



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی ، حسابان ، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

۹۱- در یک دنباله‌ی حسابی متناهی، مجموع سه جمله‌ی اول ۲۴ و مجموع سه جمله‌ی آخر ۵۴ و مجموع تمام

جملات ۳۹۰ می‌باشد. این دنباله چند جمله دارد؟

۳۰ (۲)

۲۹ (۱)

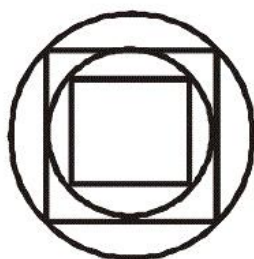
۳۶ (۴)

۳۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۲- مطابق شکل، در داخل دایره‌ای به شعاع ۲، مربعی محاط می‌کنیم و در داخل مربع به‌دست آمده دایره‌ای را محاط

کرده و این عمل را به‌طور نامتناهی ادامه می‌دهیم. حد مجموع مساحت مربع‌ها کدام است؟



۸ (۱)

۱۶ (۲)

۲۴ (۳)

۳۲ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۹۳- خارج قسمت تقسیم عبارت $3x^7 - x^3 + 1$ بر $x - 1$ ، به ازای $x = -1$ ، کدام است؟

۲ (۲)

-۲ (۱)

۱ (۴)

صفر (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر a و b ، اعداد صحیح بوده و یکی از جوابهای معادله‌ی $x^4 + ax^2 + b = 0$ به صورت

$$x = \sqrt{3 + \sqrt{2}} + \sqrt{3 - \sqrt{2}}$$

۴ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۴ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۹۵- اگر α و β جوابهای معادله‌ی $x^2 + 2x + c = 0$ باشند به طوری که $5\alpha + 3\beta = 4$ ، آنگاه حاصل $\alpha - \beta$

کدام است؟

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۲ (۴)

۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۶- مجموعه جواب نامعادله‌ی $\sqrt{x} - 7 > \frac{10}{\sqrt{x} + 2}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۷ (۲)

۸ (۱)

بی شمار (۴)

۶۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر معادله‌ی $|ax^2 + 4x + 3| = 1$ دقیقاً ۳ جواب داشته باشد، a کدام است؟

۱ (۲)

$-\frac{2}{3}$ (۱)

a یافت نمی شود. (۴)

۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۹۸- مجموعه‌ی مقادیر k ، برای این که معادله‌ی زیر جواب داشته باشد، کدام است؟

$$\frac{x+2}{x} - \frac{k-4}{x-2} = \frac{x+4-k}{x-2}$$

(۲) $(-\infty, 0)$

(۱) $(0, +\infty)$

(۴) $\emptyset$

(۳) $\mathbb{R}$

شما پاسخ نداده اید

۹۹- مجموعه‌ی مقادیر x برای این که معادله‌ی $|x^2 - 2x| = |x^2 - 3x| + |x|$ برقرار باشد، کدام است؟

(۲) $[3, +\infty) \cup \{0\}$

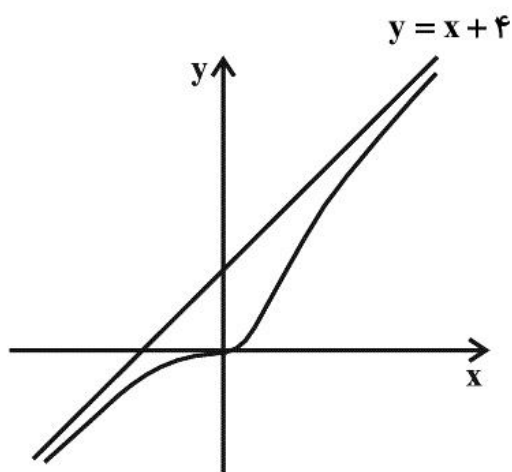
(۱) $[3, +\infty)$

(۴) $[0, 3)$

(۳) $(3, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- نمودار تابع $y = \frac{x^3}{x^2 - 4x + a}$ به صورت زیر است، مقدار a کدام است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۱۶

(۳) ۴

(۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۲۱- مثلثی را در نظر بگیرید (مرحله ۱ صفر)، از هر رأس به موازات ضلع مقابل آن رسم کنید (مرحله ۱). با تکرار فرایند فوق برای مثلث بزرگتر ایجاد شده در کدام مرحله، تعداد کل مثلثها برابر ۴۰۵ خواهد شد؟

- (۱) ۹۹ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۰۱ (۴) ۱۰۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- طول ضلع مربعی، یک واحد است. وسطهای اضلاع مجاور این مربع را به هم وصل می‌کنیم و طول ضلع آنرا محاسبه می‌نماییم. همین عمل را در مربع دومی و متوالیاً در مربعهای بعدی که مرتباً کوچک‌تر می‌شوند، انجام می‌دهیم. طول ضلع مربع هفتمی کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{8}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{16}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) $\frac{1}{12}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- مجموع زاویه‌های داخلی یک n ضلعی محدب، ۴ برابر مجموع زاویه‌های خارجی آن است. این n ضلعی چند قطر دارد؟

- (۱) ۲۷ (۲) ۵۴ (۳) ۴۴ (۴) ۳۵

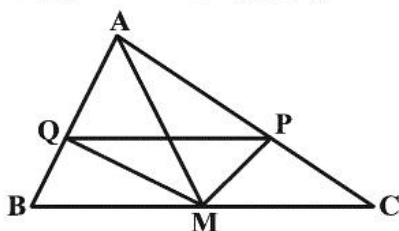
شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- نقاط M ، N ، P و Q ، وسطهای اضلاع یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین هستند. از برخورد نیمسازهای داخلی چهارضلعی $MNPQ$ چه شکلی حاصل می‌شود؟

- (۱) مربع (۲) لوزی (۳) متوازی‌الاضلاع (۴) یک نقطه

شما پاسخ نداده اید

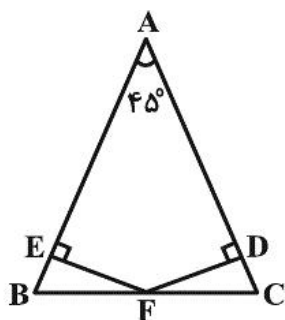
۱۲۵- در شکل زیر، AM میانه و MP نیمساز زاویه‌ی AMC و $PQ \parallel BC$ است. اندازه‌ی زاویه‌ی PMQ برابر با کدام است؟



- (۱) $90^\circ + \frac{A}{2}$ (۲) 90° (۳) $\hat{A}$ (۴) $180^\circ - \hat{A}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- در شکل مقابل، $AB = AC = ۱۲$ است. حاصل مجموع $EF + FD$ کدام است؟



- (۱) ۴ (۲) $4\sqrt{2}$ (۳) ۶ (۴) $6\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- در چهارضلعی $MNOP$ ، اگر $MN = MP$ و $ON \neq OP$ ، آنگاه چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟
(الف) OM نیمساز زاویه‌ی PMN است.
(ب) OM بر NP عمود است.

(ج) OM و NP یکدیگر را نصف می‌کنند.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- در مثلث ABC ، اگر $\hat{B} + \hat{C} = 2\hat{A}$ و $\hat{C}$ کوچک‌ترین زاویه باشد، نامساوی‌های بین اضلاع به کدام صورت است؟

(۲) $AC > AB > BC$

(۱) $BC > AC > AB$

(۴) $BC > AB > AC$

(۳) $AC > BC > AB$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- اگر نقطه‌ی O درون چهارضلعی محدب $ABCD$ باشد، آنگاه کم‌ترین مقدار مجموع فواصل این نقطه تا چهار رأس چگونه است؟

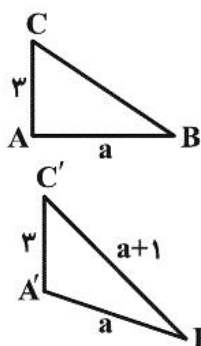
(۱) برابر مجموع دو ضلع کوچک چهار ضلعی است.

(۲) برابر مجموع دو قطر چهار ضلعی است.

(۳) برابر تفاضل ضلع بزرگتر و ضلع کوچکتر چهار ضلعی است.

(۴) برابر مجموع دو ضلع بزرگ چهار ضلعی است.

شما پاسخ نداده اید



۱۳۰- در دو مثلث شکل روبه‌رو، زاویه‌ی A قائمه و زاویه‌ی A' منفرجه است. طول a کدام عدد می‌تواند باشد؟

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) ۵

(۳) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

۱۳۱- اگر $A = \frac{2+4+6+\dots+2n}{1+3+5+\dots+(2n-1)}$ باشد، حاصل $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{A}$

(۳) $1 + \frac{1}{A}$

(۲) A

(۱) $1 - \frac{1}{A}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- اگر بخواهیم به کمک استقرای ریاضی، درستی گزاره‌ی «به ازای هر $n \geq m$ شرط $2^n > n^3$ برقرار است»، را ثابت کنیم، شروع استقرا (یعنی m)، کدام عدد زیر است؟

(۴) ۱۰

(۳) ۸

(۲) ۶

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- در اثبات نامساوی $3^n > 3n^2$ ($n \geq 4$) به روش استقرای تعمیم یافته ریاضی، از کدام رابطه‌ی بدیهی استفاده می‌شود؟

(۱) $3 > k+1$ (۲) $3 > \frac{k+1}{k}$ (۳) $2k^2 > 2k+1$ (۴) $3k^2 > 2k$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- اگر a ، b و c سه عدد طبیعی متوالی باشند، باقیمانده‌ی تقسیم $A = a^2 + b^2 + c^2$ بر ۳ کدام گزینه است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۱ یا ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- حکم «با بهم وصل کردن هر دو تا از n نقطه‌ی روی محیط دایره، 2^{n-1} ناحیه ایجاد می‌شود» برای اعداد طبیعی $n \leq m$ برقرار است. m کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- کدام گزینه یک مثال نقض برای نتیجه‌گیری کلی «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع سه عدد مربع کامل نوشت» است؟

(۱) ۳۹ (۲) ۴۱ (۳) ۵۰ (۴) ۶۶

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- کدام یک از احکام زیر را نمی‌توان با برهان خلف ثابت نمود؟

(۱) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ عددی گنگ است.

(۲) $\sqrt{7}$ عددی گنگ است.

(۳) اگر x و y اعداد حقیقی مثبت باشند، $\sqrt{x+y}$ گنگ است.

(۴) اگر n عددی طبیعی باشد، $n^2 + 1$ مربع کامل نیست.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- از مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, 4, \dots, 21\}$ حداقل چند عضو انتخاب شود تا مطمئن باشیم مجموع دو عدد متمایز از بین آنها ۱۸ است؟

(۱) ۱۴ (۲) ۱۳ (۳) ۱۲ (۴) ۱۱

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- در کیسه‌ای ۲ مهره‌ی قرمز، ۳ مهره‌ی آبی و ۴ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی زرد وجود دارد. از این کیسه ۱۱ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. کدام گزینه نادرست است؟

(۱) حداقل یک مهره‌ی سفید خارج کرده‌ایم. (۲) حداقل دو مهره‌ی زرد خارج کرده‌ایم.

(۳) حداقل سه مهره‌ی همرنگ خارج کرده‌ایم. (۴) از هر رنگ حداقل یک مهره خارج کرده‌ایم.

۱۴۰- شهری دارای ۷ دبیرستان است که ۶ تای آنها دارای ۴ پایه درسی و یکی از آنها دارای ۳ پایه‌ی درسی است. اگر ۸۵ دانش‌آموز دبیرستانی از این شهر را به تصادف انتخاب کنیم، حداقل چند نفر از آن‌ها هم مدرسه‌ای و هم پایه هستند؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

۱۰۱- اگر x ، y و z سه عدد حقیقی باشند، آن‌گاه در اثبات «اگر $x + z = y + z$ باشد، آن‌گاه $x = y$ »، کدام یک از اصل‌های جمعی استفاده نشده است؟

(۲) وجود عضو همانی جمع

(۱) خاصیت شرکت‌پذیری

(۴) منحصر به فرد بودن عضو قرینه

(۳) وجود عضو قرینه

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- با فرض $a > 0$ و $b < 0$ از نامساوی $\frac{c}{a} < \frac{d}{b}$ ، کدام نامساوی زیر نتیجه می‌شود؟

(۲) $bc + ad > 0$

(۱) $bc - ad > 0$

(۴) $bc + ad < 0$

(۳) $bc - ad < 0$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- اگر k عددی گنگ و مثبت باشد، کدام عدد همواره گنگ است؟

(۲) $\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{k}+1}$

(۱) $\frac{2k^2+3}{k^2+1}$

(۴) $\sqrt{k} - 3\sqrt[3]{k}$

(۳) $\frac{k}{k^2-1}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر کسر متعارف $\frac{1}{23} - \frac{0}{43}$ به صورت $\frac{113 \times a}{990}$ باشد، مقدار a کدام است؟

۵ (۲)

۳ (۱)

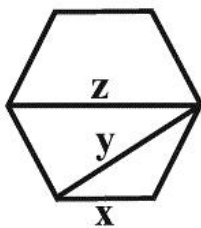
۱۱ (۴)

۷ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- در شش ضلعی منتظم اگر طول ضلع شش ضلعی گنگ باشد، با توجه به شکل چند تا از اعداد زیر همواره

گنگ اند؟



(پ) $\frac{x}{y}$

(ب) $\frac{z}{y}$

(الف) $z + x$

۲ (۲)

۳ (۱)

(۴) صفر

۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر $x > a > 0 > b > -x$ باشد، حاصل عبارت $A = |x + a| + |x + b| - |x - a - b|$ کدام است؟

(۲) $3x$

(۱) x

(۴) $x + 2a - 2b$

(۳) $x + 2a + 2b$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- حاصل $(\frac{1}{6})^2$ ، کدام است؟

(۲) $\frac{2}{56}$

(۱) $\frac{2}{6}$

(۴) $\frac{2}{7}$

(۳) $\frac{2}{56}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- به ازای هر $x \in (0, 1)$ ، حاصل عبارت $\sqrt{x+x^{-1}+2} - \sqrt{x+x^{-1}-2}$ کدام است؟

(۲) $\frac{\sqrt{x}}{2}$

(۱) $\frac{2}{\sqrt{x}}$

(۴) $2\sqrt{x}$

(۳) $-2\sqrt{x}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- به ازای هر $\varepsilon > 0$ ، چند عدد صحیح x وجود دارد که در رابطه‌ی $0 \leq |x-2| + |x+3| - 5 < \varepsilon$ صدق می‌کند

و در بازه‌ی متقارن به مرکز -1 و شعاع 2 قرار داشته باشد؟

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) ۵

(۳) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- اگر معادله‌ی $|x^2 - ax| = b$ دو جواب داشته باشد که نسبت به خط $x=1$ متقارن باشند، آنگاه: $(b \neq 0)$

(۲) $a+b < 2$

(۱) $a+b > 2$

(۴) $a+b < 3$

(۳) $a+b > 3$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

۱۴۱- قرینه‌ی نقطه‌ی $A = (1, \alpha, \alpha+1)$ نسبت به صفحه‌ی yz ، از تصویر همین نقطه روی محور z ها به فاصله 2 می‌باشد. α کدام است؟

(۲) ± 2

(۱) ± 1

(۴) $\pm \sqrt{3}$

(۳) $\pm \sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- نقاط $A = (2, q^2, -2)$ و $B = (p^2 - 1, 4, r^2)$ ، قرینه‌ی یکدیگر نسبت به کدام یک از محورها یا صفحات زیر می‌توانند باشند؟

- | | |
|-----------------|-----------------|
| (۱) محور x ها | (۲) محور y ها |
| (۳) صفحه‌ی xy | (۴) صفحه‌ی xz |

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- فاصله‌ی نقطه‌ی $M = (a+1, 2a, -2)$ از محور x ها دو برابر فاصله‌ی آن از محور y ها است، مقدار a کدام است؟

- | | | | |
|----------|----------|---------|---------|
| (۱) -2 | (۲) -4 | (۳) 4 | (۴) 2 |
|----------|----------|---------|---------|

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- اندازه‌ی تصویر بردار a روی صفحات xy ، xz و yz به ترتیب $\sqrt{23}$ ، $2\sqrt{3}$ و $3\sqrt{7}$ است. اندازه‌ی بردار a کدام است؟

- | | |
|---------|---------|
| (۱) 8 | (۲) 7 |
| (۳) 6 | (۴) 5 |

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- دو نقطه‌ی $A = (-1, 2, 1)$ و $B = (-3, 0, 1)$ مفروضند. از وسط پاره‌خط AB ، برداری هم‌ارز با بردار $a = (k^2 + 1, -k, k - 1)$ رسم می‌کنیم، که انتهای آن، نقطه‌ی $(3, 3, -2)$ است. k کدام است؟

- | | |
|-------------|-------------|
| (۱) 2 | (۲) -2 |
| (۳) ± 2 | (۴) ± 4 |

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- اگر بردار $a = (2m, m+1, m^2-1)$ فقط بر محور z ها از محورهای دستگاه مختصات فضایی عمود باشد، طول تصویر بردار a بر صفحه‌ی xy کدام است؟

- | | |
|-----------------|----------------|
| (۱) 2 | (۲) $\sqrt{2}$ |
| (۳) $2\sqrt{2}$ | (۴) $\sqrt{5}$ |

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- دو نقطه‌ی $A(3, 2, 1)$ و $B(5, 6, -3)$ مفروض‌اند. مؤلفه‌های بردار جهت بردار $a = \overline{AB}$ کدام است؟

- | | |
|---|--|
| (۱) $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ | (۲) $(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3})$ |
| (۳) $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{2})$ | (۴) $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3})$ |

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- اگر $e_a = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0)$ و $e_b = (\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2})$ و $|a| = |b|$ ، آنگاه e_{a+b} کدام است؟

- | | |
|--|--|
| (۱) $(0, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$ | (۲) $(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$ |
| (۳) $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ | (۴) $(\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}})$ |

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- اگر $v = (1, c, d)$ ، نیمساز زاویه‌ی بین بردارهای $a = (3, 4, 0)$ و $b = (12, 5, 0)$ باشد، حاصل $c + d$ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) $\frac{7}{9}$
(۴) $\frac{11}{9}$

شما پاسخ نداده اید

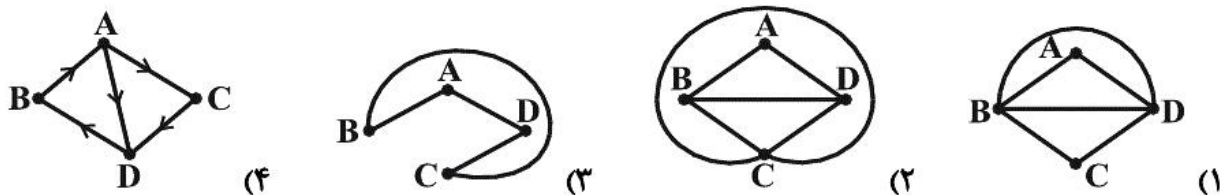
۱۵۰- اندازه‌ی دو بردار a و b برابرند و اندازه‌ی زاویه بین آنها 48° است. اندازه‌ی زاویه بین بردار e_{a-b} و بردار $e_b + e_{a-b}$ چند درجه است؟

- (۱) ۵۷
(۲) ۳۹
(۳) ۶۶
(۴) ۴۸

شما پاسخ نداده اید

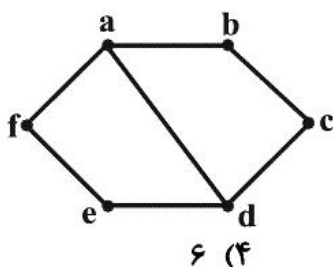
ریاضی، ریاضیات گسسته، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

۱۶۱- کدام یک از گراف‌های زیر، یک گراف ساده است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۶۲- ۶ تیم a, b, c, d, e و f ، در یک دوره مسابقات شرکت کرده‌اند. گراف مقابل، نشان دهنده‌ی مسابقاتی است که تا به حال بین این تیم‌ها برگزار شده است. اگر قرار باشد هر دو تیم دقیقاً یکبار با هم بازی کنند، چند مسابقه‌ی دیگر برای تکمیل این مسابقات لازم است؟



- (۱) ۹
(۲) ۸
(۳) ۷
(۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۶۳- کدام یک از گراف‌های زیر با بقیه متفاوت است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۶۴- چند گراف ساده با رئوس a, b, c, d و e وجود دارد که در آن‌ها رأس a فقط با رأس b مجاور باشد؟

- (۱) ۵۱۲
(۲) ۱۲۸
(۳) ۶۴
(۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۶۵- روی مجموعه‌ی رئوس $V = \{a, b, c, d, e\}$ ، چند گراف با ۳ یال می‌توان ساخت طوری که رأس a ایزوله (منفرد) نباشد؟

- (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۲۰ (۴) ۸۰

شما پاسخ نداده اید

۱۶۶- گراف ساده‌ی G ، دارای ۵ رأس و ۳ یال است. کدام گزینه درباره‌ی G امکان‌پذیر نیست؟

- (۱) G می‌تواند دو رأس مجاور داشته باشد که با هیچ کدام از رأس‌های دیگر مجاور نباشند.
 (۲) G می‌تواند رأسی داشته باشد که دقیقاً با سه رأس دیگر مجاور است.
 (۳) G می‌تواند دو «بخش جدا از هم» داشته باشد، که در هر بخش همگی رأس‌ها با هم مجاور باشند.
 (۴) G می‌تواند سه «بخش جدا از هم» داشته باشد.

شما پاسخ نداده اید

۱۶۷- چند گراف ساده وجود دارد که مجموع تعداد رأس‌ها و یال‌های آن برابر ۷ باشد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۱۶۸- کدام یک از شکل‌های زیر، گراف بازه‌ای متناظر با بازه‌های $(۱,۴)$ و $(۲,۵)$ و $(۳,۶)$ و $(۴,۸)$ و $(۶,۹)$ است؟



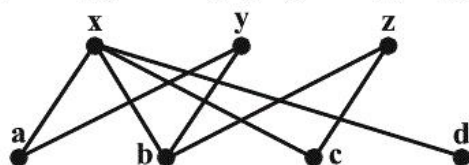
شما پاسخ نداده اید

۱۶۹- گراف بازه‌ای با بازه‌های (x,y) و $(۰,۴)$ و $(۳,۶)$ و $(۲,۵)$ و $(۰,۱)$ مفروض است. اگر این گراف ۶ یال داشته باشد (x,y) کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- (۱) $(۱,۲)$ (۲) $(۲,۳)$ (۳) $(۳,۴)$ (۴) $(۳,۵)$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۰- چهار نفر به نام‌های a و b و c و d ، متقاضی سه شغل x ، y و z به صورت شکل مقابل می‌باشند. به چند طریق می‌توان شغل‌ها را به افراد اختصاص داد به گونه‌ای که هیچ شغلی خالی نماند و هر فرد، حداکثر یک شغل داشته باشد؟



- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۷۱- مهم‌ترین بخش آمار کدام است؟

(۱) اندازه‌گیری (۲) انتخاب جامعه (۳) نمونه‌گیری (۴) مدل‌سازی

شما پاسخ نداده اید

۱۷۲- بهترین روش جمع‌آوری داده برای فرضیه‌ی «زمستان فصل مورد علاقه‌ی بیشتر مردم برای مسافرت است» کدام است؟

(۱) مشاهده و ثبت وقایع (۲) استفاده از داده‌های از قبل تهیه شده
(۳) انجام آزمایش (۴) پرسشنامه و مصاحبه

شما پاسخ نداده اید

۱۷۳- جرم جسمی را برحسب کیلوگرم اندازه‌گیری کرده‌ایم که مدل آن به‌صورت $m = 2 + E$ است. اگر این جرم را برحسب گرم بیان کنیم، مدل آن چگونه است؟

(۱) $m = 2000 + E$ (۲) $m = 2000 + 1000 \cdot E$
(۳) $m = 2000 + 0.001E$ (۴) اندازه‌گیری مجدد باید صورت گیرد.

شما پاسخ نداده اید

۱۷۴- طول و عرض مستطیل به‌ترتیب ۵ و ۲ اندازه‌گیری شده‌اند. اگر $(5 + E)$ مدلی برای طول مستطیل باشد، کدام یک همواره صحیح است؟

(۱) $(2 + E)$ مدلی برای عرض مستطیل است.
(۲) مدل مساحت مستطیل به‌صورت $S = 10 + 7E$ است.
(۳) خطای اندازه‌گیری عرض مستطیل کمتر از E است.
(۴) هیچ کدام

شما پاسخ نداده اید

۱۷۵- از بین دانش‌آموزان یک مدرسه، ۸۰ نفر انتخاب گردیده‌اند و به آن‌ها، شماره‌های ۱ تا ۸۰ داده شده است. اگر به روش اعداد تصادفی، دانش‌آموز شماره‌ی ۲۵ از میان آن‌ها انتخاب شده باشد، عدد تصادفی مورد نظر کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۰/۲۸۵ (۲) ۰/۳۰۵ (۳) ۰/۳۲۵ (۴) ۰/۳۴۵

شما پاسخ نداده اید

۱۷۶- قرار است برای تحقیق در مورد موضوع خاصی از دانش‌آموزان یک دبیرستان، نمونه‌گیری شود. در انتخاب اعضای نمونه کدام صحیح است؟

(۱) افراد به طور تصادفی انتخاب شوند.
(۲) از هر کلاس، یک نفر انتخاب شود.
(۳) تمامی افراد از یک کلاس انتخاب شوند.
(۴) افراد متناسب با موضوع مورد تحقیق انتخاب شوند.

شما پاسخ نداده اید

۱۷۷- شعاع‌های دو دایره‌ی هم‌مرکز به صورت $R_1 = 4 + E_1$ و $R_2 = 2 + E_2$ مدل‌سازی شده‌اند. مدل مساحت ناحیه‌ی محدود به دو دایره کدام است؟

(۱) $4\pi(3 + E_1 - E_2)$ (۲) $4\pi(3 + 2E_1 - E_2)$
(۳) $4\pi(3 + 2E_1 - 2E_2)$ (۴) $4\pi(3 + E_1 - 2E_2)$

شما پاسخ نداده اید

۱۷۸- کدام عبارت صحیح نیست؟

- (۱) اگر تمام افراد جامعه را مورد مطالعه قرار دهیم، می‌گوییم سرشماری کرده‌ایم.
- (۲) اندازه‌گیری اولین قدم برای رسیدن به اطلاعات عددی است.
- (۳) بیان مسئله به زبان ریاضی را مدل‌سازی ریاضی گوئیم.
- (۴) استفاده از اعداد تصادفی، یکی از روش‌های جمع‌آوری داده‌هاست.

شما پاسخ نداده اید

۱۷۹- فاصله‌ی بین دو شهر، برابر ۴۵ کیلومتر اندازه‌گیری شده است. کدام گزینه خطای اندازه‌گیری آن نمی‌تواند باشد؟

- (۱) ۰/۵km (۲) ۱۲۸m (۳) ۱/۲km (۴) ۰/۱m

شما پاسخ نداده اید

۱۸۰- قطر قاعده و ارتفاع استوانه‌ای برحسب سانتی‌متر به ترتیب به صورت $d = 4 + E_1$ و $h = 3 + E_2$ ارائه شده‌اند.

کدام یک از گزینه‌های زیر، مدل مناسبی برای حجم این استوانه است؟

- (۱) $12\pi + 3\pi E_1 + 8\pi E_2$ (۲) $12\pi + 6\pi E_1 + 4\pi E_2$
- (۳) $48\pi + 24\pi E_1 + 8\pi E_2$ (۴) $48\pi + 12\pi E_1 + 16\pi E_2$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

۱۵۱- دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین کدام ویژگی را ندارد؟

(۱) هر دو زاویه مجاور به یک قاعده با هم مساوی‌اند.

(۲) دو قطر با هم برابرند.

(۳) هر دو زاویه‌ی روبه‌رو مکمل یکدیگرند.

(۴) قطرهای دیگر را نصف می‌کنند.

شما پاسخ نداده اید

۱۵۲- چند مورد از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

الف) هر خم ساده، صفحه را به سه مجموعه جدا از هم درون، بیرون و روی خم تقسیم می‌کند.

ب) هرگاه قسمتی از پاره‌خط واصل دو نقطه از یک ناحیه، بیرون ناحیه واقع شود، ناحیه را محدب می‌نامیم.

ج) خم ساده، هیچ یک از نقطه‌های خود را قطع نمی‌کند.

- ۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

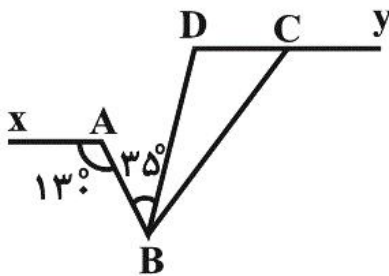
۱۵۳- پاره‌خط AB به طول ۸ واحد در یک صفحه داده شده است. چند نقطه در این صفحه وجود دارد که از هر یک از

دو نقطه‌ی A و B به فاصله‌ی ۶ واحد واقع باشند؟

- ۰ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴- در شکل زیر $Ax \parallel Cy$ و BD نیمساز زاویه‌ی ABC است. اندازه‌ی زاویه‌ی BDC چه قدر است؟



۷۵° (۱)

۸۰° (۲)

۸۵° (۳)

۹۰° (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۵- در مثلثی، نسبت زوایا ۲ و ۳ و ۷ است. نیمساز زاویه‌ی متوسط با ضلع متوسط چه زاویه‌ای دارد؟

۵۷/۵° (۲)

۵۲/۵° (۱)

۶۷/۵° (۴)

۶۲/۵° (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۶- در هر مثلث ABC ، اگر α زاویه بین نیمسازهای دو زاویه داخلی و β زاویه بین نیمسازهای خارجی این

دو زاویه باشند، مجموع $\alpha + \beta$ چند درجه است؟

(۲) 180°

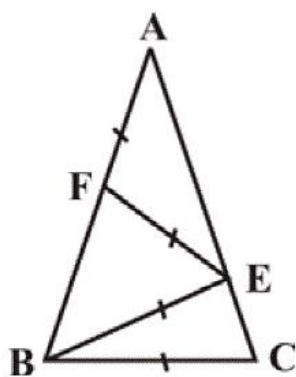
(۱) 90°

(۴) 270°

(۳) 225°

شما پاسخ نداده اید

۱۵۷- در شکل زیر، $AB = AC$ و $AF = FE = BE = BC$ ، مقدار زاویه A کدام است؟



(۱) 36°

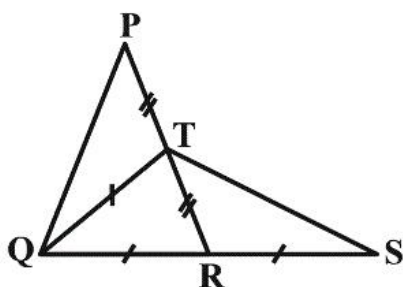
(۲) $\frac{180^\circ}{7}$

(۳) 18°

(۴) 24°

شما پاسخ نداده اید

۱۵۸- در شکل زیر، اگر $QT - TR = 1$ ، آن گاه قدرمطلق اختلاف محیط‌های دو مثلث QTS و QPR کدام است؟



(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

شما پاسخ نداده اید

۱۵۹- در مثلث متساوی الساقین $\triangle ABC$ ($AB = AC$) نقطه D را روی BC چنان اختیار می‌کنیم که $AB = CD$ و

$\angle BAD = 27^\circ$ ، اندازه‌ی $\hat{C}$ کدام است؟

(۲) 45°

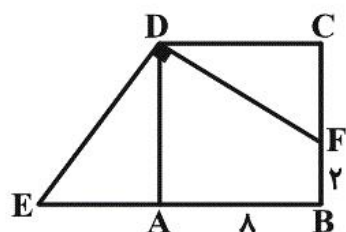
(۱) 42°

(۴) 60°

(۳) 48°

شما پاسخ نداده اید

۱۶۰- در شکل زیر، ABCD مربع و $ED \perp DF$ ، طول EA کدام است؟



(۱) ۲

(۲) ۴

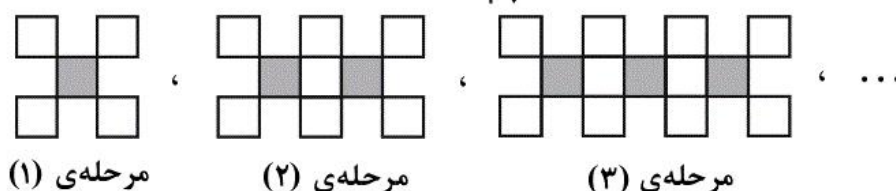
(۳) ۵

(۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

۱۱۱- با توجه به شکل‌های زیر، در چه مرحله‌ای $\frac{12}{49}$ شکل، رنگی است؟



مرحله‌ی (۱)

مرحله‌ی (۲)

مرحله‌ی (۳)

(۲) ۱۲

(۱) ۲۱

(۴) ۲۰

(۳) ۱۹

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر x عددی باشد که در نامعادلات $\begin{cases} -1/6519 < 2-3x \\ 3-2x < 0/5656 \end{cases}$ صدق کند، جمله‌ی چهارم دنباله‌ی تقریبات اعشاری

x کدام است؟

(۲) $1/217$

(۱) $1/2172$

(۴) $1/21$

(۳) $1/2173$

شما پاسخ نداده اید www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۱۳- رابطه‌ی $a_{n+1} = -2 + a_n$ همواره بین جمله‌های دنباله‌ی $\{a_n\}$ برقرار است. اگر جمله‌ی پنجم این دنباله برابر ۲۰ باشد، آنگاه این دنباله چند جمله‌ی مثبت دارد؟

- ۱۳ (۱) ۱۴ (۲) ۱۵ (۳) ۱۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- مجموع پنج جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی صعودی ۲۵ و حاصل ضرب آن‌ها ۹۴۵ است. جمله‌ی چهارم این دنباله کدام می‌تواند باشد؟

- ۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع هر چند جمله‌ی اول با چهار برابر مجذور تعداد همان جملات برابر است. قدر نسبت و جمله‌ی اول این دنباله‌ی حسابی به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- ۸ و ۴ (۱) ۴ و ۸ (۲) ۱۲ و ۶ (۳) ۶ و ۱۲ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- در یک دنباله‌ی هندسی، هر جمله نصف جمله‌ی قبلی آن است. نسبت جمله‌ی ششم به جمله‌ی سوم چه قدر است؟

- $\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- سه عدد a, b, c تشکیل دنباله‌ی هندسی می‌دهند. اگر حاصل ضرب این سه عدد ۲۷ باشد، قدرنسبت دنباله‌ی حسابی a, c, y کدام است؟ (اعداد به ترتیب از چپ به راست در نظر گرفته شوند).

- ۱ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- در یک دنباله‌ی حسابی غیرثابت، جملات اول، دوم و ششم به ترتیب جملات اول، دوم و سوم یک دنباله‌ی هندسی‌اند، جمله‌ی چهارم دنباله‌ی هندسی چندمین جمله‌ی دنباله‌ی حسابی است؟

- ۲۱ (۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- حاصل عبارت زیر کدام است؟ (x و y اعداد طبیعی هستند).

- $(\frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}})^{-\sqrt{y}+1} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})^{\sqrt{y}-1}$
 $\sqrt{y} + 1$ (۱) $\sqrt{y} - 1$ (۴)
 $\sqrt{x+1} + \sqrt{x}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- حاصل $\frac{(\sqrt[5]{27})^{\frac{1}{6}} + \sqrt[15]{\sqrt[2]{27}}}{(\sqrt[3]{3})^{\frac{10}{3}}}$ برابر با کدام است؟

- (۲) ۲
(۴) $3^{1/3}$

- (۱) ۳
(۳) $3^{2/4} + 1$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

-۹۱

(عمید ستاری)

$$\begin{aligned}
 &\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 24 \\ a_n + a_{n-1} + a_{n-2} = 54 \end{cases} \quad \text{با فرض این که این دنباله } n \text{ جمله دارد، داریم:} \\
 &\xrightarrow{+} (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + (a_3 + a_{n-2}) = 78 \\
 &a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2} = \dots \quad \text{در دنباله‌ی عددی داریم:} \\
 &\Rightarrow 3(a_1 + a_n) = 78 \Rightarrow a_1 + a_n = 26
 \end{aligned}$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow 390 = \frac{n}{2} \times 26 \Rightarrow 13n = 390 \Rightarrow n = 30$$

(حسابان - مقاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲✓

۱

-۹۲

(مسین فابیولو)

دنباله‌ی حاصل از مساحت مربع‌ها، تشکیل یک دنباله‌ی هندسی می‌دهند (چرا؟) و داریم:

$$a_1: \text{مساحت مربع اول} = \frac{(\text{قطر دایره‌ی اول})^2}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

$$a_2: \text{مساحت مربع دوم} = \frac{(\text{قطر دایره‌ی دوم})^2}{2} = \frac{(\text{طول ضلع مربع اول})^2}{2}$$

$$= \frac{(\text{مساحت مربع اول})}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\Rightarrow \text{قدرنسبت دنباله‌ی هندسی: } r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{2} < 1$$

بنابراین حد مجموع مساحت مربع‌ها برابر است با:

$$\frac{a_1}{1-r} = \frac{8}{1-\frac{1}{2}} = 16$$

(حسابان - مقاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲✓

۱

-۹۳

(عمید ستاری)

$$f(x) = 3x^7 - x^3 + 1$$

$$R = f(1) = 3 - 1 + 1 = 3$$

$$\Rightarrow 3x^7 - x^3 + 1 = (x-1)Q(x) + 3$$

$$\xrightarrow{x=-1} -3 + 1 + 1 = -2Q(-1) + 3 \Rightarrow Q(-1) = 2$$

(حسابان - مقاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۶ تا ۸)

۴

۳

۲✓

۱

-۹۴

(ایمان نشتین)

$$\begin{aligned}
 x^2 &= (\sqrt{3+\sqrt{2}} + \sqrt{3-\sqrt{2}})^2 \\
 &= 3 + \sqrt{2} + 3 - \sqrt{2} + 2\sqrt{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})} \\
 &\Rightarrow x^2 = 6 + 2\sqrt{7} \Rightarrow x^2 - 6 = 2\sqrt{7} \\
 &\xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} x^4 - 12x^2 + 36 = 28
 \end{aligned}$$

$$x^4 - 12x^2 + 36 \equiv x^4 + ax^2 + b \Rightarrow \begin{cases} a = -12 \\ b = 36 \end{cases} \Rightarrow a + b = -4$$

(حسابان - تناسب جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۹۵

(محمدرضا شوکتی بیرق)

راه حل اول:

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -2$$

داریم:

$$\begin{aligned}
 \text{فرض طبق: } 5\alpha + 3\beta &= 4(\alpha + \beta) + (\alpha - \beta) = 4(-2) + (\alpha - \beta) = 4 \\
 &\Rightarrow \alpha - \beta = 12
 \end{aligned}$$

$$5\alpha + 3\beta = 2\alpha + 3(\alpha + \beta) = 4 \Rightarrow 2\alpha + 3(-2) = 4 \quad \text{راه حل دوم:}$$

$$\begin{aligned}
 2\alpha &= 10 \Rightarrow \alpha = 5 \xrightarrow{\alpha + \beta = -2} \beta = -7 \\
 &\Rightarrow \alpha - \beta = 5 - (-7) = 12
 \end{aligned}$$

(حسابان - تناسب جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۹۶

(عمید زرین کفش)

با شرط $x \geq 0$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{aligned}
 \frac{10}{\sqrt{x}+2} &> \sqrt{x}-7 \Rightarrow (\sqrt{x}-7) - \frac{10}{\sqrt{x}+2} < 0 \\
 \Rightarrow \frac{x-5\sqrt{x}-24}{\sqrt{x}+2} < 0 &\Rightarrow \frac{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-8)}{(\sqrt{x}+2)} < 0 \Rightarrow \sqrt{x}-8 < 0 \\
 &\Rightarrow 0 \leq x < 64
 \end{aligned}$$

که ۶۴ عدد صحیح را شامل می‌شود.

(حسابان - تناسب جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۳۹ و ۴۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$|ax^2 + 4x + 3| = 1 \Rightarrow ax^2 + 4x + 3 = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} ax^2 + 4x + 2 = 0 \\ ax^2 + 4x + 4 = 0 \end{cases}$$

دو معادله‌ی به دست آمده باید در مجموع سه ریشه داشته باشند. این اتفاق در حالات زیر ممکن است.
(۱) معادله اول، دو ریشه و معادله دوم، یک ریشه داشته باشد.

$$\begin{cases} \Delta'_1 > 0 \Rightarrow 2^2 - 2a > 0 \Rightarrow 2a < 4 \Rightarrow a < 2 \\ \Delta'_2 = 0 \Rightarrow 4 - 4a = 0 \Rightarrow a = 1 \end{cases} \quad \cap \rightarrow a = 1$$

(۲) معادله‌ی اول، یک ریشه و معادله دوم، دو ریشه داشته باشد.

$$\begin{cases} \Delta'_1 = 0 \Rightarrow 4 - 2a = 0 \Rightarrow a = 2 \\ \Delta'_2 > 0 \Rightarrow 4 - 4a > 0 \Rightarrow a < 1 \end{cases} \quad \cap \rightarrow a = \emptyset$$

(۳) هر دو معادله ۲ ریشه داشته باشند. اما یک ریشه مشترک باشد.

$$\begin{cases} ax_0^2 + 4x_0 + 2 = 0 \\ ax_0^2 + 4x_0 + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2 = 0 \quad \text{غ.ق.ق}$$

$$a = 1 \Leftrightarrow (3), (2), (1)$$

(مسئله‌بان - مسابقات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

1 2 ✓ 3 4

با فرض $x \neq 0, 2$ طرفین عبارت را در $x(x-2)$ ضرب می‌کنیم، داریم:
 $(x-2)(x+2) - x(k-4) = x(x+4-k)$

$$\Rightarrow x^2 - 4 - kx + 4x = x^2 + 4x - kx \Rightarrow -4 = 0 \quad \text{غ.ق.ق}$$

بنابراین معادله هیچ گاه جواب ندارد.

(مسئله‌بان - مسابقات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

1 2 3 4 ✓

با توجه به نامساوی مثلث داریم:
 $|x+y| \leq |x| + |y|$
 و تساوی زمانی برقرار است که $xy \geq 0$ باشد. یعنی:

$$|x+y| = |x| + |y|, \quad xy \geq 0$$

با توجه به تساوی فوق و با توجه به این که $x^2 - 2x = x^2 - 3x + x$ ، برای این که

$$x(x^2 - 3x) \geq 0 \Rightarrow x^2(x-3) \geq 0$$

معادله‌ی صورت سؤال برقرار باشد، باید:

بنابراین مجموعه‌ی جواب x عبارت است از $\{0\} \cup [3, +\infty)$.

(مسئله‌بان - مسابقات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۰)

1 2 ✓ 3 4

نمودار $y = \frac{x^3}{x^2 - 4x + a}$ ، همواره زیر نمودار $y = x + 4$ قرار دارد.

$$\frac{x^3}{x^2 - 4x + a} < x + 4$$

$$\Rightarrow \frac{x^3 - x^3 + 4x^2 - ax - 4x^2 + 16x - 4a}{x^2 - 4x + a} < 0 \Rightarrow \frac{(16-a)x - 4a}{x^2 - 4x + a} < 0$$

عبارت نامعادله باید به ازای همه مقادیر جواب داشته باشد، پس صورت نباید ریشه داشته باشد.
 $16 - a = 0 \Rightarrow a = 16$
 دیده می شود مخرج هم ریشه حقیقی نداشته و عبارت بالا همواره به ازای $a = 16$ منفی است.

(مسئله - معادلات و نامعادلات: صفحه های ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، هندسه ۲، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

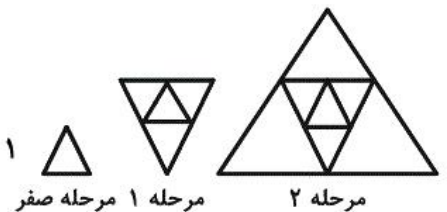
(رضا عباسی اصل)

۱۲۱-

مرحله	۰	۱	۲	...	n
تعداد مثلث ها	۱	۵	۹	...	$4n+1$

$$4n+1=405 \Rightarrow 4n=404 \Rightarrow n=101$$

(هندسه ۲ - استدلال: صفحه های ۶ تا ۱۰)



مرحله ۱

مرحله ۲

۴

۳✓

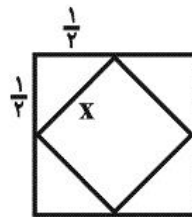
۲

۱

(مهدی ابراهیم کیتی زاده)

۱۲۲-

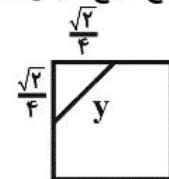
طول ضلع مربع دومی را x می گیریم و آن را محاسبه می کنیم،



$$x^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

طول ضلع مربع سومی را y می گیریم و آن را محاسبه می کنیم.

$$y^2 = \frac{2}{16} + \frac{2}{16} = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$



تا به این جا دیده می شود که طول ضلع مربع کوچکتر از ضرب کردن عدد $\frac{\sqrt{2}}{2}$

در طول ضلع مربع بزرگتر قبلی به دست می آید.

اعداد این طول ها جمله های یک تصاعد هندسی هستند که جمله اول آن ۱ و

قدرنسبت $\frac{\sqrt{2}}{2}$ است.

$$\text{طول مربع هفتمی} = 1 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1} = 1 \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^6 = \frac{1}{8}$$

(هندسه ۲ - استدلال: صفحه های ۶ تا ۱۰)

۴

۳✓

۲

۱

۱۲۳-

(مهدی ابراهیم کیتی زاده)

مجموع زاویه‌های داخلی یک n ضلعی محدب $(n-2)180^\circ$ و مجموع زاویه‌های خارجی هر n ضلعی محدب مقدار ثابت 360° است، $n=10 \Rightarrow (n-2)180^\circ = 4 \times 360^\circ$

$$\frac{n(n-3)}{2} = \frac{10 \times 7}{2} = 35$$

در نتیجه تعداد قطرهای برابر است با:

(هندسه ۲ - استرلال: صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۴ ✓

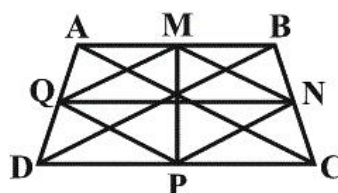
۳

۲

۱

۱۲۴-

(مهدی علی نادرپور)



چون دوزنقه متساوی‌الساقین است پس دو قطر BD و AC برابرند لذا چهارضلعی $MNPQ$ لوزی است (چرا؟) و قطرهای لوزی، نیمساز زاویه‌های داخلی هستند پس برخورد این نیمسازها همان برخورد دو قطر است که یک نقطه است.

(هندسه ۲ - استرلال: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

۱۲۵-

(شروین سیاح‌نیا)

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AMC \xrightarrow{\text{قضیه نیمسازها}} \frac{AP}{PC} = \frac{AM}{MC} \\ PQ \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AP}{PC} = \frac{AQ}{BQ} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{AQ}{BQ}$$

$$\xrightarrow{MB=MC} \frac{AM}{MB} = \frac{AQ}{BQ} \xrightarrow{\text{عکس قضیه نیمسازها}} MQ \text{ نیمساز است.}$$

MP و MQ نیمساز دو زاویه مجانب و مکمل هستند و بنابراین نیمسازهای این دو زاویه بر هم عمودند و $\widehat{PMQ} = 90^\circ$.

(هندسه ۲ - استرلال: مشابه تمرین ۱۵، صفحه‌ی ۲۲)

۴

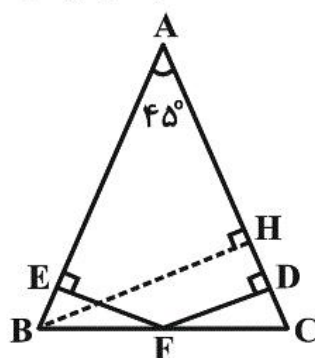
۳

۲ ✓

۱

۱۲۶-

(رضا عباسی اصل)



ارتفاع BH را رسم می‌کنیم، داریم:

$$\triangle ABH : \widehat{A} : 45^\circ \Rightarrow BH = \frac{1}{\sqrt{2}} AB$$

$$\xrightarrow{AB=12} BH = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$$

از طرفی می‌دانیم: $FE + FD = BH$

$$EF + FD = 6\sqrt{2}$$

پس:

(هندسه ۲ - استرلال: صفحه‌ی ۲۱)

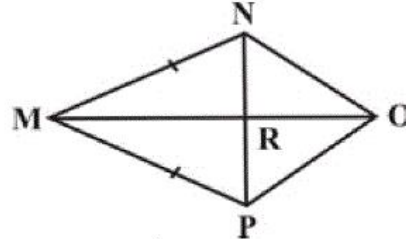
۴ ✓

۳

۲

۱

فرض کنیم قطرهای OM و NP، یکدیگر را در نقطه‌ی R قطع کنند. چون مثلث MNP متساوی الساقین است، پس نیمساز زاویه‌ی رأس، میانه و ارتفاع وارد بر قاعده بر یکدیگر منطبقند. یعنی اگر MR یکی از این سه ویژگی را دارا باشد، قطعاً دارای دو ویژگی دیگر نیز می‌باشد. بدین ترتیب OR مثلث ONP، ارتفاع و میانه‌ی نظیر ضلع NP خواهد بود و این موضوع بدان معناست که مثلث ONP، متساوی الساقین است که این خلاف فرض می‌باشد. پس هیچ کدام از گزاره‌های الف، ب و ج نمی‌توانند صحیح باشند.



(هندسه ۲ - استدلال: مشابه تمرین ۳ - صفحه‌ی ۲۸)

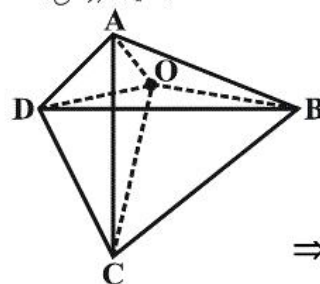
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

$$\left. \begin{aligned} \hat{B} + \hat{C} &= 2\hat{A} \\ \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3\hat{A} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$

چون $\hat{C} < 60^\circ$ و با توجه به این که $\hat{B} + \hat{C} = 120^\circ$ ، پس $\hat{B} > 60^\circ$ ، $\hat{A} = 60^\circ$ و در نتیجه داریم: $\hat{B} > \hat{A} > \hat{C}$ می‌دانیم در هر مثلث، ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی بزرگتر، بزرگتر از ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی کوچک‌تر است، $\hat{B} > \hat{A} > \hat{C} \Rightarrow AC > BC > AB$

(هندسه ۲ - استدلال: صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴



$$\left. \begin{aligned} \triangle ODB : OD + OB &\geq DB \\ \triangle OAC : OA + OC &\geq AC \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow OD + OB + OA + OC \geq BD + AC \\ \Rightarrow \text{Min}(OD + OB + OA + OC) = BD + AC$$

(هندسه ۲ - استدلال: صفحه‌های ۲۵ و ۲۶)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

چون $AB = A'B'$ و $AC = A'C'$ و $\hat{A}' > \hat{A}$ ، طبق قضیه‌ی لولا باید $B'C' > BC$ اما $B'C'^2 = a^2 + 9$ ، بنابراین:

$$B'C'^2 > BC^2 \Rightarrow (a+1)^2 > a^2 + 9 \Rightarrow a > 4$$

(هندسه ۲ - استدلال: صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

۱۳۱-

(رضا پورحسینی)

با استفاده از استقرای ریاضی می‌توان نشان داد:

$$A = \frac{n(n+1)}{n^2} = \frac{n+1}{n}$$

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1} = \frac{1}{A}$$

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۳۲-

(علی ساوچی)

اگر قرار دهیم $n = 1$ آنگاه $2^1 > 1^3$ که گزاره‌ای درست است. ولی با امتحان کردن $n = 2$ معلوم می‌شود که $2^2 > 2^3$ نادرست است و تا $n = 9$ نیز تمامی گزاره‌های به‌دست آمده نادرست هستند. اگر $n = 10$ باشد، آنگاه $2^{10} = 1024 > 10^3 = 1000$ و در نتیجه شروع استقرا از $m = 10$ خواهد بود.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۳۳-

(سروش موئینی)

فرض اسـتـقـرا $3k^2 > 3^k$: $P(k)$ و حکم _____ مـآـن $3^{k+1} > 3(k+1)^2$: $P(k+1)$ است. با تقسیم حکم بر فرض داریم:

$$3 > \frac{(k+1)^2}{k^2} \Rightarrow 3k^2 > (k+1)^2$$

$$\Rightarrow 3k^2 > k^2 + 2k + 1 \Rightarrow 2k^2 > 2k + 1$$

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی: صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۳۴-

(سید وید زوالفقاری)

می‌دانیم در میان ۳ عدد متوالی، یکی مضرب $3k$ و یکی دارای باقیمانده ۱ در تقسیم بر $3k+1$ و دیگری دارای باقیمانده ۲ $(3k+2)$ است پس داریم:

$$\begin{aligned} & (3k^2) + (3k+1)^2 + (3k+2)^2 \\ &= 9k^2 + 9k^2 + 6k + 1 + 9k^2 + 12k + 4 \\ &= 27k^2 + 18k + 5 = 3(9k^2 + 6k + 1) + 2 = 3k' + 2 \end{aligned}$$

در نتیجه باقی‌مانده‌ی تقسیم A بر ۳، برابر ۲ می‌باشد.

(پیر و احتمال - استرلال ریاضی؛ صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

۴

۳✓

۲

۱

۱۳۵-

(سروش موئینی)

این حکم برای $n = 1, 2, 3, 4, 5$ درست است و از $n = 6$ به بعد نقض می‌شود.

					
نقطه	۱	۲	۳	۴	۵
ناحیه	۱	۲	۴	۸	۱۶

(پیر و احتمال - استرلال ریاضی؛ مثال ۷، صفحه‌های ۱۸ و ۱۹)

۴✓

۳

۲

۱

۱۳۶-

(معضومه کرائی)

در حالت کلی، اعدادی به فرم $8k+7$ ($k \in \mathbb{W}$) (مانند عدد ۳۹) را نمی‌توان به صورت مجموع سه عدد مربع کامل نوشت. برای سه عدد دیگر داریم: $50 = 3^2 + 4^2 + 5^2$ و $41 = 1^2 + 2^2 + 6^2$ و $66 = 1^2 + 4^2 + 7^2$

(پیر و احتمال - استرلال ریاضی؛ تمرین ۶، صفحه‌ی ۲۵)

۴

۳

۲

۱✓

۱۳۷-

(رضا پورفسینی)

گزینه‌های (۱) و (۲) به ترتیب به تمرین‌های ۷ و ۵ صفحه‌ی ۲۸ کتاب درسی است.

گزینه‌ی (۴) نیز به روش برهان خلف قابل اثبات است زیرا اگر فرض کنیم $n^2 + 1$ مربع کامل باشد آنگاه:

$$n^2 + 1 = k^2 \Rightarrow k^2 - n^2 = 1 \Rightarrow (k - n)(k + n) = 1 \times 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k - n = 1 \\ k + n = 1 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} k - n = -1 \\ k + n = -1 \end{cases} \Rightarrow k - n = k + n$$

$$\Rightarrow -n = +n \Rightarrow n = 0$$

تناقض با فرض می‌باشد، زیرا n طبیعی است پس فرض برهان خلف باطل و حکم صحیح است.

اما گزینه‌ی «۳» اصلاً صحیح نیست و مثال نقض دارد:

$$\begin{matrix} x = 16 \\ y = 9 \end{matrix} \Rightarrow \sqrt{x+y} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 \in \mathbb{Q}$$

(بهر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹ و ۲۴ تا ۲۸)

۴

۳✓

۲

۱

۱۳۸-

(سروش موئینی)

گروه‌های مجموع برابر ۱۸ عبارتند از: $\{1, 17\}, \{2, 16\}, \dots, \{8, 10\}$
پس هشت گروه داریم. بدترین حالت این است که یک عضو از هر گروه و سپس ۹، ۱۸، ۱۹، ۲۰ و ۲۱ را برداریم یعنی $8 + 5 = 13$ عضو. سپس با برداشتن عضو چهاردهم حتماً جمع ۱۸ داریم.

(بهر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱✓

۱۳۹-

(رضا پورفسینی)

می‌تواند حالتی وجود داشته باشد که ۵ مهره‌ی زرد، ۴ مهره‌ی سفید و ۲ مهره‌ی آبی خارج شده باشد که در این صورت همه‌ی گزینه‌ها صحیح خواهد بود بجز گزینه‌ی «۴» زیرا از مهره‌های قرمز خارج نشده است.

(بهر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴✓

۳

۲

۱

۱۴۰-

(سیرممنسن فاطمی)

هر مدرسه و هر پایه به منزله‌ی یک لانه‌ی کبوتر است. در نتیجه تعداد لانه‌ها برابر است با:

$$6 \times 4 + 1 \times 3 = 27$$

خارج قسمت تقسیم ۸۵ بر ۲۷ برابر است با ۳.

پس حداقل $3 + 1 = 4$ دانش‌آموز وجود دارند که هم مدرسه و هم پایه باشند.

(هبر و احتمال - استرلال ریاضی: صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

۱۰۱-

(فریدون ساعتی)

می‌دانیم هر عدد حقیقی مانند Z دارای عضو قرینه مانند $-Z$ است، به‌طوری

که $Z + (-Z) = 0$. بنابراین:

$$x + z = y + z \xrightarrow[\text{اضافه می‌کنیم}]{\text{به طرفین } (-Z)} x + z + (-Z) = y + z + (-Z)$$

$$\xrightarrow[\text{شرکت پذیری}]{\text{خاصیت}} x + \underbrace{(z + (-Z))}_0 = y + \underbrace{(z + (-Z))}_0$$

$$\xrightarrow[\text{قرینه}]{\text{خاصیت عضو}} x + 0 = y + 0 \xrightarrow[\text{همانی جمع}]{\text{خاصیت عضو}} x = y$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۳ تا ۵)

۴✓

۳

۲

۱

۱۰۲-

(فرهاد حامی)

$$\frac{c}{a} < \frac{d}{b} \xrightarrow{a > 0} c < \frac{ad}{b} \xrightarrow{b < 0} bc > ad \Rightarrow bc - ad > 0$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌ی ۱۲)

۴

۳

۲

۱✓

عبارت $\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{k}+1}$ را به صورت زیر می نویسیم:

$$\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{k}+1} = \frac{\sqrt{k}+1}{\sqrt{k}+1} - \frac{1}{\sqrt{k}+1} = 1 - \frac{1}{\sqrt{k}+1}$$

اگر k گنگ باشد، $\sqrt{k}$ نیز گنگ است، پس $\sqrt{k}+1$ و در نتیجه $\frac{1}{\sqrt{k}+1}$ نیز

گنگ هستند. بنابراین $1 - \frac{1}{\sqrt{k}+1}$ نیز گنگ است.

برای گزینه ی (۱) قرار دهید $k = \sqrt{2}$.

برای گزینه ی (۳) قرار دهید $k = \sqrt{2} + 1$.

برای گزینه ی (۴) قرار دهید $k = (\sqrt{3} + 1)^6$.

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه های ۷ تا ۹)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

می‌دانیم:

$$a_0 / \overline{a_1 a_2 \dots a_n b_1 b_2 \dots b_m} = \frac{a_0 a_1 \dots a_n b_1 b_2 \dots b_m - a_0 a_1 \dots a_n}{\underbrace{99 \dots 9}_m \underbrace{0 \dots 0}_n}$$

$$1 / \overline{23} = \frac{123 - 1}{99} = \frac{122}{99}$$

بنابراین داریم:

$$0. / \overline{43} = \frac{43 - 4}{90} = \frac{39}{90}$$

$$1 / \overline{23} - 0. / \overline{43} = \frac{122}{99} - \frac{39}{90} = \frac{791}{990} = \frac{113 \times 7}{990}$$

بنابراین $a = 7$.

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه ۷)

۴

۳ ✓

۲

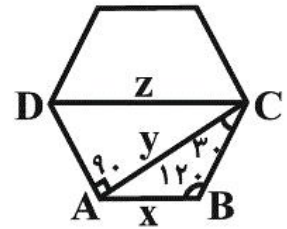
۱

می‌دانیم اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی ۶ ضلعی منتظم، ۱۲۰° درجه است. پس:

$$y^2 = x^2 + x^2 - 2x^2 \cos(120^\circ)$$

$$= 2x^2 - 2x^2 \left(-\frac{1}{2}\right) = 3x^2$$

$$\Rightarrow y = \sqrt{3}x \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ (گنگ)}$$



در مثلث ADC داریم: ($\hat{A} = 90^\circ$) بنابراین $z^2 = y^2 + x^2$ ، در نتیجه:

$$z = \sqrt{3x^2 + x^2} \Rightarrow z = 2x \Rightarrow z + x = 3x \text{ (گنگ)}$$

$$\frac{z}{y} = \frac{2x}{\sqrt{3}x} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ (گنگ)}$$

بنابراین هر سه عدد گنگ‌اند.

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷ تا ۹)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

$$A = |x + a| + |x + b| - |x - a - b|$$

$$x > a > 0 \Rightarrow x + a > 0$$

$$b > -x \Rightarrow x + b > 0$$

$$\left. \begin{array}{l} x > a \Rightarrow x - a > 0 \\ 0 > b \Rightarrow -b > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x - a - b > 0$$

$$A = x + a + x + b - x + a + b = x + 2a + 2b$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(فرها دار شامی)

$$(1/\sqrt{6})^2 = (1 + \frac{6}{9})^2 = (1 + \frac{2}{3})^2 = \frac{25}{9} = 2 + \frac{7}{9} = 2 + \frac{1}{\sqrt{7}}$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌ی ۷)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

$$\sqrt{\frac{x^2+2x+1}{x}} - \sqrt{\frac{x^2-2x+1}{x}} = \frac{|x+1|}{\sqrt{x}} - \frac{|x-1|}{\sqrt{x}}$$

$$\xrightarrow{x \in (0,1)} \frac{|x+1|}{\sqrt{x}} - \frac{|x-1|}{\sqrt{x}}$$

$$= \frac{x+1}{\sqrt{x}} - \frac{-(x-1)}{\sqrt{x}} = \frac{x+1}{\sqrt{x}} + \frac{x-1}{\sqrt{x}} = \frac{2x}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x}$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ و ۱۷)

۴ ✓

۳

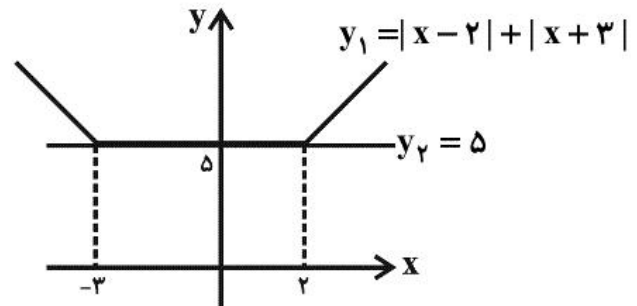
۲

۱

با توجه به قضیه‌ی «به ازای هر $\varepsilon > 0$ ، اگر $0 \leq x < \varepsilon$ باشد، آن‌گاه $x = 0$ ، خواهیم داشت:

$$|x-2| + |x+3| - 5 = 0 \Rightarrow |x-2| + |x+3| = 5$$

با توجه نمودار تابع $y_1 = |x-2| + |x+3|$ و $y_2 = 5$ داریم:



بنابراین مجموعه‌ی جواب $[-3, 2]$ می‌باشد.

طبق صورت سوال، بازه‌ی متقارن به مرکز -1 و شعاع 2 به صورت زیر می‌باشد:

$$(-1-2, -1+2) = (-3, 1)$$

که شامل اعداد صحیح -2 و -1 و 0 می‌باشد.

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۴

۳

۲✓

۱



می‌دانیم نمودار $y = |x^2 - ax|$ با شرط $a \neq 0$ ، به صورت

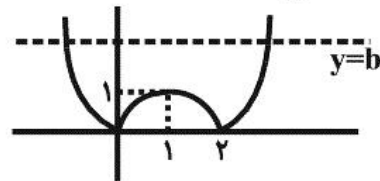
می‌باشد و با توجه به اینکه $x = 1$ محور تقارن تابع فوق است و محور تقارن تابع

$$\begin{cases} x = \frac{a}{2} \Rightarrow \frac{a}{2} = 1 \Rightarrow a = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

فوق از رابطه‌ی $x = \frac{a}{2}$ به دست می‌آید. لذا: $a = 2$

حال نمودار $y = |x^2 - 2x|$ و خط $y = b$ را طوری رسم می‌کنیم که

همدیگر را فقط در دو نقطه قطع کنند.



با توجه به شکل داریم $b > 1$ ، لذا: $a + b > 3$.

(ریفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

۱۴۱-

(سید عادل رضا مرتضوی)

$$A = (1, \alpha, \alpha + 1) \xrightarrow[\text{صفحه‌ی } yz]{\text{قرینه نسبت}} A_1 = (-1, \alpha, \alpha + 1)$$

$$A = (1, \alpha, \alpha + 1) \xrightarrow[\text{محور } z]{\text{تصویر روی}} A_2 = (0, 0, \alpha + 1)$$

$$|A_1 A_2| = \sqrt{(0+1)^2 + (0-\alpha)^2} \Rightarrow 2 = \sqrt{1 + \alpha^2}$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + 1 = 4 \Rightarrow \alpha = \pm\sqrt{3}$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۳ تا ۱۰)

۴✓

۳

۲

۱

۱۴۲-

(علیرضا سیف)

اگر A و B، قرینه‌ی یکدیگر باشند، آن‌گاه نقطه‌ی M، وسط پاره خط AB، روی محور یا صفحه‌ای قرار دارد که دو نقطه نسبت به آن قرینه‌ی یکدیگرند.

$$M = \left(\frac{P^2 + 1}{2}, \frac{q^2 + 4}{2}, \frac{r^2 - 2}{2} \right)$$

از آن جا که x و y نمی‌توانند برابر صفر باشند، پس گزینه‌های ۱، ۲ و ۴ نادرست هستند.

(هندسه تحلیلی - بردارها؛ صفحه‌های ۴ و ۵)

۴

۳✓

۲

۱

۱۴۳-

(عباس اسدی امیرآبادی)

اگر از نقطه‌ی M بر محور x ها و y ها تصویر کنیم، به ترتیب نقاط $H = (a+1, 0, 0)$ و $k = (0, 2a, 0)$ به دست می‌آیند. پس داریم:

$$|MH| = 2|MK| \Rightarrow \sqrt{0^2 + (2a)^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{(a+1)^2 + 0^2 + (-2)^2}$$

$$\Rightarrow 4a^2 + 4 = 4(a^2 + 2a + 5) \Rightarrow 4 + 8a = 20 \Rightarrow a = -2$$

(هندسه تحلیلی - بردارها؛ صفحه‌های ۶ و ۷)

۴

۳

۲

۱✓

۱۴۴-

(سیدامیر ستوده)

فرض کنیم مختصات بردار a به صورت $a = (x_0, y_0, z_0)$ باشد. طبق فرض داریم:

$$\sqrt{x_0^2 + y_0^2} = \sqrt{23} \Rightarrow x_0^2 + y_0^2 = 23$$

$$\sqrt{x_0^2 + z_0^2} = 2\sqrt{3} \Rightarrow x_0^2 + z_0^2 = 12$$

$$\sqrt{y_0^2 + z_0^2} = 3\sqrt{7} \Rightarrow y_0^2 + z_0^2 = 63$$

با جمع طرفین تساوی‌های به دست آمده داریم:

$$(x_0^2 + y_0^2) + (x_0^2 + z_0^2) + (y_0^2 + z_0^2) = 98$$

$$\Rightarrow x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = 49 \Rightarrow |a| = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2} = \sqrt{49} = 7$$

(هندسه تحلیلی - بردارها؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۴

۳

۲✓

۱

وسط پاره خط AB را M می‌نامیم.

$$M = \left(\frac{-3-1}{2}, \frac{0+2}{2}, \frac{1+1}{2} \right) = (-2, 1, 1)$$

$$(-2, 1, 1) + (k^2 + 1, -k, k - 1) = (3, 3, -2)$$

$$\Rightarrow (k^2 - 1, -k + 1, k) = (3, 3, -2)$$

$$\begin{cases} k^2 - 1 = 3 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = \pm 2 \\ -k + 1 = 3 \Rightarrow k = -2 \\ k = -2 \end{cases} \Rightarrow k = -2$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۴ تا ۱۰)

۴

۳

۲✓

۱

(رضا عباسی اصل)

چون a بر محور Z ها عمود است و بر محورهای X و Y ها عمود نیست، در نتیجه مؤلفه‌ی سوم آن، برابر صفر و مؤلفه‌های اول و دوم آن غیرصفرند.

$$\left. \begin{aligned} m^2 - 1 = 0 &\Rightarrow m = \pm 1 \\ m + 1 \neq 0 &\Rightarrow m \neq -1 \\ 2m \neq 0 &\Rightarrow m \neq 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m = 1 \Rightarrow a = (2, 2, 0)$$

طول تصویر a بر صفحه‌ی XY، برابر است با:

$$\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۴

۳✓

۲

۱

(محمدرضا ابراهیم کیتی زاده)

$$\mathbf{a} = \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)$$

$$\Rightarrow \mathbf{a} = (5 - 3, 6 - 2, -3 - 1) = (2, 4, -4)$$

$$|\mathbf{a}| = \sqrt{2^2 + 4^2 + (-4)^2} = 6 \Rightarrow \mathbf{e}_a = \frac{1}{6}(2, 4, -4) = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right)$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴✓

۳

۲

۱

(محمدرضا مهری مفسن زاده طبری)

چون طول بردارهای a و b با هم برابر می‌باشند، پس $\mathbf{e}_a + \mathbf{e}_b$ و $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ هم‌جهت و هم‌راستا هستند و در نتیجه جهت $\mathbf{e}_a + \mathbf{e}_b$ جهت $\mathbf{e}_a + \mathbf{e}_b$ یکی است.

$$\mathbf{e}_a + \mathbf{e}_b = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}(2, 1, 1)$$

$$\Rightarrow |\mathbf{e}_a + \mathbf{e}_b| = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{6}$$

$$\mathbf{e}_a + \mathbf{e}_b \text{ بردار جهت } = \frac{\mathbf{e}_b + \mathbf{e}_a}{|\mathbf{e}_a + \mathbf{e}_b|} = \frac{1}{\sqrt{6}}(2, 1, 1)$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۳)

۴✓

۳

۲

۱

بردار $a|b| + b|a|$ نیمساز زاویه بین a و b است.

$$|a| = \sqrt{9+16+0} = 5, \quad |b| = \sqrt{12^2+5^2+0^2} = 13$$

$$a|b| + b|a| = (3, 4, 0) \times 13 + (12, 5, 0) \times 5 = (99, 77, 0)$$

هر مضربی از $a|b| + b|a|$ نیز نیمساز زاویه‌ی بین a و b است.

$$(1, c, d) = k \cdot (99, 77, 0) \Rightarrow k = \frac{1}{99}$$

$$(1, c, d) = (1, \frac{7}{9}, 0) \Rightarrow c + d = \frac{7}{9}$$

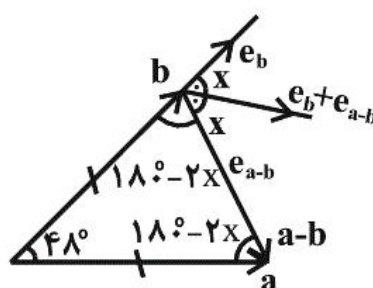
(هندسه تحلیلی - بردارها؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴

۳✓

۲

۱



راستای بردار $e_b + e_{a-b}$ نیمساز زاویه بین

دو بردار e_b و e_{a-b} است. اگر زاویه‌ی

بین بردارهای b و $a-b$ ، $2x$ فرض شود،

آن‌گاه زاویه‌ی بین دو بردار $e_b + e_{a-b}$ و

e_{a-b} برابر x است و داریم:

$$2(180^\circ - 2x) + 48^\circ = 180^\circ \Rightarrow 4x = 228^\circ \Rightarrow x = 57^\circ$$

(هندسه تحلیلی - بردارها؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی، ریاضیات گسسته، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

در گزینه‌ی «۱»، بین دو رأس B و D ، دو یال وجود دارد. در گزینه‌ی «۲»،

رأس C دارای طوقه است و در گزینه‌ی «۴»، یال جهت‌دار وجود دارد که

بدین ترتیب، هیچ‌کدام نمی‌توانند گراف ساده باشند.

(ریاضیات گسسته - گراف؛ صفحه‌های ۵ تا ۷)

۴

۳✓

۲

۱

گراف ساده‌ای با ۶ رأس، حداکثر می‌تواند به تعداد $\binom{6}{2} = 15$ یال داشته

باشد. چون در این گراف، ۷ یال رسم شده است، پس گراف می‌تواند حداکثر

$15 - 7 = 8$ یال دیگر نیز داشته باشد، یعنی برای تکمیل شدن مسابقات به

۸ بازی دیگر نیاز است.

(ریاضیات گسسته - گراف؛ صفحه‌ی ۳)

۴

۳

۲✓

۱

۱۶۳-

(امیرحسین ابومفوب)

در گراف گزینه‌های ۱، ۲ و ۴، دو رأسی که هر کدام به ۳ یال متصل هستند، مجاور یکدیگرند، در حالی که در گراف گزینه‌ی ۳ این گونه نیست.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷)

☐ ۴

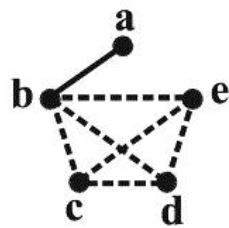
☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۶۴-

(سروش موثینی)



رأس a باید به b متصل باشد و به بقیه‌ی رئوس متصل نباشد. در مورد یال‌هایی که به صورت خط چین رسم شده است اطلاعی نداریم. این یال‌ها آزاد هستند که در گراف باشند یا نه. پس هر کدام دو حالت دارند. در کل

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ یعنی 2^6 یا ۶۴ حالت داریم.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۶۵-

(سیرمفسن فاطمی)

تعداد کل گراف‌هایی که با ۳ یال روی پنج رأس مشخص $\{a, b, c, d, e\}$

$$\binom{10}{3} = 120$$

می‌توان ساخت، برابر است با:

تعداد گراف‌هایی که در آنها رأس a ایزوله است، برابر با تعداد گراف‌هایی

$$\binom{6}{3} = 20$$

است که a را در نظر نگیریم، یعنی برابر است با:

$$120 - 20 = 100$$

پس تعداد گراف‌های مورد نظر برابر است با:

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۵ تا ۷)

☐ ۴

☐ ۳

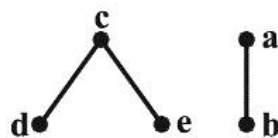
☐ ۲

☒ ۱

۱۶۶-

(نویر مییری)

برای نشان دادن امکان‌پذیر بودن گزینه‌های ۱، ۲ و ۴، می‌توان گراف‌های



زیر را مثال زد:

گزینه‌ی «۱»:

☐ ۴

☒ ۳

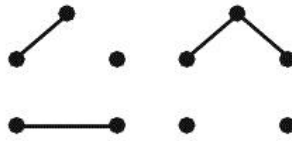
☐ ۲

☐ ۱

گراف‌های مورد نظر عبارتند از:

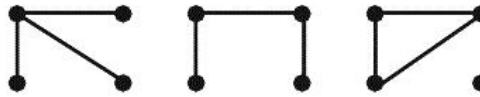
الف) گرافی با ۷ رأس و بدون یال

ب) گرافی با ۶ رأس و یک یال



ج) دو گراف با ۵ رأس و دو یال

د) سه گراف با ۴ رأس و ۳ یال



در مجموع ۷ گراف با این مشخصات موجود است.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفه‌های ۵ تا ۷)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

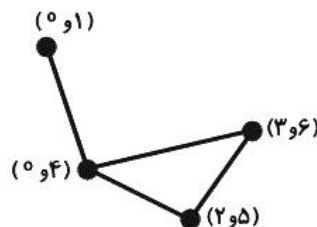
اگر $a = (0, 2)$ ، $b = (1, 4)$ ، $c = (2, 5)$ ، $d = (3, 6)$ ، $e = (4, 8)$ و $f = (6, 9)$ فرض شود، آنگاه بازه‌ی a فقط با بازه‌ی b و بازه‌ی f فقط با بازه‌ی e اشتراک دارند. همچنین بازه‌های b و e با هم اشتراک ندارند که معادل گراف گزینه‌ی ۱ است.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفه‌ی ۸)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱


اگر گراف بدون (x, y) رسم شود گرافی ۴ یاله به شکل زیر خواهیم داشت پس گزینه‌ای می‌تواند درست باشد که دقیقاً با دو بازه اشتراک داشته باشد تا گراف حاصل ۶ یال شود. با توجه به موارد گفته شده فقط گزینه‌ی «۲» می‌تواند درست باشد.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفه‌ی ۸)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

اگر شغل Z به b داده شود، آنگاه شغل y به a می‌رسد و برای شغل x ، دو انتخاب c یا d را داریم، یعنی ۲ حالت امکان‌پذیر است. اگر شغل Z به c داده شود، آنگاه می‌توان شغل y را به b یا a داد. اگر شغل y به b برسد، برای شغل x ، دو انتخاب a یا d را داریم یعنی ۲ حالت و اگر شغل y به a برسد، برای شغل x ، دو انتخاب b یا d را خواهیم داشت که در این صورت نیز ۲ حالت امکان‌پذیر است و در مجموع به ۶ طریق مختلف، می‌توان شغل‌ها را بین افراد توزیع کرد.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفه‌های ۴ و ۵)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۷۱-

(سروش موثینی)

عمل نمونه‌گیری، مهم‌ترین بخش آمار است. یک نمونه گروه کوچکی از اعضا است که به نحوی انتخاب شده‌اند که نمایانگر خصوصیات عده‌ی بزرگ‌تری که جامعه نام دارد، باشد.

(آمار و مدل‌سازی - جامعه و نمونه: صفحه‌ی ۲۰)

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☒ ۴ ☐

۱۷۲-

(رضا پورفسینی)

پرسیدن سؤال یکی از راه‌های متداول جمع‌آوری داده است که به دو صورت مصاحبه یا پرسش‌نامه‌ی کتبی انجام می‌گیرد.

(آمار و مدل‌سازی - جامعه و نمونه: صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☒

۱۷۳-

(امیرحسین ابومصوب)

چون واحد اندازه‌گیری تغییر کرده است، پس لازم است که اندازه‌گیری به‌طور مجدد انجام شود و از این طریق، مدل جدید بیان گردد.

(آمار و مدل‌سازی - اندازه‌گیری و مدل‌سازی: تمرین ۳، صفحه‌ی ۱۳)

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☒

۱۷۴-

(رضا عباسی اصل)

اگر E خطای اندازه‌گیری طول مستطیل باشد، خطای اندازه‌گیری عرض مستطیل الزاماً E نیست بلکه عددی است مانند E' ، در رابطه با E و E' نمی‌توان مقایسه‌ای در مورد کوچکتر یا بزرگتر بودن یکی و یا تساوی آنها انجام داد بنابراین گزینه‌های «۱» و «۲» و «۳» نادرست‌اند و مدل مساحت مستطیل به‌صورت زیر خواهد بود:

$$S = (\Delta + E)(\gamma + E') = 10 + \gamma E + \Delta E' + \cancel{EE'}$$

$$\Rightarrow S = 10 + \gamma E + \Delta E'$$

(آمار و مدل‌سازی - اندازه‌گیری و مدل‌سازی: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☒

۱۷۵-

(رضا عباسی اصل)

اگر X ، عدد تصادفی مورد نظر باشد، آنگاه با توجه به انتخاب نفری با شمارهی ۲۵، داریم:

$$24 < 80X < 25 \Rightarrow 0/3 < X < 0/3125$$

بنابراین در بین گزینه‌ها، عدد $0/305$ می‌تواند جواب مناسب باشد.

(آمار و مدل‌سازی - جامعه و نمونه: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۱ ☐ ۲ ☒ ۳ ☐ ۴ ☐

روش انتخاب نمونه باید به گونه‌ای باشد که امکان انتخاب هر فرد به عنوان عضوی از نمونه امکان‌پذیر باشد و قبل از انتخاب نمونه، بتوانیم با اطمینان درباره‌ی حضور یا عدم حضور عده‌ای در نمونه قضاوت کنیم. بنابراین انتخاب باید به صورت تصادفی صورت گیرد.

(آمار و مدل‌سازی - جامعه و نمونه: صفحه‌ی ۲۴)

☐ ۱ ☒ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴

مساحت ناحیه‌ی محدود به دو دایره‌ی هم‌مرکز به شعاع‌های

$$R_1 \text{ و } R_2 (R_1 > R_2) \text{ برابر است با } \pi(R_1^2 - R_2^2).$$

بنابراین داریم:

$$S = \pi[(4 + E_1)^2 - (2 + E_2)^2]$$

$$= \pi(16 + 8E_1 + E_1^2 - 4 - 4E_2 - E_2^2)$$

با صرف نظر از E_1^2 و E_2^2 داریم:

$$S = \pi(12 + 8E_1 - 4E_2) = 4\pi(3 + 2E_1 - E_2)$$

(آمار و مدل‌سازی - اندازه‌گیری و مدل‌سازی: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

☐ ۱ ☒ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴

روش‌های جمع‌آوری داده‌ها عبارتند از: ۱- استفاده از داده‌های از پیش تهیه شده
۲- از طریق پرسش ۳- از طریق مشاهده و ثبت وقایع ۴- از طریق آزمایش
(آمار و مدل‌سازی - اندازه‌گیری و مدل‌سازی: صفحه‌های ۳ تا ۸، جامعه و نمونه:

صفحه‌های ۱۸ و ۲۴ تا ۲۷)

☐ ۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☒ ۴

قدرمطلق خطای اندازه‌گیری از ۱ واحد اندازه‌گیری کم‌تر است.

(آمار و مدل‌سازی - اندازه‌گیری و مدل‌سازی: صفحه‌های ۹ و ۱۰)

☐ ۱ ☒ ۲ ☒ ۳ ☐ ۴

می‌دانیم حجم استوانه از رابطه‌ی $V = \pi R^2 h$ به دست می‌آید و شعاع قاعده،

نصف قطر قاعده است یعنی $R = \frac{d}{2}$. بنابراین داریم:

$$V = \pi \left(2 + \frac{E_1}{2} \right)^2 (3 + E_2) = \pi \left(4 + 2E_1 + \frac{E_1^2}{4} \right) (3 + E_2)$$

$$= \pi (12 + 4E_2 + 6E_1 + 2E_1E_2) = 12\pi + 6\pi E_1 + 4\pi E_2$$

تذکر: می‌توان از جملاتی که شامل توان دوم یا بالاتر از خطاست، صرف‌نظر کرد.

(آمار و مدل‌سازی - اندازه‌گیری و مدل‌سازی: مشابه تمرین ۲، صفحه‌ی ۱۳)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، هندسه ۱، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

هر چهار ضلعی که دو قطر آن منصف یکدیگر باشند، متوازی‌الاضلاع یا حالت

خاصی از متوازی‌الاضلاع است.

(هندسه ۱ - استدلال: صفحه‌های ۳۱ تا ۳۵)

۴✓

۳

۲

۱

گزاره (الف) زمانی صحیح است که خم ساده و بسته باشد.

گزاره (ب) تعریف ناحیه غیر محدب است.

در خم ساده، ممکن است نقاط ابتدایی و انتهایی بر هم منطبق باشند (خم

ساده‌ی بسته) و در نتیجه خم، خود را قطع کند، بنابراین گزاره (ج) همواره

درست نیست.

(هندسه ۱ - استدلال؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴

۳

۲

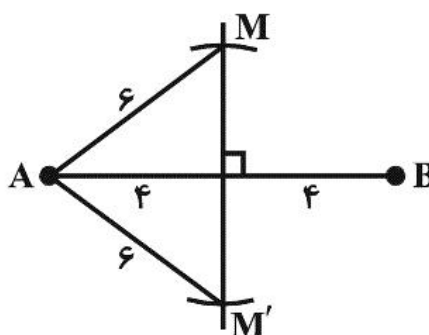
۱✓

(حسن نهضتی ناهوک)

مکان هندسی نقطه‌ای که از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله است، عمود

منصف آن پاره‌خط است. اما روی این عمود منصف، دو نقطه وجود دارد که از

A و B به فاصله‌ی ۶ قرار دارد؛ زیرا $\frac{8}{2} = 4 < 6$ است.



(هندسه ۱ - استدلال؛ فعالیت ۱ - ا، صفحه‌ی ۴)

۴

۳✓

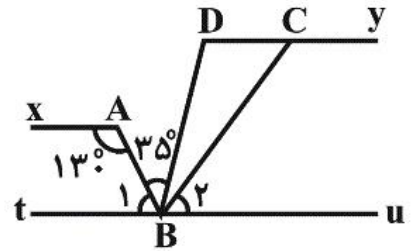
۲

۱

اگر از نقطه‌ی B، خطی به موازات Ax و Cy رسم کنیم، داریم:

$$\hat{B}_1 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$$\hat{DBt} = 50^\circ + 35^\circ = 85^\circ$$



$$tu \parallel Dy \text{ و } BD \Rightarrow \hat{BDC} = \hat{DBt} = 85^\circ$$

(هنر سه ۱ - استرلال: صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۴

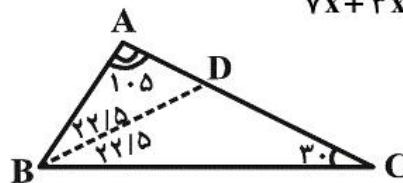
۳✓

۲

۱

(سروش موئینی)

$$7x + 3x + 2x = 12x = 180^\circ \Rightarrow x = 15^\circ$$



پس زاویه‌ی متوسط $3x = 45^\circ$ است.

$$\hat{BDA} = 180^\circ - (105^\circ + 22/5^\circ)$$

$$= 180^\circ - 127/5^\circ = 52/5^\circ$$

(هنر سه ۱ - استرلال: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴

۳

۲

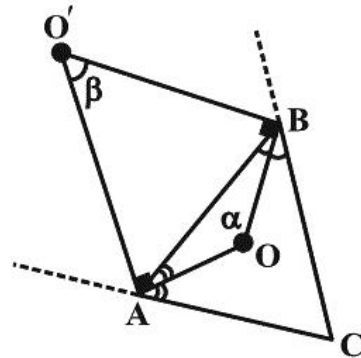
۱✓

در شکل روبه‌رو O نقطه‌ی تلاقی نیمسازهای دو زاویه‌ی داخلی A و B و O' نقطه‌ی تلاقی نیمسازهای خارجی این دو زاویه است. نیمسازهای داخلی و

خارجی هر زاویه بر هم عمودند، پس $\widehat{OAO'} = \widehat{OBO'} = 90^\circ$. در

چهارضلعی $OA O'B$ مجموع دو زاویه 180° است و چون مجموع زاویه‌های

داخلی هر چهارضلعی برابر 360° است، $\alpha + \beta = 180^\circ$.



(هنر سه ۱ - استرلال؛ صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

اگر $\hat{A} = \alpha$ فرض شود، چون $AF = FE$ ، لذا $\hat{A} = \hat{AEF} = \alpha$ ، از

طرفی زاویه‌ی خارجی مثلث AFE است، لذا: $\hat{F}_1 = \hat{B}_1 = 2\alpha$ ، به

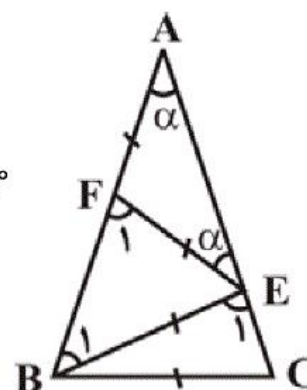
همین ترتیب $\hat{E}_1$ زاویه‌ی خارجی مثلث ABE است، پس: $\hat{E}_1 = 3\alpha$ و

چون $BE = BC$ ، در نتیجه $\hat{C} = 3\alpha$.

$$AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 3\alpha$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \alpha + 3\alpha + 3\alpha = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 7\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{180^\circ}{7}$$



(هنر سه ۱ - استرلال: صفحه‌های ۱۱ و ۱۴)

۴

۳

۲✓

۱

مثلث QTR ، متساوی الساقین است، پس $\widehat{QRT} = \widehat{QTR}$ و بنابراین

مکمل های این دو زاویه برابرند، یعنی $\widehat{QTP} = \widehat{TRS}$. در نتیجه دو مثلث

QTP و TRS به حالت (ض ز ض) همبسته هستند و $PQ = TS$.

$$QTS \text{ محیط مثلث} = QT + QS + TS = ۳QT + TS$$

$$QPR \text{ محیط مثلث} = QR + RP + PQ = QT + ۲TR + PQ$$

بنابراین قدرمطلق اختلاف محیط های این دو مثلث، برابر است با

$$۲(QT - TR) \text{ که با توجه به داده های سؤال برابر } ۲ \text{ می شود.}$$

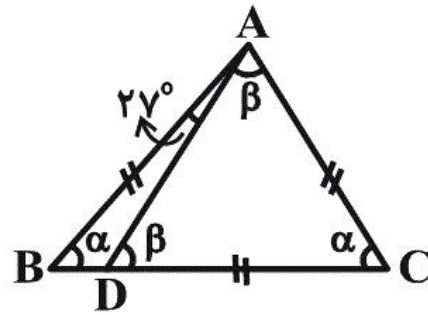
(هنرسه ۱ - استرلال؛ مشابه تمرین ۱۵، صفحه ۲۶)

۴

۳✓

۲

۱



$$\triangle ABC : AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \alpha$$

$$\triangle ACD : CA = CD \Rightarrow \hat{CAD} = \hat{ADC} = \beta$$

حال :

$$\triangle ABD \text{ زاویه خارجی } \hat{ADC} \Rightarrow \beta = \alpha + 27^\circ$$

$$\triangle ADC : \alpha + 2\beta = 180^\circ \xrightarrow{\beta = \alpha + 27^\circ} \alpha + 2(\alpha + 27^\circ) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 42^\circ$$

(هنر سه ۱ - استرلال؛ صفحه‌های ۱۱، ۱۳ و ۲۲)

۴

۳

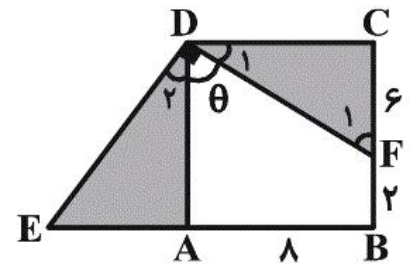
۲

۱ ✓

فرض کنیم $\widehat{ADF} = \theta$ ، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{D}_2 + \theta = 90^\circ \\ \widehat{D}_1 + \theta = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{D}_2$$

$$\widehat{A} = \widehat{C} = 90^\circ \xrightarrow{\widehat{D}_1 = \widehat{D}_2} \widehat{F}_1 = \widehat{E}$$



$$\triangle ADE, \triangle CDF: \begin{cases} CD = AD \\ \widehat{D}_1 = \widehat{D}_2 \\ \widehat{E} = \widehat{F}_1 \end{cases} \xrightarrow{(ز ض ز)} \triangle ADE \cong \triangle CDF$$

$$\Rightarrow AE = CF \xrightarrow{CF=6} AE = 6$$

(هندسه ۱ - استدلال: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۴ ✓

۳

۲

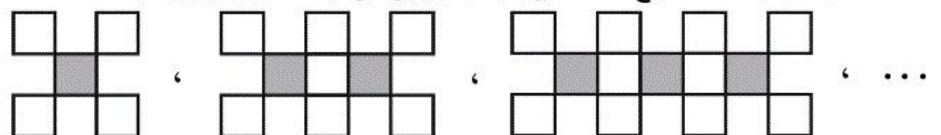
۱

ریاضی، ریاضی ۲، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

(عمید زرین کفش)

-۱۱۱

در هر مرحله ۴ مربع اضافه می‌شود، بنابراین می‌توان الگوی زیر را نوشت:



مرحله (۱)

مرحله (۲)

مرحله (۳)

$$\frac{1}{5} = \frac{1}{5 + 4 \times 0}$$

$$\frac{2}{9} = \frac{2}{5 + 4 \times 1}$$

$$\frac{3}{13} = \frac{3}{5 + 4 \times 2}$$

در نتیجه، کسری از شکل که در مرحله n ام رنگ شده است، برابر با

$$\frac{n}{4n+1}$$

$$\frac{n}{4n+1} = \frac{12}{49} \Rightarrow n = 12$$

$$\frac{12}{49}$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\begin{aligned}
 -1/6519 < 2 - 3x &\Rightarrow 3x < 2 + 1/6519 \\
 \Rightarrow 3x < 3/6519 &\Rightarrow x < 1/2173 \\
 3 - 2x < 0/5656 &\Rightarrow 3 - 0/5656 < 2x \\
 \Rightarrow 2/4344 < 2x &\Rightarrow 1/2172 < x \\
 \Rightarrow 1/2172 < x < 1/2173 \\
 \Rightarrow 1/2172, 1/2173, \dots &: \text{دنباله‌ی تقریبات اعشاری} \\
 (\text{ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶})
 \end{aligned}$$

۴

۳

۲

۱✓

رابطه‌ی $a_{n+1} = -2 + a_n$ نشان می‌دهد که در دنباله‌ی $\{a_n\}$ ، از جمله‌ی دوم به بعد، هر جمله مساوی جمله‌ی قبل از آن به اضافه‌ی (-2) است. پس $\{a_n\}$ یک دنباله‌ی حسابی است که در آن $d = -2$ و $a_1 = 20$ ، بنابراین داریم:

$$a_1 = 20, d = -2 \rightarrow 20 = a_1 + 4(-2) \Rightarrow a_1 = 28$$

حال باید محاسبه کنیم که چند جمله از این دنباله در رابطه‌ی $a_n > 0$ صدق می‌کند، برای این منظور داریم:

$$a_1 = 28, d = -2 \rightarrow 28 + (n-1)(-2) > 0 \Rightarrow 2n < 30 \Rightarrow n < 15$$

چون n عدد طبیعی است، از نامعادله‌ی $n < 15$ نتیجه می‌شود که این دنباله‌ی حسابی ۱۴ جمله‌ی مثبت دارد.

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۴

۳

۲✓

۱

$$\begin{aligned}
 (a_3 - 2d) + (a_3 - d) + a_3 + (a_3 + d) + (a_3 + 2d) \\
 = 5a_3 = 25 \Rightarrow a_3 = 5 \\
 (a_3 - 2d)(a_3 - d)a_3(a_3 + d)(a_3 + 2d) \\
 = (a_3^2 - 4d^2)(a_3^2 - d^2)a_3 = 945 \\
 \Rightarrow (25 - 4d^2)(25 - d^2) = 189
 \end{aligned}$$

نکته: محاسبه‌ی d به صورت مستقیم کمی دشوار است اما چون $a_3 = 5$ را داریم، بنابراین گزینه‌ها را تک تک امتحان می‌کنیم.

$$a_4 = 7 \Rightarrow d = 2 \Rightarrow 9 \times 21 = 189$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

۲✓

۱

$$n = 2: S_2 = a_1 + a_2 = 4(2^2) \Rightarrow a_1 + a_2 = 16$$

$$\Rightarrow a_2 = 16 - 4 = 12$$

پس جملات دنباله‌ی حسابی مذکور به صورت زیر خواهد بود: $4, 12, \dots$

$$a_1 = 4, \text{ جمله‌ی اول, } d = 12 - 4 = 8, \text{ قدر نسبت}$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

۲✓

۱

$$a_7 = \frac{1}{2} a_1 \Rightarrow \frac{a_7}{a_1} = q = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a_6}{a_3} = \frac{a_1 q^5}{a_1 q^2} = q^{5-2} = q^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳

۲✓

۱

a, b ، تشکیل دنباله‌ی هندسی می‌دهند؛ بنابراین a واسطه‌ی هندسی اعداد a, b است. پس داریم:

$$a^2 = b \quad (1)$$

از طرفی حاصل ضرب این سه عدد ۲۷ است. پس: (۲)

$$ab = 27$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} a(a^2) = 27 \Rightarrow a^3 = 27 \Rightarrow a = 3$$

بنابراین در دنباله‌ی حسابی $a, c, 7$ داریم:

$$a = 3 \Rightarrow 3, c, 7 \Rightarrow d = \frac{7-3}{3-1} = 2$$

نکته: اگر a_n و a_m به ترتیب جمله‌های n ام و m ام یک دنباله‌ی حسابی

$$d = \frac{a_n - a_m}{n - m}$$

باشند، آنگاه داریم:

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۴

۳✓

۲

۱

فرض کنیم $a, a+d, a+\delta d, a+md$ چهار جمله‌ی اول دنباله‌ی هندسی باشند. پس:

$$\frac{a+md}{a+\delta d} = \frac{a+\delta d}{a+d} = \frac{a+d}{a}$$

$$a(a+\delta d) = (a+d)^2$$

$$\Rightarrow a^2 + \delta ad = a^2 + 2ad + d^2 \xrightarrow{\div d (d \neq 0)} d = 3a$$

$$(a+md)(a+d) = (a+\delta d)^2 \xrightarrow{d=3a} (a+3am)(4a) = (16a)^2$$

$$\Rightarrow 4a^2 + 12a^2m = 256a^2 \xrightarrow{\div a^2} m = 21$$

پس بیست و دومین جمله‌ی دنباله‌ی حسابی چهارمین جمله‌ی دنباله‌ی هندسی است.

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۴

۳

۲✓

۱

$$\left(\frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}\right)^{-\sqrt{y}+1} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})^{\sqrt{y}-1}$$

$$= ((\sqrt{x+1} + \sqrt{x})^{-1})^{-\sqrt{y}+1} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})^{\sqrt{y}-1}$$

$$= (\sqrt{x+1} + \sqrt{x})^{\sqrt{y}-1} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})^{\sqrt{y}-1} = (1)^{\sqrt{y}-1} = 1$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۷)

۴

۳

۲✓

۱

(داوود بوالمنینی)

$$\frac{27^{\frac{1}{30}} + 27^{\frac{1}{30}}}{31^{\frac{1}{30}}} = \frac{2 \times 27^{\frac{1}{30}}}{31^{\frac{1}{30}}} = \frac{2 \times (3^3)^{\frac{1}{30}}}{31^{\frac{1}{30}}} = \frac{2 \times 3^{\frac{1}{10}}}{31^{\frac{1}{30}}} = 2$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

www.kanoon.ir