



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، - ۱۳۹۵۰۵۲۹

۱۰۱- با استفاده از ارقام $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ ، اعداد ۵ رقمی بدون ارقام تکراری می‌سازیم. احتمال آن که عدد ساخته شده بر ۵ بخش پذیر باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- یک سکه‌ی سالم را ۱۰ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که سکه ۵ بار «رو» و ۵ بار «پشت» بیاید، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{105}{512}$ (۴) $\frac{63}{256}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- چهار وجه مکعبی سفید و دو وجه آن سیاه است. این مکعب را ۴ مرتبه پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که حداقل یک مرتبه وجه سیاه ظاهر شود، کدام است؟

(۱) $\frac{65}{81}$ (۲) $\frac{32}{81}$ (۳) $\frac{16}{81}$ (۴) $\frac{49}{81}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- از مجموعه‌ی $\{a, b, c, d, e, f\}$ ، دو عضو متمایز به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که یکی از اعضا انتخاب شده باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{2}{9}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- نقطه‌ی می‌نیمم نسبی تابع $y = mx^2 - x + m$ در ناحیه‌ی چهارم دستگاه مختصات است. حدود m کدام است؟

(۱) $0 < m < 1$ (۲) $0 < m < \frac{1}{2}$ (۳) $|m| < 1$ (۴) $|m| < \frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر در معادله‌ی $x^2 - bx + 8 = 0$ یکی از جواب‌ها مربع جواب دیگر باشد، آنگاه نمودار $y = x^2 - bx + 8$ از کدام ناحیه‌ی محورهای مختصات عبور نمی‌کند؟

(۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر جواب‌های معادله‌ی $(a-b)x^2 - 8x + b = 0$ معکوس جواب‌های معادله‌ی $x^2 + 4x - 1 = 0$ باشند، مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) صفر (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $|x-1| < |x-3|$ کدام است؟

- (۱) $x > 2$ (۲) $x < 2$ (۳) $x < 0$ (۴) $x > 0$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- معادله‌ی $x^2 + |x^2 - 3| = 3$ در مجموعه‌ی اعداد صحیح چند جواب دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- نمودار تابع $f(x) = |x-1| + |x+2| - 4$ محورهای مختصات را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) بی‌شمار (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه و هندسه ، - ۱۳۹۵۰۵۲۹

۱۱۱- حاصل ضرب جواب‌های معادله‌ی $x^{\log_3 x} = \sqrt[4]{3}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر $\log_7^y = a$ باشد، حاصل \log_{14}^{98} کدام است؟

- (۱) $\frac{2a+1}{a+1}$ (۲) $\frac{2a-1}{a+1}$ (۳) $\frac{a-1}{a+1}$ (۴) $\frac{a+2}{a+1}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- حاصل ضرب جواب‌های معادله‌ی $6^x + 6 = 2^{x+1} + 3^{x+1}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- نقطه‌ی تلاقی دو تابع $y = (\sqrt{3})^{x+3}$ و $y = 2 \times 3^x + 3$ در نقطه‌ای به طول صحیح، چه فاصله‌ای از مبدأ مختصات دارد؟

- (۱) ۹ (۲) $\sqrt{80}$ (۳) $\sqrt{82}$ (۴) $\sqrt{84}$

۱۱۵- با توجه به معادله $\log\left(2 - \frac{3}{x}\right) + 2\log x = 1 - \log 5$ ، حاصل $4^{x-\frac{1}{2}}$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- حاصل عبارت $\log_{\frac{625}{2}} + 9\log_2^{\sqrt{5}}$ کدام است؟

- ۱ (۱) -۹ (۲) ۹ (۳) ۱ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- متمم مجموعه‌ی جواب معادله $\frac{1}{1+\log_2^x} + \frac{1}{1+\log_x^2} = 1$ شامل کدام است؟

(۱) اعداد حقیقی کوچک‌تر از ۴

(۲) اعداد صحیح بزرگ‌تر از -۲

(۳) اعداد صحیح نامثبت

(۴) اعداد صحیح مثبت

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- در متوازی‌الاضلاع ABCD، از رأس C و در خارج متوازی‌الاضلاع خطی عبور می‌کند که امتداد اضلاع AB و

AD را به ترتیب در نقاط E و F قطع می‌کند. اگر $AB = 4$ و $AD = 3$ و $BE = 2$ ، اندازه‌ی پاره‌خط DF

کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴)

شما پاسخ نداده اید

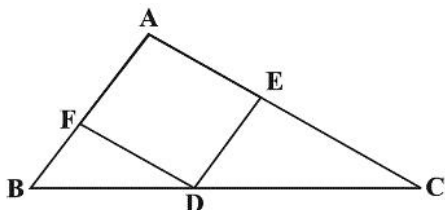
۱۱۹- در دوزنقه‌ی ABCD نقاط E و F به ترتیب بر ساق‌های AD و BC چنان واقع‌اند که $\frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} = \frac{2}{3}$ ، اگر

$AB = DC = 10$ باشد، اندازه‌ی EF کدام است؟

- ۷/۵ (۱) ۷ (۲) ۶/۵ (۳) ۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- در شکل زیر، AEDF لوزی است. اگر $BC = 6$ و $AC = 4$ و $AB = 3$ باشد، محیط لوزی کدام است؟



$\frac{48}{7}$ (۱)

$\frac{64}{9}$ (۲)

$\frac{32}{9}$ (۳)

$\frac{24}{7}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۹۱- در نمودار ساقه و برگ زیر، میانگین داده‌های بزرگ‌تر از مد و کوچک‌تر از میانه کدام است؟

ساقه	برگ					
۱	۰	۱	۲	۲	۲	۳
۲	۲	۵	۷	۷		
۳	۱	۳	۷	۷	۸	۹

۲۰ (۱)

۲۱/۲۵ (۲)

۲۱/۷۵ (۳)

۲۰/۷۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۹۲- میانگین داده‌های جدول زیر کدام است؟

۱۴۴/۱ (۱)

۱۴۴/۲ (۲)

۱۴۴/۳ (۳)

۱۴۴/۴ (۴)

x	۱۳۸	۱۴۲	۱۴۶	۱۵۰	۱۵۴
f	۳	۴	۵	۲	۱

شما پاسخ نداده اید

۹۳- در ۳۱ داده‌ی آماری میانگین داده‌های دو طرف جعبه ۱۲ و ۱۹ و میانگین داده‌های رو و داخل جعبه برابر ۱۶

است. میانگین کل داده‌ها کدام است؟

۱۶/۰۱ (۴)

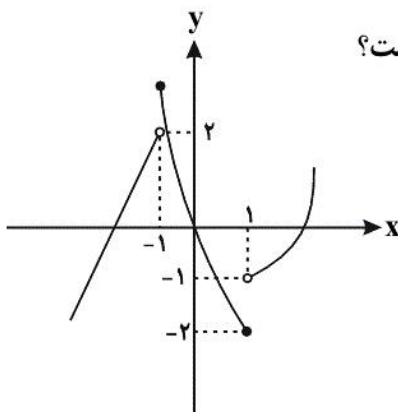
۱۵/۷۷ (۳)

۱۵/۸۸ (۲)

۱۶/۱۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۴- با توجه به نمودار تابع $f(x)$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(1-x^2) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x-1)$ کدام است؟



۱) صفر

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۹۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\sqrt{\cos x}}{x \tan x}$ کدام است؟

۱/۲ (۴)

$\sqrt{2}$ (۳)

۱/۴ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin \frac{2}{x}) \tan x$ کدام است؟

وجود ندارد. (۴)

صفر (۳)

۳/۲ (۲)

۱/۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر n عددی طبیعی باشد، آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(n+1)x^n + 2x^3 - 1}{(n-1)x^4 - x^3 + 2x}$ برابر کدام گزینه نمی تواند باشد؟

- (۱) صفر (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) $\frac{5}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- اگر $f(x) = \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1}}{x + 1}$ ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} f\left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3}\right)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) موجود نیست

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر تابع $y = \begin{cases} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x + a}, & x \neq 1 \\ b, & x = 1 \end{cases}$ روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی پیوسته باشد، $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴) -۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x}, & x > a \\ x, & x \leq a \end{cases}$ در \mathbb{R} تعریف شده و پیوسته باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۲ و -۲ (۴) مقداری برای a وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، - ۱۳۹۵۰۵۲۹

-۱۰۱

(مسئله هابیلو)

ابتدا توجه کنید برای آن که عددی بر پنج بخش پذیر باشد، باید رقم یکان آن صفر یا پنج باشد.

با در نظر گرفتن این که ارقام موجود در عدد ساخته شده متمایز از هم هستند، داریم: تعداد حالت‌هایی که در عدد ساخته شده، عدد صفر در یکان قرار می‌گیرد:

$$\boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1} \times \boxed{1}$$

↓
عدد صفر

تعداد حالت‌هایی که با ارقام مفروض سؤال، می‌توان عدد پنج رقمی ساخت:

$$\boxed{4} \times \boxed{4} \times \boxed{3} \times \boxed{2} \times \boxed{1}$$

بنابراین، احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 1}{4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{1}{4}$$

(امتثال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱ تا ۴)

۴

۳

۲

۱

-۱۰۲

(میثم ممزه‌لویی)

اگر رو آمدن سکه را پیروزی فرض کنیم، طبق دستور توزیع دو جمله‌ای داریم:

$$k = 5, n = 10, p = \frac{1}{2}$$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k}, P(X = 5) = \binom{10}{5} \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{63}{256}$$

(امتثال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

۴

۳

۲

۱

-۱۰۳

(مهرداد ملوندی)

در یک بار پرتاب این مکعب، احتمال ظاهر شدن وجه سفید و سیاه به ترتیب برابر

$\frac{2}{3}$ و $\frac{1}{3}$ است، طبق دستور توزیع دو جمله‌ای، داریم:

$$P(\text{هیچ سیاهی ظاهر نشود}) = 1 - P(\text{ظاهر شدن حداقل یک سیاه})$$

$$= 1 - \binom{4}{0} \times \left(\frac{1}{3}\right)^0 \times \left(\frac{2}{3}\right)^4 = 1 - \frac{16}{81} = \frac{65}{81}$$

(امتثال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹)

۴

۳

۲

۱

(بهرام طالبی)

تعداد کل حالت‌های انتخاب دو عضو از مجموعه‌ی $\{a, b, c, d, e, f\}$ ، برابر $\binom{6}{2}$ است. چون a یکی از عضوهای انتخاب شده است، پس عضو دیگر را باید از بین اعضای $\{b, c, d, e, f\}$ انتخاب کنیم که این کار به $\binom{5}{1}$ حالت امکان پذیر است.

$$P = \frac{\binom{5}{1}}{\binom{6}{2}} = \frac{5}{\frac{6 \times 5}{2}} = \frac{1}{3}$$

پس:

(امتثال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱ تا ۴)

۴

۳

۲

۱

$$\begin{cases} x_{\min} = \frac{-b}{2a} = -\frac{-1}{2m} = \frac{1}{2m} > 0 \Rightarrow m > 0 & \text{(I)} \\ y_{\min} = \frac{-\Delta}{4a} = -\frac{1-4m^2}{4m} < 0 \xrightarrow{\text{(I)}} 1-4m^2 > 0 \Rightarrow |m| < \frac{1}{2} & \text{(II)} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{(I)} \cap \text{(II)}} 0 < m < \frac{1}{2}$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

۴

۳

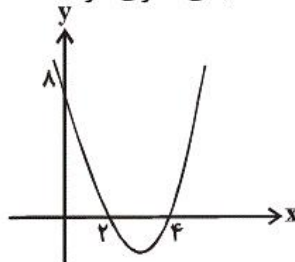
۲

۱

(مسین فابیلو)

$$x_1 = x_2^2 \xrightarrow{\times x_2} x_1 x_2 = x_2^3 \Rightarrow x_2^3 = \frac{c}{a} = 8 \Rightarrow x_2 = 2$$

$$\text{جای گذاری در معادله: } 4 - 2b + 8 = 0 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow y = x^2 - 6x + 8$$



نمودار این تابع به صورت مقابل است.

بنابراین نمودار آن از ناحیه‌ی سوم عبور نمی‌کند.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱

۱۰۷-

(موردی ملارمضانی)

نکته: جواب‌های دو معادله‌ی $ax^2 + bx + c = 0$ و $cx^2 + bx + a = 0$ معکوس هم هستند. ($a, c \neq 0$)

یعنی باید ضریب x در هر دو معادله یکی باشد و جای a و c عوض شود.

$$x^2 + 4x - 1 = 0 \xrightarrow{x(-2)} -2x^2 - 8x + 2 = 0$$

$$\begin{cases} bx^2 - 8x + (a - b) = 0 \\ -2x^2 - 8x + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \\ a - b = 2 \end{cases} \Rightarrow a = 0 \Rightarrow a + b = -2$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۰۸-

(صین اسفینی)

چون دو طرف نامعادله نامنفی هستند، پس طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$|x-1| < |x-3| \Rightarrow x^2 - 2x + 1 < x^2 - 6x + 9 \Rightarrow x < 2$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۰۹-

(بهرام طالبی)

$$x^2 + |x^2 - 3| = 3 \Rightarrow |x^2 - 3| = 3 - x^2 = -(x^2 - 3)$$

$$\Rightarrow x^2 - 3 \leq 0 \Rightarrow x^2 \leq 3 \Rightarrow -\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{3}$$

$$\xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x \in \{-1, 0, 1\}$$

در مجموعه‌ی اعداد صحیح سه جواب دارد.

نکته: $|u| = -u \Rightarrow u \leq 0$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

۴

۳

۲ ✓

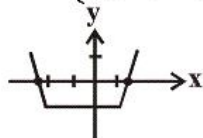
۱

۱۱۰-

(آرش رهیمی)

ابتدا معادله‌ی تابع را به صورت یک تابع چند ضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} -2x - 5, & x < -2 \\ -1, & -2 \leq x \leq 1 \\ 2x - 3, & x > 1 \end{cases}$$



حال نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:

با توجه به نمودار، تابع f ، محورهای مختصات را در سه نقطه قطع می‌کند.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

(عمیدعلیزاده)

$$x \log_3^x = \sqrt[4]{3} \Rightarrow \log_3^x \log_3^x = \log_3^{\sqrt[4]{3}}$$

$$\Rightarrow \log_3^x (\log_3^x) = \log_3^{\frac{1}{4}} \Rightarrow (\log_3^x)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \log_3^x = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} \\ x_2 = 3^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{cases} \Rightarrow x_1 x_2 = 1$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(عمیدعلیزاده)

$$\log_7^y = a$$

$$\log_{14}^{98} = \frac{\log_7^{98}}{\log_7^{14}} = \frac{\log_7^{7^2 \times 2}}{\log_7^{7 \times 2}} = \frac{2 \log_7^7 + \log_7^2}{\log_7^7 + \log_7^2} = \frac{2a + 1}{a + 1}$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی اصغر شریفی)

$$2^{x+1} + 3^{x+1} = 6^x + 6 \Rightarrow 2^x \times 3^x - 2 \times 2^x - 3 \times 3^x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (2^x - 3) \times (3^x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 3 \Rightarrow x_1 = \log_2^3 \\ 3^x = 2 \Rightarrow x_2 = \log_3^2 \end{cases}$$

بنابراین حاصل ضرب جواب‌ها به صورت روبه‌رو می‌شود: $x_1 x_2 = \log_2^3 \times \log_3^2 = 1$
(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۰ و ۱۰۲ تا ۱۱۰ و ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(رسول مهسنی‌منش)

$$(\sqrt{3})^{x+3} = 2 \times 3^x + 3 \xrightarrow{\text{به توان } 2} 3^{x+3} = 4 \times 3^{2x} + 9 + 12 \times 3^x$$

$$\Rightarrow 3^2 \times 3^x = 4(3^x)^2 + 9 + 12(3^x) \xrightarrow{3^x = t}$$

$$\Rightarrow 27t = 4t^2 + 9 + 12t \Rightarrow 4t^2 - 15t + 9 = 0 \Rightarrow (4t - 3)(t - 3) = 0 \Rightarrow t = 3, \frac{3}{4}$$

که فقط به ازای $3^x = 3$ است که $x \in \mathbb{Z}$ ($x=1$) می‌شود.

$$x=1 \Rightarrow y = 2 \times 3 + 3 = 9$$

پس نقطه‌ی تلاقی (۱، ۹) است. فاصله‌ی این نقطه از مرکز مختصات برابر است با:

$$\sqrt{1^2 + 9^2} = \sqrt{82}$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۹ تا ۹۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(توید مجیدی)

طبق قانون‌های $\log a - \log b = \log \frac{a}{b}$, $\log a + \log b = \log ab$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\log\left(2 - \frac{3}{x}\right) + 2 \log x = 1 - \log 5 \Rightarrow \log\left(2 - \frac{3}{x}\right) + \log x^2 = \log 10 - \log 5$$

$$\Rightarrow \log x^2 \left(2 - \frac{3}{x}\right) = \log 2 \Rightarrow 2x^2 - 3x = 2 \Rightarrow 2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(2x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=2 & \text{ق ق} \\ x=-\frac{1}{2} & \text{غ ق (جلوی لگاریتم را منفی می‌کند)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4^{x-\frac{1}{2}} = 4^{2-\frac{1}{2}} = 4^{\frac{3}{2}} = (2^2)^{\frac{3}{2}} = 2^3 = 8$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷)

۴

۳✓

۲

۱

(آرش رحیمی)

$$9^{\log_3 \sqrt{5}} = (3^2)^{\log_3 5^{\frac{1}{2}}} = 3^{2 \times \frac{1}{2} \log_3 5} = 3^{\log_3 5} = 5$$

$$\log_{\frac{625}{2}} = \log_{5^{-1}} 5^4 = \frac{4}{-1} \log_5 5 = -4$$

$$\log_{\frac{625}{2}} + 9^{\log_3 \sqrt{5}} = -4 + 5 = 1$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷)

۴✓

۳

۲

۱

(علی پرنیان)

$$x > 0, x \neq 1$$

ابتدا دامنه‌ی معادله را به دست می‌آوریم:

$$1 + \log_2^x \neq 0 \Rightarrow \log_2^x \neq -1 \Rightarrow x \neq 2^{-1} \Rightarrow x \neq \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow D: (0, +\infty) - \left\{1, \frac{1}{2}\right\}$$

$$1 + \log_x^2 \neq 0 \Rightarrow \log_x^2 \neq -1, x \neq \frac{1}{2} \text{ همواره برقرار}$$

$$\frac{1}{\log_2^2 + \log_2^x} + \frac{1}{\log_x^x + \log_x^2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{\log_2^{2x}} + \frac{1}{\log_x^{2x}} = 1 \Rightarrow \log_2^{2x} + \log_x^{2x} = 1$$

$$\Rightarrow \log_2^{2x} = 1 \text{ همواره برقرار}$$

جواب معادله، همان دامنه‌ی معادله است یعنی $D = (0, +\infty) - \left\{\frac{1}{2}, 1\right\}$ پس داریم:

$$\text{جواب} = \left\{1, \frac{1}{2}\right\} \cup (-\infty, 0]$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷)

۴

۳✓

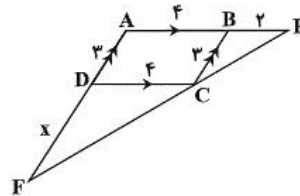
۲

۱

۱۱۸-

(رسول مفسنی منش)

هر جفت خط موازی، یک قضیه‌ی تالس است، پس داریم:



$$BC \parallel AF \Rightarrow \frac{BE}{AE} = \frac{BC}{AF}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{3}{3+x} \Rightarrow 6+2x=18 \Rightarrow x=6$$

(قضیه تالس) (هندسه ا، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۴

۳✓

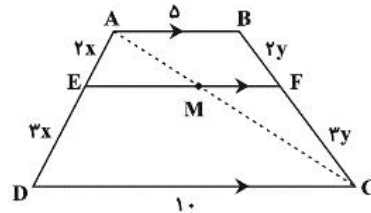
۲

۱

۱۱۹-

(رسول مفسنی منش)

$AB = 5$ است. A را به C وصل می‌کنیم. بنابر عکس قضیه‌ی تالس، $EF \parallel DC$ است و با قضیه‌ی تالس داریم:



$$\Delta ADC : EM \parallel DC \Rightarrow \frac{EM}{DC} = \frac{2x}{5x}$$

$$\Rightarrow \frac{EM}{10} = \frac{2}{5} \Rightarrow EM = 4$$

$$\Delta ABC : MF \parallel AB \Rightarrow \frac{MF}{AB} = \frac{3y}{5y} \Rightarrow \frac{MF}{5} = \frac{3}{5} \Rightarrow MF = 3$$

پس $EF = 7$ است.

(قضیه تالس) (هندسه ا، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۴

۳

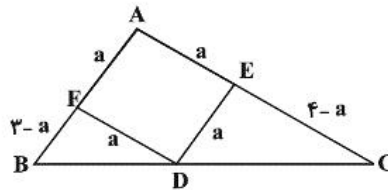
۲✓

۱

۱۲۰-

(سروش موئینی)

اگر طول ضلع لوزی را a در نظر بگیریم، داریم:



$$ED \parallel AB \Rightarrow \frac{ED}{AB} = \frac{EC}{AC}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{3} = \frac{4-a}{4} \Rightarrow 4a = 12 - 3a$$

$$\Rightarrow 7a = 12 \Rightarrow a = \frac{12}{7}$$

$$\text{محیط لوزی} = 4a = 4\left(\frac{12}{7}\right) = \frac{48}{7}$$

(قضیه تالس) (هندسه ا، صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی، ریاضی ۳ و آمار و مدل‌سازی، - ۱۳۹۵۰۵۲۹

۹۱-

(رسول مفسنی منش)

۱۶ تا داده داریم، میانگین داده‌های هشتم و نهم که یکی ۲۵ و دیگری ۲۷ است، میانه می‌شود، پس میانه ۲۶ است. مد هم ۱۲ است پس باید میانگین داده‌های ۲۵ و ۲۲ و ۱۳ را حساب کنیم.

$$\frac{13+22+25}{3} = \frac{60}{3} = 20$$

(شاقص‌های مرکزی) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۹، ۱۲۵ و ۱۲۶)

۴

۳

۲

۱✓

-۹۲

(مهممصطفی ابراهیمی)

ابتدا همه‌ی داده‌ها را منهای ۱۴۶ می‌کنیم و میانگین داده‌های جدید را به‌دست می‌آوریم.
در آخر هم میانگین را با ۱۴۶ جمع می‌کنیم تا میانگین داده‌های اولیه به‌دست آید:

x	۱۳۸	۱۴۲	۱۴۶	۱۵۰	۱۵۴
x جدید	-۸	-۴	۰	۴	۸
f	۳	۴	۵	۲	۱

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{3(-8) + 4(-4) + 5(0) + 2(4) + 1(8)}{3 + 4 + 5 + 2 + 1}$$

$$= \frac{-24 - 16 + 8 + 8}{15} = \frac{-24}{15} = \frac{-8}{5} = \frac{-16}{10} = -1/6$$

پس میانگین داده‌ها برابر $146 + (-1/6) = 144/4$ می‌شود.

(شاقص‌های مرکزی) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۳۵)

 ۴

 ۳

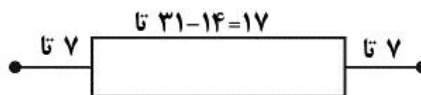
 ۲

 ۱

-۹۳

(سروش موئینی)

در ۳۱ داده‌ی آماری، شانزدهمین داده، میانه است. در ۱۵ تایی اول، هشتمین داده، میانه است و در ۱۵ تایی دوم نیز هشتمین؛ پس هفت داده در هر طرف بیرون جعبه‌اند.



$$\bar{x} = \frac{7 \times 12 + 17 \times 16 + 7 \times 19}{31} = \frac{84 + 272 + 133}{31} = \frac{489}{31} = 15/77$$

(شاقص‌های مرکزی) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

-۹۴

(رسول مفسنی‌منش)

$$x \rightarrow 0^+ \Rightarrow x^2 > 0 \Rightarrow 1 - x^2 < 1 \Rightarrow (1 - x^2) \rightarrow 1^- \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} f(1 - x^2) = -2$$

$$x \rightarrow 0^- \Rightarrow x < 0 \Rightarrow x - 1 < -1 \Rightarrow (x - 1) \rightarrow (-1)^- \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x - 1) = 2$$

که مجموعشان صفر می‌شود.

(هد و پیوستگی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶۷ تا ۸۱)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رسول مستنی منش)

$$\frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \tan x} \times \frac{1 + \sqrt{\cos x}}{1 + \sqrt{\cos x}} = \frac{1 - \cos x}{x \frac{\sin x}{\cos x} \times (1 + \sqrt{\cos x})}$$

روش اول:

می‌دانیم $1 - \cos x = 2 \sin^2 \frac{x}{2}$ و $\sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}$ است و از طرفی $\cos x$

و $(1 + \sqrt{\cos x})$ در ابهام تأثیری ندارد و می‌توانیم عدد آن‌ها را بنویسیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \times \frac{\sin x}{\cos x} (1 + \sqrt{\cos x})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2x \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{2x \times 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{2x \cos \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan \frac{x}{2}}{4 \times \frac{x}{2}} = \frac{1}{4}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(سید عادل رضا مرتضوی)

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\tan x \times \sin \frac{2}{x}) = 0 \times \overbrace{(-1 \leq \text{عددی} \leq 1)}^{\text{کراندار}} = 0$$

(مر و پیوستگی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۷ و ۱۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

(مهم مصطفی ابراهیمی)

$$n = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 2x^2 - 1}{-x^2 + 2x} = -2 \quad \text{و} \quad n = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 2x^2 - 1}{x^2 - x^2 + 2x} = 0$$

$$n = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 2x^2 - 1}{2x^4 - x^2 + 2x} = 0 \quad \text{و} \quad n = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 2x^2 - 1}{2x^4 - x^2 + 2x} = \frac{5}{2}$$

$$n > 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(n+1)x^n + 2x^2 - 1}{(n-1)x^4 - x^2 + 2x} = \infty$$

(مر و پیوستگی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

(یغما کلانتریان)

$$\lim_{x \rightarrow 0} f\left(\frac{1}{x^4} - \frac{1}{x^3}\right) = \lim_{x \rightarrow 0} f\left(\frac{1-x}{x^4}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-x}{x^4} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

توجه کنید که:

پس:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1}}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4} \left| x + \frac{1}{4} \right|}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2(x + \frac{1}{4})}{x} = 2$$

(مر و پیوستگی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۱۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

(معمد رضا شوکتی بیرق)

ابتدا صورت کسر را در ضابطه‌ی بالایی تابع، تجزیه می‌کنیم.

$$x^3 - x^2 + x - 1 = x^2(x-1) + (x-1) = (x-1)(x^2+1)$$

با توجه به پیوستگی تابع، $a = -1$ و ضابطه‌ی تابع به صورت

$$y = \begin{cases} x^2 + 1, & x \neq 1 \\ b, & x = 1 \end{cases}$$

و در نتیجه $b = 2$ خواهد بود، پس $a - b = -3$.

(ص و پیوستگی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۲۱)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(ایمان نفستین)

ضابطه‌ی تابع در $x = a$ تغییر کرده است، پس ابتدا باید شرط پیوستگی در نقطه‌ی $x = a$ برقرار باشد.

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{4}{x} = \frac{4}{a} \\ \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow a^-} x = a \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{4}{a} = a \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

ضابطه‌ی تابع را به ازای $a = 2$ و $a = -2$ می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x} & ; x > 2 \\ x & ; x \leq 2 \end{cases} \quad \text{و} \quad f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x} & ; x > -2 \\ x & ; x \leq -2 \end{cases}$$

 ۴ ۳ ۲ ۱

www.kanoon.ir