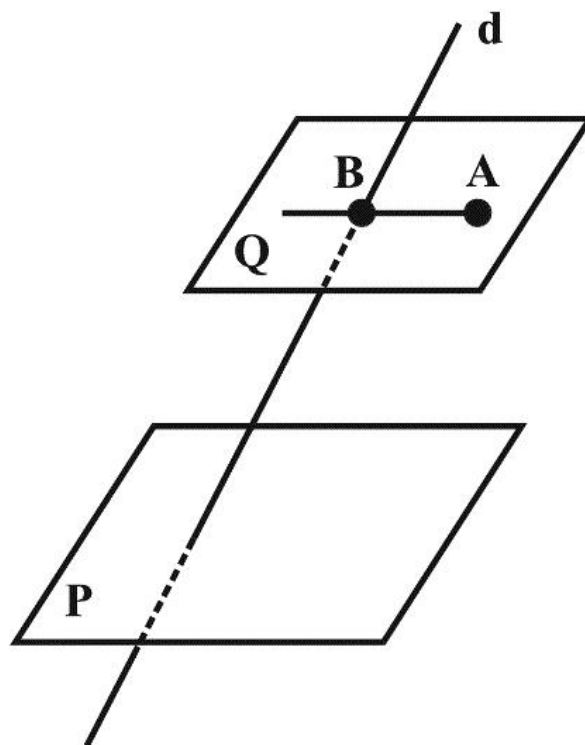
در صفحه‌ی  $Q$  واقع می‌باشد. به‌طور مشابه اگر خط  $d$  بر صفحه‌ی  $Q$  عمود

باشد، لزوماً در صفحه‌ی  $P$  قرار می‌گیرد.

(هندسه ۲ - هندسه‌ی فضایی: صفحه‌های ۱۵۵ تا ۱۵۷)

۱  ۲  ۳  ۴

از نقطه‌ی  $A$ ، صفحه‌ی  $Q$  را موازی با صفحه‌ی  $P$  رسم می‌کنیم. این صفحه، خط  $d$  را در نقطه‌ی  $B$  قطع می‌کند. خط گذرنده از  $A$  و  $B$  همان خط مطلوب است، یعنی موازی با  $P$  و متقاطع با  $d$  است. این خط منحصر به فرد است، زیرا اگر دو خط از  $A$  موازی با  $P$  و متقاطع با  $d$  وجود داشته باشند، آنگاه از این دو خط، صفحه‌ی  $Q'$  می‌گذرد که این صفحه با  $P$  موازی خواهد بود. در این صورت از  $A$ ، دو صفحه‌ی  $Q$  و  $Q'$  موازی  $P$  رسم شده است که چنین چیزی ممکن نیست.



(هندسه ۲ - هندسه فضایی: صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رضا پورحسینی)

$$k = 2 \Rightarrow 3 \binom{2}{2} > (2+2)! \Rightarrow 3 > 24 \text{ نادرست}$$

$$k = 3 \Rightarrow 3 \binom{3}{2} > (3+2)! \Rightarrow 27 > 120 \text{ نادرست}$$

$$k = 4 \Rightarrow 3 \binom{4}{2} > (4+2)! \Rightarrow 729 > 720 \Rightarrow m = 4 \text{ درست}$$

(پیروافتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۲۲

(سروش موثینی)

حالت‌هایی که مجموع دو عضو از مجموعه‌ی S برابر ۱۸ باشند، عبارت است از:  
 $\{1, 17\}, \{2, 16\}, \{3, 15\}, \{4, 14\}, \{5, 13\}, \{6, 12\}, \{7, 11\}, \{8, 10\}$   
 بدترین حالت برای انتخاب یک زیرمجموعه از S، برای آن که مجموع دو عضو آن برابر ۱۸ شود، آن است که از هر یک از گروه‌های بالا (هشت گروه) یک عضو و همچنین اعداد ۹، ۱۸، ۱۹، ۲۰ و ۲۱ که در هیچ کدام از این گروه‌ها نیستند، انتخاب گردند. یعنی با انتخاب ۱۳ عضو، می‌توان زیرمجموعه‌ای داشت که جمع هیچ دو عضو آن برابر ۱۸ نشود ولی با انتخاب عضو چهاردهم برای این زیرمجموعه، قطعاً دو عضو با مجموع ۱۸ وجود دارد.

(پیروافتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۲۳

(شروین سیاح‌نیا)

$$\underbrace{\{2, 3, 4\}}_{A \cap B} \subseteq X \subseteq \underbrace{\{1, 2, 3, 4, 5\}}_{A \cup B} \quad \text{باید داشته باشیم:}$$

بنابراین مجموعه‌ی X حتماً ۲، ۳ و ۴ را دارد و ۱ یا ۵ را هم می‌تواند داشته باشد یا نداشته باشد. پس تعداد مجموعه‌های X برابر تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه‌ی  $\{1, 5\}$  یعنی برابر ۴ است.

(پیروافتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۵۰)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۲۴

(سیرمسن فاطمی)

طبق تعریف،  $A = \{0, 1, 4, 9\}$  است و داریم:

$$R = \{(0, 0), (1, 0), (1, 1), (1, 4), (1, 9), (4, 0), (4, 4), (9, 0), (9, 9)\}$$

یعنی R دارای ۹ عضو است.

(پیروافتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۵)

۴✓

۳

۲

۱

رابطه‌ی  $R$  بازتابی است، زیرا:

$$(x, x) \in R$$

$$\Rightarrow (|x| - 2|x|)(|x| - 2|x|) = (-|x|)(-|x|) = x^2 > 0$$

همچنین تقارنی است، زیرا:

$$(x, y) \in R \Rightarrow (|y| - 2|x|)(|x| - 2|y|) > 0$$

$$\Rightarrow (|x| - 2|y|)(|y| - 2|x|) > 0 \Rightarrow (y, x) \in R$$

(پیرواحتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۱ ✓  ۲  ۳  ۴

-۱۲۶

(شروین سیاح‌نیا)

با توجه به نمودار ون، قسمت هاشور خورده  $(A \cup B) - C$  را مشخص می‌کند.

بنابراین پیشامدهای  $A$  یا  $B$  اتفاق افتاده‌اند ولی پیشامد  $C$  اتفاق نیفتاده است.

(پیرواحتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

۱  ۲  ۳  ۴

-۱۲۷

(امیرحسین ابومحبوب)

احتمال رو شدن عدد اول در هر پرتاب  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  است. احتمال آن که تعداد اعداد

اول رو شده، ۲، ۳ یا ۵ باشد، برابر است با:

$$\frac{\binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{5}}{2^6} = \frac{15 + 20 + 6}{64} = \frac{41}{64}$$

(پیرواحتمال - احتمال، اندازگیری شانس؛ صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

۱  ۲  ۳  ۴

-۱۲۸

(سروش موثینی)

احتمال رو شدن هر عدد متناسب با عکس آن است، یعنی:

$$P(1) = \frac{1}{1}x \quad P(2) = \frac{1}{2}x \quad P(3) = \frac{1}{3}x$$

$$P(4) = \frac{1}{4}x \quad P(5) = \frac{1}{5}x \quad P(6) = \frac{1}{6}x$$

$$\text{مجموع احتمالات} = \frac{1}{1}x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{5}x + \frac{1}{6}x$$

$$= \frac{60 + 30 + 20 + 15 + 12 + 10}{60} = \frac{147}{60}x = 1 \Rightarrow x = \frac{60}{147}$$

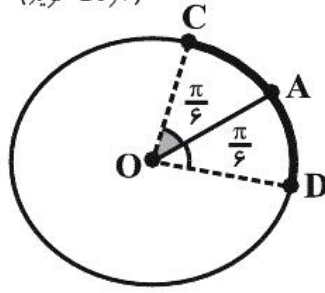
$$P(2 \text{ یا } 5) = P(2) + P(5) = \frac{30 + 12}{147} = \frac{42}{147} = \frac{2}{7}$$

(پیرواحتمال - احتمال، اندازگیری شانس؛ صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۱  ۲  ۳  ۴

۱۲۹-

(آژنگ نوید)



نقطه‌ی A را به تصادف روی محیط دایره در نظر می‌گیریم. کمان  $\widehat{CD}$  مکان هندسی نقاطی است که B می‌تواند روی آن باشد. اندازه‌ی کمان CD برابر  $2 \times \frac{\pi}{6}$  است.

$$P(A) = \frac{\frac{\pi}{6}}{2\pi} = \frac{1}{12}$$

پس:

(پیرواحتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس: صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۹)

۴

۳

۲

۱

۱۳۰-

(سروش موئینی)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} = P(A) + \frac{3}{5} - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{1}{15} \Rightarrow P(A - B) = \frac{1}{15}$$

(پیرواحتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۲۱)

۴

۳

۲

۱

www.kanoon.ir