



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، حسابان ، - ۱۳۹۵۰۵۲۹

۹۱- اگر $\frac{\pi}{8} \leq x \leq \frac{\pi}{6}$ باشد، بیشترین مقدار $\frac{\cos 3x}{\sin x} - \cot x$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $-\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۲- اگر $\cot \alpha = \frac{1}{3}$ باشد، آنگاه $\cos 4\alpha$ کدام است؟

- (۱) $0/28$ (۲) $-0/16$ (۳) $0/16$ (۴) $-0/28$

شما پاسخ نداده اید

۹۳- حاصل عبارت $\cot^2 \frac{\pi}{8} - \tan^2 \frac{\pi}{8}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) $8\sqrt{2}$ (۴) $10\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- حاصل $2 \sin 70^\circ \sin 20^\circ + \cos 130^\circ$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -۱ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۹۵- در مثلثی که طول اضلاع آن ۲، ۶ و $2\sqrt{7}$ واحد است، زاویهی روبهروی ضلع به طول $2\sqrt{7}$ واحد چقدر است؟

- (۱) 30° (۲) 60° (۳) 120° (۴) 90°

شما پاسخ نداده اید

۹۶- معادلهی مثلثاتی $\sin 2x - 2 \tan x = 0$ در بازهی $[0, 2\pi]$ چند جواب متمایز دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۹۷- معادله‌ی $\sin(\frac{\pi}{4} + x)\sin(\frac{\pi}{4} - x) = \frac{1}{3}$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ چند جواب متمایز دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۹۸- اگر $\frac{\pi}{4}, k, \tan^{-1} \frac{1}{2}$ جملات متوالی یک دنباله‌ی حسابی باشند، k کدام می‌تواند باشد؟

- ۱ (۱) $\tan^{-1} \frac{2}{3}$ ۲ (۲) $\tan^{-1} \frac{3}{2}$ ۳ (۳) $2 \tan^{-1} 3$ ۴ (۴) $\frac{1}{2} \tan^{-1} 3$

شما پاسخ نداده اید

۹۹- کدام گزینه در مورد تابع $y = \sin^{-1}(\sin x)$ صحیح است؟

(۱) تابعی متناوب با دوره‌ی تناوب $T = 2\pi$ است.

(۲) تابعی متناوب با دوره‌ی تناوب $T = \pi$ است.

(۳) تابعی متناوب است ولی دوره‌ی تناوب اصلی ندارد.

(۴) متناوب نیست.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- برد تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \tan^{-1} \sqrt{x} + \pi$ کدام بازه است؟

- ۱ (۱) $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ ۲ (۲) $(\pi, \frac{3\pi}{2}]$ ۳ (۳) $[\pi, \frac{3\pi}{2}]$ ۴ (۴) $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲ ، - ۱۳۹۵۰۵۲۹

۱۴۱- وتر AB به طول ۱۵ از دایره‌ی $C(O, R)$ ، توسط نقطه‌ی M به نسبت ۱ به ۴ تقسیم شده است. طول کوتاه‌ترین وتر گذرنده از نقطه M در این دایره کدام است؟

- ۱ (۱) ۳ ۲ (۲) ۶ ۳ (۳) ۹ ۴ (۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', 2R)$ مفروضند. اگر طول مماسی که از مرکز دایره C' کوچکتر بر دایره C بزرگتر

رسم می‌شود. برابر $2R\sqrt{3}$ باشد، طول مماس مشترک داخلی دو دایره کدام است؟

(۲) $R\sqrt{7}$

(۱) $R\sqrt{5}$

(۴) مماس مشترک داخلی ندارد.

(۳) R

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- دو دایره به شعاع‌های 7 و R متخارج هستند. اگر طول مماس مشترک‌های درونی و بیرونی این دو دایره به

ترتیب $4\sqrt{7}$ و $6\sqrt{7}$ واحد و طول خط‌المركزین d باشد، $|d - R|$ چقدر است؟

(۴) 13

(۳) 12

(۲) 11

(۱) 10

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- در مثلث‌هایی با طول $BC = 6$ و $\hat{A} = 120^\circ$ ، بیشترین مساحت ممکن کدام است؟

(۴) $6\sqrt{2}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۲) $3\sqrt{2}$

(۱) $3\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- در دایره‌ی شکل مقابل، طول مماس CA و وتر AB با هم مساوی است. خط BC ،

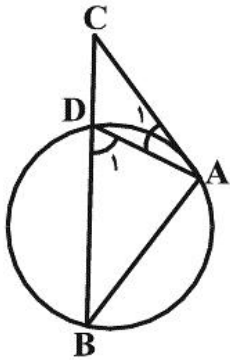
دایره را در نقطه‌ی D قطع کرده است. اگر $\hat{A}_1 = 20^\circ$ باشد، اندازه‌ی \hat{D}_1 چقدر است؟

(۱) 60°

(۲) 50°

(۳) 40°

(۴) 30°



شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- در شکل زیر، اگر $AB - PA = 2$ ، $PT = 2\sqrt{6}$ و O مرکز دایره باشد. زاویه بین دو مماسی که از P بر دایره

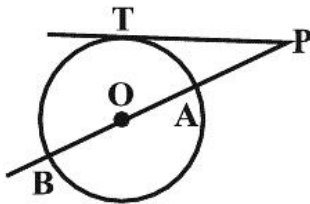
رسم می‌شوند چه قدر است؟

(۲) $2 \sin^{-1} \frac{5}{11}$

(۱) $2 \sin^{-1} \frac{5}{16}$

(۴) $2 \sin^{-1} \frac{5}{12}$

(۳) $2 \sin^{-1} \frac{5}{8}$



شما پاسخ نداده اید

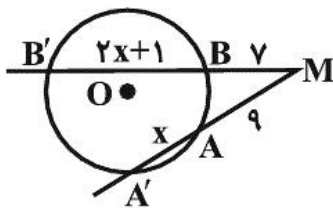
۱۴۷- با توجه به اندازه‌های روی شکل، در دایره‌ی $C(O, 7)$ ، فاصله‌ی مرکز دایره از وتر بزرگتر کدام است؟

(۲) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

(۱) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

(۴) $3\sqrt{2}$

(۳) $2\sqrt{3}$



شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- نقطه M روی امتداد خط‌المركزین دو دایره‌ی مماس خارج قرار دارد. از M می‌توان خطی رسم کرد که بر دو

دایره مماس باشد. اگر کمترین فاصله‌ی M تا نقاط دایره‌ی کوچکتر 4 و بیشترین فاصله‌ی M تا نقاط دایره

بزرگتر 49 باشد، شعاع دایره‌ی کوچکتر کدام است؟

(۴) $17/5$

(۳) 12

(۲) 6

(۱) 5

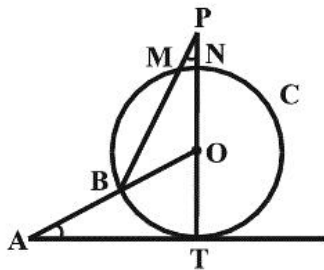
شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- دو دایره $C(O, 3)$ و $C'(O, 4)$ در نقطه‌ی M مماس خارج هستند. خط L در نقاط T و T' به ترتیب بر دایره‌های C و C' مماس است. MT را امتداد می‌دهیم تا دایره C' را در K قطع کند. اندازه‌ی $T'K$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) $4\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- پاره‌خط AT بر دایره‌ی C به مرکز O مماس است. اگر $\hat{A} = \hat{P} = 26^\circ$ باشد، کمان MN چند درجه است؟



- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، - ۱۳۹۵۰۵۲۹

۱۵۱- اگر مجموعه‌های A و B ، هر کدام دارای ۷ عضو و $(A \times B) - (B \times A)$ دارای ۲۴ عضو باشد، مجموعه توانی $A \cup B$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۲۵۶ (۳) ۵۱۲ (۴) ۱۰۲۴

شما پاسخ نداده اید

۱۵۲- اگر $A = \{x \in \mathbb{N} \mid \frac{1}{3} \leq \frac{\sqrt{x}}{x} < \frac{1}{2}\}$ و $B = \{4k+1 \mid k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 4\}$ باشند، تعداد زیر مجموعه‌های

$(A \times B) \cap (B \times A)$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

شما پاسخ نداده اید

۱۵۳- رابطه‌ی $xRy \Leftrightarrow 8 \mid x^2 - y^2$ ، روی مجموعه‌ی $A = \{1, 2, 3, -1, -4\}$ ، چند عضو دارد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴- برای دو رابط $R_1 = \{(x, y); x, y \in \mathbb{R}, -2 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq 2\}$ و

$R_2 = \{(x, y); x, y \in \mathbb{R}, -2 \leq x - y \leq 2\}$ مساحت نمودار $R_1 \cap R_2$ کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۱۵۵- یک مجموعه‌ی ۶ عضوی را به چند طریق می‌توان به حداقل ۲ زیر مجموعه افراز کرد به گونه‌ای که در هر افراز،

تعداد اعضای زیر مجموعه‌ها یکسان باشد؟

- ۱۵ (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۲۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۶- فرض کنیم $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ، رابطه‌ی R روی A را به صورت $xRy \Leftrightarrow xy \geq 10$ تعریف می‌کنیم.

این رابطه چه تعداد از خاصیت‌های بازتابی، تقارنی و تعدی را دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۵۷- رابطه‌ی R بر مجموعه‌ی $\{a, b, c, d\}$ ، تراگذری نیست. این رابطه حداقل چند عضو دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲)

- ۳ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۸- چند رابطه‌ی هم‌ارزی روی مجموعه اعداد اول یک رقمی وجود دارد؟

- ۱۶ (۱) ۱۵ (۲)

- ۱۴ (۳) ۱۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۹- مجموعه‌ی $A = \{1, 2, 3, 4\}$ مفروض است. رابطه‌ی $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$ که روی A^2 تعریف

شده است، مجموعه‌ی A^2 را به چند کلاس هم‌ارزی افراز می‌کند؟

- ۳ (۱) ۴ (۲)

- ۶ (۳) ۷ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۶۰- رابطه‌ی $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow ad^2 = b^2c$ ، روی مجموعه‌ی $R^2 - \{(0, 0)\}$ تعریف شده است. آیا این رابطه

هم‌ارزی است؟ در صورت هم‌ارزی بودن، نمودار $[(2, 4)]$ ، از کدام نقطه می‌گذرد؟

- ۱ (۱) (۸, ۸) ۲ (۲) (۴, ۶)

- ۳ (۳) (۱, ۴) ۴ (۴) هم‌ارزی نیست.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $\frac{1}{x^2 + x - 6} > \frac{1}{x^2 - 5x + 4}$ شامل چند عدد طبیعی است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- اگر $x = 1$ نقطه‌ی میانی اشتراک دو بازه‌ی $(a, 3)$ و $(b, 4)$ باشد، آنگاه با شرط $a - b = 1$ ، حاصل $a + b$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) -۳ (۴) -۵

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- اگر دنباله‌ی $\{0/k\overbrace{666\dots6}^n\}$ همگرا به $\frac{p}{e}$ باشد، مقدار $k + p$ کدام می‌تواند باشد؟ ($p \in \mathbb{N}$)

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۲ (۳) ۱۱ (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر داشته باشیم $A = \{x \in \mathbb{R} : |3x - 1| \leq 5\}$ ، $B = \{x \in \mathbb{R} : |x| \leq k\}$ و $A \subset B$ ، آن‌گاه کوچک‌ترین مقدار k کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر حد دنباله‌ای با جمله‌ی عمومی $a_n = \frac{2^{n+1}}{2^n + 1}$ برابر L باشد، چند جمله از دنباله در نامساوی

$$|a_n - L| < \frac{1}{150}$$

صدق نمی‌کند؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- در صورتی که دنباله‌ی $u_n = \begin{cases} \frac{an^b + 1}{n - 1} & ; n = 2k \\ \frac{n^b - 1}{an + 2} & ; n = 2k - 1 \end{cases}$ همگرا باشد، تمام مقادیر ممکن برای $\frac{a}{b}$ کدام

است؟ ($b, k \in \mathbb{N}$)

- (۱) فقط ۱ (۲) فقط -۱ (۳) ۱ یا -۱ (۴) فقط صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- دنباله‌ی $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = \frac{a_n}{1 + a_n} \end{cases}$ کدام وضع زیر را دارد؟

- (۱) یکنوا و کران‌دار
(۲) یکنوا و بی‌کران
(۳) غیریکنوا و کران‌دار
(۴) غیریکنوا و بی‌کران

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- دنباله‌ی $a_n = \frac{5^n}{n!}$ از جمله‌ی k ام به بعد نزولی اکید است. اگر k می‌نیمم باشد، دنباله‌ی $b_n = \frac{n^{k-3}}{n!}$ تا

جمله‌ی چندم صعودی است؟

- (۱) دوم (۲) سوم (۳) چهارم (۴) هفتم

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- مجموعه مقادیر a به طوری که $\left\{ \left[\frac{n+(-1)^n}{n+a} \right] \right\}$ به صفر همگرا باشد، کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) $a > 1$ (۲) $-1 < a < 1$ (۳) $a > -1$ (۴) $a < -14$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- در اثبات همگرایی دنباله‌ی $a_n = \left\{ 3 - \left(\frac{1}{p}\right)^n \right\}$ ، حداقل مقدار طبیعی عدد M کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

$$M = \left[\log_{\frac{1}{p}} \right] + 1 \quad (۱)$$

$$M = \left[\log^{\frac{1}{p}} \right] + 1 \quad (۲)$$

$$M = \left[\log^{\frac{1}{p}} \right] + 1 \quad (۳)$$

$$M = \left[\log^{\frac{1}{p}} \right] + 1 \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی تحلیلی ، - ۱۳۹۵۰۵۲۹

۱۶۱- اگر نقطه‌ی A_1 ، قرینه‌ی نقطه‌ی A نسبت به صفحه‌ی xy و نقطه‌ی A_2 ، قرینه‌ی نقطه‌ی A_1 نسبت به

محور z ها باشد، دو نقطه‌ی A و A_2 نسبت به کدام یک قرینه یکدیگرند؟

(۱) محور x ها (۲) صفحه‌ی xz

(۳) مبدأ مختصات (۴) صفحه‌ی yz

شما پاسخ نداده اید

۱۶۲- اگر اندازه‌ی تصاویر بردار a روی صفحات xy و xz و yz به ترتیب $\sqrt{3}$ و 3 و $\sqrt{6}$ باشد، آن‌گاه بردار a

چگونه است؟

(۱) موازی محور x

(۲) عمود بر محور y

(۳) موازی صفحه‌ی yz

(۴) عمود بر صفحه‌ی xy

شما پاسخ نداده اید

۱۶۳- اگر بردارهای غیرصفر a و b هم راستا نباشند، به‌ازای کدام مقدار k ، بردارهای $u = (2 + 3k)a - 2b$ و

$v = (k - 1)a + b$ موازیند؟

(۱) -1

(۲) 0

(۳) 1

(۴) 2

شما پاسخ نداده اید

۱۶۴- اگر بتوان بردار $a = (1, 2, 3)$ را به دو بردار $b = (1, -1, 0)$ و $c = (2, 3, m)$ تجزیه نمود، آن‌گاه m کدام

است؟

(۱) 3

(۲) 4

(۳) 5

(۴) 6

شما پاسخ نداده اید

۱۶۵- بردارهای $a = (3, m, 2)$ ، $b = (1, 2, 3)$ و $c = (-1, 2, 0)$ مفروض‌اند. مجموع مقادیر m به‌طوری که اندازه‌ی

تصویر قائم a بر راستای $b + c$ برابر 3 باشد، کدام است؟

(۱) 2

(۲) -2

(۳) 3

(۴) -3

۱۶۶- بردار a با اندازه‌ی ۴، با محورهای x ، y و z به ترتیب زوایای ۶۰° ، ۴۵° و ۱۲۰° می‌سازد، مختصات بردار

a کدام است؟

(۲) $(2, 2\sqrt{2}, -2)$

(۱) $(\sqrt{2}, 2\sqrt{3}, -\sqrt{2})$

(۴) $(2, 0, 2\sqrt{3})$

(۳) $(2, \sqrt{2}, -2)$

شما پاسخ نداده اید

۱۶۷- اگر $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2 = 100$ ، بیشترین مقدار $(x-2y+2z)$ کدام است؟ $(x, y, z \in \mathbb{R})$

(۲) ۳۵

(۱) ۳۰

(۴) ۴۳

(۳) ۳۹

شما پاسخ نداده اید

۱۶۸- اگر $a = (1, 0, -1)$ و بردار ناصفر b مفروض باشند و $|a \times a''| = 2$ ، آنگاه زاویه‌ی بین دو بردار a و a' کدام

است؟ (a' و a'' به ترتیب تصویر a روی b و قرینه‌ی a نسبت به b هستند.)

(۲) 45°

(۱) 30°

(۴) 90°

(۳) 60°

شما پاسخ نداده اید

۱۶۹- بردارهای $a = (1, m, 2)$ و $b = (1, m, 1)$ مفروض‌اند. چند بردار مانند c وجود دارد بطوری که $a \times c = b$ باشد؟

- (۱) هیچ
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۱۷۰- بین سه بردار a ، b و c به ترتیب با اندازه‌های ۵، ۴ و ۳، رابطه‌ی $a + b + c = 0$ برقرار است. مساحت

چهارضلعی‌ای که روی دو بردار b و c ساخته می‌شود، کدام است؟

- (۱) ۲۰
(۲) ۶
(۳) ۱۵
(۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضیات گسسته ، - ۱۳۹۵۰۵۲۹

۱۸۱- چند گراف ساده از مرتبه‌ی ۵ وجود دارند که اندازه‌ی هر کدام از آن‌ها برابر ۳ باشد؟

- (۱) ۲
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۵

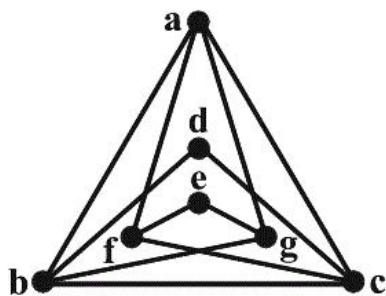
شما پاسخ نداده اید

۱۸۲- چند گراف ساده با مجموعه‌ی رئوس $\{a, b, c, d, e\}$ وجود دارد که حداقل اندازه‌ی آنها برابر ۸ باشد؟

- (۱) ۴۵
(۲) ۵۵
(۳) ۵۶
(۴) ۶۴

شما پاسخ نداده اید

۱۸۳- طولانی‌ترین دور در گراف مقابل به کدام طول است؟



- | | |
|-------|-------|
| ۵ (۲) | ۴ (۱) |
| ۷ (۴) | ۶ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۸۴- در گرافی از مرتبه‌ی ۶، $\Delta = 5$ و $\delta = 2$ است. حداکثر اندازه‌ی گراف کدام است؟

- | | |
|--------|--------|
| ۱۱ (۲) | ۱۰ (۱) |
| ۱۳ (۴) | ۱۲ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۸۵- از دنباله‌های زیر، چه تعداد دنباله‌ی درجه‌ی رئوس گراف می‌باشد؟

- | | | | |
|------------------------|------------------------|-------|-------|
| B: ۴, ۴, ۳, ۳, ۲, ۱, ۱ | A: ۵, ۳, ۳, ۲, ۲, ۱ | | |
| D: ۶, ۵, ۴, ۴, ۳, ۲ | C: ۶, ۵, ۵, ۴, ۳, ۲, ۱ | | |
| ۴ (۴) | ۳ (۳) | ۲ (۲) | ۱ (۱) |

شما پاسخ نداده اید

۱۸۶- گراف ناهمبند G از مرتبه‌ی ۸ مفروض است. q چند مقدار مختلف می‌تواند داشته باشد؟

- | | |
|--------|--------|
| ۲۱ (۲) | ۲۲ (۱) |
| ۷ (۴) | ۸ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۸۷- در گراف کامل مرتبه‌ی ۶، چند مسیر به طول ۳ بین دو رأس مشخص a و b وجود دارد که از رأس d بگذرد؟

- | | |
|-------|-------|
| ۴ (۲) | ۳ (۱) |
| ۸ (۴) | ۶ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۸۸- اگر $1 \leq n \leq 10$ و $n \in \mathbb{N}$ باشد، آن‌گاه گرافی که رأس‌های آن، بازه‌ی $(n-1, n+3)$ باشند، چند یال دارد؟

- | | |
|--------|--------|
| ۲۴ (۲) | ۳۰ (۱) |
| ۱۲ (۴) | ۱۸ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۸۹- در کدام یک از حالات زیر می‌توان گرافی منتظم و ناهمبند با شرایط داده شده رسم نمود؟

- | | |
|--------------------|---------------------|
| $q=14$ و $p=7$ (۲) | $q=25$ و $p=10$ (۱) |
| $q=8$ و $p=10$ (۴) | $q=12$ و $p=8$ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۱۹۰- گراف G از مرتبه ۹ و اندازه ی q مفروض است. اگر با حذف یک یال از این گراف، گراف حاصل منتظم شود.

با اضافه کردن حداقل چند یال به گراف G، این گراف منتظم می‌شود؟

- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۶
(۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

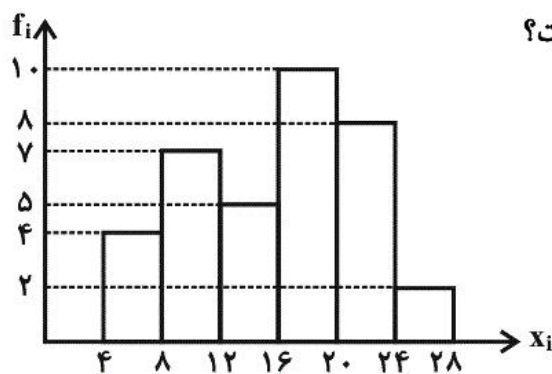
ریاضی ، آمار و مدل‌سازی ، - ۱۳۹۵۰۵۲۹

۱۹۱- اگر نمودار مستطیلی داده‌های آماری داده شده باشد از به هم پیوستن کدام نقاط، نمودار چند بر فراوانی حاصل می‌شود؟

- (۱) گوشه‌ی سمت چپ و بالای مستطیل‌ها
(۲) گوشه‌ی سمت راست و بالای مستطیل‌ها
(۳) وسط عرض‌های فوقانی مستطیل‌ها
(۴) وسط بلندی مستطیل‌ها

شما پاسخ نداده اید

۱۹۲- اگر نمودار مستطیلی یک سری داده‌های آماری به صورت زیر باشد، زاویه‌ی مربوط به طبقه‌ی $x_i = 22$ در نمودار



دایره‌ای، چه قدر بیشتر از زاویه‌ی مربوط به طبقه‌ی $x_i = 14$ است؟

- (۱) 15°
(۲) 20°
(۳) 25°
(۴) 30°

شما پاسخ نداده اید

۱۹۳- در یک نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مربوط به یکی از داده‌ها، 45° درجه است. اگر فراوانی این داده، بدون تغییر

فراوانی سایر داده‌ها، دو برابر شود، زاویه‌ی مربوط به آن داده در نمودار دایره‌ای جدید، چند درجه می‌شود؟

- (۱) 90°
(۲) 75°
(۳) 67.5°
(۴) 80°

شما پاسخ نداده اید

۱۹۴- مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی یک جدول داده‌ها به طول دسته‌ی ۵، برابر 100 می‌باشد اگر دسته‌ها در

هفت طبقه دسته‌بندی شده و مختصات پنجمین نقطه در نمودار $(25, 8)$ باشد، درصد فراوانی نسبی دسته وسط

چقدر است؟

- (۱) ۳۲
(۲) ۴۰
(۳) ۴۸
(۴) ۶۴

شما پاسخ نداده اید

۱۹۵- اگر به داده‌های جدول زیر، ۵ داده اضافه کنیم، در نمودار دایره‌ای زاویه‌ی متناظر دسته‌ی دوم، 18° کاهش

می‌یابد. فراوانی جدید این دسته کدام است؟

مرکز دسته	۱	۲	۳	۴
فراوانی	۳	۶	۴	۲

- (۱) ۶
(۲) ۷
(۳) ۸
(۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۹۶- اگر مجموع مساحت‌های مستطیل‌ها در نمودار مستطیلی تعدادی داده، 180° و فراوانی نسبی دسته‌ی دوم $\frac{2}{10}$ و فراوانی مطلق همین دسته ۶ باشد، طول هر دسته کدام است؟

- ۹ (۴) ۳ (۳) ۱۲ (۲) ۶ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ساقه	برگ				
۱	۳	۴	۵	۷	۷
۲	۵	۶	x	۹	
۳	۴	۵	x	۷	

۱۹۷- در نمودار ساقه و برگ زیر، به جای x، اعداد کدام مجموعه می‌توانند قرار بگیرند؟

- {۵,۶,۷,۸,۹} (۱) {۶,۷} (۲)
 {۵,۶,۷} (۳) {۶,۷,۸} (۴)

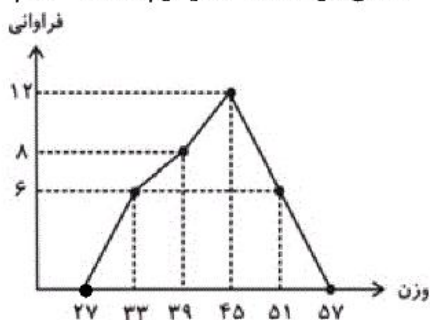
شما پاسخ نداده اید

۱۹۸- 60° داده در تعدادی دسته قرار گرفته‌اند به گونه‌ای که فراوانی تجمعی دسته‌های اول تا سوم به ترتیب x، $2x+1$ و $3x-2$ بوده و زاویه‌ی متناظر با دسته‌ی دوم در نمودار دایره‌ای برابر 60° است. زاویه‌ی متناظر با دسته‌ی سوم در نمودار دایره‌ای کدام است؟

- 45° (۴) 40° (۳) 36° (۲) 30° (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۹۹- با توجه به نمودار چند بر فراوانی مقابل که مربوط به وزن دانش‌آموزان یک کلاس برحسب کیلوگرم است، کدام گزینه قطعاً صحیح است؟



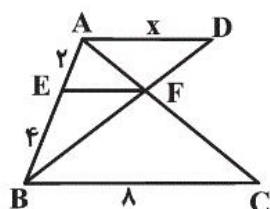
- (۱) تعداد دسته‌ها برابر ۶ است.
 (۲) تعداد داده‌های بزرگ‌تر یا مساوی ۴۵، برابر ۱۸ است.
 (۳) تعداد داده‌های کمتر از ۳۳ و تعداد داده‌های بیش‌تر از ۵۱ با هم برابرند.
 (۴) دامنه‌ی تغییرات داده‌ها، کوچک‌تر یا مساوی ۲۴ است.

شما پاسخ نداده اید

۲۰۰- اگر داده‌های یک دسته در نمودار دایره‌ای زاویه‌ی 108° را به خود اختصاص دهد و مجموع کل مساحت‌های زیر منحنی نمودار مستطیلی برابر 50° باشد، مساحت زیر نمودار مستطیلی این دسته از داده‌ها کدام است؟

- ۱۵ (۴) ۲۰ (۳) ۳۰ (۲) ۲۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

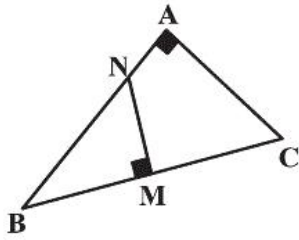


۱۷۱- در شکل مقابل، $AD \parallel EF \parallel BC$ ، طول $x = AD$ کدام است؟

- $\frac{9}{2}$ (۲) ۴ (۱)
 $\frac{11}{2}$ (۴) ۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۷۲- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، $AB=8$ و $AC=6$ اضلاع زاویه قائمه هستند. عمود منصف وتر مثلث، ضلع AB را در نقطه N قطع می‌کند. طول AN کدام است؟



- (۲) $\frac{7}{4}$
(۴) ۱

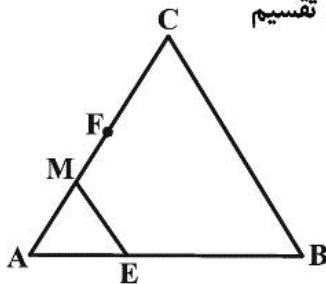
- (۱) ۲
(۳) $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۳- کدام یک از اجزای زیر، یک مثلث را همواره به دو مثلث متشابه تقسیم می‌کند؟
(۱) میانه (۲) نیمساز داخلی (۳) ارتفاع (۴) هیچ کدام

شما پاسخ نداده اید

۱۷۴- در شکل مقابل $FC = \frac{2}{5}AC$ و $AE = \frac{2}{5}AB$ ، پاره خط AF را به سه قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. اگر M نقطه تقسیم نزدیک‌تر به F باشد، نسبت $\frac{EM}{BC}$ مساوی کدام عدد است؟

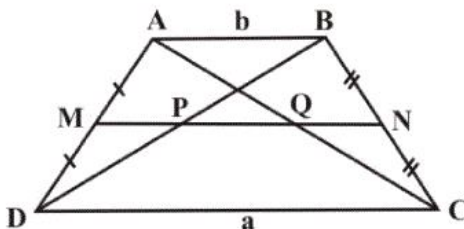


- (۲) $\frac{1}{3}$
(۴) $\frac{2}{3}$

- (۱) $\frac{2}{5}$
(۳) $\frac{1}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۵- در ذوزنقهی زیر، نسبت $\frac{MN}{PQ}$ چقدر است؟



- (۲) ۲
(۴) ۳

- (۱) $\frac{a}{b}$
(۳) $\frac{a+b}{a-b}$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۶- بر پاره خط AB به طول a و بر امتداد آن، دو نقطه M و N را طوری قرار می‌دهیم که



باشد، $\frac{MA}{MB} = \frac{NA}{NB} = x$ (که $x \neq 1$) کدام است؟

(۴) $\frac{a(x-1)}{1+x}$

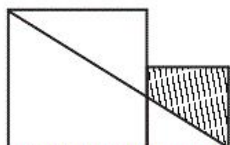
(۳) $\frac{ax}{x^2-1}$

(۲) $\frac{a(x+1)}{x-1}$

(۱) $\frac{2ax}{x^2-1}$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۷- در شکل زیر دو مربع به ضلع‌های ۴ و ۶ به هم چسبیده‌اند. مساحت ناحیه هاشور خورده چقدر است؟

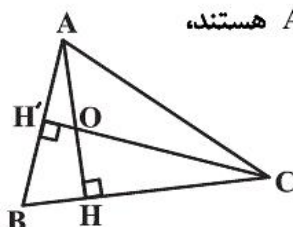


- (۲) $10/8$
(۴) $9/6$

- (۱) $11/2$
(۳) $10/2$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۸- در شکل مقابل، AH و CH' به ترتیب پای عمود بر اضلاع BC و AB از مثلث ABC هستند،



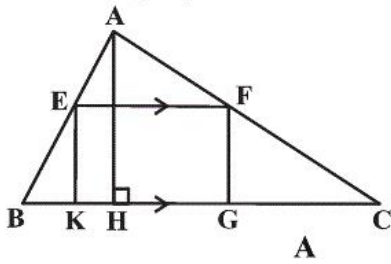
اگر $OH' = 3$ و $AH = 11$ باشند، آن‌گاه اندازه‌ی ضلع AC کدام است؟

- (۲) $\sqrt{146}$
(۴) $\sqrt{157}$

- (۱) ۱۰
(۳) $\sqrt{185}$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۹- در شکل زیر $\frac{AE}{EB} = \frac{3}{5}$ است. نسبت مساحت مستطیل EFGK به مساحت مثلث ABC چقدر است؟

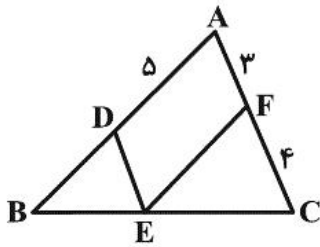


(۲) $\frac{5}{32}$
(۴) $\frac{3}{32}$

(۱) $\frac{15}{64}$
(۳) $\frac{15}{32}$

شما پاسخ نداده اید

۱۸۰- در شکل زیر $DE \parallel AC$ ، $EF \parallel AB$ ، اندازه‌ی BD کدام است؟



(۲) ۴

(۴) ۵

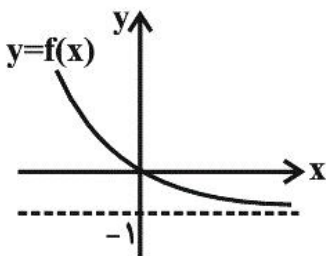
(۱) $\frac{15}{4}$

(۳) $\frac{25}{4}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، - ۱۳۹۵۰۵۲۹

۱۲۱- نمودار مقابل مربوط به کدام تابع می‌تواند باشد؟



(۱) $f(x) = 5^x - 1$

(۲) $f(x) = 5^{-x}$

(۳) $f(x) = 5^{-x} + 1$

(۴) $f(x) = 5^{-x} - 1$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- لگاریتم عددی در مبنای ۲ از لگاریتم معکوس آن در مبنای ۴ به اندازه‌ی ۹ واحد بیش‌تر است. آن عدد کدام است؟

(۲) ۳۲

(۴) ۱۲۸

(۱) ۱۶

(۳) ۶۴

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- اگر $0 < x < y < 1$ باشد، آنگاه کدام‌یک از گزینه‌های زیر درست است؟

(۲) $\log_y^x > 1$

(۴) $\log x + \log y > 0$

(۱) $\log_{\frac{1}{2}}^x < \log_{\frac{1}{2}}^y$

(۳) $\log_{\frac{1}{2}}^x > \log_{\frac{1}{2}}^y$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- با فرض $\log 2 = 0/3$ ، مقدار $\log \sqrt{250}$ کدام است؟

- (۱) $2/7$ (۲) $1/2$
(۳) $1/35$ (۴) $2/4$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- اگر $\log_7^{(x+1)} + 2 \log_7^{\sqrt{2x-1}} = 1$ ، آنگاه حاصل لگاریتم $(x+1)$ در پایه $\frac{1}{8}$ کدام است؟

- (۱) 3 (۲) -3
(۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- مقدار $(0/25)^{(1-\log_4^y)}$ کدام است؟

- (۱) $\log 7$ (۲) $\frac{7}{4}$
(۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $0/7$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- اگر $\log_3^a = 2$ باشد، حاصل $a^{(\log_3^b)+1}$ همواره کدام است؟ ($b > 0$)

- (۱) $(b+3)^2$ (۲) $(\frac{b}{3})^2$
(۳) $(3b)^2$ (۴) $(b-3)^2$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- اگر $\begin{cases} (2\sqrt{2})^{x+y} = 256 \\ \log(x-2) + \frac{1}{y} \log 9 = \log(\Delta + y) \end{cases}$ ، آنگاه $x+y$ کدام است؟

- (۱) 2 (۲) 3
(۳) 4 (۴) 5

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- اگر $\log(2^x + 8) = \log 2 + x \log 2$ ، آنگاه حاصل $\frac{\log_x^3 + 3}{\log_x^x + 1}$ برابر کدام است؟

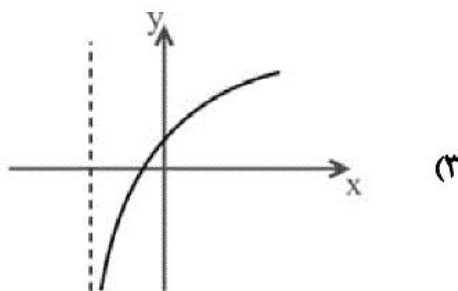
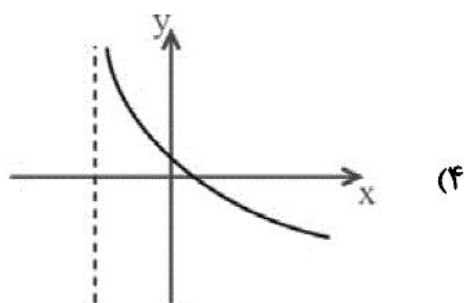
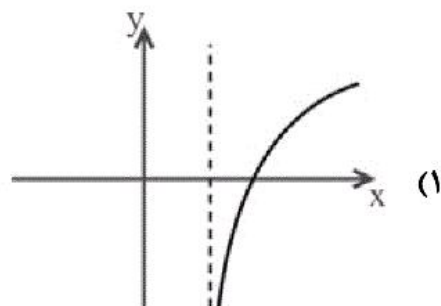
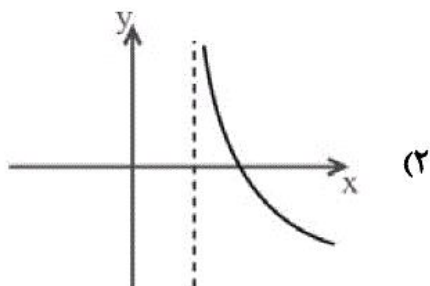
- (۱) 1 (۲) $\frac{4}{3}$
(۳) 3 (۴) 2

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- اگر $\log_6^a = a$ و $\log_6^b = b$ ، آنگاه $\log_6^{\hat{b}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{a}{1-b}$ (۲) $\frac{b}{1-a}$
(۳) $\frac{a}{1+b}$ (۴) $\frac{b}{1+a}$

۱۳۱- نمودار معکوس تابع $y = 1 + 3^x$ کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- اگر $f(x) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^x$ باشد، دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{xf(x)}$ ، کدام بازه است؟

(۲) $(-\infty, 0)$

(۱) $[-1, 1]$

(۴) $(0, +\infty)$

(۳) $(-\infty, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- اگر $\log 5 = 3k$ ، آنگاه $\log \sqrt[3]{1/6}$ کدام است؟

(۲) $2 - 5k$

(۱) $1 - 4k$

(۴) $1 - k$

(۳) $1 - 2k$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- اگر $\log_{\frac{1}{3}} 500 = A$ باشد، آنگاه:

(۲) $4 < A < 5$

(۱) $-5 < A < -4$

(۴) $5 < A < 6$

(۳) $-6 < A < -5$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- اگر لگاریتم عدد $2\sqrt[3]{0/25}$ در مبنای ۸ برابر A باشد، آنگاه لگاریتم عدد $\left(\frac{1}{A} - 1\right)$ در پایه‌ی ۴ کدام است؟

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) -3

(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- اگر $\log_{17} 3 = a$ باشد، حاصل $\log_{27} 26 \times \dots \times \log_{27} 26 \times \log_{27} 26$ برابر است با:

(۲) $\frac{1-a}{6a}$

(۱) $\frac{1}{6a}$

(۴) $\frac{1}{3a}$

(۳) $\frac{1-a}{3a}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- از دو معادله $\log(y+2)=1$ و $\log(y-x)+\log(4x+y)=2$ ، مقدار x کدام است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- اگر $2^{-x} < 0.000001$ و $\log 2 = 0.301$ ، کوچک‌ترین عدد x با دو رقم اعشاری کدام است؟

۱۹/۹۱ (۲)

۱۹/۸۹ (۱)

۱۹/۹۷ (۴)

۱۹/۹۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- به عدد ۳۰۱ چند واحد بیفزاییم تا لگاریتم عدد حاصل در مبنای ۸ برابر ۳ گردد؟

۱۱۲ (۲)

۱۰۳ (۱)

۳۰۱ (۴)

۲۱۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- چند مقدار مورد قبول x ، حاصل دترمینان $\begin{vmatrix} \log(6x-1) & \log(1-x) \\ \log(1-x) & \log(6x-1) \end{vmatrix}$ را صفر می‌کند؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، دیفرانسیل و انتگرال - گواه، - ۱۳۹۵۰۵۲۹

۱۱۱- اگر $A = \{-1, 0\}$ و $B = \{0, 1\}$ کدام گزاره نادرست است؟

(۱) $A - B$ نسبت به عمل ضرب بسته است. (۲) $B - A$ نسبت به عمل ضرب بسته است.

(۳) $A \cup B$ نسبت به عمل ضرب بسته است. (۴) $A \cap B$ نسبت به عمل ضرب بسته است.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر a^3 عددی گویا و b^5 عددی گنگ باشد، کدام گزینه درست است؟

(۱) $a^2 + b^{10}$ گویاست. (۲) $a^3 b^5$ گنگ است.

(۳) $a^3 + b^5$ گویاست. (۴) $\frac{a^6 + 1}{b}$ گنگ است.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- خط $y = a$ نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \text{Max}\left\{\left|x\right|, \frac{1}{x^2}\right\}$ را در چهار نقطه قطع می‌کند. مجموعه

مقادیر a کدام است؟

(۱) $(1, +\infty)$ (۲) $(-\infty, 1)$

(۳) $[1, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 1]$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- به ازای چند مقدار طبیعی n ، بازه‌ی $\left(\frac{1}{n+2}, \frac{1}{n+1}\right)$ ، یک همسایگی برای عدد $\frac{3}{8}$ است؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- مجموع 25° جمله‌ی اول از دنباله‌ی $\left\{\cos \frac{n\pi}{3}\right\}$ کدام است؟

(۱) $\frac{-3}{2}$ (۲) ۱

(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- اگر در دنباله‌ی $\left\{ \frac{4n-3}{2n+6} \right\}$ ، برای مقادیر $n > M$ نامساوی $\frac{4n-3}{2n+6} < \frac{1}{999}$ برقرار باشد، حداقل

مقدار طبیعی M کدام است؟

۷۴۹۷ (۲)

۷۴۹۶ (۱)

۷۴۹۹ (۴)

۷۴۹۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- دنباله‌ی $u_n = n \left(\frac{2}{3} \right)^n$ برای $n \geq 2$ چه نوع دنباله‌ای است؟

(۲) نزولی - کراندار از بالا و پایین

(۱) صعودی - کراندار از بالا و پایین

(۴) نزولی - فقط از بالا کراندار

(۳) صعودی - فقط از پایین کراندار

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- چه تعداد از دنباله‌های $\left\{ \cot \frac{\pi}{2n} \right\}$ ، $\left\{ \tan \frac{\pi}{3n} \right\}$ و $\{ \tan^{-1} n \}$ کراندار هستند؟

۱ (۲)

(۱) صفر

۳ (۴)

۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

$$\dots \left\{ \frac{2^{3n+2} + 8^{n+1}}{2^{3n+1} + 8^n} \right\} \text{ دنباله ی } 119$$

(۱) همگرا به ۲ است.

(۲) همگرا به ۸ است.

(۳) همگرا به ۴ است.

(۴) همگرا نیست.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- کدام دنباله همگراست؟

$$\sin(n\pi + \frac{\pi}{4}) + \cos(n\pi + \frac{\pi}{4}) \quad (۱)$$

$$\sin(n\pi + \frac{\pi}{4}) + \cos(n\pi - \frac{\pi}{4}) \quad (۲)$$

$$\sin(n\pi + \frac{\pi}{4}) \cos(n\pi + \frac{\pi}{4}) \quad (۳)$$

$$\sin(\frac{n\pi}{2}) \cos(n\pi + \frac{\pi}{4}) \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

-۹۱

(فهرست نامی)

$$\frac{\cos 3x}{\sin x} - \cot x = \frac{\cos 3x}{\sin x} - \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$= \frac{\cos 3x - \cos x}{\sin x} = \frac{-2 \sin 2x \sin x}{\sin x} = -2 \sin 2x$$

$$\frac{\pi}{8} \leq x \leq \frac{\pi}{6} \Rightarrow \frac{\pi}{4} \leq 2x \leq \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin 2x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow -\sqrt{3} \leq -2 \sin 2x \leq -\sqrt{2}$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۹۲

(عمید زرین‌کفش)

$$\cot \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \tan \alpha = 3$$

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{10}$$

$$\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2\left(\frac{1}{10}\right) - 1 = \frac{-8}{10}$$

$$\cos 4\alpha = 2 \cos^2 (2\alpha) - 1 = 2\left(\frac{-8}{10}\right)^2 - 1 = \frac{28}{100}$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۹۳

(هادی پلاور)

$$\cot^2 \frac{\pi}{8} - \tan^2 \frac{\pi}{8} = \frac{\cos^2 \frac{\pi}{8}}{\sin^2 \frac{\pi}{8}} - \frac{\sin^2 \frac{\pi}{8}}{\cos^2 \frac{\pi}{8}} = \frac{\cos^4 \frac{\pi}{8} - \sin^4 \frac{\pi}{8}}{\sin^2 \frac{\pi}{8} \cos^2 \frac{\pi}{8}}$$

$$= \frac{(\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8})(\cos^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{\pi}{8})}{(\sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8})^2}$$

$$= \frac{(\cos^2 \frac{\pi}{8}) \times 1}{(\frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{4})^2} = \frac{\cos^2 \frac{\pi}{8}}{\frac{1}{4} \sin^2 \frac{\pi}{4}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{1}{4}} = 4\sqrt{2}$$

(حسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

دانلود از سایت ریاضی سرا ۳

۱

(فرهار نامی)

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2}[\cos(a - b) - \cos(a + b)]$$

$$2 \sin 70^\circ \sin 20^\circ + \cos 130^\circ$$

$$= 2 \times \frac{1}{2}[\cos(70^\circ - 20^\circ) - \cos(70^\circ + 20^\circ)] + \cos 130^\circ$$

$$= \cos 50^\circ - \cos 90^\circ + \cos(180^\circ - 50^\circ) = \cos 50^\circ - \cos 50^\circ = 0$$

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(ممد رضا شوکتی بیرق)

اگر این زاویه را θ بنامیم، طبق قضیه‌ی کسینوس‌ها داریم:

$$(2\sqrt{7})^2 = 2^2 + 6^2 - 2 \times 2 \times 6 \times \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2}$$

تنها زاویه‌ای که بتواند زاویه‌ی یک مثلث باشد و کسینوس آن $\frac{1}{2}$ باشد، 60° درجه است.

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(میثم حمزه لویی)

$$\sin 2x - 2 \tan x = 0 \Rightarrow 2 \sin x \cos x - \frac{2 \sin x}{\cos x} = 0$$

$$\Rightarrow 2 \sin x \left(\cos x - \frac{1}{\cos x} \right) = 0 \Rightarrow 2 \sin x \left(\frac{\cos^2 x - 1}{\cos x} \right) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \xrightarrow{[0, 2\pi]} x = 0, \pi, 2\pi \\ \cos x = 1 \xrightarrow{[0, 2\pi]} x = 0, 2\pi \\ \cos x = -1 \xrightarrow{[0, 2\pi]} x = \pi \end{cases}$$

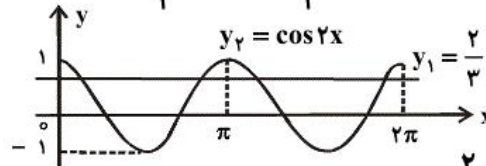
پس معادله‌ی مورد نظر دارای سه جواب متمایز 2π و π و $x = 0$ در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ است.

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(مهمدرضا شوکتی بیرق)

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{\pi}{4} + x\right)\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) &= \frac{1}{3} \\ \Rightarrow -\frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{\pi}{4} + x + \frac{\pi}{4} - x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} + x - \frac{\pi}{4} + x\right)\right] \\ &= -\frac{1}{2}[0 - \cos 2x] = \frac{1}{2}\cos 2x = \frac{1}{3} \Rightarrow \cos 2x = \frac{2}{3} \end{aligned}$$



با توجه به نمودارهای $y_2 = \cos 2x$ و $y_1 = \frac{2}{3}$ ملاحظه می‌کنیم که معادله‌ی داده شده، چهار جواب در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ دارد.

(مسایان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۳)

- ۱ ۲ ۳ ۴

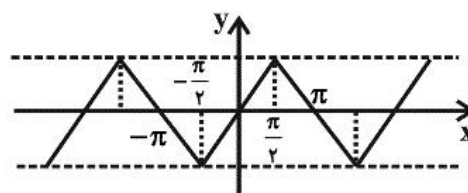
(عمیدرضا علیزاده)

$$\begin{aligned} \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right), k, \frac{\pi}{4} \Rightarrow 2k &= \underbrace{\tan^{-1}\frac{1}{2}}_{\alpha} + \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan 2k = \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) \\ \Rightarrow \tan 2k &= \frac{\tan \alpha + 1}{1 - \tan \alpha} = \frac{\frac{1}{2} + 1}{1 - \frac{1}{2}} = 3 \Rightarrow \tan 2k = 3 \Rightarrow k = \frac{1}{2}\tan^{-1} 3 \end{aligned}$$

(مسایان - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

- ۱ ۲ ۳ ۴

(هاری پلور)

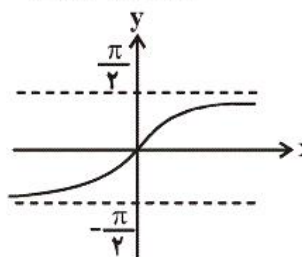


نمودار تابع $y = \sin^{-1}(\sin x)$ به صورت زیر است، همان‌طور که از نمودار پیداست، $T = 2\pi$ دوره‌ی تناوب تابع است.

(مسایان - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

- ۱ ۲ ۳ ۴

(عمیدرضا علیزاده)



به نمودار $y = \tan^{-1} x$ توجه کنید، چون $\sqrt{x} \geq 0$ ، پس برد تابع $y = \tan^{-1} \sqrt{x}$ ، بازه‌ی $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ و در نتیجه به برد تابع $y = \tan^{-1} \sqrt{x} + \pi$ برابر $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$ است.

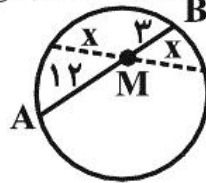
تذکر: دقت شود که دامنه‌ی تابع $y = \tan^{-1} \sqrt{x} + \pi$ ، بازه‌ی $[0, +\infty)$ است.

(مسایان - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

- ۱ ۲ ۳ ۴

-۱۴۱

(مسئله مماس‌گریمی)



کوتاه‌ترین وتر گذرنده از M ، وتری است که بر قطر گذرنده از این نقطه عمود است پس در نقطه M نصف می‌شود.

$$x \times x = 3 \times 12 \Rightarrow x = 6 \Rightarrow 2x = 12$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۸)

۴

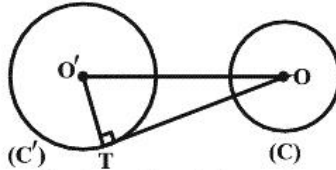
۳

۲

۱

-۱۴۲

(رضای پورفسینی)



$$\begin{aligned} OO'^2 &= O'T^2 + OT^2 \\ \Rightarrow OO'^2 &= 4R^2 + 12R^2 = 16R^2 \\ \Rightarrow OO' &= 4R \end{aligned}$$

چون $OO' > R + R'$ ، پس دو دایره متخارج هستند و طول مماس مشترک داخلی آن‌ها برابر است با:

$$\sqrt{OO'^2 - (2R + R)^2} = \sqrt{16R^2 - 9R^2} = \sqrt{7R^2} = R\sqrt{7}$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۴

۳

۲

۱

-۱۴۳

(عمید کرویسی)

$$\begin{cases} \text{طول مماس مشترک خارجی: } \sqrt{d^2 - (R_1 - R_2)^2} = 6\sqrt{7} \\ \text{طول مماس مشترک داخلی: } \sqrt{d^2 - (R_1 + R_2)^2} = 4\sqrt{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} d^2 - (7 - R)^2 = 36 \times 7 \\ d^2 - (7 + R)^2 = 16 \times 7 \end{cases} \Rightarrow 28R = 20 \times 7 \Rightarrow R = 5$$

$$\Rightarrow d^2 = 36 \times 7 + 4 = 256 \Rightarrow d = 16 \Rightarrow |d - R| = |16 - 5| = 11$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

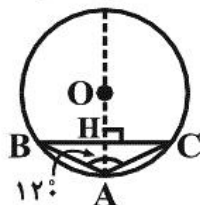
۴

۳

۲

۱

(رضا پور حسینی)



کمان در خور نظیر پاره خط $BC = 6$ با زاویه 120° درجه را رسم می کنیم. بدیهی است که رأس A روی این کمان قرار می گیرد (زاویه منفرجه روی کمان کوچکتر قرار دارد) مطابق شکل زمانی مثلث ABC ، بیشترین مساحت را دارد که ارتفاع نظیر BC بیشترین طول را داشته باشد. بدیهی است که این ارتفاع زمانی ماکزیمم است که رأس A محل تلاقی

عمود منصف BC با کمان در خور باشد. پس: $R = \frac{a}{2 \sin 120^\circ} = \frac{6}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{3}$

$OH = R |\cos 120^\circ| = 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \sqrt{3}$

$AH = R - OH = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$

$S_{ABC} = \frac{1}{2} \times AH \times BC = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 6 = 3\sqrt{3}$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۴

۳

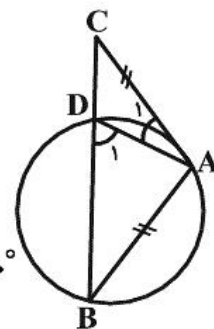
۲

۱ ✓

(رضا پور حسینی)

$$\left. \begin{aligned} AC = AB &\Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} = \frac{\widehat{AD}}{2} \\ A_1 = \frac{\widehat{AD}}{2} = 20^\circ &\Rightarrow \widehat{AD} = 40^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{C} = 20^\circ$$

ΔACD : $\widehat{D}_1 = \widehat{A}_1 + \widehat{C} = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$



(هندسه ۲ - دایره: مشابه مسأله ۹، صفحه‌ی ۷۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

(سروش موئینی)

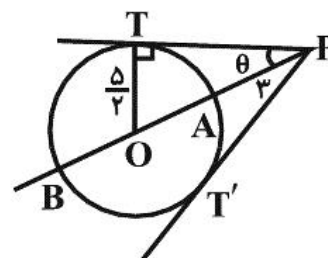
داریم: $PT^2 = PA \cdot PB \Rightarrow PA \cdot PB = 24 \Rightarrow PA(PA + AB) = 24$
 اگر $PA = x$ باشد، طبق صورت سؤال $AB = x + 2$ است:
 $x(x + x + 2) = 24 \Rightarrow x(2x + 2) = 24 \Rightarrow x(x + 1) = 12$

$\Rightarrow x = 3 \Rightarrow AB = 5 \Rightarrow R = \frac{5}{2}$

$\sin \theta = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{2} + 3} = \frac{5}{11}$

$\widehat{TPT'} = 2\theta = 2 \sin^{-1} \frac{5}{11}$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۷۴ تا ۷۸)



۴

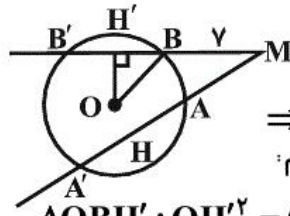
۳

۲ ✓

۱

(نویز مجیدی)

۱۴۷-



با توجه به روابط طولی در دایره داریم:

$$MA \cdot MA' = MB \cdot MB'$$

$$\Rightarrow 9(9+x) = 7(7+2x+1)$$

$$\Rightarrow 81+9x = 56+14x \Rightarrow 5x = 25 \Rightarrow x = 5$$

واضح است که $BB' = 11$ ، وتر بزرگ تر است. داریم:

$$\Delta OBH' : OH'^2 = OB^2 - BH'^2 = 7^2 - \left(\frac{11}{2}\right)^2$$

$$= 49 - \frac{121}{4} = \frac{75}{4} \Rightarrow OH' = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۷۴ تا ۷۸)

۴

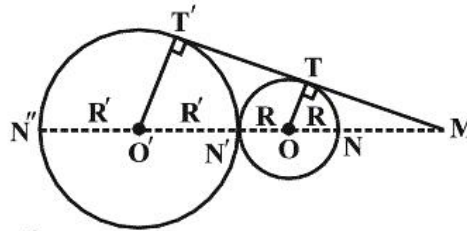
۳

۲

۱ ✓

(مهمر فندان)

۱۴۸-



$$MN'' = MN + 2R + 2R'$$

$$\Rightarrow R + R' = \frac{45}{2}$$

$$\begin{cases} MT^2 = MN \times MN' \\ MT'^2 = MN' \times MN'' \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{MT}{MT'}\right)^2 = \frac{MN}{MN''} = \frac{4}{49} \Rightarrow \frac{MT}{MT'} = \frac{2}{7}$$

$$\Delta MO'T' : OT \parallel O'T' \Rightarrow \frac{R}{R'} = \frac{MT}{MT'} = \frac{2}{7} \Rightarrow R' = \frac{7}{2}R$$

$$\Rightarrow \frac{7}{2}R + R = \frac{45}{2} \Rightarrow R = 5$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۷۴ تا ۷۸)

۴

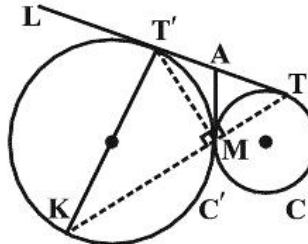
۳

۲

۱ ✓

(مهمر فندان)

۱۴۹-



فرض کنیم مماس مشترک داخلی دو دایره، TT' (مماس مشترک خارجی دو دایره) را در نقطه A قطع کند. مطابق شکل AM و AT مماس‌های رسم شده از A بر دایره C و AT' و AM مماس‌های رسم شده از A بر دایره C' هستند،

$$AM = \frac{1}{2}TT' \text{ و } AM = AT = AT'$$

پس زاویه TMT' قائمه است. در نتیجه زاویه $T'MK$ نیز قائمه است و ضلع روبه‌رو به آن، قطر دایره C' است.

$$T'K = 2R' = 2 \times 4 = 8$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(رضا عباسی اصل)

۱۵۰-

شعاع بر خط مماس در نقطه تماس عمود است، پس

$$\Delta ATO, \hat{ATO} = 90^\circ \text{ حال در مثلث قائم‌الزاویه } \hat{ATO}$$

داریم: $\hat{AOT} = 64^\circ$ پس $\widehat{BT} = 64^\circ$. از طرفی داریم:

$$\hat{P} = \frac{\widehat{BT} - \widehat{MN}}{2} \Rightarrow 26^\circ = \frac{64^\circ - \widehat{MN}}{2}$$

$$\Rightarrow 64^\circ - \widehat{MN} = 52^\circ \Rightarrow \widehat{MN} = 12^\circ$$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۵۱-

(علیرضا شریف‌ظیعی)

$$|(A \times B) - (B \times A)| = |A \times B| - |(A \cap B)|^2$$

$$24 = 7 \times 7 - |A \cap B|^2 \Rightarrow |A \cap B| = 5$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 7 + 7 - 5 = 9$$

$$|P(A \cup B)| = 2^9 = 512$$

(فبر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه: صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

۴

۳

۲

۱

۱۵۲-

(مهدی رضا وکیل‌الرعایا)

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid \frac{1}{3} \leq \frac{1}{\sqrt{x}} < \frac{1}{2}\} = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$B = \{4k + 1 \mid k \in \mathbb{Z}, 1 \leq k \leq 4\}$$

$$\Rightarrow B = \{5, 9, 13, 17\}$$

پس $A \cap B = \{5, 9\}$ و در نتیجه:

$$|(A \times B) \cap (B \times A)| = |(A \cap B)|^2 = |\{5, 9\}|^2 = 4$$

یعنی اشتراک دو حاصل ضرب دکارتی ۴ عضوی است و $2^4 = 16$ زیر مجموعه دارد.

(فبر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه: صفحه‌های ۵۶ تا ۶۰)

۴

۳

۲

۱

۱۵۳-

(سروش موثینی)

می‌دانیم برای هر دو عدد صحیح فرد، شرط $8 \mid x^2 - y^2$ برقرار است. پس حتماً اعضای $(1, -1)$ و $(1, 1)$ و $(1, 3)$ و $(3, -1)$ و $(3, 1)$ و $(3, 3)$ و $(-1, -1)$ و $(-1, 1)$ و $(-1, 3)$ را داریم.

در مورد اعداد زوج، واضح است که تنها دو زوج مرتب $(-4, -4)$ و $(2, 2)$ متعلق به این رابطه است. پس روی هم $9 + 2 = 11$ عضو داریم.

(فبر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۵)

۴

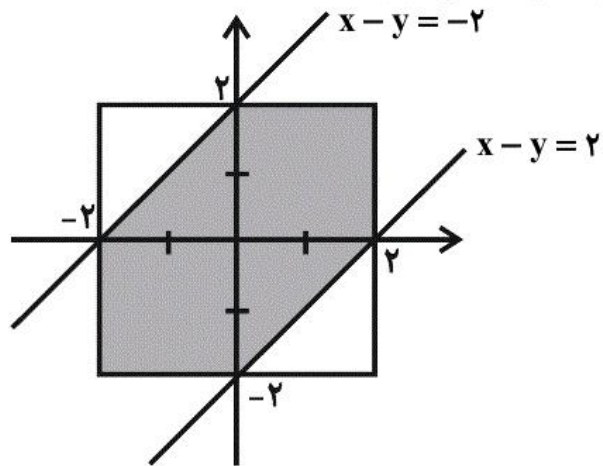
۳

۲

۱

(سیرمسن فاطمی)

نمودار R_1 درون و روی یک مربع به ضلع ۴ است و نمودار R_2 نقاط بین دو خط $x - y = 2$ و $x - y = -2$ است. در نتیجه اشتراک این دو قسمت مطابق شکل مساحتی برابر با ۱۲ دارد.



(بیر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۵)

- ۱
 ۲ ✓
 ۳
 ۴

(مهمدرضا وکیل‌الرعایا)

در این جا چند حالت داریم:

حالت اول: دو مجموعه‌ی سه عضوی ← تعداد حالات $10 = \frac{6!}{3!3!2!}$

حالت دوم: شش مجموعه‌ی یک عضوی ← تعداد حالات $1 = \frac{6!}{1!6!}$

حالت سوم: سه مجموعه‌ی دو عضوی ← تعداد حالات $15 = \frac{6!}{2!2!2!3!}$

بنابراین کل تعداد حالت‌ها برابر ۲۶ است.

(بیر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه: صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

- ۱
 ۲
 ۳
 ۴

(سیرامیر ستوره)

واضح است که $10 \geq 1 \times 1$ بنابراین $1R1$ یعنی R بازتابی نیست. R

متقارن است زیرا با فرض xRy نتیجه می‌شود $xy \geq 10$ پس $yx \geq 10$

یعنی yRx . R تعدی نیست زیرا $3R7$ و $7R2$ اما $3R2$.

(بیر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

- ۱ ✓
 ۲
 ۳
 ۴

۱۵۷-

(علی سعیدی زاد)

هر رابطه‌ی تک عضوی حتماً ویژگی تعدی دارد، برای اینکه غیر تعدی شود باید

حداقل ۲ عضو داشته باشد مانند رابطه‌ی $R = \{(a,b)(b,a)\}$

(بیر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه؛ صفحه‌های ۶۷)

۱ ۲ ۳ ۴

۱۵۸-

(سروش موثینی)

مجموعه‌ی اعداد اول یک رقمی $\{۲,۳,۵,۷\}$ است. که تعداد روابط هم‌ارزی (تعداد افزاها) در آن، برابر ۱۵ است.

(بیر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

۱ ۲ ۳ ۴

۱۵۹-

(معصومه کرائی)

به راحتی می‌توان نشان داد که رابطه‌ی R ، یک رابطه‌ی هم‌ارزی روی A^2 است.

$$[(a,b)] = \{(x,y) \in A^2 \mid (x,y)R(a,b)\}$$

$$= \{(x,y) \in A^2 \mid x + b = y + a\} = \{(x,y) \in A^2 \mid x - y = a - b\}$$

مقادیر برای $a - b$ عبارتند از ۳، ۲، ۱، ۰، -۱، -۲، -۳ و بنابراین تعداد کلاس‌های هم‌ارزی برابر ۷ است.

(بیر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه؛ صفحه‌های ۶۵ تا ۶۸)

۱ ۲ ۳ ۴

۱۶۰-

(امیرحسین ابومحبوب)

رابطه‌ی مورد نظر، هر سه ویژگی بازتابی، تقارنی و تعدی را داراست، پس هم‌ارزی می‌باشد. کلاس هم‌ارزی $[(۲,۴)]$ عبارت است از:

$$(x,y)R(۲,۴) \Rightarrow ۱۶x = ۲y^2 \Rightarrow y^2 = ۸x$$

از بین گزینه‌ها، تنها زوج مرتب $(۸,۸)$ به این کلاس هم‌ارزی تعلق دارد.

(بیر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه؛ صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۱ ۲ ۳ ۴

(عیب شفیع)

$$\frac{1}{x^2+x-6} - \frac{1}{x^2-5x+4} > 0 \Rightarrow \frac{x^2-5x+4-x^2-x+6}{(x^2+x-6)(x^2-5x+4)} > 0$$

$$\Rightarrow p = \frac{-6x+10}{(x-2)(x+3)(x-1)(x-4)} > 0$$

x	-3	1	$\frac{5}{3}$	2	4	
p	+ ن	- ن	+ ن	- ن	+ ن	-

با توجه به جدول تعیین علامت، مجموعه‌ی جواب به صورت

$(-\infty, -3) \cup (1, \frac{5}{3}) \cup (2, 4)$ می‌باشد که فقط عدد طبیعی ۳ در این مجموعه‌ی جواب وجود دارد. (دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۶ و ۱۷)

۴

۳

۲

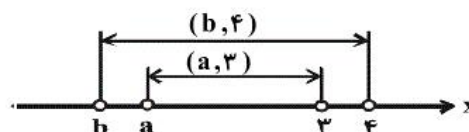
۱ ✓

(عمید زرین‌کفش)

چون $a - b = 1$ ، پس $a > b$ بوده و در نتیجه با توجه به محور اعداد و فرض سؤال، اشتراک دو بازه‌ی $(a, 3)$ و $(b, 4)$ ، بازه‌ی $(a, 3)$ خواهد بود.

$$(a, 3) \text{ نقطه‌ی میانی بازه‌ی } (a, 3) = \frac{a+3}{2} = 1 \Rightarrow a = -1$$

$$a - b = 1 \xrightarrow{a=-1} b = -2 \Rightarrow a + b = -3$$



(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

(عمید علیزاده)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{0. \overbrace{666 \dots 6}^n}{k66 \dots 6} = \frac{0. \overline{k6} - k}{90} = \frac{10k + 6 - k}{90}$$

$$= \frac{9k + 6}{90} = \frac{3k + 2}{30} = \frac{p}{6}$$

$$3k + 2 = 5p \Rightarrow p = \frac{3k + 2}{5}$$

با توجه به اینکه $p \in \mathbb{N}$ و $0 \leq k \leq 9$ ، فقط به ازای $k = 1$ و $k = 6$ ،

عضو اعداد طبیعی می‌شود. داریم: $k = 1 \Rightarrow p = 1 \Rightarrow k + p = 2$

$k = 6 \Rightarrow p = 4 \Rightarrow k + p = 10$.

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه و دنباله: صفحه‌های ۷ و ۸ و ۲۷ تا ۳۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهم‌رضا شوکتی بیرق)

$$|3x - 1| \leq 5 \Rightarrow -5 \leq 3x - 1 \leq 5 \Rightarrow -4 \leq 3x \leq 6$$

$$\Rightarrow -\frac{4}{3} \leq x \leq 2 \Rightarrow k_{\min} = \max\{|2|, |-\frac{4}{3}|\} = 2$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

۴ ✓

دانلود از کتابخانه ریاضی سرا ۳

۱

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times 2^n}{2^n + 1} = 2$$

$$\left| \frac{2 \times 2^n}{2^n + 1} - 2 \right| < \frac{1}{150} \Rightarrow \left| \frac{2 \times 2^n - 2 \times 2^n - 2}{2^n + 1} \right| < \frac{1}{150}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{2}{2^n + 1} \right| < \frac{1}{150} \Rightarrow \frac{2^n + 1}{2} > 150 \Rightarrow 2^n > 299 > 2^8 \Rightarrow n \geq 9$$

بنابراین به ازای هشت مقدار n ، جملات دنباله در نامساوی فوق صدق نمی کنند.
(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه های ۲۷ تا ۳۷)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

چون دنباله u_n همگراست، باید درجهی صورت کوچک تر یا مساوی درجهی مخرج باشد. پس:

$$\text{زوج } n: \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{an^b + 1}{n - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{an^b}{n} \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{an}{n} = a$$

$$\text{فرد } n: \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^b - 1}{an + 2} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^b}{an} \Rightarrow b = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{an} = \frac{1}{a}$$

$$a = \frac{1}{a} \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1 \quad \text{دنباله } u_n \text{ همگراست. بنابراین:}$$

$$\text{اگر } a = 1 \Rightarrow \frac{a}{b} = 1, \text{ اگر } a = -1 \Rightarrow \frac{a}{b} = -1$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه های ۲۷ تا ۳۷)

□۴

□۳✓

□۲

□۱

$$a_n: 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$$

با نوشتن چند جمله از این دنباله، مشخص می شود که $a_n = \frac{1}{n}$ ، که یک دنباله نزولی

است و از طرفی چون همواره $0 < \frac{1}{n} \leq 1$ پس این دنباله کران دار است.

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه های ۲۷ تا ۳۷)

□۴

□۳

□۲

□۱✓

(کظم سالار)

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{5^{n+1}}{(n+1)!}}{\frac{5^n}{n!}} = \frac{5^n \times 5}{n!(n+1)} = \frac{5}{n+1} < 1 \Rightarrow 5 < n+1 \Rightarrow n > 4$$

اولین عدد طبیعی بعد از ۴، عدد ۵ می باشد. پس: $k = 5$

b_n تا جمله ی دوم صعودی است. $b_n = \frac{n^2}{n!} \Rightarrow b_n = \{1, 2, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \dots\}$ (دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه های ۲۳ و ۲۴)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

(سعید زوارقی)

چون $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + (-1)^n}{n + a} = 1$ می شود، برای اینکه حد دنباله صفر شود، باید مقادیر داخل براکت وقتی $n \rightarrow \infty$ ، کوچکتر از یک باشد:

$$\frac{n + (-1)^n}{n + a} < 1 \Rightarrow n + (-1)^n < n + a \Rightarrow a > (-1)^n \Rightarrow a > 1$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه های ۲۷ تا ۳۷)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

(سعید مدیرفراسانی)

$$\left| 3 - \left(\frac{1}{2}\right)^n - 3 \right| < \varepsilon \Rightarrow \left| -\left(\frac{1}{2}\right)^n \right| < \varepsilon \Rightarrow \left| \left(\frac{1}{2}\right)^n \right| < \varepsilon$$

$$\xrightarrow{n \in \mathbb{N}} \left(\frac{1}{2}\right)^n < \varepsilon \Rightarrow \frac{1}{2^n} < \varepsilon \Rightarrow 2^n > \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow \log_2 2^n > \log_2 \frac{1}{\varepsilon}$$

$$\Rightarrow n > \log_2 \frac{1}{\varepsilon} \Rightarrow n \geq \left[\log_2 \frac{1}{\varepsilon} \right] + 1$$

پس حداقل مقدار طبیعی عدد M برابر $M = \left[\log_2 \frac{1}{\varepsilon} \right] + 1$ است.

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه ی ۳۲)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

(ممدابراهیم گیتی زاده)

قرینه ی نقطه ی $A(a, b, c)$ نسبت به صفحه ی xy ، نقطه ی $A_1(a, b, -c)$

و قرینه ی $A_1(a, b, -c)$ نسبت به محور z ها، نقطه ی $A_2(-a, -b, -c)$

است. اما $A_2(-a, -b, -c)$ قرینه ی نقطه ی $A(a, b, c)$ نسبت به مبدأ

مختصات می باشد.

(هندسه تحلیلی و جبر فضا - بردارها: صفحه های ۴، ۵ و ۱۳)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

اگر $a = (x, y, z)$ فرض شود، آن گاه:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3} \Rightarrow x^2 + y^2 = 3$$

$$\sqrt{x^2 + z^2} = 3 \Rightarrow x^2 + z^2 = 9$$

$$\sqrt{y^2 + z^2} = \sqrt{6} \Rightarrow y^2 + z^2 = 6$$

$$\Rightarrow 2(x^2 + y^2 + z^2) = 18$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 9 \Rightarrow |a| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 3$$

همانطور که ملاحظه می‌شود اندازه‌ی بردار a برابر ۳ به دست آمده است که با اندازه‌ی تصویرش روی صفحه‌ی XZ برابر است، پس مشخص می‌شود که این بردار موازی صفحه‌ی XZ و در نتیجه عمود بر محور Y است.

(هندسه تحلیلی و بی‌رقطی - بردارها: صفحه‌های ۷ تا ۹)

۴

۳

۲✓

۱

دو بردار در صورتی موازی یکدیگرند که یکی مضرب دیگری باشد. داریم:

$$u = tv \Rightarrow (2 + 3k)a - 2b = t(k - 1)a + tb$$

$$\Rightarrow (2 + 3k - t(k - 1))a = (t + 2)b$$

و با توجه به اینکه a و b هم راستا نیستند، تنها در صورتی تساوی فوق درست است که هر دو ضریب، برابر صفر باشند؛ یعنی:

$$t + 2 = 0 \Rightarrow t = -2$$

$$2 + 3k - t(k - 1) = 0 \Rightarrow 2 + 3k = t(k - 1)$$

$$2 + 3k = -2(k - 1) \Rightarrow k = 0$$

(هندسه تحلیلی و بی‌رقطی - بردارها: صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴

۳

۲✓

۱

$$a = \alpha b + \beta c \Rightarrow (1, 2, 3) = \alpha(1, -1, 0) + \beta(2, 3, m) \quad \text{روش اول:}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + 2\beta = 1 \\ -\alpha + 3\beta = 2 \\ \beta m = 3 \end{cases}$$

از حل دو معادله‌ی اول، $\beta = \frac{3}{5}$ و $\alpha = \frac{-1}{5}$ به دست می‌آید و در نتیجه $m = 5$ خواهد بود.

روش دوم: اگر بتوان بردار a را به دو بردار b و c تجزیه نمود، آن گاه این سه بردار هم صفحه‌اند. داریم:

$$a \cdot (b \times c) = 0 \Rightarrow c \cdot (a \times b) = 0$$

$$(2, 3, m) \cdot (3, 3, -3) = 0 \Rightarrow 6 + 9 - 3m = 0 \Rightarrow m = 5$$

(هندسه تحلیلی و بی‌رقطی - بردارها: صفحه‌های ۹ تا ۱۱ و ۳۲)

۴

۳✓

۲

۱

(رضا عباسی اصل)

$$\mathbf{b} + \mathbf{c} = (0, 4, 3) \Rightarrow |\mathbf{b} + \mathbf{c}| = \sqrt{0^2 + 4^2 + 3^2} = 5$$

$$|\mathbf{a}'| = \frac{|\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c})|}{|\mathbf{b} + \mathbf{c}|} \Rightarrow 3 = \frac{|(3, m, 2) \cdot (0, 4, 3)|}{5}$$

$$\Rightarrow |4m + 6| = 15 \Rightarrow \begin{cases} 4m + 6 = 15 \Rightarrow m = \frac{9}{4} \\ 4m + 6 = -15 \Rightarrow m = \frac{-21}{4} \end{cases}$$

[۴] ✓

[۳]

[۲]

[۱]

(سامان اسپهرم)

اگر α ، β و γ ، زوایای یک بردار با محورهای مختصات باشند، مختصات برداریکه‌ی آن برابر است با $\mathbf{e}_a = (\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$ ، در این صورت خواهیم داشت:

$$\mathbf{e}_a = (\cos(60^\circ), \cos(45^\circ), \cos(120^\circ)) = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

$$\mathbf{a} = |\mathbf{a}| \mathbf{e}_a = 4 \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{2}\right) = (2, 2\sqrt{2}, -2)$$

(هندسه تحلیلی و جبر فکتی - بردارها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

[۴]

[۳]

[۲] ✓

[۱]

(رضا عباسی اصل)

فرض کنیم $\mathbf{a} = (x-1, y+3, z-3)$ و $\mathbf{b} = (1, -2, 2)$ ، بنابه نامساوی کوشی - شوارتز داریم:

$$|\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}| |\mathbf{b}|$$

$$\Rightarrow |1(x-1) - 2(y+3) + 2(z-3)|$$

$$\leq \sqrt{(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-3)^2} \times \sqrt{1+4+4}$$

$$\Rightarrow |x - 2y + 2z - 13| \leq \sqrt{10} \times \sqrt{9}$$

$$\Rightarrow -30 \leq x - 2y + 2z - 13 \leq 30$$

$$\Rightarrow -17 \leq x - 2y + 2z \leq 43 \Rightarrow \max(x - 2y + 2z) = 43$$

(هندسه تحلیلی و جبر فکتی - بردارها: صفحه‌ی ۲۴)

[۴] ✓

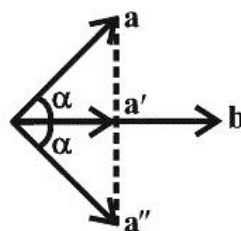
[۳]

[۲]

[۱]

(سید عادل رضا مرتضوی)

با توجه به شکل داریم:



$$|\mathbf{a} \times \mathbf{a}''| = 2 \Rightarrow |\mathbf{a}| |\mathbf{a}''| \sin 2\alpha = 2$$

$$\Rightarrow |\mathbf{a}|^2 \sin 2\alpha = 2 \Rightarrow (\sqrt{2})^2 \sin 2\alpha = 2$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

(هندسه تحلیلی و جبر فکتی - بردارها: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶ و ۲۸)

[۴]

[۳]

[۲] ✓

[۱]

(رضا عباسی اصل)

$$\mathbf{a} \times \mathbf{c} = \mathbf{b} \Rightarrow \mathbf{b} \perp \mathbf{a} \Rightarrow \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$$

$$\Rightarrow (1, m, 2) \cdot (1, m, 1) = 0 \Rightarrow m^2 + 3 = 0$$

ریشه حقیقی ندارد. $m^2 = -3$

(هندسه تحلیلی و جبر قطبی - بردارها: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

(عباس اسری امیر آباری)

-۱۷۰

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{b} + \mathbf{c} = -\mathbf{a} \Rightarrow |\mathbf{b} + \mathbf{c}|^2 = |-\mathbf{a}|^2$$

$$\Rightarrow |\mathbf{b}|^2 + |\mathbf{c}|^2 + 2\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = |\mathbf{a}|^2 \Rightarrow 4^2 + 3^2 + 2\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = 5^2$$

$$\Rightarrow 2\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = 0 \Rightarrow \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = 0 \Rightarrow \mathbf{b} \perp \mathbf{c}$$

چهارضلعی ساخته شده روی \mathbf{b} و \mathbf{c} مستطیل است، پس:

$$S = |\mathbf{b} \times \mathbf{c}| = |\mathbf{b}| |\mathbf{c}| \sin \frac{\pi}{2} = 4 \times 3 \times 1 = 12$$

(هندسه تحلیلی و جبر قطبی - بردارها: صفحه‌های ۲۰ و ۳۰)

۴ ✓

۳

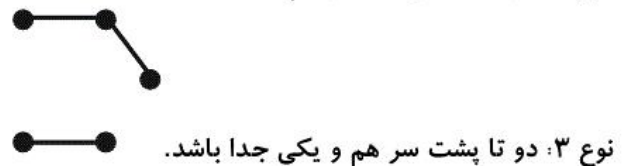
۲

۱

ریاضی، ریاضیات گسسته، - ۱۳۹۵۰۵۲۹

-۱۸۱

(عسین شزایی)



(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

ماکزیم تعداد یال‌های یک گراف ساده از مرتبه‌ی ۵، برابر است با: $\binom{5}{2} = 10$

پس تعداد گراف‌های ساده از مرتبه‌ی ۵، با حداقل ۸ یال برابر است با:

$$\binom{10}{8} + \binom{10}{9} + \binom{10}{10} = 45 + 10 + 1 = 56$$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷)

۱ ۲ ۳ ۴

این گراف دارای دور به طول ۷ می‌باشد مانند دور **abdcfega**

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۱ ۲ ۳ ۴

گراف K_5 دارای دنباله‌ای به صورت ۵، ۵، ۵، ۵، ۵ و ۵ است. با حذف ۳ یال از یک رأس، $\Delta = 5$ و $\delta = 2$ می‌شود.

$$\max(q) = \underbrace{\binom{6}{2}}_{\text{گراف کامل}} - 3 = 12$$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۱ ۲ ۳ ۴

در بین دنباله‌های داده شده، **D** نمی‌تواند یک گراف باشد، زیرا گرافی با ۶ رأس، قطعاً رأسی از درجه‌ی ۶ ندارد. همچنین **C** نیز دنباله‌ی گرافی نیست، زیرا با حذف رأس فول و یال‌های متصل به آن، دنباله‌ای به صورت ۵، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۴ باقی می‌ماند. اگر از رأس درجه‌ی صفر، صرف نظر کنیم، آن‌گاه ۵ رأس باقی می‌ماند که دو رأس آن فول است، پس نباید رأس درجه‌ی یک داشته باشد.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌ی ۱۴)

۱ ۲ ۳ ۴

در یک گراف ناهمبند از مرتبه‌ی p ، q می‌تواند حداقل برابر صفر و حداکثر برابر با

$$\binom{p-1}{2} \text{ باشد. یعنی: } 0 \leq q \leq \binom{p-1}{2} \Rightarrow 0 \leq q \leq 21$$

بنابراین q می‌تواند ۲۲ مقدار مختلف داشته باشد.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌ی ۱۳)

۱ ۲ ۳ ۴

(رضا پورعسینی)

در مسیر به طول ۳ بین a و b ، دو رأس دیگر نیز وجود دارند. چون یکی از این دو رأس، رأس d است. پس کافی است از میان ۳ رأس دیگر، یک رأس را انتخاب کنیم. حال رأس انتخاب شده به همراه رأس d ، دارای ۲ جایگشت هستند. پس

$$\binom{3}{1} \times 2! = 3 \times 2 = 6$$

تعداد کل مسیرها برابر است با:

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۲ و ۱۳)

- ۱ ۲ ۳ ۴

(عسین فزایی)

با نوشتن بازه‌ها، مشخص است که به ازای $n=1$ و $n=10$ ، هر بازه دقیقاً با ۳ بازه‌ی دیگر، به ازای $n=2$ و $n=9$ ، هر بازه دقیقاً با ۴ بازه‌ی دیگر، به ازای $n=3$ و $n=8$ ، هر بازه دقیقاً با ۵ بازه‌ی دیگر و به ازای $4 \leq n \leq 7$ ، هر بازه با ۶ بازه‌ی دیگر اشتراک دارد. داریم:

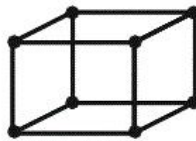
$$2q = 2 \times 3 + 2 \times 4 + 2 \times 5 + 4 \times 6 = 48 \Rightarrow q = 24$$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌ی ۸)

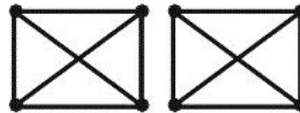
- ۱ ۲ ۳ ۴

(رضا پورعسینی)

گراف ۳-منتظم مرتبه‌ی ۸ دارای ۱۲ یال است که هم می‌تواند همبند باشد و هم ناهمبند. ریخت همبند آن به صورت زیر است:



و ریخت ناهمبند آن دو گراف K_4 است. بشکل زیر:



(ریاضیات گسسته - گراف: تمرین ۶ و ۷، صفحه‌ی ۱۴)

- ۱ ۲ ۳ ۴

(علیرضا سیف)

اگر فرض کنیم با حذف یک یال، درجه‌ی همه رئوس برابر r می‌شود، پس r باید عددی زوج باشد چون اگر فرد باشد تعداد فردها عددی فرد خواهد بود. حال اگر با اضافه کردن حداقل یال بخواهیم منتظم شود درجه‌ی رئوس نمی‌تواند $r+1$ باشد چون عددی فرد است. پس درجه‌ی همه رئوس برابر $r+2$ خواهد بود. اگر فرض کنیم تعداد یال‌هایی که قرار است اضافه شود

$$x \text{ باشد، داریم: } q = \frac{9r}{2} + 1 = \text{تعداد یال‌های گراف اولیه}$$

$$q' = \frac{9(r+2)}{2} = \frac{9r}{2} + 9 = \text{تعداد یال‌های گراف } (r+2) \text{ منتظم}$$

$$x = q' - q = \left(\frac{9r}{2} + 9\right) - \left(\frac{9r}{2} + 1\right) = 8$$

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

- ۱ ۲ ۳ ۴

۱۹۱-

(رضا عباسی اصل)

وسط عرض‌های فوقانی مستطیل‌ها در نمودار مستطیلی، مقادیر (x_i, f_i) را به دست می‌دهد که در رسم نمودار چند بر فراوانی استفاده می‌شود.

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها؛ صفحه‌های ۸۲ تا ۹۱)

۱ ۲ ۳ ۴

۱۹۲-

(رضا پورحسینی)

$$n = 2 + 4 + 5 + 7 + 8 + 10 = 36$$

$$x_i = 22 \text{ (طبقه‌ی پنجم)} : f_5 = 8 \Rightarrow \theta_5 = \frac{8}{36} \times 360 = 80^\circ$$

$$x_i = 14 \text{ (طبقه‌ی سوم)} : f_3 = 5 \Rightarrow \theta_3 = \frac{5}{36} \times 360 = 50^\circ$$

$$80^\circ - 50^\circ = 30^\circ$$

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها؛ صفحه‌های ۸۲ تا ۸۶ و ۹۲ تا ۹۵)

۱ ۲ ۳ ۴

۱۹۳-

(امیرحسین ابومصوب)

اگر تعداد اولیه‌ی این داده را برابر x و تعداد کل داده‌ها را n در نظر بگیریم،

$$360^\circ \times \frac{x}{n} = 45^\circ \Rightarrow n = 8x \quad \text{داریم:}$$

با دو برابر شدن تعداد این داده، تعداد کل داده‌ها برابر می‌شود با: $N = n + x = 9x$
پس زاویه‌ی مربوط به این داده در نمودار جدید برابر است با:

$$360^\circ \times \frac{2x}{9x} = 80^\circ$$

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۵)

۱ ۲ ۳ ۴

۱۹۴-

(حسین خزایی)

مساحت زیرنمودار چندبر فراوانی با مساحت زیرنمودار مستطیلی برابر است و در نمودار مستطیلی با توجه به این که طول دسته ۵ می‌باشد پس:

$$\text{جمع مساحت‌ها} = 5f_1 + 5f_2 + \dots = 5 \underbrace{(f_1 + f_2 + \dots)}_{\Sigma f_i} = 100$$

پس تعداد کل داده‌ها ۲۰ می‌باشد. از طرفی در نمودار چندبر فراوانی دو نقطه با فراوانی صفر قبل از مرکز دسته اول و بعد از دسته آخر در نظر می‌گیریم یعنی پنجمین نقطه همان مختصات دسته وسط را مطرح کرده و منظور از $(25, 8)$ آن است که فراوانی دسته‌ی

وسط برابر ۸ است. داریم: $\frac{8}{20} \times 100 = 40$ درصد فراوانی نسبی دسته‌ی وسط

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۹۱)

۱ ۲ ۳ ۴

(هادی پلاور)

$$(۱) -۱۸^\circ \text{ زاویه ی قدیم} = \text{زاویه ی جدید}$$

$$(۲) \text{ زاویه ی قدیم} = \frac{f_2}{n} \times 36^\circ = \frac{6}{15} \times 36^\circ = 144^\circ$$

اگر فرض کنیم x داده به دسته ی دوم اضافه شده است، داریم:

$$(۳) \text{ زاویه ی جدید} = \frac{f'_2}{n'} \times 36^\circ = \frac{6+x}{15+5} \times 36^\circ = (6+x) \times 18^\circ$$

۴

۳

۲✓

۱

(آرش رحیمی)

-۱۹۶

$$f_i = \frac{Fi}{n} \Rightarrow 0.7 = \frac{6}{n} \Rightarrow n = 30$$

$$\text{مساحت کل} = n \times c \Rightarrow 180 = 30 \times c \Rightarrow c = 6$$

(آمار و مدل سازی - نمودارها و تحلیل داده ها: صفحه های ۸۲ تا ۸۶)

۴

۳

۲

۱✓

(حنیف بفرایی)

-۱۹۷

اعداد برگ به ترتیب از کوچک به بزرگ از سمت چپ به راست در نمودار

$$\begin{array}{c|cccc} \text{ساقه} & \text{برگ} & & & \\ \hline 2 & 5 & 6 & x & 9 \end{array} \Rightarrow x \in \{6, 7, 8, 9\} \quad (۱) \text{ بنابرین:}$$

$$\begin{array}{c|cccc} \text{ساقه} & \text{برگ} & & & \\ \hline 3 & 4 & 5 & x & 7 \end{array} \Rightarrow x \in \{5, 6, 7\} \quad (۲)$$

$$(۲) \text{ و } (۱) \text{ اشتراک} \Rightarrow x \in \{6, 7\}$$

(آمار و مدل سازی - نمودارها و تحلیل داده ها: صفحه ی ۱۰۰)

۴

۳

۲✓

۱

(امیرحسین ابومحبوب)

-۱۹۸

فراوانی مطلق دسته های دوم و سوم به ترتیب برابر $x+1$ و $x-3$ است.

$$\text{فراوانی مطلق دسته ی دوم} = 60 \times \frac{6^\circ}{36^\circ} = 10$$

پس $x+1=10$ و در نتیجه $x=9$ است. بنابراین فراوانی مطلق دسته ی سوم برابر است با $x-3=6$ و زاویه ی متناظر با آن در نمودار دایره ای برابر است با:

$$\frac{6}{60} \times 36^\circ = 36^\circ$$

(آمار و مدل سازی - نمودارها و تحلیل داده ها: صفحه های ۵۷، ۹۲ و ۹۳)

۴

۳

۲✓

۱

با توجه به نمودار چند بر فراوانی، دسته‌بندی داده‌ها به صورت زیر است:

حدود دسته	۳۰ - ۳۶	۳۶ - ۴۲	۴۲ - ۴۸	۴۸ - ۵۴
فراوانی دسته	۶	۸	۱۲	۶

بنابراین کم‌ترین داده، حداقل برابر ۳۰ و بیش‌ترین داده، حداکثر برابر ۵۴ است و در نتیجه دامنه‌ی تغییرات داده‌ها، کوچک‌تر یا مساوی ۲۴ است. گزینه‌ی ۱ قطعاً نادرست است و در مورد درستی یا نادرستی گزینه‌های ۲ و ۳، در حالت کلی و بدون داشتن داده‌ها، نمی‌توان نظر داد.

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۴۷ تا ۸۸)

۱ ۲ ۳ ۴

اگر α_i و F_i به ترتیب زاویه‌ی متناظر با دسته‌ی i ام در نمودار دایره‌ای و فراوانی مطلق دسته‌ی i ام باشند، آنگاه داریم:

$$\alpha_i = \frac{360^\circ \times F_i}{n} \Rightarrow 108^\circ = 360^\circ \times \frac{F_i}{n} \Rightarrow \frac{F_i}{n} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{\text{مساحت مستطیل مربوط به دسته‌ی } i \text{ ام}}{\text{مساحت کل مستطیل‌ها}} = \frac{F_i}{n} \Rightarrow \frac{S_i}{50} = \frac{3}{10} \Rightarrow S_i = 15$$

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۵)

۱ ۲ ۳ ۴

$$\Delta ABC : EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{2}{6} = \frac{EF}{8} \Rightarrow EF = \frac{8}{3}$$

$$\Delta BAD : EF \parallel AD \Rightarrow \frac{BE}{BA} = \frac{EF}{AD} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{\frac{8}{3}}{x} \Rightarrow x = 4$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

۱ ۲ ۳ ۴

نقطه‌ی وسط وتر را M فرض می‌کنیم.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 64 + 36 = 100$$

$$\Rightarrow BC = 10 \text{ و } MB = 5$$

دو مثلث ABC و BMN به حالت تساوی زاویه‌ها، متشابه‌اند:

$$\frac{BN}{BC} = \frac{BM}{AB} \Rightarrow \frac{BN}{10} = \frac{5}{8} \Rightarrow BN = \frac{50}{8} = \frac{25}{4}$$

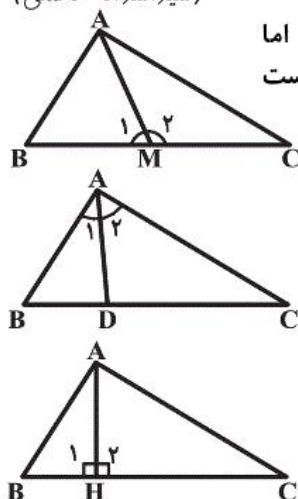
$$AN = AB - BN = 8 - \frac{25}{4} \Rightarrow AN = \frac{7}{4}$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

۱ ۲ ۳ ۴

۱۷۳-

(سید اسداله فاطمی)



۱) میانه در دو مثلث دو ضلع برابر ایجاد می‌کند اما زاویه‌ی بین این دو ضلع در حالت کلی مساوی نیست (\hat{M}_1, \hat{M}_2) لذا این گزینه رد می‌شود.
 ۲) نیمساز نیز در دو مثلث ایجاد شده تنها یک زاویه‌ی مساوی ایجاد می‌کند ($\hat{A}_1 = \hat{A}_2$) و این موضوع برای تشابه دو مثلث کافی نیست.
 ۳) ارتفاع نیز در دو مثلث ایجاد شده تنها زاویه مساوی ($\hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ$) ایجاد می‌کند و نمی‌تواند دو مثلث را متشابه نماید بنابراین گزینه‌ی «۴» جواب است.

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

۴

۳

۲

۱

۱۷۴-

(معمد ابراهیم کیتی زاده)

$$\frac{AE}{AB} = \frac{2}{5}, \frac{AM}{AC} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AM}{AC} = \frac{2}{5}$$

طبق عکس قضیه تالس $EM \parallel BC$ ، دو مثلث AEM و ABC متشابه‌اند و

$$\frac{EM}{BC} = \frac{2}{5}$$

نسبت تشابه $\frac{2}{5}$ است. بنابراین داریم:

(هندسه ۱ - صفحه‌های ۸۱ و ۸۶ تا ۹۲)

۴

۳

۲

۱

۱۷۵-

(سید عادل رضا مرتضوی)

با توجه به قضیه‌ی تالس در مثلث‌های ABD و BDC داریم:

$$\Delta ABD: \frac{MP}{AB} = \frac{MD}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow MP = \frac{AB}{2} \Rightarrow MN = \frac{a+b}{2}$$

$$\Delta BDC: \frac{PN}{DC} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow PN = \frac{DC}{2}$$

$$\Delta ADC: \frac{MQ}{DC} = \frac{AM}{AD} = \frac{1}{2} \Rightarrow MQ = \frac{DC}{2}$$

همچنین داریم:

$$\Rightarrow PQ = MQ - MP = \frac{a-b}{2} \Rightarrow \frac{MN}{PQ} = \frac{a+b}{a-b}$$

بنابراین داریم:

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۴

۳

۲

۱

(حسن نصرتی ناهوک)

$$\frac{MA}{MB} = \frac{x}{1} \xrightarrow{\text{ترکیب در صورت}} \frac{MA+MB}{MB} = \frac{x+1}{1}$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{MB} = x+1 \Rightarrow \frac{a}{MB} = x+1$$

$$\Rightarrow MB = \frac{a}{x+1}, \frac{NA}{NB} = \frac{x}{1} \xrightarrow{\text{تفضیل در صورت}} \frac{NA-NB}{NB} = x-1$$

$$\Rightarrow \frac{AB}{NB} = x-1 \Rightarrow \frac{a}{NB} = x-1 \Rightarrow NB = \frac{a}{x-1}$$

$$\Rightarrow MN = NB + MB = \frac{a}{x-1} + \frac{a}{x+1} = \frac{2ax}{x^2-1}$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۵)

[۴]

[۳]

[۲]

[۱]✓

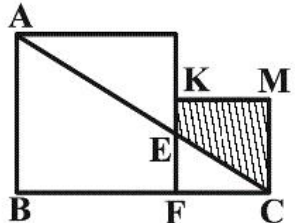
(عمیرضا سجودی)

$$AB \parallel EF \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{EF}{AB} = \frac{FC}{BC} \Rightarrow \frac{EF}{6} = \frac{4}{10}$$

$$\Rightarrow EF = \frac{24}{10} = 2.4$$

$$KE = KF - EF = 4 - 2.4 = 1.6$$

$$S_{EKCM} = \frac{KM(KE + MC)}{2} = \frac{4(1.6 + 4)}{2} = 2(5.6) = 11.2$$



(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

[۴]

[۳]

[۲]

[۱]✓

(علیرضا شریف‌فطیمی)

$$\Delta AOH': OA^2 = AH'^2 + OH'^2 \Rightarrow OA^2 = 16 + 9 \Rightarrow OA = 5$$

$$OH = AH - OA = 11 - 5 = 6$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \hat{O}H' = \Delta \hat{O}C \\ \hat{H}' = \hat{H} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta AOH' \sim \Delta COH \Rightarrow \frac{OH}{OH'} = \frac{CH}{AH'}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{3} = \frac{CH}{4} \Rightarrow CH = 8$$

$$\Delta AHC: AC^2 = AH^2 + CH^2 \Rightarrow AC^2 = 121 + 64 \Rightarrow AC = \sqrt{185}$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]

(حسن محمدکریمی)

$$\frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB} = \frac{3}{8}, \frac{EK}{AH} = \frac{BE}{AB} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{S_{EFGK}}{S_{ABC}} = \frac{EF \times EK}{\frac{1}{2}BC \times AH} = 2 \left(\frac{EF}{BC} \right) \left(\frac{EK}{AH} \right) = 2 \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{15}{32}$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

[۴]

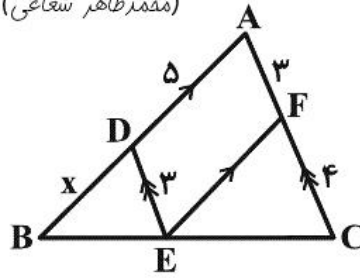
[۳]✓

[۲]

[۱]

۱۸۰-

(ممدظاهر شعاعی)



چهارضلعی ADEF متوازی الاضلاع است پس $DE = AF = 3$ و $AD = EF = 5$

$$DE \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{DE}{AC} = \frac{BD}{AB} \Rightarrow \frac{3}{3+4} = \frac{x}{x+5}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = \frac{15}{4}$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۷۷ تا ۸۳)

۴

۳

۲

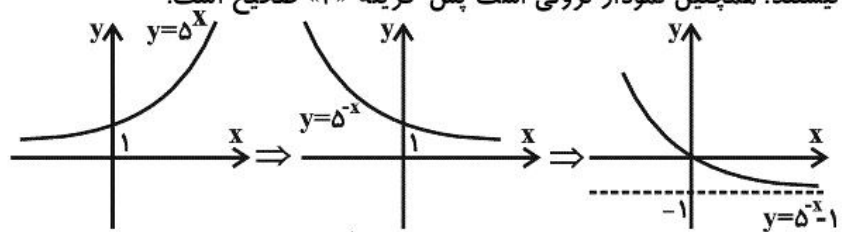
۱

ریاضی، ریاضی ۲، - ۱۳۹۵۰۵۲۹

۱۲۱-

(علی تقدیری)

چون نمودار از مبدأ می‌گذرد، لذا $f(0) = 0$ ، پس گزینه‌های «۲» و «۳» جواب نیستند. همچنین نمودار نزولی است پس گزینه «۴» صحیح است.



(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۹ تا ۹۷)

۴

۳

۲

۱

۱۲۲-

(ممدرضا شوکتی بیرق)

$$\log_2 x - \log_4 \frac{1}{x} = 9 \Rightarrow \log_2 x - \log_{2^2} x^{-1} = 9$$

$$\Rightarrow \log_2 x + \frac{1}{2} \log_2 x = 9 \Rightarrow \frac{3}{2} \log_2 x = 9 \Rightarrow \log_2 x = 6 \Rightarrow x = 64$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱

۱۲۳-

(غلامرضا علی)

$$x < y \Rightarrow \log_{\frac{x}{y}}^x > \log_{\frac{x}{y}}^y$$

x و y دو عدد مثبت هستند و داریم:

$$x < y < 1 \Rightarrow \log_y^x > 1$$

$$x < y \Rightarrow \log_{\frac{x}{y}}^x < \log_{\frac{x}{y}}^y$$

$$0 < x, y < 1 \Rightarrow \log x < 0, \log y < 0 \Rightarrow \log x + \log y < 0$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۱)

۴

۳

۲

۱

$$\begin{aligned} \log \sqrt{25} &= \log 25 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \log 25 = \frac{1}{2} (\log \frac{100}{4}) \\ &= \frac{1}{2} (\log 100 - \log 4) = \frac{1}{2} (\log 10^2 - \log 2^2) = \frac{1}{2} (2 - 2(0/2)) \\ &= \frac{1}{2} (2/2) = 1/2 \end{aligned}$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۴

۳

۲✓

۱

$$\begin{aligned} \log_2^{(x+1)} + \log_2^{(\sqrt{2x-1})^2} &= 1 \Rightarrow \log_2^{(x+1)(2x-1)} = 1 \\ \Rightarrow (x+1)(2x-1) &= 2 \\ \Rightarrow 2x^2 + x - 1 &= 2 \Rightarrow 2x^2 + x - 3 = 0 \\ \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases} &\Rightarrow \log_{\frac{1}{8}}^{(x+1)} = \log_{\frac{1}{8}}^2 = \log_{2^{-3}}^2 = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۹)

۴✓

۳

۲

۱

$$\begin{aligned} (0/25)^{(1-\log_4^y)} &= \left(\frac{1}{4}\right)^{(\log_4^4 - \log_4^y)} = (4^{-1})^{\log_4^y} \\ &= 4^{-\log_4^y} = 4^{\log_4^{y^{-1}}} = 4^{\log_4^{\frac{y}{4}}} = \frac{y}{4} \end{aligned}$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۴

۳

۲✓

۱

$$\log_3^a = 2 \Rightarrow a = 9$$

$$a^{\log_3^b + 1} = a^{\log_3^b} \times a = 3^{2 \log_3^b} \times 9 = 3^{\log_3^b} \times 9 = 9b^2 = (3b)^2$$

$$(x, y, a > 0, a \neq 1) x^{\log_a^y} = y^{\log_a^x} \quad \text{نکته:}$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۴

۳✓

۲

۱

(میثم عمزهلوی)

$$(2\sqrt{2})^{xy} = 256 \Rightarrow 2^{\frac{3}{2}x} 2^{2y} = 2^8 \Rightarrow \frac{3}{2}x + 2y = 8 \quad (1)$$

$$\log(x-2) + \frac{1}{2}\log 9 = \log(\Delta + y)$$

$$\Rightarrow \log(x-2) + \log 3 = \log(\Delta + y) \Rightarrow \log(3x-6) = \log(\Delta + y)$$

$$\Rightarrow 3x-6 = \Delta + y \Rightarrow 3x-y = 11 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow x+y = 5$$

ملاحظه می کنیم که این جواب شرایط صورت مسئله را تأمین می کند.

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(کوروش شاه منصوریان)

$$\log(2^x + 8) = \log 2 + \log 2^x = \log 2^{x+1} \Rightarrow$$

$$2^{x+1} = 2^x + 8 \Rightarrow 2^{x+1} - 2^x = 8 \Rightarrow 2^x(2^1 - 1) = 8 \Rightarrow$$

$$2^x = 8 = 2^3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \frac{\log_3 3 + 3}{\log_3 3 + 1} = \frac{1+3}{1+1} = 2$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۹)

 ۴ ۳ ۲ ۱

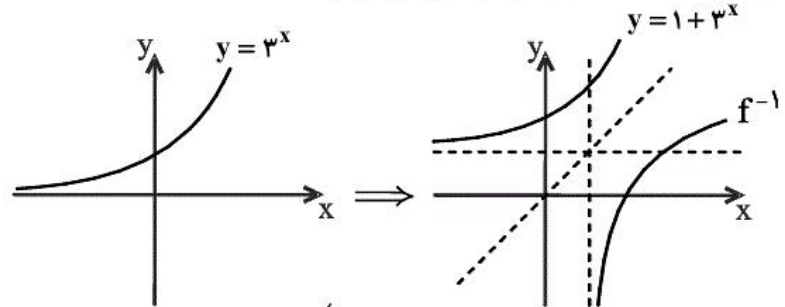
(مهدرضا شوکتی بیرق)

$$\log_2 5 = \frac{\log_6 5}{\log_6 2} = \frac{\log_6 5}{\frac{\log_6 6}{\log_6 3}} = \frac{\log_6 5}{\log_6 6 - \log_6 3} = \frac{b}{1-a}$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ابتدا نمودار تابع با ضابطه $y = 1 + 3^x$ را رسم می‌کنیم و سپس قرینه‌ی آن را نسبت به نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم می‌یابیم:



(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۹ تا ۹۷)

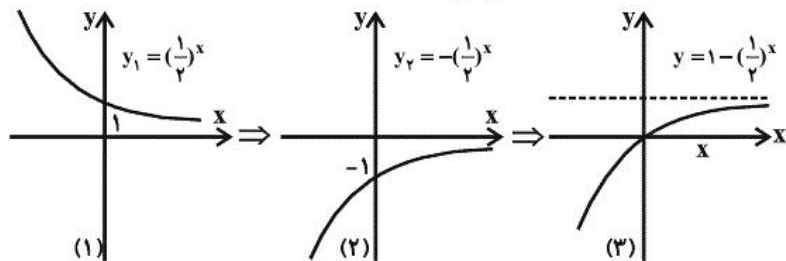
۴

۳

۲

۱ ✓

ابتدا نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^x$ را رسم می‌کنیم.



دامنه‌ی تابع شامل فواصلی است که زیر رادیکال نامنفی باشد، یعنی $xf(x) \geq 0$ باشد. با توجه به شکل (۳)، وقتی $x \geq 0$ ، $f(x) \geq 0$ و وقتی $x \leq 0$ ، $f(x) \leq 0$ است و در نتیجه در هر دو حالت $xf(x) \geq 0$ خواهد بود و دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{xf(x)}$ همه‌ی اعداد حقیقی یا بازه‌ی $(-\infty, +\infty)$ است.

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۹ تا ۹۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$1/6 = \frac{16}{10} = \frac{8}{5} \Rightarrow \sqrt[3]{1/6} = \sqrt[3]{\frac{8}{5}} = \frac{2}{\sqrt[3]{5}}$$

$$\Rightarrow \log \sqrt[3]{1/6} = \log \frac{2}{\sqrt[3]{5}} = \log 2 - \log \sqrt[3]{5} = \log 2 - \frac{1}{3} \log 5 \quad (*)$$

از $\log 5 = 3k$ ، می‌توان نتیجه گرفت:

$$\log \frac{1}{2} = 3k \Rightarrow \log 10 - \log 2 = 3k \Rightarrow 1 - \log 2 = 3k \Rightarrow \log 2 = 1 - 3k (**)$$

$$(*), (**) \Rightarrow \log \sqrt[3]{1/6} = (1 - 3k) - \frac{1}{3}(3k) = 1 - 4k$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

باید بینیم $\log_3 \frac{1}{500}$ ، بین کدام دو عدد متوالی است، برای این منظور باید بینیم $\frac{1}{500}$ بین کدام دو توان متوالی از ۳ است، لذا:

$$3^5 < 500 < 3^6 \rightarrow 3^{-6} < \frac{1}{500} < 3^{-5}$$

$$\Rightarrow -6 < \log_3 \frac{1}{500} < -5$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ابتدا $2\sqrt[3]{0/25}$ را ساده می‌کنیم:

$$2\sqrt[3]{0/25} = 2\sqrt[3]{\frac{1}{4}} = 2\sqrt[3]{2^{-2}} = 2 \times 2^{-\frac{2}{3}} = 2^{\frac{1}{3}}$$

$$A = \log_8 2^{\frac{1}{3}} = \log_{2^3} 2^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \log_2 2 = \frac{1}{9}$$

بنابراین:

$$\log_f \left(\frac{1}{A} - 1 \right) = \log_f \left(\frac{1}{\frac{1}{9}} - 1 \right) = \log_f (9 - 1) = \log_f 8 = \log_{2^3} 2^3 = \frac{3}{2}$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با استفاده از دستور $\log_b^a \times \log_c^b = \log_c^a$ ، خواهیم داشت:

$$\log_3^2 \times \log_4^3 \times \log_5^4 \times \dots \times \log_{27}^{26} = \log_{27}^2 = \log_{3^3}^2 = \frac{1}{3} \log_3^2$$

حال باید \log_3^2 را بر حسب a بیابیم:

$$\begin{aligned} \log_{12}^3 &= \frac{1}{\log_3^{12}} = a \Rightarrow \log_3^{12} = \log_3^{(2^2 \times 3)} = 2 \log_3^2 + \log_3^3 \\ &= 2 \log_3^2 + 1 = \frac{1}{a} \Rightarrow 2 \log_3^2 = \frac{1}{a} - 1 \Rightarrow \log_3^2 = \frac{1-a}{2a} \end{aligned}$$

بنابراین:

$$\log_3^2 \times \log_4^3 \times \log_5^4 \times \dots \times \log_{27}^{26} = \frac{1}{3} \log_3^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{1-a}{2a} \right) = \frac{1-a}{6a}$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری تهرینی خارج از کشور - ۸۷)

$$\log(y+2) = 1 \Rightarrow y+2=10 \Rightarrow y=8$$

به ازای $y=8$ در معادله‌ی دوم داریم: $\log(8-x) + \log(4x+8) = 2$

$$\log(8-x)(4x+8) = 2 \Rightarrow (8-x)(4x+8) = 10^2$$

$$\Rightarrow -4x^2 + 24x + 64 = 100 \Rightarrow 4x^2 - 24x + 36 = 0$$

$$\Rightarrow 4(x-3)^2 = 0 \Rightarrow x=3$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۹)

۴

۳✓

۲

۱

(سراسری تهرینی خارج از کشور - ۸۴)

$$2^{-x} < 0.1 \Rightarrow 2^{-x} < 10^{-6}$$

از طرفین نامساوی در پایه‌ی ۱۰، لگاریتم می‌گیریم:

$$\log 2^{-x} < \log 10^{-6} \Rightarrow -x \log 2 < -6$$

با ضرب طرفین نامساوی در (-۱) داریم: $x \log 2 > 6 \Rightarrow x \left(\frac{3.01}{1000} \right) > 6$

$$x > \frac{6000}{3.01} \approx 1993.35$$

پس:

بنابراین کوچکترین عدد x با دو رقم اعشار، ۱۹/۹۴ است.

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵)

۴

۳✓

۲

۱

(سراسری ریاضی - ۷۰)

با توجه به تعریف لگاریتم، خواهیم داشت:

$$\log_8^{x+3.01} = 3 \Rightarrow x+3.01 = 8^3 = 512 \Rightarrow x = 512 - 3.01 = 211$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۹)

۴

۳✓

۲

۱

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۸۶)

اگر حاصل $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 0$ باشد، آنگاه $ad - bc = 0$ است، پس در این سؤال:

$$\log(6x-1) \log(6x-1) - \log(1-x) \log(1-x) = 0$$

$$\Rightarrow \log^2(6x-1) - \log^2(1-x) = 0$$

با استفاده از اتحاد مزدوج داریم:

$$(\log(6x-1) - \log(1-x))(\log(6x-1) + \log(1-x)) = 0$$

$$\begin{cases} \log(6x-1) - \log(1-x) = 0 \\ \log(6x-1) + \log(1-x) = 0 \end{cases}$$

پس:

$$\begin{cases} \log \frac{6x-1}{1-x} = 0 \Rightarrow \frac{6x-1}{1-x} = 1 & (1) \\ \log(6x-1)(1-x) = 0 \Rightarrow (6x-1)(1-x) = 1 & (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow (1) \begin{cases} \frac{6x-1}{1-x} = 1 \Rightarrow 6x-1=1-x \Rightarrow x_1 = \frac{2}{7} \\ (2) \begin{cases} -6x^2 + 7x - 1 = 1 \Rightarrow 6x^2 - 7x + 2 = 0 \\ \Rightarrow x_2, x_3 = \frac{7 \pm 1}{12} \Rightarrow x_2 = \frac{2}{3}, x_3 = \frac{1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_2, x_3 = \frac{7 \pm 1}{12} \Rightarrow x_2 = \frac{2}{3}, x_3 = \frac{1}{2}$$

از طرفی هر سه جواب $\frac{1}{2}$ ، $\frac{2}{3}$ و $\frac{2}{7}$ ، لگاریتم‌ها را تعریف می‌کنند پس معادله سه جواب دارد.

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۹)

۴✓

۳

۲

۱

۱۱۱-

(کتاب آبی ۳۰ سال - سوال ۱۱۳۶)

$$\begin{aligned} A \cap B &= \{0\} \\ A \cup B &= \{0, 1, -1\} \\ A - B &= \{-1\} \\ B - A &= \{1\} \end{aligned}$$

همان طور که مشاهده می شود $A - B$ نسبت به ضرب بسته نیست، زیرا $(-1)(-1) = 1$ که در $A - B$ وجود ندارد.

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه ۱)

۴

۳

۲

۱

۱۱۲-

(آزمون کانون ریاضی - ۸۸)

اگر a^3 گویا باشد و b^5 گنگ باشد، $a^2 + b^{10}$ لزوماً گویا نیست، چون b^{10} ممکن است گویا یا گنگ باشد. (در نظر بگیرید $b^5 = \sqrt[5]{2}$ و $b^5 = \sqrt{2}$). در گزینه های «۲» و «۳» چون ممکن است $a^3 = 0$ (گویا) باشد آنگاه $a^3 b^5$ گویا و $a^3 + b^5$ گنگ می شود، اما اگر b^5 گنگ باشد b نیز گنگ است و اگر a^3 گویا باشد a^6 نیز گویا است. پس $a^6 + 1$ عددی گویا و غیرصفر خواهد بود، لذا $\frac{a^6 + 1}{b}$ گنگ خواهد بود.

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه ۱)

۴

۳

۲

۱

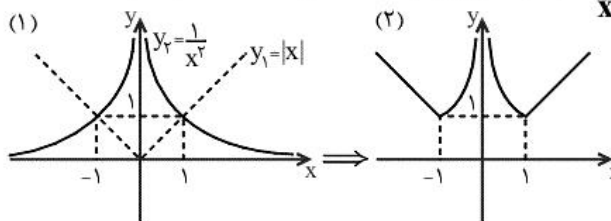
۱۱۳-

(کتاب آبی ۳۰ سال - سوال ۱۱۶۴)

نمودار تابع f را رسم می کنیم. با توجه به تعریف خواهیم داشت:

$$f(x) = \begin{cases} |x|, & |x| \geq \frac{1}{x^2} \\ \frac{1}{x^2}, & |x| < \frac{1}{x^2} \end{cases}$$

معادله $|x| = \frac{1}{x^2}$ ، دو جواب $x = 1$ و $x = -1$ را دارد.



با توجه به نمودار ۲، دیده می شود که خط $y = a$ زمانی نمودار را در چهار نقطه قطع می کند که $a > 1$ باشد. (دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱

(آزمون کانون ریاضی - ۱۹)

$$\text{باید: } \frac{3}{8} \in \left(\frac{1}{n+2}, \frac{1}{n+1} \right) \Rightarrow \frac{1}{n+2} < \frac{3}{8} < \frac{1}{n+1}$$

n عددی طبیعی است، پس نامساوی همواره مثبت است، بنابراین با معکوس کردن کسرها، جهت نامساوی عوض می‌شود:

$$\Rightarrow n+2 > \frac{8}{3} > n+1 \Rightarrow \begin{cases} n+1 < \frac{8}{3} \\ n+2 > \frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n < \frac{5}{3} \\ n > \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} < n < \frac{5}{3} \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 1$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(آزمون کانون ریاضی - ۱۸)

با نوشتن جملات این دنباله دیده می‌شود که مجموع شش جمله اول آن صفر است.

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = \cos \frac{\pi}{3} + \cos \frac{2\pi}{3} + \cos \pi + \cos \frac{4\pi}{3} + \cos \frac{5\pi}{3} + \cos 2\pi = 0$$

پس با شروع از جمله اول با دوره‌ی تناوب (۶)، مجموع هر شش جمله صفر است، لذا: $250 \div 6 \rightarrow$ باقی‌مانده = ۴

۴

۳

۲

۱ ✓

(آزمون کانون ریاضی - ۱۸)

$$-0.001 < \frac{4n-3}{2n+6} - 2 < 0.001 \Rightarrow \left| \frac{4n-3}{2n+6} - 2 \right| < \frac{1}{1000}$$

$$\Rightarrow \left| \frac{4n-3-4n-12}{2n+6} \right| < \frac{1}{1000} \Rightarrow \left| \frac{-15}{2n+6} \right| < \frac{1}{1000} \Rightarrow 2n+6 > 15000$$

$$\Rightarrow 2n > 14994 \Rightarrow n > 7497 \Rightarrow \min(M) = 7497$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۲ تا ۲۴ و ۲۷ تا ۳۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

ابتدا چند جمله‌ی اول دنباله را می‌نویسیم:

$$u_n = n \left(\frac{2}{3} \right)^n \Rightarrow u_n > 0$$

$$u_2 = 2 \left(\frac{2}{3} \right)^2 \Rightarrow u_2 = \frac{8}{9}$$

$$u_3 = 3 \left(\frac{2}{3} \right)^3 \Rightarrow u_3 = \frac{8}{9}$$

$$u_4 = 4 \left(\frac{2}{3} \right)^4 \Rightarrow u_4 = \frac{64}{81}$$

با توجه به جملات، دنباله نمی‌تواند صعودی باشد، پس با توجه به گزینه‌ها دنباله نزولی می‌شود چون دنباله نزولی است پس $u_n \leq u_2$ و همچنین چون جملات دنباله مثبت هستند پس $u_n > 0$ پس $0 < u_n \leq u_2$ بنابراین دنباله از بالا و پایین کران‌دار است. (دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

۱ ۲ ۳ ۴

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \cot \frac{\pi}{2n} = +\infty \text{ (بیکران است.)}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \tan \frac{\pi}{3n} = 0 \text{ (همگراست پس کراندار است.)}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \tan^{-1} n = \frac{\pi}{2} \text{ (همگراست پس کراندار است.)}$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۳ و ۲۴)

۱ ۲ ۳ ۴

$$a_n = \frac{2^{3n+2} + 8^{n+1}}{2^{3n+1} + 8^n} = \frac{8^n(4) + 8^n(8)}{8^n(2) + 8^n} = \frac{12(8^n)}{3(8^n)} = 4$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 4$$

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۱ ۲ ۳ ۴

در گزینه‌ی (۳) داریم:

$$\sin(n\pi + \frac{\pi}{4}) \cos(n\pi + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2} \sin(2(n\pi + \frac{\pi}{4}))$$

$$= \frac{1}{2} \sin(2n\pi + \frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2} \sin \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2}$$

\Rightarrow دنباله ثابت و همگرا به $\frac{1}{2}$ است.

همگرایی گزینه‌های دیگر را بررسی کنید.

(دیفرانسیل - دنباله: صفحه‌های ۲۷ تا ۳۷)

۱ ۲ ۳ ۴