سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

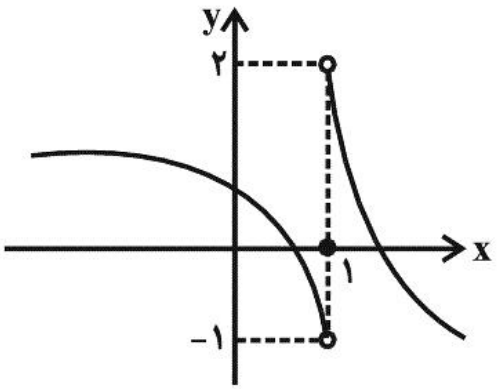
و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

https://telegram.me/riazisara (@riazisara)

دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۹۱- شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ را نشان می‌دهد. حاصل $\lim_{x\to 1^-}[-f(x)]$ کدام است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)



۱) صفر

۲) ۱

۳) -۱

۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۹۲- حاصل $\lim_{x\to 0}\frac{۶x}{|۲x-۳|-|۲x+۳|}$ کدام است؟

۱) صفر

۲) -۳

۳) $-\frac{۳}{۲}$

۴) وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۹۳- تابع $f(x)=(x^۲-۴x+۳)[x]$ در بازه‌ی $(۰,۴)$ در چند نقطه حد ندارد؟ ([ ] علامت جزء صحیح است.)

۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۹۴- حاصل $\lim_{x\to 0}\frac{\cos 3x-\cos x}{1-\sqrt{1+x^2}}$ ، کدام است؟

۱) $-\frac{1}{4}$ ۲) ۸

۳) -۴ ۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۹۵- اگر $\lim_{x\to 2}\frac{x^2+ax+b}{x-2}=-1$ باشد، آن‌گاه a+b کدام است؟

۱) -۱ ۲) ۱

۳) -۲ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۹۶- فرض کنید $\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{1+6x}-1}{a\sin 4x}=\frac{1}{6}$ ، مقدار a کدام است؟

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $-\frac{1}{3}$

۳) ۳ ۴) -۳

شما پاسخ نداده اید

۹۷- در تابع پیوسته‌ی f(x) اگر برای هر x داشته باشیم $|\frac{f(x)}{3}-2|\le 3x^2-5x-2$ ، آن‌گاه حاصل $\lim_{x\to 2^+}[\frac{-3f(x)+2}{f(x)+1}]$ کدام است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) -۲ ۲) -۴ ۳) ۱ ۴) -۳

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۸- به ازای کدام مقدار a، تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases}\frac{2x-\sqrt{x^2+6x-3}}{(x-1)^2} & , x\neq 1\\ a & , x=1\end{cases}$، در $x=1$ پیوسته است؟

۱) ۲

۲) $\frac{1}{2}$

۳) ۳

۴) $\frac{3}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۹۹- تابع $f(x)=x^2\left[\frac{1-x}{2}\right]-\left[\frac{1-x}{2}\right]$ در چند نقطه‌ی صحیح در فاصله‌ی $(-3,6)$ ناپیوسته است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\cos(\pi[\frac{x}{3}])$ در $x=3$ چگونه است؟ ([ ]، علامت جزء صحیح است.)

۱) فقط پیوستگی راست دارد.

۲) فقط پیوستگی چپ دارد.

۳) پیوسته است.

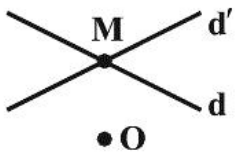
۴) نه از راست پیوسته و نه از چپ پیوسته است.

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۱- با توجه به شکل مقابل، هرگاه دو خط d و d' دوران یافته یکدیگر نسبت به مرکز دوران O و به زاویه‌ی دوران 40° باشند، آن‌گاه زاویه‌ی حاده‌ی بین OM و خط d کدام است؟



۱) 40°
۲) 140°
۳) 20°
۴) 70°

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- اگر $F(x,y)=(ax+by,bx-ay)$، یک تبدیل ایزومتری باشد، آن‌گاه a چند مقدار حقیقی متمایز می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) هیچ
۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- کدام شکل محور بازتاب دارد، اما مرکز بازتاب ندارد؟

۱) مستطیل
۲) مثلث متساوی‌الاضلاع
۳) لوزی
۴) متوازی‌الاضلاع

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- یک انتقال با ضابطه‌ی $T(x,y)=(x+k,y-k)$، خط $D: 2x-y+1=0$ را به فاصله‌ی $3\sqrt{5}$ از خودش تصویر می‌کند. مقدار k کدام است؟

۱) ± 5
۲) -3
۳) -5
۴) ± 3

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- بازتاب نسبت به محور $l: x+y-1=0$، یک نقطه از خط $D: 2x+y+1=0$ را ثابت نگه می دارد. این نقطه کدام است؟

۱) $(2,-3)$
۲) $(-2,3)$
۳) $(3,-2)$
۴) $(-3,2)$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- عمل تصویر کردن (تصویر قائم) یک پاره‌خط بر یک خط مفروض در صفحه:

۱) نگاشت است ولی تبدیل نیست.
۲) تبدیل است ولی ایزومتری نیست.
۳) تبدیل ایزومتری است.
۴) اگر پاره‌خط بر خط عمود نباشد، تبدیل ایزومتری است.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- اگر نقطه‌ی $(4,3)$ تبدیل یافته‌ی نقطه‌ی $(-2,1)$ با تبدیل $T(x,y)=(x+a,-3y-b)$ باشد، آن‌گاه تصویر نقطه‌ی $(-1,1)$ با تبدیل T کدام است؟

۱) $(7,-9)$
۲) $(7,9)$
۳) $(3,-9)$
۴) $(3,9)$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۸- خط $3x-4y+2=0$، بازتاب خط $x=-2$ می‌باشد. محور بازتاب کدام‌یک از خطوط زیر می‌تواند باشد؟

۱) $x+2y-4=0$
۲) $2x-y+3=0$
۳) $2x+y+3=0$
۴) $x-2y-4=0$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- اگر $A(m,m+14)$ و نقطه‌ی $B'(3,-10)$، مجانس نقطه‌ی $B(-1,4)$ در تجانس به مرکز A و با نسبت $k=3$ باشد، در این‌صورت مقدار m کدام است؟

۱) -3
۲) 3
۳) 4
۴) -4

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- مثلث ACB' بازتاب مثلث ABC نسبت به خط گذرا از دو نقطه‌ی A و C و مثلث $AB'C'$ بازتاب مثلث ACB' نسبت به خط گذرا از نقاط A و B' است. مثلث $AB'C'$ تبدیل مثلث ABC تحت کدام تبدیل زیر است؟

۱) دوران حول نقطه‌ی A با اندازه‌ی زاویه‌ی $B\hat{A}C$
۲) دوران حول نقطه‌ی A با اندازه‌ی زاویه‌ی $2B\hat{A}C$
۳) بازتاب نسبت به نقطه A
۴) تجانس با مرکز A

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، جبر و احتمال ، پدیده‌های تصادفي ، احتمال - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۳۱- دو سکه را پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو، رو ظاهر شوند، یک تاس و در حالت‌های دیگر ۲ تاس می‌ریزیم. فضای نمونه‌ای این آزمایش چند عضو دارد؟

۱) ۱۱۴
۲) ۷۸
۳) ۴۲
۴) ۹۶

شما پاسخ نداده اید

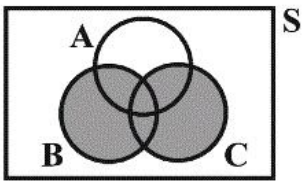
۱۳۲- نقطه‌ای به تصادف داخل دایره‌ای به شعاع ۵ در نظر می‌گیریم. پیشامد آن‌که نقطه‌ی انتخاب شده به مرکز دایره نزدیکتر باشد تا محیط دایره، چه مساحتی دارد؟

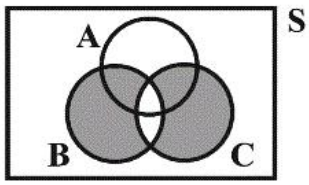
۱) $\frac{\pi}{16}$
۲) $\frac{5\pi}{12}$
۳) $\frac{25\pi}{4}$
۴) $\frac{16\pi}{25}$

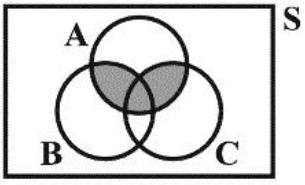
شما پاسخ نداده اید

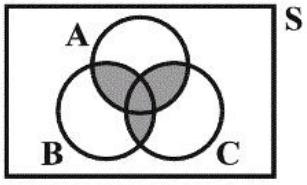
www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۳- A ، B و C سه پیشامد در فضای نمونه‌ای S هستند. نمودار هندسی پیشامد آنکه A و B یا A و C با هم رخ دهند، کدام است؟

۱)


۲)


۳)


۴)


شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- در پرتاب دو تاس سالم، اگر A پیشامد آمدن اعداد متمایز و B پیشامد مجموع بیش‌تر از ۷ باشد، پیشامد $A \cap B$ چند برآمد دارد؟

۱) ۱۸ ۲) ۱۶ ۳) ۱۴ ۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، جبر و احتمال ، احتمال; اندازه‌گیری شانس ، احتمال - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۳۸- حسین، رضا و ۶ نفر دیگر می‌خواهند دور یک میز بنشینند. با چه احتمالی بین حسین و رضا دقیقاً یک نفر می‌نشیند؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $\frac{۲}{۷}$ ۴) $\frac{۱}{۷}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- از کنار هم قرار دادن هر دو رقم متمایز از مجموعه‌ی اعداد {۱,۳,۵,۶}، یک عدد دو رقمی می‌سازیم. اگر مجموعه‌ی همه‌ی چنین اعداد ۲ رقمی‌ای را روی کارت‌های جداگانه بنویسیم و به تصادف کارتی از میان آن‌ها بیرون بکشیم، با کدام احتمال عدد مورد نظر اول است؟

۱) $\frac{۵}{۱۶}$ ۲) $\frac{۳}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- از بین اعداد طبیعی ۱ تا ۱۰، سه عدد به تصادف انتخاب می‌کنیم با چه احتمالی مجموع آن‌ها مضرب ۳ می‌باشد؟

۱) ۰/۳۵ ۲) ۰/۲۱ ۳) ۰/۱۴ ۴) ۰/۴۲

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۴- در جعبه‌ای ۲ کارت سفید، ۳ کارت آبی و ۴ کارت قرمز وجود دارد. به تصادف ۳ کارت از جعبه بر می‌داریم. احتمال آن‌که تعداد کارت‌های آبی بیش از تعداد کارت‌های قرمز باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۲۱}$ ۲) $\frac{۱۱}{۴۲}$

۳) $\frac{۵}{۲۱}$ ۴) $\frac{۵}{۴۲}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- در ظرفی ۶ مهره با شماره‌های ۱ تا ۶ وجود دارد. ۲ مهره با هم بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال حاصلضرب شماره‌های آنها فرد است؟

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۱۰}$ ۴) $\frac{۱}{۵}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- ۶ مرد و ۳ زن در یک ردیف کنار هم قرار می‌گیرند. با کدام احتمال هیچ دو زنی کنار هم نیستند؟

۱) $\frac{۱}{۸۴}$ ۲) $\frac{۵}{۱۲}$ ۳) $\frac{۱}{۱۲}$ ۴) $\frac{۵}{۸۴}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، دیفرانسیل و انتگرال ، یادآوری مفاهیم پایه - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۰۱- مجموعه جواب نامعادله‌ی $\frac{\sqrt{x}+x}{\sqrt{x}+۱}+۱>\sqrt{x}+x$ شامل چند عضو صحیح است؟

۱) صفر ۲) یک

۳) دو ۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، دیفرانسیل و انتگرال ، یک دنباله مهم ، دنباله - ۱۳۹۵۰۶۱۲

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۰- دنباله‌ی $\left\{\left(\frac{۲n+۵}{۲n-۱}\right)^{۲n}\right\}$ به چه عددی همگراست؟

۱) ۱
۲) $e^{۲}$
۳) $e^{۴}$
۴) $e^{۶}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، دیفرانسیل و انتگرال ، انواع دنباله ، دنباله - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۰۲- در مجموعه‌ی $A=\{\frac{۲n+۱}{n+۳}: n\in N, n^{۲}-۶n+۵<۰\}$ ، کوچکترین کران بالا چیست؟

۱) ۲
۲) ۱
۳) $\frac{۹}{۷}$
۴) ندارد

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- اولین جمله از دنباله‌ی $\frac{۸}{۳},\frac{۶}{۵},\frac{۴}{۷},\frac{۲}{۹},...$ که در همسایگی حد دنباله و به شعاع ۰/۱۱ قرار دارد، کدام است؟

۱) جمله‌ی پنجاهم
۲) جمله‌ی چهل و نهم
۳) جمله‌ی چهل و هشتم
۴) جمله‌ی چهل و هفتم

شما پاسخ نداده اید

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۰۴- دنباله‌ی $\{\frac{\cos n\pi}{n+\sin\frac{n\pi}{۲}}\}$، چگونه است؟

۱)صعودی ـ فقط کران‌دار از بالا

۲) نزولی ـ فقط کران‌دار از پایین

۳) غیریکنوا ـ بی‌کران

۴) غیریکنوا ـ کران‌دار

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- جملات دنباله‌ی $\{\sqrt{n^۲+۳n}-n\}$ در بازه‌ای با کم‌ترین طول قرار دارند، طول این بازه کدام است؟

۱) ۱

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{۱}{۳}$

۴) $\frac{۱}{۴}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر A یک زیرمجموعه‌ی ناتهی از اعداد حقیقی و عدد مثبت a، یک کران بالای A باشد، آن‌گاه کدام‌یک از مجموعه‌های زیر لزوماً از پایین کران‌دار است؟

۱) $B=\{ax : x\in A\}$

۲) $C=\{۳x+a : x\in A\}$

۳) $D=\{a-۲x : x\in A\}$

۴) $E=\{x^۳-a : x\in A\}$

شما پاسخ نداده اید

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

۱۰۷- کدام گزینه در مورد دنباله‌ی $\left\{\tan^{-1}(\frac{n^2+n}{2})\right\}$ صحیح است؟

۱) ماکزیمم دارد ولی می‌نیمم ندارد.

۲) سوپریموم دارد ولی اینفیموم ندارد.

۳) ماکزیمم و سوپریموم دارد.

۴) می‌نیمم و اینفیموم دارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر $a_n = \cos\frac{n\pi}{2}$ و $b_n = \sin\frac{n\pi}{2}$ باشد، آن‌گاه کدام دنباله‌ی زیر همگراست؟

۱) $(-1)^{n+1}a_n$

۲) $(1+\cos^2 n\pi)a_n$

۳) $(\cos n\pi)b_n$

۴) $(1+\cos n\pi)b_n a_n$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- دنباله‌های $\{a_n\}$ و $\{b_n\}$ با جمله‌های عمومی $a_n = \frac{n^2}{n+2}$ و $b_n = \frac{n^2}{n+3}$ مفروض می‌باشند. کدام گزینه، یک دنباله‌ی هم‌گراست؟

۱) $\{a_n + b_n\}$

۲) $\{a_n - 2b_n\}$

۳) $\left\{\frac{a_n}{b_n}\right\}$

۴) $\{a_n b_n\}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه‌ی تحلیلي ، بردار - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۴۱- اگر داشته باشیم $a=(2,1,0)$ و $b=(3,0,3)$ و $c=(2,0,m)$ و زاویه‌ی حاده‌ی بین بردارهای a و b، با زاویه‌ی حاده‌ی بین بردارهای b و c برابر باشد، آن‌گاه مجموع مقادیر ممکن برای m کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) −۲۰ ۳) −۱۰ ۴) ۱۰

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- نقاط A ، B و C بر روی دایره‌ای به مرکز O و شعاع ۲ طوری قرار گرفته‌اند که آن‌را به ۳ کمان مساوی تقسیم می‌کنند. حاصل $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BO}.\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{CO}$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۲ ۳) -۶ ۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- بردار نیمساز زاویه‌ی بین بردارهای $a=(۱,-۱,۰)$ و $b=(۰,۱,۱)$، با محور zها چه زاویه‌ای می‌سازد؟

۱) ۴۵° ۲) ۶۰° ۳) ۳۰° ۴) ۹۰°

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- اگر $x^۲+y^۲+z^۲=۶۰$ باشد و عبارت $x+۲y+۵z$، حداکثر مقدار ممکن را دارا باشد، مقدار $x+y$ کدام است؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $۳\sqrt{۲}$ ۳) $۵\sqrt{۲}$ ۴) $۸\sqrt{۲}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- حداقل فاصله‌ی نقطه‌ی $A=(\sqrt{m^۲+۱},m-۲,m^۲-۲m)$، از محور zها کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- بردار $e_a=(m,m-۱,۲m)$ بردار جهت بردار a است. اگر بردار a موازی محور yها نبوده و اندازه‌ی آن برابر ۶ واحد باشد، بردار a کدام است؟

۱) $(۲,۴,۴)$ ۲) $(۴,-۲,۴)$ ۳) $(۰,-۶,۰)$ ۴) $(۲,-۴,۴)$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- اگر $a-۲b+c=o$، آنگاه حاصل $a\times b+b\times c-a\times c$ کدام است؟

۱) $\vec{o}$ ۲) $۴b\times c$

۳) $۲b\times c$ ۴) $۳a\times b$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- بردارهای $a=۲i-j+۲k$ و $b=j-۲k$ دو ضلع یک متوازی الاضلاع می‌باشند. طول ارتفاع وارد بر ضلع کوچکتر چقدر است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $۲\sqrt{۵}$ ۴) $\frac{۲\sqrt{۵}}{۳}$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۹- خط d با محور xها، زاویه‌ی 45° ساخته و بر خط $L: 2x+z=1, y=1$ عمود است. زاویه‌ی حاده‌ی بین خط d و محور yها، کدام است؟

۱) 60°

۲) $\cos^{-1}\frac{\sqrt{2}}{6}$

۳) $\cos^{-1}\frac{\sqrt{6}}{4}$

۴) 45°

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- فاصله‌ی مبدأ مختصات از محل تلاقی دو خط $L_1: \frac{x-2}{2}=y+2=-z+2$ و $L_2: x-1=\frac{-y}{2}=\frac{z}{2}$ کدام است؟

۱) $2\sqrt{2}$ ۲) $2\sqrt{3}$ ۳) $3\sqrt{2}$ ۴) $\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، ریاضیات گسسته ، گراف‌ها و کاربردهای آن ، نظریه‌ی گراف - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۶۱- در گرافی دنباله‌ی درجات به‌صورت $7,7,6,x,y,3,3,3$ و $q=18$ است. x کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۶۲- گراف ساده‌ی G از مرتبه‌ی ۸ مفروض است. در چند حالت از حالت‌های الف) $q=12$، ب) $\delta=3$، ج) $\Delta=7$ و د) $\Delta=\delta$، این گراف قطعاً همبند است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۶۳- چند دور به طول ۳ در گراف K_5 با رئوس $V=\{a,b,c,d,e\}$ وجود دارد به‌گونه‌ای که شامل رأس a باشند؟

۱) ۸ ۲) ۷ ۳) ۶ ۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۶۴- در گرافی از مرتبه‌ی ۱۰ و اندازه‌ی ۳۶، حداکثر چند رأس از درجه‌ی ۹ می‌تواند وجود داشته باشد؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۶۵- گراف G متناظر با بازه‌های $I_1, I_2, ..., I_8$ است که در آن $I_1 \cap I_2 \cap ... I_8 \neq \varnothing$. گراف G، چند یال دارد؟

۱) ۲۸ ۲) ۲۱ ۳) ۱۴ ۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۱۶۶- گراف همبند G، با برداشتن هر کدام از یال‌ها ناهمبند می‌شود. این گراف یک رأس درجه‌ی ۵، هفت رأس درجه‌ی δ و تعدادی رأس از درجات ۲ و ۴ دارد. این گراف چند رأس درجه‌ی ۴ دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

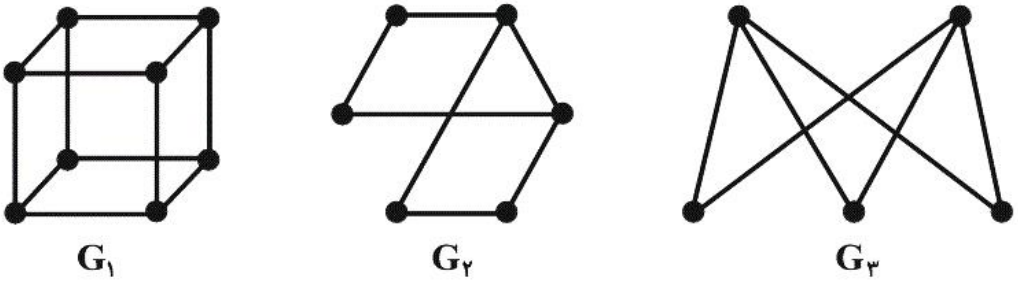
شما پاسخ نداده اید

۱۶۷- چند درخت گوناگون با ویژگی $p = ۷$ و $\Delta = ۴$ یافت می‌شود؟

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۴ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۶۸- چه تعداد از گراف‌های زیر، همیلتنی هستند؟



۱) هیچ
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۶۹- در گراف G، دنباله‌ی درجه‌ی رئوس به صورت ۵,۵,۲,۲,۲,۲,۲ بوده و دو رأس از درجه‌ی Δ با هم مجاور نیستند. اگر L طول مسیری بین دو رأس متمایز از گراف G باشد، آن‌گاه L چند مقدار متمایز می‌تواند داشته باشد؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۷۰- چند گراف ساده با مجموعه‌ی رئوس $V = \{a, b, c, d, e\}$ وجود دارد که دارای ۳ یال بوده و درجه‌ی رئوس a و b در آن، برابر یک باشد؟

۱) ۱۸ ۲) ۲۴ ۳) ۳۰ ۴) ۳۶

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۸۱- تعدادی داده‌ی آماری مفروض‌اند اگر به هر داده، ۲۰ واحد اضافه کنیم، کدام تغییر می‌کند؟

۱) دامنه‌ی تغییرات
۲) اختلاف چارک سوم و اول
۳) طول دنباله‌ی قسمت راست در نمودار جعبه‌ای
۴) مقدار چارک دوم

شما پاسخ نداده اید

۱۸۲- چارک سوم حقوق در سازمانی ۹۰۰ هزار تومان است. یعنی ۷۵ درصد کارکنان ..... حقوق می‌گیرند.

۱) دقیقا ۹۰۰ هزار تومان
۲) حداکثر ۹۰۰ هزار تومان
۳) حداقل ۹۰۰ هزار تومان
۴) بین ۴۵۰ هزار تومان تا ۹۰۰ هزار تومان

شما پاسخ نداده اید

۱۸۳- اگر میانگین داده‌های آماری $x_1, x_2, ..., x_m$ برابر $\bar{x}$ باشد، میانگین داده‌های $x_1+1, x_2+2, ..., x_m+m$ کدام است؟

۱) $\bar{x}+\frac{m}{2}$
۲) $\bar{x}+\frac{m+1}{2}$
۳) $\bar{x}+\frac{m(m+1)}{2}$
۴) $\bar{x}$

شما پاسخ نداده اید

۱۸۴- میانگین داده‌های جدول توزیع فراوانی زیر با ۲۸ داده برابر ۲ است. حاصل a^2-3b کدام است؟

x_i	۰	۱	۲	۳	۴
f_i	۳	a	۱۰	b	۳

۱) ۱۸
۲) ۲۴
۳) ۳۰
۴) ۳۶

شما پاسخ نداده اید

۱۸۵- میانگین داده‌های جدول روبه‌رو کدام است؟

x_i	۱۲۱	۱۲۴	۱۲۶	۱۲۹
f_i	۱۴	۱۱	۱۵	۱۰

۱) ۱۲۵/۲۴
۲) ۱۲۴/۷۶
۳) ۱۲۵/۷۶
۴) ۱۲۴/۲۴

شما پاسخ نداده اید

۱۸۶- اگر اعداد نمودار ساقه و برگ مقابل را داخل نمودار جعبه‌ای قرار دهیم، در این صورت میانگین اعداد داخل جعبه چقدر است؟

ساقه	برگ
۱	۲ ۲ ۳
۲	۳ ۴ ۴
۳	۰ ۱ ۱

۱) ۲۲/۶
۲) ۲۲/۴
۳) ۲۲/۸
۴) ۲۲/۵

شما پاسخ نداده اید

۱۸۷- در جدول داده‌های مقابل، میانه و مد به ترتیب کدام می‌باشند؟

x_i	۳	۸	۱۲	۱۴	۱۷	۲۰
f_i	۵	۱	۵	۲	۷	۳

۱) ۱۷,۱۳
۲) ۷,۱۳
۳) ۷,۱۴
۴) ۱۷,۱۴

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۸۸- مجموع هفت عدد متوالی برابر ۱۴۷ است. میانگین این اعداد، چقدر از میانه‌ی آن‌ها بیش‌تر است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۸۹- اگر میانگین داده‌های $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_{1000}$ برابر ۱۲ باشد، میانگین داده‌های $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_{1000}, 16,8$ چقدر از میانگین قبلی بیش‌تر است؟

۱) ۱/۴۴ ۲) ۲/۴ ۳) ۲ ۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۹۰- میانگین کل دستمزد کارگران کارخانه‌ای ۵۰۰ و میانگین دستمزد کارگران زن و مرد به ترتیب ۴۲۰ و ۵۲۰ است. درصد کارگران زن در این کارخانه کدام است؟ (ارقام به هزارتومان)

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۳۰ ۴) ۳۵

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه ۱ ، هندسه‌ی فضایي (هندسه‌ی ۱) ، هندسه‌ی فضایي - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۵۵- قاعده‌ی یک مکعب مستطیل به شکل مربع است و ارتفاع مکعب مستطیل، ۲ برابر قطر مربع می‌باشد، زاویه‌ی قطر مکعب مستطیل با یال بزرگ‌تر آن، چند درجه است؟

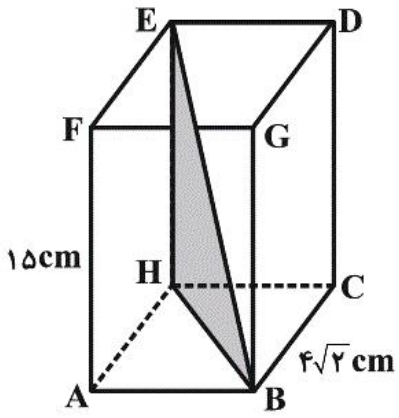
۱) 30° ۲) 60°

۳) $\tan^{-1}\frac{1}{3}$ ۴) $\tan^{-1}\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۶- در مکعب مستطیل داده شده، مساحت مثلث EBH، ۶۰ سانتی‌متر مربع است. حجم مکعب مستطیل چند سانتی‌متر مکعب است؟



۱) ۴۸۰

۲) $۲۴۰\sqrt{۲}$

۳) ۵۴۰

۴) $۳۶۰\sqrt{۲}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۷- منشور قائمی با قاعده‌ی مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۴ واحد مفروض است. اگر ارتفاع منشور، $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ برابر ارتفاع قاعده‌ی منشور باشد، مساحت کل منشور چقدر است؟

۱) $۶(۶+۲\sqrt{۳})$

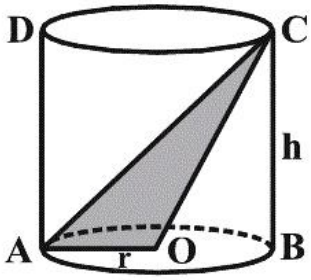
۲) $۶(۶+\sqrt{۳})$

۳) $۴(۹+۲\sqrt{۳})$

۴) $۴(۹+\sqrt{۳})$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۸- اگر مساحت جانبی استوانه‌ی قائم با مرکز قاعده‌ی O، برابر ۱۲π سانتی‌متر مربع باشد، مساحت مثلث AOC کدام است؟



۱) $\frac{۵}{۲}$

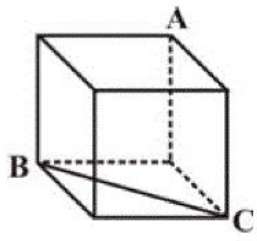
۲) ۳

۳) $\frac{۷}{۲}$

۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۵۹- در مکعب شکل زیر، فاصله‌ی رأس A از قطر BC برابر $۲\sqrt{۳}$ واحد است. مساحت کل مکعب چقدر است؟



۱) ۳۶

۲) ۴۸

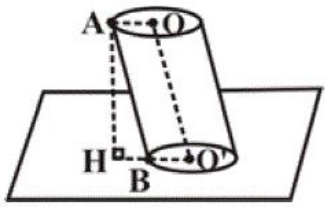
۳) ۷۲

۴) ۹۶

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

شما پاسخ نداده اید

۱۶۰- در استوانه‌ی مایل زیر، OO' محور استوانه است و نقاط A و B بر محیط دو قاعده قرار دارند. اگر $BH = BO'$، $OO' = ۴\sqrt{۳}$ و عدد مساحت چهارضلعی $AOO'H$، ۶ برابر شعاع قاعده باشد، حجم این استوانه کدام است؟



۱) ۱۰۸π

۲) ۱۱۲π

۳) ۱۲۸π

۴) ۱۴۴π

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، هندسه ۱ ، تشابه - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۵۱- مستطیلی با محیط ۲۱، با مستطیلی به عرض ۳ و قطر ۵ متشابه است. مساحت مستطیل اول چه‌قدر است؟

۱) ۳۶

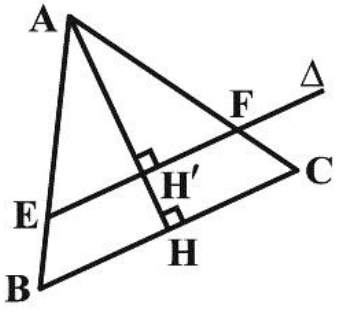
۲) ۳۰

۳) ۱۸

۴) ۲۷

شما پاسخ نداده اید

۱۵۲- در مثلث ABC، خط Δ را به موازات ضلع BC رسم می‌کنیم تا دو ضلع AB و AC را در دو نقطه‌ی E و F قطع کند. اگر مساحت مثلث AEF با مساحت ذوزنقه $EFCB$ برابر باشد، فاصله‌ی خط Δ از ضلع BC، چه کسری از ارتفاع AH است؟



۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۲) $\frac{۲-\sqrt{۲}}{۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۲}-۱}{۲}$

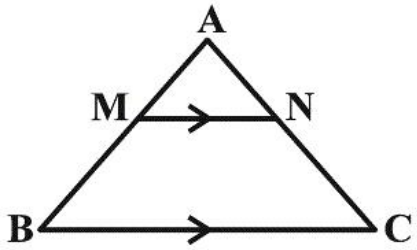
۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۳}$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۳- در شکل روبه‌رو، اگر $\frac{AM}{MB}=\sqrt{\frac{۲}{۳}}$، آن‌گاه مساحت ذوزنقه چند برابر مثلث AMN است؟



۱) $\frac{۳}{۲}+\sqrt{۶}$

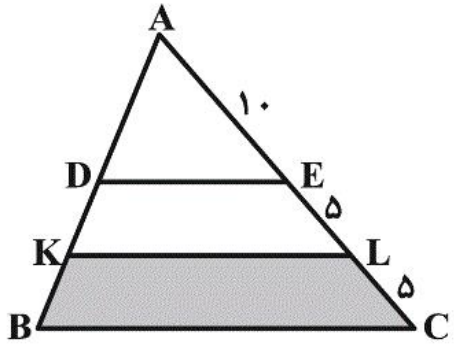
۲) $۳+\frac{\sqrt{۶}}{۲}$

۳) $\frac{۳+\sqrt{۶}}{۲}$

۴) $\frac{۳+\sqrt{۶}}{۴}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴- در شکل مقابل $BC \parallel KL \parallel DE$، اگر مساحت مثلث ADE برابر ۳۶ باشد، مساحت چهارضلعی BCLK کدام است؟



۱) ۶۳

۲) ۶۵

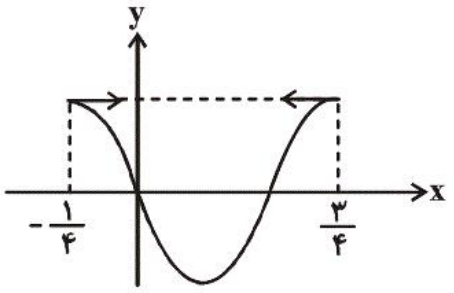
۳) ۷۲

۴) ۸۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، ریاضي ۲ ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۱۱- شکل زیر قسمتی از نمودار تابع با ضابطه‌ی $y=\cos\frac{\pi}{۲}(ax+۱)$ را نشان می‌دهد. $|a|$ کدام است؟



۱) $\frac{۸}{۳}$

۲) $\frac{۴}{۳}$

۳) ۴

۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر θ زاویه‌ای حاده باشد و $\sin\theta=\frac{۳}{۵}$، آن‌گاه حاصل $\tan(\frac{۳\pi}{۲}-\theta)$ کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۴}$

۲) $-\frac{۳}{۴}$

۳) $\frac{۴}{۳}$

۴) $-\frac{۴}{۳}$

دانلود از سایت ریاضی سرا www.riazisara.ir

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر $\frac{\pi}{۶} \le x \le \frac{۳\pi}{۴}$، آن‌گاه حدود تغییرات $\sin x$ کدام است؟

۱) $[\frac{۱}{۲}, \frac{\sqrt{۲}}{۲}]$ ۲) $[\frac{۱}{۲}, ۱]$ ۳) $[\frac{\sqrt{۲}}{۲}, ۱]$ ۴) $(\frac{\sqrt{۲}}{۲}, ۱)$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- اگر $\cos\alpha = -\frac{۱}{۳}$ و انتهای کمان α در ربع سوم باشد، حاصل $\sin(\frac{۱۷\pi}{۲} - \alpha) + \cos(۳\pi + \alpha) - \tan(\frac{۵\pi}{۲} + \alpha)$ کدام است؟

۱) $-۲\sqrt{۲}$ ۲) $-\frac{\sqrt{۲}}{۴}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۸}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- حاصل عبارت $A = ۲\sin^۲ ۲۲۵^\circ - \frac{\tan ۴۰۵^\circ}{\tan ۳۳۰^\circ}$ برابر کدام گزینه‌ی زیر است؟

۱) صفر ۲) $۱ - \sqrt{۳}$ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) $۱ + \sqrt{۳}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- تابع $y = \cos mx$، $(m \in N)$ در فاصله‌ی $[۰, ۲\pi]$، شش بار محور xها را قطع می‌کند. m کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\sin ۱۰۰^\circ < \sin ۲۰۰^\circ$ ۲) $\sin ۱۵^\circ > \cos ۱۰^\circ$

۳) $\sin ۲۷۰^\circ < \cos ۲۷۰^\circ$ ۴) $\cos ۴۰^\circ > \cos ۳۵۰^\circ$

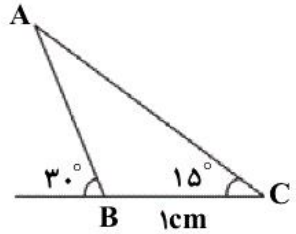
شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- قطرهای یک متوازی‌الاضلاع ۱۲ و ۲۲ سانتی‌متر است و تقاطع این دو یک زاویه ۱۲۰ درجه می‌سازد. طول ضلع بزرگتر متوازی‌الاضلاع کدام است؟

۱) $\sqrt{۲۲۱}$ ۲) $\sqrt{۲۲۲}$ ۳) $\sqrt{۲۲۳}$ ۴) $\sqrt{۲۲۴}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- در شکل مقابل اندازه‌ی ضلع AC کدام است؟



۱) $۲ + \sqrt{۳}$ ۲) $\sqrt{۲ + \sqrt{۳}}$

۳) $۲ - \sqrt{۳}$ ۴) $\sqrt{۲ - \sqrt{۳}}$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

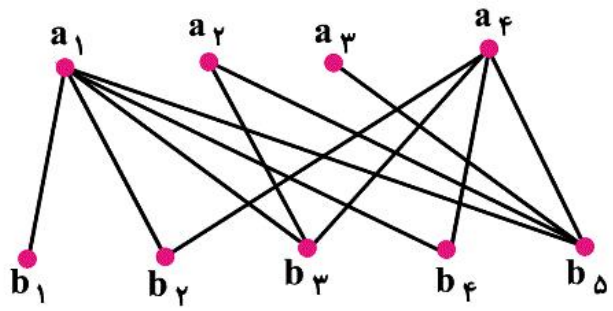
۱۲۰- دو موشک‌انداز که در فاصله‌ی ۵ کیلومتری یک‌دیگر قرار گرفته‌اند برای آن‌که هواپیمایی را در بالای خط واصل بین دو موشک‌انداز نشانه بگیرند، هر کدام با افق به ترتیب زوایای ۳۰ و ۴۰ درجه ساخته‌اند. ارتفاع هواپیما از سطح زمین چند کیلومتر است؟ $(\sin 40^\circ \simeq 0/6 \ , \ \sin 110^\circ \simeq 0/9)$

۱) $\frac{125}{27}$ ۲) $\frac{25}{9}$ ۳) $\frac{5}{3}$ ۴) $\frac{3}{5}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، ریاضیات گسسته - گواه ، گراف‌ها و کاربردهای آن ، نظریه‌ی گراف - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۷۱- افراد b_1 و b_2 و b_3 و b_4 و b_5 مطابق گراف زیر، متقاضی مشاغل a_1 و a_2 و a_3 و a_4 شده‌اند. شرکت به چند طریق می‌تواند این افراد را استخدام کند؟



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۷۲- گرافی ۶ رأس از درجه‌ی ۳ و تعدادی رأس از درجه‌ی ۲ دارد. اگر اندازه‌ی گراف ۱۳ باشد، میانگین درجات این گراف کدام است؟

۱) ۲/۵۵ ۲) ۲/۶ ۳) ۲/۵ ۴) ۲/۴۵

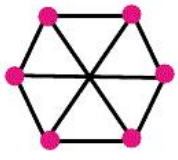
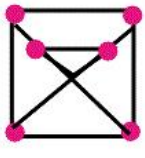
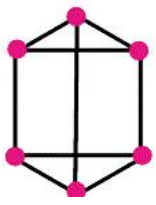
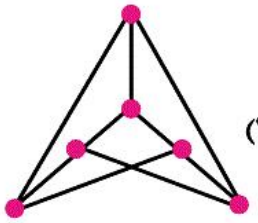
شما پاسخ نداده اید

۱۷۳- درجه‌ی رأس‌های گراف همبند G به صورت ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و b و a است. کم‌ترین مقدار $a+b$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۷۴- کدام گراف زیر با بقیه فرق دارد؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۷۵- گراف ۳- منتظم از مرتبه‌ی ۴۶، حداکثر چند بخش جدا از هم دارد؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۹

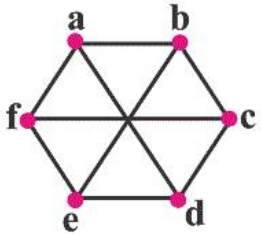
شما پاسخ نداده اید

۱۷۶- چند گراف ساده وجود دارد که تعداد یال‌هایش، با مجموع درجات رئوس آن برابر است؟

۱) هیچ ۲) ۱ ۳) ۵ ۴) بیشمار

شما پاسخ نداده اید

۱۷۷- در گراف ۳- منتظم مقابل، چند دور با طول ۴ وجود دارد؟

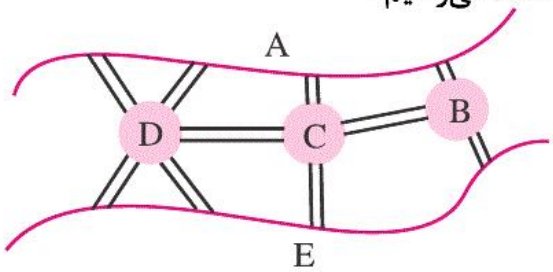


۱) ۶ ۲) ۷

۳) ۸ ۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۷۸- در شکل مقابل ۵ منطقه‌ی A، B، C، D و E به وسیله‌ی پل‌هایی به هم مربوطاند. اگر از منطقه‌ی A حرکت کنیم و همه‌ی پل‌ها را فقط یک بار طی کنیم، به کدام منطقه می‌رسیم؟



۱) A

۲) E

۳) C

۴) نشدنی

شما پاسخ نداده اید

۱۷۹- گراف G با اضافه کردن ۱۸ یال، تبدیل به گراف کامل و با حذف ۱۸ یال، تبدیل به درخت می‌شود. اندازه‌ی گراف G کدام است؟

۱) ۲۱ ۲) ۲۵ ۳) ۲۷ ۴) ۳۵

شما پاسخ نداده اید

۱۸۰- حاصل ضرب درجات رئوس یک درخت برابر ۴۲ است. اگر ماکزیمم درجه‌ی رئوس برابر ۷ باشد، این درخت حداقل چند رأس دارد؟

۱) ۱۱ ۲) ۱۲ ۳) ۱۳ ۴) ۱۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضي ، آمار و مدل‌سازی - گواه ، آمار و مدل‌سازی - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۹۱- داده‌های آماری در ۹ طبقه با طول دسته‌ی ۴، دسته‌بندی شده‌اند. اگر ۸ داده بین چارک اول و سوم به آن‌ها اضافه شود و یک واحد از طول دسته کم کنیم، در دسته‌بندی جدید تعداد دسته‌ها کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

شما پاسخ نداده اید

۱۹۲- در نمودار جعبه‌ای داده‌های آماری ۱۸، ۲۰، ۲۳، ۱۶، ۱۴، ۱۷، ۱۱، ۹، ۱۲، ۱۰، ۵، ۱۹، ۲۱، ۷، ۸، دامنه‌ی تغییرات داده‌های داخل و روی جعبه کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

شما پاسخ نداده اید

۱۹۳- میانگین داده‌های ۱۰۰ و ۹۹ و ... و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ از میانگین داده‌های ۱۰۰ و ۱۰۰ و ۹۹ و ... و ۳ و ۲ و ۱، چقدر کم‌تر است؟ (در اولی دو بار یک و در دومی دو بار صد تکرار شده است.)

۱) $\frac{۹۹}{۱۰۱}$ ۲) $\frac{۹۹}{۱۰۰}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۹۹}{۲۰۲}$

شما پاسخ نداده اید

۱۹۴- در جدول فراوانی تجمعی زیر، میانگین داده‌ها کدام است؟

مرکز دسته	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
فراوانی تجمعی	۸	۲۴	۴۴	۶۸	۸۰

۱) ۹/۲
۲) ۹/۳
۳) ۹/۴
۴) ۹/۵

شما پاسخ نداده اید

۱۹۵- در نمودار جعبه‌ای ۳۶ داده‌ی آماری، میانگین داده‌های دو طرف جعبه جداگانه به ترتیب ۲۲ و ۳۰ می‌باشد. اگر میانگین تمام داده‌ها ۲۷/۵ باشد، آن‌گاه میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

۱) ۲۸ ۲) ۲۸/۵ ۳) ۲۹ ۴) ۲۹/۵

شما پاسخ نداده اید

۱۹۶- در جدول فراوانی داده‌های دسته‌بندی شده‌ی زیر، اگر به تمام داده‌ها ۱/۵ واحد اضافه شود، میانگین داده‌های جدید، برابر ۱۰ می‌شود. فراوانی دسته‌ی سوّم کدام است؟

حدود دسته	۱ – ۵	۵ – ۹	۹ - ۱۳	۱۳ – ۱۷
فراوانی	۴	۵	a	۳

۱) ۳
۲) ۴
۳) ۵
۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۹۷- تمام داده‌های نمودار ساقه و برگ زیر را سه برابر کرده، سپس ۴۰ واحد از آن‌ها کم می‌کنیم. میانگین داده‌های جدید کدام است؟

ساقه	برگ
۸	۰ ۱ ۵
۹	۲ ۴ ۶ ۷
۱۰	۰ ۰ ۳ ۴ ۸

۱) ۲۴۰
۲) ۲۴۵
۳) ۲۵۰
۴) ۲۵۵

شما پاسخ نداده اید

۱۹۸- با توجه به نمرات یک دانش‌آموز: «۷،۱۸،۷،۱۷،۱۱،۱۶،۱۵»: بیشترین اختلاف اندازه، بین کدام دو شاخص آن‌ها وجود دارد؟

۱) میانه و مُد
۲) میانگین و مُد
۳) مُد و دامنه‌ی تغییرات
۴) میانگین و دامنه‌ی تغییرات

شما پاسخ نداده اید

۱۹۹- جدول زیر، درصد نمرات داوطلبی با ضرایب متفاوت است. اگر حداقل میانگین برای پذیرش ۷۵ باشد، حداقل نمره‌ی ادبیات وی برای پذیرش کدام است؟

درس	ادبیات فارسی	معارف	زبان	اختصاصی
درصد نمره	a	۹۰	۸۱	۷۰
ضریب	۴	۲	۳	۸

۱) ۷۱
۲) ۷۲
۳) ۷۳
۴) ۷۴

شما پاسخ نداده اید

۲۰۰- معدل حدسی تعدادی نمره ۱۱ در نظر گرفته شده و تفاوت آن از یکایک نمرات ۵-، ۱-، ۳ و ۷ گردیده؛ معدل واقعی نمرات چه عددی است؟

۱) ۷
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۱۵

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۱- (میثم حمزه‌لویی)

با توجه به نمودار داریم: $(x \to ۱^-) \Rightarrow (f(x) \to (-۱)^+)$

$$\Rightarrow ((-f(x)) \to ۱^-) \Rightarrow \lim_{x \to ۱^-} [-f(x)] = [۱^-] = ۰$$

(حسابان - حد و پیوستگی توابع: صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۹۲- (هادی پلاور)

$$\lim_{x \to ۰} \frac{۶x}{|۲x-۳| - |۲x+۳|}$$

$$= \lim_{x \to ۰} \frac{۶x}{-(۲x-۳)-(۲x+۳)} = \lim_{x \to ۰} \frac{۶x}{-۴x} = \frac{-۳}{۲}$$

(حسابان - حد و پیوستگی توابع: صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹ و ۱۴۵ تا ۱۴۹)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

۹۳- (نگین یغمایی)

تابع $y = [x]$ در نقاط $x = ۱,۲,۳$ حد ندارد اما کل تابع در نقاط $x = ۱,۳$ دارای حد است زیرا:

$$\lim_{x \to ۱^+} f(x) = \lim_{x \to ۱^-} f(x) = ۰ \ , \ \lim_{x \to ۳^+} f(x) = \lim_{x \to ۳^-} f(x) = ۰$$

بنابراین تابع در این بازه در یک نقطه حد ندارد.

(حسابان- حد و پیوستگی توابع: صفحه‌های ۱۳۷ تا ۱۴۵)

---

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

۹۴- (کوروش شاه‌منصوریان)

$$\lim_{x \to ۰} \frac{\cos ۳x - \cos x}{۱ - \sqrt{۱+x^۲}} = \lim_{x \to ۰} \frac{-۲\sin ۲x \sin x}{۱ - \sqrt{۱+x^۲}} \times \frac{۱ + \sqrt{۱+x^۲}}{۱ + \sqrt{۱+x^۲}}$$

$$\lim_{x \to ۰} \frac{-۴x^۲}{۱-(۱+x^۲)} \times (۱ + \sqrt{۱+x^۲}) = ۴ \times ۲ = ۸$$

(حسابان - حد و پیوستگی توابع: صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

---

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

۹۵- (محمدرضا شوکتی‌بیرق)

اولاً: باید صورت به ازای $x=۲$ صفر شود، در غیر این صورت حد داده شده وجود نخواهد داشت. $۲a+b+۴=۰$

ثانیاً: برای این‌که حاصل حد برابر -۱ شود، صورت که معادله‌ی درجه ۲ است، باید دو عامل داشته باشد که یکی از آن‌ها با مخرج ساده شود $(x-۲)$ و دیگری به ازای $x=۲$ برابر -۱ شود یعنی $(x-۳)$. داریم:

$$x^۲+ax+b\equiv(x-۳)(x-۲)\Rightarrow x^۲+ax+b\equiv x^۲-۵x+۶$$

$$\begin{cases}a=-۵\\ b=۶\end{cases}\Rightarrow a+b=۱$$

(حسابان - حد و پیوستگی توابع: صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۹۶- (حسین قمچیلی)

راه حل اول:

$$\lim_{x\to۰}\left(\frac{\sqrt[۳]{۱+۶x}-۱}{a\sin ۴x}\times\frac{\sqrt[۳]{(۱+۶x)^۲}+\sqrt[۳]{۱+۶x}+۱}{\sqrt[۳]{(۱+۶x)^۲}+\sqrt[۳]{۱+۶x}+۱}\right)$$

$$=\lim_{x\to۰}\frac{۱+۶x-۱}{a\times ۴x(\sqrt[۳]{(۱+۶x)^۲}+\sqrt[۳]{۱+۶x}+۱)}$$

$$=\lim_{x\to۰}\frac{۶x}{a\times ۴x\times(۱+۱+۱)}=\frac{۶}{۱۲a}=\frac{۱}{۲a}=\frac{۱}{۶}\Rightarrow a=۳$$

راه حل دوم:

$$\lim_{x\to۰}\frac{\sqrt[۳]{۱+۶x}-۱}{a\sin ۴x}=\frac{۱}{۶}$$

$$\xrightarrow{\text{هم‌ارزی}}\lim_{x\to۰}\frac{\frac{۶x}{۳}}{a\sin ۴x}=\frac{۱}{۶}\Rightarrow\lim_{x\to۰}\frac{۲x}{۴ax}=\frac{۱}{۶}\Rightarrow\frac{۱}{۲a}=\frac{۱}{۶}\Rightarrow a=۳$$

نکته: اگر $\alpha(x)\to ۰$، آن‌گاه $\sqrt[n]{۱+\alpha(x)}\sim ۱+\frac{\alpha(x)}{n}$

(حسابان - حد و پیوستگی توابع: صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۹۷- (حمید زرین‌کفش)

$$|۲-\frac{f(x)}{۳}|\le ۳x^۲-۵x-۲$$

$$\Rightarrow -۳x^۲+۵x+۲\le ۲-\frac{f(x)}{۳}\le ۳x^۲-۵x-۲$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to۲^+}(-۳x^۲+۵x+۲)\le\lim_{x\to۲^+}(۲-\frac{f(x)}{۳})\le\lim_{x\to۲^+}(۳x^۲-۵x-۲)$$

$$۰^-\le\lim_{x\to۲^+}(۲-\frac{f(x)}{۳})\le ۰^+\xrightarrow{\text{طبق قضیه‌ی فشردگی}}\lim_{x\to۲^+}f(x)=۶$$

$$\lim_{x\to۲^+}[\frac{-۳f(x)+۲}{f(x)+۱}]=[\frac{-۳(۶)+۲}{۶+۱}]=[\frac{-۱۶}{۷}]=-۳$$

(حسابان - حد و پیوستگی توابع: صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۹۸- (حسین حاجیلو)

برای آن‌که تابع f در $x=1$ پیوسته باشد، باید:

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x-\sqrt{x^2+6x-3}}{(x-1)^2} & , x\neq 1\\ a & , x=1\end{cases} \quad \text{و} \quad a=f(1)=\lim_{x\to 1} f(x)$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 1} f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{2x-\sqrt{x^2+6x-3}}{(x-1)^2}$$

$$=\lim_{x\to 1}\left(\frac{2x-\sqrt{x^2+6x-3}}{(x-1)^2}\times\frac{2x+\sqrt{x^2+6x-3}}{2x+\sqrt{x^2+6x-3}}\right)$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{4x^2-(x^2+6x-3)}{(x-1)^2(2x+\sqrt{x^2+6x-3})}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{3(x-1)^2}{(x-1)^2(2x+\sqrt{x^2+6x-3})}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{3}{2x+\sqrt{x^2+6x-3}}=\frac{3}{4}\Rightarrow a=\frac{3}{4}$$

(حسابان- حد و پیوستگی توابع؛ صفحه‌های ۱۵۴ تا ۱۵۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۹۹- (حمید ستاری)

می‌دانیم تابع $y=[f(x)]$ در نقاطی که $f(x)$ صحیح شود و می‌نیمم نباشد، ناپیوسته است. داریم: $f(x)=(x^2-1)[\frac{1-x}{2}] \Rightarrow \frac{1-x}{2}=k, k\in Z \Rightarrow x=-2k+1$

در نقاطی که x فرد باشد، تابع $g(x)=[\frac{1-x}{2}]$ ناپیوسته است. پس در بازه‌ی $(-3,6)$ تابع $g(x)$ در نقاط $\{-1,1,3,5\}$ ناپیوسته است. اما چون تابع f، از حاصل‌ضرب (x^2-1) در $g(x)$ به‌دست می‌آید و $x=\pm 1$ جواب‌های معادله‌ی $x^2-1=0$ هستند، پس در نقاط $x=\pm 1$ تابع f پیوسته است و تابع در این بازه در دو نقطه ناپیوسته است. (حسابان - حد و پیوستگی توابع؛ صفحه‌های ۱۵۴ تا ۱۵۸)

۱ ✓۲ ۳ ۴

۱۰۰- (میثم حمزه‌لویی)

$$\begin{cases}\lim\limits_{x\to 3^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^+}\cos(\pi[\frac{x}{3}])=\cos(\pi[\frac{3^+}{3}])=\cos\pi=-1\\ f(3)=\cos(\pi[\frac{3}{3}])=\cos\pi=-1\\ \lim\limits_{x\to 3^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 3^-}\cos(\pi[\frac{x}{3}])=\cos(\pi[\frac{3^-}{3}])=\cos 0=1\end{cases}$$

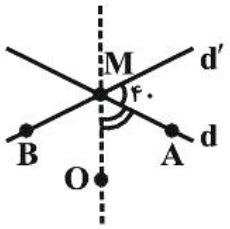
بنابراین تابع در $x=3$ پیوستگی راست دارد.

(حسابان - حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۵۴ تا ۱۵۸)

✓۱ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۱ (نصیر محبی نژاد)



مرکز دوران واقع بر نیمساز زاویه‌ی ۱۴۰° با توجه به شکل مقابل می‌باشد. داریم:

$$A\hat{M}B = ۱۸۰^\circ - ۴۰^\circ = ۱۴۰^\circ$$

$$\Rightarrow O\hat{M}A = \frac{۱۴۰^\circ}{۲} = ۷۰^\circ$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۱ و ۱۲۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۲۲ (سیدعادل‌رضا مرتضوی)

دو نقطه‌ی $A=(x_۱,y_۱)$ و $B=(x_۲,y_۲)$ را در نظر می‌گیریم، داریم:

$$A'=(ax_۱+by_۱,bx_۱-ay_۱) \text{ و } B'=(ax_۲+by_۲,bx_۲-ay_۲)$$

$$|AB|=\sqrt{(x_۲-x_۱)^۲+(y_۲-y_۱)^۲}$$

$$|A'B'|=\sqrt{(ax_۲+by_۲-ax_۱-by_۱)^۲+(bx_۲-ay_۲-bx_۱+ay_۱)^۲}$$

$$=\sqrt{(a(x_۲-x_۱)+b(y_۲-y_۱))^۲+(b(x_۲-x_۱)-a(y_۲-y_۱))^۲}$$

$$=\sqrt{(x_۲-x_۱)^۲(a^۲+b^۲)+(y_۲-y_۱)^۲(a^۲+b^۲)}$$

$$=\sqrt{a^۲+b^۲}\times\sqrt{(x_۲-x_۱)^۲+(y_۲-y_۱)^۲}$$

در تبدیل ایزومتری داریم: $|AB|=|A'B'|$، بنابراین نتیجه می‌گیریم که $a^۲+b^۲=۱$، پس بی‌شمار عدد حقیقی برای a وجود دارد.

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی؛ صفحه‌های ۸۸ و ۸۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۲۳ (محمدابراهیم گیتی‌زاده)

گزینه‌ی «۱» و «۳»، مستطیل و لوزی هم محور تقارن و هم مرکز تقارن دارند.

گزینه‌ی «۲» مثلث متساوی‌الاضلاع محور تقارن دارد، اما مرکز تقارن ندارد.

به‌طور کلی هر n ضلعی منتظم محور تقارن دارد، اما اگر n زوج باشد مرکز تقارن دارد و اگر n فرد باشد دارای مرکز تقارن نیست.

گزینه‌ی «۴» متوازی‌الاضلاع محور تقارن ندارد، اما مرکز تقارن دارد.

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۴- (محمدابراهیم کیتی‌زاده)

نقطه‌ی متغیر $M(x,y)$ را روی خط D در نظر می‌گیریم. اگر $M'(x',y')$ تصویر نقطه‌ی M و D' تصویر خط D باشد، دراین‌صورت داریم:

$$(x',y') = T(x,y) = (x+k, y-k)$$

$$۲x - y + ۱ = ۰ \Rightarrow ۲(x'-k) - (y'+k) + ۱ = ۰$$

$$D' : ۲x - y - ۳k + ۱ = ۰$$

چون دو خط D و D' با هم موازی‌اند، نقطه‌ی دلخواه $A(۰,۱)$ را روی خط D اختیار می‌کنیم و فاصله این نقطه از خط D' را به‌دست می‌آوریم که باید مساوی $۳\sqrt{۵}$ باشد،

$$h = \frac{|۲\times ۰ - ۱ - ۳k + ۱|}{\sqrt{۲^۲ + ۱}} = \frac{|۳k|}{\sqrt{۵}} = ۳\sqrt{۵} \Rightarrow k = \pm ۵$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی؛ صفحه‌های ۹۱ تا ۹۶ و ۱۱۹ تا ۱۲۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۲۵- (محمدابراهیم کیتی‌زاده)

نقطه‌ی ثابت یک خط در تبدیل‌ها، نقطه‌ای از خط است که بر تصویر خود منطبق باشد. در بازتاب یا تقارن محوری، نقطه‌ی تلاقی خط با محور تقارن، بر تصویر خود منطبق می‌باشد،

$$\begin{cases} x + y - ۱ = ۰ \\ ۲x + y + ۱ = ۰ \end{cases} \Rightarrow x = -۲, y = ۳ \Rightarrow A(-۲,۳)$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی؛ صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۳)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

۱۲۶- (داریوش ناظمی)

از تصویر کردن قائم یک پاره‌خط بر یک خط، تصویر منحصر به فرد حاصل می‌شود که اندازه‌ی آن نابزرگتر از اندازه‌ی پاره‌خط است.

این عمل تناظر یک‌به یک نیست. تصویر پاره‌خطی که بر خط عمود باشد فقط یک نقطه است.

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۹۰)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۲۷- (نوید مجیدی)

با توجه به ضابطه‌ی T، خواهیم داشت:

$$T(-۲,۱) = (۴,۳) \Rightarrow \begin{cases} -۲ + a = ۴ \\ -۳\times ۱ - b = ۳ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۶ \\ b = -۶ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{ضابطه‌ی مورد نظر} : T(x,y) = (x+۶, -۳y+۶)$$

$$\Rightarrow T(۱,-۱) = (۷,۹)$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی؛ صفحه‌های ۸۵ تا ۹۰)

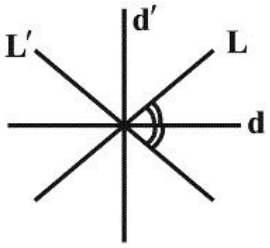
۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۲۸ (شروین سیاح نیا)

می‌دانیم محور تقارن دو خط متقاطع $ax+by+c=0$ و $a'x+b'y+c'=0$، خطوط $\frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|a'x+b'y+c'|}{\sqrt{a'^2+b'^2}}$

می‌باشند که نیمساز زوایای بین این دو خط هستند.



بنابراین داریم:

محور تقارن: $\frac{|3x-4y+2|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{|x+2|}{\sqrt{1^2+0^2}}$

$$\Rightarrow 3x-4y+2=\pm 5(x+2)\Rightarrow \begin{cases} 2x-y+3=0 \\ x+2y+4=0 \end{cases}$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۲۹ (سیدعادل رضا مرتضوی)

$$AB'=kAB\Rightarrow B'-A=k(B-A)\xrightarrow{k=3}B'-A=3(B-A)$$

$$\Rightarrow B'-A=3B-3A\Rightarrow 2A=3B-B'$$

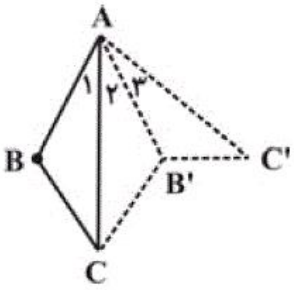
$$\Rightarrow 2A=3(-1,4)-(3,-10)\Rightarrow 2A=(-6,22)\Rightarrow A=(-3,11)$$

$$\begin{cases} m=-3 \\ m+14=11\Rightarrow m=-3 \end{cases}$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۹)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۳۰ (محمدعلی نادرپور)



زاویه‌های A_1 و A_2 و A_3 برابرند و $AB=AB'$ و $AC=AC'$ (چرا؟) از طرفی $C\hat{A}C'=2\hat{A}_1$ و $B\hat{A}B'=2\hat{A}_1$ در نتیجه نقاط B' و C' به ترتیب دوران یافته نقاط B و C با اندازه زاویه $2\hat{A}_1$ حول نقطه A است. پس مثلث $AB'C'$ دوران یافته مثلث ABC حول نقطه A با اندازه زاویه $2\hat{A}_1$ است.

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی: صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۱ (محمدرضا وکیل‌الرعایا)

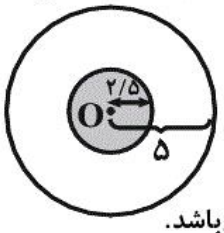
$$n(s) = ۱\times۶ + ۳\times۳۶ = ۱۱۴$$

دوسکه: یک تاس ۶ حالت ⇒ ر ر؛ دو تاس ۳۶ حالت ⇒ پ پ، ر پ، پ ر

(جبر و احتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی؛ صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۳۲ (علیرضا شریف‌خطیبی)



نقطه‌ی انتخاب شده اگر به مرکز نزدیک‌تر باشد باید داخل دایره‌ای به همان مرکز و شعاع $\frac{R}{۲}$ باشد.

پس مساحت این پیشامد مساوی $S = \pi(\frac{۵}{۲})^۲ = \frac{۲۵\pi}{۴}$ می‌باشد.

(جبر و احتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۷۹)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

-۱۳۳ (محمدصادق نیک‌کار)

پیشامد مورد نظر عبارت است از:

$$(A\cap B)\cup(A\cap C) = A\cap(B\cup C)$$

نمودار متناظر با این پیشامد در شکل گزینه‌ی «۳» دیده می‌شود.

گزینه‌ی «۱» عبارت است از $B\cup C$

گزینه‌ی «۲» عبارت است از $B\Delta C$

و گزینه‌ی «۴» عبارت است از: $(A\cap B)\cup(A\cap C)\cup(B\cap C)$

(جبر و احتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی؛ صفحه‌های ۷۹ و ۸۰)

---

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

-۱۳۷ (سروش موئینی)

$A\cap B$ یعنی دو عدد متمایز رو شوند و مجموع آن‌ها ۸ یا ۹ یا ۱۰ یا ۱۱ یا ۱۲ باشد. این برآمدها عبارتند از:

$(۳,۵)(۵,۳)$ $(۴,۵)(۵,۴)$ $(۶,۴)(۴,۶)$

$(۲,۶)(۶,۲)$ $(۳,۶)(۶,۳)$ $(۶,۵)(۵,۶)$

پس: $n(A\cap B) = ۱۲$

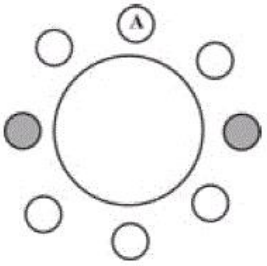
(جبرواحتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۸۰)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

---

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۸- (رسول محسنی‌منش)



حسین که بنشیند، رضا برای نشستن، ۷ انتخاب مختلف دارد پس $n(S)=۷$ ، اما از بین این ۷ صندلی، فقط ۲ صندلی هاشورخورده مطلوب ماست پس $n(A)=۲$.

در نتیجه داریم: $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۲}{۷}$

(جبرواحتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس؛ صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۳۹- (نوید مجیدی)

فضای نمونه‌ای آزمایش مورد نظر عبارت است از:

$S=\{۱۳,۱۵,۱۶,۳۱,۳۵,۳۶,۵۱,۵۳,۵۶,۶۱,۶۳,۶۵\}$

اگر پیشامد مورد نظر را A بنامیم، آنگاه $A=\{۱۳,۳۱,۵۳,۶۱\}$. در نتیجه:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{۴}{۱۲}=\frac{۱}{۳}$$

(جبرواحتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس؛ صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۴۰- (حسین خزایی)

اگر مجموعه اعداد طبیعی ۱ تا ۱۰ را در تقسیم بر ۳ نگاه کنیم خواهیم داشت.

$۳q \rightarrow \{۳,۶,۹\} \rightarrow$ ۳تا

$۳q+۱ \rightarrow \{۱,۴,۷,۱۰\} \rightarrow$ ۴تا

$۳q+۲ \rightarrow \{۲,۵,۸\} \rightarrow$ ۳تا

توجه داشته باشید که حالت‌هایی می‌تواند جمع ۳ عدد را مضرب ۳ کند که:

الف: هر ۳ تا $۳q$ باشند

ب: هر ۳ تا $۳q+۱$ باشند

ج: هر ۳ تا $۳q+۲$ باشند

د: از هر کدام یکی باشد

$$P(A)=\frac{\binom{۳}{۳}+\binom{۴}{۳}+\binom{۳}{۳}+\binom{۳}{۱}\binom{۴}{۱}\binom{۳}{۱}}{\binom{۱۰}{۳}}$$

$$=\frac{۱+۴+۱+۳۶}{۱۲۰}=\frac{۴۲}{۱۲۰}=\frac{۷}{۲۰}=۰/۳۵$$

(جبرواحتمال- احتمال، اندازه‌گیری شانس؛ صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۳۴- (معصومه کرائی)

تمام حالت‌های ممکن برای پیشامد مورد نظر در جدول زیر آمده است.

تعداد کارت‌های آبی	۳	۲	۲	۱
تعداد کارت‌های قرمز	۰	۱	۰	۰
تعداد کارت‌های سفید	۰	۰	۱	۲

$$n(s)=\binom{۹}{۳}=\frac{۹!}{۳!۶!}=۸۴$$

$$n(A)=\binom{۳}{۳}\binom{۴}{۰}\binom{۲}{۰}+\binom{۳}{۲}\binom{۴}{۱}\binom{۲}{۰}+\binom{۳}{۲}\binom{۴}{۰}\binom{۲}{۱}+\binom{۳}{۱}\binom{۴}{۰}\binom{۲}{۲}$$

بنابراین:

$$=۱\times۱\times۱+۳\times۴\times۱+۳\times۱\times۲+۳\times۱\times۱=۱+۱۲+۶+۳=۲۲$$

$$p(A)=\frac{۲۲}{۸۴}=\frac{۱۱}{۴۲}$$

(جبر و احتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس؛ صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۳۵- (سروش موئینی)

برای این‌که حاصلضرب شماره‌ها فرد باشد، لازم است شماره‌های هر دو مهره فرد باشند، داریم:

$$n(s)=\binom{۶}{۲}=۱۵$$

$$n(A)=\binom{۳}{۲}=۳$$

$$p(A)=\frac{۳}{۱۵}=\frac{۱}{۵}$$

(جبر و احتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس؛ صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۳۶- (سروش موئینی)

کل حالت‌های قرار گرفتن این افراد در کنار یکدیگر برابر است با: $n(s)=۹!$

حال اگر مردها در یک ردیف قرار گیرند (به $۶!$ روش) و محل قرارگیری مردها را با دایره نمایش دهیم، محل قرارگیری ۳ زن، از میان مکان‌هایی که با × نمایش داده شده انتخاب می‌شود. داریم: $\times O\times O\times O\times O\times O\times O\times$

$$n(A)=۶!\times\binom{۷}{۳}\times۳!$$

$$p(A)=\frac{۶!\times\binom{۷}{۳}\times۳!}{۹!}=\frac{۶!\times۳۵\times۶}{۹\times۸\times۷\times۶!}=\frac{۵}{۱۲}$$

(جبر و احتمال - احتمال، اندازه‌گیری شانس؛ صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۰۱ (حمید ستاری)

$$\frac{\sqrt{x}+\sqrt{x}\sqrt{x}}{\sqrt{x}+۱}+۱>\sqrt{x}+x \Rightarrow \frac{\sqrt{x}(۱+\sqrt{x})}{\sqrt{x}+۱}+۱>\sqrt{x}+x$$

$$\sqrt{x}+۱>\sqrt{x}+x \rightarrow x<۱$$

$$\xrightarrow{x\geq ۰} ۰\leq x<۱ \xrightarrow{x\in Z} x=۰ \Rightarrow$$ شامل یک عضو است

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ و ۱۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

ریاضي ، دیفرانسیل و انتگرال ، یک دنباله مهم ، دنباله - ۱۳۹۵۰۶۱۲

-۱۱۰ (مختار منصوری)

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{۲n+۵}{۲n-۱}\right)^{۲n}=\lim_{n\to\infty}\left(۱+\frac{۶}{۲n-۱}\right)^{\frac{۲n-۱}{۶}\times\frac{۶}{۲n-۱}\times ۲n}$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left((۱+\frac{۶}{۲n-۱})^{\frac{۲n-۱}{۶}}\right)^{\frac{۱۲n}{۲n-۱}}=e^{۶}$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

ریاضي ، دیفرانسیل و انتگرال ، انواع دنباله ، دنباله - ۱۳۹۵۰۶۱۲

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۲- (حمید علیزاده)

$$A=\{\frac{2n+1}{n+3}: n\in N, n^2-6n+5<0\}$$

$$n^2-6n+5<0\Rightarrow (n-1)(n-5)<0$$

$$\xrightarrow{\text{تعیین علامت}} 1<n<5\Rightarrow n=\{2,3,4\}$$

$$a_n=\frac{2n+1}{n+3}=\{1,\frac{7}{6},\frac{9}{7}\}\Rightarrow \sup(A)=\frac{9}{7}$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۰۳- (محمدرضا شوکتی بیرق)

جمله‌ی عمومی دنباله به‌صورت $a_n=\frac{10-2n}{2n+1}$ و حد آن برابر -1 است.

$$|a_n-L|<\frac{11}{100}\Rightarrow \left|\frac{10-2n}{2n+1}+1\right|<\frac{11}{100}$$

$$\Rightarrow 2n+1>100\Rightarrow n>49/5\Rightarrow n\geq 50$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۱۰۴- (کورش شاه‌منصوریان)

$$U_n=\frac{\cos n\pi}{n+\sin\frac{n\pi}{2}}$$

$$\Rightarrow U_1=\frac{-1}{1+1}=\frac{-1}{2}, U_2=\frac{1}{2+0}=\frac{1}{2}, U_3=\frac{-1}{3-1}=\frac{-1}{2}, \ \ldots$$

جملات دنباله نشان می‌دهد که این دنباله نه صعودی است و نه نزولی.

زیرا $U_1<U_2$ و $U_2>U_3$.

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۰۵- (محمدرضا شوکتی‌بیرق)

با استفاده از اتحاد مزدوج می‌توان نوشت:

$$\sqrt{n^۲+۳n}-n\times\frac{\sqrt{n^۲+۳n}+n}{\sqrt{n^۲+۳n}+n}=\frac{n^۲+۳n-n^۲}{n\sqrt{۱+\frac{۳}{n}}+n}$$

$$=\frac{۳n}{n(\sqrt{۱+\frac{۳}{n}}+۱)}=\frac{۳}{۱+\sqrt{۱+\frac{۳}{n}}}$$

ملاحظه می‌شود با افزایش n، مخرج کاهش و در نتیجه کسر افزایش می‌یابد.

پس دنباله‌ی داده شده، صعودی اکید است. از طرفی حد آن برابر $\frac{۳}{۲}$ و جمله‌ی

اول آن برابر ۱ می‌باشد. در نتیجه جملات دنباله در بازه‌ی $[۱,\frac{۳}{۲})$ قرار دارند.

لذا کم‌ترین مقدار طول بازه برابر است با: $\frac{۳}{۲}-۱=\frac{۱}{۲}$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ و ۲۴ و ۲۷ تا ۳۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۰۶- (علی‌اکبر جعفری)

چون مجموعه‌ی A از بالا کران‌دار است، به ازای هر $x\in A$ داریم:

$$x\le a\Rightarrow -۲x\ge -۲a\Rightarrow a-۲x\ge -a$$

بنابراین $(-a)$ یک کران پایین برای مجموعه‌ی D است.

به عنوان تمرین نادرستی سایر گزینه‌ها را بررسی کنید.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

اگر f و g صعودی باشند، آن‌گاه ترکیب دو تابع نیز صعودی است. چون دنباله

نوعی تابع است و از طرفی $\tan^{-1}n$ و $\frac{n^2+n}{2}$ صعودی است، داریم:

$$\frac{n^2+n}{2} \text{ صعودی} \Rightarrow \frac{1^2+1}{2} \leq \frac{n^2+n}{2} \Rightarrow 1 \leq \frac{n^2+n}{2}$$

$$\tan^{-1}\left(\frac{n^2+n}{2}\right) \text{ صعودی} \Rightarrow \tan^{-1}(1) \leq \tan^{-1}\left(\frac{n^2+n}{2}\right) < \tan^{-1}(+\infty)$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{4} \leq \tan^{-1}\left(\frac{n^2+n}{2}\right) < \frac{\pi}{2}$$

بنابراین دنباله سوپریمم، اینفیموم و می‌نیمم دارد، ولی ماکزیمم ندارد.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰ و ۴۱ و ۴۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

$$a_۱ = ۰, a_۲ = -۱, a_۳ = ۰, a_۴ = ۱, a_۵ = ۰$$

$$b_۱ = ۱,\ \ b_۲ = ۰,\ \ b_۳ = -۱,\ \ b_۴ = ۰,\ \ b_۵ = ۱$$

«۱» بررسی گزینه‌ی : $(-۱)^{n+۱}\cos\frac{n\pi}{۲} = \{۰,۱,۰,-۱,۰,...\}$ واگرا

«۲» بررسی گزینه‌ی : $(۱+\cos^۲ n\pi)\cos\frac{n\pi}{۲} = \{۰,-۲,۰,۲,۰,...\}$ واگرا

«۳» بررسی گزینه‌ی : $\cos n\pi \times b_n = (-۱)^n \sin\frac{n\pi}{۲} = \{-۱,۰,۱,۰,-۱,...\}$ واگرا

«۴» بررسی گزینه‌ی : $(۱+(-۱)^n)\sin\frac{n\pi}{۲}\cos\frac{n\pi}{۲} = \{۰,۰,۰,...\}$

این دنباله ثابت است و همگرا.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۱۸ تا ۳۷ و ۴۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

هر دو دنباله‌ی داده شده، واگرا به $+\infty$ هستند. چون جمع و ضرب دو $+\infty$ باز هم $+\infty$ خواهد بود، گزینه‌های (۱) و (۴) واگرا هستند. کافیست گزینه‌های (۲) و (۳) را بررسی کنیم.

$$\lim_{n\to+\infty}(a_n-2b_n)=\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n^2}{n+2}-2\frac{n^2}{n+3}\right)$$

$$=\lim_{n\to+\infty}\frac{n^2(n+3)-2n^2(n+2)}{(n+2)(n+3)}=\lim_{n\to+\infty}\frac{-n^3-n^2}{(n+2)(n+3)}=-\infty$$

پس این دنباله واگراست و گزینه‌ی «۳» صحیح می‌باشد، زیرا داریم:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{n^2}{n+2}}{\frac{n^2}{n+3}}=\lim_{n\to\infty}\frac{n+3}{n+2}=1$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌ی ۴۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

ریاضي ، هندسه‌ی تحليلي ، بردار - ۱۳۹۵۰۶۱۲

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۴۱- (محمد کل صفتان)

اگر زاویه‌ی بین $\mathbf{a}$ و $\mathbf{b}$ را θ و زاویه‌ی بین $\mathbf{b}$ و $\mathbf{c}$ را θ' بنامیم، آن‌گاه:

$$\cos\theta = \frac{|\mathbf{a}.\mathbf{b}|}{|\mathbf{a}||\mathbf{b}|} = \frac{۶}{\sqrt{۱۸}\sqrt{۵}}$$

$$\cos\theta' = \frac{|\mathbf{b}.\mathbf{c}|}{|\mathbf{b}||\mathbf{c}|} = \frac{|۶+۳m|}{\sqrt{۱۸}\sqrt{۴+m^۲}}$$

$$\cos\theta = \cos\theta' \Rightarrow \frac{۳۶}{۱۸\times۵} = \frac{(۶+۳m)^۲}{۱۸(۴+m^۲)}$$

$$\Rightarrow ۳۶(۴+m^۲) = ۵(۶+۳m)^۲ \Rightarrow ۴(۴+m^۲) = ۵(۲+m)^۲$$

$$\Rightarrow ۴(۴+m^۲) = ۵(۴+۴m+m^۲)$$

$$\Rightarrow ۵m^۲ - ۴m^۲ + ۲۰m + ۲۰ - ۱۶ = ۰ \Rightarrow m^۲ + ۲۰m + ۴ = ۰$$

اگر $m_۱$ و $m_۲$ ریشه‌های این معادله باشند، آن‌گاه: $m_۱ + m_۲ = -\frac{۲۰}{۱} = -۲۰$

(هندسه تحلیلی و جبرخطی - بردارها: صفحه‌ی ۱۶)

۱ ✓۲ ۳ ۴

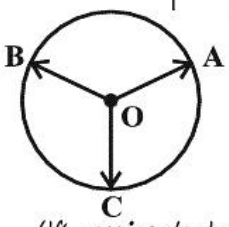
۱۴۲- (علیرضا سیف)

$$\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = |\overrightarrow{OA}| \times |\overrightarrow{OB}| \times \cos۱۲۰^\circ = ۲\times۲\times -\frac{۱}{۲} = -۲$$

$$\overrightarrow{BO}.\overrightarrow{CO} = |\overrightarrow{BO}| \times |\overrightarrow{CO}| \times \cos۱۲۰^\circ = ۲\times۲\times \frac{-۱}{۲} = -۲$$

$$\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{CO} = |\overrightarrow{OA}| \times |\overrightarrow{CO}| \times \cos۶۰^\circ = ۲\times۲\times \frac{۱}{۲} = ۲$$

$$(-۲)+(-۲)+۲ = -۲$$



تذکر: درصورتی که ابتدا یا انتهای دو بردار، نقطه‌ی واحدی باشد، زاویه‌ی بین دو بردار همان زاویه‌ی ظاهری بین آن‌هاست ولی درصورتی که ابتدای یک بردار برانتهای بردار دیگر منطبق باشد، زاویه‌ی بین دو بردار، مکمل زاویه‌ی ظاهری آن‌ها می‌باشد.

(هندسه تحلیلی و جبرخطی - بردارها: صفحه‌ی ۱۶)

۱ ۲ ۳ ✓۴

۱۴۳- (رضا عباسی‌اصل)

بردار $|\mathbf{b}|\mathbf{a}+|\mathbf{a}|\mathbf{b}$ نیمساز زاویه‌ی بین بردارهای $\mathbf{a}$ و $\mathbf{b}$ است، پس:

$$\mathbf{c} = \mathbf{a}|\mathbf{b}| + \mathbf{b}|\mathbf{a}| = (۱,-۱,۰)\sqrt{۲} + (۰,۱,۱)\sqrt{۲} = (\sqrt{۲},۰,\sqrt{۲})$$

حال زاویه‌ی بردار $\mathbf{c}$ با محور $\mathbf{z}$ها از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\cos\gamma = \frac{c_۳}{|\mathbf{c}|} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \gamma = ۴۵^\circ$$

(هندسه تحلیلی و جبرخطی - بردارها: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ و ۲۲)

✓۱ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۴ (محمدصادق ثابتی)

فرض کنید که $a=(x,y,z)$ و $b=(۱,۲,۵)$، در نتیجه داریم:

$$\left.\begin{aligned}|a|&=\sqrt{x^۲+y^۲+z^۲}=\sqrt{۶۰}=۲\sqrt{۱۵}\\|b|&=\sqrt{۱^۲+۲^۲+۵^۲}=\sqrt{۳۰}\end{aligned}\right\}\Rightarrow a.b=x+۲y+۵z$$

طبق نامساوی کوشی شوارتز داریم:

$$|a.b|\le|a||b|\Rightarrow|x+۲y+۵z|\le۲\sqrt{۱۵}\times\sqrt{۳۰}=۳۰\sqrt{۲}$$

اما $a.b$ زمانی ماکزیمم است که a و b هم‌راستا و هم‌جهت باشند

$$a\,||\,b\Rightarrow\frac{x}{۱}=\frac{y}{۲}=\frac{z}{۵}\Rightarrow\begin{cases}x=m\\y=۲m\\z=۵m\end{cases}\quad(\cos\theta=۱)$$ ، در این‌صورت داریم:

$$x^۲+y^۲+z^۲=۶۰\Rightarrow۳۰m^۲=۶۰\Rightarrow m^۲=۲\Rightarrow m=\sqrt{۲}$$

چون دو بردار هم‌جهت هستند، پس m مقداری مثبت است. $x+y=۳m=۳\sqrt{۲}$

(هندسه تحلیلی و جبرخطی - بردارها: صفحه‌ی ۲۴)

۴ ۳ ۲✓ ۱

-۱۴۵ (سیدعادل‌رضا مرتضوی)

فاصله از محور zها برابر است با:

$$\sqrt{x^۲+y^۲}=\sqrt{(\sqrt{m^۲+۱})^۲+(m-۲)^۲}=\sqrt{۲m^۲-۴m+۵}$$
$$\sqrt{۲(m^۲-۲m+۱)+۳}=\sqrt{۲(m-۱)^۲+۳}$$

واضح است که کمترین مقدار این عبارت، به ازای $m=۱$ اتفاق می‌افتد و کمترین فاصله برابر است با: $\sqrt{۳}$

(هندسه تحلیلی و جبرخطی - بردارها: صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴ ۳✓ ۲ ۱

-۱۴۶ (محسن محمدکریمی)

از آن جا که اندازه‌ی بردار یکه e_a برابر یک است. داریم:

$$|e_a|=\sqrt{m^۲+(m-۱)^۲+(۲m)^۲}=۱$$
$$m^۲+m^۲-۲m+۱+۴m^۲=۱\Rightarrow۶m^۲-۲m=۰$$
$$۲m(۳m-۱)=۰\Rightarrow m=۰\ \text{یا}\ m=\frac{۱}{۳}$$

چون a موازی محور yها نیست، پس $m=\frac{۱}{۳}$ پذیرفته می‌شود. در این‌صورت داریم:

$$e_a=(\frac{۱}{۳},-\frac{۲}{۳},\frac{۲}{۳})$$
$$a=|a|e_a=۶\times e_a=(۲,-۴,۴)$$

(هندسه تحلیلی و جبرخطی - بردارها: صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴✓ ۳ ۲ ۱

-۱۴۷ (سیدعادل‌رضا مرتضوی)

می‌دانیم اگر $a+b+c=o$، آنگاه $a\times b=b\times c=c\times a$. حال از این نکته داریم:

$$a-۲b+c=\vec{o}\Rightarrow a\times(-۲b)=(-۲b)\times c=c\times a$$
$$\Rightarrow-۲a\times b=-۲b\times c=c\times a$$
$$a\times b+b\times c-a\times c=b\times c+b\times c-۲b\times c=\vec{o}$$

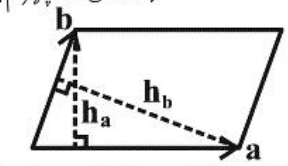
(هندسه‌ی تحلیلی- بردارها: مشابه تمرین ۷ صفحه‌ی ۳۳)

۴ ۳ ۲ ۱✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۸ (سامان اسپهرم)

مساحت متوازی‌الاضلاع برابر است با:



$$S = |a \times b| = |a| h_a = |b| h_b$$

$$\Rightarrow h_a = \frac{|a \times b|}{|a|} \text{ و } h_b = \frac{|a \times b|}{|b|}$$

$$|a| = ۳, |b| = \sqrt{۵} \Rightarrow |b| < |a|$$

$$a \times b = (۰, ۴, ۲) \Rightarrow |a \times b| = \sqrt{۰ + ۱۶ + ۴} = \sqrt{۲۰} = ۲\sqrt{۵}$$

$$h_b = \frac{|a \times b|}{|b|} = \frac{۲\sqrt{۵}}{\sqrt{۵}} = ۲$$

(هندسه تحلیلی و جبرخطی - بردارها: صفحه‌های ۲۵ تا ۳۰)

۴ ۳ ۲ ۱✓

ریاضي ، هندسه‌ی تحلیلي ، خط و صفحه - ۱۳۹۵۰۶۱۲

-۱۴۹ (حسین خزایی)

فرض کنید $u = (a, b, c)$ بردار هادی خط d و v بردار هادی خط L باشد. داریم:

$$\cos\alpha = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \frac{a}{|u|} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$L \perp d \Rightarrow u.v = ۰ \Rightarrow (۱, ۰, -۲).(a, b, c) = ۰ \Rightarrow a - ۲c = ۰ \Rightarrow a = ۲c$$

$$\cos\gamma = \frac{c}{|u|} = \frac{\sqrt{۲}}{۴}$$

$$\cos^۲\alpha + \cos^۲\beta + \cos^۲\gamma = ۱$$

$$(\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲ + \cos^۲\beta + (\frac{\sqrt{۲}}{۴})^۲ = ۱ \Rightarrow \cos\beta = \frac{\sqrt{۶}}{۴} \Rightarrow \beta = \cos^{-۱}\frac{\sqrt{۶}}{۴}$$

(هندسه تحلیلی و جبرخطی - خط و صفحه: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷)

۴ ۳✓ ۲ ۱

-۱۵۰ (حسن نصرتی ناهوک)

چون بردارهای هادی دو خط با هم موازی نیستند. پس $L_۱ \nparallel L_۲$.

برای این‌که محل تقاطع دو خط را پیدا کنیم، داریم:

با قرار دادن این معادلات پارامتری در خط $L_۲$، مقدار $t = ۰$ به‌دست می‌آید.

$$L_۱ : \begin{cases} x = ۲t + ۲ \\ y = t - ۲ \quad (t \in R) \\ z = -t + ۲ \end{cases}$$

در نتیجه به ازای $t = ۰$، نقطه تقاطع دو خط $L_۱$ و $L_۲$، $p = (۲, -۲, ۲)$ است.

$$|OP| = \sqrt{۲^۲ + (-۲)^۲ + ۲^۲} = \sqrt{۱۲} = ۲\sqrt{۳}$$

(هندسه تحلیلی و جبرخطی - خط و صفحه: صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

۴ ۳ ۲✓ ۱

ریاضي ، ریاضیات گسسته ، گراف‌ها و کاربردهای آن ، نظریه‌ی گراف - ۱۳۹۵۰۶۱۲

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۶۱- (رضا پورحسینی)

$$۷+۷+۶+x+y+۳+۳+۳=۲(۱۸)$$

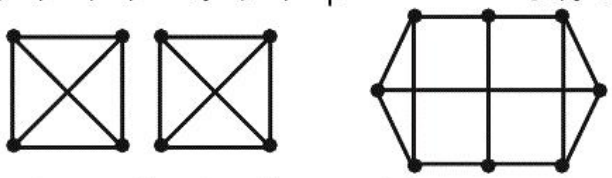
$$۲۹+x+y=۳۶ \Rightarrow \underset{\downarrow}{x}+\underset{\downarrow}{y}=۷ \Rightarrow x=۴$$
$$۴ \quad ۳$$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۱ و ۱۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۶۲- (نوید مجیدی)

گراف‌های از مرتبه‌ی ۸ که ۳− منتظم‌اند، به دو صورت همبند و ناهمبند وجود دارند:



هر کدام از این گراف‌ها دارای ۱۲ یال‌اند، در آن‌ها $\delta=۳$ است و $\Delta=\delta=۳$.
پس هیچ‌کدام از این موارد، همبندی G را ایجاب نمی‌کند. اما وقتی $\Delta=۷$ است، یعنی یکی از رأس‌ها با همه‌ی رئوس دیگر مجاور است و G قطعاً همبند می‌شود.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۱۶۳- (نوید مجیدی)

اگر بخواهیم دورهای به‌طول ۳ را که شامل رأس a اند به‌دست آوریم، باید از میان ۴ رأس دیگر ۲ رأس انتخاب کنیم و این کار به $\binom{۴}{۲}=\frac{۴\times۳}{۲}=۶$ روش انجام‌پذیر است.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۶۴- (رضا پورحسینی)

فرض می‌کنیم گراف کامل باشد یعنی $K_{۱۰}$ پس $q=\frac{۱۰\times۹}{۲}=۴۵$ یال دارد. حال معلوم است که گراف مورد نظر، از گراف $K_{۱۰}$ به تعداد $۴۵-۳۶=۹$ یال کمتر دارد. برای حذف این ۹ یال با حداقل رئوس لازم است از یک گراف $K_۵$ تعداد ۹ یال برداریم پس ۵ رأس از درجه‌ی ماکزیمم خارج می‌شوند و ۵ رأس باقیمانده دارای ماکزیمم درجه خواهند بود.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

---

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۶۵- (سیدعادل‌رضا مرتضوی)

با توجه به آن‌که $I_1 \cap I_2 \cap ... I_8 \neq \varnothing$، پس اشتراک هر دو بازه، غیرتهی است، یعنی گراف G، یک گراف کامل از مرتبه‌ی ۸ است و دارای $\frac{8 \times 7}{2} = 28$ یال است.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۸ و ۱۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۶۶- (علی ساوجی)

گراف G، یک درخت است پس معلوم می‌شود که $\delta = 1$ است.

اگر تعداد رئوس درجه‌ی ۴ را با x و تعداد رئوس درجه‌ی ۲ را با y نشان دهیم،

آن‌گاه: $5 + 4x + 2y + 7(1) = 4x + 2y + 12 = 2q$

همچنین تعداد رئوس برابر است با: $1 + x + y + 7 = x + y + 8 = p$

می‌دانیم که در هر درخت شرط $q = p - 1$ برقرارست، لذا:

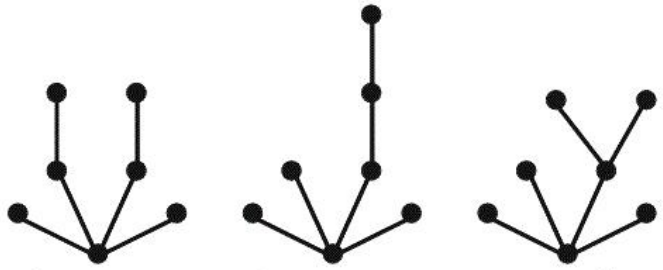
$$\begin{cases} 4x + 2y + 12 = 2q = 2p - 2 \Rightarrow 2x + y + 6 = p - 1 \\ x + y + 8 = p \Rightarrow x + y + 7 = p - 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2x + y + 6 = x + y + 7 \Rightarrow x = 1$$

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۶۷- (نوید مجیدی)

چون $\Delta = 4$ است، پس یکی از رأس ها با ۴ رأس دیگر مجاور است ولی با ۲ رأس دیگر نیست. حال گراف‌های گوناگون ممکن را با ویژگی مورد نظر رسم می‌کنیم:

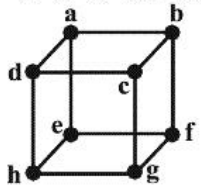


چون با ۲ رأس باقی‌مانده، حداکثر درجه‌ی ۳ را می‌توانیم پدید آوریم، پس تعداد درخت‌های مورد نظر همان ۳ است و بیش از این نمی‌توانیم رسم کنیم.

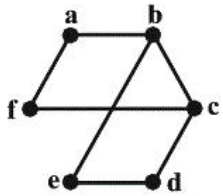
(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

۱۶۸- (امیرحسین ابومحبوب)



در گراف G_1، به عنوان مثال، دور abcdhgfea، دور همیلتنی است.



در گراف G_2، به عنوان مثال، دور abedcfa، دور همیلتنی است.

گراف G_3، قطعاً دوری به طول ۵ ندارد، پس همیلتنی نیست.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌ی ۱۶)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۶۹- (رسول محسنی‌منش)

مطابق شکل طول بلندترین مسیر این گراف ۴ است، لذا این گراف مسیرهایی به طول ۴،۳،۲،۱ دارد، پس L، ۴ مقدار متمایز می‌تواند داشته باشد.

(ریاضیات گسسته - گراف؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۷۰- (امیرحسین ابومحبوب)

چنین گراف‌هایی را در دو حالت می‌توان دسته‌بندی کرد:

حالت اول: یک یال بین a و b موجود باشد و سه رأس دیگر با دو یال به هم متصل شده باشند. از آن جا که بین سه رأس c، d و e، حداکثر ۳ یال وجود دارد، پس تعداد جواب‌ها برای این حالت برابر است با: $\binom{۳}{۲} = ۳$

حالت دوم: a و b، هر کدام به یکی از ۳ رأس c، d و e وصل شده باشند و یک یال از بین سه یالی که ممکن است بین c، d و e وجود داشته باشد، انتخاب شده باشد.

تعدادجواب‌ها برای این حالت برابر است با: $\binom{۳}{۱}\times\binom{۳}{۱}\times\binom{۳}{۱} = ۲۷$

پس تعداد کل گراف‌های ساده با ویژگی مورد نظر برابر است با: $۳ + ۲۷ = ۳۰$

(ریاضیات گسسته - گراف؛ صفحه‌های ۶ تا ۸ و ۱۰)

۱ ۲ ۳✓ ۴

ریاضي ، آمار و مدل‌سازی ، آمار و مدل‌سازی - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۸۱- (سروش موئینی)

مقادیر شاخص‌های مرکزی با تغییر داده‌ها عوض می‌شوند. امّا اختلاف آن‌ها یعنی R، $Q_۳ - Q_۱$ و طول دنباله‌ها تغییر نمی‌کند.

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی؛ صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۸۲- (رضا عباسی‌اصل)

چارک سوم $(Q_۳)$، میانه‌ی نیمه‌ی دوم داده‌هاست و در واقع ۷۵ درصد داده‌ها کوچکتر یا مساوی چارک سوم هستند.

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی؛ صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۸۳ (سامان اسپهرم)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{m}$$

$$\text{میانگین جدید} = \frac{\sum_{i=1}^{m} (x_i + i)}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{m} x_i + \sum_{i=1}^{m} i}{m} = \frac{\sum_{i=1}^{m} x_i}{m} + \frac{\frac{m}{2}(m+1)}{m}$$

$$= \bar{x} + \frac{m+1}{2}$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی؛ صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

-۱۸۴ (رضا عباسی‌اصل)

داریم:

$$\Sigma f_i = 28 \Rightarrow 3 + a + 10 + b + 3 = 28 \Rightarrow a + b = 12 \quad (1)$$

$$\bar{x} = 2 \Rightarrow \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i} = 2 \Rightarrow \frac{0 \times 3 + 1 \times a + 2 \times 10 + 3 \times b + 4 \times 3}{28} = 2$$

$$\Rightarrow a + 3b = 24 \quad (2)$$

از معادلات (۱) و (۲) داریم:

$$a = b = 6$$

$$a^2 - 3b = 36 - 18 = 18$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی؛ صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۹)

۱✓ ۲ ۳ ۴

-۱۸۵ (سروش موئینی)

اگر از تمامی داده‌ها، ۱۲۵ واحد کم کنیم، داریم:

x_i	-4	-1	1	4
f_i	۱۴	۱۱	۱۵	۱۰

$$\bar{x} = 125 + \frac{-56 - 11 + 15 + 40}{50} = 125 - \frac{12}{50} = 125 - \frac{24}{100}$$

$$= 124/76$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی؛ صفحه‌های ۱۳۴ و ۱۳۵)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۸۶- (حسین خزایی)

با مرتب کردن اعداد داریم: $۱۲,۱۲,۱۳,۲۳,۲۴,۲۴,۳۰,۳۱,۳۱$

بنابراین میانه‌ی اعداد، عدد ۲۴ و چارک اول و سوم به ترتیب ۱۲/۵ و ۳۰/۵ می‌باشد. بنابراین اعداد داخل جعبه عبارتند از: $۱۳,۲۳,۲۴,۲۴,۳۰$ که

میانگین آن‌ها برابر است با: $\overline{x}=\frac{۱۳+۲۳+۲۴+۲۴+۳۰}{۵}=۲۲/۸$

(آمار و مدل‌سازی- شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۲۵ و ۱۲۶)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۸۷- (حمید کروسی)

تعداد داده‌های ۱۷ از سایر داده‌ها بیش‌تر است، پس مد داده‌ها برابر ۱۷ می‌باشد. تعداد کل داده‌ها برابر ۲۳ است، پس اگر داده‌ها از کوچک به بزرگ، مرتب شوند، دوازدهمین داده، میانه‌ی داده‌هاست که این داده برابر ۱۴ می‌باشد.

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۸۸- (امیرحسین ابومحبوب)

اگر این اعداد متوالی را به صورت $x-۲$، $x-۱$، x، $x+۱$، $x+۲$، $x+۳$ بنویسیم، آن‌گاه میانه‌ی این اعداد برابر x و میانگین آن‌ها برابر $\overline{x}=\frac{۷x}{۷}=x$ می‌باشد. یعنی میانگین و میانه‌ی آن‌ها برابر یکدیگرند.

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: مشابه تمرین ۵ - صفحه‌ی ۱۳۷)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۱۸۹- (رضا پورحسینی)

$$\overline{x}=\frac{\sum x_i}{n}=\frac{x_۱+x_۲+x_۳+\cdots+x_{۱۰}}{۱۰}=۱۲$$
$$\Rightarrow x_۱+x_۲+x_۳+\cdots+x_{۱۰}=۱۲۰$$
$$\overline{y}=\frac{\sum y_i}{n+۲}=\frac{x_۱+x_۲+x_۳+\cdots+x_{۱۰}+۸+۱۶}{۱۲}=\frac{۱۲۰+۲۴}{۱۲}$$
$$=\frac{۱۴۴}{۱۲}=۱۲$$
$$\overline{y}-\overline{x}=۰$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۸)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۹۰ (رضا عباسی‌اصل)

اگر فراوانی کارگران زن را با f_1 و فراوانی کارگران مرد را با f_2 نمایش دهیم

داریم:

$$\bar{x}=\frac{\sum f_i x_i}{n}\Rightarrow ۵۰۰=\frac{۴۲۰f_1+۵۲۰f_2}{f_1+f_2}$$

$$\Rightarrow ۵۰۰f_1-۴۲۰f_1=۵۲۰f_2-۵۰۰f_2$$

$$\Rightarrow ۸۰f_1=۲۰f_2\Rightarrow f_2=۴f_1$$

$$\Rightarrow \frac{f_1}{f_2}=\frac{۱}{۴}\longrightarrow \frac{f_1}{f_1+f_2}=\frac{۱}{۱+۴}$$

$$\Rightarrow \frac{f_1}{n}=\frac{۱}{۵}\Rightarrow \frac{f_1}{n}=٪۲۰$$

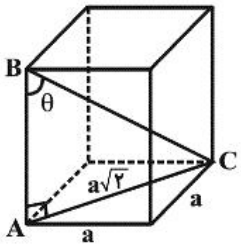
(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی؛ صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۴)

۴ ۳ ۲ ۱✓

ریاضي ، هندسه ۱ ، هندسه‌ی فضایي (هندسه‌ی ۱) ، هندسه‌ی فضایي - ۱۳۹۵۰۶۱۲

$$\overset{\Delta}{ABC}:\tan\theta=\frac{AC}{AB}=\frac{a\sqrt{۲}}{۲a\sqrt{۲}}=\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow \theta=\tan^{-۱}\frac{۱}{۲}$$



(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۳)

۴✓ ۳ ۲ ۱

-۱۵۶ (رضا عباسی‌اصل)

$$S_{EBH}=\frac{۱}{۲}EH.HB\Rightarrow ۶۰=\frac{۱}{۲}\times ۱۵\times HB$$

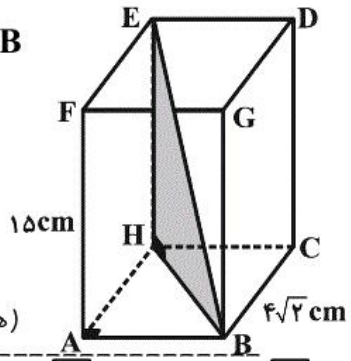
$$\Rightarrow HB=۸cm$$

$$\overset{\Delta}{ABH}:HB^۲=AH^۲+AB^۲$$

$$\Rightarrow ۶۴=۳۲+AB^۲$$

$$\Rightarrow AB=۴\sqrt{۲}cm$$

$$V=۱۵\times ۴\sqrt{۲}\times ۴\sqrt{۲}=۴۸۰cm^۳$$



(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

۴ ۳ ۲ ۱✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۷- (حمید کروسی)

اگر h ارتفاع منشور و h' ارتفاع قاعده‌ی منشور باشد، آن‌گاه داریم:

$$h' = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۴ = ۲\sqrt{۳}$$

$$h = \frac{\sqrt{۳}}{۲}h' = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۲\sqrt{۳} = ۳$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{جانبی}} + ۲S_{\text{قاعده}}$$

$$= ۳(۳)(۴) + ۲(\frac{\sqrt{۳}}{۴} \times ۴^۲) = ۳۶ + ۸\sqrt{۳} = ۴(۹ + ۲\sqrt{۳})$$

(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی؛ صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۵۸- (رضا عباسی‌اصل)

داریم: $۲\pi rh = ۱۲\pi \Rightarrow rh = ۶$

در شکل داده شده، در واقع BC ارتفاع نظیر ضلع AO از مثلث AOC است، پس داریم:

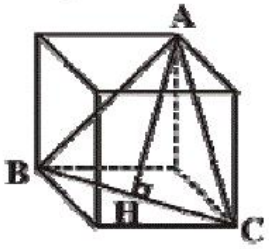
$$S_{AOC} = \frac{۱}{۲}BC \times AO = \frac{۱}{۲}rh = \frac{۱}{۲}(۶) = ۳$$

(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۵۹- (نوید مجیدی)

اگر دو قطر از وجه‌های دیگر را هم رسم کنیم، آنگاه مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است (چرا؟)، اگر a را اندازه‌ی یال مکعب بگیریم آنگاه $AB = BC = AC = a\sqrt{۲}$، در نتیجه اندازه‌ی ارتفاع این مثلث برابر می‌شود با $AH = \frac{(a\sqrt{۲})\sqrt{۳}}{۲} = \frac{a\sqrt{۶}}{۲}$.



$$\frac{a\sqrt{۶}}{۲} = ۲\sqrt{۳} \Rightarrow a = \frac{۴\sqrt{۳}}{\sqrt{۶}} = ۲\sqrt{۲}$$

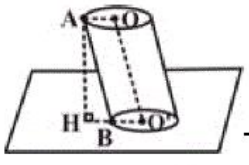
$$\Rightarrow \text{مساحت کل مکعب} = ۶a^۲ = ۶(۲\sqrt{۲})^۲ = ۴۸$$

(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۶)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۶۰- (نوید مجیدی)

محور استوانه، پاره‌خطی است که مرکزهای دو قاعده را به هم وصل می‌کند. توجه کنید که چهارضلعی $AOO'H$ ذوزنقه است، پس اگر فرض کنیم R شعاع قاعده باشد، داریم:



$$S_{AOO'H} = \frac{(AO + HO')}{۲}AH$$

$$\xrightarrow{BO'=BH=R} \frac{R + ۲R}{۲}AH = ۶R \Rightarrow AH = ۴$$

از سوی دیگر $AB = OO'$، پس به کمک رابطه‌ی فیثاغورس در ΔAHB می‌توانیم بنویسیم:

$$HB^۲ = R^۲ = AB^۲ - AH^۲ = (۴\sqrt{۳})^۲ - (۴)^۲ = ۴۸ - ۱۶ = ۳۲ \quad (*)$$

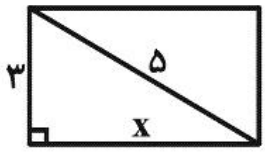
$$\text{حجم استوانه} = (\pi R^۲)AH \xrightarrow{(*)} \text{حجم استوانه} = \pi \times ۳۲ \times ۴ = ۱۲۸\pi$$

(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی؛ صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir
دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۱- (عباس اسدی امیرآبادی)



$x^۲ = ۵^۲ - ۳^۲ = ۱۶ \Rightarrow x = ۴$

محیط مستطیل دوم $= ۲(۳+۴) = ۱۴$

نسبت تشابه $= \frac{۲۱}{۱۴} = \frac{۳}{۲}$

(مستطیل دوم) $S = ۳ \times ۴ = ۱۲ \Rightarrow (\frac{۳}{۲})^۲ = \frac{S_۱}{۱۲} \Rightarrow \frac{۹}{۴} = \frac{S_۱}{۱۲}$

$\Rightarrow S_۱ = \frac{۹ \times ۱۲}{۴} = ۲۷$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۵۲- (محمدابراهیم گیتی‌زاده)

$S(EFCB) = S(AEF) \Rightarrow S(\overset{\Delta}{ABC}) = ۲S(\overset{\Delta}{AEF}) \Rightarrow S = ۲S'$

چون خط EF با ضلع BC موازی است، دو مثلث AEF و ABC متشابه‌اند و نسبت مساحت‌ها با مجذور نسبت تشابه برابر است. داریم:

$\frac{S'}{S} = k^۲ \Rightarrow \frac{S'}{S} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow k = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AH'}{AH} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$

$\Rightarrow AH' = \frac{\sqrt{۲}}{۲} AH$

فاصله‌ی خط Δ از BC: $HH' = AH - AH' = AH - \frac{\sqrt{۲}}{۲} AH$

$= \frac{۲ - \sqrt{۲}}{۲} AH$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۵۳- (سروش موئینی)

$\frac{AM}{MB} = \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۳}} \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲} + \sqrt{۳}} = k$

$\Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = k^۲ = (\frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲} + \sqrt{۳}})^۲ = \frac{۲}{۵ + ۲\sqrt{۶}}$

$\Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{AMN}} = \frac{۵ + ۲\sqrt{۶}}{۲}$

$\Rightarrow \frac{S_{\text{ذوزنقه}}}{S_{AMN}} = \frac{(۵ + ۲\sqrt{۶}) - ۲}{۲} = \frac{۳ + ۲\sqrt{۶}}{۲} = \frac{۳}{۲} + \sqrt{۶}$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۵۴ (رضا عباسی‌اصل)

$$\overset{\Delta}{ADE} \sim \overset{\Delta}{ABC} \;,\; k=\frac{AE}{AC}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}}=(\frac{۱}{۲})^{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۳۶}{S_{ABC}}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow S_{ABC}=۱۴۴$$

$$\overset{\Delta}{ADE} \sim \overset{\Delta}{AKL} \Rightarrow k=\frac{AE}{AL}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{AKL}}=(\frac{۲}{۳})^{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۳۶}{S_{AKL}}=\frac{۴}{۹}\Rightarrow S_{AKL}=۸۱$$

$$S_{BCLK}=S_{ABC}-S_{AKL}=۱۴۴-۸۱=۶۳$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

ریاضي ، ریاضي ۲ ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

-۱۱۱ (میثم حمزه‌لویی)

$$y=\cos(\frac{\pi}{۲}ax+\frac{\pi}{۲})=-\sin(\frac{\pi}{۲}ax)\Rightarrow T=\frac{۲\pi}{|\frac{\pi}{۲}a|}=\frac{۴}{|a|} \quad (۱)$$

با توجه به نمودار، منحنی در فاصله‌ی T رسم شده است (چرا؟)، پس:

$$T=\frac{۳}{۴}-(-\frac{۱}{۴})=۱\Rightarrow T=۱ \qquad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} ۱=\frac{۴}{|a|}\Rightarrow |a|=۴$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷ و ۱۴۲ تا ۱۵۲)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

-۱۱۲ (غلامرضا حلی)

$$\sin\theta=\frac{۳}{۵}\xrightarrow{۰<\theta<\frac{\pi}{۲}}\cos\theta=\sqrt{۱-\sin^{۲}\theta}=\frac{۴}{۵}\Rightarrow \cot\theta=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{۴}{۳}$$

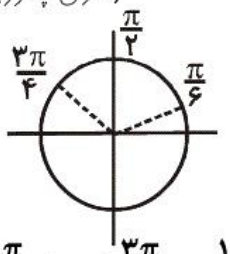
$$\tan(\frac{۳\pi}{۲}-\theta)=\cot\theta=\frac{۴}{۳}$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۳- (هادی پلاور)



در دایره‌ی مثلثاتی، وقتی x از $\frac{\pi}{۶}$ تا $\frac{۳\pi}{۴}$ تغییر می‌کند، از $\frac{\pi}{۲}$ نیز عبور می‌کند. پس سینوس آن مقدار یک را نیز می‌پذیرد. لذا:

$$\frac{\pi}{۶} \le x \le \frac{۳\pi}{۴} \Rightarrow \frac{۱}{۲} \le \sin x \le ۱$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۴)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۱۴- (هادی پلاور)

مضارب زوج π حذف می‌شود

$$\frac{۱۷\pi}{۲} = \frac{۱۶\pi}{۲} + \frac{\pi}{۲} = ۸\pi + \frac{\pi}{۲}, ۳\pi = ۲\pi + \pi, \frac{۵\pi}{۲} = ۲\pi + \frac{\pi}{۲}$$

$$\sin(\frac{\pi}{۲} - \alpha) + \cos(\pi + \alpha) - \tan(\frac{\pi}{۲} + \alpha)$$
$$= \cos\alpha - \cos\alpha - (-\cot\alpha) = \cot\alpha$$

$$\frac{۱}{\cos^۲\alpha} = ۱ + \tan^۲\alpha \Rightarrow \frac{۱}{\frac{۱}{۹}} = ۱ + \tan^۲\alpha$$

$$\Rightarrow \tan^۲\alpha = ۸ \Rightarrow \tan\alpha = \pm\sqrt{۸}$$

α ناحیه سوم $\Rightarrow \tan\alpha = \sqrt{۸}$

$$\tan\alpha = \sqrt{۸} \Rightarrow \cot\alpha = \frac{\sqrt{۲}}{۴}$$

(ریاضی۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۱۵- (امیر زراندوز)

$$\sin ۲۲۵^\circ = \sin(۱۸۰^\circ + ۴۵^\circ) = -\sin ۴۵^\circ = -\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

$$\tan ۴۰۵^\circ = \tan(۳۶۰^\circ + ۴۵^\circ) = \tan ۴۵^\circ = ۱$$

$$\tan ۳۳۰^\circ = \tan(۳۶۰^\circ - ۳۰^\circ) = -\tan ۳۰^\circ = -\frac{۱}{\sqrt{۳}}$$

$$\Rightarrow A = ۲\sin^۲ ۲۲۵^\circ - \frac{\tan ۴۰۵^\circ}{\tan ۳۳۰^\circ} = ۲(-\frac{\sqrt{۲}}{۲})^۲ - \frac{۱}{(\frac{-۱}{\sqrt{۳}})} = ۱ + \sqrt{۳}$$

(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷)

۱ ۲ ۳ ۴✓

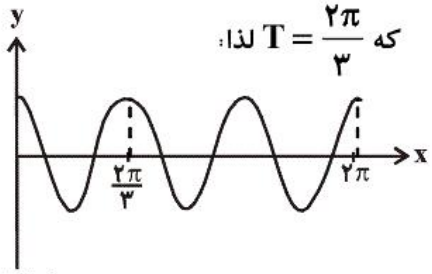
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۶- (حمید ستاری)

شکل تابع کسینوس را رسم می‌کنیم. دوره‌ی تناوب تابع $y = \cos mx$ عبارت است از $T = \frac{2\pi}{|m|}$ و با توجه به نمودار تابع و طبیعی بودن m ملاحظه می‌شود

$$T = \frac{2\pi}{|m|} = \frac{2\pi}{3}$$
$$\Rightarrow |m| = 3 \xrightarrow{m \in N} m = 3$$

که $T = \frac{2\pi}{3}$ لذا:

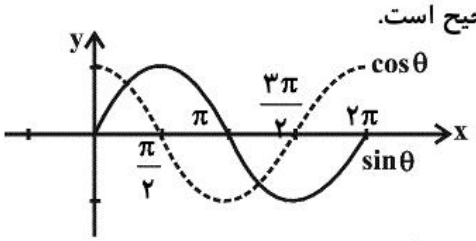


(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۲)

۴ ۳ ۲ ۱✓

۱۱۷- (مهدی ملارمضانی)

نمودار هر دو تابع $y = \sin\theta$ و $y = \cos\theta$ را به ازای $0 \le \theta \le 2\pi$ در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. همان‌طور که از شکل معلوم است، تنها گزینه‌ی «۳» صحیح است.



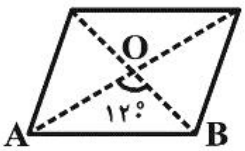
(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۴ و ۱۴۲ تا ۱۵۲)

۴ ۳✓ ۲ ۱

۱۱۸- (حمید زرین‌کفش)

طبق قضیه cos ها داریم: $AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \times OB \times \cos O$

$$= 11^2 + 6^2 - 2 \times 11 \times 6 \times \underbrace{\cos 120^\circ}_{-\frac{1}{2}}$$
$$= 121 + 36 + 66 = 223$$
$$\Rightarrow AB = \sqrt{223}$$



یادآوری: قطرهای متوازی‌الاضلاع منصف یکدیگرند.

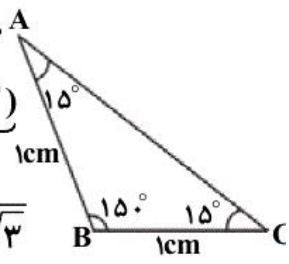
(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۴ ۳✓ ۲ ۱

۱۱۹- (محبوبه اصفهانی)

باتوجه به زاویه‌های به‌دست آمده در شکل، مثلث ABC متساوی‌الساقین است، در نتیجه:

$$AB = 1cm$$
$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \times AB \times BC \times \cos 150^\circ$$
$$\Rightarrow AC^2 = 1^2 + 1^2 - 2 \times 1 \times 1 \times \underbrace{\cos(180^\circ - 30^\circ)}_{-\cos 30^\circ}$$
$$= 2 - 2 \times (-\frac{\sqrt{3}}{2}) = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow AC = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$



(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۴ ۳ ۲✓ ۱

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۰- (امیر زراندوز)

مطابق شکل زیر، اگر موشک اندازها به‌ترتیب در نقاط A و B و هواپیما در نقطه‌ی C باشد، داریم:

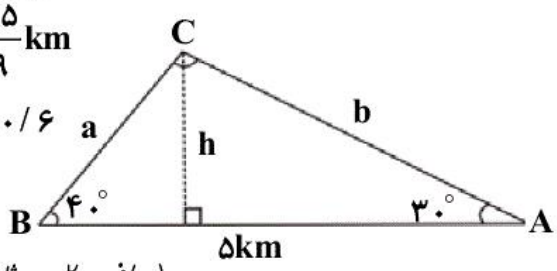
$$\hat{C} = ۱۸۰^\circ - ۴۰^\circ - ۳۰^\circ = ۱۱۰^\circ$$

$$\frac{a}{\sin ۳۰^\circ} = \frac{b}{\sin ۴۰^\circ} = \frac{۵}{\sin ۱۱۰^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{۰/۵} = \frac{۵}{۰/۹} \Rightarrow a = \frac{۲۵}{۹}\text{km}$$

$$\Rightarrow h = a\sin ۴۰^\circ = \frac{۲۵}{۹} \times ۰/۶$$

$$= \frac{۵}{۳}\text{km}$$



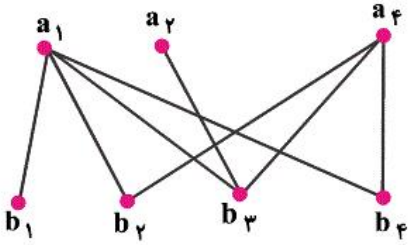
(ریاضی ۲ - مثلثات: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۴ ۳✓ ۲ ۱

ریاضي ، ریاضیات گسسته - گواه ، گراف‌ها و کاربردهای آن ، نظریه‌ی گراف - ۱۳۹۵۰۶۱۲

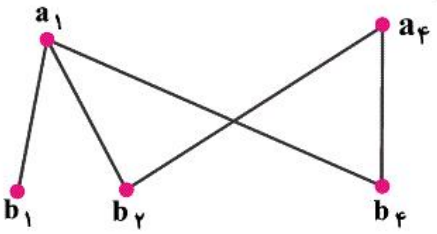
۱۷۱- (کتاب آبی - سوال ۲۱۴)

در گراف مشاغل، از شغلی که کم‌ترین متقاضی را دارد شروع به واگذاری مشاغل می‌کنیم. سپس افرادی که صاحب شغل می‌شوند را از گردونه‌ی رقابت حذف می‌کنیم.



شغل $a_۳$ به $b_۵$ می‌رسد چون تنها متقاضی انجام آن است پس $a_۳$ را از گراف حذف می‌کنیم.

در مرحله‌ی بعد، شغل $a_۲$ به $b_۳$ می‌رسد.



حالا $a_۴$ را باید یا به $b_۲$ بدهیم یا به $b_۴$. به هرکدام که واگذار شود برای $a_۱$، ۲ متقاضی می‌ماند. پس به $۲ \times ۲ = ۴$ حالت می‌توان این افراد را استخدام کرد.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۴ و ۵)

۴ ۳ ۲✓ ۱

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۷۲- *(کتاب آبی - سوال ۲۲۴)*

فرض می‌کنیم x رأس درجه‌ی ۲ داریم:

$$\sum_{i=1}^{p} \deg V_i = 2q \Rightarrow 6\times 3 + x\times 2 = 2\times 13 \Rightarrow x = 4$$

بنابراین گراف دارای ۱۰ رأس است پس: $\text{میانگین درجات} = \frac{2q}{p} = \frac{2\times 13}{10} = 2/6$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۷۳- *(سراسری ریاضی - ۸۳)*

در گراف از مرتبه‌ی ۶، یک رأس درجه‌ی ۵ وجود دارد؛ پس a و b صفر نیستند. از طرفی دو رأس فرد، در گراف وجود دارد بنابراین a و b یا هر دو فردند یا هر دو زوج که در هر دو حالت $a+b$ عددی زوج می‌شود.

با توجه به گزینه‌ها داریم:

$$a+b=2 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases} \quad a+b=4 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=3 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} a=2 \\ b=2 \end{cases}$$

از آن‌جایی که گراف از مرتبه‌ی ۶، یک رأس درجه‌ی ۵ و یک رأس درجه‌ی ۴ دارد پس می‌تواند حداکثر یک رأس درجه یک داشته باشد یعنی $a+b=4$.

برای تمرین بیش‌تر یک بار گراف را با $a=1$ و $b=3$ و یک بار با $a=2$ و $b=2$ رسم کنید.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌ی ۱۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۷۴- *(کتاب آبی - سوال ۲۵۶)*

در گراف گزینه‌ی ۳، دور به طول ۳ وجود دارد ولی در سایر گراف‌ها، چنین دوری وجود ندارد.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷ و ۱۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۷۵- *(کتاب آبی - سوال ۲۶۷)*

یک گراف ۳- منتظم، حداقل به ۴ رأس نیاز دارد. بنابراین می‌توان گراف مورد نظر را مثلاً به‌صورت ۱۰ گراف ۳- منتظم از مرتبه‌ی ۴ و یک گراف ۳- منتظم از مرتبه‌ی ۶ در نظر گرفت، یعنی ۱۱ بخش جدا از هم دارد.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۷ و ۱۲)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۱۷۶- *(کتاب آبی - سوال ۲۹۳)*

تعداد یال‌ها با مجموع درجات رئوس برابر است یعنی q با $2q$ برابر است.

$$q = 2q \Rightarrow q = 0$$

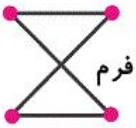
یعنی همه‌ی گراف‌های تهی این‌گونه‌اند که تعداد آن‌ها بی‌شمار است.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

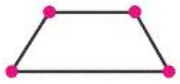
۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۷۷- (سراسری ریاضی - ۸۹)

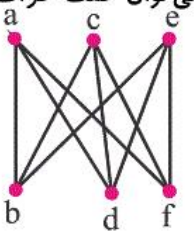


۶ دور به فرم



و ۳ دور به فرم

در گراف وجود دارد. پس گراف ۹ دور به طول ۴ دارد. یا می‌توان گفت گراف،



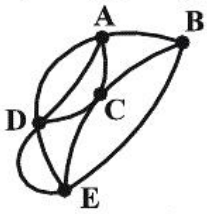
یک گراف ۲ بخشی است پس: $\binom{۳}{۲}\times\binom{۳}{۲}=۹$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۷۸- (کتاب آبی - سوال ۳۶۶)

گراف چندگانه‌ی نظیر این مناطق و پل‌ها به صورت مقابل است:



در این گراف، دو رأس B و D دارای درجه‌ی فرد بوده و سایر رئوس درجه‌ی زوج دارند، پس گراف، نیمه‌اویلری است و برای عبور از تمامی یال‌ها، فقط می‌توان از یکی از دو رأس B یا D شروع کرد و بنابراین با شروع از منطقه‌ی A نمی‌توان تمامی یال‌ها را به‌صورت غیرتکراری پیمود.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌ی ۱۵)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۷۹- (کتاب آبی - سوال ۳۸۲)

اگر گراف G از مرتبه‌ی p و اندازه‌ی q باشد، آن‌گاه داریم:

$$-\begin{cases} q+۱۸=\dfrac{p(p-۱)}{۲} \\ q-۱۸=p-۱ \end{cases} \Rightarrow ۳۶=\frac{p(p-۱)}{۲}-(p-۱)$$

$$\Rightarrow ۳۶=(p-۱)(\frac{p-۲}{۲})\Rightarrow (p-۱)(p-۲)=۷۲$$

$$\Rightarrow p-۱=۹\Rightarrow p=۱۰\,,\,q=۲۷$$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۸۰- (کتاب آبی - سوال ۳۹۸)

دو حالت می‌توان برای درجات رئوس این درخت در نظر گرفت:

الف) $۴۲ = ۷ \times ۶ \times ۱ \times \ldots \times ۱$

$$\sum \deg v_i = ۲q = ۲(p-۱) \Rightarrow ۷ + ۶ + \underbrace{(۱ + \ldots + ۱)}_{p-۲} = ۲(p-۱)$$

$$\Rightarrow p = ۱۳$$

ب) $۴۲ = ۷ \times ۳ \times ۲ \times ۱ \times \ldots \times ۱$

$$\sum \deg v_i = ۲q = ۲(p-۱) \Rightarrow ۷ + ۳ + ۲ + \underbrace{(۱ + \ldots + ۱)}_{p-۳} = ۲(p-۱)$$

$$\Rightarrow p = ۱۱$$

بنابراین، چنین درختی حداقل ۱۱ رأس دارد.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

ریاضي ، آمار و مدل‌سازی - گواه ، آمار و مدل‌سازی - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۹۱- (سراسری ریاضی ۸۷)

$$\text{طول دسته‌ها} = \frac{\text{دامنه‌ی تغییرات}}{\text{تعداد دسته‌ها}} \Rightarrow ۴ = \frac{\text{دامنه‌ی تغییرات}}{۹}$$

$$\Rightarrow \text{دامنه‌ی تغییرات} = ۳۶$$

کوچک‌ترین داده - بزرگ‌ترین داده = دامنه‌ی تغییرات

چارک اول و سوم بین کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده قرار دارند و بنابراین اضافه کردن ۸ داده بین چارک اول و سوم تاثیری در کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین داده و در نتیجه تاثیری در دامنه‌ی تغییرات ندارد. $\Rightarrow$

$$\text{طول دسته‌ها} = ۳ \Rightarrow ۳ = \frac{۳۶}{\text{تعداد دسته‌ها}}$$

$$\text{تعداد دسته‌ها} = \frac{۳۶}{۳} = ۱۲$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

۱۹۲- (سراسری انسانی ۸۶)

داده‌ها را مرتب کنید:

$$۵, ۷, ۸, ۹, ۱۰, ۱۱, ۱۲, ۱۴, ۱۶, ۱۷, ۱۸, ۱۹, ۲۰, ۲۱, ۲۳$$

تعداد داده‌ها $= ۱۵ \xrightarrow{\text{فرد}}$ میانه = داده‌ی هشتم $= ۱۴$

تعداد داده‌ها در نیمه‌ی اول یا در نیمه‌ی دوم $= ۷ \xrightarrow{\text{فرد}}$

$Q_۱ =$ داده‌ی چهارم $= ۹$

$Q_۳ =$ داده‌ی دوازدهم $= ۱۹$

دامنه‌ی تغییرات داده‌های داخل و روی جعبه $= Q_۳ - Q_۱ = ۱۹ - ۹ = ۱۰$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۹۳- (آزاد ریاضی صبح ۸۹)

فرض کنید $a \in \mathbb{N}$ $(a = ۱ + ۲ + ... + ۱۰۰)$، در این صورت

$$\bar{x}_۱ = \frac{۱ + (۱ + ۲ + ... + ۱۰۰)}{۱۰۱} = \frac{۱ + a}{۱۰۱}$$

$$\bar{x}_۲ = \frac{(۱ + ۲ + ... + ۱۰۰) + ۱۰۰}{۱۰۱} = \frac{a + ۱۰۰}{۱۰۱}$$

$$\bar{x}_۲ - \bar{x}_۱ = \frac{a + ۱۰۰}{۱۰۱} - \frac{۱ + a}{۱۰۱} = \frac{۱۰۰ - ۱}{۱۰۱} = \frac{۹۹}{۱۰۱}$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۲۵ و ۱۲۶)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

۱۹۴- (سراسری تجربی ۹۲)

مرکز دسته	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
فراوانی مطلق	۸	۱۶	۲۰	۲۴	۱۲

$$\bar{x} = \frac{۸ \times ۷ + ۱۶ \times ۸ + ... + ۱۲ \times ۱۱}{۸ + ۱۶ + ... + ۱۲} = \frac{۷۳۶}{۸۰} = ۹/۲$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

$$\frac{x_۱ + ... + x_۹}{۹} = ۲۲ \Rightarrow x_۱ + ... + x_۹ = ۱۹۸$$

$$\frac{x_{۲۸} + ... + x_{۳۶}}{۹} = ۳۰ \Rightarrow x_{۲۸} + ... + x_{۳۶} = ۲۷۰$$

$$\bar{x} = \frac{(x_۱ + ... + x_۹) + (x_{۱۰} + ... + x_{۲۷}) + (x_{۲۸} + ... + x_{۳۶})}{۳۶}$$

$$= ۲۷/۵ \Rightarrow \frac{۱۹۸ + x_{۱۰} + ... + x_{۲۷} + ۲۷۰}{۳۶} = ۲۷/۵ \Rightarrow$$

$$x_{۱۰} + ... + x_{۲۷} = ۳۶ \times ۲۷/۵ - ۴۶۸ = ۹۹۰ - ۴۶۸ = ۵۲۲$$

$$\Rightarrow \frac{x_{۱۰} + ... + x_{۲۷}}{۱۸} = \frac{۵۲۲}{۱۸} = ۲۹$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۶)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

۱۹۶- (سراسری تجربی ۸۹)

$$۱۰ = \overline{x + ۱/۵} = \bar{x} + ۱/۵ \Rightarrow \bar{x} = ۸/۵$$

مرکز دسته	۳	۷	۱۱	۱۵
فراوانی مطلق	۴	۵	a	۳

$$\bar{x} = \frac{۴ \times ۳ + ۵ \times ۷ + a \times ۱۱ + ۳ \times ۱۵}{۴ + ۵ + a + ۳} = \frac{۹۲ + ۱۱a}{۱۲ + a} \Rightarrow$$

$$۸/۵ = \frac{۹۲ + ۱۱a}{۱۲ + a} \Rightarrow ۸/۵(۱۲ + a) = ۹۲ + ۱۱a \Rightarrow$$

$$۱۰۲ - ۹۲ = ۱۱a - ۸/۵a \Rightarrow ۱۰ = ۲/۵a \Rightarrow a = ۴$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۹)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۹۷- (سراسری ریاضی ۹۲)

$$\bar{x}=\frac{(۳\times۸۰+۶)+(۴\times۹۰+۱۹)+(۵\times۱۰۰+۱۵)}{۱۲}=\frac{۱۱۴۰}{۱۲}=۹۵$$

$$\overline{۳x-۴۰}=۳\bar{x}-۴۰=۳\times۹۵-۴۰=۲۴۵$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۹۸- (آزاد انسانی ۸۸)

داده	۷	۱۱	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
فراوانی مطلق	۲	۱	۱	۱	۱	۱

بیش‌ترین فراوانی برابر با ۲ است ⟸ ۷ = مد.

۱۵ = داده‌ی چهارم = میانه $\xrightarrow{\text{فرد}}$ ۷ = تعداد داده‌ها

$$\bar{x}=\frac{۲\times۷+۱۱+۱۵+۱۶+۱۷+۱۸}{۷}=\frac{۹۱}{۷}=۱۳$$

$$R=۱۸-۷=۱۱$$

چون $۷<۱۱<۱۳<۱۵$، بیش‌ترین اختلاف اندازه بین دو شاخص میانه و مد وجود دارد.

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۲۶)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۱۹۹- (سراسری انسانی ۹۱)

$$\bar{x}_w=\frac{۴\times a+۲\times۹۰+۳\times۸۱+۸\times۷۰}{۴+۲+۳+۸}\Rightarrow$$

$$۷۵\le\frac{۴\times a+۹۸۳}{۱۷}\Rightarrow ۱۲۷۵\le ۴a+۹۸۳\Rightarrow ۴a\ge ۲۹۲\Rightarrow a\ge ۷۳$$

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۲۰۰- (آزاد انسانی ۸۴)

جمع مقادیر مقایسه شده = $۷+۳-۱-۵=۴$

$$A=\frac{۴}{\text{تعداد نمرات}}=\frac{۴}{۴}=۱\Rightarrow$$

میانگین حدسی + $A=۱۱+۱=۱۲$ = میانگین واقعی

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی: صفحه‌های ۱۳۴ و ۱۳۵)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.kanoon.ir