



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات**

**دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور**

**دانلود نرم افزارهای ریاضیات**

...

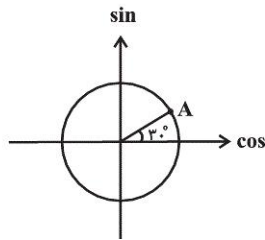
کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی ۲ ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۷۱- مطابق شکل زیر، نقطه‌ی A را روی دایره‌ی مثلثاتی در نظر می‌گیریم. اگر A به اندازه‌ی  $\frac{7\pi}{3}$  رادیان در خلاف جهت مثلثاتی روی دایره دوران کند، A' به دست می‌آید. عرض A' کدام است؟



- ۱ (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 ۲ (۲)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$   
 ۳ (۳)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 ۴ (۴)  $-\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۷۲- اگر  $-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$  و  $\cos \alpha = \frac{4-m}{5}$  باشد، حدود m کدام است؟

- ۱ (۱)  $-\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{3}{2}$   
 ۲ (۲)  $1 \leq m \leq \frac{3}{2}$   
 ۳ (۳)  $-1 \leq m \leq 1$   
 ۴ (۴)  $-1 \leq m \leq \frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۷۳- اگر زاویه‌ی  $\theta$  در موقعیت استاندارد باشد به طوری که نقطه‌ی انتهایی کمان  $\theta$  دایره‌ی مثلثاتی را در نقطه‌ی  $(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}})$  قطع کند، مقدار  $A = \sqrt{2} \sin(\pi + \theta) + \tan \theta$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{2\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{6}$   
 ۲ (۲)  $\frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{3}$   
 ۳ (۳)  $\frac{2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}}{6}$   
 ۴ (۴)  $\frac{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۷۴- هرگاه  $\tan 15^\circ = a$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{\cos 255^\circ - \cos 165^\circ}{2 \sin 75^\circ + 3 \cos 105^\circ}$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{1-a}{2-3a}$   
 ۲ (۲)  $\frac{a-1}{2-3a}$   
 ۳ (۳)  $\frac{1}{5}(a-1)$   
 ۴ (۴)  $\frac{1}{5}(1-a)$

شما پاسخ نداده اید

۷۵- اگر  $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$ ، کمان  $\alpha$  در موقعیت استاندارد و انتهای کمان  $\alpha$  در ناحیه‌ی سوم باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$   
 ۲ (۲)  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$   
 ۳ (۳)  $-\frac{\sqrt{2}}{4}$   
 ۴ (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۷۶- اگر  $\theta \in [0, 2\pi]$  باشد، مجموع مقادیری از  $\theta$  که در رابطه‌ی  $\sin \theta + \sqrt{3} = 0$  صدق می‌کنند، کدام است؟

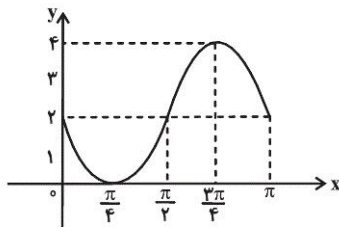
- ۱ (۱)  $\pi$   
 ۲ (۲)  $\frac{2\pi}{3}$   
 ۳ (۳)  $3\pi$   
 ۴ (۴)  $\frac{3\pi}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۷۷- وزنه‌ای به یک فنر وصل شده‌است به گونه‌ای که به طور پیوسته پایین و بالا می‌رود. تغییر مکان وزنه از نقطه‌ی تعادل پس از t ثانیه از رابطه‌ی  $d = -3/5 \cos(2\pi t)$  به دست می‌آید که d اندازه برحسب سانتی‌متر است. بیش‌ترین فاصله‌ی وزنه از نقطه‌ی تعادل چند سانتی‌متر است؟

- ۱ (۱)  $\frac{7}{2}$   
 ۲ (۲) ۷  
 ۳ (۳)  $2\pi$   
 ۴ (۴)  $1/75$

شما پاسخ نداده اید



شما پاسخ نداده اید

۷۸- نمودار مقابل، شبیه به نمودار کدام یک از توابع زیر است؟

(۱)  $y = -2 \cos x + 2$

(۲)  $y = -2 \sin 2x + 2$

(۳)  $y = -2 \cos 2x + 2$

(۴)  $y = -2 \sin \frac{x}{2} + 2$

۷۹- طول اضلاع مجاور یک متوازی‌الاضلاع ۷ و ۹ است. اگر طول قطر آن  $\sqrt{193}$  باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع کدام است؟

(۴)  $\frac{63\sqrt{3}}{8}$

(۳)  $\frac{63\sqrt{3}}{4}$

(۲)  $\frac{63\sqrt{3}}{2}$

(۱)  $63\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۸۰- در مثلث  $ABC$ ، اگر بین زوایا و اضلاع آن رابطه‌ی  $a \sin B = b \cos C$  برقرار باشد و زوایای  $A$  و  $C$  حاده باشند، آن‌گاه زاویه‌ی  $B$  چند درجه است؟ (a، b و c به ترتیب اضلاع مقابل به زاویه‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  هستند.)

(۴)  $135^\circ$

(۳)  $90^\circ$

(۲)  $120^\circ$

(۱)  $60^\circ$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، حسابان، مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۹۱- زمینی طوری طراحی شده است که توپی هر بار پس از برخورد به زمین ۲۰ درصد به ارتفاع اولیه آن اضافه می‌شود. توپی را از ارتفاع ۱۰ متری رها می‌کنیم. پس از ۸ بار برخورد به زمین، در مجموع چه مسافتی را طی کرده است؟

(۴)  $120(1/2)^8$

(۳)  $70 - 60(1/2)^8$

(۲)  $130 - 120(1/2)^8$

(۱)  $-110 + 120(1/2)^8$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، حسابان، ب.م.م و ک.م.م اعداد و چند جمله‌ای‌ها، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۹۲- بازای چند عدد طبیعی یک رقمی  $t$ ، حاصل ک.م.م دو عبارت  $\frac{t^2-1}{t-1}$  و  $\frac{t^{11}+t^{10}+t^9+\dots+1}{t^9+t^6+t^3+1}$  یک عدد سه رقمی است؟

(۴) ۷

(۳) ۸

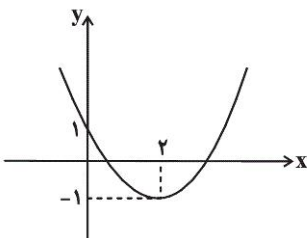
(۲) ۶

(۱) ۵

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، حسابان، ماکسیمم و مینیمم، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۹۴- با توجه به نمودار تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، کدام گزینه صحیح است؟



(۱)  $a + b + c = -\frac{1}{2}$

(۲)  $a + b + c = \frac{1}{2}$

(۳)  $a - b + c = -\frac{1}{2}$

(۴)  $a - b + c = \frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، معادلات شامل عبارات گویا و گنگ ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -  
۱۳۹۵۰۶۱۲

۹۳- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  جوابهای معادله  $x^2 + 4x - 2 = 0$  باشند، جوابهای کدامیک از معادلات زیر به صورت  $\frac{\beta^2 + 4\beta}{2\alpha}$  و  $\frac{\alpha^2 + 4\alpha}{2\beta}$  خواهد بود؟  
(۱)  $2x^2 - 4x - 1 = 0$  (۲)  $x^2 - 2x - 1 = 0$  (۳)  $2x^2 - 4x + 1 = 0$  (۴)  $x^2 + 2x - 1 = 0$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، معادلات قدرمطلق ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۹۵- اگر معادله  $|x-2| + |x+2| = 2x+k$  دارای بی‌شمار جواب باشد،  $k$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، حل نامعادلات از طریق نموداری ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -  
۱۳۹۵۰۶۱۲

۹۶- مجموعه جواب نامعادله  $\sqrt{x} \geq |x-4| - 2$  به صورت  $[a, b]$  است. بیشترین مقدار  $b-a$  کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، توابع چند ضابطه ای ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۹۸- تابع  $f(x) = |3x+4| + 2|x-2| - x$  در بازه  $(a, b)$  تابع ثابت است، در این صورت بیشترین مقدار  $(b-a)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{14}{3}$  (۳)  $\frac{8}{3}$  (۴)  $\frac{10}{3}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، معادلات و توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

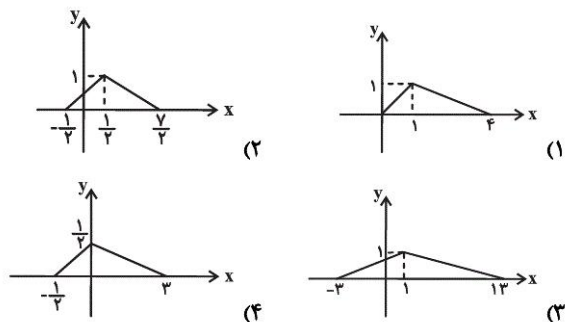
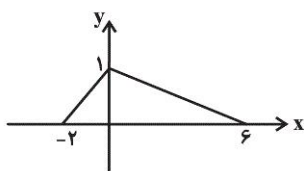
۹۷- در خصوص روابط  $y^2 + 4y + x^2 - 2x + 5 = 0$  و  $|y-1| = x(x-2)$ ، به ترتیب از راست به چپ، کدام گزینه صحیح است؟

(۱) تابع است- تابع نیست (۲) تابع نیست- تابع است  
(۳) تابع است- تابع است (۴) تابع نیست- تابع نیست

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، رسم توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۹۹- اگر تابع  $f$  به صورت زیر باشد، نمودار تابع  $y = f(2x-1)$  کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

### ریاضی ، حسابان ، جبر توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۰۰- اگر  $f = \{(1,2), (-1,3), (4,5), (2,3)\}$  و  $g = \{(-1,4), (7,2), (4,3), (0,1)\}$  باشند، تابع  $g + 2f$  کدام است؟

- (۱)  $\{(4,10), (-1,6)\}$   
 (۲)  $\{(-1,10), (4,13)\}$   
 (۳)  $\{(7,2), (4,3), (0,1)\}$   
 (۴)  $\{(-1,6), (4,8)\}$

شما پاسخ نداده اید

### ریاضی ، هندسه ی ۲ ، استدلال استقرایی و تعریف های اولیه ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۶۱۲

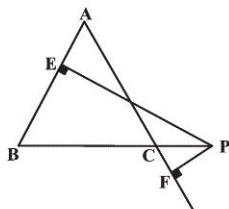
۱۴۱- طول مستطیلی از عرض آن ۶ واحد بزرگتر است. مساحت چهارضلعی که از برخورد نیمسازهای درونی زاویه های این

مستطیل ایجاد می شود، چقدر است؟

- (۱) ۹  
 (۲) ۱۸  
 (۳) ۳۶  
 (۴) ۴۸

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- در مثلث متساوی الساقین  $ABC$  ( $AB = AC = 10$ )، نقطه ی  $P$  روی امتداد قاعده چنان است که فاصله آن از ساقها به ترتیب  $PE = 10$  و  $PF = 2$



است، طول قاعده ی  $BC$  کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{5}$   
 (۲)  $5\sqrt{2}$   
 (۳)  $4\sqrt{3}$   
 (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- در یک مثلث قائم الزاویه، نیمساز وارد بر وتر، روی آن قطعاتی به طول های  $\frac{5}{2}$  و  $\frac{15}{2}$  ایجاد می کند. مساحت این مثلث کدام است؟

- (۱)  $12/5$   
 (۲) ۱۵  
 (۳) ۲۰  
 (۴)  $22/5$

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، وتر و مماس در دایره ، دایره - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۴۷- در دایره‌ای به شعاع ۵، بیش‌ترین فاصله نقاط دایره از وتری به طول ۸ کدام است؟

- (۱)  $\frac{۱۳}{۲}$
- (۲) ۷
- (۳)  $\frac{۱۵}{۲}$
- (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، قضیه های شرطی و عکس قضیه ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۶۱۲

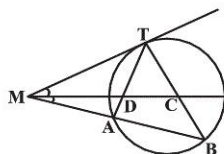
۱۴۵- در مثلث ABC، زاویه ی  $A = ۵۰^\circ$  است. کدامیک از نتیجه‌گیری‌های زیر همواره درست است؟

- (۱) ضلع BC بزرگ‌ترین ضلع است.
- (۲) ضلع BC کوچک‌ترین ضلع است.
- (۳) ضلع BC بزرگ‌ترین ضلع نیست.
- (۴) ضلع BC کوچک‌ترین ضلع نیست.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، زاویه های مرکزی، محاطی و ظلی ، دایره - ۱۳۹۵۰۶۱۲

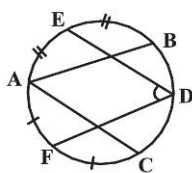
۱۴۸- در شکل زیر MT مماس بر دایره و MC نیمساز زاویه ی M می‌باشد. اگر  $\hat{TCD} = ۴۰^\circ$  باشد، زاویه ی TDM چند درجه است؟



- (۱) ۱۳۵
- (۲) ۱۴۰
- (۳) ۱۴۵
- (۴) ۱۵۰

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- در شکل مقابل E و F وسط کمان‌های  $\widehat{AB}$  و  $\widehat{AC}$  قرار دارند، اگر اندازه‌ی زاویه محاطی  $\hat{D}$  برابر  $۵۳^\circ$  باشد، اندازه‌ی زاویه محاطی A چند درجه

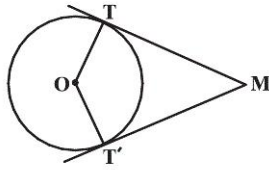


- است؟
- (۱) ۷۴
- (۲) ۷۶
- (۳) ۷۲
- (۴) ۶۸

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، مماس مشترک دو دایره ، دایره - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۴۹- در شکل زیر اندازه ی کمان  $TT'$  برابر با  $\frac{1}{3}$  محیط دایره ی  $C(O,6)$  است. اگر پاره خط های  $MT$  و  $MT'$  بر دایره مماس باشند، فاصله ی نقطه ی  $M$



از وتر  $TT'$  برابر با کدام است؟

- (۱)  $6\sqrt{3}$  (۲)  $3\sqrt{6}$   
 (۳) ۱۲ (۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، ترسیم مثلث با استفاده از خط کش و پرگار ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۴۶- چند مثلث متمایز  $ABC$  با معلومات  $BC=6$ ، میانه ی  $AM=6$ ، ارتفاع  $BH=5$  می توان رسم کرد؟

- (۱) هیچ (۲) ۱  
 (۳) ۲ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- مثلث  $ABC$  با معلوم بودن دو میانه ی  $m_b = \frac{15}{4}$ ،  $m_c = 18$  و ضلع  $a$  قابل رسم است. چند مقدار صحیح برای  $a$  وجود دارد؟

- (۱) ۸ (۲) ۹  
 (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، استقرای ریاضی ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۵۱- کوچک ترین عدد طبیعی  $m$  که به ازای آن، رابطه ی  $2\binom{n}{2} + n = n^2$ ،  $(n \geq m)$ ، همواره برقرار باشد، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲  
 (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۵۲- اگر از اصل استقرای ریاضی برای اثبات درستی عبارت  $P(n) = 4 + 7 + 10 + \dots + (3n + 1) = \frac{n}{3}(3n + 5)$  به ازای

$n \in \mathbb{N}$  استفاده شود، در مرحله ی اثبات حکم  $P(K+1)$  از فرض  $P(K)$ ، کدام تساوی باید ثابت شود؟

- (۱)  $3K^2 + 25K + 8 = (K+8)(3K+1)$  (۲)  $3K^2 + 8K + 5 = (K+1)(3K+5)$   
 (۳)  $3K^2 + 11K + 8 = (K+1)(3K+8)$  (۴)  $3K^2 + 8K = K(3K+8)$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۳- اگر  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$ ، آن گاه حاصل  $\frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \dots + \frac{1}{342}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{14}{95}$  (۲)  $\frac{81}{95}$  (۳)  $\frac{31}{43}$  (۴)  $\frac{12}{43}$

شما پاسخ نداده اید

### ریاضی ، جبر و احتمال ، استدلال استنتاجی ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۵۴- اگر  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ، همگی اعداد حقیقی مثبت باشند به گونه‌ای که  $a_1 a_2 \dots a_n = 4$ ، آن گاه کدام رابطه‌ی زیر، همواره صحیح است؟

- (۱)  $(a_1 + 1)(a_2 + 1) \dots (a_n + 1) \leq 2^n$  (۲)  $(a_1 + 1)(a_2 + 1) \dots (a_n + 1) = 2^n$   
 (۳)  $(a_1 + 1)(a_2 + 1) \dots (a_n + 1) = 2^{n+1}$  (۴)  $(a_1 + 1)(a_2 + 1) \dots (a_n + 1) \geq 2^{n+1}$

شما پاسخ نداده اید

### ریاضی ، جبر و احتمال ، قضایای شرطی و عکس آنها ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۵۵- عکس کدام یک از قضایای زیر، خود یک قضیه شرطی است؟

- (۱) مجموع دو عدد گویا، عددی گویا است.  
 (۲) اگر  $x$  گویا و  $y$  گنگ باشد، آن گاه  $(x+y)$  گنگ است.  
 (۳) اگر  $x$  و  $y$  دو عدد گویا باشند، آن گاه  $(xy)$  گویا است.  
 (۴) اگر  $x$  مضرب ۳ باشد آن گاه  $x^2$  نیز مضرب ۳ می‌باشد. ( $x \in Z$ )

شما پاسخ نداده اید

### ریاضی ، جبر و احتمال ، اصل لانه کبوتری ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۵۶- در ظرفی تعدادی مهره از ۴ رنگ سفید، سیاه، زرد و سبز وجود دارد که تعداد مهره‌ها از هر رنگ بیش از ده می‌باشد و ۳ مهره نیز از رنگ قرمز در آن هست. حداقل چند مهره از این ظرف به تصادف برداریم تا دست کم ۵ مهره‌ی هم‌رنگ بین آن‌ها باشد؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۸ (۳) ۲۴ (۴) ۱۷

شما پاسخ نداده اید

### ریاضی ، جبر و احتمال ، عضویت و زیرمجموعه بودن ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۵۷- مجموعه‌ی  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ، چند زیرمجموعه‌ی غیرتهی دارد که شامل عضو ۱ نباشد؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۳۱ (۴) ۳۲

شما پاسخ نداده اید

### ریاضی ، جبر و احتمال ، تعداد زیرمجموعه‌ها و مجموعه‌ی توانی ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۵۸- اگر به اعضای مجموعه  $A$ ، ۳ عضو جدید اضافه کنیم، تعداد اعضای مجموعه توانی  $A$ ، ۱۱۲ عضو اضافه می‌شود. مجموعه‌ی  $A$  دارای چند عضو است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶



ریاضی ، جبر و احتمال ، جبر مجموعه ها و قوانین ترکیبی ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۵۹- اگر  $A$  ،  $B$  و  $C$  ، سه مجموعهی غیرتهی باشند به طوری که  $A \subseteq C$  ، آنگاه کدام یک از موارد زیر درست می باشد؟

$A \cup B = C \cup B$  (۲)

$A \cap B = \phi$  (۱)

$A \cap C = (B \cup C) \cap A$  (۴)

$A \cap B = (A \cup C) \cap B$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۶۰- اگر  $n$  عددی طبیعی و  $A_n = [-\frac{1}{n}, \frac{n+1}{n}]$  باشد، چند عدد صحیح به  $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$  تعلق دارد؟

(۴) بی شمار

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۱ ، تشابه - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۲۱- دو مثلث متشابه اند. نسبت تشابه  $\frac{1}{4}$  و محیط مثلث بزرگ تر ۹ می باشد. اگر دو ضلع مثلث کوچک تر ۱ و  $\frac{1}{3}$  باشد، ضلع سوم مثلث کوچک تر کدام است؟

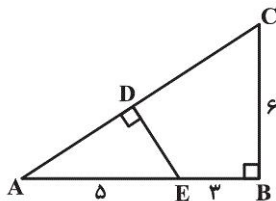
(۲)  $\frac{3}{4}$

(۱)  $\frac{3}{2}$

(۴)  $\frac{3}{8}$

(۳)  $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید



۱۲۲- در شکل مقابل مساحت مثلث ADE کدام است؟

(۲) ۶

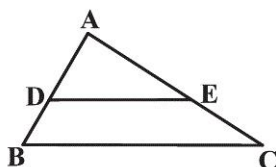
(۱) ۵

(۴) ۹

(۳) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- در شکل مقابل مساحت مثلث ADE با مساحت ذوزنقه ی DECB برابر است. نسبت  $\frac{AD}{DB}$  کدام است؟



(۲)  $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$

(۱)  $\sqrt{2}$

(۴)  $\sqrt{2}+1$

(۳) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- مثلثی به اضلاع ۵، ۱۲ و ۱۳ با مثلث دیگری به محیط ۴۵ متشابه است. مساحت مثلث دوم کدام است؟

۴۵ (۱)

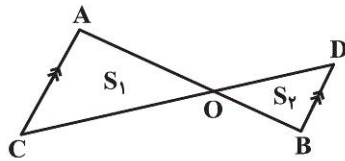
۶۰ (۲)

۱۳۵ (۴)

۶۷/۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- در شکل مقابل  $AC \parallel BD$  و  $\frac{AO}{AB} = \frac{2}{5}$  است. نسبت  $\frac{S_1}{S_2}$  کدام است؟



$\frac{4}{25}$  (۲)

$\frac{25}{4}$  (۱)

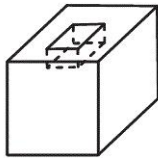
$\frac{4}{9}$  (۴)

$\frac{9}{4}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

## ریاضی، هندسه ۱، شکل‌های فضایی - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۲۶- مطابق شکل، از مکعبی به طول یال ۳، مکعب کوچکی به طول یال ۱ را بیرون آورده‌ایم. سطح کل جسم باقیمانده کدام است؟



۵۷ (۲)

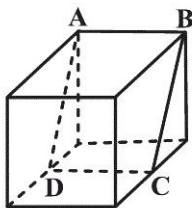
۵۴ (۱)

۵۹ (۴)

۵۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- مساحت کل مکعب شکل مقابل ۹۶ واحد مربع است. اگر C و D نقاط وسط دو یال مکعب باشند، مساحت چهارضلعی ABCD چند واحد مربع است؟



$4\sqrt{3}$  (۲)

$8\sqrt{5}$  (۱)

$4\sqrt{7}$  (۴)

$8\sqrt{3}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- قطر قاعده‌ی استوانه‌ای ۲ واحد و مساحت جانبی آن  $12\pi$  واحد مربع می‌باشد، حجم استوانه چند واحد مکعب است؟

$8\pi$  (۲)

$12\pi$  (۱)

$6\pi$  (۴)

$24\pi$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- منشور قائمی با قاعده‌ی مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۴ واحد مفروض است. اگر ارتفاع منشور،  $\frac{\sqrt{3}}{4}$  برابر ارتفاع قاعده‌ی منشور باشد، مساحت کل منشور

چقدر است؟

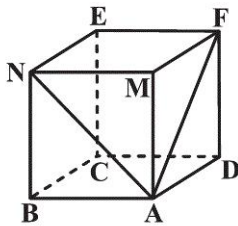
(۲)  $6(6 + 2\sqrt{3})$

(۱)  $4(9 + \sqrt{3})$

(۴)  $6(6 + \sqrt{3})$

(۳)  $4(9 + 2\sqrt{3})$

شما پاسخ نداده اید



۱۳۰- در مکعب شکل روبه‌رو، زاویه  $\hat{FAN}$  چند درجه است؟

(۲) ۳۰

(۱) ۶۰

(۴) ۴۵

(۳) ۹۰

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، مجموع جملات دنباله های حسابی و هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۸۱- مجموع هشت جمله‌ی اول از دنباله‌ی حسابی برابر ۲ و جمله‌ی یازدهم آن برابر  $10^\circ$  می‌باشد، قدرنسبت این دنباله کدام است؟

(۲)  $\frac{2}{3}$

(۱)  $\frac{1}{2}$

(۴)  $\frac{3}{4}$

(۳)  $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، تقسیم چند جمله ای ها و بخش پذیری ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۸۲- اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای  $2x^4 + mx + 2$  بر  $x + 1$  برابر ۲ باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم آن بر  $(x - 1)$  کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۴

(۲) -۶

(۱) -۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، بسط دو جمله ای و مثلث خیام پاسکال ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۸۳- ضریب جمله‌ی مستقل از  $x$  در بسط  $\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)^6$  کدام است؟

۲۴۰ (۴)

۲۳۸ (۳)

۲۳۴ (۲)

۲۳۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، معادلات شامل عبارات گویا و گنگ ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -  
۱۳۹۵۰۶۱۲

۸۴- به ازای کدام مجموعه‌ی مقادیر  $m$ ، از معادله‌ی  $x - 2\sqrt{x} + m - 1 = 0$  دو جواب متمایز برای  $x$  حاصل می‌شود؟

هیچ مقدار  $m$  (۴)

$1 \leq m < 2$  (۳)

$m < 2$  (۲)

$m \geq 1$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۶- معادله‌ی  $(x - \sqrt{x})^2 - \frac{11}{10}(x - \sqrt{x}) + \frac{1}{10} = 0$ ، چند ریشه‌ی حقیقی دارد؟

۳ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، نامعادلات کسری، گنگ و قدمطلق، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -  
۱۳۹۵۰۶۱۲

۸۵- نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4}$ ، در بازه‌ی  $(a, b)$  پایین‌تر از خط به معادله‌ی  $y = 2$  است، بیشترین مقدار  $b - a$  کدام است؟

بی‌نهایت (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، محاسبه دامنه و برد توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۸۸- دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی  $y = \sqrt{|x+1| + |x-3|} - 6$  کدام است؟

$(-2, 4)$  (۴)

$[-2, 4]$  (۳)

$\mathbb{R} - [-2, 4]$  (۲)

$\mathbb{R} - (-2, 4)$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، توابع چند ضابطه ای ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۸۷- اگر  $f(x) = \begin{cases} 1 & , x \in \mathbb{Q} \\ -1 & , x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ ، آنگاه  $f(\sqrt{2}) - 3f\left(\frac{1}{3}\right)$  برابر است با:

۲ (۴)

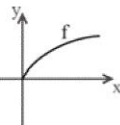
۴ (۳)

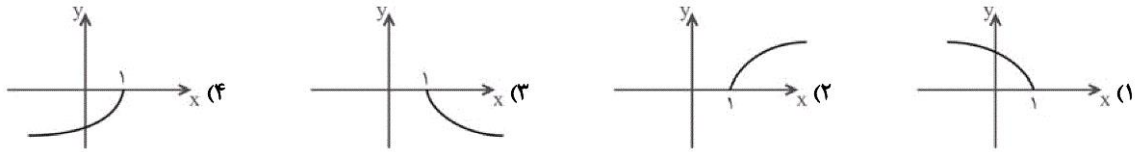
-۲ (۲)

-۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، رسم توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۸۹- هرگاه نمودار تابع  $y = f(x)$  به شکل  باشد، نمودار تابع  $y = -f(1-x)$  به کدام شکل زیر است؟



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، جبر توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۹۰- اگر  $f(x) = \begin{cases} x+1 & ; x > 0 \\ x-1 & ; x \leq 0 \end{cases}$  و  $g(x) = \begin{cases} x & ; x \geq -2 \\ x-1 & ; x < -2 \end{cases}$  حاصل  $f+2g$  به ازای  $x = f(0)$  چقدر است؟

(۱) ۲ (۲) -۴ (۳) -۶ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲- سوالات موازی ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

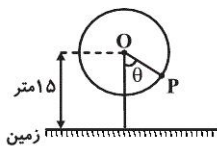
۱۱۱- یک چرخ در مدت یک دقیقه ۱۳۰ دور حول محور خود می چرخد. این چرخ در مدت یک ثانیه چند رادیان می چرخد؟

(۱)  $\frac{13\pi}{3}$  (۲)  $\frac{4\pi}{3}$  (۳)  $\frac{25\pi}{6}$  (۴)  $\frac{23\pi}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- مطابق شکل زیر، متحرک P روی دایره‌ای به شعاع ۱۰ متر در خلاف جهت عقربه‌های ساعت حرکت می کند. در لحظه  $t = 0$  متحرک در پایین ترین نقطه‌ی دایره

قرار دارد و در هر دقیقه یک دور می زند. اگر مرکز دایره از سطح زمین ۱۵ متر فاصله داشته باشد، ارتفاع P از سطح زمین بعد از t ثانیه کدام است؟



(۱)  $15 - 10 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$

(۲)  $15 - 10 \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$

(۳)  $5 + 10 \cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$

(۴)  $5 + 10 \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر  $\sin^3(x) \cos^3(x) > 0$  و  $\sin(x) \tan(x) < 0$  باشد، انتهای کمان x در کدام ناحیه‌ی دایره‌ی مثلثاتی قرار می گیرد؟

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- حاصل عبارت  $A = \frac{\sin(102^\circ) + \cos(315^\circ)}{2 \sin(135^\circ) - \tan(24^\circ)}$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴) -۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر کمان  $\theta$  در موقعیت استاندارد و انتهای آن در ناحیه‌ی چهارم محورهای مختصات باشد، کدام گزینه درست است؟

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) < 0 \quad (2)$$

$$\sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) > 0 \quad (1)$$

$$\sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) > 0 \quad (4)$$

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) > 0 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- اختلاف بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار تابع  $f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x$  چقدر است؟

۲ (۴)

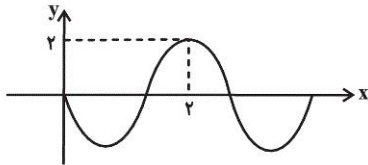
$\frac{3}{2}$  (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- اگر قسمتی از نمودار  $y = a \cos\left(\frac{\pi}{4}(bx - 3)\right)$  مطابق شکل زیر باشد،  $ab$  کدام می‌تواند باشد؟



۱ (۱)

-۱ (۲)

۳ (۳)

-۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- در مثلث  $ABC$ ،  $b = 12$  و  $c = 5$  و  $\cos A = \frac{3}{5}$  است، مساحت مثلث کدام است؟

۴۸ (۴)

۲۴ (۳)

۱۰ (۲)

۱۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- اگر مجموع زوایای داخلی یک  $n$  ضلعی منتظم از رابطه‌ی  $(n - 2) \times 180^\circ$  به دست بیاید، طول قطر یک پنج‌ضلعی منتظم به ضلع  $10$ ، کدام است؟ ( $\sin 18^\circ = \frac{1}{2}$ )

$\sqrt{15/5}$  (۴)

$\sqrt{262}$  (۳)

$\sqrt{138}$  (۲)

$15/5$  (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- بین اضلاع مثلث  $ABC$ ، رابطه‌ی  $(a + b + c)(a + b - c) = ab$  برقرار است. زاویه‌ی  $C$  چند درجه است؟

۴۵ (۴)

۱۵۰ (۳)

۱۲۰ (۲)

۶۰ (۱)

شما پاسخ نداده اید

## ریاضی، هندسه‌ی ۱- سوالات موازی، تشابه - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۳۱- مثلثی به اضلاع  $2x$ ،  $3x - 2$  و  $x + 2$  و مساحت  $4\sqrt{3}$  با مثلثی به مساحت  $16\sqrt{3}$  و محیط ۲۴ متشابه است.

$x$  کدام است؟

$\sqrt{3}$  (۲)

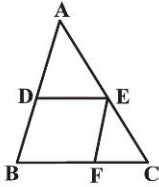
$\sqrt{2}$  (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- در شکل مقابل متوازی‌الاضلاع و  $\frac{AE}{CE} = \frac{4}{3}$  است، مساحت متوازی‌الاضلاع چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟



(۲)  $\frac{27}{49}$

(۱)  $\frac{25}{49}$

(۴)  $\frac{24}{49}$

(۳)  $\frac{22}{49}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- محیط یکی از دو مثلث متشابه، چهار برابر دیگری است. اگر مجموع مساحت‌های این دو مثلث برابر ۱۳۶ باشد، مساحت مثلث بزرگ‌تر کدام است؟

(۲) ۱۲۰

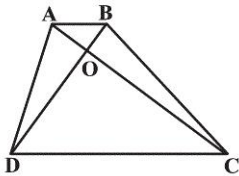
(۱) ۱۲۸

(۴) ۱۰۴

(۳) ۱۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- در دوزنقه ABCD شکل مقابل قاعده‌ی بزرگ چهار برابر قاعده کوچک است. مساحت مثلث AOB چه کسری از مساحت دوزنقه ABCD است؟



(۲)  $\frac{1}{24}$

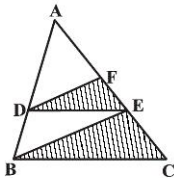
(۱)  $\frac{1}{50}$

(۴)  $\frac{1}{16}$

(۳)  $\frac{1}{25}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- در شکل مقابل  $DE \parallel BC$  و  $DF \parallel BE$ . اگر  $\frac{S(DEF)}{S(BEC)} = \frac{4}{25}$  آن‌گاه حاصل  $\frac{S(ADF)}{S(BDE)}$  کدام است؟



(۲)  $\frac{4}{15}$

(۱)  $\frac{2}{3}$

(۴)  $\frac{2}{5}$

(۳)  $\frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

## ریاضی، هندسه‌ی ۱- سوالات موازی، شکل‌های فضایی - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۳۶- مکعب مستطیلی به ابعاد  $2a$ ،  $2a$  و  $3a$  و به حجم ۳۲۴ مفروض است. اگر مساحت کل مکعب مستطیل با مساحت کل یک مکعب برابر باشد، طول قطر

مکعب کدام است؟

(۲) ۹

(۱)  $9\sqrt{3}$

(۴) ۱۲

(۳)  $12\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

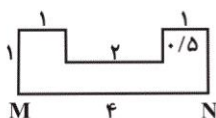
۱۳۷- در یک مکعب مستطیل، طول قطرهای وجوه آن، برابر  $\sqrt{13}$ ،  $\sqrt{13}$  و  $3\sqrt{2}$  است، طول قطر مکعب برابر کدام است؟

(۱)  $2\sqrt{22}$  (۲)  $4\sqrt{2}$

(۳) ۸ (۴)  $\sqrt{22}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- اگر شکل روبه‌رو را حول ضلع MN دوران دهیم، حجم شکل حاصل کدام است؟



(۱)  $3/5\pi$  (۲)  $4\pi$

(۳)  $7\pi$  (۴)  $2/5\pi$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- حجم یک استوانه قائم  $54\pi$  واحد مکعب و ارتفاع آن دو برابر شعاع قاعده است. مساحت کل استوانه چند واحد مربع است؟

(۱)  $36\pi$  (۲)  $48\pi$

(۳)  $54\pi$  (۴)  $64\pi$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- حجم یک منشور قائم که قاعده‌ی آن، یک مثلث متساوی‌الساقین است، برابر ۶۰۰ واحد مکعب و یکی از وجوه جانبی آن که از دو وجه دیگر کوچک‌تر است،

مربعی به ضلع ۱۰ واحد می‌باشد. مساحت کل این منشور، چند واحد مربع است؟

(۱) ۳۶۰ (۲) ۴۲۰

(۳) ۴۸۰ (۴) ۵۴۰

شما پاسخ نداده اید

## ریاضی ، ریاضی ۲-گواه ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۰۱- انتهای کمان زاویه‌ی  $\theta = -547^\circ$ ، دایره‌ی مثلثاتی را در کدام ناحیه قطع می‌کند؟ ( $\theta$  در موقعیت استاندارد است.)

- (۱) اول (۲) دوم  
(۳) سوم (۴) چهارم

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- نقطه‌ی  $A(1,0)$ ، روی دایره‌ی مثلثاتی به اندازه‌ی  $\frac{9\pi}{4}$  رادیان در جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران می‌کند تا به نقطه‌ی  $A'$  برسد. مجموع طول و

عرض نقطه‌ی  $A'$  کدام است؟

(۱) صفر (۲)  $\sqrt{2}$  (۳)  $-\sqrt{2}$  (۴)  $2\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید



۱۰۳- اگر  $\tan \theta = 0/2$  باشد، مقدار  $\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} + \theta) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)}$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲)  $1/2$  (۳) ۲ (۴) ۳

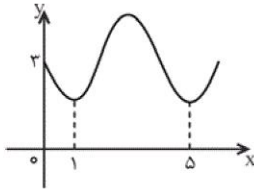
شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر  $\tan(x-a)\tan(x+a) = 1$  و هر دو زاویه  $x+a$  و  $x-a$  حاده باشند، آنگاه  $\cos 2x$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار تابع  $y = a + \sin(b\pi x)$  است. مقدار  $y$  در نقطه‌ی  $x = \frac{25}{3}$  کدام است؟



- (۱) ۲ (۲)  $2/5$  (۳) ۳ (۴)  $3/5$

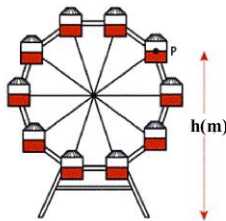
شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- نمودار تابع به معادله‌ی  $y = -4 \cos\left(\frac{\pi}{4} - 3\pi x\right)$  روی بازه‌ی  $[-1, 1]$ ، در چند نقطه بیشترین مقدار را دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- در چرخ و فلک شکل زیر،  $h$  ارتفاع (به متر) نقطه‌ی  $P$  بالای سطح زمین و  $\theta$  (به رادیان) زاویه‌ی آن با محور  $x$  ها می‌باشد که ارتفاع  $h$  از رابطه‌ی



$$h(\theta) = 60 + 50 \sin \theta$$

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۵۰ (۳) ۲۵ (۴) ۷۵

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- در متوازی‌الاضلاعی اندازه‌ی دو قطر ۱۲ و ۸ واحد و زاویه‌ی بین دو قطر ۱۳۵ درجه است. مساحت متوازی‌الاضلاع چند برابر  $\sqrt{2}$  است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- مساحت مثلث  $ABC$  با زوایای حاده برابر ۱۶ است. اگر  $b = 8$  و  $c = 5$  باشد، اندازه‌ی ضلع  $a$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{39}$  (۲)  $\sqrt{41}$  (۳)  $3\sqrt{5}$  (۴)  $5\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- در مثلث  $ABC$ ، رابطه‌ی  $\sin^2 A + \cos^2 B + \cos^2 C = 2$  برقرار است. زاویه‌ی  $A$  کدام است؟

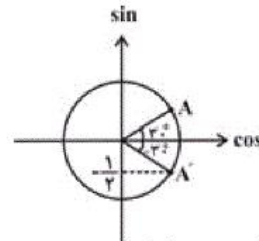
- (۱)  $\frac{\pi}{2}$  (۲)  $\frac{\pi}{3}$  (۳)  $\frac{\pi}{4}$  (۴)  $\frac{\pi}{6}$

شما پاسخ نداده اید

-۷۱

(صیین مایبلو)

$$\text{رادیان } \frac{7\pi}{3} = 2\pi + \frac{\pi}{3}$$



یعنی اگر روی دایره ی مثلثاتی در جهت حرکت عقربه های ساعت به اندازه ی  $\frac{\pi}{3}$  رادیان حرکت کنیم، نقطه ی  $A'$  به دست می آید. با توجه به دایره ی مثلثاتی عرض

نقطه ی  $A'$  برابر با  $\sin(-30^\circ)$  است که مقدار آن برابر با  $-\frac{1}{2}$  است.

(ریاضی ۲ - صفحه های ۱۲۲ تا ۱۳۴)

۴

۳

۲

۱

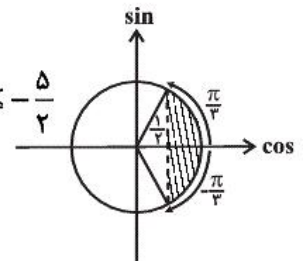
-۷۲

(غلامرضا علی)

$$-\frac{\pi}{3} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq \cos \alpha \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \leq \frac{4-m}{5} \leq 1 \Rightarrow \frac{5}{2} \leq 4-m \leq 5 \Rightarrow -5 \leq m-4 \leq -\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow -1 \leq m \leq \frac{3}{2}$$



(ریاضی ۲ - صفحه های ۱۲۸ تا ۱۳۴ و ۱۴۰)

۴

۳

۲

۱

-۷۳

(مهمربیرایی)

با توجه به مختصات نقاط انتهای کمان  $\theta$ ، نسبت های مثلثاتی این زاویه را به دست می آوریم:

$$\sin(\pi + \theta) = -\sin \theta = -\left(-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \quad \text{و} \quad \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = -\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \sqrt{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3} - \sqrt{2} = \frac{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{3}$$

(ریاضی ۲ - صفحه های ۱۲۸ تا ۱۳۷)

۴

۳

۲

۱

(همید علیزاده)

$$\frac{\cos(27^\circ - 15^\circ) - \cos(18^\circ - 15^\circ)}{2 \sin(9^\circ - 15^\circ) + 3 \cos(9^\circ + 15^\circ)} = \frac{-\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{2 \cos 15^\circ - 3 \sin 15^\circ}$$

صورت و مخرج کسر را بر  $\cos 15^\circ$  تقسیم می‌کنیم:

$$\Rightarrow \frac{-\tan 15^\circ + 1}{2 - 3 \tan 15^\circ} = \frac{1 - a}{2 - 3a}$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

(هاری پلاور)

$$\sin\left(\frac{17\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\left(8\pi + \frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\cos(3\pi + \alpha) = \cos(2\pi + \pi + \alpha) = \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\tan\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) = \tan\left(2\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \tan\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = -\cot \alpha$$

$$\Rightarrow A = \cos \alpha - \cos \alpha + \cot \alpha = \cot \alpha$$

چون انتهای کمان  $\alpha$  در ناحیه سوم دستگاه مختصات قرار دارد،  $\sin \alpha$  منفی است، پس:

$$\cos \alpha = -\frac{1}{3} \text{ و } \sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$$

$$= -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\sqrt{\frac{8}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهمد بهیرایی)

$$2 \sin \theta + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow \sin \theta = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$\theta \in [0, 2\pi] \rightarrow \theta = \frac{4\pi}{3} \text{ و } \frac{5\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \theta \text{ مجموع مقادیر } \theta = \frac{4\pi}{3} + \frac{5\pi}{3} = \frac{9\pi}{3} = 3\pi$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۵۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(آرش رحیمی)

بیشترین مقدار تابع  $y = a \cos bx$  ( $b \neq 0$ ) برابر  $|a|$  و کمترین مقدار برابر

$$\Rightarrow \max(d) = |-3/5| = 3/5 = \frac{3}{5} \quad |a| \text{ می‌باشد.}$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(کریم نصیری)

محل برخورد نمودار با محور  $y$  ها نقطه‌ی  $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$  است که مختصات این نقطه تنها در ضابطه‌ی تابع‌های گزینده‌ی «۲» و «۴» صدق می‌کند. پس می‌توان گفت رفتار تابع مشابه رفتار یک نمودار سینوسی با ضریب  $(-2)$  است که دوره‌ی تناوب آن برابر  $T = \pi$  است. پس داریم:

$$T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|a|} = \pi \Rightarrow |a| = 2$$

پس با توجه به گزینه‌ها، ضابطه‌ی تابع به صورت  $y = -2 \sin 2x + 2$  است.

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(فسن نصرتی تاهوک)

-۷۹

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta$$

$$\Rightarrow 193 = 7^2 + 9^2 - 2(7)(9) \cos \theta$$

$$\Rightarrow 193 - 130 = -2(63) \cos \theta \Rightarrow 63 = -2(63) \cos \theta$$

$$\Rightarrow \cos \theta = -\frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 120^\circ$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} ab \sin \theta = \frac{1}{2} (7)(9) \sin 120^\circ = \frac{63}{2} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

$$\Rightarrow \text{مساحت متوازی‌الاضلاع} = 2S_{\Delta ABC} = 2 \left( \frac{63\sqrt{3}}{4} \right) = \frac{63\sqrt{3}}{2}$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

(فریدون ساعتی)

-۸۰

با توجه به تساوی داده شده، داریم:

$$a \sin B = b \cos C \Rightarrow \frac{a}{\cos C} = \frac{b}{\sin B} \quad (1)$$

از طرفی طبق رابطه‌ی سینوس‌ها در هر مثلث داریم:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \xrightarrow{(1)} \frac{a}{\sin A} = \frac{a}{\cos C}$$

$$\Rightarrow \sin A = \cos C \xrightarrow{A \text{ و } C \text{ حاده هستند.}} A + C = 90^\circ$$

$$\Rightarrow A + C = 90^\circ \xrightarrow{B = 180^\circ - (A+C)} B = 90^\circ$$

$$B = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی، حسابان، مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

-۹۱

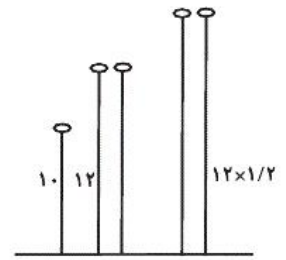
(امیر هوشنگ فمسه)

طول مسیر سقوط در مرحله ی اول = ۱۰

$$\text{طول مسیر سقوط در مرحله ی دوم} = 10 \times \frac{20}{100} + 10 = 12$$

$$\text{طول مسیر سقوط در مرحله ی سوم} = 12 \times \frac{20}{100} + 12$$

$$= 12 \left( \frac{20}{100} + 1 \right) = 12 \times 1/2$$



با توجه به شکل، در برخورد اول یک بار و در هفت برخورد بعدی توپ ۲ بار هر مسیر (مسیر رفت و برگشت) را طی کرده است پس:

$$10 + 2(12) + 2(12 \times 1/2) + \dots \Rightarrow 10 + 2 \left( 12 \times \frac{1 - (1/2)^7}{1 - 1/2} \right) = -110 + 120(1/2)^7$$

(مسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - صفحه های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، حسابان، ب.م.م و ک.م.م اعداد و چند جمله ای ها، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات

- ۱۳۹۵۰۶۱۲

-۹۲

(امیر هوشنگ فمسه)

با استفاده از اتحاد مزدوج، حاصل عبارت  $\frac{t^2 - 1}{t - 1}$  برابر با  $t + 1$  است. صورت و

مخرج کسر دیگر، دنباله ی هندسی با جمله ی اول  $a_1 = 1$  و قدرنسبت های  $q = t$

و  $q = t^3$  است. داریم:

$$S_n = a_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} \Rightarrow \frac{t^1 + t^0 + \dots + 1}{t^1 + t^2 + t^3 + 1} = \frac{1 \times \frac{1 - t^4}{1 - t}}{1 \times \frac{1 - (t^3)^4}{1 - t^3}} = \frac{1 - t^4}{1 - t} = 1 + t + t^2$$

پس باید ک.م.م  $1 + t + t^2$  و  $t + 1$  را محاسبه کنیم که برابر است با ضرب

آن ها یعنی:  $(t + 1)(t^2 + t + 1) = t^3 + 2t^2 + 2t + 1$  ک.م.م:

$$\Rightarrow 1000 \leq t^3 + 2t^2 + 2t + 1 < 10000$$

$$\Rightarrow 99 \leq t(t^2 + 2t + 2) < 999 \Rightarrow 99 \leq t((t + 1)^2 + 1) < 999$$

واضح است که اگر  $t$  برابر ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ باشد، کمم یک عدد سه رقمی است.

(مسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - صفحه های ۲ تا ۶ و ۱۱ تا ۱۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی، حسابان، ماکسیم و مینیمم، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

(ابراهیم نیفی)

$$f(0) = 1 \Rightarrow c = 1$$

$$\text{طول رأس سهمی} : \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow 4a + b = 0$$

$$\text{عرض رأس سهمی} : f(2) = -1 \Rightarrow 4a + 2b + 1 = -1$$

$$\Rightarrow 4a + 2b = -2 \Rightarrow 2a + b = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a + b = 0 \\ 2a + b = -1 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow b = -2 \Rightarrow a + b + c = \frac{1}{2} + (-2) + 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

(مسابان - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، حسابان، معادلات شامل عبارات گویا و گنگ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات -  
۱۳۹۵۰۶۱۲

(محمدمصطفی ابراهیمی)

چون  $\alpha$  و  $\beta$  جواب‌های معادله‌ی  $x^2 + 4x - 2 = 0$  هستند، پس در معادله صدق

می‌کنند. پس  $\alpha^2 + 4\alpha - 2 = 0$  است یعنی  $\alpha^2 + 4\alpha = 2$  می‌شود و به طور مشابه

$\beta^2 + 4\beta = 2$  به دست می‌آید. بنابراین جواب‌های معادله‌ی جدید به صورت

$$\frac{2}{2\alpha} = \frac{1}{\alpha} \text{ و } \frac{2}{2\beta} = \frac{1}{\beta} \text{ خواهد بود.}$$

معادله‌ی درجه دومی که جواب‌های آن معکوس جواب‌های معادله‌ی  $ax^2 + bx + c = 0$

باشد، به صورت  $cx^2 + bx + a = 0$  است. پس معادله‌ی مطلوب به صورت

$$-2x^2 + 4x + 1 = 0 \text{ یا } 2x^2 - 4x - 1 = 0 \text{ است.}$$

(مسابان - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، حسابان، معادلات قدرمطلق، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

برای این‌که معادله‌ی  $|x-2| + |x+3| = 2x+k$  دارای بیشمار جواب باشد،

باید  $2x+k = 2x+1$  باشد، یعنی  $k=1$  است.

(مسابان - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹)

۴

۳

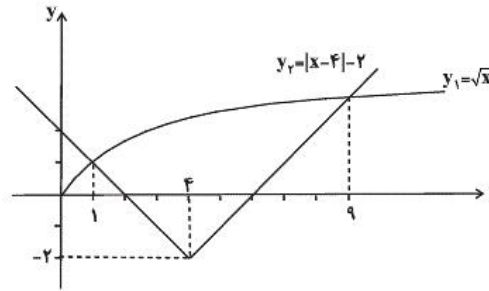
۲

۱ ✓

ریاضی، حسابان، حل نامعادلات از طریق نموداری، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات -  
۱۳۹۵۰۶۱۲

(مفهم مصطفی ابراهیمی)

نمودار توابع  $y_1 = \sqrt{x}$  و  $y_2 = |x-4|-2$  را رسم می‌کنیم و نقاط برخورد آنها را محاسبه می‌کنیم.



دو تابع در نقاطی به طول  $x=9$  و  $x=1$  با هم برخورد می‌کنند. با توجه به شکل در بازه  $[1, 9]$ ،  $y_1$  بالاتر یا مساوی با  $y_2$  قرار می‌گیرد، پس مجموعه جواب نامساوی، بازه  $[1, 9]$  است یعنی  $b-a=9-1=8$ .

(مسئله - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹)

- ۱  ۲  ۳  ۴

ریاضی ، حسابان ، توابع چند ضابطه ای ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

(فریدون ساعتی)

$$\begin{cases} 3x+4=0 \Rightarrow x=-\frac{4}{3} \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases} \quad \begin{array}{c|cc} x & -\frac{4}{3} & 2 \\ \hline 3x+4 & - & + \\ x-2 & - & + \end{array}$$

$$f(x) = \begin{cases} -3x-4-2x+4-x & ; x < -\frac{4}{3} \\ 3x+4+2(2-x)-x & ; -\frac{4}{3} \leq x \leq 2 \\ 3x+4+2x-4-x & ; x > 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} -6x & ; x < -\frac{4}{3} \\ 8 & ; -\frac{4}{3} \leq x \leq 2 \\ 4x & ; x > 2 \end{cases}$$

بنابراین تابع در بازه  $(-\frac{4}{3}, 2)$  تابع ثابت است، یعنی:

$$(a, b) = (-\frac{4}{3}, 2) \Rightarrow \max(b-a) = 2 - (-\frac{4}{3}) = \frac{10}{3}$$

(مسئله - تابع - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷، ۵۰ و ۵۱)

- ۱  ۲  ۳  ۴

ریاضی ، حسابان ، معادلات و توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

(ابراهیم نبفی)

$$y^2 + 4y + x^2 - 2x + 5 = 0 \Rightarrow (y^2 + 4y + 4) + (x^2 - 2x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow (y+2)^2 + (x-1)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases}$$

این رابطه نشان دهنده‌ی یک نقطه است با مختصات  $(1, -2)$  که تابع است.

$$-1 - |y| = x(x-2) \Rightarrow -|y| = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow -|y| = (x-1)^2$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + |y| = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases}$$

این رابطه نیز نشان دهنده‌ی یک نقطه است با مختصات  $(1, 0)$  که تابع است.

(مسئله‌ها - تابع - صفحه‌ها ۵۱ تا ۵۴)

۴

۳ ✓

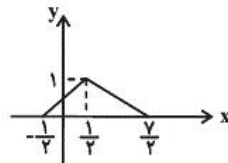
۲

۱

ریاضی ، حسابان ، رسم توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

(موری ملارمضائی)

برای رسم نمودار تابع  $y = f(2x-1)$  ، می‌بایست  $x$  های تابع  $y = f(x)$  را ابتدا یک واحد به سمت راست منتقل کنیم و سپس نمودار را در راستای محور  $x$  ها با



ضریب  $\frac{1}{2}$  منقبض می‌کنیم.

$$f(t) \rightarrow -2 \leq t \leq 6 \xrightarrow{f(2x-1)} -2 \leq 2x-1 \leq 6$$

$$\Rightarrow -1 \leq 2x \leq 7 \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2}$$

(مسئله‌ها - تابع - صفحه‌های ۵۳ تا ۵۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، حسابان ، جبر توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

(موری ملارمضائی)

$$g = \{(-1, 4), (7, 2), (4, 3), (0, 1)\} \Rightarrow D_g = \{-1, 7, 4, 0\}$$

$$2f = \{(1, 4), (-1, 6), (4, 10), (2, 6)\} \Rightarrow D_{(2f)} = \{1, -1, 4, 2\}$$

$$D_g \cap D_{(2f)} = \{-1, 4\} \text{ و } g + 2f = \{(-1, 10), (4, 13)\}$$

(مسئله‌ها - تابع - صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، استدلال استقرایی و تعریف های اولیه ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۶۱۲



می دانیم چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای درونی زاویه های هر مستطیل به اضلاع  $a$  و  $b$ ، مربعی است که اندازه ی ضلع آن از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$x = \frac{b-a}{\sqrt{2}} \Rightarrow x = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} \Rightarrow S_{\text{مربع}} = x^2 = 18$$

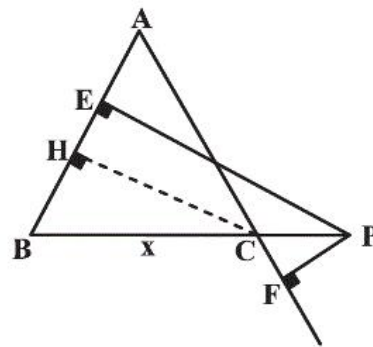
(هنر سه ۲- استرلال- صفحه های ۱۱، ۱۲ و ۲۱)

۴

۳

۲

۱



می دانیم در هر مثلث متساوی الساقین، قدرمطلق تفاضل فواصل هر نقطه ی دلخواه روی امتداد قاعده از دو ساق، برابر ارتفاع وارد بر ساق است، یعنی:

$$CH = |PE - PF| = |10 - 2| = 8$$

اما در مثلث قائم الزاویه ی  $ACH$  داریم  $AC = 10$  و  $CH = 8$ ، پس  $AH = 6$  در نتیجه:

$$AB = BH + AH \Rightarrow 10 = BH + 6 \Rightarrow BH = 4$$

$$\begin{aligned} \Delta BHC : BC^2 &= BH^2 + CH^2 \Rightarrow x^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80 \\ \Rightarrow x &= 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

(هنر سه ۲- استرلال- صفحه ی ۲۲)

۴

۳

۲

۱

از طرفی ABC یک مثلث قائم‌الزاویه است که در آن طبق قضیه فیثاغورس داریم:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$\xrightarrow{(1)} AB^2 + (3AB)^2 = \left(\frac{5}{2} + \frac{15}{2}\right)^2 = 10^2$$

$$\Rightarrow 10AB^2 = 100 \Rightarrow AB^2 = 10 \Rightarrow AB = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow AC = 3AB = 3\sqrt{10}$$

حال با داشتن اضلاع قائمه، مساحت را به دست می‌آوریم:

$$S = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{\sqrt{10} \times 3\sqrt{10}}{2} = \frac{3 \times 10}{2} = 15$$

(هندسه ۲ - استدلال - صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲

۱

ریاضی، هندسه ۲، وتر و مماس در دایره، دایره - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۴۷-

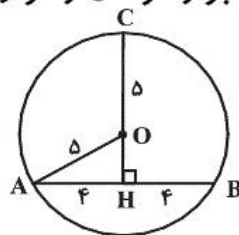
(رضا عباسی اصل)

دایره‌ی  $C(O, 5)$  و وتر  $AB$  به طول ۸ را در نظر می‌گیریم. از

$O$  بر  $AB$  عمود می‌کنیم. می‌دانیم قطر عمود بر وتر، آن وتر را

نصف می‌کند پس  $AH = BH = 4$ .

حال:



$$\triangle OAH: OH^2 = 5^2 - 4^2 = 9 \Rightarrow OH = 3$$

بیش‌ترین فاصله‌ی نقاط دایره تا  $AB$  عبارت است از:

$$CH = CO + OH = 5 + 3 = 8$$

(هندسه ۲ - دایره - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۰)

۴

۳

۲

۱

ریاضی، هندسه ۲، قضیه‌های شرطی و عکس قضیه، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۶۱۲

روشن است حداقل یکی از دو زاویه  $B$  و  $C$ ، از  $A$  بزرگ تر است، پس ضلع روبه‌رو به زاویه  $A$  یعنی  $BC$ ، بزرگ‌ترین ضلع نیست.

(هندسه ۲- استرلال- صفحه‌ی ۲۴)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، هندسه‌ی ۲، زاویه‌های مرکزی، محاطی و ظلی، دایره - ۱۳۹۵۰۶۱۲

با توجه به این که  $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ ، پس دو مثلث  $MAD$  و  $MTC$  متشابه بوده و داریم:  $\hat{M}DA = \hat{M}TC = 40^\circ$  و در نتیجه:

$$\hat{TDM} = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۵۶ تا ۶۱)

۴

۳

۲✓

۱

(مفسر طاهر شعاعی)

$$\hat{D} = 53^\circ \Rightarrow \frac{\widehat{EAF}}{2} = 53^\circ \Rightarrow \widehat{EAF} = 106^\circ$$

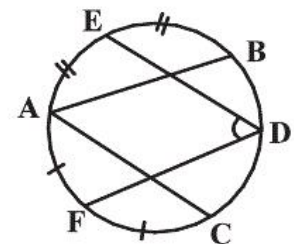
$$\Rightarrow \widehat{AE} + \widehat{AF} = 106^\circ \Rightarrow \frac{\widehat{AB}}{2} + \frac{\widehat{AC}}{2} = 106^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AB} + \widehat{AC} = 212^\circ \Rightarrow \widehat{BC} = 360^\circ - (\widehat{AB} + \widehat{AC})$$

$$= 360^\circ - 212^\circ = 148^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2} = \frac{148^\circ}{2} = 74^\circ$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)



۴

۳

۲

۱✓

(نوید مپیدی)

چون  $\widehat{TT'} = \frac{1}{3} \times 36^\circ$ ، پس  $\widehat{TT'} = 12^\circ$  و در نتیجه

$\widehat{TÔT'} = 12^\circ$ . بنابر تمرین‌های ۲ و ۳ صفحه‌ی ۵۲ کتاب درسی

هندسه ۲، OM نیمساز زاویه‌ی مرکزی  $\hat{O}$  و زاویه‌ی  $\hat{M}$  است

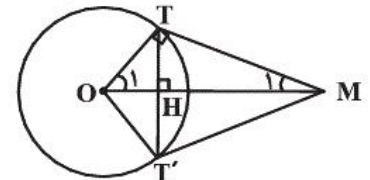
و نیز  $TT'.OM = 2R.MT$ . پس اولاً  $\hat{M}_1 = 30^\circ$  و  $\hat{O}_1 = 60^\circ$  و

ثانیاً  $MT = R\sqrt{3}$  و  $OM = 2OT = 2R$ ، از این رو خواهیم

داشت:

$$TT' = \frac{2R.MT}{OM} = \frac{2R.R\sqrt{3}}{2R} = R\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow TH = \frac{1}{2}TT' = 3\sqrt{3}$$



و بنابر رابطه‌ی فیثاغورس در مثلث MTH:

$$MH = \sqrt{MT^2 - TH^2} = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{3})^2}$$

$$= \sqrt{81} = 9$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۵۱ تا ۵۳)

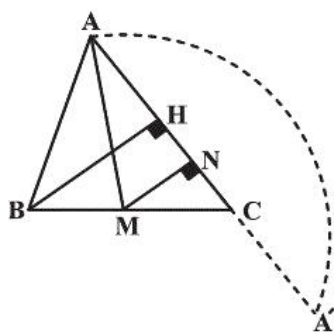
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، هندسه‌ی ۲، ترسیم مثلث با استفاده از خط کش و پرگار، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۶۱۲



فرض کنیم  $ABC$  مثلثی باشد که در آن ضلع  $BC = 6$ ، میانه  $AM = 6$  و ارتفاع  $BH = 5$  باشد. پاره خط  $MN$  را موازی ارتفاع  $BH$  رسم می‌کنیم. در مثلث  $BCH$ ، پاره خط  $MN$  وسط‌های دو ضلع را به هم وصل کرده،

بنابراین مساوی نصف ضلع سوم است،  $MN = \frac{BH}{2} = \frac{5}{2}$ . مثلث

$MCN$  با معلومات  $\hat{N} = 90^\circ$ ،  $MN = \frac{5}{2}$  و  $MC = \frac{BC}{2} = 3$

به آسانی قابل ترسیم است. پس از ترسیم این مثلث، ضلع  $CM$  را به اندازه خود امتداد می‌دهیم تا رأس  $B$  به دست آید. ضلع  $CN$  را از دو طرف امتداد می‌دهیم تا دایره به مرکز  $M$  و به شعاع  $6$  را در دو نقطه  $A$  و  $A'$  قطع کند. بنابراین، دو مثلث  $ABC$  و  $A'BC$  حاصل می‌شود.

(هندسه ۲- استرلال- صفحه‌های ۳۸ تا ۴۳)

 ۴

 ۳

 ۲

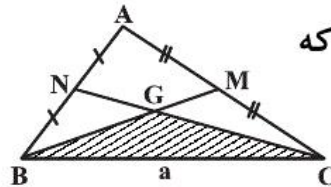
 ۱

(ممدظاهر شعاعی)

با معلومات  $m_b = \frac{15}{2}$  و  $m_c = 18$  و ضلع  $a$ ، دقیقاً می‌توان یک

مثلث مانند  $ABC$  رسم کرد زیرا مثلث  $BGC$  با معلوم بودن سه

ضلع آن یعنی  $BG = \frac{2}{3}m_b = 5$  و  $CG = \frac{2}{3}m_c = 12$  و  $a$



قابل رسم است و شرط وجود آن این است که

$$12 - 5 < a < 12 + 5 \Rightarrow 7 < a < 17$$

مقادیر صحیح  $a$  در این نامساوی ۱۶ و ... و ۹ و ۸ است که تعداد

آن‌ها دقیقاً  $9 = 16 - 8 + 1$  است.

(هندسه ۲- استدلال - صفحه‌های ۳۶ تا ۴۳)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، جبر و احتمال ، استقرای ریاضی ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۵۱-

(هسین تباره)

به‌ازای  $n = 1$ ، حاصل  $\binom{1}{2}$  معنی ندارد، اما به‌ازای مقادیر  $n = 2$ ،  $n = 3$  و ... رابطه همیشه برقرار است، پس  $m = 2$  می‌باشد.

(پیرواحتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱

۱۵۲-

(سیرمفسن فاطمی)

$$P(K) : 4 + 7 + \dots + (3K + 1) = \frac{K}{2}(3K + 5) \text{ فرض استقراء}$$

$$P(K + 1) : 4 + 7 + \dots + (3K + 1) + (3(K + 1) + 1)$$

$$= \frac{K + 1}{2}(3(K + 1) + 5) \text{ حکم استقرا}$$

اگر به طرفین فرض  $(3K + 4)$  اضافه کنیم باید درستی عبارت زیر را ثابت کنیم:

$$\frac{K}{2}(3K + 5) + (3K + 4) = \frac{K + 1}{2}(3K + 8)$$

$$\Rightarrow 3K^2 + 11K + 8 = (K + 1)(3K + 8)$$

(پیرواحتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۵ تا ۹)

۴

۳

۲

۱

-۱۵۳

(امیر هوشنگ فمسه)

با توجه به رابطه‌ی داده شده، می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \dots + \frac{1}{342} &= \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \dots + \frac{1}{18 \times 19} \\ &= \left( \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{18 \times 19} \right) - \left( \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} \right) \\ &= \frac{18}{19} - \frac{4}{5} = \frac{90 - 76}{95} = \frac{14}{95} \end{aligned}$$

(پیرواختمال - استدلال ریاضی - مشابه تمرین ۴ - صفحه‌ی ۱۲)

□۴

□۳

□۲

□۱✓

ریاضی، جبر و احتمال، استدلال استنتاجی، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۶۱۲

-۱۵۴

(امیر حسین ابومحبوب)

برای هر عدد حقیقی مثبت، رابطه‌ی  $(\sqrt{x} - 1)^2 \geq 0$  برقرار است، پس داریم:

$$(\sqrt{x} - 1)^2 \geq 0 \Rightarrow x + 1 - 2\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow x + 1 \geq 2\sqrt{x}$$

با توجه به نتیجه‌ی فوق، می‌توان نوشت:

$$a_1 + 1 \geq 2\sqrt{a_1}, a_2 + 1 \geq 2\sqrt{a_2}, \dots, a_n + 1 \geq 2\sqrt{a_n}$$

$$\Rightarrow (a_1 + 1)(a_2 + 1) \dots (a_n + 1) \geq (2\sqrt{a_1})(2\sqrt{a_2}) \dots (2\sqrt{a_n})$$

$$\Rightarrow (a_1 + 1)(a_2 + 1) \dots (a_n + 1) \geq 2^n \sqrt{a_1 a_2 \dots a_n} = 2^n \times \sqrt{4} = 2^{n+1}$$

(پیرواختمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

□۴✓

□۳

□۲

□۱

ریاضی، جبر و احتمال، قضایای شرطی و عکس آنها، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۶۱۲

-۱۵۵

(سیدوید زوالفقاری)

مثال نقض عکس قضیه‌ی گزینه‌ی «۱»:  $2 = (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2})$ مثال نقض عکس قضیه‌ی گزینه‌ی «۲»:  $3\sqrt{2} = (\sqrt{2}) + (2\sqrt{2})$ مثال نقض عکس قضیه‌ی گزینه‌ی «۳»:  $0 = 0 \times \sqrt{2}$ 

عکس قضیه‌ی گزینه‌ی «۴»:

اگر  $x^2$  مضرب ۳ باشد آن‌گاه به روش برهان خلف اثبات می‌شود که  $x$  نیز مضرب ۳ می‌باشد (برای هر  $x \in \mathbb{Z}$ )

(پیرواختمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۸)

□۴✓

□۳

□۲

□۱

ریاضی، جبر و احتمال، اصل لانه کبوتری، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۶۱۲

مهره‌ی بعدی از هر رنگ سفید، سیاه، زرد و سبز، ۴ مهره خارج شود. در نتیجه مهره‌ی بعدی از هر رنگ که باشد همان رنگ ۵ تایی خواهد شد.

$$3 + (4 \times 4 + 1) = 20$$

(پیرواحتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

ریاضی، جبر و احتمال، عضویت و زیرمجموعه بودن، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۵۷-

(سیرمسن فاطمی)

چون ۱ در زیرمجموعه‌ها نیست پس تمام زیرمجموعه‌های  $\{2, 3, 4, 5\}$  موردنظر است که می‌شود  $2^4 = 16$  اما یکی از این‌ها تهی است پس می‌شود  $16 - 1 = 15$ .

(پیرواحتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

ریاضی، جبر و احتمال، تعداد زیرمجموعه‌ها و مجموعه‌ی توانی، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه -

۱۳۹۵۰۶۱۲

۱۵۸-

(امیر هوشنگ فمسه)

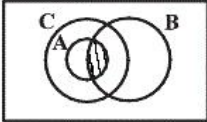
$$2^{n+3} - 2^n = 112 \Rightarrow 2^n(8-1) = 112 \Rightarrow n = 4$$

(پیرواحتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

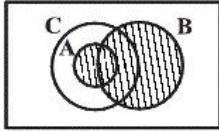
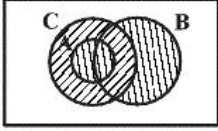
ریاضی، جبر و احتمال، جبر مجموعه‌ها و قوانین ترکیبی، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۰۶۱۲



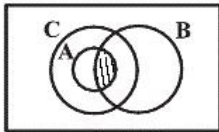
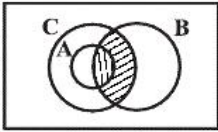
تک تک گزینه‌ها را با استفاده از نمودار ون بررسی می‌کنیم:

گزینه‌ی «۱»:   $A \cap B \Rightarrow \neq \emptyset$  ناحیه هاشورزده  $\neq \emptyset$

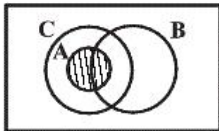
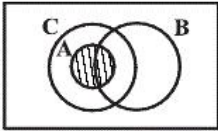
گزینه‌ی «۲»:

  $A \cup B$   $\neq$    $C \cup B$

گزینه‌ی «۳»:

  $A \cap B$   $\neq$    $(A \cup C) \cap B$

گزینه‌ی «۴»:

  $A \cap C = A$   $=$    $(B \cup C) \cap A$

(پیرواحتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۴۱ تا ۵۰)

۴

۳

۲

۱

با توجه به تعریف  $A_n$  داریم:

$$A_1 = [-1, 2], A_2 = [-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}], A_3 = [-\frac{1}{3}, \frac{4}{3}], \dots$$

واضح است که با افزایش مقدار  $n$ ، عبارت  $(-\frac{1}{n})$  به سمت صفر و عبارت

$(\frac{n+1}{n})$  به سمت یک میل می‌کند. داریم:

$$\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n = A_1 = [-1, 2]$$

که این بازه شامل اعداد صحیح  $\{-1, 0, 1, 2\}$  می‌باشد

(پیرواحتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۴

۳

۲

۱

(معمد ابراهیم گیتی زاره)

$$\text{محیط مثلث کوچک تر} = 9 \times \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$$

اگر ضلع سوم مثلث کوچک تر  $x$  باشد، آن گاه:

$$x + 1 + \frac{1}{2} = \frac{9}{4} \Rightarrow x = \frac{3}{4}$$

(هنر سهی ۱- تشابه- صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۴

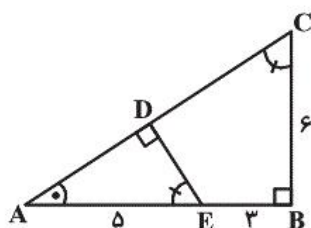
۳

۲✓

۱

(معمد طاهر شعاعی)

مثلث  $ABC$ ، قائم‌الزاویه با اضلاع ۶ و ۸ است پس وتر آن  $AC = 10$  می‌باشد.



$$\Delta ADE \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{S(\Delta ADE)}{S(\Delta ABC)} = \left(\frac{AE}{AC}\right)^2$$

$$\Rightarrow S(\Delta ADE) = \frac{6 \times 8}{2} \times \left(\frac{5}{10}\right)^2 = \frac{24}{4} = 6$$

(هنر سهی ۱- تشابه- صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۴

۳

۲✓

۱

(معمد رضا وکیل‌الرعایا)

چون  $DE \parallel BC$ ، بنابراین مثلث‌های  $ABC$  و  $ADE$  متشابه‌اند و در ضمن داریم:

$$\frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{AD}{AB}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\xrightarrow[\text{مخرج}]{\text{تفضیل در}} \frac{AD}{AB - AD} = \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{DB} = \frac{\sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} \times \frac{2 + \sqrt{2}}{2 + \sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1$$

(هنر سهی ۱- تشابه- صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۲۴

(مفسر ممدکریمی)

چون  $۱۳^۲ = ۱۲^۲ + ۵^۲$  است، پس مثلث اول قائم الزاویه است و در نتیجه مساحت آن برابر  $\frac{۵ \times ۱۲}{۲} = ۳۰$  است.

$$\frac{S}{۳۰} = \left(\frac{۴۵}{۳۰}\right)^۲ \Rightarrow \frac{S}{۳۰} = \left(\frac{۳}{۲}\right)^۲ = \frac{۹}{۴}$$

$$\Rightarrow S = ۶۷ / ۵$$

(هندسه ی ۱- تشابه- صفحه های ۹۷ تا ۱۰۲)

۴

۳✓

۲

۱

$$\triangle AOC \sim \triangle BOD \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{AO}{OB}\right)^۲ = \frac{۹}{۴}$$

(هندسه ی ۱- تشابه- صفحه های ۹۷ تا ۱۰۲)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، هندسه ی ۱ ، شکل های فضایی - ۱۳۹۵۰۶۱۲

-۱۲۶

(سروش موئینی)

سطح کل مکعب اولیه  $۶a^۲ = ۶(۳)^۲ = ۵۴$  است. با برداشتن مکعب کوچک، یک مربع به ضلع ۱ از سطح اولیه کم شده و ۵ تا سطح مربع جدید اضافه می شود.

$$۵۴ - ۱ + ۵ = ۵۸ \quad \text{سطح کل برابر است با:}$$

(هندسه ی ۱- شکل های فضایی- صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۲۷

(ممد ابراهیم گیتی زاده)

اضلاع AB و CD بر صفحه مستطیل های جانبی عمود هستند، بنابراین چهارضلعی ABCD یک مستطیل است.

$$۶a^۲ = ۹۶ \Rightarrow a = AB = ۴$$

$$BC = \sqrt{۱۶ + ۴} = ۲\sqrt{۵} \Rightarrow S = ۴ \times ۲\sqrt{۵} = ۸\sqrt{۵}$$

(هندسه ی ۱- شکل های فضایی- صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۲۸

(علیرضا شریف فطیعی)

$$S = 2\pi rh \Rightarrow 12\pi = 2 \times \pi \times 1 \times h \Rightarrow h = 6$$

$$V = \pi r^2 h = \pi \times (1)^2 \times 6 = 6\pi$$

(هندسه ۱- شکل‌های فضایی - صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۲۹

(همید گروسی)

اگر  $h$  ارتفاع منشور و  $h'$  ارتفاع قاعده‌ی منشور باشد، آن‌گاه داریم:

$$h' = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$$

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2} h' = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{3} = 3$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{قاعده}} + 2S_{\text{جانبی}}$$

$$= 3(3)(4) + 2\left(\frac{\sqrt{3}}{4} \times 4^2\right) = 36 + 8\sqrt{3} = 4(9 + 2\sqrt{3})$$

(هندسه ۱- شکل‌های فضایی - صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۱۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۳۰

(مهمد ابراهیم گیتی زاده)

اضلاع مثلث  $AFN$  اقطار مربع‌های وجوه مکعب هستند. اگر طول ضلع مربع  $a$  باشد، طول هر یک از این قطرها  $\sqrt{2}a$  است. بنابراین، مثلث  $AFN$  متساوی‌الاضلاع و هر زاویه‌ی داخلی آن  $60^\circ$  است.

(هندسه ۱- شکل‌های فضایی - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، حسابان-گواه ، مجموع جملات دنباله های حسابی و هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

می‌دانیم  $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$  ، پس :

$$\begin{cases} S_8 = 2 \\ a_{11} = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{8}{2}(2a_1 + 7d) = 2 \\ a_1 + 10d = 10 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a_1 + 14d = 1 \\ a_1 + 10d = 10 \end{cases} \Rightarrow d = \frac{3}{2} \text{ و } a_1 = -5$$

(مسابان - محاسبات تهرپی، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، حسابان-گواه ، تقسیم چند جمله ای ها و بخش پذیری ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

رابطه‌ی تقسیم را می‌نویسیم :

$$2x^4 + mx + 2 = (x+1)Q(x) + 2$$

اگر در رابطه‌ی بالا،  $x = -1$  قرار دهیم،  $m$  به دست می‌آید :

$$2(-1)^4 + m(-1) + 2 = 0 + 2 \Rightarrow m = 2$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x^4 + 2x + 2$$

$$f(1) = 2 + 2 + 2 = 6$$

باقیمانده‌ی تقسیم بر  $x-1$  برابر است با :

(مسابان - محاسبات تهرپی، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۶ تا ۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، حسابان-گواه ، بسط دو جمله ای و مثلث خیام پاسکال ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

در بسط  $(a+b)^n$  جمله‌ی  $(k+1)$  ام از فرمول  $\binom{n}{k} a^{n-k} \cdot b^k$  به دست می‌آید،

$$\binom{6}{k} (x^2)^{6-k} \cdot \left(\frac{2}{x}\right)^k = 2^k \binom{6}{k} x^{12-2k} \cdot x^{-k}$$

پس :

$$= 2^k \binom{6}{k} x^{12-3k}$$

چون جمله‌ی مستقل از  $x$  مورد نظر است، باید توان  $x$ ، صفر باشد، یعنی :

$$12 - 3k = 0 \Rightarrow k = 4$$

بنابراین ضریب جمله‌ی پنجم را می‌خواهیم :

$$2^4 \binom{6}{4} = 16 \times \frac{6!}{4!2!} = 16 \times 15 = 240$$

(مسابان - محاسبات تهرپی، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۸۴

(سراسری تهری خارج از کشور - ۸۸)

برای حل این معادله با فرض  $\sqrt{x} = t > 0$  به معادله‌ی زیر می‌رسیم:

$$t^2 - 2t + m - 1 = 0$$

اگر این معادله بخواهد دو جواب مثبت متمایز داشته باشد، باید:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \Rightarrow 4 - 4(m-1) > 0 \Rightarrow m < 2 & (1) \\ \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow \frac{m-1}{1} > 0 \Rightarrow m > 1 & (2) \\ \frac{-b}{a} > 0 \Rightarrow 2 > 0 & (3) \end{cases}$$

$$1 < m < 2$$

از اشتراک (۱) و (۲):

اما اگر  $m = 1$  باشد، به معادله‌ی  $x - 2\sqrt{x} = 0$  می‌رسیم که یک ریشه‌ی صفر و یک ریشه‌ی ۴ دارد. پس:

(مسئله - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷ و ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۸۶

(آزاد ریاضی صبح - ۸۷)

در معادله‌ی داده شده با فرض  $x - \sqrt{x} = t$  به معادله‌ی زیر می‌رسیم:

$$t^2 - \frac{11}{10}t + \frac{1}{10} = 0$$

در این معادله مجموع ضرایب صفر است، پس یک ریشه ۱ و ریشه‌ی

دیگر  $\frac{c}{a} = \frac{1}{10}$  است، بنابراین:

$$\begin{cases} x - \sqrt{x} = 1 \\ x - \sqrt{x} = \frac{1}{10} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - \sqrt{x} - 1 = 0 \\ x - \sqrt{x} - \frac{1}{10} = 0 \end{cases}$$

در هر یک از این معادلات با فرض  $\sqrt{x} = m \geq 0$  به معادله‌های زیر می‌رسیم:

$$\begin{cases} m^2 - m - 1 = 0 \\ m^2 - m - \frac{1}{10} = 0 \end{cases}$$

هر یک از این دو معادله دارای دو ریشه‌ی مختلف علامه‌اند، زیرا در هر دو  $\frac{c}{a} < 0$  است، با توجه به مثبت بودن  $m$ ، فقط مقدار مثبت آنها قابل قبول است. بنابراین برای  $m$  دو مقدار و در نتیجه دو مقدار برای  $x$  به دست می‌آید.

(مسئله - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷، ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی، حسابان-گواه، نامعادلات کسری، گنگ و قدمطلق، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات

- ۱۳۹۵۰۶۱۲

-۸۵

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۸۸)

باید نامعادله  $f(x) < 2$  را حل کنیم، پس:

$$\frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4} < 2 \Rightarrow \frac{3x^2 - 2x}{x^2 + 4} - 2 < 0$$

$$\Rightarrow \frac{3x^2 - 2x - 2x^2 - 8}{x^2 + 4} < 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 + 4} < 0$$

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، حسابان-گواه ، محاسبه دامنه و برد توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

-۸۸

(آزاد ریاضی صبح - ۸۱)

باید زیر رادیکال بزرگتر یا مساوی صفر باشد:

$$|x+1| + |x-3| - 6 \geq 0$$

به ازای ریشه‌های داخل قدرمطلق ضابطه بندی می‌کنیم:

$$\begin{cases} ۱) x < -۱: -x-1-x+3-6 \geq 0 \Rightarrow x \leq -2 \xrightarrow{x < -1} x \in (-\infty, -2] \\ ۲) -1 \leq x \leq 3: x+1-x+3-6 \geq 0 \Rightarrow -2 \geq 0 \text{ غیرممکن} \\ ۳) x > 3: x+1+x-3-6 \geq 0 \Rightarrow x \geq 4 \xrightarrow{x > 3} x \in [4, +\infty) \end{cases}$$

$$D_y = \mathbb{R} - (-2, 4)$$

از اجتماع جواب‌ها خواهیم داشت:

(حسابان- ترکیبی- صفحه‌های ۳۹، ۴۰ و ۴۴ تا ۴۷)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، حسابان-گواه ، توابع چند ضابطه ای ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

-۸۷

(کتاب آبی حسابان- سؤال ۴۲۲- صفحه ۵۰)

از آنجایی که  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ ، پس از ضابطه‌ی پایینی برای محاسبه  $f(\sqrt{2})$  استفاده می‌کنیم:

$$f(\sqrt{2}) = -1$$

و  $\frac{1}{3} \in \mathbb{Q}$ ، پس از ضابطه‌ی بالایی برای محاسبه‌ی  $f(\frac{1}{3})$  استفاده می‌کنیم:

$$f(\frac{1}{3}) = 1 \Rightarrow f(\sqrt{2}) - 3f(\frac{1}{3}) = -1 - 3(1) = -4$$

(حسابان- تابع- صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

۴

۳

۲

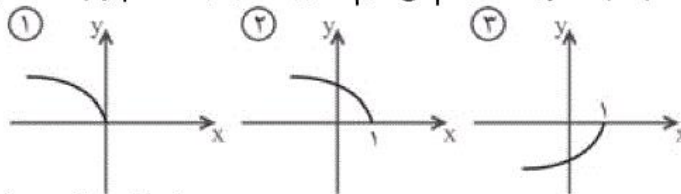
۱

ریاضی ، حسابان-گواه ، رسم توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

(کتاب آبی حسابان - سؤال ۴۶۹ - صفحه ۵۶)

$$y = -f(1-x) = -f(-(x-1))$$

ابتدا نمودار  $y_1 = f(-x)$  را رسم می‌کنیم (شکل ۱)، سپس آن را یک واحد به راست انتقال می‌دهیم تا  $y = f(-(x-1))$  به دست آید (شکل ۲)، در انتها قرینه‌ی آن را نسبت به محور  $x$  ها رسم می‌کنیم تا  $y_3 = -f(-(x-1))$  به دست آید (شکل ۳).



(حسابان - تابع - صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، حسابان-گواه ، جبر توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۶۱۲

(آزاد تهری - ۸۰)

$$\begin{aligned} x = f(0) = -1 &\Rightarrow (f + 2g)(-1) = f(-1) + 2g(-1) \\ &= (-2) + 2(-1) = -4 \end{aligned}$$

(حسابان - تابع - صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، ریاضی ۲- سوالات موازی ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۶۱۲

(معدی ملارمضانی)

چرخ در مدت یک دقیقه ۱۳۰ دور می‌زند، چون  $\frac{130}{60} = 2\frac{1}{6}$  است، پس

چرخ در مدت یک ثانیه، ۲ دور و  $\frac{1}{6}$  دور می‌چرخد. هر دور کامل برابر

$2\pi$  رادیان است. پس زاویه‌ی چرخش در مدت یک ثانیه برابر با

$$(2 \times 2\pi + \frac{2\pi}{6} = \frac{13\pi}{3}) \text{ است.}$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



(مدرس مصطفی ابراهیمی)

متحرک در هر دقیقه یک دور می‌زند. با یک تناسب ساده می‌توانیم مقدار  $\theta$  را بر حسب  $t$  به دست آوریم:

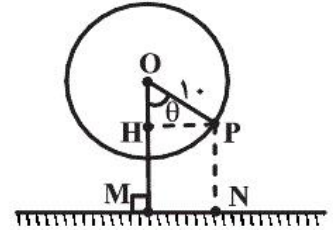
$$\frac{60}{t} = \frac{2\pi}{\theta} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi \times t}{60} = \frac{\pi t}{30}$$

با توجه به شکل زیر، ارتفاع  $P$  از سطح زمین برابر  $PN$  است:

$$\cos \theta = \frac{OH}{OP} \Rightarrow OH = 10 \cos \theta$$

$$PN = HM = OM - OH$$

$$= 15 - 10 \cos \theta = 15 - 10 \cos\left(\frac{\pi t}{30}\right)$$



(ریاضی ۲- صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۴، ۱۳۹ و ۱۴۰)

۴

۳

۲✓

۱

(میتهم ملکی)

$$\sin^3(x) \times \cos^3(x) > 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin \text{ و } \cos \text{ هر دو مثبت‌اند. (ناحیه‌ی اول)} \\ \sin \text{ و } \cos \text{ هر دو منفی‌اند. (ناحیه‌ی سوم)} \end{cases}$$

$$\sin(x) \times \tan(x) < 0 \xrightarrow{\tan(x) > 0} \sin(x) < 0 \text{ ناحیه‌ی سوم}$$

پس انتهای کمان  $x$  در ناحیه‌ی سوم دایره‌ی مثلثاتی قرار دارد.

(ریاضی ۲- صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۴)

۴

۳✓

۲

۱

(مدرس رضا چکینی)

$$1020^\circ = 3 \times 360^\circ - 60^\circ \Rightarrow \sin(1020^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 315^\circ = \cos(360^\circ - 45^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2 \sin 135^\circ = 2 \sin(180^\circ - 45^\circ) = 2 \sin 45^\circ = 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2}$$

$$\tan 240^\circ = \tan(180^\circ + 60^\circ) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

$$A = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3}} = \frac{1}{2} \frac{-\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{1}{2}$$

(ریاضی ۲- صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷)

۴

۳

۲✓

۱

(عمید علیزاده)

در ناحیهی چهارم،  $\cos \theta > 0$  و  $\sin \theta < 0$  است، در نتیجه  $\sin \theta \cos \theta < 0$  است. در گزینهی «۱» داریم:

$$\begin{aligned} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) &= -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \\ &= -\sin \theta \cos \theta \xrightarrow{\text{ربع چهارم است } \theta} -\sin \theta \cos \theta > 0 \end{aligned}$$

در نتیجه گزینهی «۱» درست است. (ریاضی ۲- صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۳۷)

۱  ۲  ۳  ۴

(شروین سیاح‌نیا)

با استفاده از روابط مثلثاتی، حدود تابع  $f$  را پیدا می‌کنیم:

$$f(x) = \cos^4 x - \sin^4 x = (\cos^2 x + \sin^2 x)(\cos^2 x - \sin^2 x)$$

$$= \cos^2 x - \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1$$

$$0 \leq \cos^2 x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 2 \cos^2 x \leq 2$$

$$\Rightarrow -1 \leq 2 \cos^2 x - 1 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq f(x) \leq 1$$

بنابراین اختلاف بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار این تابع برابر با  $1 - (-1) = 2$  است.

(ریاضی ۲- صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۵۲)

۱  ۲  ۳  ۴

با توجه به شکل، نقطه‌ی  $(2, 2)$  روی نمودار تابع قرار دارد، بنابراین با

توجه به (۱) و (۲) ضابطه‌ی تابع به‌صورت زیر است:  $y = -2 \sin \frac{3\pi}{4} x$

یکی از دو حالت زیر اتفاق می‌افتد:

$$\begin{cases} a = +2 \\ b = \frac{3}{2} \Rightarrow ab = \frac{3}{2} \times (+2) = 3 \end{cases}$$

یا:

$$\begin{cases} b = -\frac{3}{2} \\ a = -2 \Rightarrow ab = 3 \end{cases}$$

(ریاضی ۲- صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۵۲)

۱  ۲  ۳  ۴

ابتدا  $\sin A$  را حساب می‌کنیم:

$$\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$$

با استفاده از رابطه‌ی مساحت مثلث داریم:

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 \times \frac{4}{5} = 24$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

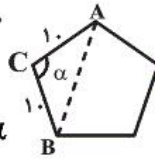
۴

۳ ✓

۲

۱

(کریم نصیری)

مجموع زوایای داخلی ۵ ضلعی منتظم  $= (5 - 2) \times 180^\circ = 540^\circ$ اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی ۵ ضلعی منتظم  $= \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ = \alpha$ با استفاده از رابطه‌ی کسینوس‌ها در مثلث  $ABC$  داریم:

$$AB^2 = 10^2 + 10^2 - 2 \times 10 \times 10 \times \cos(108^\circ) = 200 - 200 \times (-0.31) \\ = 200 + 62 = 262 \Rightarrow AB = \sqrt{262}$$

توجه:  $\cos 108^\circ = \cos(90^\circ + 18^\circ) = -\sin 18^\circ = -0.31$ 

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷ و ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۴

۳ ✓

۲

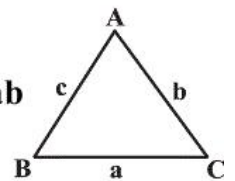
۱

(موری ملارمضانی)

$$((a + b) + c)((a + b) - c) = ab$$

$$\Rightarrow (a + b)^2 - c^2 = ab \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab - c^2 = ab$$

$$\Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 + ab \quad (*)$$

از طرفی در مثلث دلخواه  $ABC$  داریم:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} -2 \cos \hat{C} = 1 \Rightarrow \cos \hat{C} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \hat{C} = 120^\circ$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

می‌دانیم نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه برابر با مجذور نسبت محیط‌ها است. بنابراین داریم:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{16\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = 4 \Rightarrow 4 = \left(\frac{24}{2x+3x-2+x+2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{24}{6x} = 2 \Rightarrow 6x = 12 \Rightarrow x = 2$$

(هندسه‌ی ۱- تشابه- صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۴

۳✓

۲

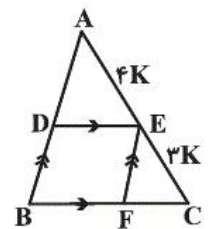
۱

$$\frac{S(\text{BDEF})}{S(\text{ABC})} = 1 - \frac{S(\text{ADE})}{S(\text{ABC})} - \frac{S(\text{CEF})}{S(\text{ABC})}$$

$$\Delta \text{ADE} \sim \Delta \text{ABC} \Rightarrow \frac{S(\text{ADE})}{S(\text{ABC})} = \left(\frac{\text{AE}}{\text{AC}}\right)^2 = \left(\frac{4}{7}\right)^2 = \frac{16}{49}$$

$$\Delta \text{CEF} \sim \Delta \text{CAB} \Rightarrow \frac{S(\text{CEF})}{S(\text{ABC})} = \left(\frac{\text{CE}}{\text{AC}}\right)^2 = \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$$

$$\frac{S(\text{BDEF})}{S(\text{ABC})} = 1 - \frac{16}{49} - \frac{9}{49} = \frac{49-16-9}{49} = \frac{24}{49}$$



(هندسه‌ی ۱- تشابه- صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۴✓

۳

۲

۱

اگر محیط‌های دو مثلث را با  $P$  و  $P'$  و مساحت‌هایشان را با  $S$  و  $S'$  نمایش دهیم، داریم:

$$P = 2P' \Rightarrow \frac{P}{P'} = 2 \Rightarrow K = 2$$

$$\frac{S}{S'} = K^2 \Rightarrow \frac{S}{S'} = 4 \Rightarrow S = 4S' \xrightarrow{S+S'=136}$$

$$\Rightarrow S' = 8 \text{ و } S = 128$$

(هندسه‌ی ۱- تشابه- صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۴

۳

۲

۱✓

$$\frac{S_{DOC}}{S_{AOD}} = \frac{OC}{OA} \quad \text{و} \quad \frac{S_{AOB}}{S_{BOC}} = \frac{OA}{OC}$$

از طرفی  $S_{ADB} = S_{ABC}$  (قاعده‌ی AB در دو مثلث مشترک و ارتفاع‌های نظیر این قاعده در دو مثلث یکسان است). با حذف  $S_{AOB}$  از تساوی قبل داریم:

$$S_{AOD} = S_{BOC} \quad (*)$$

$$\frac{S_{DOC}}{S_{AOD}} \times \frac{S_{AOB}}{S_{BOC}} = \frac{OC}{OA} \times \frac{OA}{OC} = 1$$

$$\xrightarrow{(*)} S_{AOD}^2 = S_{AOB} \times S_{DOC}$$

با توجه به آن که دو مثلث AOB و DOC متشابه هستند، داریم:

$$\frac{S_{DOC}}{S_{AOB}} = \left(\frac{DC}{AB}\right)^2 = 4^2 = 16 \Rightarrow S_{AOD}^2 = 16S_{AOB}^2$$

$$\Rightarrow S_{AOD} = 4S_{AOB}$$

$$\frac{S_{AOB}}{S_{ABCD}} = \frac{S_{AOB}}{S_{AOB} + 4S_{AOB} + 16S_{AOB} + 4S_{AOB}} = \frac{1}{25}$$

(هندسه‌ی ۱- تشابه- صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۴

۳

۲

۱

بنا به فرض نسبت مساحت‌های دو مثلث DEF و BEC برابر  $\frac{4}{25}$

است. چون این دو مثلث متشابه‌اند، نتیجه می‌شود  $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{5}$ .

در ذوزنقه‌ی BDEC، نسبت مساحت‌های دو مثلث BDE و BEC به نسبت قاعده‌ها است. اگر  $S_{DEF} = 4S$  و  $S_{BEC} = 25S$  فرض شوند، آن‌گاه داریم:

$$\frac{S_{BDE}}{S_{BEC}} = \frac{2}{5} \Rightarrow S_{BDE} = \frac{2}{5} \times 25S = 10S$$

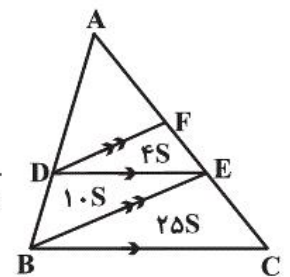
$$\triangle ADE \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S(ADE)}{S(ABC)} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2 = \frac{4}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{S(ADF) + 4S}{S(ADF) + 39S} = \frac{4}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{S(ADF) + 4S}{35S} = \frac{4}{25} \Rightarrow S(ADF) = \frac{20S}{3} - 4S = \frac{8S}{3}$$

$$\frac{S(ADF)}{S(BDE)} = \frac{\frac{8S}{3}}{10S} = \frac{4}{15}$$

(هندسه‌ی ۱- تشابه - صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)



۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، هندسه‌ی ۱- سوالات موازی، شکل‌های فضایی - ۱۳۹۵۰۶۱۲

$$V = a.b.c = 2a \times 2a \times 3a = 12a^3$$

$$12a^3 = 324 \Rightarrow a^3 = 27 \Rightarrow a = 3$$

$$\text{مساحت کل مکعب مستطیل} = 2(ab + bc + ac)$$

$$= 2(2a \times 2a + 2a \times 3a + 2a \times 3a) = 32 \times 3^2$$

اگر طول ضلع مکعب  $b$  باشد، مساحت کل آن  $6b^2$  است،

$$6b^2 = 32 \times 3^2 \Rightarrow b^2 = 16 \times 3 \Rightarrow b = 4\sqrt{3}$$

$$d = b\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 12$$

(هندسه ۱- شکل‌های فضایی- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(معمد مهروی مفسن زاره طبری)

اگر  $a$ ،  $b$  و  $c$ ، طول یال‌های مکعب مستطیل باشند، آن‌گاه:

$$a^2 + b^2 = 13$$

$$a^2 + c^2 = 13$$

$$b^2 + c^2 = 18$$

$$2(a^2 + b^2 + c^2) = 44$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 22 \Rightarrow d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{22}$$

(هندسه ۱- شکل‌های فضایی- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲)

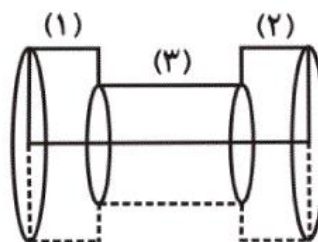
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

شکل حاصل از سه استوانه تشکیل یافته است که استوانه‌های شماره‌های ۱ و ۲ یکسان می‌باشند.



$$r_1 = 1, h_1 = 1 \Rightarrow V_1 = \pi r_1^2 h_1 = \pi = V_2$$

$$r_3 = 0.5, h_3 = 2 \Rightarrow V_3 = \pi r_3^2 h_3 = 0.5\pi$$

$$V \text{ کل} = 2V_1 + V_3 = 2\pi + 0.5\pi = 2.5\pi$$

(هندسه‌ی ۱- شکل‌های فضایی - صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۸)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

(ممدابراهیم کیتی زاده)

-۱۳۹

$$V = \pi R^2 \cdot h = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} \text{ (حجم استوانه)}$$

$$h = 2R \Rightarrow V = 2\pi R^3$$

$$V = 54\pi \Rightarrow 2\pi R^3 = 54\pi \Rightarrow R^3 = 27 \Rightarrow R = 3 \text{ و } h = 6$$

$$S = S_1 + 2S_2 \text{ مساحت کل استوانه}$$

$$S_1 = \text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده} \text{ مساحت جانبی استوانه}$$

$$= 2\pi R \cdot h = 36\pi$$

$$S_2 = \pi R^2 = 9\pi \Rightarrow S = 36\pi + 2 \times 9\pi = 54\pi \text{ مساحت قاعده}$$

(هندسه‌ی ۱- شکل‌های فضایی - صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



از آن جا که کوچک ترین وجه جانبی این منشور قائم، مربعی به ضلع ۱۰ واحد است، پس ارتفاع منشور و همچنین قاعده‌ی مثلث متساوی الساقین، هر کدام برابر ۱۰ واحد هستند. از طرفی داریم:

$$\text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \text{حجم منشور}$$

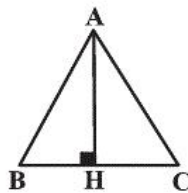
$$\Rightarrow 600 = S \times 10 \Rightarrow S = 60$$

اگر  $a$  طول قاعده و  $h$  ارتفاع وارد بر قاعده‌ی مثلث متساوی الساقین باشند، آن گاه:

$$S = \frac{1}{2} a \times h \Rightarrow 60 = \frac{1}{2} \times 10 \times h \Rightarrow h = 12$$

حال مطابق شکل در مثلث قائم الزاویه  $ABH$  داریم:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \Rightarrow AB = 13$$



بنابراین محیط قاعده‌ی منشور برابر است با:

$$2 \times 13 + 10 = 36$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{جانبی}} + 2S_{\text{قاعده}} = 36 \times 10 + 2 \times 60 = 480$$

(هندسه‌ی ۱- شکل‌های فضایی - صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۶)

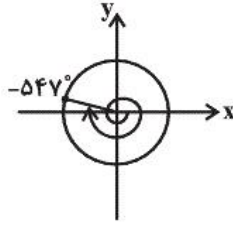
۴

۳✓

۲

۱

$7^\circ - 90^\circ \times (-6) = -547^\circ$  و علامت منفی به معنای حرکت در جهت حرکت عقربه‌های ساعت است، لذا انتهای کمان زاویه‌ی  $-547^\circ$  در ناحیه‌ی دوم، دایره‌ی مثلثاتی را قطع می‌کند.



(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

اگر در جهت عقربه‌های ساعت حرکت کنیم، علامت زاویه منفی است،

$$-\frac{9\pi}{4} = -2\pi - \frac{\pi}{4}$$

پس زاویه‌ی دوران برابر است با:

از طرفی، اگر  $k$  عددی صحیح باشد، موقعیت کمان‌های  $\alpha$  و  $2k\pi + \alpha$

در دایره‌ی مثلثاتی یکسان است، پس موقعیت دو کمان  $-2\pi - \frac{\pi}{4}$

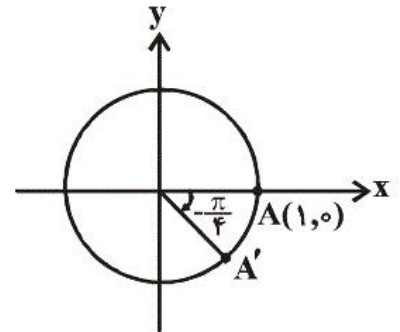
و  $-\frac{\pi}{4}$ ، در دایره‌ی مثلثاتی یکسان است، بنابراین  $A'$ ، دوران یافته‌ی

نقطه‌ی  $A(1,0)$  روی دایره‌ی مثلثاتی، با زاویه‌ی  $-\frac{\pi}{4}$  است، مطابق شکل داریم:

$$\begin{cases} x_{A'} = \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \cos\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y_{A'} = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\sin\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_{A'} + y_{A'} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۴)



۴

۳

۲

۱ ✓

$$\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = \sin \theta$$

می‌دانیم:

$$\cos(\pi + \theta) = -\cos \theta$$

$$\sin(\pi - \theta) = \sin \theta$$

$$\sin(3\pi + \theta) = \sin(2\pi + \pi + \theta) = \sin(\pi + \theta) = -\sin \theta$$

(مضارب صحیح  $2\pi$  را برای  $\sin$  می‌توان حذف کرد)

پس کسر داده شده به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$A = \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) - \cos(\pi + \theta)}{\sin(\pi - \theta) - \sin(3\pi + \theta)} = \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta + \sin \theta}$$

$$= \frac{\sin \theta + \cos \theta}{2 \sin \theta} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\tan \theta} \right)$$

از آنجا که مقدار  $\tan \theta$  داده شده، حاصل  $A$  برابر است با:

$$A = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{0.5} \right) = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 3$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کتاب آبی ریاضی ۲ - صفحه‌ی ۹۱ - سؤال ۶۷۵)

اگر  $\tan \alpha \tan \beta = 1$  و  $\alpha$  و  $\beta$  حاده باشند، آن‌گاه  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$  است،زیرا  $\tan \alpha = \frac{1}{\tan \beta}$  پس:

$$x - a + x + a = \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos 2x = \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(سراسری تهرانی - ۹۳)

با توجه به نمودار داده شده، نقطه‌ی  $(۰, ۳)$  روی این تابع قرار دارد. پس:

$$y = a + \sin(b\pi x) \xrightarrow{(۰, ۳) \in \text{تابع}} ۳ = a + \sin 0 \Rightarrow a = ۳$$

از طرفی با توجه به نمودار تابع واضح است که دوره‌ی تناوب این تابع برابر  $۴ - ۱ = ۴$  است، پس:

$$T = \frac{۲\pi}{|b\pi|} = ۴ \Rightarrow ۲\pi = ۴|b|\pi \Rightarrow |b| = \frac{۱}{۲} \Rightarrow b = \pm \frac{۱}{۲}$$

اما  $b = \frac{۱}{۲}$  قابل قبول نیست، زیرا در این حالت داریم:

$$f(x) = ۳ + \sin \frac{\pi}{۲}x \xrightarrow{x=۱} f(۱) = ۳ + \sin \frac{\pi}{۲} = ۴$$

که طبق نمودار،  $f(۱) < ۳$ ، لذا  $b = -\frac{۱}{۲}$  است، بنابراین:

$$f(x) = ۳ + \sin\left(-\frac{\pi}{۲}x\right) = ۳ - \sin \frac{\pi}{۲}x$$

$$\xrightarrow{x=\frac{۲۵}{۳}} f\left(\frac{۲۵}{۳}\right) = ۳ - \sin \frac{۲۵\pi}{۶} = ۳ - \sin\left(۴\pi + \frac{\pi}{۶}\right)$$

$$= ۳ - \sin \frac{\pi}{۶} = ۳ - \frac{۱}{۲} = ۲ \frac{۱}{۲}$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(کتاب آبی ریاضی ۲ - صفحه‌ی ۹۵ - سؤال ۷۰۱)

اگر  $x \in [-۱, ۱]$ ، آنگاه:

$$-۱ \leq x \leq ۱ \Rightarrow -۳\pi \leq -۳\pi x \leq ۳\pi$$

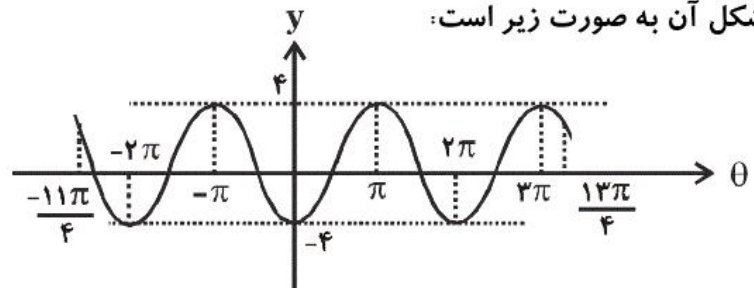
$$\Rightarrow \frac{\pi}{۴} - ۳\pi \leq \frac{\pi}{۴} - ۳\pi x \leq \frac{\pi}{۴} + ۳\pi$$

$$\Rightarrow \frac{-۱۱\pi}{۴} \leq \frac{\pi}{۴} - ۳\pi x \leq \frac{۱۳\pi}{۴}$$

حال با در نظر گرفتن  $\theta = \frac{\pi}{۴} - ۳\pi x$ ، ضابطه‌ی تابع مفروض سؤال، به صورت زیر درمی‌آید:

$$y = -۴ \cos \theta ; \frac{-۱۱\pi}{۴} \leq \theta \leq \frac{۱۳\pi}{۴}$$

که شکل آن به صورت زیر است:



ملاحظه می‌کنید که این تابع در سه نقطه با طول‌های  $\theta = \pi$ ،  $\theta = -\pi$  و  $\theta = ۳\pi$ ، بیشترین مقدار خود را دارد.

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۵۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

بیشترین فاصله‌ی نقطه‌ی P از سطح زمین وقتی است که  $\theta = \frac{\pi}{2}$  و

کمترین فاصله وقتی است که  $\theta = \frac{3\pi}{2}$  باشد، پس:

$$h_{\max} = 60 + 50 = 110 \text{ m}$$

$$h_{\min} = 60 - 50 = 10 \text{ m}$$

$$\Rightarrow h_{\max} - h_{\min} = 100 \text{ m} = \text{قطر} \Rightarrow \text{شعاع} = 50 \text{ m}$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۵۲)

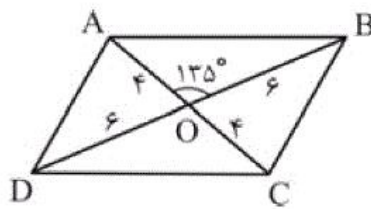
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری تهرانی - ۹۲)



می‌دانیم که در هر متوازی الاضلاع  
قطرها همدیگر را نصف می‌کنند، پس  
با رسم دو قطر هر متوازی الاضلاع،  
چهار مثلث هم‌مساحت بدست

می‌آید، بنابراین با توجه به شکل بالا، می‌توان نوشت:

$$S(ABCD) = 4S(\triangle AOB) \quad (*)$$

از طرفی می‌دانیم که مساحت هر مثلث برابرست با نصف حاصلضرب  
طول دو ضلع در سینوس زاویه‌ی بین آن دو ضلع، پس:

$$(*) \Rightarrow S(ABCD) = 4\left(\frac{1}{2} OA \cdot OB \cdot \sin(\hat{AOB})\right)$$

$$= 4 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 24\sqrt{2}$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

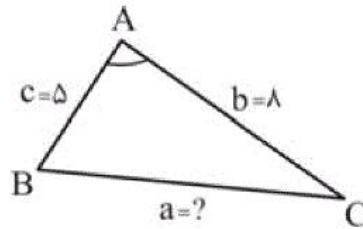
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به شکل، خواهیم داشت:



$$S_{ABC} = \frac{1}{2}bc \sin A$$

$$\Rightarrow 16 = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 \sin A$$

$$\Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}$$

با استفاده از دستور  $\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$ ، و این که زوایای مثلث ABC حاده است، خواهیم داشت:

$$\cos A = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$$

حال با استفاده از رابطه‌ی کسینوس‌ها،  $a$  را می‌یابیم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$\Rightarrow a^2 = 8^2 + 5^2 - 2(8)(5)\left(\frac{3}{5}\right) = 41 \Rightarrow a = \sqrt{41}$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی ریاضی ۲ - صفحه‌ی ۱۰۱ - سؤال ۷۴۳)

با انتقال  $\cos^2 B$  و  $\cos^2 C$  از طرف چپ به طرف راست تساوی می‌توان نوشت:

$$\sin^2 A = 2 - \cos^2 B - \cos^2 C$$

$$\Rightarrow \sin^2 A = 1 - \cos^2 B + 1 - \cos^2 C$$

$$\Rightarrow \sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C \quad (1)$$

طبق رابطه‌ی سینوس‌ها، داریم:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = k$

$$\Rightarrow a = k \sin A, b = k \sin B, c = k \sin C$$

با جایگذاری در تساوی (۱) و حذف  $k^2$  داریم:

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

رابطه‌ی فیثاغورس بین اضلاع مثلث برقرار است، پس مثلث در رأس  $A$  قائمه است.

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱