



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، - ۱۳۹۵۰۵۱۵

۱۰۱- روی وجه‌های یک مکعب عددهای ۱,۱,۱,۲,۲ نوشته شده است. این مکعب را سه بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که مجموع عددهای رو شده کم‌تر از ۵ باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{20}{27}$ (۲) $\frac{19}{27}$ (۳) $\frac{21}{27}$ (۴) $\frac{22}{27}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- خانواده‌ای دارای ۳ فرزند است. اگر بدانیم حداقل یکی از آن‌ها پسر است، احتمال آن که این خانواده دقیقاً دو فرزند پسر داشته باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{3}{7}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۴) $\frac{4}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- توزیع احتمال برای متغیر تصادفی X که مقادیر ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶ را می‌تواند اختیار کند، از دستور

$$P(X = k) = \frac{\binom{6}{k}}{n}$$

پیروی می‌کند. احتمال آنکه مقدار این متغیر برابر ۲ باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{15}{64}$ (۳) $\frac{5}{21}$ (۴) $\frac{1}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- به دانش‌آموزی ۴ سؤال تستی ۴ گزینه‌ای داده‌ایم. اگر او به‌طور تصادفی به هر ۴ سؤال پاسخ دهد، احتمال آن که حداقل به یک سؤال پاسخ صحیح داده باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{229}{256}$ (۲) $\frac{139}{256}$ (۳) $\frac{175}{256}$ (۴) $\frac{147}{256}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- از یک کیسه، شامل ۴ مهره‌ی آبی و ۳ مهره‌ی قرمز، دو مهره به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که این دو مهره هم‌رنگ نباشند، کدام است؟

(۱) $\frac{9}{14}$ (۲) $\frac{2}{7}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{3}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- در هر دو آزمایشگاه A و B، ۶ موش سفید و ۵ موش سیاه موجود است. از هر آزمایشگاه، یک موش به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که دو موش انتخاب شده هم‌رنگ نباشند، چگونه است؟

- (۱) بین ۵۰ و ۶۰ درصد (۲) مساوی ۵۰ درصد (۳) کم‌تر از ۵۰ درصد (۴) بیش‌تر از ۶۰ درصد

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = mx^2 - \sqrt{6}x + \frac{1}{4}(m-5)$ ، محور x ها

را در دو نقطه‌ی متمایز قطع می‌کند؟

- (۱) $\{m \mid -1 < m < 6\}$ (۲) $\{m \mid -1 < m < 6, m \neq 0\}$
 (۳) $\{m \mid m < -1 \text{ یا } m > 6\}$ (۴) $\{m \mid 0 < m < 8\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- رأس‌های دو سهمی به معادله‌های $y = x^2 - 4x + k$ و $y = -x^2 + bx + 2k + 3$ بر هم منطبق هستند. مقدار k کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) -۱۰ (۳) ۱۱ (۴) -۱۱

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + 2x - \sqrt{5} + 1 = 0$ باشند، آنگاه حاصل عبارت $(\alpha + 1)^2 (\beta + 1)^2$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- معادله‌ای که ریشه‌های آن از معکوس ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + 3x - 4 = 0$ یک واحد بیش‌تر است، کدام است؟

- (۱) $x^2 - 11x + 3 = 0$ (۲) $4x^2 + 11x + 6 = 0$
 (۳) $x^2 + 11x + 3 = 0$ (۴) $4x^2 - 11x + 6 = 0$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی پایه و هندسه، - ۱۳۹۵۰۵۱۵

۱۱۱- اگر $R = \{(3, a^2 - 2a), (5, b^2 - 1), (3, 3), (a + 6, 10), (5, 15)\}$ یک تابع باشد، حاصل $a + b^2$ کدام است؟

- (۱) ۱۷ (۲) ۱۹ (۳) ۱۲ (۴) ۲۶

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر f یک تابع خطی باشد به طوری که $f(2) = 1$ و $f^{-1}(3) = 4$ ، حاصل $f(5)$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- نمودار تابع $f(x) = \sqrt{5 - 2x} - 1$ از کدام ناحیه‌ی محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

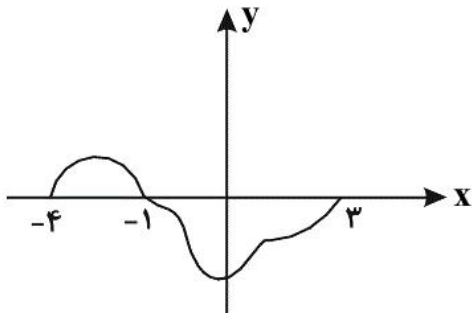
شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- اگر نمودار تابع درجه‌ی دوم با ضابطه‌ی $f(x) = x^2 + ax + b$ محور x ها را با طول‌های ۱ و ۵ قطع کند، آنگاه مجموعه جواب نامعادله‌ی $f(x) < -3$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر باشد، عبارت $\sqrt{-xf(x)}$ به ازای چه مقادیری از x تعریف شده است؟



- (۱) $[-1, 3] \cup \{-4\}$
(۲) $[-1, 0]$
(۳) $[-4, 2]$
(۴) $[-4, -1] \cup [0, 3]$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- نامساوی $k(x-1)(x+3) > 1$ به ازای همه‌ی مقادیر حقیقی x برقرار است. مجموعه‌ی مقادیر k کدام است؟

- (۱) $\{k : k < -\frac{1}{4}\}$ (۲) $\{k : -\frac{1}{4} < k < 0\}$ (۳) $\{k : 0 < k < \frac{1}{4}\}$ (۴) \emptyset

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- اگر $f(x) = |x|$ ، آن‌گاه مساحت محدود بین توابع $y_1 = 4 - f(x)$ و $y_2 = f(x) - 4$ کدام است؟

- (۱) $16\sqrt{2}$ (۲) ۳۲ (۳) ۶۴ (۴) $32\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- نقاط M و N را درون مربع $ABCD$ طوری در نظر می‌گیریم که مثلث MBC متساوی‌الاضلاع و مثلث NBC قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین باشد. مساحت مثلث MBN چند برابر مساحت مربع است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}-1}{8}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}-1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{12}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- با رسم میانه‌ی وارد بر وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه، یک مثلث متساوی‌الاضلاع ایجاد می‌شود. بلندترین میانه‌ی این مثلث قائم‌الزاویه چند برابر وتر آن است؟

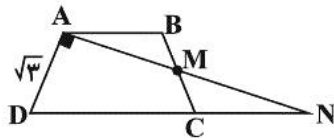
- (۱) $\frac{\sqrt{26}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{13}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{13}}{4}$ (۴) $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- در دوزنقه‌ی ABCD، رأس A را به وسط ساق BC وصل کرده‌ایم و امتداد می‌دهیم تا امتداد CD را در N

قطع کند. اگر مثلث ADN قائم‌الزاویه باشد و بدانیم $AD = \sqrt{3}$ و مساحت دوزنقه $2\sqrt{3}$ است، اندازه‌ی

پاره‌خط AM کدام است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی ۳ و آمار و مدل‌سازی، - ۱۳۹۵۰۵۱۵

۹۱- رابطه‌ی بین فراوانی مطلق دسته‌های ۳۰ داده‌ی یک نمونه‌ی آماری به صورت $A = B = \frac{C}{4} = \frac{D}{2}$ است.

زاویه‌ی مرکزی مربوط به دسته با فراوانی مطلق B در نمودار دایره‌ای کدام است؟

۲۴° (۱)

۹۶° (۳)

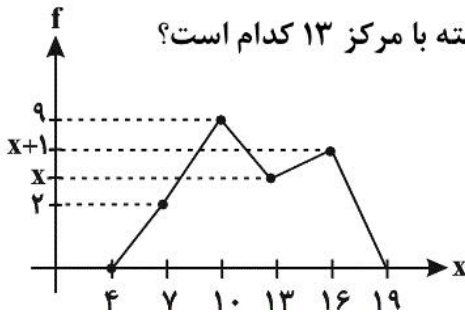
۴۸° (۲)

۱۲° (۴)

شما پاسخ نداده اید

۹۲- شکل زیر نمودار چندبر فراوانی یک سری داده‌ی آماری است. اگر مساحت زیر نمودار مستطیلی این

داده‌ها، ۵۴ باشد، در نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مرکزی مربوط به دسته با مرکز ۱۳ کدام است؟



۳۶° (۱)

۳۰° (۲)

۶۰° (۳)

۷۲° (۴)

شما پاسخ نداده اید

۹۳- در نمودار ساقه و برگ زیر، درصد فراوانی نسبی داده‌ی ۴۵ کدام است؟

ساقه	برگ			
۲	۲	۴	x	۵
۳	۵	۸		
۴	۵	x		

۱۰ (۱)

۱۲/۵ (۲)

۲۵ (۳)

۲۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۹۴- مجموع جواب‌های معادله‌ی $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} = 3x(1 - \frac{x-1}{x+1})$ ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $-\frac{5}{3}$ (۴) $\frac{3}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- در کدام بازه‌ی زیر نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x^2 - x - 2}$ زیر نمودار $g(x) = \frac{1}{2x^2 + x - 1}$ قرار دارد؟

- (۱) $(\frac{1}{2}, 2)$ (۲) $(-2, 1)$ (۳) $(-1, \frac{1}{2})$ (۴) $(-1, 2)$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- اگر $f = \{(-1, 2), (3, 0), (4, 1)\}$ و $g = \{(-1, 3), (3, 2), (4, -1)\}$ باشند، آن گاه معادله‌ی $f^3 - 2g = \frac{4}{f-1}$ چند

جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر $f(x) = \frac{2x+1}{\sqrt{x-3}}$ و $g(x) = x^2 + 2x$ باشند، دامنه‌ی تابع $(f \circ g)(x)$ کدام است؟

- (۱) $(1, 3)$ (۲) $(-1, 3)$ (۳) $\mathbb{R} - [-3, 1]$ (۴) $\mathbb{R} - [-1, 3]$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- اگر $f(x) = \frac{4x-1}{3}$ و $g \circ f(x+1) = \frac{2x+3}{5}$ باشد، $g(-1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) ۱ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر $\cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ باشد، مقدار $\tan 2x$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{2\sqrt{3}}{11}$ (۲) $-\frac{4\sqrt{3}}{11}$ (۳) $\frac{2\sqrt{3}}{11}$ (۴) $\frac{4\sqrt{3}}{11}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- اگر $\tan(\alpha - 15^\circ) = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\tan(60^\circ - \alpha)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، - ۱۳۹۵۰۵۱۵

۱۰۱-

(میثم همزه‌لویی)

برای آن‌که مجموع اعداد رو شده در سه بار پرتاب این مکعب کمتر از ۵ باشد، تنها دو حالت وجود دارد: الف- در هر سه بار، عدد ۱ ظاهر شود. ب- دو بار عدد ۱ و یک بار عدد ۲ ظاهر شود.

در هر بار پرتاب این مکعب احتمال ظاهر شدن عدد ۱ برابر است با: $p = \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$ و

احتمال ظاهر شدن عدد ۲ برابر است با: $1-p = \frac{1}{3}$

اگر X برابر تعداد اعداد ۱ رو شده در سه بار پرتاب مکعب باشد، با توجه به این توضیحات، احتمال مورد نظر برابر است با $P = P(X=2) + P(X=3)$ ، طبق

دستور توزیع دو جمله‌ای داریم: $P = \binom{3}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right) + \binom{3}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^0 = \frac{12}{27} + \frac{8}{27} = \frac{20}{27}$ (احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۰۲-

(مسین ماهیلو)

احتمال حداقل ۱ پسر: $P(B) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{7}{8}$

احتمال دقیقاً دو پسر: $P(A) = \binom{3}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8}$

$A \cap B = A \Rightarrow P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{8}}{\frac{7}{8}} = \frac{3}{7}$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸ تا ۱۱ و ۱۵ تا ۱۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۰۳

(پوریا طالبی)

ابتدا توجه کنید که مجموع احتمال‌های همه حالت‌های ممکن برابر با یک است:

$$P(X=1) + P(X=2) + \dots + P(X=6) = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\binom{6}{1}}{n} + \frac{\binom{6}{2}}{n} + \dots + \frac{\binom{6}{6}}{n} = 1 \Rightarrow \frac{\binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \dots + \binom{6}{6}}{n} = 1 \quad (*)$$

اگر n عددی طبیعی باشد، آنگاه $2^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n}$ پس:

$$\binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \dots + \binom{6}{6} = 2^6 - \binom{6}{0} = 64 - 1 = 63$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{63}{n} = 1 \Rightarrow n = 63 \Rightarrow P(X=k) = \frac{\binom{6}{k}}{63}$$

$$\Rightarrow P(X=2) = \frac{\binom{6}{2}}{63} = \frac{15}{63} = \frac{5}{21}$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۰۴

(مسین فایلو)

اگر متغیر X برابر تعداد سؤال‌هایی باشد که این دانش‌آموز به آن‌ها پاسخ صحیح داده است، داریم:

$$P(0 \leq X \leq 4) = P(X=0) + P(X=1) + \dots + P(X=4) = 1$$

$$\Rightarrow \text{احتمال مورد نظر: } P(1 \leq X \leq 4) = 1 - P(X=0)$$

$$\Rightarrow P(1 \leq X \leq 4) = 1 - \binom{4}{0} \left(\frac{1}{4}\right)^0 \left(\frac{3}{4}\right)^4 = 1 - \frac{81}{256} = \frac{175}{256}$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۹)

۴

۳✓

۲

۱

$$P = \frac{\binom{3}{1} \binom{4}{1}}{\binom{3+4}{2}} = \frac{3 \times 4}{21} = \frac{4}{7}$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۳ تا ۷)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۰۶

(هسین مایلو)

ابتدا توجه کنید که انتخاب موش از آزمایشگاه A، مستقل از انتخاب موش از آزمایشگاه B است. احتمال آن که موش انتخاب شده از آزمایشگاه A سفید و موش

انتخاب شده از آزمایشگاه B سیاه باشد، برابر است با: $P_1 = \frac{6}{6+5} \times \frac{5}{6+5} = \frac{30}{121}$

احتمال آن که موش انتخاب شده از آزمایشگاه A سیاه و موش انتخاب شده از

آزمایشگاه B سفید باشد، برابر است با: $\Rightarrow P_2 = \frac{5}{6+5} \times \frac{6}{6+5} = \frac{30}{121}$

احتمال مورد نظر: $P = P_1 + P_2 = \frac{30}{121} + \frac{30}{121} = \frac{60}{121} < \frac{60}{120} = 50\%$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۳ تا ۷)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۰۷

(میثم همزه‌لویی)

برای آنکه نمودار تابع درجه‌ی دوم با ضابطه‌ی $f(x) = ax^2 + bx + c$ ، محور x ها را در دو نقطه‌ی متمایز قطع کند، باید $b^2 - 4ac > 0$.

$$f(x) = mx^2 - \sqrt{6}x + \frac{1}{4}(m-5) \Rightarrow (-\sqrt{6})^2 - 4(m)\left(\frac{1}{4}(m-5)\right) > 0$$

$$\Rightarrow 6 - m(m-5) > 0 \Rightarrow -6 + m(m-5) < 0 \Rightarrow m^2 - 5m - 6 < 0$$

$$\Rightarrow (m+1)(m-6) < 0 \Rightarrow -1 < m < 6$$

اما توجه کنید که به ازای $m = 0$ ، تابع f یک تابع خطی است که معادله‌ی آن به

$$m = 0 \Rightarrow f(x) = -\sqrt{6}x - \frac{5}{4}$$

صورت مقابل است:

که نمودار آن محور x ها را فقط در یک نقطه قطع می‌کند، نه دو نقطه‌ی متمایز؛ یعنی باید مقدار $m = 0$ را از مقادیر $-1 < m < 6$ حذف کنیم. پس جواب، به صورت $\{m \mid -1 < m < 6, m \neq 0\}$ خواهد بود.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۰۸

(هسین اسفینی)

اگر رأس سهمی به معادله‌ی $y = x^2 - 4x + k$ را با S و رأس سهمی به

معادله‌ی $y = -x^2 + bx + 2k + 3$ را با S' نمایش دهیم، داریم:

$$y = x^2 - 4x + k \Rightarrow x_S = \frac{-(-4)}{2(1)} = 2 \Rightarrow y_S = (2)^2 - 4(2) + k = -4 + k$$

$$y = -x^2 + bx + 2k + 3 \Rightarrow x_{S'} = \frac{-b}{2(-1)} = \frac{b}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y_{S'} = -(2)^2 + b(2) + 2k + 3 = 2b + 2k - 1 \\ 2 = \frac{b}{2} \Rightarrow b = 4 \end{cases}$$

$$y_S = y_{S'} \Rightarrow -4 + k = 2b + 2k - 1$$

$$\xrightarrow{b=4} -4 + k = 8 + 2k - 1 \Rightarrow k = -11$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۰۹

(حصین اسفینی)

چون α و β ریشه‌های معادله هستند، پس در آن صدق می‌کنند، داریم:

$$x^2 + 2x - \sqrt{5} + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = \sqrt{5} \Rightarrow (x+1)^2 = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (\alpha+1)^2 = \sqrt{5} \\ (\beta+1)^2 = \sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow (\alpha+1)^2 (\beta+1)^2 = \sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۱۰

(مهری ملازمانی)

اگر ریشه‌های معادله‌ی $x^2 + 3x - 4 = 0$ را α و β در نظر بگیریم، داریم:

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-3}{1} = -3 \quad \text{و} \quad \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = \frac{-4}{1} = -4$$

حال اگر ریشه‌های معادله‌ی جدید را α' و β' در نظر بگیریم، داریم:

$$S' = \alpha' + \beta' = \frac{1}{\alpha} + 1 + \frac{1}{\beta} + 1 = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 2 = \frac{-3}{-4} + 2 = \frac{11}{4}$$

$$P' = \alpha' \cdot \beta' = \left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) \left(\frac{1}{\beta} + 1\right) = \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 1 = \frac{1}{-4} + \frac{-3}{-4} + 1 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

معادله‌ی جدید: $x^2 - S'x + P' = 0$

$$x^2 - \frac{11}{4}x + \frac{3}{2} = 0 \xrightarrow{\times 4} 4x^2 - 11x + 6 = 0$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴✓

۳

۲

۱

ریاضی، ریاضی پایه و هندسه، - ۱۳۹۵۰۵۱۵

-۱۱۱

(بهرام طالبی)

$$a^2 - 2a = 3 \Rightarrow a^2 - 2a - 3 = 0 \Rightarrow a = -1 \text{ یا } 3$$

اما اگر $a = -1$ باشد، $a + 6 = 5$ می‌شود و در این صورت هم زوج مرتب $(5, 1)$ داریم و هم $(5, 15)$ که دیگر R تابع نمی‌شود. پس $a = 3$ است. پس حالا داریم:

$$b^2 - 1 = 15 \Rightarrow b^2 = 16 \xrightarrow{a=3} a + b^2 = 19$$

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۱۲

(بهرام طالبی)

تابع خطی به صورت $f(x) = ax + b$ است، پس داریم:

$$f(2) = 1 \Rightarrow 2a + b = 1$$

$$\Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = -1$$

$$f^{-1}(3) = 4 \Rightarrow f(4) = 3 \Rightarrow 4a + b = 3$$

پس $f(x) = x - 1$ است و $f(5) = 4$ است.

(تابع) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۳ و ۴۹ تا ۵۴)

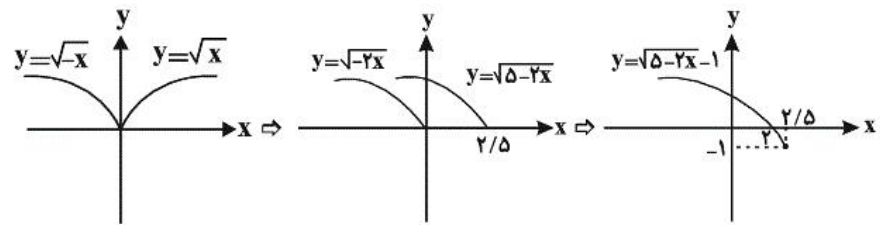
۴

۳

۲✓

۱

(رسول مفسنی منش)



$$\text{نمودار تابع } f \text{ از ناحیه‌ی سوم نمی‌گذرد.}$$

$$y = 0 \Rightarrow \sqrt{5-2x} - 1 = 0 \Rightarrow x = 2$$

$$x = 0 \Rightarrow y = \sqrt{5} - 1$$

نمودار تابع f از ناحیه‌ی سوم نمی‌گذرد.

(توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۶۶ تا ۷۰)

۴

۳✓

۲

۱

(هسین اسفینی)

با توجه به این که نمودار تابع f محور x ها را با طول های ۱ و ۵ قطع می‌کند، $x = 1$ و $x = 5$ جواب‌های معادله‌ی $f(x) = 0$ هستند، پس داریم:

$$x^2 + ax + b = (x-1)(x-5)$$

$$\Rightarrow x^2 + ax + b = x^2 - 6x + 5 \Rightarrow a = -6, b = 5$$

$$\Rightarrow f(x) = x^2 - 6x + 5$$

حال با معلوم بودن ضابطه‌ی f ، نامعادله را حل می‌کنیم:

$$\Rightarrow f(x) < -3 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 < -3 \Rightarrow x^2 - 6x + 8 < 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x-4) < 0 \Rightarrow 2 < x < 4$$

پس مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی مورد نظر تنها شامل عدد صحیح $x = 3$ است.

(توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۳ تا ۸۳)

۴

۳

۲

۱✓

(ریغما کلانتریان)

$$\sqrt{-xf(x)} \Rightarrow -xf(x) \geq 0 \Rightarrow xf(x) \leq 0 \begin{cases} [-4, -1] \\ \cup \\ [0, 3] \end{cases}$$

یا حاصل ضرب آن‌ها صفر شود

(توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴)

۴✓

۳

۲

۱

(آرش ریومی)

$$k(x-1)(x+3) > 1 \Rightarrow k(x^2 + 2x - 3) > 1$$

$$\Rightarrow kx^2 + 2kx - (3k+1) > 0$$

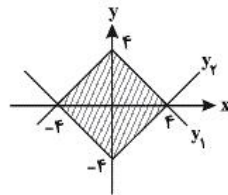
برای آن که نامساوی اخیر همواره برقرار باشد، باید:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta = (2k)^2 + 4(k)(3k+1) < 0 \Rightarrow 16k^2 + 4k < 0 \quad \text{(الف)} \\ \Rightarrow 4k(4k+1) < 0 \Rightarrow -\frac{1}{4} < k < 0 \quad (1) \\ k > 0 = \text{ضریب } x^2 \text{ (ب)} \quad (2) \end{array} \right.$$

اشتراک نامساوی‌های (1) و (2)، تهی است، پس مجموعه‌ی مقادیر k ، تهی است.
(توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت) (ریاضی 2، صفحه‌های 79 تا 83)

- [4] ✓ [3] [2] [1]

(موردار ملونری)



ناحیه‌ی محدود، مربعی است به قطر 8، که مساحتش

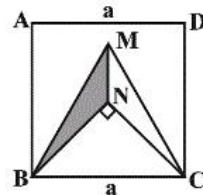
$$S = \frac{8^2}{2} = 32$$

برابر است با:

(توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت) (ریاضی 2، صفحه‌های 59 تا 61)

- [4] [3] [2] ✓ [1]

(مسین فابیلو)



$$S(MNB) = \frac{1}{2}(S(MBC) - S(NBC))$$

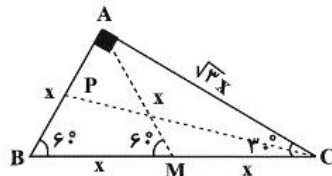
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 - \frac{a^2}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{8}(\sqrt{3}-1)a^2 = \frac{\sqrt{3}-1}{8}S(ABCD)$$

(مساحت و قضیه فیثاغورس) (هندسه 1، صفحه‌های 37 تا 47)

- [4] [3] [2] [1] ✓

(سروش موئینی)



با توجه به فرض و شکل روبه‌رو، زاویه‌های مثلث

اصلی 30° ، 60° و 90° است:

توجه کنید که همواره بلندترین میانه بر کوچک‌ترین ضلع مثلث وارد می‌شود.

$$CP = \sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + (x\sqrt{3})^2} = \sqrt{\frac{x^2}{4} + 3x^2} = \sqrt{\frac{13}{4}x^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}x$$

$$\frac{\frac{\sqrt{13}}{2}x}{2x} = \frac{\sqrt{13}}{4}$$

پس نسبت آن به وتر برابر است با:

(مساحت و قضیه فیثاغورس) (هندسه 1، صفحه‌های 55 تا 60)

- [4] [3] ✓ [2] [1]

۱۲۰-

(رسول مفسنی منش)

با فرض $AM = x$ داریم $AN = 2x$, $MN = x$ است. چون دو مثلث ABM و MNC هم‌نهشت هستند (ض.ز)، بنابراین:

$$S_{ADN} = 2\sqrt{3} \Rightarrow \frac{AD \times AN}{2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3} \times AN = 4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow AN = 4 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow AM = x = 2$$

(مساحت و قضیه فیثاغورس) (هندسه ۱، صفحه‌های ۴۱ تا ۵۰)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، ریاضی ۳ و آمار و مدل‌سازی، - ۱۳۹۵۰۵۱۵

۹۱-

(مهروی ملارمفغانی)

$$2A = B \quad (1) \quad \text{و} \quad 2A = \frac{C}{4} \Rightarrow C = 8A \quad (2)$$

$$2A = \frac{D}{2} \Rightarrow D = 4A \quad (3)$$

$$A + B + C + D = 30 \xrightarrow{(1),(2),(3)} A + 2A + 8A + 4A = 15A$$

$$\Rightarrow 15A = 30 \Rightarrow A = 2 \quad \text{و} \quad 2A = B \Rightarrow B = 4$$

$$B \text{ زاویه مرکزی دسته با فراوانی مطلق} = \frac{4}{30} \times 360^\circ = 48^\circ$$

(نمودارها و تحلیل داده‌ها) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶ و ۹۲ تا ۹۵)

۴

۳

۲✓

۱

۹۲-

(رسول مفسنی منش)

طول دسته‌ها $C = 3$ است، پس داریم:

$$\text{تعداد داده‌ها} \times \text{طول دسته‌ها} = \text{مساحت زیر نمودار مستطیلی} = \text{مساحت زیر نمودار چندبر فراوانی}$$

$$= 54 \Rightarrow n = 18$$

پس مجموع فراوانی‌ها باید ۱۸ باشد، لذا داریم:

$$2 + x + (x + 1) + 9 = 18 \Rightarrow 2x + 1 = 7 \Rightarrow x = 3$$

$$\frac{3}{18} \times 360^\circ = 60^\circ \text{ پس زاویه مرکزی مربوط به دسته‌ی با مرکز ۱۳ برابر است با:}$$

(نمودارها و تحلیل داده‌ها) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۸۲ تا ۹۵)

۴

۳✓

۲

۱

۹۳-

(مسین اسغینی)

از این که x بین ۴ و ۵ است می‌توان فهمید که $4 \leq x \leq 5$ و از طرفی $x \geq 5$ است. بنابراین $x = 5$ است و از ۸ داده‌ی موجود، ۲ تا ۴۵ داریم، پس درصد فراوانی نسبی

$$\frac{2}{8} \times 100 = 25$$

آن برابر است با:

(نمودارها و تحلیل داده‌ها) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶ و ۹۶ تا ۱۰۲)

۴

۳✓

۲

۱

(رسول مفسنی منش)

طرفین را در $(x-1)(x+1)$ ضرب می‌کنیم: $(x \neq 1, -1)$

$$(x+1)^2 - (x-1)^2 = 3x(x-1)(x+1) - 3x(x-1)^2$$

$$\Rightarrow 4x = 3x^2 - 3x - 3x^2 + 6x^2 - 3x$$

$$\Rightarrow 6x^2 - 10x = 0 \Rightarrow 2x(3x-5) = 0 \Rightarrow x = 0, \frac{5}{3}$$

بنابراین مجموع ریشه‌ها برابر $\frac{5}{3}$ می‌شود.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

(موردار ملوندی)

طبق فرض باید $f(x) < g(x)$ باشد، پس:

$$\frac{1}{x^2 - x - 2} - \frac{1}{2x^2 + x - 1} < 0 \Rightarrow \frac{1}{(x-2)(x+1)} - \frac{1}{(2x-1)(x+1)} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{(2x-1) - (x-2)}{(x+1)(x-2)(2x-1)} < 0 \Rightarrow \text{عبارت A: } \frac{x+1}{(x+1)(x-2)(2x-1)} < 0$$

x	-1	$\frac{1}{2}$	2	+
A	+	+	-	+

$\Rightarrow \frac{1}{2} < x < 2$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$f^3(x) - 2g(x) = \frac{4}{f(x)-1} \begin{cases} x = -1 \Rightarrow (2)^2 - 2(3) \neq \frac{4}{2-1} \\ x = 3 \Rightarrow (0)^2 - 2(2) = \frac{4}{0-1} \\ x = 4 \Rightarrow (1)^2 - 2(-1) \neq \frac{4}{1-1} \end{cases}$$

بنابراین معادله یک ریشه دارد.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۵ تا ۵۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

اول دامنه‌ی f و g را جداگانه حساب می‌کنیم. $D_g = \mathbf{R}$ است و برای محاسبه‌یدامنه‌ی f باید $x - 3 > 0$ باشد یعنی $D_f = (3, +\infty)$ است.

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 + 2x > 3\}$$

باید نامعادله‌ی $x^2 + 2x > 3$ را حل کنیم تا دامنه‌ی $f \circ g$ به دست آید:

$$x^2 + 2x > 3 \Rightarrow x^2 + 2x - 3 > 0 \Rightarrow (x+3)(x-1) > 0 \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -3$$

بنابراین دامنه‌ی $f \circ g$ برابر $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$ یا همان $\mathbf{R} - [-3, 1]$ است.

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(علی اصغر شریفی)

$$\text{gof}(x+1) = \frac{2x+3}{5} = \frac{2(x+1)+1}{5} \Rightarrow \text{gof}(x) = \frac{2x+1}{5}$$

برای آن که $g(-1)$ را به دست بیاوریم، باید $f(x)$ را برابر با -1 قرار دهیم:

$$f(x) = -1 \Rightarrow \frac{4x-1}{3} = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

بنابراین $g(-1)$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$g(-1) = g\left(f\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = \frac{2\left(-\frac{1}{2}\right)+1}{5} = 0$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

(حسین اسفینی)

$$\cot \frac{x}{2} - \tan \frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\cos \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2}} - \frac{\sin \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \frac{\cos^2 \frac{x}{2} - \sin^2 \frac{x}{2}}{\sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\cos x}{\frac{1}{2} \sin x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow 2 \cot x = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cot x = \frac{1}{2\sqrt{3}} \Rightarrow \tan x = 2\sqrt{3} \quad (*)$$

از طرفی داریم:

$$\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x} \stackrel{(*)}{=} \frac{2(2\sqrt{3})}{1 - (2\sqrt{3})^2} = \frac{4\sqrt{3}}{1-12} = \frac{-4\sqrt{3}}{11}$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

(حسین فایلو)

اگر $\alpha - 15^\circ = \beta$ آن‌گاه $\alpha - 45^\circ = \beta - 60^\circ$ ، پس داریم:

$$\tan(45^\circ - \beta) = \frac{1 - \tan \beta}{1 + \tan \beta} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{1}{2}$$

(تابع) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱ ✓