



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی ۲ ، - ۱۳۹۵۰۵۱۵

۷۱- کدام گزینه صحیح نیست؟

- (۱) اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند، آن گاه آن تابع یک تابع همانی است.
 (۲) تابع همانی را معمولاً با معادله‌ی $f(x) = x$ نمایش می‌دهند.
 (۳) اگر هر عضو در دامنه‌ی یک تابع دقیقاً به همان عضو در برد آن تابع نظیر شود، آن تابع را تابع همانی می‌نامند.
 (۴) نمودار تابع همانی با دامنه‌ی R از مبدأ مختصات عبور می‌کند.

شما پاسخ نداده اید

۷۲- اگر تابع $\{(b+1, a), (-1, 2), (2b, 3), (-4, 3)\}$ یک به یک باشد، کدام رابطه صحیح است؟

- (۱) $a^2 - b^2 = (a - b)^2$
 (۲) $a^2 - b^2 = (a + b)^2$
 (۳) $a^2 - b^2 = a^2 + b^2$
 (۴) $a^2 + b^2 = (a - b)^2$

شما پاسخ نداده اید

۷۳- در تابع خطی f ، اگر $f(2) = 5$ و $f^{-1}(8) = 3$ باشد، حاصل $f(10)$ کدام است؟

- (۱) ۲۰
 (۲) ۲۳
 (۳) ۲۶
 (۴) ۲۹

شما پاسخ نداده اید

۷۴- اگر جدول زیر مربوط به یک تابع ثابت باشد، مقدار $\frac{b+c+d}{a}$ کدام است؟

دامنه	۱	۲	۳	۴	۵
برد	\sqrt{c}	۴	$d+5$	$2a$	$b+1$

- (۱) ۴
 (۲) ۹
 (۳) ۱۶
 (۴) ۲۵

شما پاسخ نداده اید

۷۵- اگر $3f(x) + f(-x) = 2x$ باشد، حاصل $f(-2)$ کدام است؟

- (۱) ۲
 (۲) -۲
 (۳) ۴
 (۴) -۴

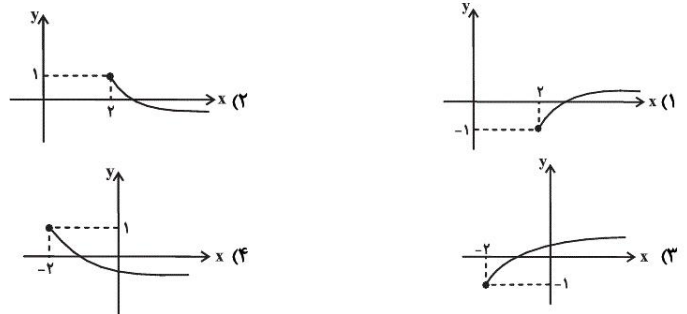
شما پاسخ نداده اید

۷۶- مساحت محدود به نمودار $y = 2 - |x|$ و محور طول‌ها چند واحد سطح است؟

- (۱) ۱
 (۲) ۲
 (۳) ۴
 (۴) ۶

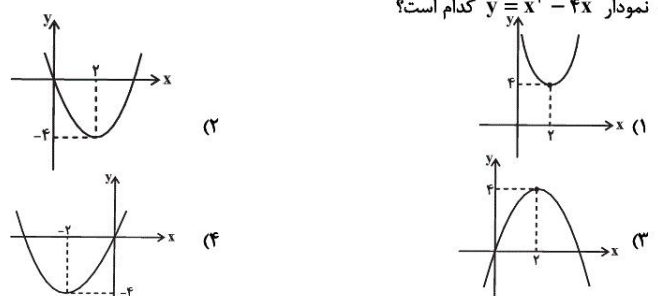
شما پاسخ نداده اید

۷۷- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x+2} - 1$ کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۷۸- نمودار $y = x^2 - 4x$ کدام است؟



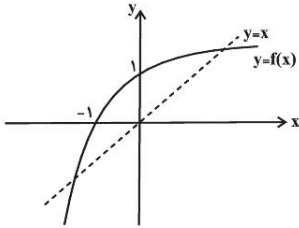
شما پاسخ نداده اید

۷۹- دامنه‌ی تابع $f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{x^2 + 3x - 10}}$ شامل چند عدد صحیح نیست؟

- ۸ (۴) ۷ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۸۰- در شکل زیر نمودار تابع $y = f(x)$ و خط $y = x$ رسم شده است. دامنه‌ی تابع $g(x) = \sqrt{(x-2)f^{-1}(x)}$ کدام است؟



- (۱) $[1, 2]$ (۲) $(-\infty, 2]$
(۳) $(-\infty, 1]$ (۴) $(-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، - ۱۳۹۵۰۵۱۵

۸۱- در یک دنباله‌ی حسابی $S_3 = S_2$ است. حاصل S_5 کدام است؟ (S_n مجموع n جمله‌ی اول دنباله است.)

- (۱) ۷۵ (۲) ۲۵
(۳) صفر (۴) قابل محاسبه نیست.

شما پاسخ نداده اید

۸۲- اگر $f(x) = 2x^3 - 2x^2 - mx + \frac{1}{2}$ بر $x - \frac{1}{2}$ بخش‌پذیر باشد، کدام گزینه جواب معادله‌ی $f(x) = 0$ است؟

- (۱) $x = -\frac{1}{2}$ (۲) $x = -1$
(۳) $x = 2$ (۴) $x = -2$

شما پاسخ نداده اید

۸۳- در بسط عبارت $(a+b)^n$ جملات را بر حسب توان‌های نزولی n متغیر a مرتب می‌کنیم. اگر مجموع ضرایب جملات اول، دوم و سوم برابر 16 باشد، n کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۶
(۳) ۵ (۴) ۴

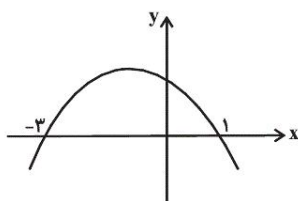
شما پاسخ نداده اید

۸۴- سالنی مستطیل شکل به طول 81 متر و عرض 18 متر را می‌خواهیم با فرش‌های مربعی شکل یکسان پوشانیم. کم‌ترین تعداد فرش موردنیاز به طوری که سالن کامل پوشانده شود، کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۸۱
(۳) ۱۸ (۴) ۱۶۲

شما پاسخ نداده اید

۸۵- شکل مقابل، نمودار تابع $f(x) = -3x^2 + ax + b$ می‌باشد. در این صورت حاصل $f(-2)$ کدام است؟



- (۱) ۴
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $x^2 - 4x = 1$ باشند، قدر مطلق عبارت $|\alpha| - \frac{1}{|\alpha|}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲
(۳) ۳ (۴) ۴

۸۷- تابع درجه‌ی دوم $f(x) = ax^2 + 2(a^2 - a)x$ در $x = -3$ به بیش‌ترین مقدار خود می‌رسد. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) -۲
(۳) ۴
(۴) -۴

شما پاسخ نداده اید

۸۸- مجموع جواب‌های معادله‌ی $\frac{x-2}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = 8x\left(\frac{x+2}{x-2} - 1\right)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{17}{4}$
(۲) $-\frac{1}{4}$
(۳) $-\frac{9}{4}$
(۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۸۹- معادله‌ی $x^2 + \sqrt{2x^2 + 3x - 14} = 2$ دارای چند جواب است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۹۰- کدام بیان در مورد جواب معادله‌ی $(\sqrt{2})^{-x} = 2x + 2$ صحیح است؟

- (۱) در بازه‌ی $(0, 1)$ جواب مثبت دارد.
(۲) در بازه‌ی $(-1, 1)$ جواب ندارد.
(۳) در بازه‌ی $(-1, 0)$ جواب منفی دارد.
(۴) جواب مثبت ندارد.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، - ۱۳۹۵۰۵۱۵

۱۲۱- بر روی محور x ها در مرحله اول نقطه‌ی A_1 را انتخاب می‌کنیم. در مرحله دوم نقطه‌ی A_2 را وسط پاره‌خط OA_1 انتخاب می‌کنیم. در مرحله سوم

نقطه‌ی A_3 را وسط OA_2 انتخاب می‌کنیم و به همین ترتیب ادامه می‌دهیم. اگر در مرحله ششم طول نقطه‌ی A_6 برابر ۱ واحد باشد، طول نقطه

A_1 کدام است؟

- (۱) ۱۲
(۲) ۱۶
(۳) ۳۲
(۴) ۶۴

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- نقطه‌ی O درون مثلث متساوی‌الاضلاع ABC قرار دارد و مجموع فاصله‌های آن از سه ضلع مثلث برابر $2\sqrt{3}$ است. نسبت اندازه‌ی مساحت مثلث

به اندازه‌ی محیط مثلث کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$
(۲) $2\sqrt{3}$
(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- در مثلث ABC ، ضلع AB کوچک‌تر از AC است. با رسم میانه‌ی AM ، درستی کدام نامساوی الزامی نیست؟

- (۱) $\hat{A}BC > \hat{A}CB$
(۲) $\hat{A}MB > \hat{A}BM$
(۳) $\hat{A}MC > \hat{A}CM$
(۴) $\hat{A}MC > \hat{A}MB$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- نقاط A و B به فاصله ۳ واحد از یکدیگر و در یک طرف خط L که فاصله آن‌ها از خط L به ترتیب برابر ۱ و ۳ می‌باشد قرار گرفته‌اند. اگر M

نقطه‌ی متحرکی روی خط L باشد، حداقل محیط مثلث MAB برابر کدام است؟

(۱) $3 + 2\sqrt{3}$

(۲) $2 + 2\sqrt{6}$

(۳) $3 + \sqrt{21}$

(۴) $2 + 2\sqrt{21}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- اگر نقطه‌ی O درون چهارضلعی محدب ABCD باشد، آن‌گاه کم‌ترین مقدار مجموع فواصل این نقطه تا چهار رأس چگونه است؟

(۱) برابر مجموع دو ضلع کوچک چهارضلعی است.

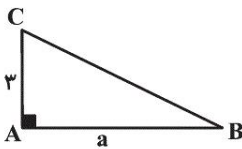
(۲) برابر مجموع دو قطر چهارضلعی است.

(۳) برابر تفاضل ضلع بزرگ‌تر با ضلع کوچک‌تر چهارضلعی است.

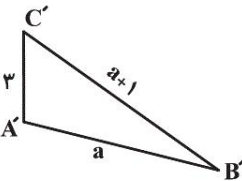
(۴) برابر مجموع دو ضلع بزرگ چهارضلعی است.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- در دو مثلث شکل روبه‌رو، زاویه‌ی A قائمه و زاویه‌ی A' منفرجه است. طول a کدام عدد می‌تواند باشد؟



(۱) ۲



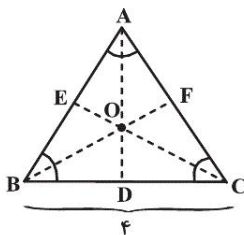
(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- در شکل مقابل، سه نیمساز داخلی مثلث، یکدیگر را در نقطه‌ی O قطع کرده‌اند، اگر AD نیمساز نظیر رأس A و $\frac{OA}{OD} = 2$ باشد، محیط مثلث



ABC چه قدر است؟

(۱) ۹

(۲) ۱۲

(۳) ۱۵

(۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- ضلع AB از مربع ABCD روی خط ثابت L تغییر می‌کند. اگر مساحت مربع برابر ۲۴ باشد، مکان هندسی مرکز مربع کدام است؟

(۱) پاره‌خطی عمود بر L و به طول $\sqrt{6}$

(۲) دو خط موازی L و به فاصله $2\sqrt{6}$ از آن

(۳) پاره‌خطی عمود بر L و به طول $2\sqrt{6}$

(۴) دو خط موازی L و به فاصله $\sqrt{6}$ از آن

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- در مثلث ABC ، با معلوم بودن $AB = 5$ و $BC = 9$ ، طول میانه‌ی BM کدام باشد تا مثلث قابل رسم شود؟

- (۱) ۶
(۲) ۷
(۳) ۸
(۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- اگر فاصله‌ی نقطه‌ی O ، محل هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع مثلث ABC درون مثلث از رأس A برابر ۵ و محیط مثلث برابر $2P$ باشد، کدام مقدار

برای P قابل قبول است؟

- (۱) ۱۵
(۲) ۵
(۳) ۷
(۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال، - ۱۳۹۵۰۵۱۵

۱۳۱- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح می‌باشد؟

- (۱) برهان خلف، یک روش اثبات مستقیم است.
(۲) استدلال استقرایی، یک اثبات ریاضی است.
(۳) شهود، جزء احکامی است که همیشه برقرار است.
(۴) استدلال تمثیلی، اثبات ریاضی محسوب نمی‌شود.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- اگر بخواهیم به کمک استقرای ریاضی، درستی گزاره‌ی «به ازای هر $n \geq m$ شرط $2^n > n^3$ برقرار است»، را ثابت کنیم، شروع استقرا (یعنی m)، کدام عدد زیر است؟

- (۱) ۱
(۲) ۶
(۳) ۸
(۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- در اثبات نامساوی $3^n > 3n^2 : n \geq 4$ ، به روش استقرای تعمیم یافته‌ی ریاضی، از کدام رابطه‌ی بدیهی استفاده می‌شود؟

- (۱) $3 > k + 1$
(۲) $3 > \frac{k+1}{k}$
(۳) $2k^2 > 2k + 1$
(۴) $2k^2 > 2k$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- در اثبات حکم «به ازای هر عدد طبیعی n ، مقادیر صحیح x و y را می‌توان یافت به گونه‌ای که $3x + 5y = n$ » به روش استقرای ریاضی، اگر اعداد صحیح x_0 و y_0 مقادیر به کار رفته در فرض استقرا باشند، آن‌گاه کدام مقادیر زیر برای اثبات حکم استقرا به کار می‌روند؟

- (۱) $x_0 + 1$ و $y_0 - 2$
(۲) $x_0 - 2$ و $y_0 - 1$
(۳) $x_0 - 1$ و $y_0 + 2$
(۴) $x_0 + 1$ و $y_0 - 2$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- چند عدد صحیح را به تصادف انتخاب کرده و به توان ۲ رسانده‌ایم. همه‌ی جواب‌ها مثبت شده‌اند. کدام نتیجه براساس استدلال استقرایی به دست می‌آید؟

- (۱) مجذور تمام اعداد صحیح، مثبت است.
(۲) مجذور تمام اعداد صحیح مخالف صفر، مثبت است.
(۳) مجذور تمام اعداد صحیح منفی، مثبت است.
(۴) مجذور برخی از اعداد صحیح ممکن است صفر شود.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- حکم «با بهم وصل کردن هر دو تا از n نقطه‌ی روی محیط دایره، 2^{n-1} ناحیه ایجاد می‌شود» برای اعداد طبیعی $n \leq m$ برقرار است. m کدام است؟

(۳) ۶

(۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- اگر a ، b و c ، سه عدد طبیعی متوالی باشند، باقیمانده‌ی تقسیم $A = a^2 + b^2 + c^2$ بر ۳ کدام گزینه است؟
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۱ یا ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- کدام گزینه یک مثال نقض برای نتیجه‌گیری کلی «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع سه عدد مربع کامل نوشت» است؟
(۱) ۳۹ (۲) ۴۱ (۳) ۵۰ (۴) ۶۶

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- کدام یک از احکام زیر را نمی‌توان با برهان خلف ثابت نمود؟

(۱) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ عددی گنگ است.

(۲) $\sqrt{7}$ عددی گنگ است.

(۳) اگر x و y اعداد حقیقی مثبت باشند، $\sqrt{x+y}$ گنگ است.

(۴) اگر n عددی طبیعی باشد، $n^2 + 1$ مربع کامل نیست.

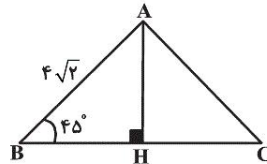
شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- از مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, 4, \dots, 21\}$ حداقل چند عضو انتخاب شود تا مطمئن باشیم مجموع دو عدد متمایز از بین آنها ۱۸ است؟
(۱) ۱۴ (۲) ۱۳ (۳) ۱۲ (۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی ۱، - ۱۳۹۵۰۵۱۵

۱۰۱- در شکل زیر، مساحت مثلث ABC ، برابر $4(2 + \sqrt{5})$ است. طول ضلع AC کدام است؟



(۱) ۶ (۲) $6\sqrt{2}$

(۳) $3\sqrt{6}$ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- مساحت شش‌ضلعی منتظمی به طول قطر کوچک $4\sqrt{3}$ چقدر است؟

(۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $16\sqrt{3}$

(۳) $8\sqrt{3}$ (۴) $24\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- یک متوازی‌الاضلاع از یک مستطیل و دو مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین هم‌نهشت ساخته شده است. اگر مساحت مستطیل ۱۲ و مساحت هر کدام از

مثلث‌های قائم‌الزاویه ۸ باشد، محیط متوازی‌الاضلاع کدام است؟

(۱) $16 + 7\sqrt{2}$ (۲) $7(2 + \sqrt{2})$

(۳) $8(2 + \sqrt{2})$ (۴) $2(7 + 4\sqrt{2})$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- در مثلث قائم الزاویه‌ای، اندازه‌ی وتر 20 واحد است و ارتفاع نظیر وتر، بر آن ضلع دو پاره‌خط متناسب با اعداد 9 و 16 جدا می‌کند. مساحت مثلث کدام

است؟

۵۴ (۲)

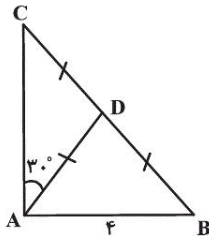
۴۸ (۱)

۱۰۸ (۴)

۹۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- در شکل مقابل $AD = BD = CD$ است، اگر $\hat{CAD} = 30^\circ$ و $AB = 4$ باشد، اندازه‌ی ضلع AC کدام است؟



$4\sqrt{3}$ (۱)

$3\sqrt{3}$ (۲)

$6\sqrt{3}$ (۳)

$2\sqrt{6}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- در مربع $ABCD$ ، نقاط M ، N و P وسط‌های اضلاع AB و BC و CD است، اگر نقطه E محل تلاقی AP و DM باشد، مساحت چهارضلعی

$MEPN$ چه کسری از مساحت مربع است؟

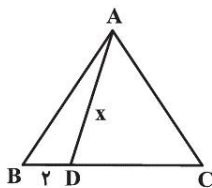
$\frac{4}{7}$ (۲)

$\frac{3}{7}$ (۱)

$\frac{5}{8}$ (۴)

$\frac{2}{8}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید



۱۰۷- مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع ABC برابر $25\sqrt{3}$ است. طول کدام AD است؟

$4\sqrt{5}$ (۲)

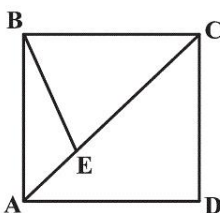
$6\sqrt{2}$ (۱)

۱۰ (۴)

$2\sqrt{21}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- در شکل زیر، اگر $ABCD$ مربع و $CE = CB$ باشد، مساحت مثلث AEB ، چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)

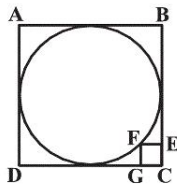
$\frac{1}{2}$ (۱)

$\frac{2-\sqrt{2}}{2}$ (۴)

$\frac{2-\sqrt{2}}{4}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- مطابق شکل، ABCD و CEFG مربع اند. نسبت مساحت‌های این دو مربع کدام است؟



(۲) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

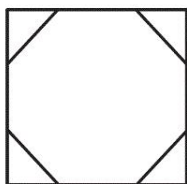
(۱) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$

(۴) $\frac{3-2\sqrt{2}}{8}$

(۳) $\frac{2-\sqrt{2}}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- در شکل زیر، یک هشت‌ضلعی منتظم به محیط $4\sqrt{6}$ در داخل یک مربع محاط شده است. مساحت این هشت‌ضلعی کدام است؟



(۲) $2(1+\sqrt{2})$

(۱) $4(1+\sqrt{2})$

(۴) $1+\sqrt{2}$

(۳) $2(1+\sqrt{2})$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲- سوالات موازی ، - ۱۳۹۵۰۵۱۵

۹۱- اگر تابع $f(x) = \frac{2x-1}{-2x+a}$ یک تابع ثابت باشد، مقدار a کدام است؟

(۴) مقداری برای a وجود ندارد.

(۳) صفر

(۲) ۱

(۱) -۱

شما پاسخ نداده اید

۹۲- اگر رابطه‌ی $f = \{(4,5), (m^2-3m,5), (-1,m^2), (m^3,-1)\}$ تابعی یک‌به‌یک باشد، مجموعه‌ی مقادیر m کدام است؟

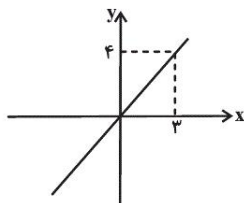
(۴) $\{-1,4\}$

(۳) $\{-1,1\}$

(۲) $\{-1\}$

(۱) $\{4\}$

شما پاسخ نداده اید



۹۳- اگر نمودار وارون تابع f به صورت مقابل باشد، $f(\frac{4}{3})$ کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) $\frac{9}{16}$

(۳) $\frac{16}{9}$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- برد کدام تابع زیر، بازه‌ی $[-2, +\infty)$ می‌باشد؟

(۲) $f(x) = x^2 - 2x - 2$

(۱) $f(x) = x^2 + 2x + 2$

(۴) $f(x) = x^2 + 4x - 2$

(۳) $f(x) = x^2 - 4x + 2$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- اگر $f(x-2) = 2x+3-2f(1)$ باشد، مقدار $f(-3)$ کدام است؟

(۴) ۷

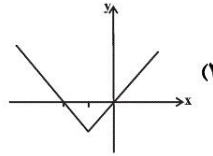
(۳) -۷

(۲) ۵

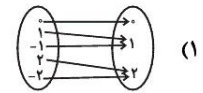
(۱) -۵

شما پاسخ نداده اید

۹۶- کدام گزینه نمی‌تواند مربوط به تابع $f(x) = |ax + b|$ باشد؟ (a و b اعدادی حقیقی هستند).



(۴) $\{(0,1), (1,3), (2,5), (3,7)\}$

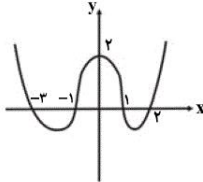


x	-2	-1	0	1	2
y	4	2	0	2	4

(۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر نمودار تابع f به صورت زیر باشد، دامنه‌ی تابع $y = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$ کدام است؟



(۱) $(-3, -1) \cup (1, 2)$

(۲) $(-\infty, -3) \cup (-1, 1) \cup (2, +\infty)$

(۳) $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

(۴) $[-3, 2]$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- نمودار توابع $f(x) = (x-2)^2 - 1$ و $g(x) = -(1-x)^2 + 1$ در چند نقطه با هم برخورد می‌کنند؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

۹۹- به‌ازای چه مقادیری از a ، عبارت $P = (2-a)x^2 + 2x + 1$ همواره منفی است؟

(۴) مقداری برای a وجود ندارد.

(۳) $-\frac{1}{4} < a < 2$

(۲) $a > 2$

(۱) $a < -\frac{1}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- اگر دامنه‌ی تابع $f(x) = \sqrt{-x^2 + ax + b}$ برابر مجموعه‌ی $\{4\}$ باشد، آنگاه مقدار $a - b$ کدام است؟

(۲) -۳

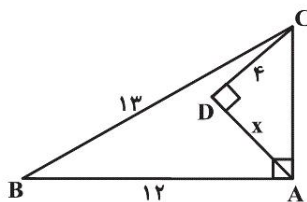
(۱) ۳

(۴) -۲۴

(۳) ۲۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۱- سوالات موازی ، - ۱۳۹۵۰۵۱۵



۱۱۱- با توجه به اندازه‌های روی شکل، طول پاره‌خط AD کدام است؟

(۲) $2\sqrt{3}$

(۱) ۳

(۴) $3\sqrt{2}$

(۳) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- روی اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای به مساحت $24\sqrt{3}$ و بیرون آن، سه مثلث متساوی‌الاضلاع بنا می‌کنیم. اگر مجموع مساحت‌های سه مثلث متساوی‌الاضلاع،

سه برابر مساحت مثلث قائم‌الزاویه باشد. طول وتر مثلث اولیه کدام است؟

(۲) ۱۲

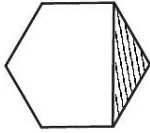
(۱) ۱۱

(۴) ۱۴

(۳) ۱۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- اگر طول ضلع شش‌ضلعی منتظم مقابل برابر $2\sqrt{3}$ باشد، مساحت ناحیه‌ی هاشورخورده چقدر است؟



۶ (۱)

۹ (۳)

۱۸ (۲)

۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای، اندازه‌ی میانه و ارتفاع وارد بر وتر به ترتیب ۳ و $\sqrt{5}$ است. نسبت اضلاع قائم‌مثلث کدام است؟

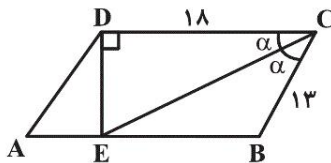
۵ (۱)

$\frac{\sqrt{5}}{3}$ (۳)

$\sqrt{5}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید



۱۱۵- در شکل مقابل، مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD کدام است؟

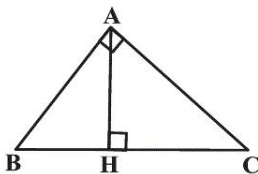
۱۸۰ (۱)

۲۱۶ (۳)

۱۹۲ (۲)

۲۲۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید



۱۱۶- در شکل مقابل، مساحت مثلث ABC کدام است؟ ($AB = 6, CH = 5$)

۱۵ (۱)

$5\sqrt{6}$ (۳)

$6\sqrt{5}$ (۲)

$9\sqrt{5}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، نقطه‌ی M روی ضلع AB است به طوری که $MB + BC = 6$. اگر اندازه‌ی پاره‌خط‌های AM و AC

به ترتیب برابر ۲ و ۴ واحد باشد، اندازه‌ی وتر BC کدام است؟

۵/۵ (۱)

۴/۵ (۳)

۵ (۲)

۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، $AB = 3$ و $AC = 4$ است. اگر AH و AM به ترتیب ارتفاع و میانه‌ی وارد بر وتر باشند، طول عمودی که

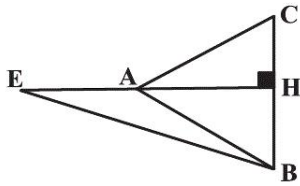
از نقطه‌ی H بر AM رسم می‌شود، چقدر است؟

$$\frac{7}{10} \quad (1) \qquad \frac{84}{125} \quad (2)$$

$$\frac{25}{84} \quad (3) \qquad \frac{18}{125} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- در شکل روبه‌رو، مثلث ABC متساوی‌الاضلاع و نقطه‌ی E روی امتداد AH به‌گونه‌ای قرار دارد که مثلث ABE ($AB = AE$)، متساوی‌الساقین



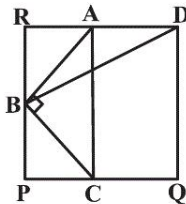
است. اگر مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع $4\sqrt{3}$ باشد، مساحت مثلث ABE چقدر است؟

$$4 \quad (1) \qquad 2\sqrt{3} \quad (2)$$

$$6 \quad (3) \qquad 3\sqrt{3} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- در شکل زیر، مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC به‌نحوی در مربع محاط شده است که مساحت آن، برابر $\frac{1}{6}$ مساحت مربع و وتر آن موازی ضلع مربع است. اگر



مساحت مثلث ABD با مساحت مثلث ABC برابر باشد، AB چه کسری از ضلع مربع است؟

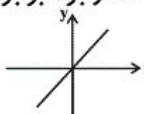
$$\frac{\sqrt{13}}{6} \quad (1) \qquad \frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3) \qquad \frac{\sqrt{13}}{12} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

-۷۱

(معصومه گهرانی)

اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند در صورتی آن تابع یک تابع همانی است که هر عضو در دامنه دقیقاً به همان عضو در برد نظیر شود. گزینه‌ی «۱» نمی‌تواند صحیح باشد زیرا به عنوان مثال در تابع $f(x) = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ دامنه و برد برابرند اما تابع همانی نیست. نمودار تابع همانی با دامنه‌ی \mathbb{R} به صورت  است و بنابراین از مبدأ مختصات می‌گذرد.

(ریاضی ۲- توابع خاص- نامعادل و تعیین علامت- صفحه‌های ۵۷ و ۵۸)

۴

۳

۲

۱

-۷۲

(عباس اسری امیرآبادی)

چون تابع یک به یک است، داریم:

$$(-4, 3) = (2b, 3) \Rightarrow -4 = 2b \Rightarrow b = -2$$

$$\{(-4, 3), (-4, 3), (-1, 2), (-2+1, a)\}$$

$$(-1, 2) = (-1, a) \Rightarrow a = 2$$

$$۱) a^2 - b^2 = (a - b)^2$$

بررسی گزینه‌ها:

$$۲^2 - (-2)^2 \neq (2 - (-2))^2 \Rightarrow 4 - 4 \neq 16 \Rightarrow 0 \neq 16 \text{ نادرست}$$

$$۲) a^2 - b^2 = (a + b)^2 \Rightarrow ۲^2 - (-2)^2 = (2 - 2)^2 \Rightarrow 0 = 0 \text{ درست}$$

$$۳) a^2 - b^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow ۲^2 - (-2)^2 = ۲^2 + (-2)^2 \Rightarrow 0 \neq ۸ \text{ نادرست}$$

$$۴) a^2 + b^2 = (a - b)^2 \Rightarrow ۲^2 + (-2)^2 = (2 - (-2))^2 \Rightarrow ۸ \neq ۱۶ \text{ نادرست}$$

(ریاضی ۲- تابع- صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳)

۴

۳

۲

۱

-۷۳

(کریم نصیری)

فرض می‌کنیم ضابطه‌ی تابع خطی $f(x) = ax + b$ باشد، در نتیجه داریم:

$$f(2) = 5 \Rightarrow 2a + b = 5 \quad (۱)$$

$$f^{-1}(8) = 3 \Rightarrow f(3) = 8 \Rightarrow 3a + b = 8 \quad (۲)$$

با حل دستگاه دو معادله‌ی فوق داریم $a = 3$ و $b = -1$ ، پس:

$$f(x) = 3x - 1 \Rightarrow f(10) = 30 - 1 = 29$$

(ریاضی ۲- تابع- صفحه‌های ۴۱ تا ۴۶ و ۴۹ تا ۵۱)

۴

۳

۲

۱

-۷۴

(مجموعه اصفهانی)

تابع ثابت، تابعی است که برد آن تنها شامل یک عضو و ضابطه‌ی آن به صورت $f(x) = k$ ($k \in \mathbb{R}$) است. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} \sqrt{c} = 4 \Rightarrow c = 16 \\ d + 5 = 4 \Rightarrow d = -1 \\ 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \\ b + 1 = 4 \Rightarrow b = 3 \end{cases} \Rightarrow \frac{b+c+d}{a} = \frac{3+16-1}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

(ریاضی ۲- توابع خاص- نامعادله و تعیین علامت- صفحه‌های ۵۸)

۱ ۲ ۳ ۴

-۷۵

(امیرمسین افشار)

یک بار $x = 2$ و یک بار $x = -2$ را در رابطه جایگذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} 3f(2) + f(-2) = 4 \\ 3f(-2) + f(2) = -4 \end{cases} \xrightarrow{\times(-2)} \begin{cases} 3f(2) + f(-2) = 4 \\ -3f(-2) - 9f(2) = 12 \end{cases}$$

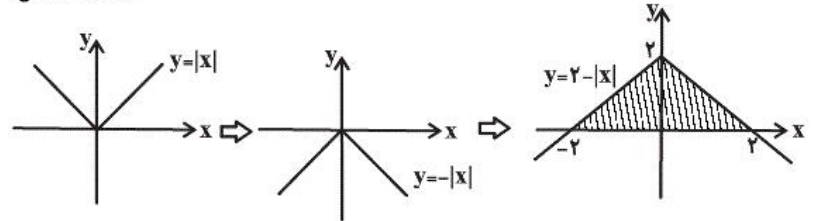
$$-8f(-2) = 16 \Rightarrow f(-2) = -2$$

(ریاضی ۲- تابع- صفحه‌های ۳۹ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳ ۴

-۷۶

(معصومه گرایین)

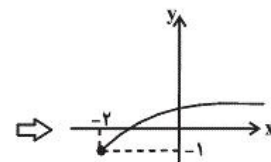
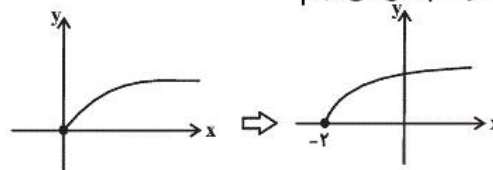


۱ ۲ ۳ ۴

-۷۷

(عمیررضا سپوری)

ابتدا نمودار $y = \sqrt{x}$ را رسم نموده و سپس روی محور x ها دو واحد به طرف چپ و بعد روی محور y ها یک واحد به طرف پایین می‌رویم:



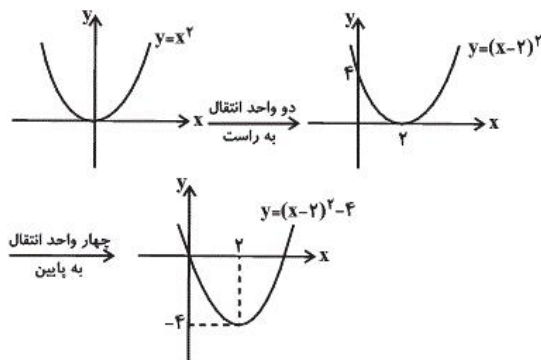
(ریاضی ۲- توابع خاص- نامعادله و تعیین علامت- صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۱ ۲ ۳ ۴

(مهوری ملارمضائی)

$$y = x^2 - 4x \Rightarrow y = x^2 - 4x + 4 - 4$$

$$\Rightarrow y = (x-2)^2 - 4$$



(ریاضی ۲- توابع قاص- نامعاریه و تعیین علامت- صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مفهم مصطفی ابراهیمی)

باید عبارت زیر رادیکال نامنفی باشد و منخرج کسر مخالف صفر باشد. داریم:

$$P = \frac{x^2}{x^2 + 3x - 10} \geq 0 \Rightarrow P = \frac{x^2}{(x+5)(x-2)} \geq 0$$

		-۵	۰	۲	
x^2	+	+	+	+	+
$(x+5)(x-2)$	+	-	-	+	+
P	+	-	-	+	+

$$\Rightarrow \text{مجموعه‌ی جواب: } (-\infty, -5) \cup \{0\} \cup (2, +\infty)$$

مجموعه جواب بالا شامل اعداد صحیح ۲، ۱، -۱، -۲، -۳، -۴ و -۵ نمی‌باشد.

(ریاضی ۲- توابع قاص- نامعاریه و تعیین علامت- صفحه‌های ۷۹ تا ۸۴)

۴

۳ ✓

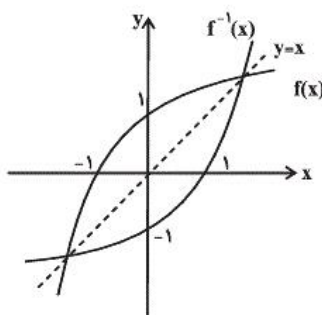
۲

۱

(مفهم مصطفی ابراهیمی)

$$(x-2)f^{-1}(x) \geq 0$$

نمودار $f^{-1}(x)$ را با قرینه کردن نمودار $y = f(x)$ نسبت به خط $y = x$ رسم می‌کنیم:



$$\text{مجموعه‌ی جواب: } (-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$$

(ریاضی ۲- ترکیبی- صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳ و ۷۳ تا ۸۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۸۱

(امیر هوشنگ فمسه)

$$S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d] \quad , \quad S_{20} = S_{30}$$

$$\Rightarrow 10(2a_1 + 19d) = 15(2a_1 + 29d) \Rightarrow 10a_1 + 190d = 15a_1 + 435d \Rightarrow 2a_1 + 49d = 0$$

$$\Rightarrow S_{50} = 25(2a_1 + 49d) = 0$$

نکته: اگر در دنباله‌ی حسابی $S_m = S_n$ باشد، آن‌گاه $S_{m+n} = 0$ ✓

(فسابان، معاسبات پیری، معادلات و نامعادلات، صفحه‌های ۲ تا ۶)

[۴]

[۳] ✓

[۲]

[۱]

-۸۲

(مهمربصطفی ابراهیمی)

تابع بر $x - \frac{1}{2}$ بخش پذیر است، یعنی $f(\frac{1}{2}) = 0$ است.

$$2(\frac{1}{2})^3 - 2(\frac{1}{2})^2 - m(\frac{1}{2}) + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} - \frac{m}{2} + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow m = \frac{1}{2}$$

پس تابع $f(x)$ به صورت $f(x) = 2x^3 - 2x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ می‌باشد.

$$f(x) = 2x^3 - 2x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow 2x^2(x-1) - \frac{1}{2}(x-1) = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(2x^2 - \frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{2} \end{cases}$$

معادله‌ی $f(x) = 0$ به ازای $x = 1$ و $x = -\frac{1}{2}$ هم برقرار است.

(فسابان، معاسبات پیری، معادلات و نامعادلات، صفحه‌های ۶ تا ۸)

[۴]

[۳]

[۲]

[۱] ✓

-۸۳

(ابراهیم نیفی)

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n}b^n$$

$$\text{مجموع ضرایب جملات اول، دوم و سوم: } \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2}$$

$$= 1 + n + \frac{n(n-1)}{2} = 16 \Rightarrow 2 + 2n + n^2 - n - 32 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 + n - 30 = 0 \Rightarrow (n-5)(n+6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n=5 \\ n=-6 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

(فسابان، معاسبات پیری، معادلات و نامعادلات، صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

[۴]

[۳] ✓

[۲]

[۱]

-۸۴

(موری ملارمفانی)

برای به دست آوردن کمترین تعداد فرش می‌بایست فرش‌ها بیشترین ابعاد ممکن

$$81 = 3^4$$

را داشته باشند، با تجزیه اعداد ۸۱ و ۱۸ داریم:

$$18 = 3^2 \times 2$$

ابعاد فرش برابر با ب.م.م دو عدد ۸۱ و ۱۸ یعنی 3^2 می‌باشد.

$$\text{تعداد فرش} = \frac{81 \times 18}{3^2 \times 3^2} = 9 \times 2 = 18$$

(فسابان، معاسبات پیری، معادلات و نامعادلات، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

[۴]

[۳] ✓

[۲]

[۱]

(نرا میرآفورلو)

$$S = -3 + 1 = -2 \Rightarrow -2 = \frac{-a}{-3} \Rightarrow a = -6 \quad (1)$$

$$P = -3 \times 1 = -3 \Rightarrow -3 = \frac{+b}{-3} \Rightarrow b = 9 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} f(x) = -3x^2 - 6x + 9 \Rightarrow f(-2) = 9$$

(مسابان، معادلات و نامعادلات، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

[۴] ✓

[۳]

[۲]

[۱]

(ایمان نفستین)

از آن جایی که x مخالف صفر است، می‌توان طرفین تساوی را بر x تقسیم کرد. داریم:

$$x^2 - 4x = 1 \xrightarrow{\div x} x - 4 = \frac{1}{x} \Rightarrow x - \frac{1}{x} = 4 \Rightarrow \alpha - \frac{1}{\alpha} = 4$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left| \alpha - \frac{1}{\alpha} \right| \xrightarrow{\alpha > 0} \left| \alpha - \frac{1}{\alpha} \right| = |4| = 4 \\ \left| \alpha - \frac{1}{\alpha} \right| \xrightarrow{\alpha < 0} \left| -\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right) \right| = |-4| = 4 \end{array} \right.$$

[۴] ✓

[۳]

[۲]

[۱]

(مهمر فندان)

تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ در $x = -\frac{b}{2a}$ در حالت $(a < 0)$ به بیش‌ترین

$$f(x) = ax^2 + 2(a^3 - a)x$$

مقدار خود می‌رسد. داریم:

$$\Rightarrow x_{\max} = \frac{-2(a^3 - a)}{2a} = -a^2 + 1 = -3$$

$$\Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2 \xrightarrow{a < 0} a = -2$$

(مسابان، معادلات و نامعادلات، صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴)

[۴]

[۳]

[۲] ✓

[۱]

(ابراهیم نیفی)

طرف چپ معادله برابر است با:

$$\frac{x-2}{x+2} - \frac{x+2}{x-2} = \frac{x^2 - 4x + 4 - x^2 - 4x - 4}{(x+2)(x-2)} = \frac{-8x}{(x+2)(x-2)}$$

طرف راست معادله برابر است با:

$$8x \left(\frac{x+2}{x-2} - 1 \right) = 8x \left(\frac{x+2 - x + 2}{x-2} \right) = \frac{32x}{x-2}$$

$$\Rightarrow \frac{-8x}{(x+2)(x-2)} = \frac{32x}{x-2} \Rightarrow 32x(x+2)(x-2) + 8x(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow x(x-2)(32(x+2) + 8) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ ق ق} \\ x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ ق ق غ} \\ 32(x+2) + 8 = 0 \Rightarrow x = -\frac{9}{4} \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\text{مجموع جواب‌ها: } 0 + \left(-\frac{9}{4}\right) = -\frac{9}{4}$$

(مسابان، معادلات و نامعادلات، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

[۴]

[۳] ✓

[۲]

[۱]

(امیر هوشنگ فمسه)

اگر معادله را به صورت $\sqrt{2x^2 + 3x - 14} = 2 - x^2$ بازنویسی کنیم، چون سمت چپ نامنفی است، پس $2 - x^2 \geq 0$ است، یعنی: (۱) $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$ از طرفی زیر رادیکال باید بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد.

$$f(x) = 2x^2 + 3x - 14 \geq 0$$

$$2x^2 + 3x - 14 = 0 \Rightarrow (2x + 7)(x - 2) = 0 \Rightarrow x = 2, -\frac{7}{2}$$

x	$-\frac{7}{2}$	۲	تعیین علامت $x \geq 2$ یا $x \leq -\frac{7}{2}$ (۲)
f(x)	+	-	

اگر از جواب‌های (۱) و (۲) اشتراک بگیریم، مجموعه‌ی جواب تهی است.

(مسابقات، مسابقات فیزی، معارلات و نامعارلات، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

 ۴

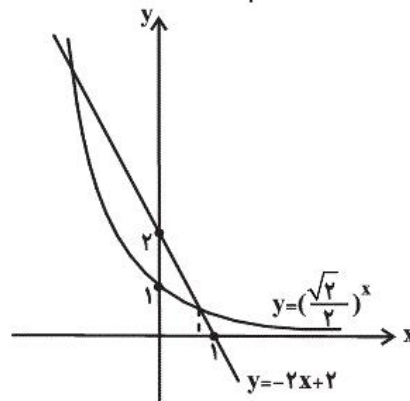
 ۳

 ۲

 ۱

(ابراهیم توفی)

باید نمودار دو تابع $y = (\sqrt{2})^{-x}$ و $y = -2x + 2$ را رسم کرده، محل تلاقی آن‌ها را به دست آوریم:



ضمناً باید توجه داشته باشیم که:

$$y = (\sqrt{2})^{-x} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^x$$

با توجه به نمودار دو تابع مشخص است که

معادله‌ی $-2x + 2 = (\sqrt{2})^{-x}$ دارای دو جواب (یکی منفی و دیگری مثبت) می‌باشد، که جواب مثبت آن در بازه‌ی $(0, 1)$ قرار دارد. توجه کنید که جواب منفی معادله در بازه‌ی $(-1, 0)$ نمی‌باشد (چرا؟).

(مسابقات، مسابقات فیزی، معارلات و نامعارلات، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

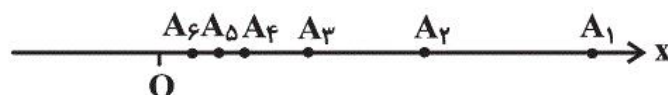
ریاضی، هندسه‌ی ۲، - ۱۳۹۵۰۵۱۵

(مهمد علی نادرپور)

فرض کنیم طول نقطه‌ی A برابر ۱ باشد پس طول نقطه‌های A_2, A_3, A_4, A_5, A_6 ،

$$A_3, A_4, A_5, A_6 \text{ به ترتیب برابر } \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16} \text{ و } \frac{1}{32}$$

است، یعنی $\frac{1}{32} = 1$ پس $1 = 32$



(هندسه‌ی ۲- استرلال در هندسه- صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مجموع فاصله‌های نقطه‌ی O درون مثلث متساوی‌الاضلاع تا اضلاع آن، برابر ارتفاع مثلث است پس اگر ضلع مثلث را a در نظر بگیریم، داریم:

$$\frac{\sqrt{3}}{2}a = 2\sqrt{3} \Rightarrow a = 4$$

$$\frac{\text{مساحت}}{\text{محیط}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}a^2}{3a} = \frac{\sqrt{3}}{12}a = \frac{\sqrt{3}}{12}(4) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه‌ی ۲- استرلال در هنرسه- صفحه‌ی ۲۱)

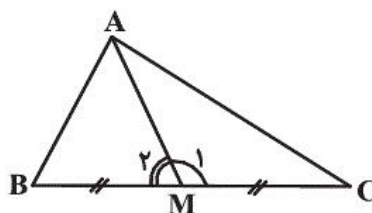
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رضا پورعسینی)



«۱» $AC > AB \xrightarrow{\text{ضلع برتر}} \hat{B} > \hat{C} \Rightarrow \hat{A}BC > \hat{A}CB$

«۳» $\hat{A}MB : \hat{M}_1 > \hat{B} \xrightarrow{\hat{B} > \hat{C}} \hat{M}_1 > \hat{C}$

$\Rightarrow \hat{A}MC > \hat{A}CM$

 ۴

 ۳

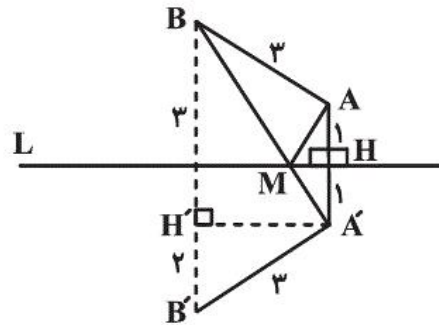
 ۲

 ۱

محیط مثلث MAB یعنی $MA + MB + AB$ وقتی حداقل است

که $MA + MB$ حداقل باشد (زیرا $AB = ۳$ ثابت است). فرض

کنیم A' قرینه‌ی A و B' قرینه‌ی B نسبت به L باشد.



دو مثلث MAH و $MA'H$ هم‌نهشت هستند پس $MA' = MA$

در نتیجه $MA' + MB = MA + MB$ وقتی $MA' + MB$

کم‌ترین مقدار ممکن است که M ، A' و B در یک امتداد

باشند، پس حداقل محیط برابر $A'B + ۳$ است. از طرفی در مثلث

قائم‌الزاویه‌ی $BA'H'$ داریم:

$$A'B^2 = BH'^2 + A'H'^2 = ۱۶ + (۹ - ۴) = ۲۱$$

$$\Rightarrow A'B = \sqrt{۲۱} \Rightarrow \text{حداقل محیط مثلث } MAB = ۳ + \sqrt{۲۱}$$

(هنرسه‌ی ۲- استرلال در هنرسه - صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

 ۴

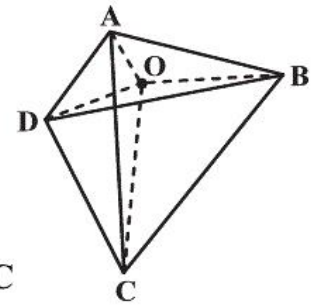
 ۳

 ۲

 ۱

(عمید گروسی)

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \\ \text{ODB} : \text{OD} + \text{OB} \geq \text{DB} \\ \Delta \\ \text{OAC} : \text{OA} + \text{OC} \geq \text{AC} \end{array} \right\}$$



$$\Rightarrow \text{OD} + \text{OB} + \text{OA} + \text{OC} \geq \text{BD} + \text{AC}$$

$$\Rightarrow \text{Min}(\text{OD} + \text{OB} + \text{OA} + \text{OC}) = \text{BD} + \text{AC}$$

(هندسه ی ۲- استرلال در هندسه- صفحه های ۲۵ و ۲۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

(ممد ابراهیم کیتی زاده)

چون $AB = A'B'$ و $AC = A'C'$ و $\hat{A}' > \hat{A}$ ، طبق قضیه ی لولاباید $B'C' > BC$ پس داریم:

$$B'C'^2 > BC^2 \Rightarrow (a+1)^2 > a^2 + 9$$

$$\Rightarrow a^2 + 2a + 1 > a^2 + 9 \Rightarrow a > 4$$

بنابراین از میان گزینه ها، تنها عدد ۵ می تواند قابل قبول باشد.

(هندسه ی ۲- استرلال در هندسه- صفحه های ۲۷ و ۲۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مسن اسمعیلی)

$$\Delta \text{ ABD} \text{ نیمساز: BO} : \frac{\text{AO}}{\text{OD}} = \frac{\text{BA}}{\text{BD}} \Rightarrow 2 = \frac{\text{AB}}{\text{BD}} \Rightarrow \text{AB} = 2\text{BD}$$

$$\Delta \text{ ACD} \text{ نیمساز: CO} : \frac{\text{AO}}{\text{OD}} = \frac{\text{CA}}{\text{CD}} \Rightarrow 2 = \frac{\text{AC}}{\text{DC}} \Rightarrow \text{AC} = 2\text{DC}$$

$$\text{محیط مثلث ABC} = \text{AB} + \text{AC} + \text{BC} = 2\text{BD} + 2\text{DC} + \text{BC}$$

$$= 2(\text{BD} + \text{DC}) + \text{BC} = 2\text{BC} + \text{BC} = 3\text{BC} = 3(4) = 12$$

(هندسه ی ۲- استرلال در هندسه- صفحه های ۱۳ و ۳۵)

۴

۳

۱

O نقطه‌ی برخورد دو قطر مربع، مرکز مربع است که فاصله‌ی آن از ضلع AB یا از خط L، نصف طول ضلع مربع است، یعنی $HO = \sqrt{6}$. بنابراین، مکان هندسی نقطه‌ی O، دو خط موازی با L و به فاصله $\sqrt{6}$ واحد از آن است.

(هندسه‌ی ۲- استدلال در هندسه - صفحه‌های ۳۱ تا ۳۷)

- ۱ ۲ ۳ ۴

۱۲۹-

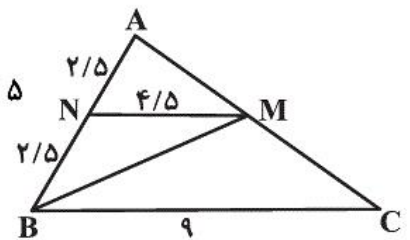
(رضا پورحسینی)

فرض کنیم مثلث رسم شده است. اگر از M به N (وسط AB) وصل کنیم، پاره‌خط MN برابر نصف ضلع BC است. بنا بر رابطه‌ی نامساوی مثلثی در مثلث BNM داریم:

$$|BN - MN| < BM < BN + MN$$

$$\Rightarrow |2/5 - 4/5| < BM < 2/5 + 4/5$$

$$\Rightarrow 2 < BM < 7$$

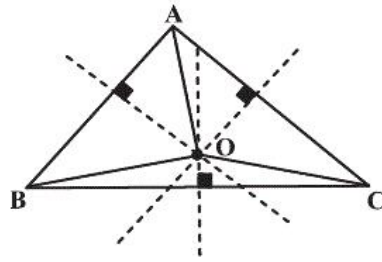


از میان گزینه‌ها، تنها عدد ۶ در این نامساوی صدق می‌کند.

(هندسه‌ی ۲- استدلال در هندسه - صفحه‌های ۳۵ و ۳۸ تا ۴۳)

- ۱ ۲ ۳ ۴

(رضا پورحسینی)



اولاً می‌دانیم در هر مثلث مجموع فواصل هر نقطه‌ی دلخواه داخل مثلث از سه رأس از نصف محیط بزرگ‌تر و از محیط کوچک‌تر است پس:

$$P < OA + OB + OC < 2P$$

ثانیاً محل برخورد عمود منصف‌ها از سه رأس فاصله‌ی یکسان دارد، پس:

$$P < 5 + 5 + 5 < 2P \Rightarrow P < 15 < 2P \Rightarrow \begin{cases} P < 15 \\ P > \frac{15}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{15}{2} < P < 15$$

پس در میان گزینه‌ها، تنها عدد ۹ قابل قبول است.

(هندسه‌ی ۲- استدلال در هندسه - صفحه‌های ۲۹ و ۳۵)

۴

۳

۲

۱

ریاضی، جبر و احتمال، - ۱۳۹۵۰۵۱۵

(سیدوید زوالفقاری)

استدلال تمثیلی، اثبات ریاضی نیست ولی می‌تواند در ایجاد یک زمینه‌ی شهودی برای درک بسیاری از مفاهیم و اثبات‌های ریاضی، کمک مؤثری باشد.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۱ تا ۴ و ۲۶)

۴

۳

۲

۱

(علی ساوجبی)

اگر قرار دهیم $n = 1$ آنگاه $2^1 > 1^3$ گزاره‌ی درست است ولی با امتحان کردن $n = 2$ معلوم می‌شود که $2^2 > 2^3$ نادرست است و تا $n = 9$ نیز تمامی گزاره‌های به‌دست آمده نادرست هستند. اگر $n = 10$ باشد، آنگاه $10^3 = 1000 > 10^{24} = 10^{24}$ و در نتیجه شروع استقرار از $m = 10$ خواهد بود.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱

-۱۳۳

(سروش موثینی)

فرض استقرا $P(k) : 3^k > 3k^2$ و حکم آن $P(k+1) : 3^{k+1} > 3(k+1)^2$ است. با تقسیم حکم بر فرض داریم:

$$3 > \frac{(k+1)^2}{k^2} \Rightarrow 3k^2 > (k+1)^2$$

$$\Rightarrow 3k^2 > k^2 + 2k + 1 \Rightarrow 2k^2 > 2k + 1$$

(پیر و احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱

-۱۳۴

(امیر حسین ابومصوب)

در فرض استقرا داریم: $3x_0 + 5y_0 = k$ ، حال اگر به طرفین فرض، یک واحد اضافه کنیم، داریم:

$$3x_0 + 5y_0 + 1 = k + 1 \Rightarrow 3x_0 + 6 + 5y_0 - 5 = k + 1$$

$$\Rightarrow 3(x_0 + 2) + 5(y_0 - 1) = k + 1$$

بنابراین در حکم استقرا، می‌توان مقادیر $x_0 + 2$ و $y_0 - 1$ را به جای x و y جایگزین کرد.

(پیر و احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۵ تا ۹)

۴

۳

۲

۱

-۱۳۵

(کریم نصیری)

چون اعداد انتخاب شده از مجموعه‌ای اعداد صحیح بوده‌اند، پس حکم کلی باید درباره‌ی اعداد صحیح نتیجه‌گیری شود و چون نتیجه این بوده که تمام اعداد حاصل از مجذور کردن، مثبت شده‌اند، پس نتیجه‌ی کلی این خواهد بود که «مجذور تمام اعداد صحیح، مثبت است.»






(پیر و احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۳ و ۴)

۴

۳

۲

۱

					
نقطه	۱	۲	۳	۴	۵
ناحیه	۱	۲	۴	۸	۱۶

(پیر و احتمال - استدلال ریاضی - مثال ۷، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۴

۳

۲

۱

-۱۳۷

(سیدوحید ذوالفقاری)

می‌دانیم در میان ۳ عدد متوالی، یکی مضرب ۳ و یکی دارای باقیمانده‌ی ۱ در تقسیم بر ۳ و دیگری دارای باقیمانده‌ی ۲ است، پس داریم: $(k \in \mathbb{Z})$

$$\begin{aligned} & (3k^2) + (3k+1)^2 + (3k+2)^2 \\ &= 9k^2 + 9k^2 + 6k + 1 + 9k^2 + 12k + 4 \\ &= 27k^2 + 18k + 5 = 3(9k^2 + 6k + 1) + 2 = 3k' + 2 \end{aligned}$$

در نتیجه باقی‌مانده‌ی تقسیم A بر ۳، برابر ۲ می‌باشد.

(بیر و احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۳۸

(مجموعه کرائی)

در حالت کلی، اعدادی به فرم $(k \in \mathbb{W}) 8k + 7$ مانند ۳۹ را نمی‌توان به صورت مجموع سه عدد مربع کامل نوشت. برای سه عدد دیگر داریم:

$$50 = 3^2 + 4^2 + 5^2 \quad 41 = 1^2 + 2^2 + 6^2 \quad 66 = 1^2 + 4^2 + 7^2$$

(بیر و احتمال - استدلال ریاضی - تمرین ۶، صفحه‌ی ۲۵)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۳۹

(رضا پورحسینی)

گزینه‌های (۱) و (۲) به ترتیب به تمرین‌های ۷ و ۵ صفحه‌ی ۲۸ کتاب درسی است.

گزینه‌ی (۴) نیز به روش برهان خلف قابل اثبات است زیرا اگر فرض کنیم $n^2 + 1$ مربع کامل باشد آنگاه:

$$n^2 + 1 = k^2 \Rightarrow k^2 - n^2 = 1 \Rightarrow (k-n)(k+n) = 1 \times 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k-n=1 \\ k+n=1 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} k-n=-1 \\ k+n=-1 \end{cases} \Rightarrow k-n=k+n$$

$$\Rightarrow -n = +n \Rightarrow n = 0$$

تناقض با فرض می‌باشد، زیرا n طبیعی است پس فرض برهان خلف باطل و حکم صحیح است.

اما گزینه‌ی «۳» اصلاً صحیح نیست و مثال نقض دارد:

$$\begin{aligned} x &= 16 \\ y &= 9 \end{aligned} \Rightarrow \sqrt{x+y} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 \in \mathbb{Q}$$

(بیر و احتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹ و ۲۶ تا ۲۸)

۴

۳✓

۲

۱

۱۴۰-

(سروش موثینی)

گروه‌های مجموع برابر ۱۸ عبارتند از: $\{۱, ۱۷\}, \{۲, ۱۶\}, \dots, \{۸, ۱۰\}$
 پس هشت گروه داریم. بدترین حالت این است که یک عضو از هر گروه و سپس ۹، ۱۸، ۱۹، ۲۰ و ۲۱ را برداریم یعنی $۱۳ = ۸ + ۵$ عضو. سپس با برداشتن عضو چهاردهم حتماً جمع ۱۸ داریم.

(جبر و احتمال - استرلال ریاضی - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، هندسه ۱، - ۱۳۹۵۰۵۱۵

۱۰۱-

(ممد ابراهیم گیتی زاده)

مثلث قائم الزاویه ABH چون زاویه ۴۵° دارد، متساوی الساقین است، بنابراین $AH = BH$. در این مثلث داریم:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$\Rightarrow (۴\sqrt{۲})^2 = ۲BH^2 = ۲AH^2 \Rightarrow AH = BH = ۴$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AH \Rightarrow ۴(۲ + \sqrt{۵}) = \frac{1}{2} BC \times ۴ \Rightarrow BC = ۴ + ۲\sqrt{۵}$$

$$BC = BH + CH \Rightarrow ۴ + ۲\sqrt{۵} = ۴ + CH \Rightarrow CH = ۲\sqrt{۵}$$

$$\Delta ACH : AC^2 = AH^2 + CH^2 = ۴^2 + (۲\sqrt{۵})^2 = ۳۶ \Rightarrow AC = ۶$$

(هندسه ۱ - مسامت و قضیه فیثاغورس - صفحه‌های ۴۶ و ۵۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

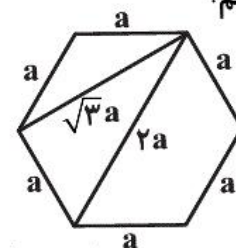
۱۰۲-

(رژنا پورمسینی)

در شش ضلعی منتظم به طول ضلع a ، طول قطر کوچک برابر $a\sqrt{۳}$ است. داریم:

$$۴\sqrt{۳} = a\sqrt{۳} \Rightarrow a = ۴$$

$$S_{\text{شش ضلعی}} = \frac{۳(۴)^2 \sqrt{۳}}{۲} = ۲۴\sqrt{۳}$$



(هندسه ۱ - مسامت و قضیه فیثاغورس - صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۴ ✓

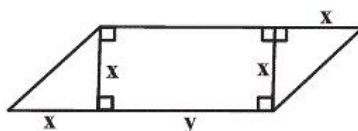
۳

۲

۱

(سروش موثینی)

مطابق شکل داریم:



$$\frac{x^2}{2} = 8 \Rightarrow x = 4$$

$$xy = 12 \Rightarrow y = 3$$

$$\text{محیط متوازی الاضلاع} = 2(y + x) + 2x\sqrt{2}$$

$$= 2(7) + 2(4\sqrt{2}) = 14 + 8\sqrt{2}$$

(هندسه ۱- مساحت و قضیه فیثاغورس - صفحه‌های ۳۹ تا ۴۱)

 ۴ ✓ ۳ ۲ ۱

$$\Rightarrow BH = \frac{20 \times 16}{25} = 12/8 \text{ و } CH = 7/2$$

$$\begin{cases} AB^2 = BH \cdot BC = 12/8 \times 20 = 256 \\ AC^2 = CH \cdot BC = 7/2 \times 20 = 144 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 16 \\ b = 12 \end{cases}$$

$$S = \frac{b \cdot c}{2} = \frac{16 \times 12}{2} = 6 \times 16 = 96$$

(هندسه ۱- مساحت و قضیه فیثاغورس - صفحه‌های ۴۱ و ۴۵)

 ۴ ۳ ✓ ۲ ۱

اگر در مثلثی، میانه‌ی وارد بر یک ضلع، نصف همان ضلع باشد، آن مثلث قائم‌الزاویه است، پس مثلث فوق در رأس A قائمه است یعنی:

$$\begin{cases} \hat{CAB} = 90^\circ \\ \hat{CAD} = 30^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{DAB} = 60^\circ$$

$$AD = DB \Rightarrow \hat{DAB} = \hat{ABD} = 60^\circ \Rightarrow \hat{ADB} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \overset{\Delta}{ADB} \text{ متساوی‌الاضلاع است} \Rightarrow DB = 4 \Rightarrow BC = 8$$

$$AC^2 = BC^2 - AB^2 \Rightarrow AC^2 = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48$$

$$\Rightarrow AC = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

(هندسه‌ی ۱- مساحت و قشبه‌ی فیثاغورس - صفحه‌های ۵۷ تا ۶۱)

 ۴

 ۳

 ۲

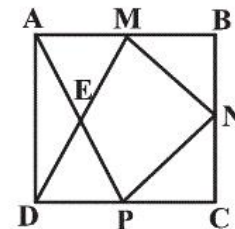
 ۱

(معمده‌ی مسن زاده‌طبری)

اگر طول ضلع مربع برابر a فرض شود، داریم:

$$S_{ADM} = \frac{1}{2} \times a \times \frac{a}{2} = \frac{S}{4}$$

$$S_{DEP} = \frac{1}{2} \times \frac{a}{2} \times \frac{a}{2} = \frac{S}{8}$$



$$S_{MBN} + S_{NCP} = 2 \left(\frac{1}{2} \times \frac{a}{2} \times \frac{a}{2} \right) = \frac{a^2}{4} = \frac{S}{4}$$

$$S - \left(\frac{S}{4} + \frac{S}{8} + \frac{S}{4} \right) = \frac{3}{8}S$$

(هندسه‌ی ۱- مساحت و قشبه‌ی فیثاغورس - صفحه‌های ۳۸ و ۴۱)

 ۴

 ۳

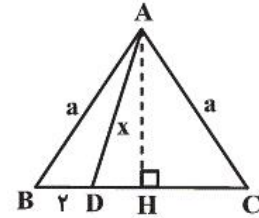
 ۲

 ۱

(رضا عباسی اصل)

$$S_{ABC} = 25\sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 25\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow a^2 = 100 \Rightarrow a = 10$$



ارتفاع AH (منصف BC) را رسم می‌کنیم، داریم:

$$AH = \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 = 5\sqrt{3}$$

$$BH = \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \xrightarrow{DH=BH-BD} DH = 5 - 2 = 3$$

در مثلث قائم‌الزاویه ADH داریم:

$$AD^2 = AH^2 + DH^2$$

$$= (5\sqrt{3})^2 + 3^2 = 84 \Rightarrow AD = 2\sqrt{21}$$

(هندسه ۱- مساحت و قضیه فیثاغورس- صفحه‌های ۵۷، ۶۱ و ۶۲)

۴

۳✓

۲

۱

(مهمر گل صفتان)

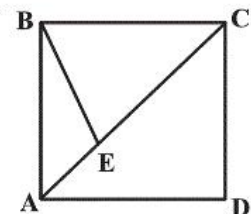
در دو مثلث ABE و ABC، اگر AE و AC را قاعده فرض

کنیم، آن‌گاه ارتفاع‌های نظیر دو قاعده یکسان هستند و نسبت مساحت دو

مثلث با نسبت قاعده‌های آن‌ها برابر است. داریم:

$$\frac{S_{AEB}}{S_{ABC}} = \frac{AE}{AC} = \frac{AC - CE}{AC} = \frac{a\sqrt{2} - a}{a\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2 - \sqrt{2}}{2}$$



(هندسه ۱- مساحت و قضیه فیثاغورس- صفحه‌های ۳۱ و ۳۶)

۴✓

۳

۲

۱

$$\Rightarrow FG = \frac{a(\sqrt{r}-1)}{\sqrt{r}}$$

$$S_{CEFG} = \frac{[a(\sqrt{r}-1)]^2}{r} = \frac{a^2}{r}(r-2\sqrt{r})$$

$$S_{ABCD} = (ra)(ra) = ra^2$$

$$\Rightarrow \frac{S_{CEFG}}{S_{ABCD}} = \frac{\frac{a^2}{r}(r-2\sqrt{r})}{ra^2} = \frac{r-2\sqrt{r}}{r}$$

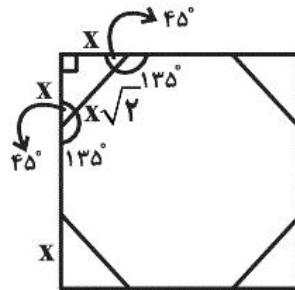
(هندسه ۱- مساحت و قضیه فیثاغورس - صفحه‌های ۳۷ و ۳۸)

۴ ✓

۳

۲

۱



از آنجا که هر زاویه‌ی یک هشت‌ضلعی منتظم،

135° است، پس مطابق شکل، هر کدام از ۴ مثلثی

که در گوشه‌ها ایجاد شده‌اند، یک مثلث

قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است. اگر طول

اضلاع قائمه این مثلث‌ها x فرض شود، طول ضلع

هشت‌ضلعی منتظم برابر $x\sqrt{2}$ بوده و داریم:

$$8x\sqrt{2} = 4\sqrt{6} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{مجموع مساحت ۴ مثلث} = 4\left(\frac{1}{2}x^2\right) = 2x^2$$

$$\text{مساحت مربع} = (x\sqrt{2} + 2x)^2 = x^2(\sqrt{2} + 2)^2 = (6 + 4\sqrt{2})x^2$$

$$\text{مساحت هشت‌ضلعی} = (6 + 4\sqrt{2})x^2 - 2x^2 = (4 + 4\sqrt{2})x^2$$

$$= 4(1 + \sqrt{2})x^2 = 4(1 + \sqrt{2})\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3(1 + \sqrt{2})$$

(هندسه‌ی ۱- مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس - صفحه‌ی ۶۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی ، ریاضی ۲- سوالات موازی ، - ۱۳۹۵۰۵۱۵

(کریم نصیری)

برای آن که تابع $f(x) = \frac{2x-1}{-2x+a}$ یک تابع ثابت باشد، باید نسبت صورت و مخرج آن

$$\frac{2x-1}{-2x+a} = K \Rightarrow 2x-1 = K(-2x+a)$$

یک عدد ثابت باشد. یعنی:

$$\Rightarrow 2x-1 = -2Kx + Ka$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2 = -2K \Rightarrow K = -1 \\ -1 = Ka \Rightarrow -1 = -1 \times a \Rightarrow a = 1 \end{cases}$$

(ریاضی ۲- توابع خاص- نامعادل و تعیین علامت- صفحه‌های ۵۸)

۴

۳

۲✓

۱

(مهیر رفعتی)

$$\begin{cases} (m^2 - 3m, 5) \in f \\ (4, 5) \in f \end{cases} \xrightarrow{f \text{ یک به یک است.}} m^2 - 3m = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ \text{یا} \\ m = 4 \end{cases}$$

اما به ازای $m = -1$ شرط تابع بودن f نقض می‌شود. (چرا؟)، بنابراین فقط $m = 4$ قابل قبول است.

(ریاضی ۲- تابع- صفحه‌های ۴۳)

۴

۳

۲

۱✓

(عباس اسری امیرآباری)

می‌دانیم اگر $(m, n) \in f^{-1}$ باشد، پس $(n, m) \in f$ می‌باشد. با فرض معادله‌ی خط به صورت $y = ax + b$ ، داریم:

$$\begin{cases} (3, 4) \in f^{-1} \Rightarrow (4, 3) \in f \\ (0, 0) \in f^{-1} \Rightarrow (0, 0) \in f \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3 = 4a + b \\ 0 = 0 + b \Rightarrow b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

$$y = \frac{3}{4}x \Rightarrow f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = 1$$

(ریاضی ۲- تابع- صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳ و ۴۹ تا ۵۱)

۴

۳

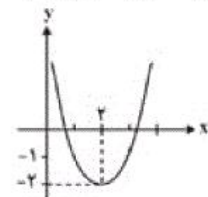
۲

۱✓

(ضیف بهیرایی)

$$f(x) = x^2 - 4x + 2 = x^2 - 4x + 2 + 2 - 2 = x^2 - 4x + 4 - 2$$

$$\Rightarrow f(x) = (x-2)^2 - 2$$



حال نمودار $y = f(x)$ را رسم می‌کنیم:

بنابراین برد این تابع بازه‌ی $[-2, +\infty)$ می‌باشد.

(ریاضی ۲- توابع خاص- نامعادل و تعیین علامت- صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

۴

۳✓

۲

۱

-۹۵

(عباس اسدی امیرآبادی)

ابتدا باید $f(x)$ را بیابیم، بنابراین باید $x=3$ را قرار دهیم تا $f(1)$ را بیابیم،

$$f(3-2) = 2(3) + 3 - 2f(1) \Rightarrow 3f(1) = 9 \Rightarrow f(1) = 3$$
 پس داریم:

$$f(x-2) = 2x + 3 - 6 = 2x - 3$$

با قراردادن $x = -1$ ، $f(-3)$ را می‌یابیم:

$$\Rightarrow f(-1-2) = f(-3) = 2(-1) - 3 = -5$$

$$x-2 = t \Rightarrow x = t+2 \Rightarrow f(t) = 2(t+2) - 3 = 2t+1$$
 روش دوم:

$$\Rightarrow f(x) = 2x+1$$

$$f(-3) = 2(-3)+1 = -5$$

(ریاضی ۲- تابع - صفحه‌های ۴۹ تا ۵۱)

۴

۳

۲

۱

-۹۶

(معمومه گرانی)

برد تابع قدرمطلق، اعداد نامنفی یعنی $[0, +\infty)$ است، پس برد تابع

$$f(x) = |ax + b|$$
 نمی‌تواند شامل اعداد منفی باشد.

۴

۳

۲

۱

-۹۷

(هاری پلور)

دامنه‌ی تابع $y = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$ ، محدوده‌ای است که در آن $f(x)$ مثبت باشد. با

توجه به نمودار f ، محدوده‌ی x هایی که در آن $f(x)$ مثبت است، (نمودار بالای

محور x ها قرار دارد) عبارتست از: $D = (-\infty, -3) \cup (-1, 1) \cup (2, +\infty)$

(ریاضی ۲- توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت - صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹ و ۸۴)

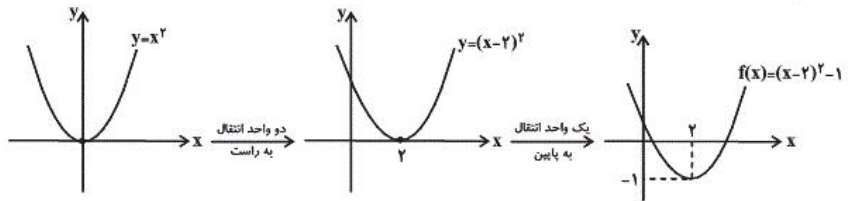
۴

۳

۲

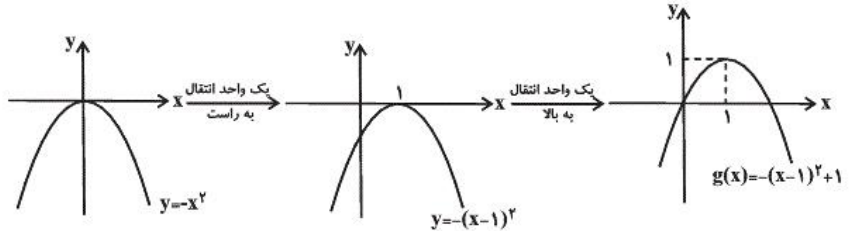
۱

رسم $y = f(x)$:

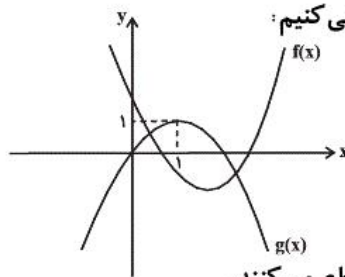


رسم $y = g(x)$:

توجه کنید که $g(x) = -(1-x)^2 + 1 = -(x-1)^2 + 1$ است :



حالا هر دو نمودار را در یک دستگاه مختصات رسم می کنیم :



با توجه به شکل دو نمودار در دو نقطه یکدیگر را قطع می کنند.

(ریاضی ۲- توابع خاص- نامعادله و تعیین علامت- صفحه های ۶۲ و ۶۳)

- ۱ ۲ ۳ ۴

شرط آن که عبارت $P = (2-a)x^2 + 3x + 1$ همواره منفی باشد، آن است که :

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow 3^2 - 4(2-a)(1) < 0 \Rightarrow 4a + 1 < 0 \Rightarrow a < -\frac{1}{4} \\ 2 - a < 0 \Rightarrow a > 2 \end{cases}$$

این دو بازه هیچ اشتراکی ندارند، بنابراین مقداری برای a نمی توان یافت که به ازای

آن هر دو شرط $a > 2$ و $a < -\frac{1}{4}$ برقرار باشند.

(ریاضی ۲- توابع خاص- نامعادله و تعیین علامت- صفحه های ۷۹ تا ۸۴)

- ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به این که عبارت $-x^2 + ax + b$ زیر رادیکال قرار دارد و دامنه ی تابع مجموعه ی $\{4\}$ است، پس باید $x = 4$ تنها ریشه ی مضاعف معادله ی $-x^2 + ax + b = 0$ باشد (چرا؟)، پس داریم :

$$-x^2 + ax + b = -(x-4)^2 \Rightarrow -x^2 + ax + b = -x^2 + 8x - 16$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = -16 \end{cases} \Rightarrow a - b = 8 - (-16) = 24$$

(ریاضی ۲- توابع خاص- نامعادله و تعیین علامت- صفحه های ۷۹ تا ۸۴)

- ۱ ۲ ۳ ۴

-۱۱۱

(رضا عباسی اصل)

بنا به قضیه فیثاغورس در مثلث‌های ABC و ADC داریم:

$$\Delta ABC: AC^2 = 13^2 - 12^2 \Rightarrow AC = 5$$

$$\Delta ACD: x^2 = AC^2 - DC^2 = 25 - 16 \Rightarrow x = 3$$

(هندسه ۱- مسامت و قضیه فیثاغورس - صفحه‌های ۵۷ تا ۵۹)

۴

۳

۲

۱

-۱۱۲

(رضا عباسی اصل)

با توجه به مفروضات مسأله داریم:

$$3S_1 = S_2 + S_3 + S_4$$

$$\Rightarrow 3(24\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$$

$$\Rightarrow a^2 = 144 \Rightarrow a = 12$$

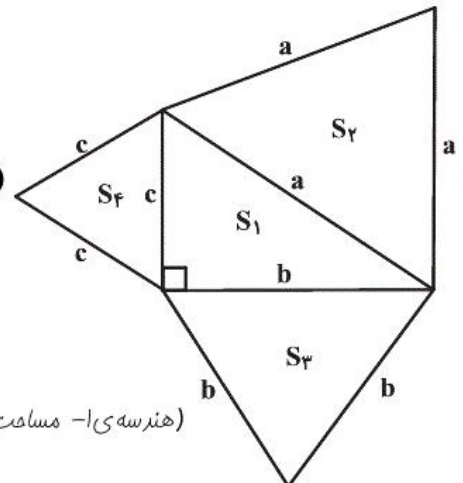
(هندسه ۱- مسامت و قضیه فیثاغورس - صفحه‌های ۶۱ و ۶۲)

۴

۳

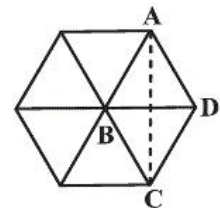
۲

۱



$$S_{\text{شش ضلعی منتظم}} = \left(\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}\right) \times 6 = \frac{4\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{4} \times 6 = 18$$

$$\Rightarrow S_{ACD} = \frac{18}{6} = 3$$



(هندسه ۱- مسامت و قضیه فیثاغورس - صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)

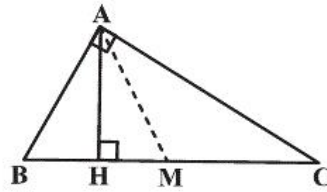
۴

۳

۲

۱

(سروش موثینی)



$$\Delta \quad AMH : MH^2 = 9 - 5 = 4 \Rightarrow MH = 2$$

از آنجا که میانه‌ی وارد بر وتر، نصف وتر است، پس $BC = 6$

است و داریم:

$$AB^2 = BH \times BC = 1 \times 6 = 6 \Rightarrow AB = \sqrt{6}$$

$$AC^2 = CH \times BC = 5 \times 6 = 30 \Rightarrow AC = \sqrt{30}$$

$$\Rightarrow \frac{AC}{AB} = \sqrt{5}$$

(هندسه‌ی ۱- مسامت و قضیه‌ی فیثاغورس - صفحه‌های ۵۷ و ۶۵)

 ۴

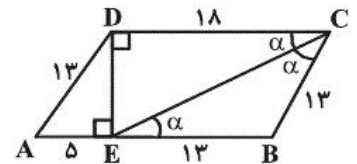
 ۳

 ۲

 ۱

(رضا عباسی اصل)

$DC \parallel AB$ و مورب $CE \Rightarrow \hat{CEB} = \alpha$



مثلث BEC متساوی‌الساقین است و $EB = BC = 13$ و در

نتیجه:

$$AE = AB - BE = 18 - 13 = 5$$

در مثلث قائم‌الزاویه ADE داریم:

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رضا عباسی اصل)

$$AB^2 = BH \times BC \xrightarrow{BH=x} 36 = x(x+5) \Rightarrow x=4$$

$$BC = x+5 = 4+5 = 9$$

$$AC^2 = CH \times BC = 5 \times 9 = 45 \Rightarrow AC = 3\sqrt{5}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$$

(هندسه ۱- مسامت و قضیه فیثاغورس - صفحه‌های ۴۱ و ۴۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

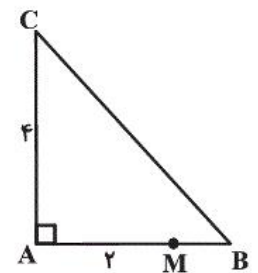
(ممدعلی نازپور)

$$BC^2 = AC^2 + AB^2 \Rightarrow BC^2 = 16 + (AM + MB)^2$$

$$\Rightarrow BC^2 = 16 + (2 + MB)^2 \xrightarrow{MB=6-BC}$$

$$BC^2 = 16 + (2 + 6 - BC)^2$$

$$\Rightarrow BC^2 = 16 + 64 + BC^2 - 16BC \Rightarrow BC = 5$$



(هندسه ۱- مسامت و قضیه فیثاغورس - صفحه‌های ۵۷ تا ۵۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$AB^2 = BC \times BH \Rightarrow BH = \frac{9}{5} \Rightarrow HM = \frac{5}{2} - \frac{9}{5} = \frac{7}{10}$$

$$\Delta AMH : HK \times AM = AH \times HM \Rightarrow HK = \frac{\frac{12}{5} \times \frac{7}{10}}{\frac{5}{2}} = \frac{84}{125}$$

(هندسه ۱- مسامت و قضیه فیثاغورس - صفحه‌های ۵۷ و ۴۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

اگر $AB = a$ فرض شود، آن گاه داریم:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 4\sqrt{3} \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

$$S_{ABE} = \frac{1}{2} EA \times BH = \frac{1}{2} (a) \left(\frac{a}{2}\right) = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

(هندسه ۱- مساحت و قضیه فیثاغورس - صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(میلاد منصوری)

-۱۲۰

Δ
ارتفاع وارد بر AC در مثلث ABC است. ضلع مربع را a

بگیرید. در این صورت داریم:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} RA \times a = \frac{1}{6} a^2 \Rightarrow RA = \frac{1}{3} a \Rightarrow AD = \frac{2}{3} a$$

ارتفاع وارد بر AD در مثلث ABD، BR است. پس:

$$\frac{1}{2} BR \left(\frac{2}{3} a\right) = \frac{1}{6} a^2 \Rightarrow BR = \frac{1}{2} a$$

$$\Delta RAB : AB^2 = RA^2 + RB^2 = \frac{1}{9} a^2 + \frac{1}{4} a^2 = \frac{13}{36} a^2$$

$$\text{لذا } AB = \frac{\sqrt{13}}{6} a$$

(هندسه ۱- مساحت و قضیه فیثاغورس - صفحه‌های ۴۱ و ۵۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱