



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

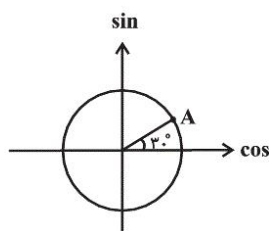
کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی ، ریاضی ۲ ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۷۱- مطابق شکل زیر، نقطه‌ی A را روی دایره‌ی مثلثاتی در نظر می‌گیریم. اگر A به اندازه‌ی $\frac{7\pi}{3}$ رادیان در خلاف جهت مثلثاتی روی دایره دوران کند، A' به دست می‌آید. عرض A' کدام است؟



- (۱) ۱
 (۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (۴) $-\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۷۲- اگر $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ و $\cos \alpha = \frac{4-m}{5}$ باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{3}{2}$
 (۲) $1 \leq m \leq \frac{3}{2}$
 (۳) $-1 \leq m \leq 1$
 (۴) $-\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۷۳- اگر زاویه‌ی θ در موقعیت استاندارد باشد به طوری که نقطه‌ی انتهایی کمان θ دایره‌ی مثلثاتی را در نقطه‌ی $(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}})$ قطع کند، مقدار $A = \sqrt{2} \sin(\pi + \theta) + \tan \theta$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{6}$
 (۲) $\frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{3}$
 (۳) $\frac{2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{6}$
 (۴) $\frac{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۷۴- هرگاه $\tan 15^\circ = a$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\cos 255^\circ - \cos 165^\circ}{2 \sin 75^\circ + 3 \cos 105^\circ}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1-a}{2-3a}$
 (۲) $\frac{a-1}{2-3a}$
 (۳) $\frac{1}{5}(a-1)$
 (۴) $\frac{1}{5}(1-a)$

شما پاسخ نداده اید

۷۵- اگر $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ ، کمان α در موقعیت استاندارد و انتهای کمان α در ناحیه‌ی سوم باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

- (۱) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
 (۲) $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$
 (۳) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$
 (۴) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۷۶- اگر $\theta \in [0, 2\pi]$ باشد، مجموع مقادیری از θ که در رابطه‌ی $2 \sin \theta + \sqrt{3} = 0$ صدق می‌کنند، کدام است؟

- (۱) π
 (۲) $\frac{2\pi}{3}$
 (۳) 3π
 (۴) $\frac{3\pi}{4}$

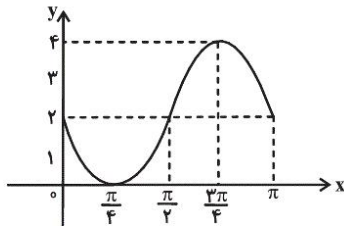
شما پاسخ نداده اید

۷۷- وزنه‌ای به یک فنر وصل شده است به گونه‌ای که به طور پیوسته پایین و بالا می‌رود. تغییر مکان وزنه از نقطه‌ی تعادل پس از t ثانیه از رابطه‌ی $d = -3/5 \cos(2\pi t)$ به دست می‌آید که d اندازه بر حسب سانتی‌متر است. بیش‌ترین فاصله‌ی وزنه از نقطه‌ی تعادل چند سانتی‌متر است؟

- (۱) $\frac{7}{2}$
 (۲) ۷
 (۳) 2π
 (۴) $1/75$

شما پاسخ نداده اید

۷۸- نمودار مقابل، شبیه به نمودار کدام یک از توابع زیر است؟



(۱) $y = -2 \cos x + 2$

(۲) $y = -2 \sin 2x + 2$

(۳) $y = -2 \cos 2x + 2$

(۴) $y = -2 \sin \frac{x}{2} + 2$

شما پاسخ نداده اید

۷۹- طول اضلاع مجاور یک متوازی الاضلاع ۷ و ۹ است. اگر طول قطر آن $\sqrt{193}$ باشد، مساحت متوازی الاضلاع کدام است؟

(۴) $\frac{63\sqrt{3}}{8}$

(۳) $\frac{63\sqrt{3}}{4}$

(۲) $\frac{63\sqrt{3}}{2}$

(۱) $63\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۸۰- در مثلث ABC ، اگر بین زوایا و اضلاع آن رابطه $a \sin B = b \cos C$ برقرار باشد و زوایای A و C حاده باشند، آن گاه زاویه B چند درجه است؟ (۱) 60° (۲) 120° (۳) 90° (۴) 135°

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۳ ، احتمال ، پدیده‌های تصادفی و احتمال - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۸۱- اگر در یک آسانسور، احتمال خرابی زنجیر $\frac{1}{10}$ و احتمال خرابی موتور $\frac{3}{10}$ باشد، آن گاه احتمال خرابی زنجیر

یا موتور کدام است؟

(۲) $\frac{1}{15}$

(۱) $\frac{3}{10}$

(۴) $\frac{2}{15}$

(۳) $\frac{1}{10}$

شما پاسخ نداده اید

۸۲- از بین اعداد طبیعی ۳ رقمی عددی به تصادف انتخاب کرده‌ایم. احتمال آن که عددی فرد، بزرگ‌تر از 350 و مضرب 15 باشد، چه قدر است؟

(۴) $\frac{2}{45}$

(۳) $\frac{1}{45}$

(۲) $\frac{7}{300}$

(۱) $\frac{5}{300}$

شما پاسخ نداده اید

۸۳- فردی در جیب خود ۲ سکه‌ی سالم و یک سکه که دو طرفش شیر است، دارد. او یکی از سکه‌ها را به تصادف انتخاب کرده و پرتاب می‌کند. احتمال این

که شیر ظاهر شود، کدام است؟

(۴) $\frac{3}{4}$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۱) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۳ ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۸۴- مجموعه‌ی جواب نامعادله $\frac{x+1}{x-1} < \frac{x-4}{x+2}$ ، شامل چند عدد صحیح مثبت است؟

(۴) بی‌شمار

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) هیچ

۸۵- اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 2\}$ ، $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$ و $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$ باشد، حاصل $(A \cup B) \cap C$ کدام است؟

- (۱) $(0, +\infty)$ (۲) $[-2, +\infty)$ (۳) $[-2, 2)$ (۴) $[-2, 2]$

شما پاسخ نداده اید

۸۶- مجموعه جواب نامعادله $\left| \frac{2+x}{2x-3} \right| > 1$ کدام است؟

- (۱) $(\frac{1}{3}, 5)$ (۲) $(1, \frac{3}{2})$ (۳) $(\frac{1}{3}, 5) - \{\frac{3}{2}\}$ (۴) $\emptyset$

شما پاسخ نداده اید

۸۷- اگر $x - y = \frac{\pi}{3}$ باشد، آن گاه حاصل کسر $\frac{\cos(x+y) + 2 \sin x \sin y}{\sin(x+y) - 2 \sin x \cos y}$ چقدر است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $-\sqrt{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۸۸- حاصل $\sin(-75^\circ) + 2 \cos 75^\circ$ کدام است؟

- (۱) $\frac{-\sqrt{6} - 3\sqrt{2}}{4}$ (۲) $\frac{3\sqrt{6} + 3\sqrt{2}}{4}$ (۳) $\frac{3\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{6} - 3\sqrt{2}}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۸۹- اگر $f = \{(3a-2, 1), (a^2, a)\}$ تابع باشد، آن گاه:

- (۱) $a \neq 3$ (۲) $a \neq 1$ (۳) $a \neq 2$ (۴) $a \in \mathbb{R}$

شما پاسخ نداده اید

۹۰- دامنه‌ی تابع $y = \frac{1}{\log_2^{(x-1)} - 3}$ کدام مجموعه است؟

- (۱) $(10, +\infty)$ (۲) $(11, +\infty)$ (۳) $(11, +\infty) - \{19\}$ (۴) $[19, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید

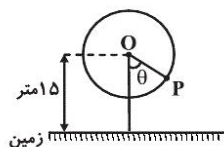
ریاضی ، ریاضی ۲-سوالات موازی ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۰۱- یک چرخ در مدت یک دقیقه ۱۳۰ دور حول محور خود می چرخد این چرخ در مدت یک ثانیه چند رادیان می چرخد؟

- (۱) $\frac{13\pi}{3}$ (۲) $\frac{4\pi}{3}$ (۳) $\frac{25\pi}{6}$ (۴) $\frac{23\pi}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- مطابق شکل زیر، متحرک P روی دایره‌ای به شعاع ۱۰ متر در خلاف جهت عقربه‌های ساعت حرکت می‌کند در لحظه‌ی $t = 0$ متحرک در پایین‌ترین نقطه‌ی دایره قرار دارد و در هر دقیقه یک دور می‌زند. اگر مرکز دایره از سطح زمین ۱۵ متر فاصله داشته باشد، ارتفاع P از سطح زمین بعد از t ثانیه کدام است؟



$$15 - 10 \cos\left(\frac{\pi t}{60}\right) \quad (1)$$

$$15 - 10 \cos\left(\frac{\pi t}{30}\right) \quad (2)$$

$$5 + 10 \cos\left(\frac{\pi t}{60}\right) \quad (3)$$

$$5 + 10 \cos\left(\frac{\pi t}{30}\right) \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- اگر $\sin^3(x) \cos^3(x) > 0$ و $\sin(x) \tan(x) < 0$ باشد، انتهای کمان x در کدام ناحیه‌ی دایره‌ی مثلثاتی قرار می‌گیرد؟
(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- حاصل عبارت $A = \frac{\sin(102^\circ) + \cos(315^\circ)}{2 \sin(135^\circ) - \tan(240^\circ)}$ کدام است؟

$$1 \quad (1) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad -\frac{1}{2} \quad (3) \quad -1 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر زاویه‌ای در ناحیه‌ی چهارم محورهای مختصات باشد، کدام گزینه درست است؟

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \quad (2) \quad \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) > 0 \quad (1)$$

$$\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) > 0 \quad (4) \quad \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) > 0 \quad (3)$$

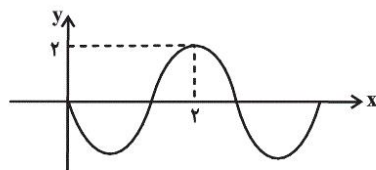
شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اختلاف بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار تابع $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ چقدر است؟

$$\frac{1}{2} \quad (1) \quad 1 \quad (2) \quad \frac{3}{2} \quad (3) \quad 2 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر قسمتی از نمودار $y = a \cos \frac{\pi}{4}(bx - 3)$ مطابق شکل زیر باشد، ab کدام می‌تواند باشد؟



$$1 \quad (1)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$-3 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- در مثلث ABC، $b = 12$ و $c = 5$ و $\cos A = \frac{3}{5}$ است، مساحت مثلث کدام است؟

$$12 \quad (1) \quad 10 \quad (2) \quad 24 \quad (3) \quad 48 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی منتظم از رابطه‌ی $(n-2) \times 180^\circ$ به دست بیاید طول قطر یک پنج‌ضلعی منتظم به ضلع ۱۰، کدام است؟ $(\sin 18^\circ = \frac{1}{2})$

$$15/5 \quad (1) \quad \sqrt{138} \quad (2) \quad \sqrt{262} \quad (3) \quad \sqrt{15/5} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- بین اضلاع مثلث ABC، رابطه‌ی $(a+b+c)(a+b-c) = ab$ برقرار است. زاویه‌ی C چند درجه است؟

۶۰ (۱)

۱۲۰ (۲)

۴۵ (۴)

۱۵۰ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی ۳-گواه، احتمال، پدیده‌های تصادفی و احتمال - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۹۱- در آزمایشگاهی ۳ موش سفید و ۵ موش سیاه نگهداری می‌شوند. اگر به طور تصادفی ۴ موش از بین آن‌ها جهت آزمایشی برداشته شوند، با کدام

احتمال فقط یکی از موش‌های مورد آزمایش، سفید است؟

$\frac{3}{5}$ (۴)

$\frac{3}{7}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۲)

$\frac{2}{7}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۲- یک خانواده‌ی سه فرزندی با کدام احتمال، حداقل دو فرزند دختر دارد، در صورتی که می‌دانیم حداقل یکی از فرزندان دختر است؟

$\frac{4}{7}$ (۴)

$\frac{3}{7}$ (۳)

$\frac{5}{8}$ (۲)

$\frac{3}{8}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۳- احتمال انتقال نوعی بیماری ارثی از والدین به فرزند پسر، ۱۰ درصد و به فرزند دختر، ۶ درصد است. با کدام احتمال، فرزندی که به دنیا می‌آید، این نوع بیماری را ندارد؟

۰/۹۴ (۴)

۰/۹۳ (۳)

۰/۹۲ (۲)

۰/۹۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی ۳-گواه، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۹۴- اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, 3x - 1 \geq \frac{1}{2}\}$ ، $B = \{x \mid x \in \mathbb{R}, 4x - \frac{3}{2} < 5\}$ و $C = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 - 4 \leq 0\}$ باشند حاصل $C - (A \cap B)$ کدام است؟

$\mathbb{R} - \{0, \pm 1, \pm 2\}$ (۴)

$\mathbb{R} - \{1\}$ (۳)

$[\frac{1}{2}, \frac{13}{8})$ (۲)

$[\frac{1}{2}, \frac{13}{8}) - \{1\}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۵- تعداد جواب‌های معادله‌ی $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۶- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $\frac{x^2}{1+x^4} \leq \frac{1}{2}$ کدام است؟

$\mathbb{R}$ (۴)

$[-2, 2]$ (۳)

$[-1, 1]$ (۲)

$\emptyset$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۷- حاصل عبارت $\sin^2 \alpha (1 + \cot^2 \alpha)$ (در صورت تعریف شدن) کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) $\sin \alpha$ (۴) $\cos \alpha$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- اگر α زاویه منفرجه و $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار $\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$ کدام است؟

- (۱) -۷ (۲) $-\frac{1}{7}$ (۳) $\frac{1}{7}$ (۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۹۹- دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \log_x(x^2 - 1)$ ، کدام است؟

- (۱) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ (۲) $[1, +\infty)$ (۳) $(-1, 1)$ (۴) $(1, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ ($k \in \mathbb{Z}$) کدام است؟

- (۱) $\mathbb{R} - \left\{\frac{k\pi}{4}\right\}$ (۲) $\mathbb{R} - \left\{k\pi + \frac{\pi}{4}\right\}$ (۳) $\mathbb{R} - \left\{k\pi + \frac{3\pi}{4}\right\}$ (۴) $\mathbb{R} - \left\{k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ - گواه ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۱۱- انتهای کمان زاویه‌ی $\theta = -54^\circ$ ، دایره‌ی مثلثاتی را در کدام ناحیه قطع می‌کند؟ (θ در موقعیت استاندارد است).

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- نقطه‌ی $A(1, 0)$ ، روی دایره‌ی مثلثاتی به اندازه‌ی $\frac{9\pi}{4}$ رادیان در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌کند تا به نقطه‌ی A' برسد. مجموع طول و عرض نقطه‌ی A' کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $-\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر $\tan \theta = 0/2$ باشد، مقدار $\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) $1/2$ (۳) ۲ (۴) ۳

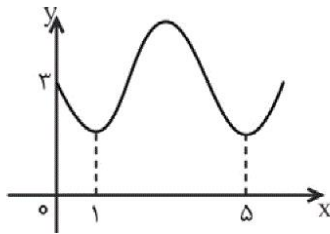
شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- اگر $\tan(x - a)\tan(x + a) = 1$ و هر دو زاویه‌ی $x + a$ و $x - a$ حاده باشند، آن‌گاه $\cos 2x$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع $y = a + \sin(b\pi x)$ است. مقدار y در نقطه‌ی $x = \frac{25}{3}$ ، کدام است؟



(۱) ۲

(۲) $\frac{2}{5}$

(۳) ۳

(۴) $\frac{3}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱

۱۱۶- نمودار تابع به معادله‌ی $y = -4\cos\left(\frac{\pi}{4} - 3\pi x\right)$ ، روی بازه‌ی $[-1, 1]$ ، در چند نقطه بیشترین مقدار را دارد؟

(۴) ۴

(۳) ۳

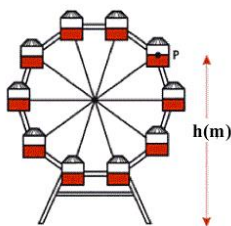
(۲) ۲

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- در چرخ و فلک شکل زیر، h ارتفاع (به متر) نقطه‌ی P ، بالای سطح زمین و θ (به رادیان) زاویه‌ی آن با محور x ها می‌باشد که ارتفاع h از رابطه‌ی

$$h(\theta) = 60 + 50 \sin \theta$$



(۱) ۱۰۰

(۲) ۵۰

(۳) ۲۵

(۴) ۷۵

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- در متوازی الاضلاعی اندازه‌ی دو قطر ۱۲ و ۸ واحد و زاویه‌ی بین دو قطر ۱۳۵ درجه است. مساحت متوازی الاضلاع چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

(۴) ۳۶

(۳) ۳۲

(۲) ۲۴

(۱) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- مساحت مثلث ABC با زوایای حاده برابر ۱۶ است. اگر $b = 8$ و $c = 5$ باشد، اندازه‌ی ضلع a کدام است؟

(۴) $5\sqrt{2}$

(۳) $3\sqrt{5}$

(۲) $\sqrt{41}$

(۱) $\sqrt{39}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- در مثلث ABC ، رابطه‌ی $\sin^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 2$ برقرار است. زاویه‌ی A کدام است؟

(۴) $\frac{\pi}{6}$

(۳) $\frac{\pi}{4}$

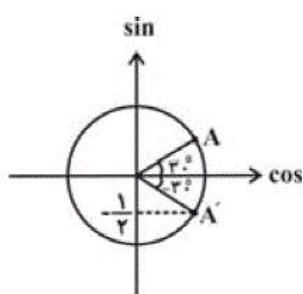
(۲) $\frac{\pi}{3}$

(۱) $\frac{\pi}{2}$

شما پاسخ نداده اید

-۷۱

(مسین فاپیلو)



(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۴)

$$\frac{7\pi}{3} = 2\pi + \frac{\pi}{3} \text{ رادیان}$$

یعنی اگر روی دایره‌ی مثلثاتی در جهت حرکت عقربه‌های ساعت به‌اندازه‌ی $\frac{\pi}{3}$ رادیان حرکت کنیم، نقطه‌ی A' به‌دست می‌آید. با توجه به دایره‌ی مثلثاتی عرض نقطه‌ی A' برابر با $\sin(-30^\circ)$ است که مقدار آن برابر با $-\frac{1}{2}$ است.

۴ ✓

۳

۲

۱

-۷۲

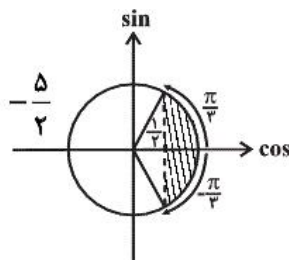
(غلامرضا طلی)

$$-\frac{\pi}{3} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \cos \alpha \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{4-m}{5} \leq 1 \Rightarrow \frac{5}{2} \leq 4-m \leq 5 \Rightarrow -5 \leq m-4 \leq -\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow -1 \leq m \leq \frac{3}{2}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۴ و ۱۴۰)



۴ ✓

۳

۲

۱

-۷۳

(محمدر بهیرایی)

با توجه به مختصات نقاط انتهایی کمان θ ، نسبت‌های مثلثاتی این زاویه را به‌دست می‌آوریم:

$$\sin(\pi + \theta) = -\sin \theta = -\left(-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = -\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \sqrt{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3} - \sqrt{2} = \frac{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{3}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\frac{\cos(270^\circ - 15^\circ) - \cos(180^\circ - 15^\circ)}{2 \sin(90^\circ - 15^\circ) + 3 \cos(90^\circ + 15^\circ)} = \frac{-\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{2 \cos 15^\circ - 3 \sin 15^\circ}$$

صورت و مخرج کسر را بر $\cos 15^\circ$ تقسیم می‌کنیم:

$$\Rightarrow \frac{-\tan 15^\circ + 1}{2 - 3 \tan 15^\circ} = \frac{1 - a}{2 - 3a}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\sin\left(\frac{17\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos(3\pi + \alpha) = \cos(2\pi + \pi + \alpha) = \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) = \tan\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot \alpha$$

$$\Rightarrow A = \cos \alpha - \cos \alpha + \cot \alpha = \cot \alpha$$

چون انتهای کمان α در ناحیه سوم دستگاه مختصات قرار دارد، $\sin \alpha$ منفی است، پس:

$$\cos \alpha = -\frac{1}{3} \text{ و } \sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$= -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\sqrt{\frac{8}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$A = \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$2 \sin \theta + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \sin \theta = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\theta \in [0, 2\pi] \rightarrow \theta = \frac{4\pi}{3} \text{ و } \frac{5\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \theta \text{ مجموع مقادیر } = \frac{4\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} = \frac{9\pi}{3} = 3\pi$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۵۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

۷۷-

(آرش رحیمی)

بیشترین مقدار تابع $y = a \cos bx$ ($b \neq 0$) برابر $|a|$ و کمترین مقدار برابر

$$\Rightarrow \max(d) = |-3/5| = 3/5 = \frac{3}{5}$$

$|a|$ می باشد.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

۷۸-

(کریم نصیری)

محل برخورد نمودار با محور y ها نقطه‌ی $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ است که مختصات این نقطه تنها

در ضابطه‌ی تابع‌های گزینه‌ی «۲» و «۴» صدق می‌کند. پس می‌توان گفت رفتار تابع مشابه رفتار یک نمودار سینوسی با ضریب (-2) است که دوره‌ی تناوب آن برابر

$$y = -2 \sin ax + 2 \quad T = \pi \text{ است. پس داریم:}$$

$$T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|a|} = \pi \Rightarrow |a| = 2$$

پس با توجه به گزینه‌ها، ضابطه‌ی تابع به صورت $y = -2 \sin 2x + 2$ است.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

۷۹-

(فسن نصرتی ناهوک)

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$$

$$\Rightarrow 193 = 7^2 + 9^2 - 2(7)(9) \cos \theta$$

$$\Rightarrow 193 - 130 = -2(63) \cos \theta \Rightarrow 63 = -2(63) \cos \theta$$

$$\Rightarrow \cos \theta = -\frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 120^\circ$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} ab \sin \theta = \frac{1}{2} (7)(9) \sin 120^\circ = \frac{63}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \text{مساحت متوازی‌الاضلاع} = 2S_{\Delta ABC} = 2 \left(\frac{63\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{63\sqrt{3}}{2}$$

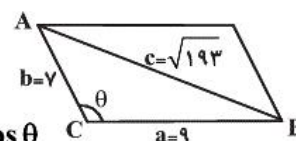
(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۴

۳

۲ ✓

۱



با توجه به تساوی داده شده، داریم:

$$a \sin B = b \cos C \Rightarrow \frac{a}{\cos C} = \frac{b}{\sin B} \quad (1)$$

از طرفی طبق رابطه‌ی سینوس‌ها در هر مثلث داریم:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \xrightarrow{(1)} \frac{a}{\sin A} = \frac{a}{\cos C}$$

$\Rightarrow \sin A = \cos C$ $\xrightarrow{A \text{ و } C \text{ حاده هستند}}$ A و C متمم یکدیگرند.

$$\Rightarrow A + C = 90^\circ \xrightarrow{B = 180^\circ - (A + C)}$$

$$B = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، ریاضی ۳، احتمال، پدیده‌های تصادفی و احتمال - ۱۳۹۵۰۶۱۲

فرض می‌کنیم A پیشامد خرابی زنجیر و B پیشامد خرابی موتور باشد.

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0/3 \times 0/1 = 0/03$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = 0/1 + 0/3 - 0/03$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = 0/37$$

(ریاضی ۳، احتمال، صفحه‌های ۶ و ۷)

۴

۳

۲

۱✓

$$999 - 99 = 900 = \text{تعداد اعداد سه رقمی}$$

$$A = \{375, 405, 435, \dots, 975\} : \text{اعداد فرد مضرب } 15 \text{ و بزرگ‌تر از } 350$$

$$n(A) = \frac{975 - 375}{30} + 1 = 20 + 1 = 21$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{21}{900} = \frac{7}{300}$$

(ریاضی ۳، احتمال، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۴

۳

۲✓

۱

۸۳-

(رسول مفسنی منش)

در این سه سکه، چهار طرف شیر و دو طرف خط وجود دارد، پس احتمال شیر آمدن برابر است با:

$$P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۳، احتمال، صفحه‌های ۱ تا ۱۳)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، ریاضی ۳ ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۸۴-

(داور پوالمسنی)

$$\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-4}{x+2} < 0 \Rightarrow \frac{(x+1)(x+2) - (x-1)(x-4)}{(x-1)(x+2)} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{8x-2}{(x-1)(x+2)} < 0$$

x	-2	$\frac{1}{4}$	1
x+2	-	+	+
x-1	-	-	+
8x-2	-	+	+
کسر	-	+	+

$$\Rightarrow \{x < -2\} \cup \left\{\frac{1}{4} < x < 1\right\}$$

هیچ عدد صحیح مثبتی در بازه‌ی فوق قرار ندارد.

(ریاضی ۳، تابع، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳

۲

۱✓

اگر مجموعه‌های داده شده را به صورت بازه بنویسیم، داریم:

$$A = [-2, 2]$$

$$B = (2, +\infty)$$

$$C = (0, +\infty)$$

$$A \cup B = [-2, +\infty)$$

$$\Rightarrow (A \cup B) \cap C = [-2, +\infty) \cap (0, +\infty) = (0, +\infty)$$

(ریاضی ۳، تابع، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\left| \frac{2+x}{2x-3} \right| > 1 \Rightarrow \frac{2+x}{2x-3} > 1 \text{ یا } \frac{2+x}{2x-3} < -1$$

$$\frac{2+x}{2x-3} > 1 \Rightarrow \frac{2+x}{2x-3} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{2+x-2x+3}{2x-3} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{-x+5}{2x-3} > 0$$

x	$\frac{3}{2}$	5
$\frac{-x+5}{2x-3}$	-	+

$$x \in \left(\frac{3}{2}, 5 \right) \quad (*)$$

$$\frac{2+x}{2x-3} < -1 \Rightarrow \frac{2+x}{2x-3} + \frac{2x-3}{2x-3} < 0 \Rightarrow \frac{3x-1}{2x-3} < 0$$

x	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{2}$
$\frac{3x-1}{2x-3}$	+	-

$$x \in \left(\frac{1}{3}, \frac{3}{2} \right) \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*) \cup (**)} x \in \left(\frac{1}{3}, 5 \right) - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

(ریاضی ۳، تابع، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(یغما کلانتریان)

$$A = \frac{\cos x \cos y - \sin x \sin y + 2 \sin x \sin y}{\sin x \cos y + \cos x \sin y - 2 \sin x \cos y}$$

$$\Rightarrow A = \frac{\cos x \cos y + \sin x \sin y}{\cos x \sin y - \sin x \cos y} = \frac{\cos(x-y)}{\sin(y-x)} = \frac{\cos(y-x)}{\sin(y-x)}$$

$$y-x = -\frac{\pi}{3}$$

$$= \cot(y-x) = \cot\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

(ریاضی ۳، تابع، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

(حسن شادکام‌انور)

$$\sin 75^\circ = \sin(30^\circ + 45^\circ) = \sin 30^\circ \cos 45^\circ + \cos 30^\circ \sin 45^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

$$\cos 75^\circ = \cos(30^\circ + 45^\circ) = \cos 30^\circ \cos 45^\circ - \sin 30^\circ \sin 45^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

$$\Rightarrow \sin(-75^\circ) + 2 \cos 75^\circ$$

$$= \frac{-\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4} + \frac{2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$$

(ریاضی ۳، تابع، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

(همید علینازره)

$$x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow a^2 = 2a - 2$$

$$\Rightarrow a^2 - 2a + 2 = 0 \Rightarrow (a-1)(a-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=2 \end{cases}$$

اگر $a=1 \Rightarrow f = \{(1,1), (1,1)\} \Rightarrow$ تابع است.

اگر $a=2 \Rightarrow f = \{(2,1), (2,2)\} \Rightarrow$ تابع نیست.

به ازای مقادیر ۲ و $a \neq 1$ مؤلفه‌های اول رابطه متمایز هستند و رابطه‌ی f تابع است. از طرفی به ازای $a=1$ نیز f تابع است، پس رابطه‌ی f به ازای $a \neq 2$ تابع است.

(ریاضی ۳، تابع، صفحه‌های ۳۹ تا ۵۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$x - 11 > 0 \Rightarrow x > 11$$

$$\log_y^{(x-11)} - 3 \neq 0 \Rightarrow \log_y^{(x-11)} \neq 3 \Rightarrow x - 11 \neq 8 \Rightarrow x \neq 19$$

$$\Rightarrow D_y = (11, +\infty) - \{19\}$$

(ریاضی ۳، تابع، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۲-سوالات موازی ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

-۱۰۱

(مهری ملارمقانی)

چرخ در مدت یک دقیقه ۱۳۰ دور می‌زند، چون $\frac{۱۳۰}{۶۰} = ۲\frac{۱}{۶}$ است، پس چرخ

در مدت یک ثانیه، ۲ دور و $\frac{۱}{۶}$ دور می‌چرخد. هر دور کامل برابر ۲π رادیان

است. پس زاویه‌ی چرخش در مدت یک ثانیه برابر با

$$\left(۲ \times ۲\pi + \frac{۲\pi}{۶} = \frac{۱۳\pi}{۳} \right) \text{ است.}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۸)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۰۲

(محمدمصطفی ابراهیمی)

متحرک در هر دقیقه یک دور می‌زند. با یک تناسب ساده می‌توانیم مقدار θ را بر حسب t به دست آوریم:

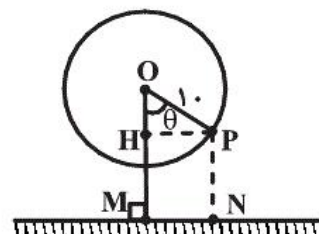
$$\frac{۶۰}{t} = \frac{۲\pi}{\theta} \Rightarrow \theta = \frac{۲\pi \times t}{۶۰} = \frac{\pi t}{۳۰}$$

با توجه به شکل زیر، ارتفاع P از سطح زمین برابر PN است:

$$\cos \theta = \frac{OH}{OP} \Rightarrow OH = ۱۰ \cos \theta$$

$$PN = HM = OM - OH$$

$$= ۱۵ - ۱۰ \cos \theta = ۱۵ - ۱۰ \cos \left(\frac{\pi t}{۳۰} \right)$$



(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۴، ۱۳۹ و ۱۴۰)

۴

۳

۲✓

۱

$$\sin^3(x) \times \cos^3(x) > 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin \text{ و } \cos \text{ هر دو مثبت اند. (ناحیه اول)} \\ \sin \text{ و } \cos \text{ هر دو منفی اند. (ناحیه سوم)} \end{cases}$$

$$\sin(x) \times \tan(x) < 0 \xrightarrow{\tan(x) > 0} \sin(x) < 0 \text{ ناحیه سوم}$$

پس انتهای کمان x در ناحیه سوم دایره ی مثلثاتی قرار دارد.

(ریاضی ۲، صفحه های ۱۲۸ تا ۱۳۴)

۴

۳✓

۲

۱

$$۱۰۲۰^\circ = ۳ \times ۳۶۰^\circ - ۶۰^\circ \Rightarrow \sin(۱۰۲۰^\circ) = -\sin ۶۰^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos ۳۱۵^\circ = \cos(۳۶۰^\circ - ۴۵^\circ) = \cos ۴۵^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$۲ \sin ۱۳۵^\circ = ۲ \sin(۱۸۰^\circ - ۴۵^\circ) = ۲ \sin ۴۵^\circ = ۲\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2}$$

$$\tan ۲۴۰^\circ = \tan(۱۸۰^\circ + ۶۰^\circ) = \tan ۶۰^\circ = \sqrt{3}$$

$$A = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{1}{2}(-\sqrt{3} + \sqrt{2})}{\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۲، صفحه های ۱۳۴ تا ۱۳۷)

۴

۳

۲✓

۱

در ناحیه چهارم، $\cos \theta > 0$ و $\sin \theta < 0$ است، در نتیجه $\sin \theta \cos \theta < 0$ است. در گزینه ی «۱» داریم:

$$\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$= -\sin \theta \cos \theta \xrightarrow{\theta \text{ ربع چهارم است}} -\sin \theta \cos \theta > 0$$

(ریاضی ۲، صفحه های ۱۲۸ تا ۱۳۷)

ر نتیجه گزینه ی «۱» درست است.

۴

۳

۲

۱✓

با استفاده از روابط مثلثاتی، حدود تابع f را پیدا می‌کنیم:

$$f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x = (\cos^2 x + \sin^2 x)(\cos^2 x - \sin^2 x)$$

$$= \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1$$

$$0 \leq \cos^2 x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 2\cos^2 x \leq 2$$

$$\Rightarrow -1 \leq 2\cos^2 x - 1 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq f(x) \leq 1$$

بنابراین اختلاف بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار این تابع برابر با $1 - (-1) = 2$ است.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۵۲)

☐ ۴ ✓

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

بیش‌ترین مقدار تابع برابر $|a|$ است، بنابراین:

$$|a| = 2 \Rightarrow a = \pm 2 \quad (1)$$

$$y = a \cos\left(\frac{\pi}{2}bx - \frac{3\pi}{2}\right) = a \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2}bx\right) = -a \sin \frac{\pi}{2}bx$$

با توجه به شکل داریم:

$$\begin{cases} \frac{3}{4}T = 2 \Rightarrow T = \frac{8}{3} \\ T = \frac{2\pi}{|\frac{\pi}{2}b|} = \frac{4}{|b|} \Rightarrow \frac{4}{|b|} = \frac{8}{3} \Rightarrow |b| = \frac{3}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{3}{2} \end{cases} \quad (2)$$

با توجه به شکل، نقطه‌ی $(2, 2)$ روی نمودار تابع قرار دارد، بنابراین: با توجه

$$y = -2 \sin \frac{3\pi}{4}x \quad \text{به (۱) و (۲) ضابطه‌ی تابع به صورت زیر است:}$$

یکی از دو حالت زیر اتفاق می‌افتد:

$$\begin{cases} a = +2 \\ b = \frac{3}{2} \Rightarrow ab = \frac{3}{2} \times (+2) = 3 \end{cases}$$

یا:

$$\begin{cases} b = -\frac{3}{2} \Rightarrow ab = 3 \\ a = -2 \end{cases}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۵۲)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ابتدا $\sin A$ را حساب می‌کنیم:

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$$

با استفاده از رابطه‌ی مساحت مثلث داریم:

$$S = \frac{1}{2}bc\sin A = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 \times \frac{4}{5} = 24$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۴

۳✓

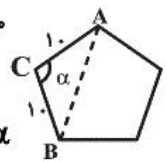
۲

۱

(کریم نصیری)

$$\text{مجموع زوایای داخلی ۵ ضلعی منتظم} = (5-2) \times 180^\circ = 540^\circ$$

$$\text{اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی ۵ ضلعی منتظم} = \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ = \alpha$$



با استفاده از رابطه‌ی کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 = 10^2 + 10^2 - 2 \times 10 \times 10 \times \cos(108^\circ) = 200 - 200 \times (-0.31)$$

$$= 200 + 62 = 262 \Rightarrow AB = \sqrt{262}$$

$$\cos 108^\circ = \cos(90^\circ + 18^\circ) = -\sin 18^\circ = -0.31$$

توجه:

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷ و ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۴

۳✓

۲

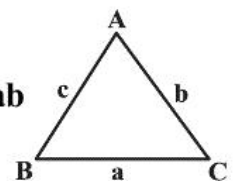
۱

(مهدی ملارمضانی)

$$((a+b)+c)((a+b)-c) = ab$$

$$\Rightarrow (a+b)^2 - c^2 = ab \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab - c^2 = ab$$

$$\Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 + ab \quad (*)$$



از طرفی در مثلث دلخواه ABC داریم:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} -2 \cos \hat{C} = 1 \Rightarrow \cos \hat{C} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \hat{C} = 120^\circ$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۴

۳

۲✓

۱

باید یک موش از سه موش سفید و سه موش از ۵ موش سیاه انتخاب کنیم.

$$P(\text{فقط یک موش سفید باشد}) = \frac{\binom{3}{1} \times \binom{5}{3}}{\binom{8}{4}} = \frac{3 \times 10}{70} = \frac{3}{7}$$

(ریاضی ۳، احتمال، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به این که می‌دانیم حداقل یکی از فرزندان دختر است، فضای

نمونه‌ای به صورت زیر خواهد بود:

$$S = \{gbb, bgb, bbg, gbg, ggb, bgg, ggg\}$$

$$\Rightarrow n(S) = 7$$

پیشامد حداقل ۲ دختر یعنی ۲ دختر یا ۳ دختر. بنابراین پیشامد به صورت

زیر است:

$$A = \{ggb, bgg, gbg, ggg\} \Rightarrow n(A) = 4$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{7}$$

(ریاضی ۳، احتمال، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

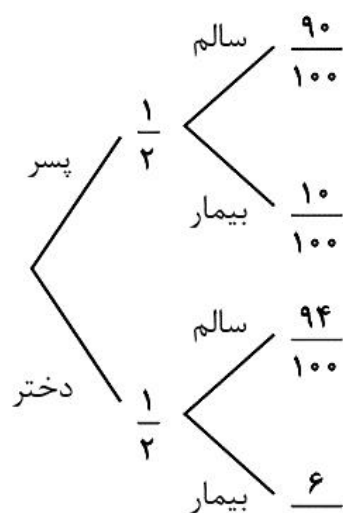
۴ ✓

۳

۲

۱

فرزندی که به دنیا می‌آید پسر است یا دختر. به نمودار زیر توجه کنید.



$$P(\text{فرزند سالم}) = P(\text{پسر و سالم}) + P(\text{دختر و سالم})$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{90}{100} + \frac{1}{2} \times \frac{94}{100} = 0.92$$

(ریاضی ۳، احتمال، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، ریاضی ۳-گواه ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

(کتاب آبی)

$$(1) 3x - 1 \geq \frac{1}{2} \Rightarrow 3x \geq \frac{3}{2} \Rightarrow x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow A = [\frac{1}{2}, +\infty)$$

$$(2) 4x - \frac{3}{2} < 5 \Rightarrow 4x < \frac{13}{2} \Rightarrow x < \frac{13}{8} \Rightarrow B = (-\infty, \frac{13}{8})$$

$$(3) x^2 - 4 \leq 0 \Rightarrow |x| \leq 2 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} C = \{-2, -1, 0, +1, +2\}$$

$$\Rightarrow (A \cap B) - C = [\frac{1}{2}, \frac{13}{8}) - \{1\}$$

(ریاضی ۳، تابع، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

۴

۳

۲

۱✓

توجه کنید که $x \neq 2$ و $x \neq -2$ ، زیرا ریشه‌های مخرج هستند،

با ضرب طرفین معادله در ک.م.م مخرج‌ها $((x-2)(x+2))$ داریم:

$$(x-2)^2 + x(x+2) = 8$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 2x + 4 = 8 \Rightarrow 2x^2 - 2x - 4 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1, x = 2$$

$x = 2$ قابل قبول نیست، پس $x = -1$ جواب معادله بوده و معادله فقط

یک جواب دارد.

(ریاضی ۳، تابع، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

(کتاب آبی)

چون $1 + x^4 > 0$ است، می‌توانیم طرفین نامساوی را بدون تغییر جهت آن

در $(1 + x^4)$ ضرب کنیم:

$$\frac{x^2}{1+x^4} \leq \frac{1}{2} \Rightarrow 2x^2 \leq 1+x^4$$

$$\Rightarrow x^4 + 1 - 2x^2 \geq 0 \Rightarrow (x^2 - 1)^2 \geq 0$$
 همواره برقرار است

$$\Rightarrow \text{مجموعه‌ی جواب} = \mathbb{R}$$

(ریاضی ۳، تابع، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(سراسری تهرانی - ۶۷)

با استفاده از اتحاد $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$ خواهیم داشت:

$$\sin^2 \alpha (1 + \cot^2 \alpha) = \sin^2 \alpha \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} \right) = 1$$

(ریاضی ۳، تابع، صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

وقتی α زاویه منفرجه است، پس کمان در ناحیه دوم است و در ناحیه دوم $\cos \alpha$ و $\tan \alpha$ منفی هستند، ابتدا $\tan \alpha$ را می‌یابیم:

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{-4}{5}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{-4}{5}} = \frac{-3}{4}$$

پس:

و از آنجا:

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{1 - \frac{3}{4}}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{7}{4}} = \frac{1}{7}$$

(ریاضی ۳، تابع، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

۴

۳✓

۲

۱

دامنه‌ی تعریف تابع با ضابطه‌ی $h(x) = \log \frac{f(x)}{g(x)}$ ، بنا بر تعریف لگاریتم، برابر است با:

$$D_h = \{x \mid f(x) > 0, g(x) > 0, g(x) \neq 1\}$$

بنابراین در تابع $f(x) = \log_x(x^2 - 1)$ خواهیم داشت:

$$D_f = \{x \mid x^2 - 1 > 0, x > 0, x \neq 1\}$$

$$D_f = (x > 1 \cup x < -1) \cap (x > 0) \cap (x \neq 1)$$

یا:

پس دامنه‌ی تابع برابر است با: $D_f = (1, +\infty)$

(ریاضی ۳، تابع، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

۴✓

۳

۲

۱

برای محاسبه دامنه‌ی تابع $y = \tan u$ باید $u \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$ باشد، پس:

$$x - \frac{\pi}{4} \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x \neq k\pi + \frac{3\pi}{4}$$

(ریاضی ۲، تابع، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۵)

۴

۳✓

۲

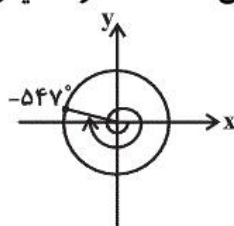
۱

ریاضی، ریاضی ۲ - گواه، مثلثات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

$-547^\circ = (-6) \times 90^\circ - 7^\circ$ و علامت منفی به معنای حرکت در جهت

حرکت عقربه‌های ساعت است، لذا انتهای کمان زاویه‌ی -547° در ناحیه‌ی

دوم، دایره‌ی مثلثاتی را قطع می‌کند.



(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۴)

۴

۳

۲✓

۱

$$\begin{cases} x_{A'} = \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y_{A'} = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_{A'} + y_{A'} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

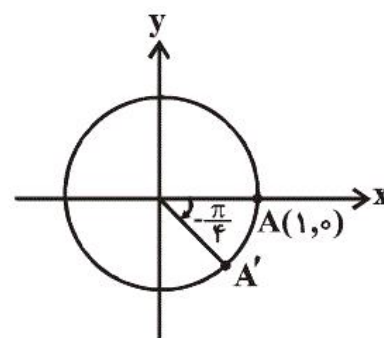
(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۴)

۴

۳

۲

۱✓



می‌دانیم:

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = \sin \theta$$

$$\cos(\pi + \theta) = -\cos \theta$$

$$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$$

$$\sin(3\pi + \theta) = \sin(2\pi + \pi + \theta) = \sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$$

(مضارب صحیح 2π را برای $\sin$ می‌توان حذف کرد)

پس کسر داده شده به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$A = \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta + \sin \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta + \cos \theta}{2 \sin \theta} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tan \theta} \right)$$

از آنجا که مقدار $\tan \theta$ داده شده، حاصل A برابر است با:

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\frac{1}{2}} \right) = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 3$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

اگر $\tan \alpha \tan \beta = 1$ و α و β حاده باشند، آن گاه $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ است، زیرا

$$\tan \alpha = \frac{1}{\tan \beta} \text{ پس:}$$

$$x - a + x + a = \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos 2x = \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به نمودار داده شده، نقطه‌ی $(0, 3)$ روی این تابع قرار دارد. پس:

$$y = a + \sin(b\pi x) \xrightarrow{(0, 3) \in \text{تابع}} 3 = a + \sin 0 \Rightarrow a = 3$$

از طرفی با توجه به نمودار تابع واضح است که دوره‌ی تناوب این تابع برابر $4 - 1 = 4$ است، پس:

$$T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = 4 \Rightarrow 2\pi = 4|b|\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

اما $b = \frac{1}{2}$ قابل قبول نیست، زیرا در این حالت داریم:

$$f(x) = 3 + \sin \frac{\pi}{2} x \xrightarrow{x=1} f(1) = 3 + \sin \frac{\pi}{2} = 4$$

که طبق نمودار، $f(1) < 3$ ، لذا $b = -\frac{1}{2}$ است، بنابراین:

$$f(x) = 3 + \sin\left(-\frac{\pi}{2} x\right) = 3 - \sin \frac{\pi}{2} x$$

$$\xrightarrow{x=\frac{25}{3}} f\left(\frac{25}{3}\right) = 3 - \sin \frac{25\pi}{6} = 3 - \sin\left(4\pi + \frac{\pi}{6}\right) \\ = 3 - \sin \frac{\pi}{6} = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

اگر $x \in [-1, 1]$ ، آنگاه:

$$-1 \leq x \leq 1 \Rightarrow -3\pi \leq -3\pi x \leq 3\pi$$

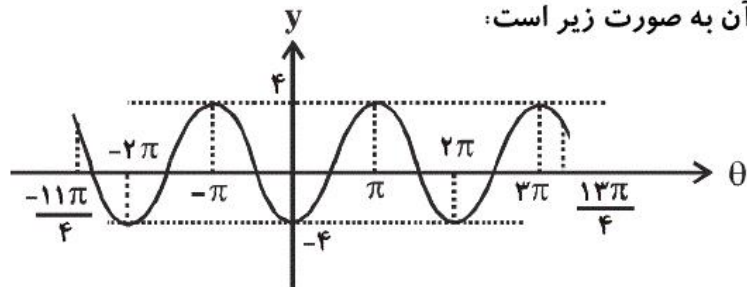
$$\Rightarrow \frac{\pi}{4} - 3\pi \leq \frac{\pi}{4} - 3\pi x \leq \frac{\pi}{4} + 3\pi$$

$$\Rightarrow \frac{-11\pi}{4} \leq \frac{\pi}{4} - 3\pi x \leq \frac{13\pi}{4}$$

حال با در نظر گرفتن $\frac{\pi}{4} - 3\pi x = \theta$ ، ضابطه‌ی تابع مفروض سؤال، به صورت زیر درمی‌آید:

$$y = -4 \cos \theta ; \frac{-11\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{13\pi}{4}$$

که شکل آن به صورت زیر است:



ملاحظه می‌کنید که این تابع در سه نقطه با طول‌های $\theta = -\pi$ ، $\theta = \pi$ و $\theta = 3\pi$ ، بیشترین مقدار خود را دارد.

(ریاضی ۲- صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۵۲)

۴

۳✓

۲

۱

بیش‌ترین فاصله‌ی نقطه‌ی P از سطح زمین وقتی است که $\theta = \frac{\pi}{2}$ و کم‌ترین

فاصله وقتی است که $\theta = \frac{3\pi}{2}$ باشد، پس:

$$h_{\max} = 60 + 50 = 110 \text{ m}$$

$$h_{\min} = 60 - 50 = 10 \text{ m}$$

$$\Rightarrow h_{\max} - h_{\min} = 100 \text{ m} = \text{قطر} \Rightarrow \text{شعاع} = 50 \text{ m}$$

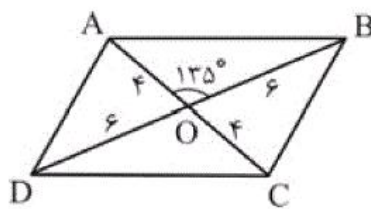
(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲✓

۱



می‌دانیم که در هر متوازی الاضلاع قطرهای همدیگر را نصف می‌کنند، پس با رسم دو قطر هر متوازی الاضلاع، چهار مثلث هم‌مساحت بدست می‌آید، بنابراین با توجه به شکل بالا، می‌توان نوشت:

$$S(ABCD) = 4S(\triangle AOB) \quad (*)$$

از طرفی می‌دانیم که مساحت هر مثلث برابرست با نصف حاصلضرب طول دو ضلع در سینوس زاویه‌ی بین آن دو ضلع، پس:

$$(*) \Rightarrow S(ABCD) = 4\left(\frac{1}{2}OA \cdot OB \cdot \sin(\hat{AOB})\right)$$

$$= 4 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 24\sqrt{2}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

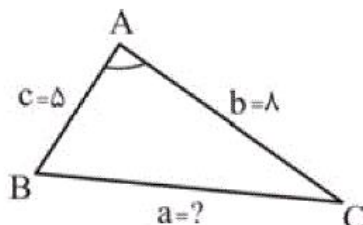
۴

۳

۲✓

۱

با توجه به شکل، خواهیم داشت:



$$S_{ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A$$

$$\Rightarrow 16 = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 \sin A$$

$$\Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}$$

با استفاده از دستور $\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$ و این‌که زوایای مثلث ABC حاده است، خواهیم داشت:

$$\cos A = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$$

حال با استفاده از رابطه‌ی کسینوس‌ها، a را می‌یابیم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\Rightarrow a^2 = 8^2 + 5^2 - 2(8)(5)\left(\frac{3}{5}\right) = 41 \Rightarrow a = \sqrt{41}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۴

۳

۲✓

۱

با انتقال $\cos^2 B$ و $\cos^2 C$ از طرف چپ به طرف راست تساوی می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}\sin^2 A &= 1 - \cos^2 B - \cos^2 C \\ \Rightarrow \sin^2 A &= 1 - \cos^2 B + 1 - \cos^2 C \\ \Rightarrow \sin^2 A &= \sin^2 B + \sin^2 C \quad (1)\end{aligned}$$

طبق رابطه‌ی سینوس‌ها، داریم:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = k$$

$$\Rightarrow a = k \sin A, b = k \sin B, c = k \sin C$$

با جایگذاری در تساوی (۱) و حذف k^2 داریم:

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

رابطه‌ی فیثاغورس بین اضلاع مثلث برقرار است، پس مثلث در رأس A ، قائمه است.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

www.kanoon.ir