



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات**

**دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور**

**دانلود نرم افزارهای ریاضیات**

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی ۲ ، - ۱۳۹۵۰۷۰۹

۵۱- اگر مجموع سه عدد که تشکیل دنباله‌ی حسابی می‌دهند برابر با  $\frac{1}{5}$  باشد، جمله‌ی وسط آن کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{5}$  (۲) ۱  
(۳)  $\frac{1}{5}$  (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۵۲- حاصل عبارت  $A = \frac{(2 + \sqrt{3})^{\frac{1}{2}} + (2 - \sqrt{3})^{\frac{1}{2}}}{3 - \sqrt{3}}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$  (۲)  $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$   
(۳)  $2 + \sqrt{3}$  (۴)  $2 - \sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۵۳- اگر رابطه‌ی  $f = \{(2, a^2 + 3a), (2, -2), (a+4, -4), (3, b)\}$  تابع باشد،  $a - b$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳  
(۳) ۱ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۵۴- اگر رابطه‌ی  $y = (a-1)x^2 + ax + 2a$  یک تابع خطی باشد، در این صورت مساحتی که نمودار این تابع با محورهای مختصات می‌سازد، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴  
(۳) ۶ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۵۵- هرگاه  $f(x) = f(1) + f(2) + x^2 + x$  باشد، مقدار  $f(3)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۲  
(۳) ۱ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۵۶- حاصل عبارت  $(\log_{15}^5)^2 + \log_{15}^3 \log_{15}^{75}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲  
(۳) ۱۵ (۴)  $\log_{15}^3$

شما پاسخ نداده اید

۵۷- دامنه‌ی تابع  $y = \sqrt{\frac{-x-1}{|x-1|+1}}$  کدام است؟

- (۱)  $[0, 1]$  (۲)  $(1, 2]$   
(۳)  $[-1, +\infty)$  (۴)  $(-\infty, -1]$

شما پاسخ نداده اید

۵۸- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی  $\frac{2x^2 + 5x + 1}{-x^2 + 2x - 1} > -1$  کدام است؟

- (۱)  $\{x < 0\}$  (۲)  $\{x < -7\}$   
(۳)  $\{-7 < x < 0\}$  (۴)  $\{-7 < x < 7\}$

شما پاسخ نداده اید

۵۹- کدامیک از مقادیرهای زیر جواب دستگاه است؟

$$\begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ \log x = \log 20 - \log 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 20 \\ y = 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 10 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 10 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۰- حاصل  $\log \sqrt[3]{\sqrt{7}-2} + \log \sqrt[6]{1+4\sqrt{7}}$  کدام است؟

$$-\log 3 \quad (2) \qquad \frac{1}{3} \log 3 \quad (1)$$

$$-\log 2 \quad (4) \qquad \frac{1}{3} \log 2 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۱- اگر  $0^\circ < \alpha < 30^\circ$  و  $\cos 2\alpha = \frac{3m+1}{2}$  باشد، حدود  $m$  کدام است؟

$$\left(\frac{1}{2}, 1\right] \quad (2) \qquad \left[0, \frac{1}{3}\right) \quad (1)$$

$$\left[\frac{1}{2}, 1\right) \quad (4) \qquad \left(0, \frac{1}{3}\right] \quad (3)$$

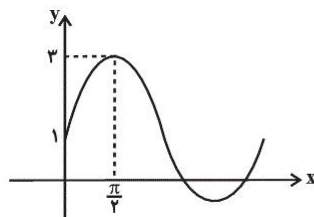
شما پاسخ نداده اید

۶۲- اگر  $\tan \theta = 0/7$  باشد، حاصل  $\frac{\cos(\pi-\theta) + \sin(\pi+\theta)}{\sin(2\pi-\theta)}$  کدام است؟

$$\frac{17}{7} \quad (2) \qquad \frac{17}{10} \quad (1)$$

$$-\frac{17}{7} \quad (4) \qquad -\frac{17}{10} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید



۶۳- شکل زیر مربوط به یک دوره‌ی تناوب تابع  $y = a \sin x + b$  است، حاصل  $2b + a$  کدام است؟

$$2 \quad (1)$$

$$4 \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$1 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۴- اگر دو ضلع مثلثی ۴ و ۶ و زاویه‌ی بین آن دو ضلع  $120^\circ$  درجه باشد، طول ضلع بزرگ‌تر مثلث کدام است؟

$$5\sqrt{3} \quad (2) \qquad 2\sqrt{19} \quad (1)$$

$$4\sqrt{3} \quad (4) \qquad 3\sqrt{5} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۵- اگر کمان  $x$  در موقعیت استاندارد و انتهای آن در ناحیه‌ی چهارم باشد و همچنین  $A = \sqrt{\sin^2 x - \sin^4 x}$  و  $B = \sqrt{\cos^2 x - \cos^4 x}$  باشد،

حاصل  $\sqrt{1+A+B}$  همواره کدام است؟

$$-\sin x - \cos x \quad (2) \qquad \sin x + \cos x \quad (1)$$

$$\sin x - \cos x \quad (4) \qquad \cos x - \sin x \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۶- به ازای کدام مقدار  $\alpha$ ، ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -2 & \alpha \end{bmatrix}$  با وارون خود برابر است؟

- (۱) ۲-  
(۲) ۳-  
(۳) ۲  
(۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۶۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$  و رابطه‌ی  $xA^2 + yA = I$  برقرار باشد،  $x + y$  کدام است؟

- (۱) -۱  
(۲) ۱  
(۳)  $\frac{1}{2}$   
(۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۶۸- با استفاده از ارقام ۲، ۳، صفر، ۵، ۷ چند عدد سه‌رقمی بزرگ‌تر از  $350$  با ارقام متمایز می‌توان ساخت؟

- (۱) ۲۴  
(۲) ۴۸  
(۳) ۳۶  
(۴) ۲۹

شما پاسخ نداده اید

۶۹- به چند طریق می‌توان ۷ سیب متمایز و ۶ پرتقال متمایز را در یک ردیف چید طوری که هیچ دو سیب و دو پرتغالی کنار هم قرار نگیرد؟

- (۱)  $\frac{6! \times 7!}{2}$   
(۲)  $6! \times 7! \times 2$   
(۳)  $13!$   
(۴)  $7! \times 6!$

شما پاسخ نداده اید

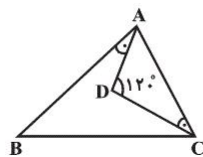
۷۰- ۸ نفر به نام‌های  $A, B, C, \dots$  در کنار هم در یک ردیف نشسته‌اند، در چند حالت همواره بین  $A$  و  $B$  سه نفر نشسته‌اند و  $A$  قبل از  $B$  نشسته است؟

- (۱) ۵۷۶۰  
(۲) ۷۲۰  
(۳) ۲۸۸۰  
(۴) ۱۴۴

شما پاسخ نداده اید

## ریاضی، هندسه‌ی ۱، - ۱۳۹۵۰۷۰۹

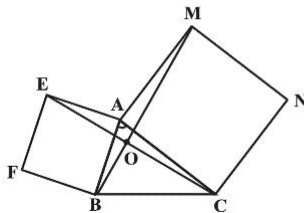
۷۱- در شکل مقابل، اگر  $\hat{BAD} = \hat{ACD}$ ، آن‌گاه  $\hat{BAC}$  چند درجه است؟



- (۱) ۸۰  
(۲) ۷۰  
(۳) ۶۰  
(۴) ۵۰

شما پاسخ نداده اید

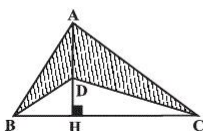
۷۲- در شکل مقابل مثلث  $ABC$ ، مثلثی غیرمشخص با زوایای حاده است و چهارضلعی‌های  $AMNC$  و  $ABFE$  مربع‌اند. کدام گزینه لزوماً درست نیست؟



- (۱)  $BM = CE$   
(۲)  $\hat{BMO} = \hat{CEO}$   
(۳)  $\hat{BOC} = 90^\circ$   
(۴)  $\hat{ABO} + \hat{ACO} = 90^\circ - \hat{BAC}$

شما پاسخ نداده اید

۷۳- در شکل زیر  $AH$  ارتفاع نظیر ضلع  $BC$  از مثلث  $ABC$  است. اگر  $BC = 7$  و مساحت سطح هاشورزده ۴۲ باشد، طول  $AD$  چقدر است؟



- (۱) ۶  
(۲) ۸  
(۳) ۱۰  
(۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۷۴- اگر محیط مثلث قائم الزاویه‌ی متساوی‌الساقینی برابر با  $2(1 + \sqrt{2})$  باشد، طول ارتفاع وارد بر وتر آن کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) ۲ (۴) ۱

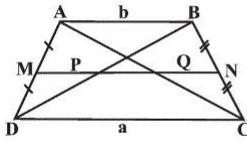
شما پاسخ نداده اید

۷۵- هشت ضلعی منتظمی به ضلع  $\sqrt{8}$  مفروض است. مساحت این هشت ضلعی کدام است؟

- (۱)  $8(1 + \sqrt{2})$  (۲)  $16(2 + \sqrt{2})$   
(۳)  $16(1 + \sqrt{2})$  (۴)  $8(2 + \sqrt{2})$

شما پاسخ نداده اید

۷۶- در ذوزنقه‌ی مقابل نسبت  $\frac{MN}{PQ}$  چقدر است؟ (M وسط AD و N وسط BC قرار دارد.)



- (۱)  $\frac{a}{b}$  (۲) ۲  
(۳)  $\frac{a+b}{a-b}$  (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۷۷- طول نیمسازهای نظیر در دو مثلث متشابه، برابر ۲۵ و ۴۵ است. اگر مساحت مثلث بزرگ‌تر، ۱۶۲ باشد، مساحت مثلث کوچک‌تر کدام است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۷۵ (۴) ۱۰۰

شما پاسخ نداده اید

۷۸- در مثلثی به اضلاع ۵، ۱۲ و ۱۳، کوچک‌ترین ارتفاع را رسم می‌کنیم، اختلاف محیط دو مثلث ایجاد شده کدام است؟

- (۱)  $\frac{210}{13}$  (۲)  $\frac{200}{13}$  (۳)  $\frac{220}{13}$  (۴)  $\frac{190}{13}$

شما پاسخ نداده اید

۷۹- مساحت کل یک چهار وجهی منتظم (هرم مثلث القاعده‌ی منتظم)  $4\sqrt{3}$  است، حجم این هرم کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  (۲)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$  (۳)  $\frac{4\sqrt{6}}{3}$  (۴)  $3\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۸۰- در کره‌ای به حجم  $36\pi$ ، استوانه‌ای به شعاع قاعده‌ی  $2\sqrt{2}$ ، محاط کرده‌ایم. ارتفاع این استوانه کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳)  $\sqrt{3}$  (۴)  $2\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

-۵۱

(همیدرضا سجودی)

اگر سه عددی را که تشکیل یک دنباله‌ی حسابی می‌دهند،  $a + d$ ،  $a$  و  $a - d$  در نظر بگیریم، داریم:

$$(a - d) + a + (a + d) = 1/5 \Rightarrow 3a = 1/5$$

$$\Rightarrow a = \frac{1/5}{3} = 0/5$$

جمله‌ی وسط : ۰ / ۵

(ریاضی ۲- الگو و دنباله- صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۵۲

(عباس امیروار)

$$A = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}} + \sqrt{2-\sqrt{3}}}{3-\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{4-3} + (2-\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(\sqrt{2-\sqrt{3}})}$$

$$= \frac{(3-\sqrt{3})}{(3-\sqrt{3})(\sqrt{2-\sqrt{3}})} = \frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{3}}} \times \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{4-3}} = \sqrt{2+\sqrt{3}}$$

(ریاضی ۲- الگو و دنباله- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۵۳

(عباس اسری امیرآبادی)

$$\begin{cases} (2, a^2 + 3a) \in f \\ (2, -2) \in f \end{cases} \xrightarrow{f \text{ تابع است}} a^2 + 3a = -2$$

$$\Rightarrow a^2 + 3a + 2 = 0 \Rightarrow (a+2)(a+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ a = -1 \end{cases}$$

اگر  $a = -2$  باشد،  $f = \{(2, -2), (2, -2), (2, -4), (3, b)\}$  تابع نیست زیرا دو زوج مرتب  $(2, -2)$  و  $(2, -4)$  در رابطه هستند ولی  $-4 \neq -2$ .

اگر  $a = -1$  باشد،  $f = \{(2, -2), (2, -2), (3, -4), (3, b)\}$  چون

$$(3, -4) = (3, b) \Rightarrow b = -4$$

رابطه  $f$  تابع است، پس باید داشته باشیم:

$$a - b = -1 - (-4) = 3$$

(ناظر، ۲- تابع- صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

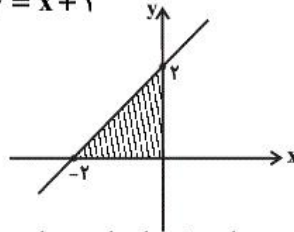
(معمرمصطفی ابراهیمی)

برای این که رابطه‌ی  $y = (a-1)x^2 + ax + 2a$  تابع خطی باشد، باید ضریب  $x^2$  صفر باشد، پس داریم:

$$a-1=0 \Rightarrow a=1$$

در نتیجه رابطه‌ی تابع خطی به صورت زیر می‌باشد:

$$y = x + 2$$



حال نمودار این تابع را رسم می‌کنیم:

مساحت مثلث هاشورخورده همان مساحت نمودار تابع با محورهای مختصات است، داریم:

$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$$

(ریاضی ۲- تابع - صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰ و ۴۹ تا ۵۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(عباس امیروار)

در ضابطه‌ی تابع  $f$  به جای  $x$  عدد ۱ را قرار می‌دهیم:

$$f(x) = f(1) + f(2) + x^2 + x \xrightarrow{x=1} f(1) = f(1) + f(2) + 1^2 + 1 \\ \Rightarrow f(2) = -2$$

$$f(x) = f(1) + f(2) + x^2 + x \quad \text{و بار دیگر به جای } x \text{ عدد } 2 \text{ را قرار می‌دهیم:} \\ \xrightarrow{x=2} f(2) = f(1) + f(2) + 2^2 + 2 \Rightarrow f(1) = -6$$

پس ضابطه‌ی تابع  $f$  به صورت زیر است:  $f(x) = -6 - 2 + x^2 + x = x^2 + x - 8$

حال مقدار  $f(3)$  را به دست می‌آوریم:  $f(3) = (3)^2 + 3 - 8 = 9 + 3 - 8 = 4$

(ریاضی ۲- تابع - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\Rightarrow \log_k^m + \log_k^n = 1 \Rightarrow \log_k^m = 1 - \log_k^n \Rightarrow \log_{15}^2 = 1 - \log_{15}^5$$

$$(\log_{15}^5)^2 + \log_{15}^2 \log_{15}^{5 \times 5} = (\log_{15}^5)^2 + \log_{15}^2 \log_{15}^{15 \times 5}$$

$$= (\log_{15}^5)^2 + \log_{15}^2 (\log_{15}^{15} + \log_{15}^5)$$

$$= (\log_{15}^5)^2 + (1 - \log_{15}^5)(1 + \log_{15}^5)$$

$$\underline{\underline{\text{اتحاد مزدوج}}} (\log_{15}^5)^2 + 1 - (\log_{15}^5)^2 = 1$$

راه حل دوم:

$$A = (\log_{15}^5)^2 + \log_{15}^2 \log_{15}^{15 \times 5} = (\log_{15}^5)^2 + \log_{15}^2 (1 + \log_{15}^5)$$

$$= \log_{15}^5 (\overbrace{\log_{15}^5 + \log_{15}^2}^{\log_{15}^{15}}) + \log_{15}^2 = \log_{15}^5 + \log_{15}^2 = \log_{15}^{15} = 1$$

(ریاضی ۲- توابع نمایی و لگاریتمی - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۱۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(همیدر فضا سووری)

توابع رادیکالی با فرجه‌ی زوج وقتی با معنی است که عبارت زیر رادیکال بزرگتر یا مساوی صفر باشد، بنابراین داریم:

$$y = \sqrt{\frac{-x-1}{|x-1|+1}} \Rightarrow \frac{-x-1}{|x-1|+1} \geq 0$$

$$\frac{|x-1|+1 > 0}{-x-1 \geq 0} \Rightarrow -x \geq 1 \Rightarrow x \leq -1$$

مخرج همواره مثبت

بنابراین دامنه‌ی تابع فوق، بازه‌ی  $(-\infty, -1]$  می‌باشد.

(ریاضی ۲- ترکیبی- صفحه‌های ۳۶ تا ۳۸ و ۶۶ تا ۶۸)

۴

۳

۲

۱

(قاسم کتابچی)

$$\frac{2x^2 + 5x + 1}{-x^2 + 2x - 1} > -1 \Rightarrow \frac{2x^2 + 5x + 1}{-x^2 + 2x - 1} + 1 > 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 7x}{-(x-1)^2} > 0$$

چون همواره  $-(x-1)^2 \leq 0$ ، پس با شرط  $x \neq 1$ ، باید:

$$x^2 + 7x < 0 \Rightarrow -7 < x < 0$$

(ریاضی ۲- توابع فاص- نامعاره و تعیین علامت- صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴)

۴

۳

۲

۱

(مصطفی فرزانه)

$$\begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ \log x = \log 20 - \log 2 = \log \frac{20}{2} = \log 10 \Rightarrow x = 10 \end{cases}$$

$$1 + \log y = 2 \Rightarrow \log y = 1 \Rightarrow y = 10$$

(ریاضی ۲- توابع نمایی و لگاریتمی- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۹)

۴

۳

۲

۱

(مهری ملارمقانی)

$$\begin{aligned} \log \sqrt{\sqrt{y}-2} + \log \sqrt{1+4\sqrt{y}} &= \log \sqrt{\sqrt{y}-2} + \log \sqrt{(\sqrt{y}+2)^2} \\ &= \log \sqrt{\sqrt{y}-2} + \log \sqrt{\sqrt{y}+2} = \log \sqrt{y-4} = \log \sqrt{3} = \frac{1}{3} \log 3 \end{aligned}$$

(ریاضی ۲- ترکیبی- صفحه‌های ۱۷، ۱۸ و ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۴

۳

۲

۱

(مهری ملارمقانی)

$$\begin{aligned} -20^\circ < \alpha < 30^\circ &\Rightarrow -40^\circ < 2\alpha < 60^\circ \\ \Rightarrow \frac{1}{2} < \cos 2\alpha \leq 1 &\Rightarrow \frac{1}{2} < \frac{3m+1}{2} \leq 1 \\ \Rightarrow 1 < 3m+1 \leq 2 & \\ \Rightarrow 0 < 3m \leq 1 & \\ \Rightarrow 0 < m \leq \frac{1}{3} & \end{aligned}$$

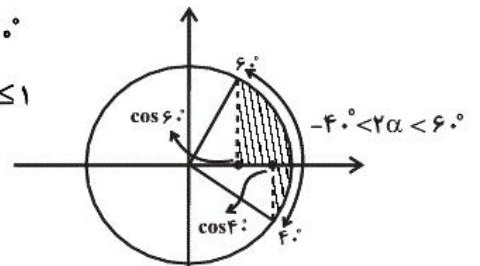
(ریاضی ۲- مثلثات- صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۴ و ۱۲۸ تا ۱۳۴)

۴

۳

۲

۱



$$\frac{\cos(\pi - \theta) + \sin(\pi + \theta)}{\sin(2\pi - \theta)} = \frac{-\cos \theta - \sin \theta}{-\sin \theta} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + 1$$

$$= \cot \theta + 1 = \frac{10}{7} + 1 = \frac{17}{7}$$

(ریاضی ۲- مثلثات- صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۷)

۴

۳

۲

۱



(سیدعلی حسینی)

مختصات نقطه‌های  $(0, 1)$  و  $(\frac{\pi}{4}, 3)$  را در ضابطه‌ی تابع جایگذاری می‌کنیم:

$$f(0) = 1 \Rightarrow a \times \sin 0 + b = 1 \Rightarrow b = 1$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3 \Rightarrow a \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + 1 = a \times 1 + 1 = 3 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow 2b + a = 2 \times 1 + 2 = 4$$

(ریاضی ۲- مثلثات - صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲✓

۱

(آرش رفیعی)

با استفاده از رابطه‌ی کسینوس‌ها در مثلث  $ABC$ ، داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \times AC \times \cos \hat{A}$$

$$\Rightarrow BC^2 = 4^2 + 6^2 - 2(4)(6) \cos(120^\circ)$$

$$\Rightarrow BC^2 = 16 + 36 - 48\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow BC^2 = 16 + 36 + 24 = 76$$

$$\Rightarrow BC = \sqrt{76} = 2\sqrt{19}$$

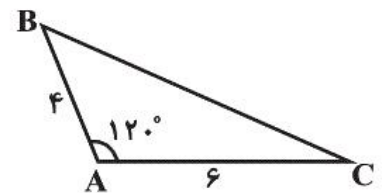
(ریاضی ۲- مثلثات - صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۴

۳

۲

۱✓



(کاظم اهلایی)

توجه کنید که در ناحیه‌ی چهارم  $\sin x < 0$  و  $\cos x > 0$  و در نتیجه:

$$\sin x \cos x < 0 \quad \text{و} \quad \sin x - \cos x < 0$$

عبارت‌های  $A$  و  $B$  را ساده می‌کنیم:

$$A = \sqrt{\sin^2 x (1 - \sin^2 x)} = \sqrt{\sin^2 x \cos^2 x}$$

$$= |\sin x \cos x| = -\sin x \cos x$$

$$B = \sqrt{\cos^2 x (1 - \cos^2 x)} = \sqrt{\cos^2 x \sin^2 x}$$

$$|\sin x \cos x| = -\sin x \cos x$$

$$\sqrt{1 + A + B} = \sqrt{1 - 2 \sin x \cos x} = \sqrt{(\sin x - \cos x)^2}$$

بنابراین:

$$|\sin x - \cos x| = \cos x - \sin x$$

(ریاضی ۲- مثلثات - صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۴)

۴

۳✓

۲

۱

(عمیدرضا سپوری)

$$\text{اگر } A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} ۳ & ۴ \\ -۲ & \alpha \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{(۳)(\alpha) - (-۲)(۴)} \begin{bmatrix} \alpha & -۴ \\ ۲ & ۳ \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{۳\alpha+۸} \begin{bmatrix} \alpha & -۴ \\ ۲ & ۳ \end{bmatrix} \xrightarrow{A^{-1}=A} \begin{bmatrix} \frac{\alpha}{۳\alpha+۸} & \frac{-۴}{۳\alpha+۸} \\ \frac{۲}{۳\alpha+۸} & \frac{۳}{۳\alpha+۸} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ۳ & ۴ \\ -۲ & \alpha \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{\alpha}{۳\alpha+۸} = ۳ \Rightarrow ۹\alpha + ۲۴ = \alpha$$

$$\Rightarrow ۸\alpha = -۲۴ \Rightarrow \alpha = -۳$$

(ریاضی ۲- ماتریس- صفحه‌های ۱۶۳ و ۱۷۱ تا ۱۷۳)

۴

۳

۲✓

۱

(موردار ملونری)

$$A = \begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۲ & ۰ \end{bmatrix} \Rightarrow A^۲ = \begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۲ & ۰ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۲ & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ & -۱ \\ ۲ & -۲ \end{bmatrix}$$

$$xA^۲ + yA = I \Rightarrow x \begin{bmatrix} -۱ & -۱ \\ ۲ & -۲ \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} ۱ & -۱ \\ ۲ & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -x & -x \\ ۲x & -۲x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y & -y \\ ۲y & ۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -x+y & -x-y \\ ۲x+۲y & -۲x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -۲x = ۱ \Rightarrow x = -\frac{1}{۲} \\ ۲x+۲y = ۰ \xrightarrow{x=-\frac{1}{۲}} y = \frac{1}{۲} \end{cases} \Rightarrow x+y = -\frac{1}{۲} + \frac{1}{۲} = ۰$$

(ریاضی ۲- ماتریس- صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۱)

۴✓

۳

۲

۱

سه حالت زیر مفروض است:

(۱) اگر رقم صدگان برابر با ۳ و رقم دهگان برابر با ۵ باشد:

$$\begin{array}{c} 3 \quad 5 \quad 7 \text{ یا } 2 \\ \boxed{1} \times \boxed{1} \times \boxed{2} = 2 \end{array}$$

(۲) اگر رقم صدگان برابر با ۳ و رقم دهگان برابر با ۷ باشد:

$$\begin{array}{c} 3 \quad 7 \quad 5 \text{ یا } 2 \text{ یا } 0 \\ \boxed{1} \times \boxed{1} \times \boxed{3} = 3 \end{array}$$

(۳) اگر رقم صدگان برابر با ۵ یا ۷ باشد:

$$\begin{array}{c} 7 \text{ یا } 5 \\ \boxed{2} \times \boxed{4} \times \boxed{3} = 24 \end{array}$$

$$2 + 3 + 24 = 29 \text{ حالت}$$

پس تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

(ریاضی ۲- ترکیبیات- صفحه‌های ۱۸۰ تا ۱۸۲)

$$\boxed{4} \checkmark \quad \boxed{3} \quad \boxed{2} \quad \boxed{1}$$

(سیرعلی حسینی)

تنها حالتی که می‌توان در نظر گرفت که هیچ دو پرتقالی و دو سیبی کنار هم قرار نگیرند این است که یک در میان سیب و پرتقال قرار دهید. پس در این حالت سیب‌ها به ۷! جایگشت و پرتقال‌ها به ۶! حالت جایگشت دارند. بنا به اصل ضرب کل حالات برابر است با:

(ریاضی ۲- ترکیبیات- صفحه‌های ۱۸۰ تا ۱۸۴)

$$\boxed{4} \checkmark \quad \boxed{3} \quad \boxed{2} \quad \boxed{1}$$

(امیر هوشنگ فمسه)

یک حالت از نشستن این ۸ نفر به صورت زیر است.



A، B و سه نفر بینشان یک گروه تشکیل می‌دهند که این گروه با سه نفر دیگر در مجموع ۴! جایگشت دارند. البته ابتدا باید ۳ نفر از بین ۶ نفر (یعنی از ۸ نفر به جز A و B) انتخاب کرد و بین A و B قرار داد. از طرفی افرادی که بین A و B هستند هم ۳! حالت جابه‌جایی دارند. دقت کنید A و B جابه‌جایی ندارند چون A قبل از B نشسته است.

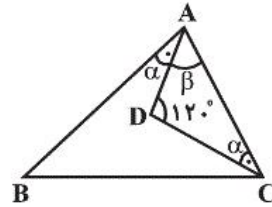
$$\binom{6}{3} \times 3! \times 4! = 2880$$

(ریاضی ۲- ترکیبیات- صفحه‌های ۱۸۰ تا ۱۹۰)

$$\boxed{4} \quad \boxed{3} \checkmark \quad \boxed{2} \quad \boxed{1}$$

-۷۱

(رضا عباسی اصل)



با توجه به شکل خواهیم داشت:

$$\Delta ADC: \alpha + \beta = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$\hat{BAC} = \alpha + \beta = 60^\circ$$

(هنرسه ۱- هنرسه و استرلال- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴

۳

۲

۱

-۷۲

(مفسر ممدکری می)

با توجه به این که مثلث‌های  $ABM$  و  $AEC$  به حالت (ض ض ض) هم‌نهشت‌اند.

پس:  $BM = CE$  و  $\hat{B}_1 = \hat{E}_1$ . با مقایسه‌ی زوایای دو مثلث  $AEK$  و  $BOK$

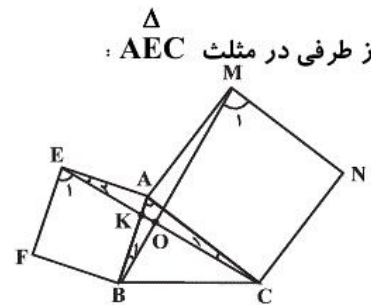
متوجه می‌شویم  $\hat{BOK} = \hat{KAE} = 90^\circ$  است و در نتیجه  $\hat{BOC} = 90^\circ$ .

از طرفی در مثلث  $AEC$ :

$$\hat{E}_1 + 90^\circ + \hat{BAC} + \hat{C}_1 = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{E}_1 + \hat{C}_1 = 90^\circ - \hat{BAC}$$

$$\Rightarrow \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 90^\circ - \hat{BAC}$$



پس گزینه‌های «۱»، «۳» و «۴» عبارت‌های صحیحی هستند.

(هنرسه ۱- هنرسه و استرلال- صفحه‌های ۱۱ تا ۲۱)

۴

۳

۲

۱

-۷۳

(رضا پورحسینی)

$$\text{مساحت هاشورخورده} = S_{ABD} + S_{ACD} = \frac{1}{2}BH \times AD + \frac{1}{2}CH \times AD$$

$$= \frac{1}{2}AD(BH + CH) = \frac{1}{2}AD \times BC \Rightarrow 42 = \frac{1}{2} \times AD \times 7 \Rightarrow AD = 12$$

(هنرسه ۱- مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس- صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۴

۳

۲

۱

-۷۴

(حسن نصرتی ناهوک)

$$BC^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow BC = x\sqrt{2}$$

$$P_{\Delta ABC} = x + x + x\sqrt{2} = 2(1 + \sqrt{2}) \Rightarrow x(2 + \sqrt{2}) = 2 + 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 + 2\sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} \times \frac{2 - \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB \times AC = \frac{1}{2}BC \times h$$

$$\Rightarrow AB \times AC = BC \times h \Rightarrow x \times x = x\sqrt{2} \times h$$

$$\sqrt{2} \times \sqrt{2} = \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times h \Rightarrow h = 1$$

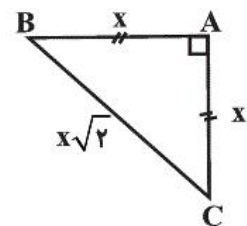
(هنرسه ۱- مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس- صفحه‌های ۵۱ و ۶۵)

۴

۳

۲

۱



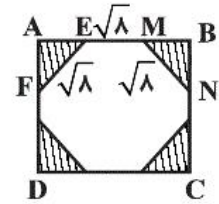
اگر هشت ضلعی منتظم را در داخل مربع محاط کنیم، داریم:

$$AE = AF = BM = BN$$

$$\xrightarrow{\Delta AEF} EF^2 = AF^2 + AE^2$$

$$\Rightarrow EF^2 = 2AE^2 \Rightarrow \lambda = 2AE^2$$

$$\Rightarrow AE^2 = 4 \Rightarrow AE = 2$$



$$S_{\text{هشت ضلعی}} = S_{\text{مربع}} - 4S_{\text{مثلث}} = (4 + \sqrt{\lambda})^2 - 4\left(\frac{2 \times 2}{2}\right)$$

$$S_{\text{هشت ضلعی}} = 16 + 8\sqrt{\lambda} + \lambda - 8 = 16 + 16\sqrt{2} = 16(1 + \sqrt{2})$$

(هندسه ۱- مساحت و قضیه فیثاغورس - صفحه ۶۷)

۴

۳

۲

۱

(سید عادل رضا مرتضوی)

با توجه به قضیه تالس در مثلث‌های  $\Delta ABD$  و  $\Delta BDC$  داریم:

$$\begin{cases} \frac{MP}{AB} = \frac{MD}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow MP = \frac{AB}{2} = \frac{b}{2} \\ \frac{PN}{DC} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow PN = \frac{DC}{2} = \frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow MN = \frac{a+b}{2}$$

$$\frac{MQ}{DC} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow MQ = \frac{DC}{2} = \frac{a}{2}$$

همچنین داریم:

$$\Rightarrow PQ = MQ - MP = \frac{a-b}{2}$$

$$\frac{MN}{PQ} = \frac{a+b}{a-b}$$

حال داریم:

(هندسه ۱- تشابه - صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

۴

۳

۲

۱

(حسن نصرتی ناهوک)

اگر  $d$  و  $d'$  طول نیمسازهای نظیر در این دو مثلث متشابه باشند، آن‌گاه:

$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C' \Rightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'} = k$$

$$\Rightarrow \frac{d}{d'} = \frac{45}{25} = k \Rightarrow k = \frac{9}{5} \Rightarrow \frac{S}{S'} = k^2 = \frac{81}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{162}{S'} = \frac{81}{25} \Rightarrow \frac{2}{S'} = \frac{1}{25} \Rightarrow S' = 50$$

(هندسه ۱- تشابه - صفحه‌های ۹۳ تا ۱۰۲)

۴

۳

۲

۱

(معمراطهر شعاعی)

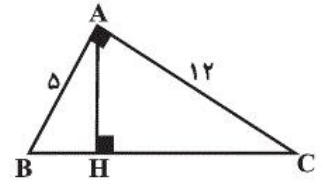
مثلث به اضلاع ۵، ۱۲ و ۱۳ قائم الزاویه است. کوچک ترین ارتفاع مثلث نظیر وتر است. دو مثلث ABH و ACH با مثلث ABC متشابه اند، پس:

$$\frac{\text{محیط } ABH}{\text{محیط } ABC} = \frac{AB}{BC}$$

$$\Rightarrow \text{محیط } ABH = (5 + 12 + 13) \times \frac{5}{13} = \frac{150}{13}$$

$$\frac{\text{محیط } ACH}{\text{محیط } ABC} = \frac{AC}{BC}$$

$$\Rightarrow \text{محیط } ACH = (5 + 12 + 13) \times \frac{12}{13} = \frac{360}{13}$$



و اختلاف محیط دو مثلث  $\frac{360}{13} - \frac{150}{13} = \frac{210}{13}$  است. (هندسه ۱- تشابه- صفحه های ۹۲ تا ۱۰۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(فسن نصرتی ناهوک)

در یک چهاروجهی منتظم، ارتفاع و حجم به ترتیب برابرند با:

$$\text{ارتفاع } h = \frac{a\sqrt{6}}{3}, \text{ حجم } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$

$$S_{\text{کل}} = 4 \times \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3} \Rightarrow a^2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \Rightarrow a = 2$$

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} = \frac{(2)^3\sqrt{2}}{12} = \frac{8\sqrt{2}}{12} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

(هندسه ۱- شکل های فضایی- صفحه ی ۱۳۵)

۴

۳

۲

۱

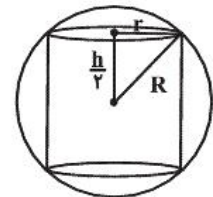
(امیر فسین ابومحبوب)

$$\text{کره } V = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow 36\pi = \frac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow R = 3$$

$$R^2 = r^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2 \Rightarrow 3^2 = (2\sqrt{2})^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow 9 = 8 + \left(\frac{h}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{h}{2} = 1 \Rightarrow h = 2$$

(هندسه ۱- شکل های فضایی- صفحه های ۱۳۱، ۱۳۲ و ۱۳۶ تا ۱۴۱)



۴

۳

۲

۱