



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی ۲ ، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

۷۱- دنباله‌ی تقریبات اعشاری عدد $\frac{17}{13}$ کدام گزینه است؟

(۱) $1/3$ و $1/30$ و $1/307$ و $1/3171$ و $1/31651$

(۲) $1/3$ و $1/31$ و $1/323$ و $1/3232$ و $1/32451$

(۳) $1/3$ و $1/30$ و $1/307$ و $1/3076$ و $1/30769$

(۴) $1/3$ و $1/30$ و $1/317$ و $1/30176$ و $1/31769$

شما پاسخ نداده اید

۷۲- اگر در یک دنباله با جمله‌ی اول ۲، به ازای $n > 1$ ، $a_n - a_{n-1} = 3$ باشد، جمله‌ی دهم این دنباله کدام است؟

(۱) ۲۷ (۲) ۲۹ (۳) ۳۱ (۴) ۳۳

شما پاسخ نداده اید

۷۳- اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه تشکیل دنباله‌ی هندسی می‌دهند. نسبت وتر به ضلع کوچک‌تر کدام است؟

(۱) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ (۴) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۷۴- اگر a_n جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت $d = 2$ باشد، در این صورت مقدار k در رابطه‌ی $a_{2m} - a_1^2 = ka_{2m}$ کدام است؟

(۱) ۴۶ (۲) ۱۰۴ (۳) ۹۲ (۴) ۵۲

شما پاسخ نداده اید

۷۵- حاصل عبارت $A = \frac{\frac{\sqrt{5}+1}{(2-\sqrt{2})^4} \frac{1}{(2+\sqrt{2})\sqrt{5}-1}}{(\sqrt{8}\sqrt{5}+\sqrt{2})\sqrt{5}-\sqrt{2}}$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{5}+4}{22}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}-4}{22}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}-17}{24}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}+8}{24}$

شما پاسخ نداده اید

۷۶- حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$A = (2\sqrt{3} + \sqrt{11})^{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} (\sqrt{12} - \sqrt{11})^{\frac{1}{\sqrt{8}-2}} + (\sqrt[4]{16} \div (\frac{1}{2}))^{-\frac{1}{2}}$$

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $1 + \sqrt{2}$ (۴) $2 + \sqrt[4]{2}$

شما پاسخ نداده اید

۷۷- اگر ریشه‌ی پنجم عدد A برابر با $\frac{3}{4}$ باشد، ثلث ریشه‌ی سوم عدد A کدام است؟

(۱) $\frac{3\sqrt[3]{36}}{16}$ (۲) $\frac{\sqrt[3]{36}}{16}$ (۳) $\frac{\sqrt[3]{36}}{32}$ (۴) $\frac{3\sqrt[3]{36}}{32}$

شما پاسخ نداده اید

۷۸- کدام رابطه همواره یک تابع نیست؟

- (۱) رابطه‌ی بین دانش‌آموزان یک کلاس و شماره کفش آن‌ها
 (۲) رابطه‌ی بین اولیای دانش‌آموزان با دانش‌آموزان یک مدرسه
 (۳) رابطه‌ی بین دانش‌آموزان و رنگ چشم آن‌ها
 (۴) رابطه‌ی بین مثلث‌ها و مجموع زوایای داخلی آن‌ها

شما پاسخ نداده اید

۷۹- اگر رابطه‌ی $f = \{(1, 3a), (1, b), (1, a^2 + 2), (a, 6)\}$ تابع باشد، $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۲ (۳) ۷ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۸۰- به ازای کدام مقدار a ، جدول زیر نمایش دهنده‌ی تابع خطی y بر حسب x است؟

x	$2a - 3$	a	$a + 2$
y	$\frac{y}{2}$	$2a + 1$	$4a$

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

۹۱- چند جمله‌ی ابتدایی از دنباله‌ی حسابی $1, 3, 5, \dots$ را باید جمع کنیم تا حاصل برابر ۵۲۹ شود؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۳ (۳) ۴۵ (۴) ۱۳

شما پاسخ نداده اید

۹۲- در یک دنباله‌ی هندسی نامتناهی با قدرنسبت q ($|q| < 1$) مجموع جملات ردیف زوج برابر ۵۰ و مجموع جملات ردیف فرد برابر ۱۰۰ است. نسبت جمله‌ی اول به قدرنسبت کدام است؟

- (۱) ۷۵ (۲) ۱۵۰ (۳) $37/5$ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۹۳- خارج قسمت و باقیمانده‌ی تقسیم $2x^3 - 2x + (x-1)^3(x+1) + 2x^3 - 2x$ بر $x^2 - 1$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

- (۱) $x^2 + 1$ و ۲ (۲) $2x$ و ۲ (۳) $2x$ و صفر (۴) $x^2 + 1$ و صفر

شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر مجموع ضرایب بسط در عبارت $(3a + b)^{11}$ برابر ۲۵۶ باشد، تعداد جملات بسط کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۹۵- حاصل عبارت $1 - (5 \times 3^1) + (10 \times 3^2) - (10 \times 3^3) + (5 \times 3^4) - 3^5$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲۴۳ (۳) ۳۲ (۴) ۱۰۲۴

شما پاسخ نداده اید

۹۶- کوچک‌ترین عددی که باقیمانده‌ی تقسیم آن بر اعداد ۶، ۸، ۱۲ و ۲۱ برابر ۳ باشد، کدام است؟

- (۱) ۱۷۱ (۲) ۱۶۸ (۳) ۱۶۵ (۴) ۱۶۲

شما پاسخ نداده اید

۹۷- حاصل عبارت $A = \frac{x^{12}-1}{1+x^3+x^6+x^9} \div \frac{x^6-1}{x+1}$ به ازای $x=2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
(۲) ۳
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{1}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- اگر باقیمانده‌ی تقسیم $f(x)$ و $g(x)$ بر x^2+2x+5 به ترتیب برابر $x-1$ و x باشند، آنگاه باقیمانده‌ی تقسیم $f(x).g(x)$ بر x^2+2x+5 کدام است؟

- (۱) ۵
(۲) $3x-5$
(۳) $x(x-1)$
(۴) $-3x-5$

شما پاسخ نداده اید

۹۹- اگر β یکی از جواب‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم $3x^2+5x+1=0$ باشد، حاصل $\beta + \frac{1}{3\beta}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{10}{3}$
(۲) $-\frac{10}{3}$
(۳) $\frac{5}{3}$
(۴) $-\frac{5}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $2x^2-3x-4=0$ باشند، جواب‌های کدام معادله به صورت $\{\alpha\beta^3, \beta\alpha^3\}$ می‌باشد؟

- (۱) $x^2+25x-16=0$
(۲) $2x^2+25x+32=0$
(۳) $x^2-25x-16=0$
(۴) $2x^2-25x+32=0$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

۱۴۱- یک شکل در چه صورتی خودمتشابه نامیده می‌شود؟

(۱) تمام قسمت‌های شکل با هم متشابه باشند.

(۲) تمام قسمت‌های شکل هم‌نهشت باشند.

(۳) تمام قسمت‌های شکل هم‌مساحت باشند.

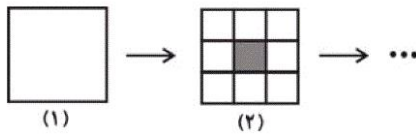
(۴) تمام قسمت‌های شکل با کل شکل متشابه باشند.

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- مطابق شکل زیر، مربعی به ضلع ۳ مفروض است (مرحله ۱)، اضلاع مربع را به ۳ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم و مربع وسطی را حذف می‌کنیم

(مرحله ۲). اگر این روند را روی مربع‌های باقیمانده ادامه دهیم، تعداد مربع‌های باقی‌مانده در مرحله ی پنجم، چند برابر تعداد مربع‌های باقی‌مانده در

مرحله ی دوم است؟



۲۵۶ (۲)

۵۱۲ (۱)

۱۰۲۴ (۴)

۱۲۸ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- طول ضلع مربعی، یک واحد است. وسط‌های اضلاع این مربع را به‌صورت متوالی به هم وصل می‌کنیم و طول ضلع آن را محاسبه می‌نماییم. همین عمل را در

مربع دومی و متوالیاً در مربع‌های بعدی که مرتباً کوچک‌تر می‌شوند، انجام می‌دهیم. طول ضلع مربع هفتمی کدام است؟

$\frac{\sqrt{2}}{16}$ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{8}$ (۱)

$\frac{1}{12}$ (۴)

$\frac{1}{8}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- مجموع زاویه‌های داخلی یک n ضلعی محدب، ۴ برابر مجموع زاویه‌های خارجی آن است. این n ضلعی چند قطر دارد؟

۳۰ (۲)

۲۷ (۱)

۳۵ (۴)

۴۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- نقاط M ، N ، P و Q ، وسط‌های اضلاع یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین هستند. از برخورد نیمسازهای داخلی چهارضلعی $MNPQ$ چه شکلی حاصل

می‌شود؟

لوزی (۲)

مربع (۱)

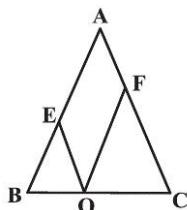
یک نقطه (۴)

متوازی‌الاضلاع (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$)، از نقطه‌ی O روی قاعده BC پاره‌خط OE به موازات ساق AC و پاره‌خط OF به موازات ساق

AB رسم شده است. طول مجموع این دو پاره‌خط با طول کدام یک برابر است؟



ساق AB (۱)

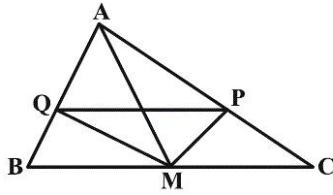
ارتفاع وارد بر یکی از ساق‌ها (۲)

قاعده BC (۳)

ارتفاع وارد بر قاعده (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- در شکل زیر، AM میانه و MP نیمساز زاویه AMC و $PQ \parallel BC$ است. اندازهی زاویهی PMQ برابر با کدام است؟



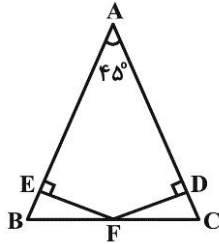
(۱) $90^\circ + \frac{A}{2}$

(۲) 90°

(۳) \hat{A}

(۴) $180^\circ - \hat{A}$

شما پاسخ نداده اید



۱۴۸- در شکل زیر، $AB = AC = 12$ است. حاصل مجموع $FE + FD$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) $4\sqrt{2}$

(۳) ۶

(۴) $6\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- در مثلث ABC، اگر $\hat{B} + \hat{C} = 2\hat{A}$ و \hat{C} کوچکترین زاویه باشد، نامساوی‌های بین اضلاع به کدام صورت است؟

(۲) $AC > AB > BC$

(۱) $BC > AC > AB$

(۴) $BC > AB > AC$

(۳) $AC > BC > AB$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- رابطهی $a > 2b$ بین طول و عرض مستطیل ABCD برقرار است. از تلاقی نیمسازهای زوایای داخلی این مستطیل، یک چهارضلعی پدید می‌آید. محل

قرارگیری رأس‌های این چهارضلعی چگونه است؟

(۲) بیرون مستطیل واقع می‌شود.

(۱) درون مستطیل واقع می‌شود.

(۴) دو رأس درون و دو رأس روی طول واقع می‌شود.

(۳) دو رأس بیرون و دو رأس درون واقع می‌شود.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

۱۵۱- کدام گزینه در مورد قیاس صحیح است؟

- (۱) یافتن نوعی مشابهت بین مفاهیم گوناگون است.
- (۲) یک دانش غریزی یا احساس بدون استدلال است.
- (۳) عبارت است از مطالبی که با تمثیل نمی‌توان نشان داد.
- (۴) یک اثبات ریاضی است.

شما پاسخ نداده اید

- ۱۵۲- پذیرش کدام یک از موضوعات زیر از طریق درک شهودی امکان پذیر نبوده است؟
 (۱) اعتقاد به این که زمین صاف است و ستاره‌ها به دور آن در گردش هستند (در قرون گذشته)
 (۲) کوتاه‌ترین فاصله‌ی بین دو نقطه، خط راستی است که آن دو نقطه را به هم وصل می‌کند.
 (۳) از حرارت دادن میله‌های فلزی مختلف در آزمایشگاه، نتیجه گرفته شده است که طول میله‌های فلزی در اثر حرارت، زیاد می‌شود.
 (۴) تشخیص اوقات شرعی از روی موقعیت خورشید در آسمان.

شما پاسخ نداده اید

- ۱۵۳- فردی از کوچک‌تر بودن 2^3 از 3^2 نتیجه گرفته است که 3^4 از 4^3 کوچک‌تر است. روش استدلال فرد موردنظر چیست؟ آیا نتیجه‌ی به‌دست آمده صحیح است؟

- (۱) استدلال استقرایی- بله
 (۲) استدلال استقرایی- خیر
 (۳) استدلال تمثیلی- بله
 (۴) استدلال تمثیلی- خیر

شما پاسخ نداده اید

- ۱۵۴- برای عبارت $P(n)$ ($n \in \mathbb{N}$)، اگر به‌ازای هر عدد طبیعی k ، با فرض درستی $P(k)$ نتیجه شود $P(k+1)$ نیز درست است، آن‌گاه چند گزاره از سه گزاره زیر همواره صحیح هستند؟
 الف) $P(1)$ درست است.

- ب) از درستی $P(1)$ نتیجه می‌شود $P(2)$ درست است.
 ج) $P(1)$ و $P(2)$ و $P(3)$ و ... و $P(100)$ ، همگی درست هستند.
 (۱) صفر
 (۲) ۱
 (۳) ۲
 (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

- ۱۵۵- بنابر اصل استقرای تعمیم‌یافته‌ی ریاضی، برای هر عدد طبیعی $n \geq m$ داریم $3^n > n!$ ، کوچک‌ترین مقدار m کدام است؟

- (۱) ۵
 (۲) ۶
 (۳) ۷
 (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

- ۱۵۶- برای اثبات گام دوم حکم « $(n+1)! - 1 = 1(1!) + 2(2!) + \dots + n(n!)$ » برای هر عدد طبیعی n به روش استقرای ریاضی، به طرفین فرض، کدام عبارت را اضافه می‌کنیم؟

- (۱) $(k+2)! - k!$
 (۲) $(k+1)! - 1$
 (۳) $(k+2)! - 1$
 (۴) $(k+2)! - (k+1)!$

شما پاسخ نداده اید

- ۱۵۷- مجموع مکعبات اعداد طبیعی از ۱ تا n ، برابر مربع مجموع آن‌ها است. حاصل $1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + 19^3$ کدام است؟

- (۱) ۲۴۲۰۰
 (۲) ۲۰۱۰۰
 (۳) ۱۹۹۰۰
 (۴) ۲۰۰۰۰

شما پاسخ نداده اید

- ۱۵۸- در اثبات حکم «عبارت $n^3 + 5n$ ، به‌ازای هر عدد طبیعی n ، مضرب ۶ است.» به روش استقرای ریاضی، کدام رابطه‌ی بدیهی به کار می‌رود؟

- (۱) $(k+1)(k+2)$ مضرب ۳ است.
 (۲) $k(k+1)$ مضرب ۲ است.
 (۳) $k^3 - k$ مضرب ۶ است.
 (۴) $k^3 + k$ مضرب ۶ است.

شما پاسخ نداده اید

- ۱۵۹- اعداد طبیعی را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته، مربع شماره‌ی آن دسته باشد.

..... و $\underbrace{(6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14)}_{\text{دسته سوم}}$ ، $\underbrace{(2, 3, 4, 5)}_{\text{دسته دوم}}$ ، $\underbrace{(1)}_{\text{دسته اول}}$

- جمله‌ی آخر دسته‌ی بیستم کدام است؟

- (۱) ۲۱۰
 (۲) ۲۱۰۰
 (۳) ۲۷۸۰
 (۴) ۲۸۷۰

شما پاسخ نداده اید

- ۱۶۰- برای اثبات نامساوی $(1 + \sqrt{3})^n \geq 1 + \sqrt{3}n$ ($n \in \mathbb{N}$) به کمک استقرای ریاضی کدام رابطه‌ی بدیهی استفاده می‌شود؟

- (۱) $3k \geq 0$
 (۲) $3k \geq \sqrt{3}$
 (۳) $k\sqrt{3} + \sqrt{3} \geq 1$
 (۴) $\sqrt{3} \geq 0$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۱- ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین کدام ویژگی را ندارد؟

- (۱) هر دو زاویه مجاور به یک قاعده با هم مساوی‌اند.
 (۲) دو قطر با هم برابرند.
 (۳) هر دو زاویه‌ی روبه‌رو مکمل یکدیگرند.
 (۴) قطرها هم‌دیگر را نصف می‌کنند.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- چند مورد از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

- (الف) هر خم ساده، صفحه را به سه مجموعه جدا از هم درون، بیرون و روی خم تقسیم می‌کند.
 (ب) هرگاه قسمتی از پاره‌خط واصل دو نقطه از یک ناحیه، بیرون ناحیه واقع شود، ناحیه را محدب می‌نامیم.
 (ج) خم ساده، هیچ یک از نقطه‌های خود را قطع نمی‌کند.

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- در مثلث ABC ، متمم زاویه‌ی B با مکمل زاویه‌ی C و مکمل زاویه‌ی A با دو برابر متمم زاویه‌ی B برابر است. کوچک‌ترین زاویه‌ی این مثلث چند درجه است؟

(۱) ۱۵ (۲) $22/5$ (۳) ۲۵ (۴) ۳۰

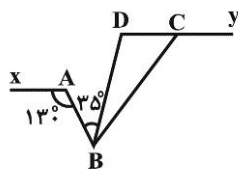
شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$)، طول نیمساز زاویه‌ی داخلی B با طول ضلع BC برابر است. زاویه‌ی رأس A چند درجه است؟

(۱) ۴۵ (۲) ۳۰ (۳) ۷۲ (۴) ۳۶

شما پاسخ نداده اید

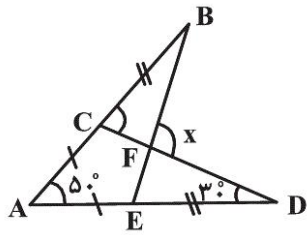
۱۲۵- در شکل زیر $Ax \parallel Dy$ و BD نیمساز زاویه‌ی ABC است. اندازه‌ی زاویه‌ی BDC چه قدر است؟



- (۱) 75°
 (۲) 80°
 (۳) 85°
 (۴) 90°

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- در شکل زیر، اندازه‌ی زاویه‌ی x چند درجه است؟



۱۰۰ (۱)

۱۱۰ (۲)

۹۰ (۳)

۱۲۰ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- در چهار ضلعی $ABCD$ ، اگر $AB=AD$ و $CB=CD$ ، آن گاه روی قطر AC چند نقطه وجود دارد که از دو رأس B و D به یک فاصله باشند؟

۲ (۲)

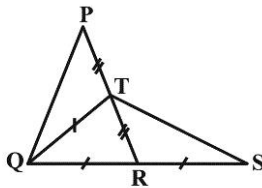
۱ (۱)

۴ بی شمار

۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- در شکل زیر، اگر $QT - TR = 1$ ، آن گاه قدرمطلق اختلاف محیط‌های دو مثلث QPR و QTS کدام است؟



صفر (۱)

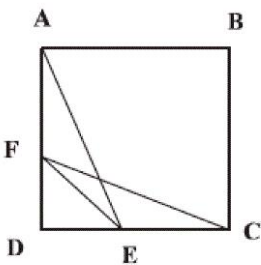
۱ (۲)

۲ (۳)

(۴) اطلاعات مسأله کافی نیست.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ مربع است و $AE = CF$. اگر $\hat{DAE} = 20^\circ$ ، آن گاه \hat{AEF} چند درجه است؟



۲۲/۵ (۲)

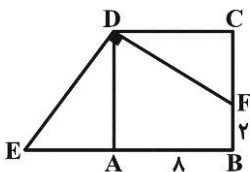
۲۵ (۱)

۴۵ (۴)

۳۰ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- در شکل مقابل، $ABCD$ مربع و $ED \perp DF$ ، طول EA کدام است؟



۴ (۲)

۲ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۸۱- در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی n ام به صورت $a_n = \frac{3}{4}n - 5$ است. مجموع ۱۵ جمله‌ی اول این دنباله، کدام است؟

- (۱) ۹۰ (۲) ۱۰۵ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۳۵

شما پاسخ نداده اید

۸۲- بین دو عدد ۳۲۴ و ۴، سه عدد را طوری انتخاب می‌کنیم که پنج عدد حاصل، تشکیل یک دنباله‌ی هندسی دهند. مجموع این ۵ عدد مثبت کدام است؟

- (۱) ۴۸۲ (۲) ۴۸۴ (۳) ۴۸۶ (۴) ۴۸۸

شما پاسخ نداده اید

۸۳- برای محافظت از تابش‌های مضر مواد رادیواکتیو لایه‌هایی محافظتی ساخته شده است که شدت تابش‌ها پس از عبور از آنها نصف می‌شود. حداقل چند لایه باید استفاده کنیم تا شدت تابش ۹۹ درصد کاهش یابد؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۸۴- اگر عبارت $x^{2n+1} + 2x^{2n} + x^5 - 5x^3 + k$ ، به ازای هر عدد طبیعی n بر $x+2$ بخش پذیر باشد، آنگاه باقیمانده‌ی تقسیم آن بر $x^2 - 1$ کدام است؟

- (۱) $-3x - 6$ (۲) $-2x + 1$ (۳) $2x + 4$ (۴) $3x - 4$

شما پاسخ نداده اید

۸۵- اگر چندجمله‌ای $f(x-1)$ بر $x-9$ بخش پذیر باشد، چندجمله‌ای $f(x^3)$ بر کدام عبارت همواره بخش پذیر است؟

- (۱) $x-4$ (۲) $x-8$ (۳) $x-2$ (۴) $x+4$

شما پاسخ نداده اید

۸۶- سه زنگ در یک کارخانه برای موارد مختلفی وجود دارد. اولین زنگ در هر ۱۸ دقیقه، دومین زنگ در هر ۲۴ دقیقه و سومین زنگ در هر ۳۲ دقیقه زنگ می‌زنند. بعد از اولین بار که با هم زنگ می‌زنند، حداقل چند دقیقه می‌گذرد تا آن‌ها دوباره با هم زنگ بزنند؟

- (۱) ۲۴۲ (۲) ۲۵۲ (۳) ۲۸۸ (۴) ۳۱۲

شما پاسخ نداده اید

۸۷- در بسط عبارت $\left(1 - \frac{x}{2}\right)^8$ ، ضریب جمله‌ی شامل x^3 کدام است؟

- (۱) -7 (۲) -6 (۳) $\frac{7}{2}$ (۴) -3

شما پاسخ نداده اید

۸۸- معادله‌ی درجه دومی که جواب‌هایش $2 - \sqrt{4-a}$ و $2 + \sqrt{4-a}$ باشد، کدام است؟

- (۱) $x^2 - 4x + a = 0$ (۲) $x^2 + ax - 4 = 0$ (۳) $x^2 + 4x - a = 0$ (۴) $x^2 - ax + 4 = 0$

شما پاسخ نداده اید

۸۹- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $2x^2 - 3x = 1$ باشند، به ازای کدام مقدار k مجموعه جواب‌های معادله‌ی $8x^2 + kx - 1 = 0$ به صورت $\{\alpha^2\beta, \alpha\beta^2\}$ است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۹۰- اگر معادله‌ی درجه دوم $(m+2)x^2 + 4x + (m-1) = 0$ دارای دو جواب حقیقی باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $-2 \leq m \leq 1$ (۲) $1 \leq m \leq 2$ (۳) $-2 \leq m \leq 2$ (۴) $-3 \leq m \leq 2$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲- سوالات موازی ، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

۱۱۱- جمله‌ی پنجم یک دنباله‌ی حسابی برابر ۹ است. اگر در این دنباله، جمله‌های اول و سوم قرینه‌ی هم باشند، آنگاه جمله‌ی چهارم کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۲ (۴) ۱۵

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- چه عددی را به هر یک از عددهای ۱، ۹ و ۳۳ اضافه کنیم تا عددهای حاصل تشکیل دنباله‌ی هندسی دهند؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) -۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- x ، y و z هم جملات متوالی یک دنباله‌ی هندسی و هم یک دنباله‌ی حسابی هستند. کدام گزینه همواره صحیح است؟

$$(1) \quad x = y = z \quad (2) \quad y^2 = x^2 + z^2$$

$$(3) \quad y^2 = \frac{x^2 + z^2}{4} \quad (4) \quad \frac{1}{x^2} + \frac{1}{z^2} = \frac{1}{y^2}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- کدام یک از گزینه‌های زیر همواره صحیح نیست؟

- (۱) اگر جملات یک دنباله‌ی هندسی را به توان ۲ برسانیم، دنباله‌ی حاصل نیز یک دنباله‌ی هندسی است.
 (۲) اگر جملات یک دنباله‌ی هندسی را در عدد ثابتی ضرب کنیم، دنباله‌ی حاصل نیز یک دنباله‌ی هندسی است.
 (۳) اگر جملات یک دنباله‌ی هندسی را با عدد ثابتی جمع کنیم، دنباله‌ی حاصل نیز یک دنباله‌ی هندسی است.
 (۴) اگر قدرنسبت یک دنباله‌ی هندسی را با عدد ثابتی جمع کنیم، دنباله‌ی حاصل نیز یک دنباله‌ی هندسی است.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر رابطه‌ی $f = \{(1, a^{\sqrt{6}-\sqrt{3}}), (2, 1), (1, 2)\}$ یک تابع باشد، a کدام است؟

$$(1) \quad 1 \quad (2) \quad \frac{\sqrt{2}+1}{2 \cdot 3^{\frac{1}{3}}} \quad (3) \quad \frac{\sqrt{2}+\sqrt{\frac{1}{3}}}{2} \quad (4) \quad \frac{\sqrt{\frac{2}{3}}+\sqrt{\frac{1}{3}}}{2}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- شمعی به طول اولیه‌ی ۲۰ cm را روشن کرده‌ایم. بعد از گذشت هر دقیقه طول شمع به اندازه‌ی ۰/۲ cm کاهش می‌یابد. بعد از چند دقیقه طول شمع به ۸/۲ cm می‌رسد؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۵۹ (۳) ۶۱ (۴) ۵۸

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{1}{(\sqrt{9+4\sqrt{5}} + \sqrt{9-4\sqrt{5}})^2}$$

(۱) $\frac{1}{204}$ (۲) $\frac{1}{202}$ (۳) $4\sqrt{5}$ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- حاصل $\frac{1}{2}(\sqrt{\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{2}})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (۳) $\frac{1}{2\sqrt{4}}$ (۴) $\frac{1}{2}$

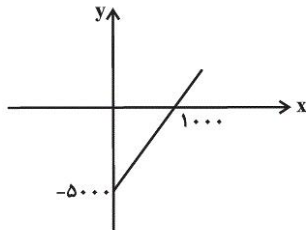
شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- اگر رابطه‌ی $R = \{(2a-1, 2), (5, 3a^2), (1, \sqrt{2}), (5, a^2+2)\}$ یک تابع باشد، مجموع مقادیر قابل قبول برای a کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- نمودار زیر، نمودار سوددهی یک کارگاه تولیدی رنگ را نشان می‌دهد که x وزن رنگ‌های تولیدی و y سود حاصل از تولید است. سود کارگاه وقتی وزن



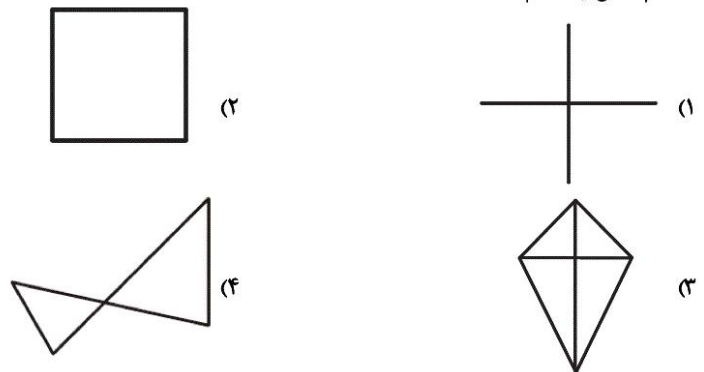
کالاهای تولیدشده ۱۰۰۰۰۰ باشد، کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۴۹۵۰۰
(۳) ۴۹۵۰۰۰
(۴) ۴۹۹۵۰۰

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۱- سوالات موازی ، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

۱۳۱- کدام شکل یک خم ساده است؟



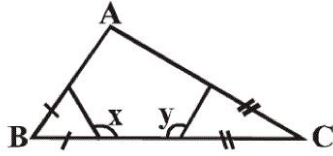
شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- کدام گزینه، تعریف صحیحی از متوازی‌الاضلاع نیست؟

- (۱) یک چهارضلعی که قطرهای آن یک‌دیگر را نصف کنند.
(۲) یک چهارضلعی که دو ضلع مقابل آن، متوازی و متساوی باشند.
(۳) یک چهارضلعی که هر قطر آن، چهارضلعی را به دو مثلث همنهشت تقسیم کند.
(۴) یک چهارضلعی که زوایای مقابل آن، دوجه‌دو مکمل یک‌دیگر باشند.

شما پاسخ نداده اید

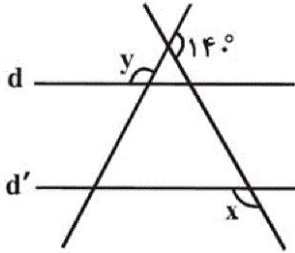
۱۳۳- با توجه به شکل زیر، اگر $x + y = 212^\circ$ ، آن گاه \hat{A} چند درجه است؟



- (۱) ۱۱۴
- (۲) ۱۱۵
- (۳) ۱۱۶
- (۴) ۱۱۸

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- در شکل زیر، $d \parallel d'$ و $x - y = 20^\circ$. نسبت اندازه‌ی زاویه‌ی y به اندازه‌ی زاویه‌ی x کدام است؟



- (۱) $\frac{5}{6}$
- (۲) $\frac{2}{3}$
- (۳) $\frac{3}{4}$
- (۴) $\frac{7}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- پاره‌خط AB به طول ۸ واحد در یک صفحه داده شده است. چند نقطه در این صفحه وجود دارد که از هر یک از دو نقطه‌ی A و B به فاصله‌ی ۶ واحد

واقع باشند؟

- (۱) ۰
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- در مثلثی، نسبت زوایا ۲ و ۳ و ۷ است. نیمساز زاویه‌ی متوسط با ضلع متوسط چه زاویه‌ای می‌سازد؟

- (۱) $52/5^\circ$
- (۲) $57/5^\circ$
- (۳) $62/5^\circ$
- (۴) $67/5^\circ$

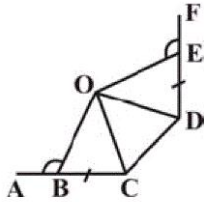
شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- در هر مثلث ABC ، اگر α زاویه بین نیمسازهای دو زاویه داخلی و β زاویه بین نیمسازهای خارجی این دو زاویه باشند، مجموع $\alpha + \beta$ چند درجه است؟

- (۱) 90°
- (۲) 180°
- (۳) 225°
- (۴) 270°

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- در شکل زیر، $BC = DE$ و $O\hat{B}A = O\hat{E}F$. کدامیک از تساوی‌های زیر، شرط کافی برای هم‌نهشتی دو مثلث OBC و ODE نیست؟



(۱) $O\hat{C}B = O\hat{D}E$

(۲) $C\hat{O}B = E\hat{O}D$

(۳) $OB = OE$

(۴) $OC = OD$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- در چهارضلعی محدب $ABCD$ ، $\hat{A} = 90^\circ$ و $\hat{B} = 110^\circ$ است. اگر $AB = AD$ و قطر BD با ضلع CD برابر باشد، آنگاه زاویه‌ی D در این چهارضلعی چقدر

است؟

(۲) 90°

(۱) 80°

(۴) 105°

(۳) 95°

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$)، نقطه D را روی BC چنان اختیار می‌کنیم که $AB = CD$ و $\hat{BAD} = 27^\circ$ ، اندازه‌ی \hat{C} کدام است؟

(۲) 45°

(۱) 42°

(۴) 60°

(۳) 48°

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲-گواه ، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

۱۰۱- جمله‌ی $(3n+1)$ ام یک دنباله برابر با $\frac{n^2}{2n+3}$ است. جمله‌ی هفتم این دنباله کدام است؟

(۲) ۵

(۱) $\frac{7}{4}$

(۴) ۱

(۳) $\frac{4}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- اعداد $3+2P$ ، $4+2P$ و $5P-1$ به ترتیب سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی هستند. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

(۴) ۷

(۳) ۶

(۲) ۵

(۱) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- در یک دنباله‌ی هندسی، جمله‌ی دوم و دو برابر جمله‌ی پنجم و جمله‌ی هشتم می‌توانند به ترتیب سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی حسابی باشند.

بزرگ‌ترین این سه عدد چند برابر کوچک‌ترین آنهاست؟

(۴) $7+4\sqrt{3}$

(۳) $5+4\sqrt{3}$

(۲) $5+2\sqrt{3}$

(۱) $2+\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- در دنباله‌ی ... ، $4/0005$ ، $4/005$ ، $4/05$ ، جملات به چه عددی نزدیک می‌شوند؟

(۳) ۴

(۲) $4/05$

(۱) $4/1$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- عبارت $-\sqrt{x}\sqrt{-x}$ ، با کدام گزینه برابر است؟

(۱) $-\sqrt{-x^2}$ (۲) $\sqrt{-x^3}$ (۳) $-\sqrt{x^3}$ (۴) $|x|\sqrt{x}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- مقدار $\frac{(\sqrt[4]{27}) \times (\sqrt{3}\sqrt{3})}{\sqrt[2]{243}}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2\sqrt{5}}$ (۲) $\sqrt[3]{9}$ (۳) $3\sqrt[4]{5}$ (۴) $3\sqrt[3]{5}$

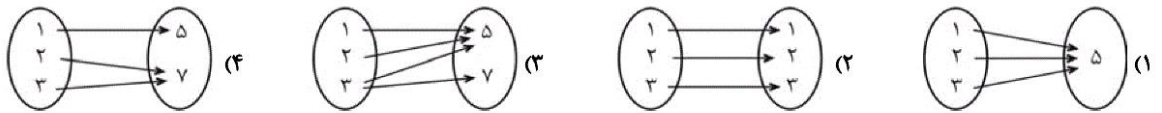
شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- حاصل عبارت $(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{2+\sqrt{3}}) \cdot \sqrt[3]{2\sqrt{2}}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۲ (۳) $1+\sqrt{3}$ (۴) $2\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- کدام نمودار یک تابع را مشخص نمی‌کند؟



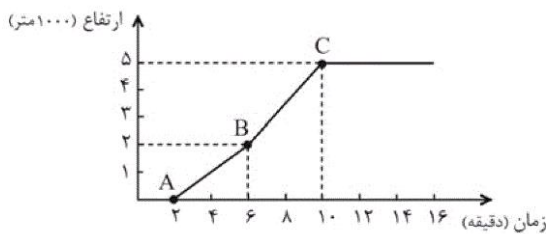
شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- تعداد اعضای مجموعه‌ی برد تابع $f = \{(1, 2), (a, 2b + 1), (1, a - 1), (3, 5)\}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- نمودار زیر، ارتفاع یک هواپیما را از سطح زمین، پس از بلند شدن از زمین نشان می‌دهد. چند دقیقه پس از شروع حرکت، هواپیما به نصف ارتفاع ماکزیم پروازش می‌رسد؟



(۱) $7/5$ (۲) ۸ (۳) $20/3$ (۴) $25/3$

شما پاسخ نداده اید

-۷۱

(همید زرين كفش)

با تقسیم صورت کسر $\frac{۱۷}{۱۳}$ بر مخرج آن جملات دنباله‌ی تقریبات اعشاری این کسر به دست می‌آید که به صورت گزینه‌ی «۳» است:

$۱/۳, ۱/۳۰, ۱/۳۰۷, ۱/۳۰۷۶, ۱/۳۰۷۶۹, \dots$

(ریاضی ۲- الگو و دنباله - صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱

-۷۲

(میثم همزه لوش)

چون $a_n - a_{n-1}$ مقداری ثابت است، پس دنباله، حسابی است. داریم:

$$d = a_n - a_{n-1} = 3$$

از آن جا که $a_1 = 2$ است، پس جمله‌ی دهم برابر است با:

$$a_{10} = a_1 + (10-1)d \Rightarrow a_{10} = 2 + 9(3) = 29$$

(ریاضی ۲- الگو و دنباله - صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

۲

۱

-۷۳

(داوود بوالسنی)

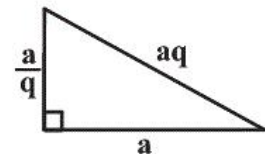
فرض می‌کنیم $q > 1$ باشد، در این صورت داریم:

$$(aq)^2 = a^2 + \left(\frac{a}{q}\right)^2$$

$$\Rightarrow a^2 q^2 = a^2 + \frac{a^2}{q^2} \Rightarrow q^2 = 1 + \frac{1}{q^2}$$

$$\Rightarrow q^2 = \frac{q^2 + 1}{q^2} \Rightarrow q^4 - q^2 - 1 = 0 \Rightarrow q^2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{\text{وتر}}{\text{ضلع کوچک تر}} = \frac{aq}{\frac{a}{q}} = q^2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$



البته دقت کنید اگر $q < 1$ هم باشد، در جواب نهایی مسأله تأثیری نخواهد داشت.

(ریاضی ۲- الگو و دنباله - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱

(عمید زرین کفش)

جمله‌ی عمومی دنباله به صورت $a_n = a + (n-1)d$ است و داریم:

$$\begin{aligned} a_{36}^2 - a_{10}^2 &= (a_{36} - a_{10})(a_{36} + a_{10}) \\ &= (a + (36-1)d - (a + (10-1)d)) \times \\ &\quad (a + (36-1)d + a + (10-1)d) = 26d(a + a + 44d) \\ &= 26d(a_1 + a_{45}) = 26d \times 2a_{23} = 52da_{23} \\ &= 52 \times 2 \times a_{23} = 104a_{23} \end{aligned}$$

در نتیجه $k = 104$ می‌باشد.

(ریاضی ۲- الگو و دنباله- صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

۲✓

۱

(موردی ملا، مضانی)

-۷۵

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{5}-1} \times \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} &= \frac{\sqrt{5}+1}{5-1} = \frac{\sqrt{5}+1}{4} \\ &= \frac{\sqrt{5}+1}{4} \times \frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}+1} = \frac{(\sqrt{5}+1)^2}{4} = \frac{5+2\sqrt{5}+1}{4} = \frac{6+2\sqrt{5}}{4} = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ &= (\sqrt{8}^{\sqrt{5}+\sqrt{2}})^{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = (\sqrt{8})^{5-2} \\ &= (\sqrt{8})^3 = (\sqrt{2^3})^3 = (2^{\frac{3}{2}})^3 = 2^{\frac{9}{2}} \end{aligned}$$

$$A = \frac{\frac{3+\sqrt{5}}{2}}{\frac{9}{2}} = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \times \frac{2}{9} = \frac{3+\sqrt{5}-18}{9} = \frac{\sqrt{5}-15}{9}$$

(ریاضی ۲- الگو و دنباله- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۴

۳✓

۲

۱

(مهمرب بفرایی)

-۷۶

$$\begin{aligned} \sqrt{12} &= \sqrt{4 \times 3} = 2\sqrt{3} \quad \text{و} \quad \frac{1}{\sqrt{8}-2} \times \frac{\sqrt{8}+2}{\sqrt{8}+2} = \frac{\sqrt{4 \times 2} + 2}{8-4} \\ &= \frac{2\sqrt{2}+2}{4} = \frac{\sqrt{2}+1}{2} \\ \Rightarrow (2\sqrt{3} + \sqrt{11})^2 (\sqrt{12} - \sqrt{11})^{\frac{1}{\sqrt{8}-2}} &= (12-11)^{\frac{\sqrt{2}+1}{2}} = 1 \\ \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = \sqrt{2} \quad \text{و} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} &= 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow (\sqrt[4]{16} \div \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}) = \sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$$

$$\Rightarrow A = 1 + 1 = 2$$

(ریاضی ۲- الگو و دنباله- صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۴

۳

۲✓

۱

(معدی ملارمفانی)

$$\sqrt[5]{A} = \frac{3}{4} \Rightarrow A = \left(\frac{3}{4}\right)^5$$

$$\Rightarrow \text{ریشه سوم: } \sqrt[3]{A} = \sqrt[3]{\left(\frac{3}{4}\right)^5} = \frac{3}{4} \sqrt[3]{\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{3}{4} \sqrt[3]{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4} \sqrt[3]{\frac{9}{8 \times 2}}$$

$$= \frac{3}{8} \sqrt[3]{\frac{9}{2}} = \frac{3}{8} \times \frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{2}} \times \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{3\sqrt[3]{36}}{16}$$

$$\Rightarrow \text{ثالث ریشه سوم: } \frac{1}{3} \sqrt[3]{A} = \frac{1}{3} \times \frac{3\sqrt[3]{36}}{16} = \frac{\sqrt[3]{36}}{16}$$

(ریاضی ۲- الگو و دنباله - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

[۴]

[۳]

[۲]✓

[۱]

-۷۸

(مفسر بفرایین)

اگر یکی از اولیای دانش‌آموزان ۲ فرزند در مدرسه داشته باشد، آن‌گاه رابطه‌ی بین اولیا و دانش‌آموزان تابع نیست. (ریاضی ۲- تابع - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

[۴]

[۳]

[۲]✓

[۱]

-۷۹

(معدی ملارمفانی)

شرط تابع بودن یک رابطه آن است که اگر دو زوج مرتب دارای مؤلفه اول یکسان باشند، مؤلفه‌ی دوم آن‌ها نیز یکسان باشد.

چون مؤلفه‌ی اول دو زوج مرتب $(1, a^2 + 2)$ و $(1, 3a)$ ، با هم برابر است، بنابراین:

$$3a = a^2 + 2 \Rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (a-2)(a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=1 \end{cases}$$

اگر $a=2$ باشد، داریم:

$$f = \{(1, 6), (1, b), (1, 6), (2, 6)\} = \{(1, 6), (1, b), (2, 6)\}$$

به دلیل وجود دو زوج مرتب $(1, b)$ و $(1, 6)$ داریم:

$$b = 6 \Rightarrow a + b = 2 + 6 = 8$$

توجه داشته باشید که به ازای $a=1$ ، رابطه‌ی داده شده تابع نمی‌شود،زیرا: تابع نمی‌باشد. $f = \{(1, 3), (1, b), (1, 3), (1, 6)\} \Rightarrow$

(ریاضی ۲- تابع - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

[۴]✓

[۳]

[۲]

[۱]

-۸۰

(میثم همزه‌لوئی)

باید شیب خط گذرنده از هر دو نقطه یکسان باشد:

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} \Rightarrow \frac{2a + 1 - \frac{5}{2}}{a - 2a + 3} = \frac{4a - 2a - 1}{a + 2 - a} \Rightarrow \frac{2a - \frac{5}{2}}{-a + 3} = \frac{2a - 1}{2}$$

$$\Rightarrow 4a - 5 = -2a^2 + 7a - 3 \Rightarrow 2a^2 - 3a - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (a-2)(2a+1) = 0 \Rightarrow a=2, a=-\frac{1}{2}$$

که تنها $a = -\frac{1}{2}$ در بین گزینه‌ها وجود دارد. (ریاضی ۲- تابع - صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

[۴]

[۳]

[۲]

[۱]✓

-۹۱

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

قدر نسبت دنباله‌ی حسابی داده شده برابر با $d = 2$ است. پس:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) \xrightarrow[d=2]{a=1} S_n = \frac{n}{2}(2 \times 1 + (n-1)2)$$

$$= \frac{n}{2}(2 + 2n - 2) = \frac{n}{2} \times 2n = n^2 \Rightarrow S_n = n^2$$

از طرفی چون $(23)^2 = 529$ می‌باشد، داریم:

$$S_{23} = (23)^2 = 529$$

پس باید ۲۳ جمله از دنباله را با هم جمع کنیم تا حاصل برابر ۵۲۹ باشد.

(حسابان - معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱ ۲ ۳ ۴

-۹۲

(ابراهیم نبفی)

جملات یک دنباله‌ی هندسی: $a_1, a_1q, a_1q^2, a_1q^3, a_1q^4, \dots$

از آنجایی که $|q| < 1$ است، پس $q^2 < 1$ است. داریم:

$$S_{\text{زوج}} = \frac{a_1q}{1-q^2} = 50 \Rightarrow a_1q, a_1q^3, a_1q^5, \dots$$

$$S_{\text{فرد}} = \frac{a_1}{1-q^2} = 100 \Rightarrow a_1, a_1q^2, a_1q^4, \dots$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{a_1q}{1-q^2} = \frac{50}{100} \Rightarrow q = \frac{1}{2} \\ \frac{a_1}{1-q^2} = 100 \Rightarrow \frac{a_1}{1-(\frac{1}{2})^2} = 100 \Rightarrow a_1 = 75 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{a_1}{q} = \frac{75}{\frac{1}{2}} = 150$$

(حسابان - معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۲ تا ۶)

۱ ۲ ۳ ۴

-۹۳

(ابراهیم نبفی)

$$(x-1)^3(x+1) + 2x^3 - 2x = (x-1)^2 \underbrace{(x-1)(x+1) + 2x(x^2-1)}_{x^2-1}$$

$$(x^2-1) \underbrace{((x-1)^2 + 2x)}_{x^2-2x+1} = (x^2-1)(x^2+1)$$

کاملاً روشن است که باقیمانده‌ی تقسیم عبارت موردنظر بر $x^2 - 1$ برابر صفر است.

(حسابان - معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱ ۲ ۳ ۴

-۹۴

(ابراهیم نیقی)

برای به دست آوردن مجموع ضرایب بسط کافیت $a = b = 1$ را قرار دهیم:

$$(3a + b)^n = (3 + 1)^n = 4^n = 2^{2n}$$

$$\Rightarrow 2^{2n} = 256 \Rightarrow 2^{2n} = 2^8 \Rightarrow 2n = 8 \Rightarrow n = 4$$

تعداد جملات بسط از رابطه $n + 1$ به دست می آید، داریم:

$$n = 4 \Rightarrow \text{تعداد جملات بسط} = n + 1 = 4 + 1 = 5$$

(مسئله - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات - صفحه های ۸ تا ۱۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۹۵

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

اگر کمی دقت کنید متوجه می شوید عبارت داده شده بسط $(3 - 1)^5$ است:

$$(3 - 1)^5 = 3^5 + 5(3^4)(-1) + 10(3^3)(-1)^2$$

$$+ 10(3^2)(-1)^3 + 5(3)(-1)^4 + (-1)^5$$

$$= 3^5 - 5 \times 3^4 + 10 \times 3^3 - 10 \times 3^2 + 5(3) - 1$$

پس حاصل برابر $3^5 = 32$ می باشد.

(مسئله - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات - صفحه های ۸ تا ۱۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۹۶

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

اگر آن عدد را برابر n فرض کنیم، $n - 3$ باید بر اعداد ۶، ۸، ۱۲ و ۲۱ بخش پذیر باشد. چون کوچک ترین عدد را می خواهیم، پس $n - 3$ باید برابر ک.م.م اعداد داده شده باشد.

$$n - 3 = [6, 8, 12, 21] = 3 \times 8 \times 7 = 168 \Rightarrow n = 168 + 3 = 171$$

(مسئله - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات - صفحه های ۱۱ تا ۱۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۹۷

(امیر هوشنگ فمسه)

ابتدا عبارت $1 + x^3 + x^6 + x^9$ را ساده می کنیم که برابر با مجموع چهار جمله از یک دنباله هندسی با جمله اول ۱ و قدرنسبت x^3 است. داریم:

$$S_4 = \frac{a_1(q^4 - 1)}{q - 1} = \frac{1((x^3)^4 - 1)}{x^3 - 1} = \frac{x^{12} - 1}{x^3 - 1}$$

$$A = \frac{x^{12} - 1}{1 + x^3 + x^6 + x^9} \div \frac{x^6 - 1}{x + 1} = \frac{x^{12} - 1}{x^3 - 1} \times \frac{x + 1}{x^6 - 1}$$

$$= \frac{(x^3 - 1)(x + 1)}{(x^3 - 1)(x^3 + 1)} = \frac{x + 1}{(x + 1)(x^2 - x + 1)}$$

$$= \frac{1}{x^2 - x + 1} \xrightarrow{x=2} A = \frac{1}{4 - 2 + 1} = \frac{1}{3}$$

(مسئله - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات - صفحه های ۲ تا ۶ و ۱۱ تا ۱۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(امیرحسین امیری)

$$\left. \begin{aligned} g(x) &= Q'(x)(x^2 + 2x + 5) + x \\ f(x) &= Q(x)(x^2 + 2x + 5) + (x-1) \end{aligned} \right\}$$

$$\xrightarrow{\times} f(x).g(x) = (x^2 + 2x + 5)((x^2 + 2x + 5)Q'(x)Q(x) + (x-1)Q'(x) + xQ(x)) + x(x-1)$$

$$= (x^2 + 2x + 5)Q''(x) + (x^2 - x)$$

لذا برای تعیین باقیمانده، کفایت $x(x-1)$ را بر $x^2 + 2x + 5$ تقسیم کنیم:

$$x^2 - x = (x^2 + 2x + 5) \underbrace{-3x - 5}_{\text{باقیمانده}}$$

(مسئله ۱- معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۶ تا ۸)

۱ ۲ ۳ ۴

(امیرحوشنگ قمسه)

اگر جواب‌ها را α و β فرض کنیم، داریم:

$$P = \alpha \times \beta = \frac{c}{a} = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{3\beta}$$

$$\beta + \frac{1}{3\beta} = \beta + \alpha = S = -\frac{b}{a} = -\frac{5}{3}$$

(مسئله ۱۷- معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۱ ۲ ۳ ۴

(امیرحوشنگ قمسه)

ابتدا مجموع و حاصل ضرب جواب‌های معادله‌ی داده شده را به دست می‌آوریم:

$$S = -\frac{b}{a} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{3}{2} \quad \text{و} \quad P = \frac{c}{a} \Rightarrow \alpha\beta = -2$$

حال، مجموع و حاصل ضرب جواب‌های معادله‌ی جدید را به دست می‌آوریم:

$$S' = \alpha\beta^3 + \beta\alpha^3 = \alpha\beta(\beta^2 + \alpha^2)$$

$$\Rightarrow S' = P(S^2 - 2P) = -2\left(\frac{9}{4} + 4\right) = -\frac{25}{2}$$

$$P' = (\alpha\beta^3)(\beta\alpha^3) = \alpha^4\beta^4 = P^4 = (-2)^4 = 16$$

$$\text{معادله‌ی جدید: } x^2 - S'x + P' = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{25}{2}x + 16 = 0$$

$$\xrightarrow{\times 2} 2x^2 + 25x + 32 = 0$$

(مسئله ۱۷- معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۱ ۲ ۳ ۴

یک شکل در صورتی خودمتشابه نامیده می‌شود که تمام قسمت‌های

شکل با کل شکل متشابه باشند.

(هندسه ۲- استرلال در هندسه - صفحه‌های ۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

توجه کنید که تعداد مربع‌ها در مراحل مختلف مطابق جدول زیر هستند:

مرحله	۱	۲	۳	...	n
تعداد مربع‌ها	۱	۸	۶۴	...	$۸^{n-۱}$

بنابراین:

$$\frac{\text{تعداد مربع‌ها در مرحله‌ی پنجم}}{\text{تعداد مربع‌ها در مرحله‌ی دوم}} = \frac{۸^{۵-۱}}{۸^{۲-۱}} = \frac{۸^۴}{۸^۱} = ۸^۳ = ۵۱۲$$

(هندسه ۲- استرلال در هندسه - صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

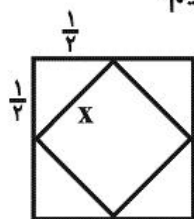
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

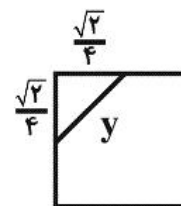
طول ضلع مربع دومی را x می‌گیریم و آن محاسبه می‌کنیم،



$$x^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

طول ضلع مربع سومی را y می‌گیریم و آن را محاسبه می‌کنیم.

$$y^2 = \frac{2}{16} + \frac{2}{16} = \frac{1}{4} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$$


 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

مجموع زاویه‌های داخلی یک n ضلعی محدب $(n-2)180^\circ$ و مجموع

زاویه‌های خارجی هر n ضلعی محدب مقدار ثابت 360° است.

$$(n-2)180^\circ = 4 \times 360^\circ \Rightarrow n = 10$$

تعداد قطرهای برابر است با:

$$\frac{n(n-3)}{2} = \frac{10 \times 7}{2} = 35$$

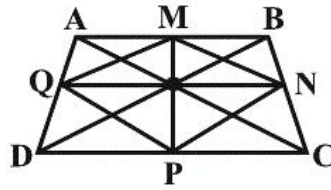
(هنرسه ۲ - استرالای در هنرسه - صفحه‌های ۹ و ۱۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



چون دوزنقه متساوی الساقین است پس دو قطر AC و BD برابرند لذا چهارضلعی $MNPQ$ لوزی است (چرا؟) و قطرهای لوزی، نیمساز زاویه‌های داخلی هستند پس برخورد این نیمسازها همان برخورد دو قطر است که یک نقطه است.

(هندسه ۲ - استرلال در هندسه - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۴

۳

۲

۱

(معمد ابراهیم گیتی زاده)

۱۴۶-

دو مثلث EOB و FOC متساوی الساقین هستند و چهارضلعی $AEOF$ متوازی الاضلاع است.

$$OE = BE = AB - AE \quad (*)$$

$$AE = OF \xrightarrow{(*)} OE = AB - OF \Rightarrow OE + OF = AB$$

(هندسه ۲ - استرلال در هندسه - تمرین ۱۰ - صفحه‌ی ۲۱)

۴

۳

۲

۱

(شروین سیاح‌نیا)

$$\left. \begin{array}{l} \Delta \text{ قضیه‌ی نیمسازها} \\ \text{AMC} \longrightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{AM}{MC} \\ \text{PQ} \parallel \text{BC} \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AP}{PC} = \frac{AQ}{BQ} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{AQ}{BQ}$$

$$\xrightarrow{\text{MB=MC}} \frac{AM}{MB} = \frac{AQ}{BQ} \xrightarrow{\text{عکس قضیه نیمسازها}} \text{MQ نیمساز است.}$$

MQ و MP نیمساز دو زاویه مجانب هستند و بنابراین زاویه بین

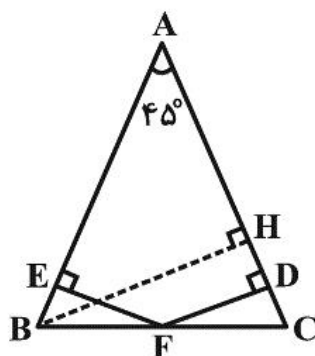
نیمسازهای این دو زاویه بر هم عمودند و $\widehat{PMQ} = 90^\circ$.

(هندسه ۲ - استرلال در هندسه - مشابه تمرین ۵، صفحه‌ی ۲۲)

- ۱ ۲ ۳ ۴

(رضا عباس‌اصل)

-۱۴۸



ارتفاع BH را رسم می‌کنیم، داریم:

$$\Delta ABH : \hat{A} : 45^\circ \Rightarrow BH = \frac{1}{\sqrt{2}} AB$$

$$\xrightarrow{AB=12} BH = \frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$$

از طرفی می‌دانیم: $FE + FD = BH$

$$FE + FD = 6\sqrt{2} \quad \text{پس:}$$

(هندسه ۲ - استرلال در هندسه - صفحه‌ی ۲۱)

- ۱ ۲ ۳ ۴

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} + \hat{C} = 2\hat{A} \\ \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180 \end{array} \right\} \Rightarrow 3\hat{A} = 180 \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$

چون \hat{C} ، کوچکترین زاویه است، پس $\hat{C} < 60^\circ$ و با توجه به این که

$$\hat{B} + \hat{C} = 120^\circ, \text{ پس } \hat{B} > 60^\circ \text{ و در نتیجه داریم: } \hat{B} > \hat{A} > \hat{C}$$

می‌دانیم در هر مثلث، ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی بزرگتر، بزرگتر از ضلع

$$\hat{B} > \hat{A} > \hat{C} \Rightarrow AC > BC > AB \text{، روبه‌رو به زاویه‌ی کوچک‌تر است،}$$

(هنر سه ۲ - استرلال در هنر سه - صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

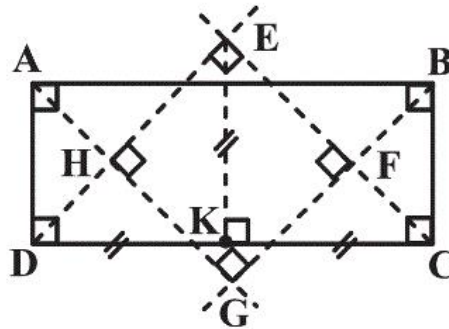
 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به شکل زیر، اگر E محل تلاقی نیمساز C و D باشد، آن گاه:



$$a > 2b \Rightarrow DC > 2BC \Rightarrow 2KC > 2BC \Rightarrow KC > BC$$

از آن جا که $KE = KC$ (مثلث KEC قائم الزاویه ی متساوی الساقین

است)، پس داریم:

$$KE > BC \Rightarrow E \text{ بیرون مستطیل است.}$$

به دلیل مشابه G نیز بیرون مستطیل می باشد.

(هنر سه ۲- استدلال در هنر سه- صفحه های ۱۱ و ۱۲)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، جبر و احتمال ، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

-۱۵۱

(علی نظریان)

قیاس در واقع همان یافتن نوعی مشابهت بین مفاهیم گوناگون است.

(فیرواحتمال - استدلال ریاضی - صفحه ی ۱)

۴

۳

۲

۱

-۱۵۲

(امیر حسین ابومصوب)

در گزینه ی «۳»، چون بر مبنای مجموعه ی محدودی از مشاهدات، نتیجه گیری شده است، پس استدلال استقرایی به کار رفته است. اما در سایر گزینه ها، موضوع از طریق یک دانش غریزی یا احساس بدون استدلال، یعنی در واقع از طریق شهود، قابل دستیابی بوده است.

(فیرواحتمال - استدلال ریاضی - صفحه های ۱ تا ۴)

۴

۳

۲

۱

-۱۵۳

(سیروید زوالفقاری)

فرد موردنظر از شباهت جمله‌ی «عدد $۲^۳$ از $۳^۲$ کوچک‌تر است» استفاده کرده و استدلال کرده است که a^b از b^a کوچک‌تر است که این استدلال یک استدلال تمثیلی است. ولی $۳^۴ = ۸۱$ بزرگ‌تر از $۴^۳ = ۶۴$ می‌باشد، پس استدلال نادرست است.

(پيرواهتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۱ و ۲)

۱ ۲ ۳ ۴

-۱۵۴

(سیرمسن فاطمی)

سؤال مطرح شده در واقع بیان اصل استقرا ریاضی است که ناقص بیان شده است و شروع استقراء مثلاً $P(۱)$ درست است در آن گفته نشده است که اگر شروع استقراء از $n = ۱$ بیان شده بود هر سه گزاره الف، ب و ج درست بودند ولی در این جا درستی هیچ کدام از عبارتهای $P(۱)$ ، $P(۲)$ و ... معلوم نیست. بنابراین گزاره‌های الف و ج درست نیستند و فقط گزاره ب درست است.

(پيرواهتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۱ و ۹)

۱ ۲ ۳ ۴

-۱۵۵

(معمومه گرانثی)

n	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
n!	۱	۲	۶	۲۴	۱۲۰	۷۲۰	۵۰۴۰
۳^n	۳	۹	۲۷	۸۱	۲۴۳	۷۲۹	۲۱۸۷

طبق جدول فوق، اولین بار به‌ازای $n = ۷$ داریم $۳^۷ > ۷!$ پس کوچک‌ترین مقدار m برابر ۷ است.

(پيرواهتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۱ ۲ ۳ ۴

-۱۵۶

(امیرحسین ابومحبوب)

$P(k) : ۱(۱!) + ۲(۲!) + \dots + k(k!) = (k+1)! - ۱$ فرض استقرا

$P(k+1) : ۱(۱!) + ۲(۲!) + \dots + k(k!) + (k+1)(k+1)!$
 $= (k+2)! - ۱$

بنابراین واضح است که برای رسیدن به طرف اول حکم، کافی است به طرفین فرض، عبارت $[(k+1)(k+1)!]$ را اضافه کنیم. داریم:

$(k+1)(k+1)! = [(k+2) - ۱](k+1)!$

$= (k+2)(k+1)! - (k+1)! = (k+2)! - (k+1)!$

(پيرواهتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۵ تا ۹)

۱ ۲ ۳ ۴

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$$

$$= \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

پس داریم:

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 19^3 + 20^3 = \left(\frac{20(21)}{2}\right)^2 = 210^2 = 44100$$

$$2^3 + 4^3 + 6^3 + 8^3 + 10^3 + 12^3 + 14^3 + 16^3 + 18^3 + 20^3$$

$$= 2^3(1^3 + 2^3 + \dots + 10^3) = 8\left(\frac{10(11)}{2}\right)^2 = 8 \times 55^2$$

$$= 8 \times 3025 = 24200$$

$$1^3 + 2^3 + \dots + 19^3 = 44100 - 24200 = 19900$$

بنابراین:

(پیرواحتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۵ و ۶)

۴

۳

۲

۱

-۱۵۸

(سروش موثینی)

$P(k)$: $k^3 + 5k$ ، مضرب ۶ است:

$P(k+1)$: $(k+1)^3 + 5(k+1)$ ، مضرب ۶ است:

$$P(k+1) - P(k) \Rightarrow (k+1)^3 + 5(k+1) - (k^3 + 5k) = 6q$$

$$k^3 + 3k^2 + 3k + 1 + 5k + 5 - k^3 - 5k = 6q$$

$$\Rightarrow 3k^2 + 3k + 6 = 6q$$

$$\Rightarrow 3k(k+1) + 6 = 6q \Rightarrow 3k(k+1) = 6(q-1) = 6q'$$

پس $3k(k+1)$ باید مضرب ۶ باشد، یعنی کافی است $k(k+1)$ مضرب ۲ باشد که این موضوع به خاطر متوالی بودن دو عدد k و $(k+1)$ بدیهی است.

(پیرواحتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌های ۵ تا ۹)

۴

۳

۲

۱

-۱۵۹

(سروش موثینی)

تا آخر دسته‌ی بیستم، $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 20^2$ یعنی به تعداد

$$\frac{20(21)(41)}{6} = 2870 \text{ عدد نوشته شده است.}$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \text{ یادآوری:}$$

(پیرواحتمال - استدلال ریاضی - صفحه‌ی ۱۱)

۴

۳

۲

۱

با توجه به فرض استقرا $(1 + \sqrt{3})^k \geq 1 + k\sqrt{3}$ و حکم $P(k)$ استقرا $(1 + \sqrt{3})^{k+1} \geq 1 + (k+1)\sqrt{3}$ برای این که از فرض به حکم برسیم باید طرفین فرض را در $(1 + \sqrt{3})$ ضرب کنیم پس داریم:

$$(1 + \sqrt{3})^k \geq 1 + k\sqrt{3} \xrightarrow{\times(1+\sqrt{3})}$$

$$(1 + \sqrt{3})^{k+1} \geq (1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3})$$

حال اگر نامساوی $(1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) \geq 1 + (k+1)\sqrt{3}$ برقرار باشد حکم اثبات می‌شود.

$$(1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) \geq 1 + (k+1)\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 1 + \sqrt{3} + k\sqrt{3} + 3k \geq 1 + k\sqrt{3} + \sqrt{3} \Rightarrow 3k \geq 0$$

با توجه به این که $k \geq 1$ ، پس رابطه‌ی اخیر بدیهی است.

(پیرواقتمال - استرلال ریاضی - صفحه‌های ۹ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، هندسه‌ی ۱، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

-۱۲۱

(ممدابراهیم گیتی‌زاده)

هر چهار ضلعی که دو قطر آن منصف یکدیگر باشند، متوازی‌الاضلاع است.

(هندسه ۱ - هندسه و استرلال - صفحه‌های ۳۱ تا ۳۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۲۲

(رضا عباسی اصل)

گزاره (الف) زمانی صحیح است که خم ساده و بسته باشد.

گزاره (ب) تعریف ناحیه غیرمحدب است.

در خم ساده ممکن است نقاط ابتدایی و انتهایی بر هم منطبق باشند، در این صورت خم، خود را قطع می‌کند. پس گزاره (ج) همواره درست نیست.

(هندسه ۱ - هندسه و استرلال - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(معمد ابراهیم گیتی زاده)

مجموعه دو زاویه مکمل 180° و مجموع دو زاویه متمم 90° است.

مکمل زاویه α برابر $(180^\circ - \alpha)$ و متمم آن $(90^\circ - \alpha)$ است.

$$\begin{cases} 90^\circ - \hat{B} = 180^\circ - \hat{C} \\ 180^\circ - \hat{A} = 2(90^\circ - \hat{B}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = 90^\circ + \hat{B} \\ \hat{A} = 2\hat{B} \end{cases}$$

از دو تساوی اخیر، واضح است که \hat{B} کوچک‌ترین زاویه مثلث

است و داریم:

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 2\hat{B} + \hat{B} + 90^\circ + \hat{B} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 4\hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \hat{B} = 22.5^\circ$$

(هندسه ۱- هندسه و استرلا - صفحه‌های ۹ و ۱۲)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

$$\Delta BCD: \frac{\hat{C}}{2} + \hat{C} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 5\hat{C} = 360^\circ \Rightarrow \hat{C} = 72^\circ, \hat{B} = 72^\circ$$

$$\hat{A} = 180^\circ - (72^\circ + 72^\circ) = 36^\circ$$

(هندسه ۱- هندسه و استرلا - صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

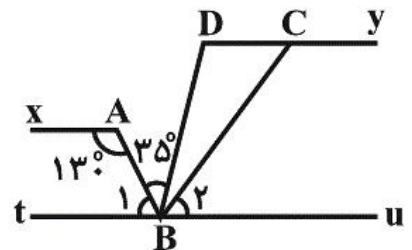
۱ ۲ ۳ ✓ ۴

(امیر حسین ابومقبوب)

اگر از نقطه B ، خطی به موازات Ax و Cy رسم کنیم، داریم:

$$\hat{B}_1 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$$\hat{DBt} = 50^\circ + 35^\circ = 85^\circ$$

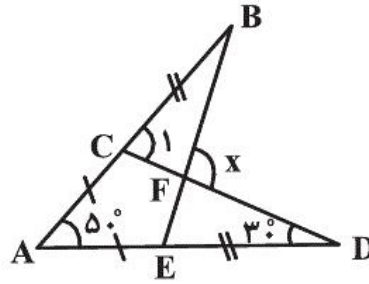


$$tu \parallel Dy \text{ و } BD \Rightarrow \hat{BDC} = \hat{DBt} = 85^\circ$$

(هندسه ۱- هندسه و استرلا - صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۱ ۲ ۳ ✓ ۴

(شروین سیاح‌نیا)



ابتدا نشان می‌دهیم که مثلث‌های

ACD و ABE هم‌نهشت‌اند:

$$\left. \begin{array}{l} AE = AC \\ \hat{A} = \hat{A} \\ AB = AD \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ABE \cong \triangle ACD \Rightarrow \hat{B} = \hat{D}$$

$$\triangle ACD \text{ زاویه‌ی خارجی } C_1 = \hat{A} + \hat{D} = 5^\circ + 3^\circ = 8^\circ$$

$$\triangle BCF \text{ زاویه‌ی خارجی } x = \hat{B} + \hat{C}_1 = \hat{D} + \hat{C}_1 = 3^\circ + 8^\circ = 11^\circ$$

(هندسه ۱- هندسه و استرلال- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴

۳

۲✓

۱

(ممدابراهیم گیتی‌زاده)

-۱۲۷

قطر AC عمود منصف قطر BD است، بنابراین، بی‌شمار نقطه روی

خط AC وجود دارند که از B و D به یک فاصله‌اند.

(هندسه ۱- هندسه و استرلال- مشابه تمرین ۷- صفحه‌ی ۲۴)

۴✓

۳

۲

۱

مثلث QTR، متساوی الساقین است، پس $Q\hat{T}R = Q\hat{R}T$ و

بنابراین مکمل‌های این دو زاویه برابرند، یعنی $Q\hat{T}P = T\hat{R}S$.

در نتیجه دو مثلث QTP و TRS به حالت (ض ض ض)

همنهشت هستند و $PQ = TS$.

$$QTS \text{ محیط مثلث} = QT + QS + TS = ۳QT + TS$$

$$QPR \text{ محیط مثلث} = QR + RP + PQ = QT + ۲TR + PQ$$

بنابراین قدرمطلق اختلاف محیط‌های این دو مثلث، برابر است

با $۲(QT - TR)$ که با توجه به داده‌های سؤال برابر ۲ می‌شود.

(هنرسه ۱ - هنرسه و استرلال - مشابه تمرین ۱۵، صفحه‌ی ۲۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$DF = DE \Rightarrow D\hat{F}E = D\hat{E}F = ۴۵^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle AED : D\hat{A}E = ۲۰^\circ \Rightarrow A\hat{E}D = ۷۰^\circ$$

$$A\hat{E}F = A\hat{E}D - D\hat{E}F = ۷۰^\circ - ۴۵^\circ = ۲۵^\circ$$

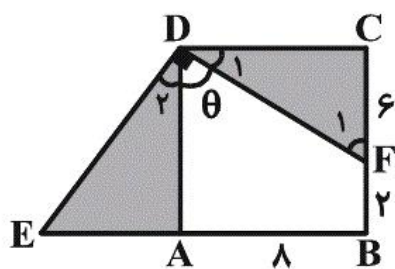
(هنرسه ۱ - هنرسه و استرلال - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



فرض کنیم $\widehat{ADF} = \theta$ ، داریم:

$$\left. \begin{aligned} \widehat{D}_\gamma + \theta &= 90^\circ \\ \widehat{D}_\lambda + \theta &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \widehat{D}_\lambda = \widehat{D}_\gamma$$

$$\Delta ADE \text{ و } \Delta CDF : \begin{cases} CD = AD \\ \widehat{D}_\lambda = \widehat{D}_\gamma \\ \widehat{A} = \widehat{C} = 90^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{(ز ض ز)}} \Delta ADE \cong \Delta CDF$$

$$\Rightarrow AE = CF \xrightarrow{CF=\epsilon} AE = \epsilon$$

(هندسه ۱ - هندسه و استرلا - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، حسابان-گواه ، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

-۸۱

(سراسری تهرانی-۱۹)

$$a_n = \frac{3}{2}n - 5 \Rightarrow a_1 = \frac{3}{2} - 5 \text{ و } a_{15} = \frac{3}{2} \times 15 - 5$$

می‌دانیم مجموع n جمله‌ی اول دنباله‌ی حسابی برابر با $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ است. پس:

$$S_{15} = \frac{15}{2}(a_1 + a_{15})$$

$$\Rightarrow S_{15} = \frac{15}{2} \left(\frac{3}{2} - 5 + \frac{3}{2} \times 15 - 5 \right) = \frac{15}{2} \times 14 = 15 \times 7 = 105$$

(حسابان - مقادیر، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲

۱

(سراسری ریاضی قارج از کشور - ۹۱)

اگر n عدد بین دو عدد a و b طوری قرار دهیم که این اعداد تشکیل

دنباله‌ی هندسی با قدر نسبت q دهند، داریم:

$$q^{n+1} = \frac{b}{a}$$

بنابراین در اینجا داریم:

$$q^{3+1} = \frac{324}{4} \Rightarrow q^4 = 81 \Rightarrow q = \pm 3$$

با توجه به اینکه جملات دنباله مثبت‌اند، $q = 3$ است. پس سه عدد انتخاب شده و اعداد ۴ و ۳۲۴ تشکیل یک دنباله‌ی هندسی پنج جمله‌ای با جمله‌ی اول ۴ و قدرنسبت ۳ می‌دهند. در نتیجه مجموع جملات آنها برابر است با:

$$S_5 = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{4(1-3^5)}{1-3} = 484$$

(مسئله - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲

۱

(کتاب آبی مسابان - صفحه‌ی ۱۴ - سؤال ۶۵)

باید شدت تابش ۹۹ درصد کاهش یابد بنابراین جمع کاهش شدت تابش‌ها باید کوچکتر یا مساوی ۹۹ درصد شدت تابش اولیه باشد بنابراین خواهیم داشت: (فرض کنیم n تعداد لایه و A شدت تابش اولیه باشد.)

$$\frac{A}{2} + \frac{A}{2^2} + \frac{A}{2^3} + \dots + \frac{A}{2^n} \geq \frac{99}{100}A$$

$$\xrightarrow{\div A} \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} \geq \frac{99}{100}$$

سمت چپ نامساوی فوق یک دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی اول $\frac{1}{2}$ و قدرنسبت $\frac{1}{2}$

است که مجموع آن از رابطه‌ی $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ محاسبه می‌شود.

$$\frac{\frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \right)}{1 - \frac{1}{2}} \geq \frac{99}{100} \Rightarrow 1 - \left(\frac{1}{2} \right)^n \geq \frac{99}{100} \Rightarrow \frac{1}{2^n} \geq \left(\frac{1}{2} \right)^n$$

$$\Rightarrow 100 \leq 2^n \Rightarrow n \geq 7 \Rightarrow \min(n) = 7$$

(مسئله - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌ی ۵ - مسأله‌ی ۵)

۴

۳

۲

۱

$$f(1) = -9 = 0 + a + b \Rightarrow a + b = -9 \quad (1)$$

$$f(-1) = -3 = 0 - a + b \Rightarrow b - a = -3 \quad (2)$$

از حل هم‌زمان معادلات (۱) و (۲)، $b = -6$ و $a = -3$ به دست می‌آید. بنابراین

$$R(x) = -3x - 6 \quad (\text{مسئله - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۶ تا ۸})$$

۴

۳

۲

۱

(آزمون کانون ریاضی - ۹۲)

$$f(x-1) = (x-9)Q(x)$$

با تبدیل $u = x-1$ ، داریم:

$$f(u) = (u-8)Q(u+1)$$

$$u = y^3 \Rightarrow f(y^3) = (y^3-8)Q(y^3+1)$$

$$\Rightarrow f(y^3) = (y-2)(y^2+2y+4)Q(y^3+1)$$

پس $f(y^3)$ به $y-2$ بخش پذیر است.

(مسئله - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۶ تا ۸)

۴

۳

۲

۱

۸۶-

(کتاب آبی مسابان - صفحه‌ی ۱۸ - سؤال ۹۸)

زمانی که سه زنگ با هم زنگ بزنند، در واقع همان ک.م.م سه عدد ۱۸،

۲۴ و ۳۲ است، پس: $۳۲ = ۲^۵$ و $۲۴ = ۲^۳ \times ۳$ و $۱۸ = ۲ \times ۳^۲$

$$\text{ک.م.م} = ۲^۵ \times ۳^۲ = ۳۲ \times ۹ = ۲۸۸$$

(مسابان - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌ی ۱۵ - مسأله‌ی ۱)

۴

۳

۲

۱

۸۷-

(سراسری تهرینی قارج از کشور - ۸۷)

جمله‌ی $(k+1)$ ام بسط عبارت است از:

$$\text{جمله‌ی } (k+1) \text{ ام} = \binom{۸}{k} ۱^{۸-k} \left(\frac{-x}{۲}\right)^k = \binom{۸}{k} \left(\frac{-۱}{۲}\right)^k (x)^k$$

برای جمله‌ی شامل $x^۳$ ، داریم: $x^k = x^۳ \Rightarrow k = ۳$

$$\text{جمله‌ی چهارم} = \binom{۸}{۳} (۱)^۵ \left(\frac{-x}{۲}\right)^۳ = \frac{۸!}{۳!۵!} \times \left(\frac{-۱}{۲}\right)^۳ x^۳ = -۷x^۳$$

(مسابان - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱

۸۸-

(سراسری ریاضی - ۶۸)

ابتدا مجموع ریشه‌ها و حاصل ضرب ریشه‌ها را می‌یابیم:

$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = ۲ + \sqrt{۴-a} + ۲ - \sqrt{۴-a} = ۴ \\ P = x_1 \cdot x_2 = (۲ + \sqrt{۴-a})(۲ - \sqrt{۴-a}) = a \end{cases}$$

معادله‌ی درجه دومی که مجموع جواب‌های آن S و حاصل ضرب

جواب‌های آن P است، به فرم زیر می‌باشد:

$$x^۲ - Sx + P = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۴x + a = ۰$$

(مسابان - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱

۸۹-

(سراسری ریاضی قارج از کشور - ۹۰)

با توجه به این که $\{\alpha^۲\beta, \alpha\beta^۲\}$ مجموعه‌ی جواب‌های معادله‌ی

$۸x^۲ + kx - ۱ = ۰$ هستند، برای محاسبه‌ی مقدار k کافی است

مجموع جواب‌ها را بیابیم:

$$S' = \frac{-b}{a} \Rightarrow \alpha^۲\beta + \alpha\beta^۲ = \frac{-k}{۸} \Rightarrow (\alpha\beta)(\alpha + \beta) = \frac{-k}{۸} (*)$$

اما از آن‌جا که α و β جواب‌های معادله‌ی $۲x^۲ - ۳x - ۱ = ۰$ هستند، بنابراین:

$$\alpha + \beta = \frac{-(-۳)}{۲} = \frac{۳}{۲}, \quad \alpha\beta = \frac{-۱}{۲}$$

$$\xrightarrow{(*)} -\frac{۱}{۲} \left(\frac{۳}{۲}\right) = \frac{-k}{۸} \Rightarrow k = ۶$$

پس:

(مسابان - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱

(سراسری ریاضی - ۷۳)

در معادله‌ی درجه‌ی دوم، اگر معادله دو جواب حقیقی داشته باشد،

$$(m+2)x^2 + 4x + (m-1) = 0 \quad \text{باید } \Delta \geq 0 \text{ باشد، پس:}$$

$$\Delta = 4^2 - 4(m+2)(m-1) \geq 0 \Rightarrow m^2 + m - 6 \leq 0$$

$$\Rightarrow (m+3)(m-2) \leq 0 \Rightarrow -3 \leq m \leq 2$$

(مسابقات - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

ریاضی، ریاضی ۲ - سوالات موازی، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

-۱۱۱

(بهرام طالبی)

$$a_3 = -a_1 \Rightarrow a_1 + 2d = -a_1 \Rightarrow a_1 = -d \quad (1)$$

$$a_5 = 9 \Rightarrow a_1 + 4d = 9 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow a_1 = -3, d = 3 \Rightarrow a_4 = -3 + (4-1) \times 3 = 6$$

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله - صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۱۱۲

(مهری ملارمضانی)

اگر عدد موردنظر را x فرض کنیم، داریم:

$$1+x, 9+x, 33+x$$

$$\Rightarrow (9+x)^2 = (1+x)(33+x) \Rightarrow 81+x^2+18x = 33+x+33x+x^2$$

$$\Rightarrow 81+18x-33-34x=0 \Rightarrow -16x=-48 \Rightarrow x=3$$

عددهای موردنظر: ۴, ۱۲, ۳۶

(ریاضی ۲ - الگو و دنباله - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(معمومه گرائی)

$$z, y, x \Rightarrow y^2 = xz \text{ جملات متوالی دنباله‌ی هندسی}$$

$$z, y, x \Rightarrow y = \frac{x+z}{2} \text{ جملات متوالی دنباله‌ی حسابی}$$

$$\begin{aligned} y = \frac{x+z}{2} &\Rightarrow y^2 = \frac{x^2 + 2xz + z^2}{4} \\ &= \frac{x^2 + 2y^2 + z^2}{4} = \frac{1}{2}y^2 + \frac{x^2 + z^2}{4} \\ &\Rightarrow y^2 - \frac{1}{2}y^2 = \frac{x^2 + z^2}{4} \Rightarrow \frac{y^2}{2} = \frac{x^2 + z^2}{4} \\ &\Rightarrow y^2 = \frac{x^2 + z^2}{2} \xrightarrow{y^2 = xz} xz = \frac{x^2 + z^2}{2} \\ &\Rightarrow (x-z)^2 = 0 \Rightarrow x = z \\ &\Rightarrow y = \frac{x+z}{2} = \frac{x+x}{2} = x \Rightarrow x = y = z \end{aligned}$$

نکته:

دنباله‌ی ثابت هم دنباله‌ی حسابی ($d=0$) و هم دنباله‌ی هندسی ($q=1$) است.

(ریاضی ۲- الگو و دنباله - صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

۴

۳

۲

۱✓

(عمید زرین‌کفش)

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» صحیح می‌باشند. دلیل نادرستی گزینه‌ی

«۳» به صورت زیر است:

جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی هندسی: $a_n = aq^{n-1}$

$$a_1 = a \text{ و } a_2 = aq \text{ و } a_3 = aq^2$$

$$\Rightarrow a'_1 = a + p \text{ و } a'_2 = aq + p \text{ و } a'_3 = aq^2 + p$$

$$\Rightarrow \frac{a'_2}{a'_1} = \frac{aq + p}{a + p} \neq \frac{a'_3}{a'_2} = \frac{aq^2 + p}{aq + p}$$

پس دنباله‌ی حاصل، هندسی نیست.

(ریاضی ۲- الگو و دنباله - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

۴

۳✓

۲

۱

(ممدعلی مرتضوی)

چون رابطه، تابع است و $\left\{ \begin{array}{l} (1, a(\sqrt{6}-\sqrt{3})) \in f \\ (1, 2) \in f \end{array} \right.$ ، بنابراین:

$$a^{\sqrt{6}-\sqrt{3}} = 2 \xrightarrow{\text{طرفین به توان } \sqrt{6}+\sqrt{3}} a^{6-3} = 2^{\sqrt{6}+\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow a = 2^{\frac{(\sqrt{6}+\sqrt{3})}{3}} \Rightarrow a = 2^{\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{1}{3}}}$$

(ریاضی ۲- تابع - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۴✓

۳

۲

۱

(ایمان پینی فروشان)

طول شمع (y) را می‌توان تابعی از زمان (t) در نظر گرفت. می‌توان نشان داد که این تابع خطی است.

$$y = at + b$$

طول شمع بعد از یک دقیقه به $19/8 \text{ cm}$ می‌رسد. پس نقاط $(0, 20)$ و $(1, 19/8)$ در ضابطه‌ی تابع صدق می‌کنند.

$$\Rightarrow 20 = a \times 0 + b \Rightarrow b = 20$$

$$\Rightarrow y = at + 20 \xrightarrow{(1, 19/8)} 19/8 = a \times 1 + 20$$

$$\Rightarrow a = -0/2 \Rightarrow y = -0/2t + 20: \text{ ضابطه‌ی تابع}$$

$$y = 8/2 \Rightarrow 8/2 = -0/2t + 20 \Rightarrow t = \frac{11/8}{0/2} = 59 \text{ دقیقه}$$

(ریاضی ۲- تابع - صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۴

۳

۲✓

۱

(مهوری ملارمفانی)

$$\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2^2 + 2 \times 2 \times \sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5} + 2)^2}$$

$$= |\sqrt{5} + 2| = \sqrt{5} + 2$$

$$\sqrt{9 - 4\sqrt{5}} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2^2 - 2 \times 2 \times \sqrt{5}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{5} - 2)^2} = |\sqrt{5} - 2| = \sqrt{5} - 2$$

$$(\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} + \sqrt{9 - 4\sqrt{5}})^{\frac{1}{2}} = (\sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} - 2)^{\frac{1}{2}}$$

$$= (2\sqrt{5})^{\frac{1}{2}} = (\sqrt{20})^{\frac{1}{2}} = 2.4$$

(ریاضی ۲- الگو و دنباله - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۴

۳

۲

۱✓

(مهوری ملارمفانی)

$$2\sqrt{2} = \sqrt{2^2 \times 2} = \sqrt{2^3}$$

$$\sqrt[3]{2\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{2^3}} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$$

$$\sqrt{\sqrt{2} \times \sqrt[3]{2\sqrt{2}}} = \sqrt{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$(\sqrt{\sqrt{2} \times \sqrt[3]{2\sqrt{2}}})^{-\frac{1}{2}} = (\sqrt{2})^{-\frac{1}{2}} = (2^{\frac{1}{2}})^{-\frac{1}{2}} = 2^{-\frac{1}{4}}$$

(ریاضی ۲- الگو و دنباله - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۴

۳✓

۲

۱

(مهمرب بفرایی)

$$\begin{cases} (5, 3a^2) \in \mathbb{R} \\ (5, a^2 + 2) \in \mathbb{R} \end{cases} \Rightarrow 3a^2 = a^2 + 2 \Rightarrow a^2 = 1 \Rightarrow a = \pm 1$$

$a = 1 \Rightarrow \mathbb{R} = \{(1, 2), (5, 3), (1, \sqrt{2})\}$ تابع نیست.

$a = -1 \Rightarrow \mathbb{R} = \{(-3, 2), (5, 3), (1, \sqrt{2})\}$ تابع هست.

تنها مقدار قابل قبول برای a برابر با -۱ است.

(ریاضی ۲- تابع - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۴

۳

۲✓

۱

۱۲۰-

(نرنا میرآفورلو)

معادله‌ی سوددهی کارگاه را به کمک دو نقطه‌ی محل برخورد نمودار سوددهی با محور x ها و y ها به دست آورده‌ایم.

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ -5000 \end{pmatrix} \text{ و } B = \begin{pmatrix} 10000 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - (-5000)}{10000 - 0} = 5$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \xrightarrow{\text{نقطه‌ی } m=5, B} y - 0 = 5(x - 10000)$$

$$\Rightarrow y = 5x - 50000$$

پس، سود کارگاه تولیدی از معادله‌ی $y = 5x - 50000$ به دست می‌آید. حال در معادله به جای x که وزن رنگ‌های تولید شده است عدد 100000 را قرار می‌دهیم:

$$y = 5x - 50000 \xrightarrow{x=100000}$$

$$y = (5 \times 100000) - 50000 = 495000 \text{ سود شرکت}$$

(ریاضی ۲- تابع - صفحه‌های ۳۷ تا ۴۰)

۴

۳

۲

۱

ریاضی ، هندسه‌ی ۱- سوالات موازی ، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

۱۳۱-

(مسن ربیبی)

خم ساده، هیچ‌یک از نقاط خود را قطع نمی‌کند مگر در حالتی که نقاط

انتهایی به هم برسند. در ضمن نباید برای رسم خم ساده، قلم از نقطه‌ای

دو بار عبور کند و هم‌چنین نباید قلم از روی کاغذ برداشته شود.

(هندسه ۱- هندسه و استرلال- صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴

۳

۲

۱

۱۳۲-

(امیرمسین ابومحبوب)

در متوازی‌الاضلاع، زوایای مقابل، برابر یکدیگرند.

(هندسه ۱- هندسه و استرلال- مشابه تمرین ۶- صفحه‌ی ۳۵)

۴

۳

۲

۱

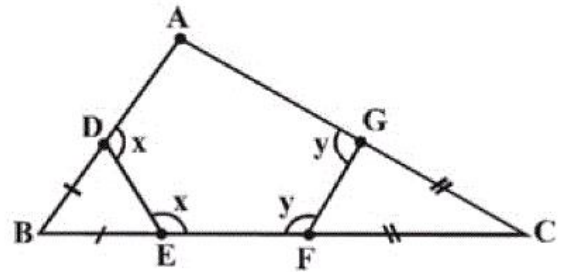
پنج ضلعی محدب ADEFG را در نظر می‌گیریم، با توجه به این که

مجموع زاویه‌های داخلی هر پنج ضلعی محدب برابر $3 \times 180^\circ = 540^\circ$

است، اندازه‌ی زاویه‌ی A برابر می‌شود با:

$$\hat{A} = 540^\circ - 2(x + y) = 540^\circ - 2(212^\circ)$$

$$= 540^\circ - 424^\circ = 116^\circ$$



(هنرسه ۱- هنرسه و استرلال- صفحه‌ی ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(امیرحسین ابومحبوب)

-۱۳۴

$$(180^\circ - x) + (180^\circ - y) = 140^\circ \Rightarrow x + y = 220^\circ$$

$$\begin{cases} x + y = 220^\circ \\ x - y = 20^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 120^\circ \\ y = 100^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{100^\circ}{120^\circ} = \frac{5}{6}$$

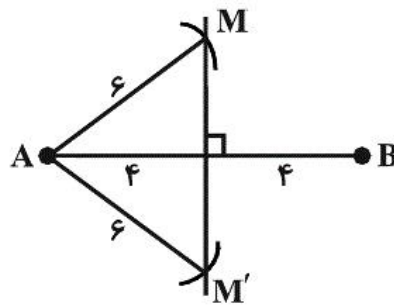
(هنرسه ۱- هنرسه و استرلال- صفحه‌های ۱۰، ۱۳ و ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱



مکان هندسی نقطه‌ای که از دو سر یک پاره‌خط به یک فاصله است، عمود منصف آن پاره‌خط است. اما روی این عمود منصف، دو نقطه وجود دارد که از A و B به فاصله‌ی ۶ قرار دارد؛ زیرا

$$۶ > \frac{۸}{۲} = ۴ \text{ است.}$$

(هنرسه ۱ - هنرسه و استرلال - فعالیت ۱ - ا، صفحه‌ی ۴)

۴

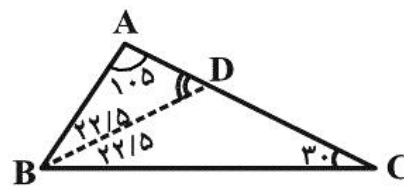
۳

۲

۱

(سروش موئینی)

$$۷x + ۳x + ۲x = ۱۲x = ۱۸۰^\circ \Rightarrow x = ۱۵^\circ$$



پس زاویه‌ی متوسط $3x = 45^\circ$ است.

$$\widehat{BDA} = ۱۸۰^\circ - (۱۰۵^\circ + ۲۲/۵^\circ)$$

$$= ۱۸۰^\circ - ۱۲۷/۵^\circ = ۵۲/۵^\circ$$

(هنرسه ۱ - هنرسه و استرلال - صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

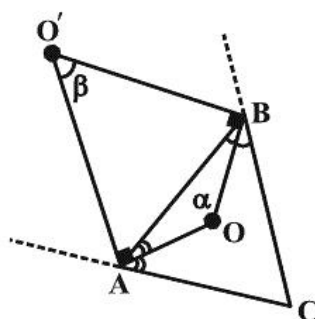
۴

۳

۲

۱

در شکل روبه‌رو O نقطه تلاقی نیمسازهای دو زاویه داخلی A و B و O' نقطه تلاقی نیمسازهای خارجی این دو زاویه است. نیمسازهای داخلی و خارجی هر زاویه بر هم عمودند، پس $\widehat{OAO'} = \widehat{OBO'} = 90^\circ$. در چهارضلعی $OAO'B$ مجموع دو زاویه 180° است و چون مجموع زاویه‌های داخلی هر چهارضلعی برابر 360°



است، در نتیجه $\alpha + \beta = 180^\circ$.

(هندسه ۱ - هندسه و استرلا - صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

از تساوی $\widehat{OBA} = \widehat{OEF}$ می‌توان نتیجه گرفت که $\widehat{OBC} = \widehat{OED}$.

بنابراین در گزینه‌ی «۱» دو مثلث به حالت دو زاویه و ضلع بین با

یکدیگر همنهشت هستند. همچنین تساوی $\widehat{COB} = \widehat{EOD}$ ، منجر به

تساوی $\widehat{OCB} = \widehat{ODE}$ می‌شود که همان گزینه‌ی «۱» می‌باشد. در

حالی که $OB = OE$ باشد، دو مثلث به حالت دو ضلع و زاویه‌ی بین،

همنهشت هستند.

(هندسه ۱- هندسه و استدلال- مشابه مثال ۱۲- صفحه‌ی ۱۹)

۴

۳

۲

۱

(مهرداد ملونری)

-۱۳۹

با توجه به شکل و مفروضات مسأله داریم:

$$\triangle ABD: 90^\circ + 2\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

$$\widehat{B} = 110^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 110^\circ \xrightarrow{\alpha = 45^\circ} \beta = 65^\circ$$

$$\triangle BCD: 2\beta + \theta = 180^\circ \xrightarrow{\beta = 65^\circ} \theta = 50^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{ADC} = \alpha + \theta = 45^\circ + 50^\circ = 95^\circ$$

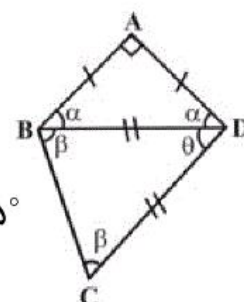
(هندسه ۱- هندسه و استدلال- صفحه‌های ۱۱ و ۲۲)

۴

۳

۲

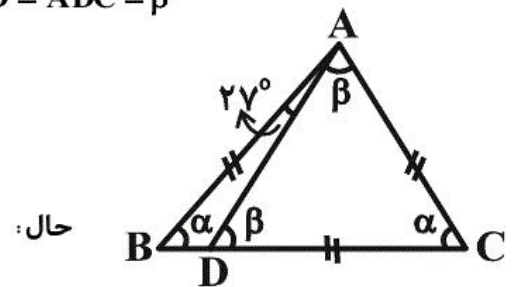
۱



(رضا عباسی اصل)

$$\triangle ABC : AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = \alpha$$

$$\triangle ACD : CA = CD \Rightarrow \hat{CAD} = \hat{ADC} = \beta$$



$$\triangle ABD \text{ زاویه خارجی } \hat{ADC} \Rightarrow \beta = \alpha + 2\gamma^\circ$$

$$\triangle ADC : \alpha + 2\beta = 180^\circ \xrightarrow{\beta = \alpha + 2\gamma^\circ} \alpha + 2(\alpha + 2\gamma^\circ) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 42^\circ$$

(هندسه ۱ - هندسه و استدلال - صفحه‌های ۱۱، ۱۴ و ۲۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، ریاضی ۲-گواه ، - ۱۳۹۵۰۵۰۱

(کتاب آبی ریاضی ۲- صفحه‌ی ۹- سؤال ۲)

-۱۰۱

$$a_{3n+1} = \frac{n^2}{2n+3}, \quad 3n+1=7 \Rightarrow 3n=6 \Rightarrow n=2$$

$$a_7 = a_{3 \times 2 + 1} = \frac{2^2}{2 \times 2 + 3} = \frac{4}{4+3} = \frac{4}{7}$$

(ریاضی ۲- الگو و دنباله- صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۰۲

(سراسری ریاضی - ۸۴)

نکته: شرط این که a, b, c سه جمله‌ی متوالی یک دنباله‌ی حسابی باشند، آن است که $2b = a + c$ باشد.

$$2(3P + 4) = (2P + 3) + (\Delta P - 1) \quad \text{بنابراین در این سؤال:}$$

$$\Rightarrow 6P + 8 = 7P + 2 \Rightarrow P = 6 \Rightarrow \text{جملات دنباله: } 15, 22, 29$$

$$\Rightarrow d = 22 - 15 \Rightarrow d = 7$$

(ریاضی ۲- الگو و دنباله- صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۱۰۳

(سراسری تهرانی خارج از کشور - ۹۲)

$$a_2, 2a_5, a_8$$

$$2a_5 = \frac{a_2 + a_8}{2} \quad \text{سه جمله‌ی متوالی دنباله‌ی حسابی‌اند، پس:}$$

$$\Rightarrow 2a_1 q^4 = \frac{a_1 q + a_1 q^7}{2} \Rightarrow 4q^3 = 1 + q^6$$

$$\Rightarrow q^6 - 4q^3 + 1 = 0 \xrightarrow{q^3 = t} t^2 - 4t + 1 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2} = 2 \pm \sqrt{3} \Rightarrow q^3 = 2 \pm \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow q = \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}} \quad \text{و} \quad q = \sqrt[3]{2 - \sqrt{3}}$$

با فرض صعودی بودن دنباله، جمله‌ی هشتم بزرگترین جمله است و در

نتیجه $q = \sqrt[3]{2 + \sqrt{3}}$ ، پس:

$$\frac{a_8}{a_2} = \frac{a_1 q^7}{a_1 q} = q^6 = (2 + \sqrt{3})^2 = 7 + 4\sqrt{3}$$

(ریاضی ۲- الگو و دنباله- صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۱۰۴

(کتاب آبی ریاضی ۲- صفحه‌ی ۲۱- سؤال ۱۲۳)

ابتدا مقدار ۴ را از جملات دنباله کم می‌کنیم، داریم:

$$4/0.5 - 4, 4/0.05 - 4, 4/0.005 - 4, \dots$$

$$0/0.5, 0/0.05, 0/0.005, \dots$$

$$\Rightarrow a_n = 0/0.5 \left(\frac{1}{10}\right)^{n-1}$$

جملات دنباله‌ی a_n در نهایت به عدد صفر نزدیک می‌شوند، پس

جملات دنباله‌ی اصلی به عدد ۴ نزدیک می‌شوند.

(ریاضی ۲- الگو و دنباله- صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۱۰۵

(آزاد تهرانی - ۷۱)

چون $-x$ ، زیر رادیکال با فرجه‌ی زوج است، پس $-x \geq 0$. در نتیجه:

$$-x\sqrt{-x} = \sqrt{(-x)(-x)^2} = \sqrt{(-x)^3} = \sqrt{-x^3}$$

(ریاضی ۲- الگو و دنباله - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۰۶

(کتاب آبی ریاضی ۲- صفحه‌ی ۲۵- سؤال ۱۵۴)

$$\frac{\sqrt[4]{3^3} \times \sqrt{\sqrt{27}}}{\sqrt[6]{3^5}} = \frac{(3^{\frac{3}{4}})^2}{\frac{5}{3^6}} = \frac{3^{\frac{3}{2}}}{\frac{5}{3^6}} = 3^{\frac{3}{2} - \frac{5}{6}}$$

$$= 3^{\frac{8}{6}} = 3^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{9}$$

(ریاضی ۲- الگو و دنباله - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۰۷

(سراسری ریاضی - ۹۳)

راه حل اول:

$$(\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3})^2 \sqrt[3]{2^2} = (\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3}) \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{4 - 2\sqrt{3}} + \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2}$$

$$= \sqrt{3} - 1 + \sqrt{3} + 1 = 2\sqrt{3}$$

راه حل دوم: عبارت $X = (\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3})^2 \sqrt[3]{2^2}$ را در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$X^2 = (\sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3})^2 (\sqrt[3]{2^2})^2$$

$$= (2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} + 2\sqrt{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})})^2 \sqrt[3]{8}$$

$$\Rightarrow X^2 = (4 + 2\sqrt{4 - 3}) \times 2 = 12 \Rightarrow X = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

(ریاضی ۲- الگو و دنباله - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۰۸

(کتاب آبی ریاضی ۲- صفحه‌ی ۲۳- سؤال ۱۹۳)

شرط تابع بودن نمودارهای ون این است که از هر عضو در مجموعه‌ی اول تنها یک پیکان خارج شود.

در گزینه‌ی «۳» از عدد ۳ دو پیکان خارج شده است که با مفهوم تابع بودن در تضاد است، پس گزینه‌ی «۳» تابع نمی‌باشد.

(ریاضی ۲- تابع - صفحه‌های ۲۹ تا ۳۴)

۴

۳✓

۲

۱

با توجه به تعریف تابع، می توان نوشت:

$$\begin{cases} (1, 2) \in f \\ (1, a-1) \in f \end{cases} \Rightarrow a-1=2 \Rightarrow a=3 \\ \Rightarrow f = \{(1, 2), (3, 2b+1), (3, 5)\}$$

$$\begin{cases} (3, 5) \in f \\ (3, 2b+1) \in f \end{cases} \Rightarrow 2b+1=5 \Rightarrow b=2 \\ \Rightarrow f = \{(1, 2), (3, 5)\} \Rightarrow R_f = \{2, 5\}$$

(ریاضی ۲- تابع - صفحه های ۲۹ تا ۳۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(کتاب آبی ریاضی ۲- صفحه ۳۴- سؤال ۲۱۱)

-۱۱۰

ماکزیمم ارتفاع پرواز ۵ هزار متر است، پس نصف آن ۲/۵ هزار متر است که در بازه ی پاره خط BC قرار می گیرد، لذا باید معادله ی خط BC را بیابیم، نقاط (۶, ۲) و (۱۰, ۵) متعلق به این خط است:

$$m_{BC} = \frac{5-2}{10-6} = \frac{3}{4} \Rightarrow y-2 = \frac{3}{4}(x-6)$$

$$\Rightarrow y = \frac{3}{4}x - 2/5, 6 \leq x \leq 10$$

پس اگر $y = 2/5$ باشد، آنگاه:

$$2/5 = \frac{3}{4}x - 2/5 \Rightarrow x = 5 \times \frac{4}{3} = \frac{20}{3} \text{ دقیقه}$$

(ریاضی ۲- تابع - صفحه های ۳۷ تا ۴۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱