



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، حسابان ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۹۶- اگر $x = \frac{\pi}{12}$ ، آن گاه حاصل $A = \frac{\cos 3x}{\sin x} + \frac{\sin 3x}{\cos x}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{6}$ (۲) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

(۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر داشته باشیم $\sin(\frac{\pi}{4} + x)\sin(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{1}{3}$ ، آن گاه حاصل $\cot^2 x$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۴

(۳) ۳ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۹۸- معادله $\cos(\tan^{-1} x) = 1$ ، چند جواب دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) بی شمار

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & , x \in Q \\ 1 & , x \notin Q \end{cases}$ ، آن گاه کدام یک از توابع زیر پیوسته است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

(۲) $xf^2(x)$

(۱) $\frac{1}{f(x)}$

(۴) $[-f(x)]$

(۳) $\frac{f(x)}{f^2(x)+1}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، اعمال روی توابع ، تابع حسابان - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۹۵- اگر $f(x) = x^2 + 2x + 2$ و $(f \circ g)(x) = x^2 - 4x + 5$ باشد، مقدار $g(1)$ ، کدام است؟

(۲) فقط ۲

(۱) فقط صفر

(۴) صفر یا -۲

(۳) صفر یا ۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، زوج، فرد، صعودی، نزولی، یک به یک و... ، تابع حسابان - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۹۴- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & , x \geq 2 \\ cx + 2 & , -2 < x < 2 \\ x^2 + 2x & , x \leq -2 \end{cases}$ یک تابع زوج باشد، حاصل $a + b - c$ کدام است؟

(۲) -۱

(۱) ۱

(۴) -۲

(۳) ۲

۱۰۰- تابع $f(x) = [x]^3 + [x]^2$ ، در چند نقطه‌ی صحیح دارای حد است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) بی‌شمار

(۳) ۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، بسط دو جمله‌ای ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۹۱- در بسط دو جمله‌ای $(2x + b)^4$ ضریب x^3 همواره کدام است؟ (b عدد ثابت است.)

(۲) $16b$

(۱) $32b^2$

(۴) $16b^2$

(۳) $32b$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، معادلات درجه ۲ و ماکزیمم مینیمم توابع ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات

- ۱۳۹۵۰۶۲۶

۹۲- معادله $(x-1)(kx^2 - x - 2) = 0$ ، سه جواب حقیقی متمایز دارد. اگر حاصل ضرب جواب‌های این معادله از

مجموع جواب‌های آن به اندازه‌ی $\frac{4}{3}$ کمتر باشد، آن‌گاه مقدار k کدام است؟

(۱) ۳ (۲) -۳

(۳) ۹ (۴) چنین k وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، معادلات، گویا، گنگ ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۹۳- معادله $\sqrt{-x+2} - 2 = \sqrt{1+x^2}$ چند جواب حقیقی دارد؟

(۱) فقط یک جواب مثبت دارد. (۲) فقط یک جواب منفی دارد.

(۳) دو جواب دارد. (۴) جواب ندارد.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲ ، استدلال (هندسه‌ی ۲) ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۲۱- مجموع تعداد قطرهای و اضلاع یک n ضلعی محدب برابر با ۱۵ است. اگر ۳ ضلع به تعداد ضلع‌های این چند ضلعی افزوده شود، قطرهای چه تعداد افزایش می‌یابند؟

(۱) ۲۶ (۲) ۱۸ (۳) ۱۴ (۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، $AB = AC = 5$ ، نقطه O روی قاعده BC قرار دارد. اگر مجموع

فاصله‌های نقطه O از دو ساق مثلث برابر $\frac{24}{5}$ باشد، مقدار مساحت این مثلث کدام است؟

(۱) $\frac{48}{5}$ (۲) ۲۴ (۳) $\frac{36}{5}$ (۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- در مثلث ABC ، اگر نقطه‌ی O محل تلاقی سه ارتفاع باشد، نقطه‌ی هم‌مرسی ارتفاع‌های مثلث OBC کدام است؟

- (۱) C (۲) B (۳) A (۴) O

شما پاسخ نداده اید

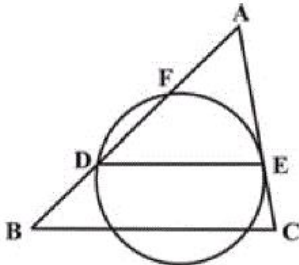
۱۲۴- دو ضلع زاویه‌ی قائمه از مثلث قائم‌الزاویه‌ای برابر با ۵ و ۱۲ واحد است. اگر O نقطه‌ی هم‌مرسی نیمسازهای داخلی این مثلث باشد، فاصله‌ی O از وتر این مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{5}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲ ، دایره - ۱۳۹۵۰۶۲۶

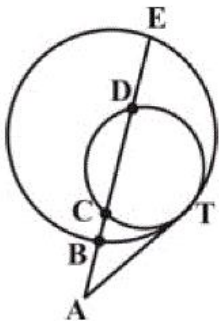
۱۲۵- در شکل زیر، $DE \parallel BC$ و در نقطه‌ی E بر دایره مماس است. اگر $AB = 6\sqrt{2}$ ، $AC = 6$ ، $BC = 8$ و نقاط F و D ، پاره‌خط AB را به سه قسمت مساوی تقسیم کنند، آن‌گاه چهارضلعی $FECB$ چگونه است؟



- (۱) فقط محیطی
(۲) فقط محاطی
(۳) هم محیطی و هم محاطی
(۴) نه محیطی و نه محاطی.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- در شکل زیر، دو دایره در نقطه‌ی T مماس درون‌اند. از نقطه‌ی A ، پاره‌خط AT ، مماس بر هر دو دایره و قاطع AE را رسم کرده‌ایم. اگر $AB = 4$ ، $AD = 9$ و $CE = 8$ ، طول AC کدام است؟



- (۱) $5/6$
(۲) ۶
(۳) $6/2$
(۴) $6/4$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- در مثلث ABC ، ضلع $BC = 6$ ثابت است و رأس A با زاویه‌ی ثابت $\hat{A} = 60^\circ$ تغییر می‌کند، حداکثر طول ضلع AB کدام است؟

- (۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) ۶ (۴) $4\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲ ، تبدیل‌ها - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۲۸- خط $d: y + x + 3 = 0$ و نقطه‌ی $M(3,1)$ مفروض هستند. بازتاب خط d نسبت به نقطه‌ی M کدام است؟

(۱) $y + x = 11$ (۲) $y + x = \frac{5}{2}$ (۳) $y + x = -11$ (۴) $y + x = -\frac{5}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- اگر $T(x,y) = (ax^2 - bx + 1, cy^2 + dy + 5)$ یک تبدیل ایزومتری باشد، حاصل $(a + b + c + d)$ کدام مورد نمی‌تواند باشد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- نقطه‌ی $A(a,b)$ تحت دوران $(\alpha - 360^\circ)$ به مرکز $(0,0)$ به نقطه‌ی $A'(-b,a)$ تصویر می‌شود. اگر تصویر A تحت دوران به مرکز $(0,0)$ و زاویه‌ی 2α برابر $(3,-1)$ باشد، $a + b$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) -۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۳۱- اگر دو عدد طبیعی A و B ، هر کدام برابر مجموع دو عدد مربع کامل باشند، آنگاه AB همواره چگونه عددی است؟

(۱) مربع کامل (۲) مجموع دو مربع کامل
(۳) اول (۴) زوج

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- در اثبات نامساوی $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (ac + bd)^2$ به روش اثبات بازگشتی به کدام رابطه‌ی بدیهی می‌رسیم؟

(۱) $(ad + bc)^2 \geq 0$ (۲) $(ad - bc)^2 \geq 0$
(۳) $(ab + cd)^2 \geq 0$ (۴) $(ab - cd)^2 \geq 0$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- از کیسه‌ای با ۶ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و ۲ مهره سبز و یک مهره قرمز، حداقل چند مهره برداریم تا مطمئن باشیم که از دو رنگ، حداقل دو مهره داریم؟

(۱) ۱۲ (۲) ۵
(۳) ۱۱ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، مجموعه - ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۳۴- اگر در مجموعه‌ی B عضوی وجود داشته باشد که در مجموعه‌ی A نباشد، آن‌گاه چه تعداد از گزاره‌های
الف) $(n(A \cup B) > 1)$ ب) $A \subseteq B$ و ج) $B \subseteq A$ قطعاً درست هستند؟

- | | |
|-------|---------|
| ۱ (۲) | صفر (۱) |
| ۳ (۴) | ۲ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- حاصل $[A - [B' \cup (C - B)]] \cup (A \cap C)$ برابر است با:

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| $A \cup (B \cap C)$ (۲) | $A \cap (B \cup C)$ (۱) |
| $A \cup (B \cup C)$ (۴) | $A \cap (B \cap C)$ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- مجموعه‌ی $A = \{1, 2, 3, 4\}$ را به چند طریق می‌توان افراز کرد، به گونه‌ای که رابطه‌ی هم‌ارزی معادل هر کدام از این افرازها، دارای حداقل دو کلاس هم‌ارزی متمایز باشد؟

- | | |
|--------|--------|
| ۱۳ (۲) | ۱۲ (۱) |
| ۱۵ (۴) | ۱۴ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- رابطه‌ی $xRy \Leftrightarrow |x| = |y|$ در مجموعه‌ی اعداد حقیقی نوشته شده است. کدام گزینه صحیح است؟

- | | |
|----------------------|---------------------|
| فقط بازتابی است. (۱) | فقط تقارنی است. (۲) |
| فقط تعدی است. (۳) | هم‌ارزی است. (۴) |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، پدیده‌های تصادفی ، احتمال - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۳۸- دو تاس با هم ریخته می‌شوند. پیشامد آنکه مربع مجموع شماره‌های رو شده با مجموع مکعب شماره‌های رو شده برابر باشد، دارای چند عضو است؟

- | | |
|-------|-------|
| ۲ (۲) | ۱ (۱) |
| ۴ (۴) | ۳ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- نقطه‌ی x را در بازه‌ی $[0, 4]$ و نقطه‌ی y را در بازه‌ی $[-1, 0]$ به تصادف انتخاب می‌کنیم. مساحت پیشامدی که در آن فاصله‌ی این دو نقطه کمتر از ۲ باشد، چقدر است؟

- | | |
|-------------------|-------------------|
| $\frac{3}{2}$ (۲) | $\frac{1}{2}$ (۱) |
| $\frac{3}{4}$ (۴) | ۴ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، احتمال; اندازه‌گیری شانس ، احتمال - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۴۰- از بین ۴ مهره سفید، ۳ مهره سیاه، ۵ مهره قرمز و ۲ مهره آبی، ۳ مهره انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال، مهره‌ها از ۳ رنگ مختلف‌اند؟

- | | |
|---------------------|--------------------|
| $\frac{11}{26}$ (۲) | $\frac{9}{26}$ (۱) |
| $\frac{15}{26}$ (۴) | $\frac{1}{2}$ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، دیفرانسیل و انتگرال، یادآوری مفاهیم پایه - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۰۱- اگر $a = \sqrt{49}$ و $b = \sqrt{9}$ آن‌گاه حاصل عبارت $\frac{4a}{b}$ کدام است؟

- | | |
|---------|--------|
| صفر (۲) | -۱ (۱) |
| ۲ (۴) | ۱ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- اگر α و β به ترتیب گنگ و گویا باشند، کدام یک از گزینه‌های زیر همواره گویاست؟

- | | |
|----------------------------|------------------------------|
| β^α (۲) | α^β (۱) |
| $\beta^2 + 3\beta + 1$ (۴) | $\alpha^2 + 3\alpha + 1$ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- اگر $f(x) = 2x - 5$ و $g(x) = -x - 3$ ، آنگاه چند عدد صحیح در نامساوی

$$|f(x) + g(x)| \geq |f(x)| + |g(x)|$$
 صدق می‌کند؟

- | | |
|-------------|---------|
| ۵ (۲) | صفر (۱) |
| بی‌شمار (۴) | ۶ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- در دنباله‌ی

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 5 \\ \vdots \\ a_{n+2} = \frac{3a_{n+1} + a_n}{4} \end{cases}$$

جمله‌ی ۲۷ام چقدر از جمله‌ی ۲۶ام بیشتر است؟

(۱) $-\left(\frac{1}{4}\right)^{25}$ (۲) $-\left(\frac{1}{4}\right)^{24}$

(۳) $-\left(\frac{1}{4}\right)^{27}$ (۴) $-\left(\frac{1}{4}\right)^{28}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- فاصله‌ی جمله‌های دنباله‌ی $a_n = \frac{(-1)^n n}{n^2 + 1}$ از حد دنباله، کوچک‌تر از ۰/۰۵ است. حدود n کدام است؟

(۱) $n \geq 5$ (۲) $n \geq 10$

(۳) $n \geq 20$ (۴) $n \geq 25$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر $a_n = \sqrt{2n + k\sqrt{n+3}} - \sqrt{2n}$ همگرا به $\frac{\sqrt{2}}{2}$ باشد، k کدام است؟

(۱) ۴ (۲) $2\sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{2}$ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- دنباله‌ی $\left\{\frac{1}{n} \tan^{-1} \frac{1}{n}\right\}$ کدام وضعیت زیر را دارد؟

(۲) نزولی و کران‌دار

(۱) صعودی و کران‌دار

(۴) نزولی و بی‌کران

(۳) صعودی و بی‌کران

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- دنباله‌ی $a_n = \cos n\pi$ مفروض است. اگر داشته باشیم $b_1 = 1$ و $b_{n+1} = \frac{-1}{\sqrt[3]{b_n}}$ ، آنگاه کدام یک از دنباله‌های

زیر واگراست؟

(۲) $\{a_n - b_n\}$

(۱) $\{a_n + b_n\}$

(۴) $\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$

(۳) $\{a_n b_n\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- دنباله‌ی $a_n = \left(1 + \frac{e}{n^2}\right)^n$ چگونه است؟

(۲) همگرا به e^2

(۱) همگرا به e

(۴) واگراست.

(۳) همگرا به ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، حد ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۱۰- اگر $f(x) = \frac{x+[-x]}{|x|-1}$ و $a_n = \tan\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n}$ ، آنگاه دنباله‌ی $f(a_n)$ چگونه است؟ []، علامت جزء صحیح

(است.)

(۲) همگرا به -۱

(۱) همگرا به ۱

(۴) واگرا به بی‌نهایت

(۳) همگرا به صفر

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، بردار - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۴۱- اگر نقطه‌ی $A(1-m, 4, n^2+4)$ واقع بر محور y ها باشد، مقادیر m و n چگونه است؟

(۲) $m=1, n=-2$

(۱) $m=0, n=\pm 2$

(۴) نقطه‌ی A نمی‌تواند روی محور y ها باشد.

(۳) $n=0, m=1$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- مجموع مؤلفه‌های قرینه‌ی نقطه‌ی $P(1, -2, 3)$ نسبت به محور x ها و صفحه‌ی xy به ترتیب از راست به چپ

چه قدر است؟

(۲) -۴ و صفر

(۱) صفر و -۴

(۴) ۳ و ۱

(۳) ۱ و ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- اگر زاویه‌ی بین دو بردار a و b برابر 64° درجه باشد. زاویه‌ی بین بردار a و $u = \frac{|b| |a+|a|b|}{|a+b|}$ کدام است؟

(۲) 64°

(۱) 32°

(۴) بستگی به بردارها a و b دارد.

(۳) 128°

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- اگر بردار $a' = (2, 1, m-1)$ ، تصویر قائم بردار a روی بردار b و بردار $a'' = (2, -1, m+1)$ ، قرینه‌ی بردار a

نسبت به بردار b باشد، اندازه‌ی بردار a کدام است؟

(۲) $\sqrt{6}$

(۱) $\sqrt{5}$

(۴) $\sqrt{14}$

(۳) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- در مکعب مستطیلی با ابعاد ۱، ۲، و a ($a > 2$)، زاویه بین قطر مکعب مستطیل و کوچکترین قطر وجه آن، 60° است. a کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{15}$ (۳) ۴ (۴) $3\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- اگر حجم هرم بنا شده بر روی سه بردار هم‌رس a ، b و c برابر ۴ باشد، در این صورت حجم متوازی السطوح بنا شده بر روی سه بردار $a+b$ و $b-c$ و $a+c$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- دو بردار $a = (1, 1, 2)$ و $b = (2, -1, 2)$ داده شده‌اند. حجم متوازی‌السطوحی که توسط سه بردار a و b و $a \times b$ ساخته می‌شود، کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۳۲ (۳) ۲۹ (۴) ۲۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، خط و صفحه - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۴۸- معادله‌ی دو ضلع مقابل از یک مربع به صورت $D: \left(\frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{-3}, z=3\right)$ و $D': \left(\frac{x}{2} = \frac{y-6}{-3}, z=5\right)$ می‌باشد. مساحت این مربع چه قدر است؟

- (۱) ۴ (۲) ۹ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{16}{9}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- معادله‌ی خطی که از مبدأ مختصات بگذرد و بر دو خط به معادلات $(x=5, y=2z)$ و $\frac{x}{2} = y = -z$ عمود باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{4}$ (۲) $\frac{x}{2} = -\frac{y}{3} = z$
 (۳) $\frac{x}{3} = -\frac{y}{2} = \frac{z}{4}$ (۴) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = z$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- معادله‌ی صفحه‌ای که با صفحه‌ی عمود منصف پاره‌خط $A = (1, -1, 2)$ و $B = (3, -3, 0)$ موازی است و از نقطه‌ی $(2, -1, 3)$ می‌گذرد، کدام است؟

- (۱) $x - y + z = 0$ (۲) $x - y - z = 0$
 (۳) $x - y + z = 6$ (۴) $x - y - z = 6$

شما پاسخ نداده اید

۱۶۱- مجموعه‌ی $A = \{a, b, c, d, e\}$ مفروض است. هر یک از زیر مجموعه‌های 2 عضوی مجموعه‌ی A یکی از رئوس گراف G را تشکیل می‌دهد. دو رأس مجاورند که در نام آنها هیچ حرف مشترکی نداشته باشند. اندازه‌ی این گراف کدام است؟

- | | |
|--------|--------|
| ۱۰ (۲) | ۱۵ (۱) |
| ۱ (۴) | ۵ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۶۲- گرافی با مجموعه‌ی رئوس $v = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ و اندازه‌ی q مفروض است. اگر فاصله‌ی بین دو رأس v_1 و v_2 برابر 2 باشد، q چند مقدار متمایز خواهد داشت؟

- | | |
|--------|--------|
| ۱۲ (۲) | ۱۱ (۱) |
| ۱۴ (۴) | ۱۳ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۶۳- اگر در گرافی از اندازه‌ی 16 ، درجه‌ی رئوس فقط 3 و 4 باشد، حداکثر مرتبه‌ی این گراف کدام است؟

- | | |
|--------|-------|
| ۱۱ (۲) | ۸ (۱) |
| ۱۰ (۴) | ۹ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۶۴- گرافی با 19 رأس مفروض است. اگر در این گراف $\delta = 3$ و $\Delta = 7$ باشد، حداکثر یال‌های این گراف کدام است؟

- | | |
|------------------------------|--------|
| ۶۴ (۲) | ۶۵ (۱) |
| ۴ (۴) چنین گرافی وجود ندارد. | ۶۳ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۶۵- گراف ساده‌ی G از مرتبه‌ی 11 مفروض است. کدام گزینه درباره‌ی G نادرست است؟

- (۱) در گراف G ، $\Delta = 0$ می‌تواند باشد.
- (۲) در گراف G ، تعداد رأس‌های زوج می‌تواند برابر 5 باشد.
- (۳) در گراف G ، $\Delta = \delta = 1$ می‌تواند باشد.
- (۴) در گراف G ، $\Delta = 10$ و $\delta = 1$ می‌تواند باشد.

شما پاسخ نداده اید

۱۶۶- گرافی ساده از مرتبه‌ی 6 ، رئوسی از درجه‌های 1 ، 2 ، 3 ، 4 و 5 دارد. درجه‌ی رأس ششم گراف کدام است؟

- | | |
|-------|-------|
| ۳ (۲) | ۲ (۱) |
| ۴ (۴) | ۱ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۶۷- کمترین تعداد یالی که می‌توان از گراف K_7 حذف کرد به گونه‌ای که گراف حاصل فاقد دور باشد، کدام است؟

- | | |
|--------|--------|
| ۱۵ (۲) | ۱۴ (۱) |
| ۱۷ (۴) | ۱۶ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۶۸- گراف همبند فاقد دوری با اندازه‌ی ۸ مفروض است. در این گراف، چند مسیر بین رئوس متمایز وجود دارد؟

- (۱) ۲۱
(۲) ۲۸
(۳) ۳۶
(۴) ۴۵

شما پاسخ نداده اید

۱۶۹- اگر از یک درخت، یک رأس و یال‌های مربوط به آن را حذف کنیم، گرافی با سه بخش جدا از هم پدید می‌آید که شامل ۱۲ یال است. مرتبه‌ی این درخت کدام است؟

- (۱) ۱۴
(۲) ۱۵
(۳) ۱۶
(۴) ۱۷

شما پاسخ نداده اید

۱۷۰- ماتریس مجاورت یک درخت دارای ۲۶ درایه‌ی صفر است. حاصلضرب درایه‌های روی قطر اصلی مربع ماتریس مجاورت این گراف، کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۱۶
(۲) ۹
(۳) ۸
(۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، آمار و مدل‌سازی ، آمار و مدل‌سازی - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۷۱- در اندازه‌گیری شعاع دایره‌ای به مدل $R = 2 + E$ رسیده‌ایم. حداکثر E چقدر باشد تا خطای مساحت دایره از $\frac{\pi}{2}$ بیش‌تر نشود؟

- (۱) ۰/۱
(۲) ۰/۱۲۵
(۳) ۰/۲۵
(۴) ۰/۲

شما پاسخ نداده اید

۱۷۲- کدام عبارت صحیح نیست؟

- (۱) اگر تمام افراد جامعه را مورد مطالعه قرار دهیم، می‌گوییم سرشماری کرده‌ایم.
(۲) اندازه‌گیری اولین قدم برای رسیدن به اطلاعات عددی است.
(۳) بیان مسئله به زبان ریاضی را مدل‌سازی ریاضی گوئیم.
(۴) متغیر تصادفی، متغیری است که قابل اندازه‌گیری باشد.

شما پاسخ نداده اید

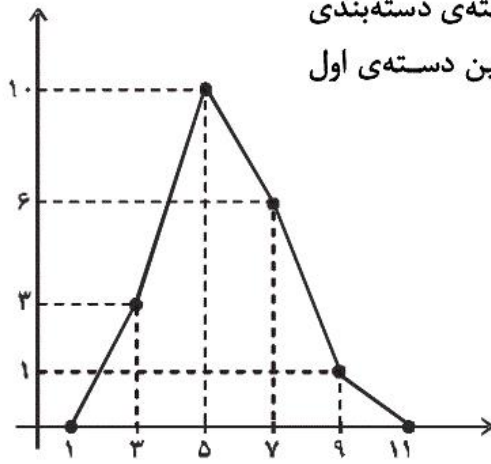
۱۷۳- در جدول فراوانی زیر، فراوانی تجمعی آخرین داده ۳۰ می‌باشد، فراوانی نسبی دسته‌ی دوم کدام است؟

x_i	۲	۵	۸	۱۱
f_i	۶	x	۴	۱۴

- (۱) ۰/۲۵
(۲) ۰/۳۵
(۳) ۰/۲
(۴) ۰/۳

شما پاسخ نداده اید

۱۷۴- در شکل زیر، نمودار چند بر فراوانی یک سری داده‌ی آماری و پیوسته‌ی دسته‌بندی شده، رسم شده است. کران بالای دسته‌ی آخر، چند برابر کران پایین دسته‌ی اول است؟



(۱) ۱۱

(۲) ۱۰

(۳) ۶

(۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۷۵- یک سری داده‌ی آماری، در ۶ دسته، دسته‌بندی شده‌اند به طوری که فراوانی تجمعی دسته‌ی ششم برابر ۲۴ و مجموع زاویه‌های متناظر با دسته‌های چهارم، پنجم و ششم در نمودار دایره‌ای ۲۱۰ درجه است. فراوانی تجمعی دسته‌ی سوم کدام است؟

(۴) ۱۱

(۳) ۱۰

(۲) ۹

(۱) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۷۶- میانگین داده‌های $\{0, 9, 7, 4, 4, a\}$ برابر b است. اگر هر داده با ۵ جمع شود، میانگین داده‌های جدید، دو برابر میانگین داده‌های اولیه می‌شود. مقدار $a - b$ کدام است؟

(۴) -۴

(۳) ۳

(۲) -۲

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

برگ	ساقه				
۱	۰	۴	۴	۵	۷
۲	۱	۳	۴	۶	۶
۳	۵	۷			

۱۷۷- در نمودار ساقه و برگ مقابل، میانگین داده‌های کم‌تر از مُد کدام است؟

(۲) $17/25$

(۱) $16/75$

(۴) $17/75$

(۳) $17/5$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۸- حداکثر واریانس ۶ عدد طبیعی یک رقمی چه قدر است؟

(۴) ۱۶

(۳) ۲۴

(۲) ۴۸

(۱) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۷۹- میانگین و انحراف معیار حقوق در یک سازمان به ترتیب ۱۲ میلیون ریال و ۴ میلیون ریال است. اگر حقوق کارکنان این سازمان ۲۵ درصد اضافه شود. ضریب تغییرات حقوق چگونه تغییر می‌کند؟
 (۱) نصف می‌شود.
 (۲) تغییر نمی‌کند.
 (۳) چهار برابر می‌شود.
 (۴) ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.

شما پاسخ نداده اید

۱۸۰- میانگین ۹ داده‌ی آماری برابر ۱۰ و واریانس آنها ۴ است. اگر داده‌ای با مقدار ۲۰ را به مجموعه‌ی این داده‌ها اضافه کنیم، واریانس مجموعه‌ی حاصل کدام است؟

(۴) ۱۴

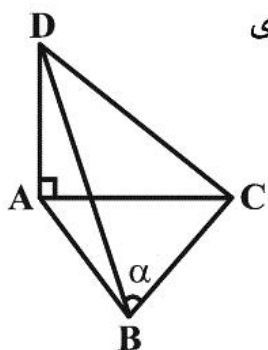
(۳) $13/5$

(۲) $13/1$

(۱) $12/6$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۱- در شکل مقابل مثلث ABC متساوی‌الاضلاع و مثلث ACD قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است. زاویه‌ی α چند درجه است؟



۳۰ (۱)

۳۵ (۲)

۴۰ (۳)

۴۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۲- در مثلث ABC اندازه‌ی ضلع AB نصف ضلع BC است. میانه‌ی AM را از طرف A به اندازه‌ی خودش امتداد می‌دهیم تا به نقطه‌ی D برسیم. نسبت $\frac{BD}{AC}$ چقدر است؟

۲ بزرگ‌تر از ۱

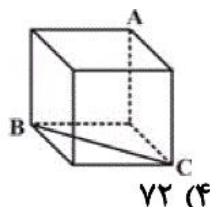
۱ مساوی ۱

۴ نمی‌توان اظهارنظر کرد.

۳ کوچک‌تر از ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۵۸- در مکعب شکل روبه‌رو، فاصله‌ی رأس A از قطر BC برابر $2\sqrt{3}$ واحد است. مساحت کل مکعب چند واحد است؟



۷۲ (۴)

۶۰ (۳)

۴۸ (۲)

۳۶ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۹- قاعده‌ی یک منشور قائم، مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع ۲ است. اگر مساحت جانبی این منشور برابر مجموع مساحت‌های دو قاعده‌ی آن باشد، آنگاه حجم این منشور کدام است؟

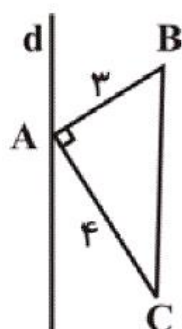
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید



۱۶۰- در شکل روبه‌رو ضلع BC از مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC با خط d موازی است. اگر این مثلث را حول خط d دوران دهیم، حجم شکل محدود به دوران دو ضلع AB و AC چقدر است؟ ($AB = 3, AC = 4$)

۷/۲π (۲)

۵/۴π (۱)

۹/۶π (۴)

۸/۴π (۳)

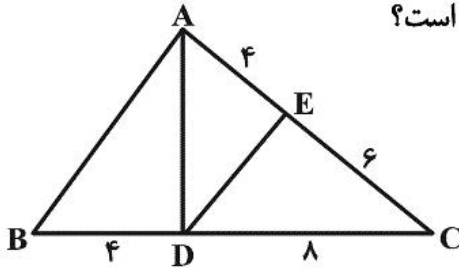
شما پاسخ نداده اید

۱۵۳- مثلث ABC در رأس A قائم‌الزاویه، $BC = ۸$ و $B = ۶۰^\circ$ است. اگر ارتفاع AH و میانه‌ی وارد بر وتر باشند، فاصله‌ی نقطه‌ی H از این میانه کدام است؟

- (۱) $\sqrt{۳}$ (۲) $۲\sqrt{۳}$ (۳) $\sqrt{۲}$ (۴) $۲\sqrt{۲}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴- در شکل مقابل، مساحت مثلث ABD چند برابر مساحت مثلث DEC است؟



- (۱) $\frac{۵}{۶}$ (۲) $\frac{۴}{۵}$ (۳) $\frac{۳}{۴}$ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۵۵- زاویه‌ی حاده‌ی یک لوزی ۶۰° است. نقاط وسط اضلاع و دو سر قطر کوچک لوزی تشکیل یک شش ضلعی می‌دهند. نسبت مساحت شش ضلعی به مساحت لوزی کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ (۲) $\frac{۱}{۲}$ (۳) $\frac{۳}{۴}$ (۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

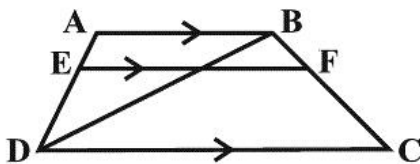
شما پاسخ نداده اید

۱۵۶- در دوزنقه‌ی ABCD، طول‌های دو قاعده‌ی DC و AB به ترتیب ۶ و ۹ واحد است. اگر O نقطه‌ی تلاقی دو قطر و فاصله‌ی نقطه‌ی O از قاعده‌ی بزرگ، ۴ واحد باشد، مساحت دوزنقه، چند واحد مربع است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۵۵ (۳) ۵۲ (۴) ۵۰

شما پاسخ نداده اید

۱۵۷- در دوزنقه‌ی ABCD داریم: $AB = ۵$ ، $CD = ۸$ و $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} = \frac{۱}{۲}$. طول پاره‌خط EF کدام است؟



- (۱) $\frac{۱۶}{۳}$ (۲) ۶ (۳) $\frac{۱۳}{۳}$ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر تابع f به صورت $f = \{(۴, ۲), (-۱, ۴), (۲, -۳)\}$ باشد در این صورت حاصل $\frac{f(f^{-1}(f(-۱)))}{f^{-1}(f(f(-۱)))}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- تابع $f(x) = \frac{x^5 + x + 1}{x^2 + x + 1} - x^3 + ax^2 + b$ ثابت است. a کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، الگو و دنباله - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۱۱- حاصل ضرب پنج جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی برابر -۳۲ است. جمله‌ی سوم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۴ (۳) -۲ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، اعمال روی ماتریس‌ها ، ماتریس - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۱۸- مقدار m در صورتی که ماتریس $A = \begin{bmatrix} m+1 & m-4 \\ m+5 & m-1 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد، کدام است؟

- (۱) $m = ۱۹$ (۲) $m = ۱$
(۳) $m = -۱$ (۴) $m = ۴$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، ترکیبات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۱۹- هفت نقطه همانند شکل زیر، روی محیط یک دایره قرار دارند. چند چهارضلعی به رئوس این هفت نقطه می‌توان



رسم کرد که شامل رأس a باشند؟

- (۱) ۱۵
(۲) ۳۵
(۳) ۱۰
(۴) ۲۰

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- در یک شرکت بین‌المللی افرادی از ایران و ۴ کشور خارجی مشغول به کار هستند. از هر کدام از کشورها ۳ نفر اما

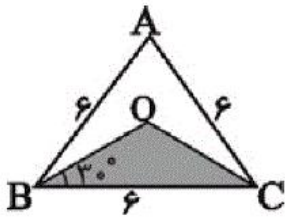
از ایران ۴ نفر مشغول به کار هستند، به چند طریق تیمی سه نفره می‌توان انتخاب نمود که هیچ دو نفری ملیت

یکسان نداشته و سرپرست آن‌ها ایرانی باشد؟

- (۱) ۲۱۶ (۲) ۴۸۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۵۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- اگر مساحت مثلث هاشورخورده در شکل زیر $\frac{1}{3}$ مساحت کل شکل باشد، طول ضلع OB کدام است؟



(۱) $2\sqrt{2}$

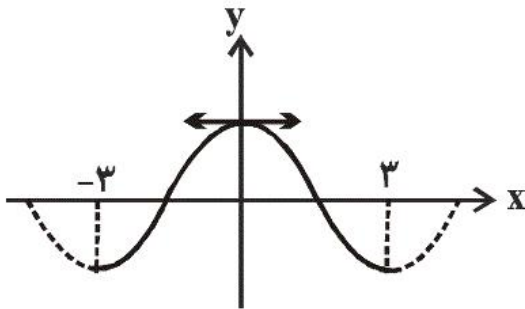
(۲) $3\sqrt{3}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۴) $3\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع $y = \sin((ax + \frac{1}{4})\pi)$ است. مجموعه‌ی مقادیر a کدام است؟



(۱) $\{-\frac{1}{3}\}$

(۲) $\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\}$

(۳) $\{-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\}$

(۴) $\{\frac{1}{3}\}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، توابع نمایی و لگاریتم - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۱۴- حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ی $5\sqrt{\log x} + \log \frac{1}{x} = 4$ ، کدام است؟

(۴) 1.17

(۳) 1.15

(۲) 1.5

(۱) 1.3

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر $\log 2x - \log y = 1$ و $25^x \times (\frac{1}{5})^y = 125$ ، آنگاه x کدام است؟

(۴) 5

(۳) 1

(۲) $\frac{5}{3}$

(۱) $\frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

(گروهش شاه منصوریان)

-۹۶

$$A = \frac{\cos 2x \cos x + \sin 2x \sin x}{\sin x \cos x}$$

$$= \frac{\cos 2x}{\frac{1}{2} \sin 2x} = 2 \cot 2x \xrightarrow{x=\frac{\pi}{12}} A = 2(\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱

(مسیر ناچیلو)

-۹۷

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right) \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) &= -\frac{1}{2} \left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \cos 2x\right) \\ &= \frac{1}{2} \cos 2x = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos 2x = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\cot^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos 2x} = \frac{1 + \frac{2}{3}}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{1}{3}} = 5$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱

(مدرس رضا شوکتی بیرق)

-۹۸

$$\cos(\tan^{-1} x) = 1 \Rightarrow \tan^{-1} x = 2k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$\Rightarrow -\frac{\pi}{2} < \tan^{-1} x < \frac{\pi}{2} \Rightarrow -\frac{\pi}{2} < 2k\pi < \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{4} < k < \frac{1}{4} \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k = 0 \Rightarrow \tan^{-1} x = 0 \Rightarrow x = 0$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۳۰)

۴

۳

۲

۱

(فرهار نامی)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & , x \in Q \\ 1 & , x \notin Q \end{cases}$$

$$\Rightarrow -f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2} & , x \in Q \\ -1 & , x \notin Q \end{cases} \Rightarrow [-f(x)] = -1$$

لذا تابع $y = [-f(x)]$ روی R تابع ثابت $y = -1$ است و همواره پیوسته می‌باشد. دقت کنید که تابع f روی R در تمامی نقاط ناپیوسته است ولی $y = [-f(x)]$ روی R پیوسته می‌باشد. نادرستی گزینه‌های دیگر را بررسی کنید.
(حسابان - هر و پیوستگی توابع: صفحه‌های ۱۵۴ تا ۱۵۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، حسابان ، اعمال روی توابع ، تابع حسابان - ۱۳۹۵۰۶۲۶

$$f(x) = x^2 + 2x + 2 \Rightarrow f(g(1)) = (g(1))^2 + 2(g(1)) + 2 \quad (۲)$$

$$(1), (۲) \Rightarrow (g(1))^2 + 2(g(1)) + 2 = 2$$

$$\xrightarrow{g(1)=t} t^2 + 2t = 0 \Rightarrow t(t+2) = 0 \Rightarrow g(1) = t = -2 \text{ صفر یا } -2$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، حسابان ، زوج، فرد، صعودی، نزولی، یک به یک و... ، تابع حسابان - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(مهمدرضا شوکتی بیرق)

$$f(-x) = \begin{cases} ax^2 - bx & , -x \geq 2 \\ -cx + 2 & , -2 < -x < 2 \\ x^2 - 2x & , -x \leq -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(-x) = \begin{cases} ax^2 - bx & , x \leq -2 \\ -cx + 2 & , -2 < x < 2 \\ x^2 - 2x & , x \geq 2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{f(-x)=f(x)} \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \Rightarrow a+b-c=-1 \\ c=0 \end{cases}$$

(حسابان - تابع: صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

(عمید ستاری)

$$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow k^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow k^+} f(x) \Rightarrow (k-1)^3 + (k-1)^2 = k^3 + k^2$$

$$\Rightarrow k^3 - 3k^2 + 3k - 1 + k^2 - 2k + 1 = k^3 + k^2$$

$$\Rightarrow -3k^2 + k = 0 \Rightarrow k(-3k + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k = 0 & \text{قابل قبول} \\ k = \frac{1}{3} & \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

(مسئله - حد و پیوستگی توابع: صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۳۴)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، حسابان، بسط دو جمله‌ای، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(غلامرضا ملی)

$$(2x + b)^4$$

$$= (2x)^4 + \binom{4}{1}(2x)^3 b + \binom{4}{2}(2x)^2 b^2 + \binom{4}{3}(2x)b^3 + \binom{4}{4}b^4$$

پس ضریب x^3 برابر است با $32b$ $\cdot \binom{4}{1} 2^3 \times b = 32b$

(مسئله - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، حسابان، معادلات درجه ۲ و ماکزیمم مینیمم توابع، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(هاری پلور)

$$(x-1)(kx^2 - x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ kx^2 - x - 2=0 \end{cases}$$

مجموع جواب‌های معادله‌ی درجه دوم $kx^2 - x - 2 = 0$ برابر $\frac{1}{k} - \frac{b}{a}$ وحاصل ضرب جواب‌های آن برابر $\frac{c}{a} = \frac{-2}{k}$ است، پس:

$$\begin{cases} (*) \text{ حاصل ضرب جواب‌ها } (1)\left(\frac{c}{a}\right) = (1)\left(\frac{-2}{k}\right) = \frac{-2}{k} \\ (*) \text{ مجموع جواب‌ها } (1) + \left(\frac{-b}{a}\right) = (1) + \frac{1}{k} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{طبق فرض: } \frac{-2}{k} = 1 + \frac{1}{k} - \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{-2}{k} - \frac{1}{k} = \frac{-1}{3} \Rightarrow \frac{-3}{k} = \frac{-1}{3}$$

$$\Rightarrow k = 9$$

(مسئله - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۴)

۴

۳✓

۲

۱

-۹۳

(مهمربنا شوکتی بیرق)

$$\sqrt{-x+2}-2=\sqrt{1+x^2} \Rightarrow 2+\sqrt{1+x^2}=\sqrt{-x+2}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} 4+1+x^2+4\sqrt{1+x^2}=-x+2$$

$$\Rightarrow 4\sqrt{1+x^2}=-x^2-x-3$$

طرف چپ همواره مثبت و طرف راست همواره منفی است. پس معادله‌ی داده شده ریشه‌ی حقیقی ندارد. توجه کنید که در عبارت طرف راست، $\Delta < 0$ و $a < 0$ می‌باشد.

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۱ ۲ ۳ ۴

ریاضی ، هندسه ۲ ، استدلال (هندسه‌ی ۲) ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۶۲۶

-۱۲۱

(نوید میدری)

$$\frac{n(n-3)}{2} + n = 15$$

طبق داده‌های سوال، داریم:

$$\xrightarrow{\times 2} n(n-3) + 2n = 30 \Rightarrow n^2 - n - 30 = 0$$

$$\Rightarrow (n-6)(n+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 6 \\ n = -5 \text{ غ ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = 6 \Rightarrow \text{تعداد قطرها} = \frac{6 \times 3}{2} = 9 \\ n + 3 = 9 \Rightarrow \text{تعداد قطرها} = \frac{9 \times 6}{2} = 27 \end{cases} \Rightarrow 27 - 9 = 18$$

(هندسه ۲ - استدلال: صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۱ ۲ ۳ ۴

-۱۲۲

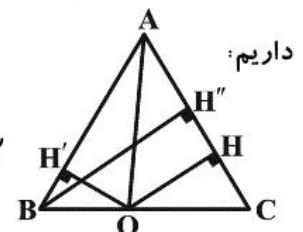
(مهمربنا ابراهیم کیتی زاده)

در شکل زیر عمودهای OH و OH' ، ارتفاع‌های دو مثلث OAC و OAB هستند. اگر ارتفاع وارد بر ساق در مثلث ABC باشد،

$$BH'' = OH + OH' = \frac{24}{5}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \times BH'' = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{24}{5} = 12$$

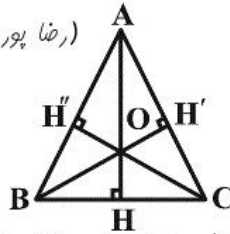
(هندسه ۲ - استدلال: صفحه‌ی ۲۱)



۱ ۲ ۳ ۴

۱۲۳-

(رضا پورعسینی)



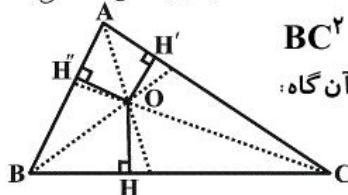
همانطور که مشاهده می کنید ارتفاع های مثلث OBC به ترتیب OH و BH'' و CH' هستند که هر سه در نقطه ی A هم رسند.

(هندسه ۲ - استرلال: صفحه های ۳۶ و ۳۷)

- ۱ ۲ ۳ ۴

۱۲۴-

(سیرمفسن فاطمی)



$BC^2 = 5^2 + 12^2 = 169 \Rightarrow BC = 13$
اگر $OH = OH' = OH'' = a$ فرض شود، آن گاه:

$$S_{ABC} = S_{OAB} + S_{OAC} + S_{OBC}$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2}(AB \times a) + \frac{1}{2}(AC \times a) + \frac{1}{2}(BC \times a)$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2}a(AB + AC + BC) \Rightarrow \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = \frac{1}{2}a(5 + 12 + 13)$$

$$\Rightarrow 30 = 15a \Rightarrow a = 2$$

(هندسه ۲ - استرلال: صفحه ی ۳۵)

- ۱ ۲ ۳ ۴

ریاضی ، هندسه ۲ ، دایره - ۱۳۹۵۰۶۲۶

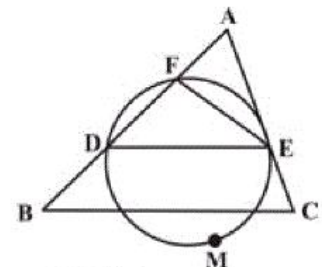
۱۲۵-

(نوید میبری)

$$\hat{DFE} = \hat{DEC} = \frac{\widehat{DME}}{2} \quad (1)$$

$$DE \parallel BC \Rightarrow \hat{DEC} + \hat{ECB} = 180^\circ \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \hat{DFE} + \hat{ECB} = 180^\circ$$



پس چهارضلعی FECD محاطی است.

با توجه به اعداد داده شده و در نظر گرفتن قضیه ی تالس، $BF = 4\sqrt{2}$ و $EC = 2$ ، پس $BC > BF + EC$ است و در نتیجه $BC + EF > BF + EC$ یعنی چهارضلعی FECD محاطی نیست.

(هندسه ۲ - دایره: صفحه های ۵۶، ۵۸ و ۵۹)

- ۱ ۲ ۳ ۴

(نویس میبری)

چون AT مماس بر هر دو دایره است، پس طبق روابط طولی در دایره می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} AT^2 = AB \cdot AE & (\text{برای دایره بزرگ تر}) \\ AT^2 = AC \cdot AD & (\text{برای دایره کوچک تر}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow AB \cdot AE = AC \cdot AD \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{AC}{AC + CE}$$

$$\frac{AB=4, AD=9}{CE=8} \rightarrow \frac{4}{9} = \frac{AC}{AC+8} \Rightarrow$$

$$\Delta AC = 32 \Rightarrow AC = 6/4$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۷۴ تا ۷۸)

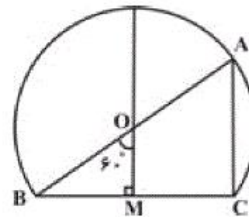
۴ ✓

۳

۲

۱

(مهندس ابراهیم کیتی زاده)

مکان هندسی رأس A ، کمان در خور زاویه 60° رو به روی پاره خط $BC = 6$ است. داریم:

$$R = \frac{a}{2 \sin \alpha} \Rightarrow R = \frac{6}{2 \sin 60^\circ} = 2\sqrt{3}$$

وقتی نقطه A روی دایره کمان در خور تغییر می‌کند، بیش‌ترین فاصله آن ازنقطه B ، برابر طول قطر دایره است. $\max(AB) = 2R = 4\sqrt{3}$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، هندسه ۲، تبدیل‌ها - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(علیرضا کلانتری)

اگر $A'(x', y')$ ، بازتاب $A(x, y)$ نسبت به نقطه $M(\alpha, \beta)$ باشد، آن‌گاه داریم:

$$\begin{cases} x' = 2\alpha - x \\ y' = 2\beta - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x' = 6 - x \\ y' = 2 - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 - x' \\ y = 2 - y' \end{cases}$$

$$y + x + 3 = 0 \Rightarrow 2 - y' + 6 - x' + 3 = 0 \Rightarrow x' + y' = 11$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۳ و ۱۱۹ تا ۱۲۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(رضا عباسی اصل)

باید $a = c = 0$ باشد، زیرا در غیر این صورت T نگاشتی یک به یک نیست و در نتیجه تبدیل نخواهد بود. پس:

$$T(x, y) = (-bx + 1, dy + 5)$$

حال تبدیل T زمانی ایزومتري است که $|-b| = |d| = 1$ ، حال تعداد حالات ممکن عبارتند از:

$$b = d = 1 \Rightarrow a + b + c + d = 2$$

$$b = d = -1 \Rightarrow a + b + c + d = -2$$

$$b = 1, d = -1 \Rightarrow a + b + c + d = 0$$

$$b = -1, d = 1 \Rightarrow a + b + c + d = 0$$

(هندسه ۲ - تبدیل های هندسی؛ صفحه های ۱۸ و ۱۹)

۴

۳

۲✓

۱

(رضا عباسی اصل)

با توجه به اینکه تصویر A تحت دوران هایی با زاویه های α و $\alpha - 36^\circ$ یکی است. می توانیم زاویه دوران را α در نظر بگیریم. حال:

$$(a, b) \xrightarrow{\alpha \text{ دوران با زاویه }} (-b, a) \Rightarrow \alpha = 90^\circ \Rightarrow 2\alpha = 180^\circ$$

ضابطه ی دوران به مرکز $(0, 0)$ و زاویه ی 180° ، عبارت است از:

$$T(x, y) = (-x, -y)$$

$$\begin{cases} T(a, b) = (-a, -b) \\ T(a, b) = (3, -1) \end{cases} \Rightarrow a = -3, b = 1 \Rightarrow a + b = -2$$

(هندسه ۲ - تبدیل های هندسی؛ صفحه های ۱۰۳ تا ۱۱۱)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی، جبر و احتمال، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(امیر حسین ابومحبوب)

فرض کنیم $A = x^2 + y^2$, $B = z^2 + u^2$ که x, y, z, u عدد صحیح هستند. داریم:

$$\begin{aligned} AB &= (x^2 + y^2)(z^2 + u^2) = x^2z^2 + y^2z^2 + x^2u^2 + y^2u^2 \\ &= (x^2z^2 + 2xyzu + y^2u^2) + (x^2u^2 - 2xyzu + y^2z^2) \\ &= (xz + yu)^2 + (xu - yz)^2 \end{aligned}$$

بنابراین حاصل به صورت مجموع دو مربع کامل است.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه های ۱۱۴ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲✓

۱

(رضا پورحسینی)

$$\begin{aligned} a^2c^2 + a^2d^2 + b^2c^2 + b^2d^2 &\geq a^2c^2 + b^2d^2 + 2acbd \\ \Leftrightarrow a^2d^2 - 2acbd + b^2c^2 &\geq 0 \\ \Leftrightarrow (ad - bc)^2 &\geq 0 \end{aligned}$$

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه های ۲۱ تا ۲۳)

۴

۳

۲✓

۱

۱۳۳-

(سروش موئینی)

در بدترین حالت، ۶ سفید و یک سیاه و یک سبز و یک قرمز بیرون می‌آید. اما در مهره‌ی بعدی، حتماً دو جفت هم‌رنگ داریم. پس حداقل ۱۰ مهره لازم است.

(پیر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱

ریاضی، جبر و احتمال، مجموعه - ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۰۶۲۶

۱۳۴-

(سیدمصطفی سیدمسینی)

چون عضوی در مجموعه‌ی B وجود دارد که در A نیست، قطعاً گزاره‌ی (ج) نادرست است. اگر $A = \emptyset$ ، آن‌گاه گزاره‌ی (الف) نادرست است و گزاره‌ی (ب) نیز با اطلاعات داده شده لزوماً برقرار نیست.

(پیر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه؛ صفحه‌های ۳۶ تا ۴۷)

۴

۳

۲

۱

۱۳۵-

(سیدوید ذوالفقاری)

طبق قوانین جبر مجموعه‌ها داریم:

$$\begin{aligned} & [A - [B' \cup (C - B)]] \cup (A \cap C) \\ &= [A - [B' \cup (C \cap B')]] \cup (A \cap C) \\ &= [A - [B' \cup (B' \cap C)]] \cup (A \cap C) = (A - B') \cup (A \cap C) \\ & (A \cap B) \cup (A \cap C) = A \cap (B \cup C) \end{aligned}$$

(پیر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۵۶)

۴

۳

۲

۱

۱۳۶-

(سروش موئینی)

مجموعه‌ی ۴ عضوی A، دارای ۱۵ افزاز مختلف است که تنها یکی از آن‌ها که دقیقاً برابر خود مجموعه‌ی A است، رابطه‌ای هم‌ارزی با تنها یک کلاس هم‌ارزی ایجاد می‌کند و ۱۴ افزاز دیگر، هر کدام حداقل دو کلاس هم‌ارزی متمایز دارا هستند.

(پیر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

۴

۳

۲

۱

(معصومه کرائی)

- (۱) رابطه‌ی R بازتابی نیست. زیرا: $-1 \notin R \Rightarrow -1 \neq -1$
- (۲) رابطه‌ی R تقارنی نیست. زیرا: $-1 \in R \Rightarrow -1 = -1$ پس $-1 \in R$ ولی $-1 \notin R$.
- پس $-1 \in R$.
- (۳) رابطه‌ی R تعدی است. زیرا:

$$xRy \Rightarrow |x| = y \Rightarrow y \geq 0 \Rightarrow y = |y| \quad (1)$$

$$yRz \Rightarrow |y| = z \quad (2)$$

رابطه‌ی R تعدی است. $(1), (2) \Rightarrow |x| = z \Rightarrow xRz$

(فبر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه: صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، جبر و احتمال، پدیده‌های تصادفی، احتمال - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(مهم‌صادق نیک‌کار)

اگر X و Y شماره‌های رو شده باشند باید داشته باشیم:

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 \quad x, y \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

از طرفی فضای نمونه‌ای $S = \{(1,1), (1,2), \dots, (6,6)\}$

دارای ۳۶ عضو است که شرط داده شده تنها در مورد ۳ زوج مرتب پیشامد A صدق می‌کند.

$$A = \{(1,2), (2,1), (2,2)\}$$

(فبر و احتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی: صفحه‌های ۷۴ تا ۷۹)

۴

۳✓

۲

۱

(رضا پورحسینی)

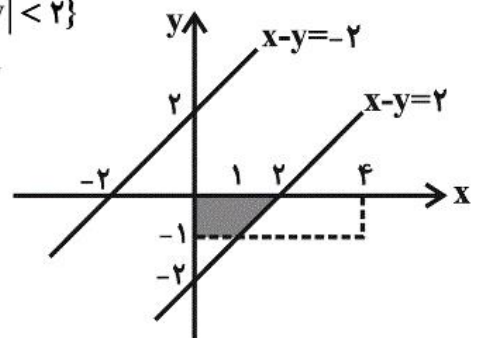
$$S = \{(x,y) \mid x,y \in \mathbb{R}, 0 \leq x \leq 4, -1 \leq y \leq 0\}$$

$$A = \{(x,y) \mid x,y \in \mathbb{R}, |x-y| < 2\}$$

$$|x-y| < 2 \Rightarrow -2 < x-y < 2$$

$$S = \frac{1}{2}(2+1)(1) = \frac{3}{2}$$

دوازده



(فبر و احتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی: صفحه‌های ۷۴ تا ۷۹)

۴

۳

۲✓

۱

(سروش موئینی)

$$n(S) = \binom{14}{3} = \frac{14 \times 13 \times 12}{6} = 14 \times 13 \times 2 = 364$$

$$n(A) = \underbrace{\binom{4}{1} \binom{3}{1} \binom{5}{1}}_{\text{سفید و سیاه و قرمز}} + \underbrace{\binom{4}{1} \binom{3}{1} \binom{2}{1}}_{\text{سفید و سیاه و آبی}} + \underbrace{\binom{4}{1} \binom{5}{1} \binom{2}{1}}_{\text{سفید و قرمز و آبی}} + \underbrace{\binom{3}{1} \binom{5}{1} \binom{2}{1}}_{\text{قرمز و آبی و سیاه}}$$

$$= 60 + 24 + 40 + 30 = 154$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{154}{364} = \frac{77}{182} = \frac{11}{26}$$

(بهر و احتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، یادآوری مفاهیم پایه - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(علی دارابی‌نیا)

با توجه به رابطه‌ی (۱) صفحه‌ی ۷ کتاب درسی داریم:

$$\left. \begin{aligned} a &= 0.49 = \frac{49-4}{90} = \frac{1}{2} \\ b &= 1/9 = \frac{19-1}{9} = 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{4a}{b} = \frac{4(\frac{1}{2})}{2} = 1$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷ و ۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

همواره گویاست $\beta \in \mathbb{Q} \Rightarrow \beta^2 \in \mathbb{Q}$ و $\alpha \in \mathbb{Q} \Rightarrow \alpha^2 + 3\alpha + 1 \in \mathbb{Q}$

بررسی گزینه‌ها:

نامشخص $\alpha^\beta \Rightarrow \begin{cases} \beta = 2, \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha^\beta = 3 \in \mathbb{Q} \\ \beta = \frac{1}{2}, \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha^\beta = \sqrt{\sqrt{3}} = \sqrt[4]{3} \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ گزینه (۱)

گزینه (۲): $\beta^\alpha \Rightarrow \begin{cases} \beta = 2, \alpha = \log_2 \sqrt{3} \Rightarrow \beta^\alpha = 2^{\log_2 \sqrt{3}} = \sqrt{3} \notin \mathbb{Q} \\ \beta = 0, \alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \beta^\alpha = 0^{\sqrt{3}} = 0 \in \mathbb{Q} \end{cases}$

گزینه (۳): $\alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha^2 + 3\alpha + 1 \Rightarrow 4 + 3\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷ و ۸)

۴

۳

۲

۱

(هاری پلور)

با توجه به نامساوی مثلثی همواره $|a + b| \leq |a| + |b|$ برقرار است.

پس با توجه به نامساوی صورت سوال فقط حالت تساوی اتفاق می‌افتد و حالت

تساوی زمانی اتفاق می‌افتد که $ab \geq 0$ ، به عبارت دیگر زمانی

که a و b هم‌علامت باشند یا لاقبل یکی از آن‌ها صفر باشد.

پس با در نظر گرفتن $a = f(x)$ و $b = g(x)$ ، باید $a.b = f(x)g(x) \geq 0$.

پس:

$$|f(x) + g(x)| = |f(x)| + |g(x)| \Rightarrow f(x).g(x) \geq 0$$

۴

۳

۲

۱

(کیا مقرر نیماک)

$$4a_{n+2} = 3a_{n+1} + a_n \Rightarrow 4a_{n+2} = 3a_{n+1} + a_{n+1} - a_{n+1} + a_n$$

$$\Rightarrow 4(a_{n+2} - a_{n+1}) = -(a_{n+1} - a_n)$$

$$\Rightarrow a_{n+2} - a_{n+1} = \frac{-1}{4}(a_{n+1} - a_n)$$

$$n = 1 \Rightarrow a_3 - a_2 = -\frac{1}{4}(a_2 - a_1) \Rightarrow a_3 - a_2 = -\frac{1}{4}(\Delta - 1)$$

$$n = 2 \Rightarrow a_4 - a_3 = -\frac{1}{4}(a_3 - a_2) = \left(-\frac{1}{4}\right)^2(a_2 - a_1)$$

$$n = 3 \Rightarrow a_5 - a_4 = -\frac{1}{4}(a_4 - a_3) = \left(-\frac{1}{4}\right)^3(a_2 - a_1)$$

·
·
·

$$n = 25 \Rightarrow a_{27} - a_{26} = \left(-\frac{1}{4}\right)^{25}(a_2 - a_1)$$

$$= \left(-\frac{1}{4}\right)^{25}(4) = \frac{-1}{(4)^{25}} \times 4 \Rightarrow -\frac{1}{4^{24}} = -\left(\frac{1}{4}\right)^{24}$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(عمید زرین‌کفش)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$$

$$\Rightarrow |a_n - 0| = \left| \frac{(-1)^n n}{n^2 + 1} - 0 \right| < 0.05 \Rightarrow \frac{n}{n^2 + 1} < \frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow n^2 + 1 > 20 \cdot n \Rightarrow n + \frac{1}{n} > 20 \Rightarrow n \geq 20$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$\begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n+k\sqrt{n+3}} - \sqrt{2n}) &\times \frac{\sqrt{2n+k\sqrt{n+3}} + \sqrt{2n}}{\sqrt{2n+k\sqrt{n+3}} + \sqrt{2n}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+k\sqrt{n+3} - 2n}{\sqrt{2n+k\sqrt{n+3}} + \sqrt{2n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{k\sqrt{n+3}}{2\sqrt{2n}} = \frac{k\sqrt{n}}{2\sqrt{2}\sqrt{n}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow k = 2 \end{aligned}$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(ممد رضا شوکتی بیرق)

دنباله‌ی داده شده، حاصل ضرب دو دنباله‌ی نزولی با جملات مثبت است، در نتیجه

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \tan^{-1} \frac{1}{n} = 0$$

نزولی است. از طرفی:

پس دنباله‌ی داده شده کران‌دار است.

(دیفرانسیل - دنباله‌ها: صفحه‌های ۲۳ تا ۳۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

$$\begin{cases} a_n = (-1)^n \\ b_n = (-1)^{n+1} \end{cases} \quad \text{در حقیقت داریم:}$$

$$\text{«۱» گزینہی : } a_n + b_n = (-1)^n + (-1)^{n+1} =$$

$$(-1)^n(1-1) = 0 \Rightarrow \text{همگراست.}$$

$$\text{«۲» گزینہی : } a_n - b_n = (-1)^n - (-1)^{n+1} =$$

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کیا مقدس نیاک)

-۱۰۹

$$a_n = \left(1 + \frac{e}{n^2}\right)^n \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{n^2}{e}}\right)^{\frac{n^2}{e}}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} e^{\frac{1}{e}} = e^{\frac{1}{e}} = 1$$

(دیفرانسیل - دنباله‌ها؛ صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، حد ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(عبیب شفیعی)

اگر $0 < x < \frac{\pi}{2}$ باشد، آنگاه $x < \tan x$ است. بنابراین با توجه به این که

$$\frac{1}{n} < \tan \frac{1}{n} \Rightarrow \tan\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n} > 0 \Rightarrow a_n > 0 \quad \text{است داریم: } 0 < \frac{1}{n} < 1$$

با توجه به این که دنباله‌ی a_n همگرا به صفر است و از مقادیر بیش‌تر به عدد صفر

نزدیک می‌شود، داریم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + [-x]}{|x| - 1} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + [0^-]}{x - 1} = \frac{x - 1}{x - 1} = 1$$

(دیفرانسیل - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۵۳ تا ۶۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، بردار - ۱۳۹۵۰۶۲۶

-۱۴۱

(عمید کروس)

اگر نقطه‌ای واقع بر محور y ها باشد، مؤلفه‌های اول و سوم آن برابر صفر است:

$$\begin{cases} 1 - m = 0 \Rightarrow m = 1 \\ n^2 + 4 = 0 \Rightarrow n^2 = -4 \end{cases} \quad \text{جواب ندارد.}$$

(هندسه تحلیلی و بیضی - بردارها: صفحه‌های ۴ تا ۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۴۲

(رضا پورحسینی)

قرینه نسبت به محور X ها $P(1, -2, 3) \xrightarrow{\quad} P'_X(1, 2, -3) \Rightarrow$ مجموع مؤلفه‌ها = ۰

$\xrightarrow{\quad} P'_{XY}(1, -2, -3) \Rightarrow$ مجموع مؤلفه‌ها = -۴

(هندسه تحلیلی و بیضی - بردارها: صفحه‌های ۴ تا ۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

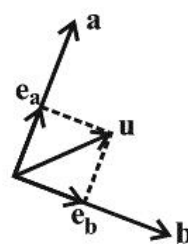
۱۴۳-

(معمدمهری مفسن زاده طبری)

هرگاه e_a و e_b بردارهای یکه مربوط به بردارهای a و b در نظر گرفته شوند بردار $e_a + e_b$ نیمساز دو بردار a و b خواهد بود.

$$\frac{|a| |b| + |b| |a|}{|a+b|} = \frac{|a| |b|}{|a+b|} \left(\frac{b}{|b|} + \frac{a}{|a|} \right)$$

$$= t(e_b + e_a) : t > 0$$



بنابراین زاویه‌ی بین a و بردار داده شده برابر 32° است.

(هندسه تحلیلی و جبر فضا - بردارها؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴

۳

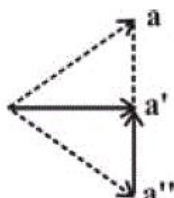
۲

۱

۱۴۴-

(علی سعیدی زاد)

بردار $a' - a''$ بر بردار a' عمود است بنابراین ضرب داخلی آن‌ها صفر می‌شود.



$$a' - a'' = (0, 2, -2)$$

$$a' \cdot (a' - a'') = 0 \Rightarrow 2 - 2m + 2 = 0 \Rightarrow m = 2 \Rightarrow a'' = (2, -1, 3)$$

بردارهای a و a'' هم اندازه هستند بنابراین: $|a| = |a''| = \sqrt{4+1+9} = \sqrt{14}$

(هندسه تحلیلی و جبر فضا - بردارها؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱

۱۴۵-

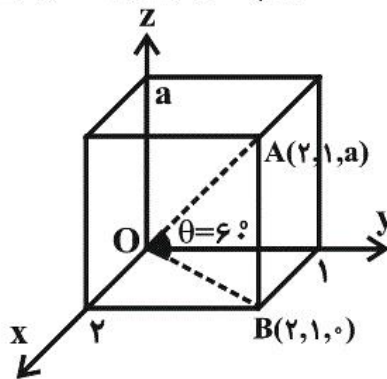
(رضا عباسی اصل)

چون $a > 2$ ، کوچکترین قطر وجه مکعب مستطیل متعلق به مستطیل با ابعاد ۱ و ۲ است. با توجه به شکل زیر داریم:

$$\overline{OA} \cdot \overline{OB} = |\overline{OA}| |\overline{OB}| \cdot \cos \theta$$

$$(2, 1, a) \cdot (2, 1, 0) = \sqrt{a^2 + 5} \times \sqrt{5} \times \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow a^2 + 5 = 20 \Rightarrow a^2 = 15 \Rightarrow a = \sqrt{15}$$



(هندسه تحلیلی و جبر فضا - بردارها؛ صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۴

۳

۲

۱

$$V = \frac{1}{6} |a \cdot (b \times c)| = 4 \Rightarrow |a \cdot (b \times c)| = 24$$

می‌دانیم حجم هرم برابر است با: $|a \cdot (b \times c)| = 24$

$$|(a + b) \cdot ((b - c) \times (2c + a))|$$

حجم متوازی السطوح برابر است با:

$$= |(a + b) \cdot (2b \times c + b \times a - \underbrace{2c \times c}_{\circ} - c \times a)|$$

$$= |2a \cdot (b \times c) + \underbrace{a \cdot (b \times a)}_{\circ} - \underbrace{a \cdot (c \times a)}_{\circ} + \underbrace{b \cdot (2b \times c)}_{\circ} + \underbrace{b \cdot (b \times a)}_{\circ} - b \cdot (c \times a)|$$

$$= |2a \cdot (b \times c) - b \cdot (c \times a)| = |2a \cdot (b \times c) - a \cdot (b \times c)|$$

$$= |a \cdot (b \times c)| = 24$$

(هندسه تحلیلی و جبر فضا - بردارها: صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۱ ۲ ۳ ۴

قدر مطلق حاصل ضرب مختلط (سه گانه عددی) سه بردار a و b و c برابر مقدار حجم متوازی السطوحی است که روی این سه بردار ساخته می‌شود. با فرض $c = a \times b$ داریم:

$$V = |c \cdot (a \times b)| = |(a \times b) \cdot (a \times b)| = |a \times b|^2$$

$$a \times b = (1, 1, 2) \times (2, -1, 2) = (4, 2, -3)$$

$$\Rightarrow |a \times b| = |(4, 2, -3)| = \sqrt{29} \Rightarrow V = 29$$

(هندسه تحلیلی و جبر فضا - بردارها: صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۱ ۲ ۳ ۴

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، خط و صفحه - ۱۳۹۵۰۶۲۶

فاصله‌ی این دو خط موازی که برابر با طول ضلع مربع می‌باشد، را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} A(2, 3, 3) \in D \\ B(0, 6, 5) \in D' \end{cases} \Rightarrow \overline{AB} = (-2, 3, 2)$$

D' و D بردار هادی خط‌های $v = (2, -3, 0)$

$$\overline{AB} \times v = (6, 4, 0)$$

ضلع مربع $\frac{|\overline{AB} \times v|}{|v|} = \frac{\sqrt{36+16}}{\sqrt{4+9}} = \frac{\sqrt{52}}{\sqrt{13}} = 2$

مساحت مربع $= (2)^2 = 4$

(هندسه تحلیلی و جبر فضا - خط و صفحه: صفحه‌های ۳۷ تا ۳۹)

۱ ۲ ۳ ۴

(مهدا ابراهیم کیتی زاره)

معادله‌ی خطی که از نقطه‌ی معلوم $A(x_1, y_1, z_1)$ بگذرد و با بردار معلوم

$$u = (a, b, c) \text{ موازی باشد به صورت } \frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b} = \frac{z - z_1}{c} \text{ نوشته}$$

می‌شود که آن را معادله‌ی متقارن خط می‌نامیم. در این جا، u با حاصلضرب خارجی بردارهای هادی دو خط هم‌راستا است که این دو بردار موازی با $(0, 2, 1)$ و $(2, 1, -1)$ هستند. داریم: $O(0, 0, 0)$, $u = (0, 2, 1) \times (2, 1, -1) = (-3, 2, -4)$

$$\Rightarrow \frac{x}{3} = -\frac{y}{2} = \frac{z}{4}$$

(هندسه تحلیلی و جبرخطی - فط و صفه: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۱ ۳ ۲ ۴

(عباس اسری امیرآباری)

نقطه‌ی M وسط پاره خط AB است، داریم:

$$M = (2, -2, 1)$$

$$n = \overline{MB} = (3 - 2, -3 + 2, 0 - 1) = (1, -1, -1)$$

$$1(x - 2) - 1(y + 1) - 1(z - 3) = 0$$

$$x - y - z = 0$$

(هندسه تحلیلی و جبرخطی - فط و صفه: صفحه‌های ۴۲ و ۴۳)

۱ ۲ ۳ ۴

ریاضی ، ریاضیات گسسته ، گراف‌ها و کاربردهای آن ، نظریه‌ی گراف - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(علیرضا سیف)

تعداد زیر مجموعه‌های دو عضوی مجموعه‌ی A برابر $\binom{5}{2} = 10$ است. واضح است

که رأسی مانند ab تنها با سه رأس cd , de و ce مجاور است.

یعنی در حالت کلی هر رأس به ۳ رأس دیگر متصل است. در نتیجه گراف 3 -منتظم در مرتبه‌ی ۱۰ است و داریم:

$$rp = 2q \Rightarrow 3 \times 10 = 2q \Rightarrow q = 15$$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷ و ۱۲)

۱ ۲ ۳ ۴

(علیرضا سیف)

فاصله‌ی بین دو رأس v_1 و v_2 برابر ۲ است و در نتیجه مجاور نیستند. یعنی هر کدام با یک یال به رأس سومی متصل هستند، پس $q_{\min} = 2$.

چون فاصله‌ی دو رأس v_1 و v_2 برابر ۲ است، پس گراف فاقد یال $v_1 v_2$ است.

یعنی حداقل یک یال کمتر از گراف کامل K_6 دارد. $q_{\max} = \frac{6 \times 5}{2} - 1 = 14$

بنابراین تعداد مقادیر متمایز q برابر است با: $14 - 2 + 1 = 13$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷، ۱۲ و ۲۳)

۱ ۳ ۲ ۴

(سیرامیر ستوره)

دنباله‌ی درجه رئوس گراف به صورت $\underbrace{3, \dots, 3}_n$ و $\underbrace{4, \dots, 4}_m$ است. بنابراین

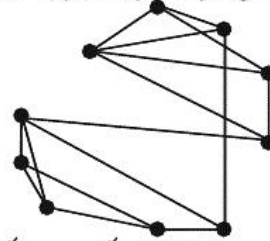
$$\sum \deg v_i = 2q \Rightarrow 4m + 3n = 32$$

داریم:

جدولی از مقادیر m و n که در معادله‌ی فوق صادق باشند، رسم می‌کنیم.

m	۸	۵	۲
n	۰	۴	۸
	غ ق ق		

حداکثر مرتبه‌ی گراف زمانی است که $m = 2$ و $n = 8$ بنابراین حداکثر مرتبه‌ی گراف ۱۰ است. شکل گراف مورد نظر به صورت زیر است:



(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۱ و ۱۴)

۴

۳

۲

۱

(علیرضا سیف)

با توجه به این که مجموع درجات برابر است با دو برابر یال‌ها، پس برای داشتن یال‌های بیش‌تر، باید درجات بیشتر باشند، اما با توجه به صورت سوال درجات بین ۳ و ۷ هستند و حداقل یک درجه‌ی ۳ و یک درجه‌ی ۷ داریم. پس بهترین حالت برابر است با یک درجه‌ی ۳ و بقیه درجات برابر ۷. اما در این حالت تعداد رأس‌های فرد، عددی فرد می‌شود که برای حل این مشکل یکی از درجات ۷ باید زوج شود که بین ۴ و ۶ عدد ۶ را انتخاب می‌کنیم چون بیش‌تر است. پس تعداد یال‌ها برابر است با:

$$2q = 17 \times 7 + 1 \times 6 + 1 \times 3 = 128 \Rightarrow q = 64$$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴

۳

۲

۱

(نویر میبری)

به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینه‌ی «۱» اگر گراف تهی K_{11} را در نظر بگیریم، آن‌گاه $\Delta = 0$ است. گزینه‌ی «۲» تعداد رأس‌های فرد هر گراف ساده باید عددی زوج باشد. در اینجا ۱۱ رأس داریم و اگر ۵ رأس زوج داشته باشیم، ۶ رأس فرد خواهیم داشت که شدنی است. گزینه‌ی «۴» یک درخت از مرتبه‌ی ۱۱ که دارای یک رأس از درجه‌ی $\Delta = 10$ و ۱۰ رأس از درجه‌ی $\delta = 1$ است.

گزینه‌ی «۳» اگر $\Delta = \delta = 1$ باشد، آن‌گاه گراف ۱-منتظم می‌شود. اما واضح است که گراف فرد منتظم از مرتبه‌ی فرد وجود ندارد.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲ و ۱۷)

۴

۳

۲

۱

(علی ساویجی)

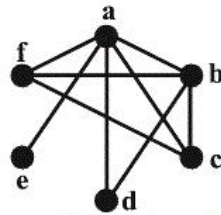
فرض کنید که رئوس گراف G به ترتیب a, b, c, d, e و f باشند و

a, b, c, d, e

$\updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow$

$5 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1$

داشته باشیم:



آن گاه رأس a باید به تمام رئوس دیگر وصل باشد. پس e تنها به a متصل است. از طرف دیگر b به جز رأس e ، به تمام رئوس دیگر وصل است. حال رأس c باید به f وصل شود تا درجه اش ۳ باشد. بنابراین مطابق شکل رأس f باید از درجه ۳ باشد.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۱۴)

۴

۳

۲

۱

(سیرامیر ستوره)

اگر در یک گراف، $q \geq p$ ، آن گاه آن گراف قطعاً دارای دور است. پس حداکثر مقدار

ممکن برای q که گراف فاقد دور باشد، برابر $p - 1$ است. $q(K_7) = \frac{7 \times 6}{2} = 21$

$$p = 7 \Rightarrow p - 1 = 6$$

بنابراین حداقل باید $21 - 6 = 15$ یال از گراف K_7 حذف کنیم تا در گراف، دوری دیده نشود.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۱۲، ۱۱۴ و ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱

(نویر ممیری)

هر گراف همبند فاقد دور، یک درخت است. در هر درخت رابطه‌ی $p = q + 1$

برقرار است. در اینجا $q = 8$ و در نتیجه $p = 9$ می‌باشد. چون بین هر دو رأس یک

درخت دلخواه، یک و تنها یک مسیر وجود دارد پس با انتخاب هر دو رأس دلخواه یک

مسیر مشخص می‌شود که تعدادشان برابر است با: $\binom{9}{2} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۴

۳

۲

۱

(سید عارف رضا مرتضوی)

گراف اولیه درخت است پس در سه بخش جدا از هم نیز دوری وجود نخواهد داشت، از طرفی هر سه بخش، هم بند بوده پس نتیجه می‌گیریم هر سه بخش، خود به تنهایی درخت هستند.

$$\left. \begin{aligned} T_1 : p_1 &= q_1 + 1 \\ T_2 : p_2 &= q_2 + 1 \\ T_3 : p_3 &= q_3 + 1 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow p_1 + p_2 + p_3 = \overbrace{q_1 + q_2 + q_3}^{12} + 3 = 15$$

از آن جا که یک رأس را حذف کرده بودیم، پس $p = 15 + 1 = 16$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۴

۳

۲

۱

(نوید میدری)

$$p^2 - 2(p-1) = 26 \Rightarrow p^2 - 2p - 24 = 0$$

$$\Rightarrow (p-6)(p+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} p=6 & \text{ق ق} \\ p=-4 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

دنباله‌های ممکن برای یک درخت از مرتبه‌ی ۶ عبارتند از:

$$2, 2, 2, 2, 1, 1 \rightarrow \text{حاصل ضرب} = 16$$

$$3, 2, 2, 1, 1, 1 \rightarrow \text{حاصل ضرب} = 12$$

$$3, 3, 1, 1, 1, 1 \rightarrow \text{حاصل ضرب} = 9$$

$$4, 2, 1, 1, 1, 1 \rightarrow \text{حاصل ضرب} = 8$$

$$5, 1, 1, 1, 1, 1 \rightarrow \text{حاصل ضرب} = 5$$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ریاضی، آمار و مدل‌سازی، آمار و مدل‌سازی - ۱۳۹۵۰۶۲۶

-۱۷۱

(سروش موئینی)

$$S = \pi R^2 = \pi(2 + E)^2 = \pi(4 + 4E + E^2) \approx 4\pi + 4\pi E$$

$$4\pi E \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow E \leq \frac{1}{8} \Rightarrow E_{\max} = 0.125$$

(آمار و مدل‌سازی - اندازه‌گیری و مدل‌سازی: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۱۷۲

(آرش رفیعی)

تمامی متغیرهای تصادفی، قابل اندازه‌گیری نیستند. این دسته از متغیرهای تصادفی را متغیر کیفی می‌نامیم.

(آمار و مدل‌سازی - اندازه‌گیری و مدل‌سازی: صفحه‌های ۴ تا ۸، ۱۸)

و متغیرهای تصادفی - صفحه‌ی ۳۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۱۷۳

(رضا پورحسینی)

می‌دانیم فراوانی تجمعی دسته‌ی آخر همواره برابر با مجموع فراوانی‌های مطلق

$$6 + x + 4 + 14 = 30 \Rightarrow x = 6 = f_2 \quad \text{کل داده‌ها) است. پس:}$$

$$\text{فراوانی نسبی دسته‌ی دوم} = \frac{f_2}{n} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5} = 0.2$$

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی: صفحه‌های ۵۳ تا ۵۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(بایک سادات)

با توجه به نمودار رسم شده ۳، ۵، ۷ و ۹، مرکز دسته‌ها هستند، بنابراین طول دسته‌ها برابر ۲ و در نتیجه دسته‌ها به صورت زیر هستند:

$$\begin{array}{cccc} [2,4) & , & [4,6) & , & [6,8) & , & [8,10) \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ x_1 = 3 & & x_2 = 5 & & x_3 = 7 & & x_4 = 9 \end{array}$$

از این رو، کران بالای دسته‌ی آخر برابر ۱۰ و کران پایین دسته‌ی اول برابر ۲

$$\frac{10}{2} = 5 \text{ برابر است با } 5 \text{ موردنظر سؤال،}$$

توجه کنید که در نمودار چند بر فراوانی، نقاط ابتدایی و انتهایی که روی محور افقی قرار دارند، نمایان‌گر هیچ دسته‌ای نیستند.

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۸۸ تا ۹۰)

۱ ۲ ۳ ۴

(علی ساوپی)

فراوانی مطلق دسته‌ی i ام را با f_i و تعداد کل داده‌ها را با N نشان می‌دهیم. با توجه به صورت سؤال، از آنجا که فراوانی تجمعی دسته‌ی آخر برابر با تعداد کل داده‌هاست، پس $N = 24$. با توجه به فرض می‌توان نوشت:

$$\frac{f_4 + f_5 + f_6}{N} \times 360^\circ = 210^\circ \Rightarrow f_4 + f_5 + f_6 = \frac{210}{360} \times 24 = 14$$

$$\begin{aligned} \text{فراوانی تجمعی دسته‌ی سوم} &= f_1 + f_2 + f_3 = N - (f_4 + f_5 + f_6) \\ &= 24 - 14 = 10 \end{aligned}$$

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۱ ۲ ۳ ۴

$$b + 5 = 2b \Rightarrow b = 5$$

اکنون با توجه به اینکه میانگین شش داده‌ی اولیه برابر پنج به دست آمده است،

$$\frac{0 + 9 + 7 + 4 + 4 + a}{6} = 5 \Rightarrow \frac{24 + a}{6} = 5 \Rightarrow a = 6 \quad \text{داریم:}$$

$$\text{و در نتیجه: } a - b = 6 - 5 = 1$$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های مرکزی: صفحه‌ی ۱۲۸)

۱ ۲ ۳ ۴

(سروش موثینی)

مد ۲۶ است و داده‌های کم‌تر از آن ۱۰، ۱۴، ۱۴، ۱۵، ۱۷، ۲۱، ۲۳، ۲۴ هستند.

$$\bar{x} = \frac{10 + 14 + 14 + 15 + 17 + 21 + 23 + 24}{8}$$

$$= \frac{138}{8} = \frac{69}{4} = 17.25$$

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

شافص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۲۵)

۱ ۲ ۳ ۴

بیشترین پراکندگی در حالت روبه‌رو است:

۱, ۱, ۱, ۹, ۹, ۹

$$\bar{x} = 5$$

$$\sigma^2 = \frac{3(1-5)^2 + 3(9-5)^2}{6} = \frac{3(16) + 3(16)}{6} = 16$$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های پراکندگی: صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۰)

[۴] ✓

[۳]

[۲]

[۱]

افزایش ۲۵ درصدی داده‌ها در حقیقت به مانند ضرب کردن داده‌های اولیه در

$$1/25 \text{ یا } \frac{5}{4} \text{ است. داریم: } \frac{5}{4} \bar{x} = \frac{5}{4} \bar{x}$$

$$\text{انحراف معیار جدید} = \left| \frac{5}{4} \right| \sigma_x = \frac{5}{4} \sigma_x$$

$$\text{ضریب تغییرات اولیه} = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} = \frac{\frac{5}{4} \sigma_x}{\frac{5}{4} \bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} = \text{ضریب تغییرات جدید}$$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های پراکندگی: صفحه‌های ۱۵۷ و ۱۵۸)

[۴]

[۳]

[۲] ✓

[۱]

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2 \Rightarrow 4 = \frac{\sum_{i=1}^9 x_i^2}{9} - 10^2 \Rightarrow \sum_{i=1}^9 x_i^2 = 936 \quad \text{داریم:}$$

اگر داده‌های مجموعه‌ی ۱۰ عضوی جدید را y_i بنامیم، داریم:

$$\bar{y} = \frac{9 \times 10 + 1 \times 20}{9 + 1} = 11$$

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} y_i^2}{10} - \bar{y}^2 = \frac{(\sum_{i=1}^9 x_i^2 + 20^2)}{10} - 11^2 = \frac{936 + 400}{10} - 121$$

$$= 12/6$$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های پراکندگی: صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۲)

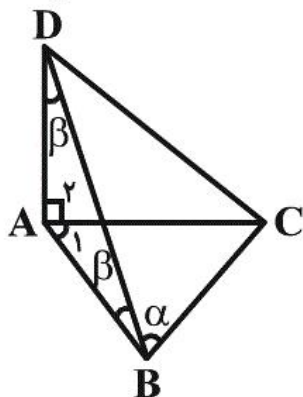
[۴]

[۳]

[۲]

[۱] ✓

(رضا عباسی اصل)



$$\left. \begin{array}{l} \triangle ADC : AD = AC \\ \triangle ABC : AB = AC \end{array} \right\} \Rightarrow AD = AB$$

پس مثلث ABD متساوی الساقین است. زاویه‌های مساوی در این مثلث را β نامیده‌ایم.

$$\triangle ABD : \hat{A}_1 + \hat{A}_\gamma + 2\beta = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 60^\circ + 90^\circ + 2\beta = 180^\circ \Rightarrow \beta = 15^\circ$$

$$\hat{ABC} = 60^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 60^\circ \xrightarrow{\beta=15^\circ} \alpha = 45^\circ$$

(هندسه ۱ - استرلال: صفحه‌های ۱۱ و ۲۲)

۴ ✓

۳

۲

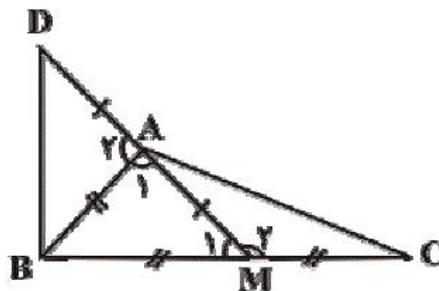
۱

(رضا پورحسینی)

$$BA = BM \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{M}_1$$

$$\Rightarrow \hat{A}_\gamma = \hat{M}_\gamma$$

$$\left. \begin{array}{l} AD = AM \\ AB = MC \\ \hat{A}_\gamma = \hat{M}_\gamma \end{array} \right\}$$



$$\xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABD \cong \triangle AMC \Rightarrow BD = AC \Rightarrow \frac{BD}{AC} = 1$$

(هندسه ۱ - استرلال: صفحه‌های ۲۱ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

اگر دو قطر از وجه‌های دیگر را هم رسم کنیم، آنگاه مثلث ABC متساوی‌الاضلاع

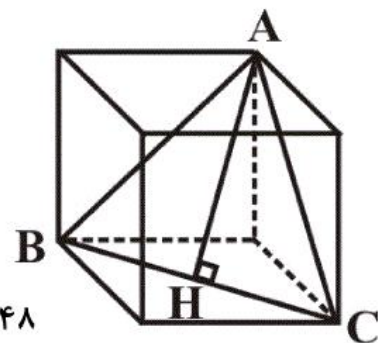
است (چرا؟)، اگر a را اندازه‌ی یال مکعب بگیریم

آنگاه $AB = BC = AC = a\sqrt{2}$ ، در نتیجه اندازه‌ی ارتفاع این مثلث برابر

$$\text{می‌شود با } AH = \frac{(a\sqrt{2})\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2} \text{ اکنون داریم:}$$

$$\frac{a\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow a = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت کل مکعب} = 6a^2 = 6(2\sqrt{2})^2 = 48$$



(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیرحسین ابومصوب)

-۱۵۹

می‌دانیم مساحت جانبی منشور برابر محیط قاعده ضرب در ارتفاع است. پس

داریم:

$$S_{\text{جانبی}} = 2S_{\text{قاعده}} \Rightarrow 3a \cdot h = 2 \times \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$V_{\text{منشور}} = S_{\text{قاعده}} \times h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \times \frac{a\sqrt{3}}{6} = \frac{a^3}{8} = \frac{2^3}{8} = 1$$

(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

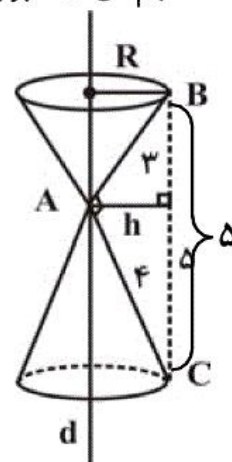
با توجه به قضیه فیثاغورس $BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ ، حال با توجه به این که از دوران دو ضلع AB و AC دو مخروط با رأس مشترک A و با شعاع یکسان R به دست می‌آید، پس خواسته‌ی سؤال در واقع به دست آوردن مجموع حجم دو مخروط است. ابتدا R را از روی مساحت مثلث به دست می‌آوریم (h ارتفاع وارد بر ضلع BC است):

$$BC \cdot h = AB \cdot AC \Rightarrow 5h = 3 \times 4 \Rightarrow h = 2/4 \Rightarrow R = 2/4$$

اگر فرض کنیم h' و h'' ارتفاع مخروط بالایی و پایینی است، آنگاه مجموع

حجم‌های آن‌ها برابر است با:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}S'h' + \frac{1}{3}S''h'' = \frac{1}{3}\pi R^2 h' + \frac{1}{3}\pi R^2 h'' \\ &= \frac{1}{3}\pi (2/4)^2 \underbrace{(h' + h'')}_{=BC} = \frac{1}{3}\pi \times \frac{576}{100} \times 5 = 9/6\pi \end{aligned}$$



(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی: صفحه‌های ۱۳۴ و ۱۳۵)

۴

۳

۲

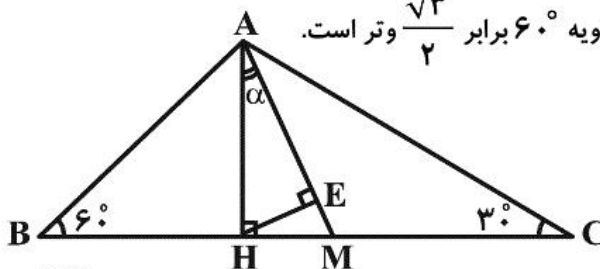
۱

ریاضی، هندسه ۱، مساحت و قضیه فیثاغورس - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(ممد ابراهیم کیتی زاده)

در هر مثلث قائم الزاویه میانه‌ی وارد بر وتر، نصف وتر و زاویه‌ی بین میانه و ارتفاع وارد بر وتر برابر $|\hat{B} - \hat{C}| = \alpha$ می‌باشد، ضلع روبه‌روی زاویه‌ی 30° نصف وتر و

ضلع روبه‌روی زاویه 60° برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ وتر است.



$$AM = \frac{BC}{2} = 4, \alpha = \hat{B} - \hat{C} = 30^\circ, \hat{M} = 60^\circ$$

$$\Delta HAM: 60^\circ \text{ روبه‌روی } AH = \frac{\sqrt{3}}{2} AM = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$$

$$\Delta EAH: 30^\circ \text{ روبه‌روی } HE = \frac{1}{2} AH = \sqrt{3}$$

(هندسه ۱ - مسامت و فیثاغورس: صفحه‌ی ۶۵)

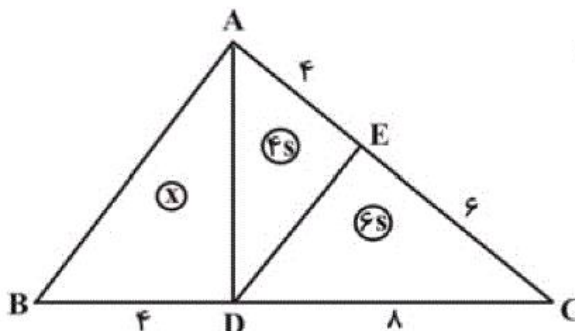
۴

۳

۲

۱ ✓

با استدلال مشابه دا



$$\frac{S_{ABD}}{S_{ADC}} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{x}{10s} = \frac{4}{8} \Rightarrow x = 5s$$

$$\frac{S_{ABD}}{S_{DEC}} = \frac{5s}{6s} = \frac{5}{6}$$

حال:

(هندسه ۱ - مسامت و فیثاغورس: مشابه تمرین ۵، صفحه‌ی ۵۳)

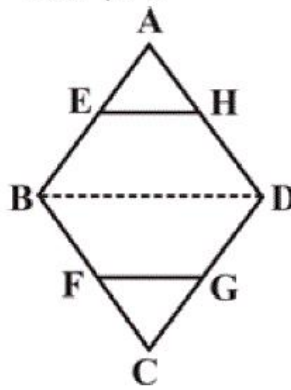
۴

۳

۲

۱ ✓

(ممد ابراهیم کیتی زاده)



اگر طول ضلع لوزی a باشد، طول هر ضلع شش ضلعی $\frac{a}{2}$ و هر زاویه داخلی آن 120° است، بنابراین، این شش ضلعی، منتظم است. مساحت لوزی $ABCD$ دو برابر مساحت مثلث متساوی الاضلاع ABD به ضلع a است.

$$S = 2 \times S(ABD) = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$$

$$S' = \frac{3\sqrt{3}}{2} \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{3\sqrt{3}}{8} a^2$$

$$\frac{S'}{S} = \frac{3}{4}$$

(هندسه ۱ - مساحت و فیثاغورس: صفحه‌های ۴۷، ۶۲ و ۶۳)

۴

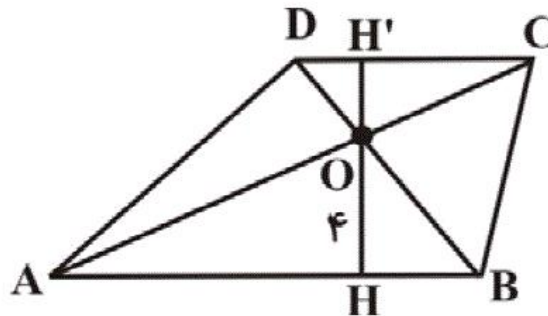
۳

۲

۱

(ممد ابراهیم کیتی زاده)

دو مثلث OAB و OCD به حالت تساوی زاویه‌ها متشابه‌اند و نسبت دو ارتفاع متناظر با نسبت تشابه برابر است.



$$\frac{OH'}{OH} = \frac{DC}{AB} \Rightarrow \frac{OH'}{4} = \frac{6}{9} \Rightarrow OH' = \frac{8}{3}$$

$$h = HH' = OH + OH' = 4 + \frac{8}{3} = \frac{20}{3}$$

$$S = \frac{1}{2}(AB + DC) \times h$$

$$= \frac{1}{2}(9 + 6) \times \frac{20}{3} = 50$$

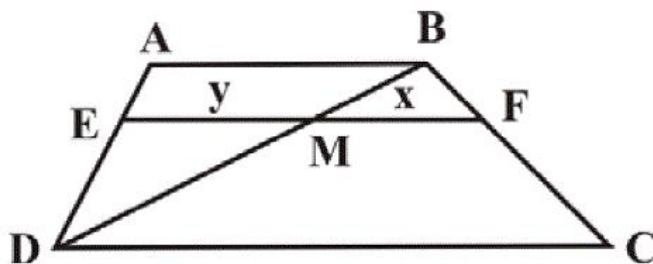
(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۱۳ تا ۹۲)

۴

۳

۲

۱



$$\triangle BDC : MF \parallel DC \Rightarrow \frac{MF}{DC} = \frac{BF}{BC} \Rightarrow \frac{x}{8} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{8}{3}$$

$$\triangle DAB : ME \parallel AB \Rightarrow \frac{ME}{AB} = \frac{ED}{AD} \Rightarrow \frac{y}{5} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{10}{3}$$

$$EF = ME + MF = \frac{10}{3} + \frac{8}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، ریاضی ۲ ، توابع ، تابع ریاضی ۲ - ۱۳۹۵۰۶۲۶

-۱۱۲

(حمید زرین‌کفش)

$$f^{-1} = \{(2, 4), (4, -1), (-3, 2)\}$$

$$f(-1) = 4$$

حال داریم:

$$\Rightarrow f^{-1}(f(-1)) = f^{-1}(4) = -1$$

$$f(f^{-1}(f(-1))) = f(f^{-1}(4)) = f(-1) = 4$$

$$f^{-1}(f(f(-1))) = f^{-1}(f(4)) = f^{-1}(2) = 4$$

$$\frac{f(f^{-1}(f(-1)))}{f^{-1}(f(f(-1)))} = \frac{4}{4} = 1$$

پس حاصل عبارت برابر است با:

(ریاضی ۲ - تابع: صفحه‌های ۴۱ تا ۴۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(گوروش شاه منصوریان)

$$x^5 + x + 1 = (x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1)$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{(x^2 + x + 1)(x^3 - x^2 + 1)}{x^2 + x + 1} - x^3 + ax^2 + b$$

$$= (a-1)x^2 + 1 + b \Rightarrow a-1=0 \Rightarrow a=1$$

(ریاضی ۲ - تابع: صفحه‌های ۵۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۲ ، الگو و دنباله - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(هاری پلاور)

اگر a جمله‌ی سوم دنباله‌ی هندسی و q قدرنسبت آن باشد، پنج جمله‌ی اول این دنباله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\frac{a}{q^2}, \frac{a}{q}, a, aq, aq^2$$

حاصل ضرب آن‌ها برابر است با:

$$\frac{a}{q^2} \times \frac{a}{q} \times a \times aq \times aq^2 = -32 \Rightarrow a^5 = -32 \Rightarrow a = -2$$

در نتیجه، جمله‌ی سوم دنباله برابر با -2 است.

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۲ ، اعمال روی ماتریس‌ها ، ماتریس - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(هاری پلاور)

$$|A| = 0$$

$$\Rightarrow (m+1)(m-1) - (m-4)(m+5)$$

$$= (m^2 - 1) - (m^2 + m - 20) = 19 - m = 0 \Rightarrow m = 19$$

(ریاضی ۲ - ماتریس: صفحه‌های ۱۷۳ تا ۱۷۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، ریاضی ۲ ، ترکیبات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(مسئله نایلو)

برای تشکیل چهارضلعی، احتیاج به چهار رأس داریم که باید از هفت نقطه‌ی داده شده انتخاب شوند. چون می‌خواهیم چهارضلعی، حتماً شامل رأس a باشد پس رأس a را انتخاب شده فرض می‌کنیم، در نتیجه ۳ نقطه‌ی دیگر باید از ۶

نقطه‌ی باقیمانده انتخاب شود پس تعداد کل حالات برابر است با: $\binom{6}{3} = 20$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات: صفحه‌های ۱۸۵ تا ۱۹۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(مسئله اسان عیبی)

ابتدا از ۴ نفر ایرانی، ۱ سرپرست انتخاب می‌کنیم که به $\binom{4}{1}$ حالت صورت می‌گیرد. سپس دو ملیت متمایز انتخاب کرده و از هر کدام از آن‌ها ۱ نفر

انتخاب می‌کنیم که به $\binom{4}{2} \binom{3}{1} \binom{3}{1}$ حالت انجام می‌گیرد:

$$\text{تعداد حالت‌ها: } \binom{4}{1} \times \binom{4}{2} \times \binom{3}{1} \times \binom{3}{1} = 4 \times 6 \times 3 \times 3 = 216$$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات: صفحه‌های ۱۸۰ و ۱۸۶ تا ۱۹۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ریاضی، ریاضی ۲، مثلثات - ۱۳۹۵۰۶۲۶

(مسئله زمین کفش)

با توجه به شکل، مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است و مساحت آن برابر است

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC \times \sin 60^\circ \quad \text{با:}$$

و مساحت مثلث OBC برابر است با:

$$S_{OBC} = \frac{1}{2} \times OB \times BC \times \sin 30^\circ$$

با توجه به فرض صورت سؤال داریم:

$$S_{OBC} = \frac{1}{3} S_{ABC}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times OB \times BC \times \sin 30^\circ = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin 60^\circ$$

$$\Rightarrow OB = \frac{\frac{1}{3} AB \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{1}{3} \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{3}$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(عمید ستاری)

$$y = \sin\left(a\pi x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(a\pi x)$$

دوره‌ی تناوب تابع با توجه به شکل $T = 6$ است.

$$T = \frac{2\pi}{|a\pi|} = 6 \Rightarrow a = \pm \frac{1}{3}$$

با توجه به این که $\cos(-x) = \cos x$ می‌باشد، بنابراین مجموعه‌ی جواب‌هایقابل قبول برای a ، $\left\{\frac{-1}{3}, \frac{1}{3}\right\}$ است.

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۲)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، ریاضی ۲، توابع نمایی و لگاریتم - ۱۳۹۵۰۶۲۶

-۱۱۴

(فریدون ساعتی)

$$5\sqrt{\log x} + \log \frac{1}{x} = 4 \Rightarrow x \geq 1$$

$$5\sqrt{\log x} + \log \frac{1}{x} = 4 \Rightarrow 5\sqrt{\log x} - \log x - 4 = 0$$

فرض می‌کنیم $\sqrt{\log x} = T$ باشد، بنابراین:

$$5T - T^2 - 4 = 0 \Rightarrow T = 1, T = 4$$

$$\sqrt{\log x} = 1 \Rightarrow \log x = 1 \Rightarrow x = 10$$

$$\sqrt{\log x} = 4 \Rightarrow \log x = 16 \Rightarrow x = 10^{16} \Rightarrow \text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = 10^{17}$$

(ریاضی ۲ - لگاریتم: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۹)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۱۵

(مهم‌رضا چکینی)

$$\log 2x - \log y = 1 \Rightarrow \log \frac{2x}{y} = 1 \Rightarrow \frac{2x}{y} = 10 \Rightarrow x = 5y \quad (1)$$

$$25^x \times \left(\frac{1}{5}\right)^y = 125 \Rightarrow (5^2)^x \times (5^{-1})^y = 5^3$$

هم‌چنین:

$$\Rightarrow 5^{2x-y} = 5^3 \Rightarrow 2x - y = 3 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} x = 5y \\ 2x - y = 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} x = \frac{5}{3}, y = \frac{1}{3}$$

(ریاضی ۲ - لگاریتم: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۹)

۴

۳

۲✓

۱

www.kanoon.ir