



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضیات ، - ۱۳۹۵۰۴۱۸

۱۰۱- جملات دنباله ی $2^0/2^1, 2^0/2^1, 2^0/2^1, 2^0/2^1, \dots$ به عدد A نزدیک می‌شوند. A^{66} عددی چند رقمی است؟

- (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- اگر $a=2$ و $b=5$ باشد، حاصل \log_{25}^2 کدام است؟

- (۱) $\frac{2a+b}{2b-a+1}$ (۲) $\frac{2a+b}{2b+a+1}$
(۳) $\frac{2a-b}{2b+a-1}$ (۴) $\frac{2a-b}{2a-b+1}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- اگر دو کارگر ساختمانی با هم دیواری را بچینند، ۸ ساعت نسبت به حالتی که کارگر دوم به تنهایی کار کند، زودتر چیده می‌شود و اگر کارگر اول به تنهایی کار کند، ۱۰ ساعت نسبت به حالتی که کارگر دوم به تنهایی کار کند، دیرتر دیوار را می‌چیند. زمان چیدن دیوار توسط کارگر اول چند ساعت است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۱۲ (۳) ۲۰ (۴) ۳۰

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- از هر یک از شهرهای تهران، مشهد، اصفهان و تبریز ۵ نفر در یک جمع حضور دارند. به چند طریق می‌توان ۳ نفر از بین این افراد انتخاب کرد، طوری که ۲ نفر آن‌ها از یک شهر و نفر سوم از شهر دیگری باشد؟

- (۱) ۷۵۰ (۲) ۶۰۰ (۳) ۵۰۰ (۴) ۴۵۰

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- باقی‌مانده ی تقسیم چند جمله‌ای $P(x)$ بر $x^2 - 3x + 2$ برابر با $-2x + 3$ است. خارج قسمت تقسیم $P(P(x) + x)$ بر $x - 2$ به ازای $x=1$ چقدر است؟

- (۱) -۲ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر $g(x) = [x]$ و $f(x) = \sqrt{x-1} - \sqrt{8-x}$ باشد، آن‌گاه دامنه ی fog کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) [۱,۹] (۲) [۵,۹] (۳) [۱,۸] (۴) [۱,۹]

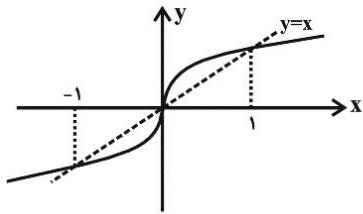
شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- تابع دو ضابطه‌ای $y = \begin{cases} x^2 - ax + b & ; x \leq 3 \\ -\sqrt{x+1} & ; x > 3 \end{cases}$ یک به یک است. حداقل مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- نمودار زیر تابع f را نمایش می‌دهد. دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{1 - \frac{f(x)}{f^{-1}(x)}}$ کدام است؟



(۱) $[-1, 1]$

(۲) $\{-1, 1\}$

(۳) $(-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

(۴) $[-1, 0) \cup (0, 1]$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- معادله‌ی $\frac{3 \cos^2 x - \sin^2 x}{2 \cos x} = \frac{1}{\sin 2x}$ چند جواب در بازه‌ی $[0, 2\pi]$ دارد؟

(۴) ۶

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- حاصل عبارت $A = 2 \sin^2\left(\frac{1}{3} \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)\right) + 2 \cos^2\left(\frac{1}{4} \cos^{-1}\left(\frac{1}{4}\right)\right)$ کدام است؟

(۴) $\frac{27}{12}$

(۳) $\frac{25}{12}$

(۲) $\frac{23}{12}$

(۱) $\frac{21}{12}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- بزرگترین بازه‌ای که نمودار تابع $y = (x-1)^2$ پایین‌تر از تابع $y = |x+1| - 2x + 2$ قرار می‌گیرد، یک همسایگی متقارن به

مرکز a و شعاع r است. $a + 5r$ کدام است؟

(۴) ۹

(۳) ۸

(۲) $\frac{17}{2}$

(۱) $\frac{15}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر $f(x) = [\cos x]$ ، $a_n = \{2\pi - \frac{3}{n}\}$ و $b_n = \{\pi + \frac{2}{n}\}$ باشند، در این صورت دنباله‌ی $\{f(\frac{a_n + b_n}{2})\}$ همگرا به چه عددی

است؟ ($[]$ ، علامت جزء صحیح است.)

(۴) واگرا است.

(۳) صفر

(۲) -۱

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{\sin^3 x - 1}{\sin^3 x + 1}$ کدام است؟

(۴) -۹

(۳) ۹

(۲) -۳

(۱) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- تعداد مجانب‌های تابع $y = \frac{x^2 - \sqrt{x} + 1}{x - \sqrt{x}}$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر $f(x) = (x^2 - 3x + 2)\sqrt[3]{x^2 + 2x + 5}$ باشد، حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-2h)}{h}$ کدام است؟

(۴) -۶

(۳) -۳

(۲) -۲

(۱) -۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- از مبدأ مختصات دو مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{2x - |x|}{x+1}$ رسم شده است. اندازه‌ی زاویه‌ی بین آن‌ها کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\tan^{-1}(2)$ (۳) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ (۴) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- اگر f تابعی فرد و مشتق‌پذیر باشد و معادله‌ی خط مماس در نقطه‌ای به طول ۲ واقع بر آن $y = 12x - 16$ باشد، آن‌گاه شیب

خط قائم بر معکوس تابع f در نقطه‌ای به عرض -2 واقع بر آن کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{12}$ (۲) -12 (۳) 12 (۴) $-\frac{1}{12}$

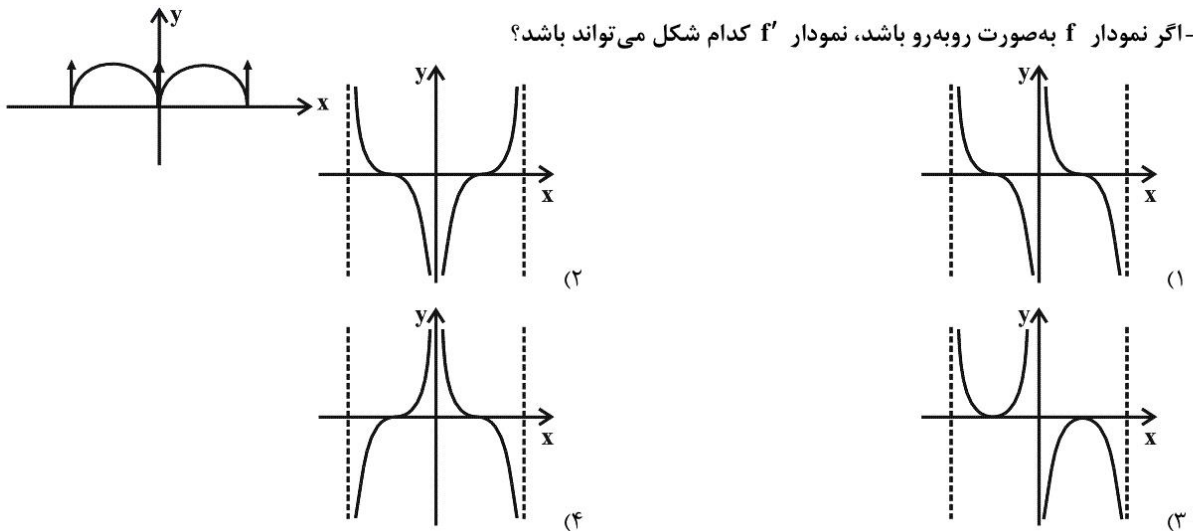
شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- مجموع مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم مطلق تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & ; -1 \leq x < 4 \\ \sqrt{x} & ; 4 \leq x \leq 10 \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) $5 + \sqrt{10}$ (۲) صفر (۳) 1 (۴) 7

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- اگر نمودار f به صورت روبه‌رو باشد، نمودار f' کدام شکل می‌تواند باشد؟



شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- به ازای چند مقدار صحیح m ، مینیمم نسبی تابع $f(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 + mx$ در بازه‌ی $(0, 1)$ قرار دارد؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4

شما پاسخ نداده اید

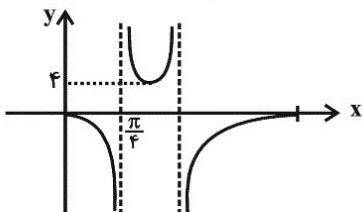
۱۲۱- طول از مبدأ خط‌گذرنده از نقطه‌ی $(0, 2)$ با سرعت 0.5 واحد بر ثانیه در حال افزایش است. در لحظه‌ای که طول از مبدأ آن

برابر یک شود، زاویه‌ی بین خط و جهت مثبت محور طول‌ها با چه سرعتی تغییر می‌کند؟

- (۱) 0.12 (۲) 0.16 (۳) 0.18 (۴) 0.20

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{a \tan^2 x + b}{c \tan x + 1}$ در یک دوره تناوب به صورت زیر است. $a + c$ کدام است؟



- (۱) -۴
- (۲) -۱
- (۳) -۲
- (۴) -۳

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- مقدار متوسط تابع $f(x) = x^2$ روی بازه‌ی $[1, a]$ برابر ۷ است، a کدام است؟

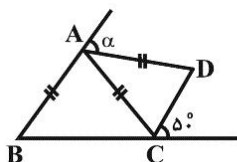
- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۵
- (۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- حاصل $A = \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \sin x} dx$ کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

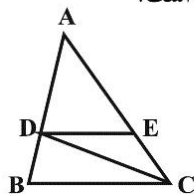


۱۲۵- در شکل روبه‌رو $AB = AC = AD$ است. مقدار α کدام است؟

- (۱) 60°
- (۲) 70°
- (۳) 80°
- (۴) 90°

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- در شکل زیر $DE \parallel BC$ ، $S_{DEC} = 9$ و $S_{BDC} = 12$ است. مساحت مثلث ADE کدام است؟



- (۱) ۲۷
- (۲) ۲۵
- (۳) ۲۴
- (۴) ۲۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- مساحت جانبی یک منشور مثلثی منتظم، $2\sqrt{3}$ برابر مساحت قاعده‌ی آن است. اگر مجموع ارتفاع منشور و یال قاعده‌ی آن، مساوی ۹ واحد باشد. حجم منشور کدام است؟

- (۱) $42\sqrt{3}$
- (۲) $36\sqrt{3}$
- (۳) $27\sqrt{3}$
- (۴) $18\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- مثلث ABC متساوی‌الساقین است ($AB = AC$). از نقطه‌ی دلخواه P روی امتداد قاعده‌ی BC، عمود PH را در نقطه‌ی H

بر ضلع AB و عمود PH' را در نقطه‌ی H' بر امتداد AC رسم می‌کنیم. اگر $AB = 6\sqrt{2}$ و $BC = 4\sqrt{6}$ ، حاصل $|PH - PH'|$ برابر کدام است؟

- (۱) $8\sqrt{3}$
- (۲) ۸
- (۳) $4\sqrt{3}$
- (۴) ۶

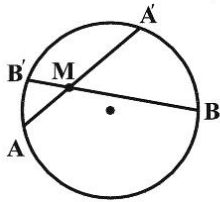
شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- اگر طول مماس مشترک خارجی دو دایره $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ برابر $2\sqrt{RR'}$ باشد، دو دایره C و C' چند مماس مشترک دارند؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- در شکل زیر نقاط A و B دو سر قطری از دایره‌اند و دو پاره خط AA' و BB' وترهایی از دایره هستند. اگر AM = ۵،



MA' = ۶، MB' = x و BM = ۱۰، آن‌گاه تفاضل اندازه‌ی مربعات وترهای AB' و A'B برابر کدام است؟

- (۱) ۳۰
(۲) ۳۶
(۳) ۴۵
(۴) ۴۸

شما پاسخ نداده اید

۱۳۱- اگر نقاط A' و A''، مجانس‌های نقطه‌ی A به مرکز O و به ترتیب با نسبت‌های k_۱ و k_۲ باشند، آن‌گاه در صورتی که نقطه‌ی

A'، مجانس نقطه‌ی A'' به مرکز A باشد، نسبت تجانس کدام است؟ (k_۲ > k_۱ > ۱)

$$\frac{k_1 - 1}{k_2 - 1} \quad (۲) \qquad \frac{k_1}{k_2} \quad (۱)$$

$$\frac{k_1 + 1}{k_2 + 1} \quad (۳) \qquad (۴) \text{ نمی‌تواند مجانس } A'' \text{ باشد.}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- دو نقطه‌ی A و B و خط d، غیرواحد بر یک صفحه مفروضند و نقطه‌ی دلخواه C روی خط d جابه‌جا می‌شود. مکان هندسی

نقطه‌ی هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC کدام است؟

- (۱) یک خط (۲) دو خط (۳) یک صفحه (۴) دو صفحه

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- بر روی دو بردار a = (۴, -۱, ۴) و b = (۲, ۴, ۶)، یک متوازی‌الاضلاع ساخته‌ایم. کدام یک از بردارهای زیر، ارتفاع وارد بر ضلع

b است؟

- (۱) (۲, ۲, -۲) (۲) (-۱, -۴, ۳)
(۳) (۳, -۳, ۱) (۴) (-۳, -۳, ۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- بردارهای (a, -۱, ۲)، (۱, ۲, b) و (-۱, c, ۳) یال‌های هم‌رس یک مکعب مستطیل هستند. a + b + c برابر کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۳ (۳) ۵ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- خطی که به موازات عمود مشترک دو خط متناظر $L_1: \begin{cases} x+y=3 \\ z=4 \end{cases}$ و $L_2: \begin{cases} x-2z=2 \\ y=1 \end{cases}$ رسم شود، بر کدام صفحه عمود است؟

- (۱) $x - y + 2z = 3$ (۲) $2x + 2y - 4z = 5$
(۳) $-2x - 2y - 4z = 3$ (۴) $x + y + 2z = 5$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- نقطه‌ی A(x, y) روی هذلولی به معادله‌ی $x^2 - 3y^2 + 4x + 6y - 11 = 0$ حرکت می‌کند. در لحظه‌ای که مساحت مثلث AFF' برابر ۱۰ واحد و عرض A مثبت است، طول نقطه‌ی A کدام می‌تواند باشد؟ (F و F' دو کانون هذلولی هستند.)

- (۱) $-2 - \sqrt{5}$ (۲) $-2 + \frac{5}{2}\sqrt{3}$
(۳) $-2 - \frac{5}{2}\sqrt{2}$ (۴) $-2 + \sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- با دوران محورهای مختصات به اندازه‌ی مناسب، مقطع مخروطی $3x^2 + kxy + 5y^2 = 10$ به فرم استاندارد تبدیل شده است.

اگر مقدار y بر حسب مختصات دستگاه دوران یافته به صورت $\frac{\sqrt{5}}{5}(2x' + y')$ باشد، k کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{8}{3}$ (۴) $\frac{8}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- در صورتی که $\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & 2a+b+c & b \\ c & a & a+2b+c \end{vmatrix} = 128$ باشد، مقدار $a+b+c$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- یک تبدیل با ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ ، متوازی‌الاضلاع $\begin{bmatrix} -1 & -5 & -7 & -3 \\ 6 & -2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$ را به شکلی دیگر مبدل کرده است. مساحت شکل حاصل چه قدر است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۴۰ (۴) ۵۰

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- اگر فصل مشترک‌های سه صفحه با معادلات ماتریسی $\begin{bmatrix} 3 & 2 & -5 \\ -2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ b \end{bmatrix}$ دو به دو بر هم منطبق باشند، آن‌گاه کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) $a = b = 0$ (۲) $a + 1 = b$ (۳) $a = b \neq 0$ (۴) $a = -b$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۱- جدول زیر، نمرات درس فیزیک دانش‌آموزان یک کلاس را نشان می‌دهد. اگر در نمودار دایره‌ای متناظر با این نمرات، زاویه مرکزی دسته‌ی چهارم، 36° بیشتر از زاویه مرکزی دسته‌ی سوم باشد، فراوانی نسبی دسته‌ی سوم کدام است؟

حدود دسته‌ها	$[0, 4)$	$[4, 8)$	$[8, 12)$	$[12, 16)$	$[16, 20]$
فراوانی تجمعی	۳	۸	x	۲۸	۴۰

(۱) ۰/۱ (۲) ۰/۲ (۳) ۰/۲۵ (۴) ۰/۴

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- کدام یک از گزاره‌های زیر درباره نمودار جعبه‌ای، همواره صحیح است؟

- (۱) هر قدر دامنه‌ی تغییرات، عدد بزرگتری باشد، طول جعبه عدد بزرگتری است.
 (۲) داده‌های اصلی در نمودار جعبه‌ای قابل بازیابی هستند.
 (۳) تراکم داده‌ها را در هر چهار قسمت از نمودار می‌توان تحلیل کرد.
 (۴) چارک‌های اول، دوم، سوم و چهارم از یک سری داده آماری برای رسم نمودار جعبه‌ای کفایت می‌کنند.

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- کدام گزینه، حکمیت حکم «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع سه مربع کامل نوشت» را نقض می‌کند؟

- (۱) ۵۹ (۲) ۶۱ (۳) ۷۱ (۴) ۸۹

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- فرض کنید A زیر مجموعه‌ای از اعداد طبیعی باشد که اعضای آن به جز بر ۲، ۳ و ۵، بر هیچ عدد اول دیگری بخش‌پذیر نباشند. حداقل چند عضو از مجموعه‌ی A انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حاصل ضرب دو عضو از میان آن‌ها، قطعاً مربع کامل است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۹ (۳) ۷ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- اگر A مجموعه‌ی اعداد اول یک رقمی و B مجموعه‌ی اعداد فرد یک رقمی و C مجموعه‌ی اعداد اول زوج باشند، مجموعه‌ی $(A \times C) \Delta (B \times C)$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۳
(۲) ۶
(۳) ۴
(۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- رابطه‌ی R در $Z - \{0\}$ به صورت $|y| \leq 1$ ، $xRy \Leftrightarrow x(x+2y) \leq 0$ تعریف شده است. رابطه‌ی R چند عضو دارد؟

- (۱) ۴
(۲) ۶
(۳) ۹
(۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- نقطه‌ای به تصادف درون مثلثی با رئوس $(0,0)$ ، $(3,2)$ و $(4,0)$ انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال طول این نقطه از دو برابر عرض آن کم‌تر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$
(۲) $\frac{1}{4}$
(۳) $\frac{1}{5}$
(۴) $\frac{1}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- عددی به تصادف از مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, 10\}$ انتخاب می‌کنیم. با کدام احتمال این عدد حداقل بر یکی از اعداد ۳ یا ۵ بخش پذیر نیست؟

- (۱) $\frac{1}{41}$
(۲) $\frac{1}{47}$
(۳) $\frac{1}{53}$
(۴) $\frac{1}{94}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- در یک درخت از مرتبه‌ی ۸، بیشترین درجه برابر ۵ است. بیشترین مقدار برای حاصل ضرب عناصر روی قطر اصلی مربع ماتریس مجاورت این گراف کدام است؟

- (۱) ۵
(۲) ۱۰
(۳) ۱۵
(۴) ۲۰

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- دو برابر مربع رقم دهگان عددی دو رقمی، از سه برابر مجموع ارقام آن عدد، ۷ واحد کمتر است. اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد مذکور بر ۱۰، ماکزیمم باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم آن بر ۲۳ کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۵۱- چند جفت عدد طبیعی می‌توان یافت که مجموع آنها برابر ۱۸۰ بوده و بزرگترین مقسوم علیه مشترکشان ۱۰ باشد؟

- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۵۲- باقی‌مانده‌ی تقسیم 5^{1395} بر ۹ کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۶
(۳) ۷
(۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۵۳- رابطه‌ی R روی مجموعه‌ی $A = \{1, 2, 3, 4\}$ حداکثر چند عضو می‌تواند داشته باشد به گونه‌ای که فاقد ویژگی‌های تقارنی، پادتقارنی و بازتابی باشد؟

- (۱) ۱۳
(۲) ۱۴
(۳) ۱۵
(۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴- تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی نامعادله‌ی $x + y + z < 6$ کدام است؟

۷۰ (۲)

۸۴ (۱)

۳۵ (۴)

۵۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۵- اگر برای دو پیشامد مستقل A و B ، $P(B) = \frac{12}{25}$ و $P(A \cup B) = \frac{17}{25}$ باشد، $P(A - B)$ کدام است؟

$\frac{4}{25}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۱)

$\frac{2}{25}$ (۴)

$\frac{3}{25}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

-۱۰۱

(فریدون ساعتی)

جملات دنباله به عدد $20/21$ نزدیک می‌شوند. بنابراین داریم:

$$A = 20/21 = 21/299 = 233 \Rightarrow A^{66} = (233)^{66} = 21^4 = 16384$$

بنابراین A^{66} یک عدد ۵ رقمی است.

(دیفرانسیل - یادآوری مفاهیم پایه: صفحه‌های ۷ تا ۸ و ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱

-۱۰۲

(مهمدرضا شوکتی بیرق)

$$6^a = 2 \Rightarrow \log_6^2 = a \Rightarrow \log_6^3 = \log_6^{\frac{6}{2}} = \log_6^6 - \log_6^2 = 1 - a$$

$$6^b = 5 \Rightarrow \log_6^5 = b$$

$$\Rightarrow \log_{75}^{20} = \frac{\log_6^{20}}{\log_6^{75}} = \frac{\log_6^{2^2 \times 5}}{\log_6^{3 \times 5^2}} = \frac{2 \log_6^2 + \log_6^5}{\log_6^3 + 2 \log_6^5} = \frac{2a + b}{1 - a + 2b}$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتم: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۱۵)

۴

۳

۲

۱

-۱۰۳

(سعید مدیرفراسانی)

اگر مدت زمان انجام کار فقط به وسیله‌ی کارگر دوم را برابر با x فرض کنیم،

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+10} = \frac{1}{x-8}$$

طبق صورت سؤال، معادله‌ی زیر برقرار است:

کوچک‌ترین مضرب مشترک مخارج‌ها یعنی $x(x+10)(x-8)$ را در دو طرف معادله‌ی بالا ضرب می‌کنیم، داریم:

$$(x+10)(x-8) + x(x-8) = x(x+10)$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x + 10x - 80 + x^2 - 8x = x^2 + 10x$$

$$\Rightarrow x^2 - 16x - 80 = 0 \Rightarrow x = 20 \text{ و ساعت } x = -4$$

$$\Rightarrow \text{ساعت } x+10 = 30 = \text{زمان لازم برای کارگر اول}$$

(مسابان - معاسبات پیری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

 ۴ ۳ ۲ ۱

-۱۰۴

(مهرداد ملوندی)

ابتدا شهری که ۲ نفر از آن باید انتخاب شوند را به $\binom{4}{1}$ حالت و سپس شهر نفرسوم را به $\binom{3}{1}$ حالت انتخاب می‌کنیم.دو نفر هم‌شهری به $\binom{5}{2}$ حالت و نفر سوم نیز به $\binom{5}{1}$ حالت انتخاب می‌شود. پس

تعداد حالات برابر می‌شود با:

$$\binom{4}{1} \times \binom{3}{1} \times \binom{5}{2} \times \binom{5}{1} = 4 \times 3 \times 10 \times 5 = 600$$

(ریاضی ۲ - ترکیبیات پایه: صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(معموررضا اسلامی)

$$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$$

$$P(x) = (x-1)(x-2)Q'(x) - 2x + 3 \Rightarrow \begin{cases} P(1) = 1 \\ P(2) = -1 \end{cases}$$

$$P(P(x) + x) = (x-2)Q(x) + R$$

با قرار دادن $x = 2$ ، R را به دست می آوریم:

$$P(P(2) + 2) = R \Rightarrow R = P(-1 + 2) = P(1) = 1$$

حال که R برابر یک به دست آمد، در رابطه $x = 1$ را جاگذاری می کنیم:

$$P(P(1) + 1) = (1-2)Q(1) + 1$$

$$\Rightarrow P(1+1) = P(2) = -1 = -Q(1) + 1 \Rightarrow Q(1) = 2$$

(مسئله - مسابقات پیری، معادلات و نامعادلات: صفحه های ۶ تا ۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(فریدون ساعتی)

$$D_{f \circ g} = \{x : x \in D_g, g(x) \in D_f\}$$

$$D_g = \mathbb{R}, D_f = \{x : x-1 \geq 0, 8-x \geq 0 \Rightarrow 1 \leq x \leq 8\}$$

$$D_{f \circ g} = \{x : x \in \mathbb{R}, [x] \in [1, 8]\}$$

$$1 \leq [x] \leq 8 \Rightarrow 1 \leq x < 9 \Rightarrow D_{f \circ g} = [1, 9)$$

(مسئله - تابع: صفحه های ۶۹ تا ۷۶)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(معموررضا اسلامی)

به ازای $x > 3$ ، ضابطه‌ی تابع، مربوط به تابعی نزولی و یک به یک است. برای این که به ازای $x \leq 3$ نیز تابع یک به یک باشد، لازم است رأس سهمی یعنی

$$\frac{a}{2} \geq 3 \Rightarrow a \geq 6 \quad x = \frac{a}{2} \text{، قبل از ۳ نباشد، یعنی:}$$

شرط دیگر برای یک به یک بودن تابع این است که مقدار تابع در $x = 3$ از حد راست تابع در $x = 3$ ، بزرگتر یا مساوی باشد، یعنی:

$$9 - 3a + b \geq -2 \Rightarrow b \geq 3a - 11$$

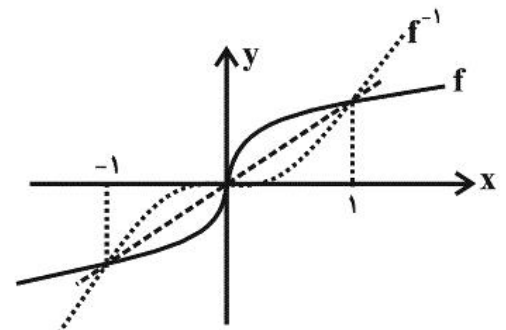
به ازای $a = 6$ و $b = 7$ ، مقادیر a و b کمترین مقدار خود را خواهند داشت و کمترین مقدار $a + b$ برابر ۱۳ می شود.

(مسئله - تابع: صفحه های ۸۶ تا ۸۸)

 ۴ ۳ ۲ ۱

نمودار $f^{-1}(x)$ (قرینه‌ی $f(x)$ نسبت به خط $y = x$) را رسم می‌کنیم.

$$y = \sqrt{1 - \frac{f(x)}{f^{-1}(x)}}$$



$$1 - \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} \geq 0 \Rightarrow \frac{f(x)}{f^{-1}(x)} \leq 1 \quad (*)$$

۴

۳

۲

۱

$$\frac{\sqrt[3]{\cos^2 x - \sin^2 x}}{\sqrt[3]{\cos x}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\sin x \cos x}}$$

داریم:

$$\xrightarrow{\sin x, \cos x \neq 0} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x + \sqrt[3]{\cos^2 x}}{1} = \frac{1}{\sin x}$$

$$\Rightarrow \sin x \cos^2 x + \cos x \sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin^3 x = 1$$

$$\Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

از طرفی داریم: $\sin x, \cos x \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{2}$ مخرج

بنابراین جواب‌های معادله در بازه $[0, 2\pi]$ برابر است با: $x \in \left\{ \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \right\}$

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۳)

۴

۳

۲

۱

(عمید علیزاده)

$$A = 2 \sin^2 \left(\frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{1}{3} \right) + 2 \cos^2 \left(\frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{1}{4} \right)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{1}{3} \Rightarrow 2\alpha = \cos^{-1} \frac{1}{3} \Rightarrow \cos 2\alpha = \frac{1}{3}$$

$$\beta = \frac{1}{2} \cos^{-1} \frac{1}{4} \Rightarrow 2\beta = \cos^{-1} \frac{1}{4} \Rightarrow \cos 2\beta = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow A = 2 \sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \beta = 1 - \cos 2\alpha + 1 + \cos 2\beta$$

$$= 2 - \cos 2\alpha + \cos 2\beta = 2 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{23}{12}$$

(مسئله - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۴

۳

۲✓

۱

$$\Rightarrow \begin{cases} \Rightarrow x^2 - x - 2 < 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) < 0 \Rightarrow -1 < x < 2 \\ \Rightarrow x^2 + x < 0 \Rightarrow x(x+1) < 0 \Rightarrow -1 < x < 0 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$\Rightarrow x \in (-1, 2) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2} \\ r = \frac{2-(-1)}{2} = \frac{3}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow a + \Delta r = \frac{1}{2} + \frac{15}{2} = 8$$

(دیفرانسیل - مفاهیم پایه: صفحه‌های ۱۲ تا ۱۷)

۴

۳✓

۲

۱

(فریدون ساعتی)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left\{ f \left(\frac{a_n + b_n}{2} \right) \right\} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left\{ f \left(\frac{2\pi - \frac{3}{n} + \pi + \frac{2}{n}}{2} \right) \right\}$$

$$= \lim_{n \rightarrow +\infty} \left\{ f \left(\frac{3\pi}{2} - \frac{1}{2n} \right) \right\} = f \left(\left(\frac{3\pi}{2} \right)^- \right) = \lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{2} \right)^-} [\cos x]$$

$$= \left[\cos \left(\frac{3\pi}{2} \right)^- \right] = [0^-] = -1$$

(دیفرانسیل - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۵۳ تا ۷۲)

۴

۳

۲✓

۱

با توجه به تغییر متغیر روبه‌رو داریم:

$$t = x - \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} + t$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin\left(\frac{9\pi}{2} + 3t\right) - 1}{\sin^3\left(\frac{3\pi}{2} + t\right) + 1} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cos(3t) - 1}{1 - \cos^3 t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-(1 - \cos 3t)}{(1 - \cos t)(1 + \cos t + \cos^2 t)}$$

با استفاده از اتحاد $1 - \cos u = 2 \sin^2 \frac{u}{2}$ و یاهم ارزی

$$1 - \cos mu \sim \frac{m^2 u^2}{2} \quad u \rightarrow 0: \text{خواهیم داشت:}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\frac{9t^2}{2}}{\frac{t^2}{2}(1+1+1)} = \frac{-9}{3} = -3$$

(دیفرانسیل - حد و پیوستگی: صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به ریشه‌های مخرج یعنی $x=0$ و $x=1$ داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \frac{1}{0^-} = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow 1} y = \frac{1}{0^\pm} = \pm\infty$$

پس تابع دو مجانب قائم دارد. اما وجود مجانب مایل وقتی $x \rightarrow +\infty$ را بررسی می‌کنیم:

$$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - \sqrt{x} + 1}{x^2 - x\sqrt{x}} = 1$$

$$h = \lim_{x \rightarrow +\infty} (y - mx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - \sqrt{x} + 1}{x - \sqrt{x}} - x \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x} - \sqrt{x} + 1}{x - \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x} = +\infty$$

پس تابع مجانب مایل ندارد. پس گزینه‌ی «۲» درست است.

(دیفرانسیل - حد و پیوستگی؛ صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۲۰)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\begin{aligned} & \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(y+h) - f(y) + f(y) - f(y-2h)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(y+h) - f(y)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(y-2h) - f(y)}{h} \\ &= f'(y) + 2 \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(y-2h) - f(y)}{-2h} \\ & \underline{\underline{-2h = t}} \quad f'(y) + 2 \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(y+t) - f(y)}{t} \\ &= f'(y) + 2f'(y) = 3f'(y) \end{aligned}$$

برای محاسبه $f'(2)$ کافیت از $f(2x)$ مشتق گرفته و $x=1$ قرار دهیم. چون به ازای $x=1$ ، $x^2 - 3x + 2$ عامل صفر شونده است، پس کافیت از این عبارت مشتق گرفته و در بقیه‌ی عبارت ضرب کنیم:

$$\begin{aligned} f(2x) &= (x^2 - 3x + 2)\sqrt[3]{x^2 + 2x + 5} \\ \xrightarrow{\text{مشتق}} 2f'(2x) &= (2x - 3)\sqrt[3]{x^2 + 2x + 5} \\ \stackrel{x=1}{\Rightarrow} 2f'(2) &= (-1)\sqrt[3]{8} = -2 \\ \Rightarrow f'(2) &= -1 \Rightarrow 3f'(2) = -3 \end{aligned}$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۳۱ و ۱۳۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

دقت کنید مبدأ مختصات روی منحنی قرار دارد. داریم:

$$f(x) = \frac{2x - |x|}{x+1} = \begin{cases} \frac{3x}{x+1} & ; x < 0 \\ \frac{x}{x+1} & ; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} \frac{3}{(x+1)^2} & ; x < 0 \\ \frac{1}{(x+1)^2} & ; x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m_1 = f'_-(0) = 3 \\ m_2 = f'_+(0) = 1 \end{cases}$$

$$\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| = \left| \frac{1 - 3}{1 + (1)(3)} \right| = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۳۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(عمید علیزاده)

$$f \text{ فرد} \Rightarrow f' \text{ زوج} \Rightarrow f'(-2) = f'(2) \quad (1)$$

$$m = 12 \Rightarrow f'(2) = 12 \quad (2)$$

اگر $(-2, a) \in f$ باشد، آنگاه $(a, -2) \in f^{-1}$ داریم:

$$m_{\text{مماس}} = (f^{-1})'(a) = \frac{1}{f'(-2)} \stackrel{(1)}{=} \frac{1}{f'(2)} \stackrel{(2)}{=} \frac{1}{12} \Rightarrow m_{\text{مماس}} = -12$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۵۷ و ۱۵۸)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(میرهادی سرکارفرشی)

$$f'(x) = \begin{cases} 2x - 4 & ; -1 < x < 4 \\ \frac{1}{2\sqrt{x}} & ; 4 < x < 10 \end{cases}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow f(2) = -4$$

$$f(-1) = 1 + 4 = 5$$

$$f(4) = 2$$

$$f(10) = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Max}(f) = 5 \\ \text{Min}(f) = -4 \end{cases} \Rightarrow 5 - 4 = 1$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌ی ۱۶۵)

۴

۳✓

۲

۱

(عمید علیزاده)

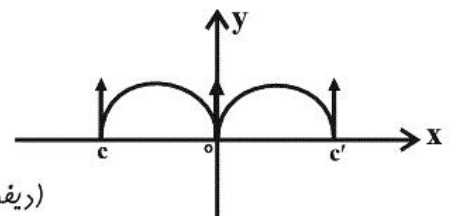
با توجه به محاسبه‌ی مشتق چپ و راست در نقاط c و 0 و c' فقط گزینه‌ی «۱»

$$f'_+(c) = +\infty$$

$$f'_-(0) = -\infty, \quad f'_+(0) = +\infty$$

$$f'_-(c') = -\infty$$

می‌تواند صحیح است.



(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌ی ۱۹۱)

۴

۳

۲


۱✓

(مهمدرضا شوکتی بیرق)

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 + mx \Rightarrow f'(x) = x^2 + 2x + m$$

برای این که تابع درجه‌ی سوم f دارای اکسترمم نسبی باشد، لازم است که f' دو ریشه‌ی متمایز داشته باشد، پس باید دلتای f' مثبت باشد:

$$\Delta_{f'} = 4 - 4m > 0 \Rightarrow m < 1 \quad (1)$$

از طرفی چون ضریب x^3 مثبت است پس شکل نمودار به صورت  است و در نتیجه ریشه‌ی بزرگ‌تر f' یعنی $-1 + \sqrt{1-m}$ طول نقطه‌ی مینیمم نسبی تابع است. پس:

$$0 < -1 + \sqrt{1-m} < 1 \Rightarrow 1 < \sqrt{1-m} < 2 \Rightarrow 1 < 1-m < 4 \\ \Rightarrow 0 < -m < 3 \Rightarrow -3 < m < 0 \quad (2)$$

با توجه به (۱) و (۲)، به ازای دو مقدار صحیح m ، مینیمم نسبی تابع f در بازه‌ی (۰، ۱) قرار می‌گیرد.

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌ی ۱۸۵)

□ ۱ □ ۲ ✓ □ ۳ □ ۴

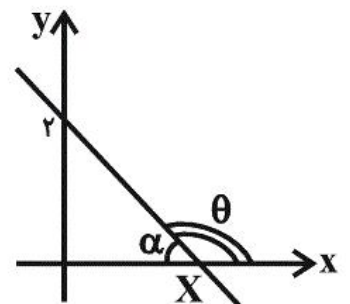
(مهمدرضا شوکتی بیرق)

$$\tan \theta = \tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha = -\frac{2}{X} \Rightarrow \tan \theta = -\frac{2}{X}$$

$$\xrightarrow{\text{مشتق نسبت به زمان}} \theta'(1 + \tan^2 \theta) = \frac{2X'}{X^2}$$

$$\Rightarrow \theta' = \frac{2X'}{X^2(1 + \tan^2 \theta)} = \frac{2X'}{X^2(1 + \frac{4}{X^2})}$$

$$= \frac{2X'}{X^2 + 4} = \frac{2(0/5)}{1^2 + 4} = \frac{1}{5} = 0/2$$



(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۹۲ تا ۱۹۷)

□ ۱ □ ۲ □ ۳ □ ۴ ✓

(معمودرضا اسلامی)

با توجه به این که $f(0) = 0$ است، مقدار b برابر صفر به دست می آید. ازطرفی $x = \frac{\pi}{4}$ ریشه‌ی مخرج است، پس:

$$c \tan\left(\frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0 \Rightarrow c = -1$$

هم‌چنین نمودار تابع بر خط $y = 4$ مماس است، یعنی:

$$4 = \frac{a \tan^2 x}{1 - \tan x} \Rightarrow a \tan^2 x + 4 \tan x - 4 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta=0} 16 + 16a = 0 \Rightarrow a = -1$$

ریشه‌ی مضاعف

در نتیجه $a + c = -2$.

(ردیفرائسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۹۷ تا ۲۱۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(فریدون ساعتی)

$$\bar{f} = \frac{\int_a^b f(x) dx}{b-a} \Rightarrow \gamma = \frac{\int_1^a x^2 dx}{a-1} \Rightarrow \frac{x^3}{3} \Big|_1^a = \gamma a - \gamma$$

$$\Rightarrow \frac{a^3}{3} - \frac{1}{3} = \gamma a - \gamma \Rightarrow a^3 - 1 = 3\gamma a - 3\gamma \Rightarrow a^3 - 3\gamma a + 2 = 0$$

چون مجموع ضرایب صفر است، پس $(a-1)$ یکی از عامل‌های عبارت است.

$$(a-1)(a^2 + a - 2) = 0 \Rightarrow (a-1)(a+2)(a-1) = 0 \quad \text{داریم:}$$

که فقط $a = 4$ قابل قبول است. $a = 1, a = 4, a = -2$

(ردیفرائسیل - انتگرال: صفحه‌های ۲۳۶ و ۲۳۷)

 ۴ ۳ ۲ ۱

می‌دانیم:

$$1 + \sin x = \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2$$

پس:

$$A = \int_0^{\pi} \sqrt{1 + \sin x} dx = \int_0^{\pi} \sqrt{\left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2} dx$$

$$= \int_0^{\pi} \left|\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right| dx$$

$$0 < x < \pi \Rightarrow 0 < \frac{x}{2} < \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin \frac{x}{2}, \cos \frac{x}{2} > 0$$

پس انتگرال را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\int_0^{\pi} \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right) dx \Rightarrow \left(-2 \cos \frac{x}{2} + 2 \sin \frac{x}{2}\right) \Big|_0^{\pi}$$

$$= 2 - (-2) = 4$$

(دیفرانسیل - انتگرال: صفحه‌های ۲۴۱ تا ۲۴۷)

۴

۳

۲

۱

(ممد طاهر شعاعی)

طبق نامگذاری‌های روی شکل داریم:

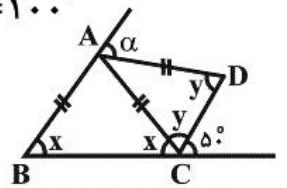
$$x + y + 50^\circ = 180^\circ \Rightarrow x + y = 130^\circ$$

$$\widehat{BAD} + y + y + x + x = 360^\circ \Rightarrow \widehat{BAD} = 360^\circ - 2(x + y)$$

$$\Rightarrow \widehat{BAD} = 360^\circ - 2 \times 130^\circ = 360^\circ - 260^\circ = 100^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - \widehat{BAD} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

(هندسه ۱ - استرلا: صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ و ۲۲)



۴

۳

۲

۱

(معمردظاهر شعاعی)

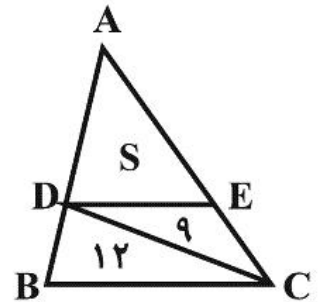
اگر قاعده‌های دو مثلث DEC و BDC را DE و BC فرض کنیم، در این صورت ارتفاعشان برابر ارتفاع ذوزنقه BDEC است و داریم:

$$\frac{S_{DEC}}{S_{BDC}} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\Delta ADE \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{S(ADE)}{S(ABC)} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{S}{S+9+12} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \Rightarrow \frac{S}{S+21} = \frac{9}{16}$$

$$\Rightarrow S = 21 \times \frac{9}{7} = 3 \times 9 = 27$$



(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۶)

۴

۳

۲

۱

(رضا عباسی اصل)

اگر طول هر یال قاعده‌ی منشور (مثلث متساوی الاضلاع) را با a و ارتفاع منشور را با h نمایش دهیم، داریم:

$$\text{مساحت جانبی} = \text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده} = 3a \times h = 3ah$$

$$\text{مساحت جانبی} = (2\sqrt{3}) \times \text{مساحت قاعده} \Rightarrow 3ah = (2\sqrt{3}) \left(\frac{\sqrt{3}}{4} a^2\right)$$

$$\Rightarrow a = 2h$$

از طرفی بنا به فرض داریم: $a + h = 9$ ، حال:

$$a + h = 9 \xrightarrow{a=2h} a = 6, h = 3$$

و در نتیجه:

$$\text{حجم منشور} = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \cdot h = 27\sqrt{3}$$

(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی: صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۷)

۴

۳

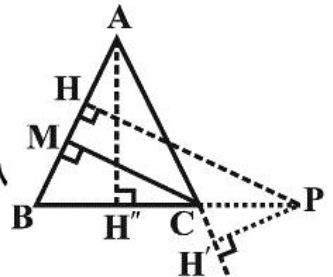
۲

۱

اکنون بنا بر رابطه‌ی مساحت ΔABC خواهیم داشت:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \times CM}{2} = \frac{AH'' \times BC}{2}$$

$$\rightarrow CM = \frac{AH'' \times BC}{AB} = \frac{4\sqrt{3} \times 4\sqrt{6}}{6\sqrt{2}} = 8$$



(هندسه ۲ - استرال: صفحه‌ی ۲۲)

۴

۳

۲

۱

(معمداً ابراهیم کیتی زاده)

اگر d طول خط مرکزین دو دایره باشد، آن گاه طول مماس مشترک خارجی برابر است با:

$$l = \sqrt{d^2 - (R - R')^2}$$

$$\sqrt{d^2 - (R - R')^2} = 2\sqrt{RR'} \Rightarrow d^2 - (R - R')^2 = 4RR'$$

$$d^2 = (R - R')^2 + 4RR' \Rightarrow d^2 = (R + R')^2 \Rightarrow d = R + R'$$

چون طول خط مرکزین برابر مجموع طول‌های دو شعاع دایره است، دو دایره بر هم مماس خارج هستند، بنابراین دو مماس مشترک خارجی و یک مماس مشترک داخلی دارند.

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۴

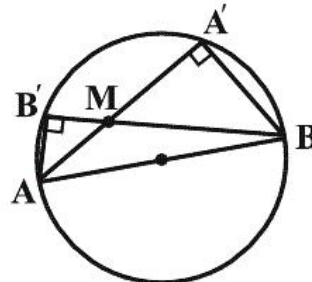
۳✓

۲

۱

(نوبت میدری)

قطر AB و دو وتر AB' و $A'B$ را رسم می‌کنیم. چون دو زاویه \widehat{A} و $\widehat{B'}$ روبرو قطر هستند، پس قائمه‌اند. اکنون بنابر رابطه‌های طولی دو دایره داریم:



$$MA \cdot MA' = MB \cdot MB'$$

$$\Rightarrow 6 \times 5 = 10 \cdot x \Rightarrow x = 3$$

حال با دوبار به کارگیری قضیه فیثاغورس در مثلث‌های $AA'B$ و $AB'B$ خواهیم داشت:

$$\begin{cases} AB^2 = AB'^2 + B'B^2 = AB'^2 + (13)^2 \\ AB^2 = AA'^2 + A'B^2 = A'B^2 + (11)^2 \end{cases}$$

معادله‌ها را از هم کم می‌کنیم. $\rightarrow AB'^2 - A'B^2 = 169 - 121 = 48$

(هندسه ۲ - دایره: صفحه‌های ۵۸ و ۷۴)

۴✓

۳

۲

۱

$$\frac{OA'}{OA} = k_1 \Rightarrow OA' = k_1 OA \Rightarrow OA + AA' = k_1 OA$$

$$\Rightarrow AA' = (k_1 - 1)OA$$

$$\frac{OA''}{OA} = k_2 \Rightarrow OA'' = k_2 OA \Rightarrow OA + AA'' = k_2 OA$$

$$\Rightarrow AA'' = (k_2 - 1)OA$$

حال اگر A' مجانس A'' به مرکز A و با نسبت k باشد، آن گاه:

$$k = \frac{AA'}{AA''} = \frac{(k_1 - 1)OA}{(k_2 - 1)OA} = \frac{k_1 - 1}{k_2 - 1}$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی: صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۹)

۴

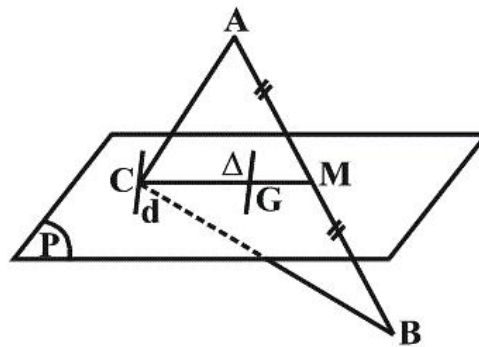
۳

۲✓

۱

۱۳۲-

(ممدطاهر شعاعی)



میان‌ه‌ی CM از مثلث ABC مطابق شکل در صفحه‌ی گذرنده از نقطه‌ی M و خط d قرار دارد. پس نقطه‌ی هم‌رسی میان‌ه‌های این مثلث، همواره در صفحه‌ی P واقع است و داریم $CG = 2GM$ پس مکان G نقطه‌ی هم‌رسی میان‌ه‌های مثلث ABC ، همواره روی خط Δ موازی d در صفحه‌ی P قرار دارد.

(هندسه ۲ - هندسه فضایی: صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۲)

۴

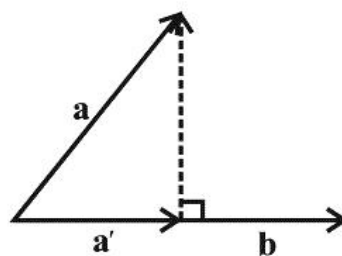
۳

۲

۱✓

۱۳۳-

(نوید میبیری)



اگر $a' = (4, -1, 4)$ را تصویر بردار $a = (4, -1, 4)$ روی امتداد بردار $b = (2, 4, 6)$ بگیریم، آن گاه مانند شکل ارتفاع وارد بر b برابر با یکی از دو بردار $a - a'$ یا $a' - a$ خواهد شد. به کمک فرمول تصویر a روی امتداد b داریم:

$$a' = \frac{a \cdot b}{|b|^2} b = \frac{(4, -1, 4) \cdot (2, 4, 6)}{2^2 + 4^2 + 6^2} (2, 4, 6)$$

$$= \frac{8 - 4 + 24}{56} (2, 4, 6) = \frac{1}{2} (2, 4, 6) = (1, 2, 3)$$

$$\Rightarrow a - a' = (4, -1, 4) - (1, 2, 3) = (3, -3, 1)$$

(هندسه تحلیلی - بردارها: صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۴

۳✓

۲

۱

(نوید مییری)

سه یال $v_1 = (a, -1, 2)$ ، $v_2 = (1, 2, b)$ و $v_3 = (-1, c, 3)$ باید دو به دو بر هم عمود باشند، پس خواهیم داشت:

$$\begin{cases} v_1 \cdot v_2 = 0 \\ v_1 \cdot v_3 = 0 \\ v_2 \cdot v_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a - 2 + 2b = 0 \\ -a - c + 6 = 0 \\ -1 + 2c + 3b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 2b = 2 \\ a + c = 6 \\ 2b + 2c = 1 \text{ (II)} \end{cases} \rightarrow$$

معادله دوم را از اولی کم می‌کنیم.

$$\xrightarrow{\text{I}} 2b - c = -4 \quad \text{(I)}$$

۴

۳✓

۲

۱

(سید عادل رضا مرتضوی)

راستای عمود مشترک برابر است با حاصل ضرب خارجی راستاهای دو خط L_1 و L_2 یعنی:

$$L_1 : \begin{cases} x = -y + 3 \\ z = 4 \end{cases} \Rightarrow u_1(1, -1, 0)$$

$$L_2 : \begin{cases} x = 2z + 2 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow u_2(1, 0, \frac{1}{2}) \xrightarrow{\times(2)} (2, 0, 1)$$

$$\Rightarrow u = u_1 \times u_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = i(-1) - j(1) + k(2)$$

$$\Rightarrow u(-1, -1, 2)$$

چون راستای این خط بر صفحه عمود است پس راستای این خط، نقش نرمال صفحه را خواهد داشت. واضح است که بردار u ، موازی بردار نرمال صفحه‌ی مشخص شده در گزینه‌ی «۲» است.

(هندسه تحلیلی - فط و صفحه: صفحه‌های ۳۵ تا ۳۷ و ۴۹)

۴

۳

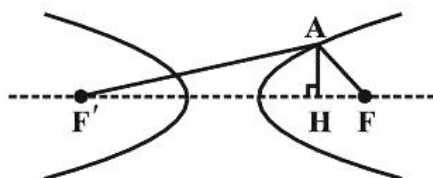
۲✓

۱

ابتدا معادله‌ی استاندارد هذلولی را به دست می‌آوریم:

$$x^2 - 3y^2 + 4x + 6y - 11 = 0$$

$$\Rightarrow (x+2)^2 - 4 - 3[(y-1)^2 - 1] - 11 = 0$$



$$\Rightarrow (x+2)^2 - 3(y-1)^2 = 12$$

$$\Rightarrow \frac{(x+2)^2}{12} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$$

پس به کمک فرمول $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ خواهیم داشت: $c = \sqrt{12 + 4} = 4$.

همان‌گونه که شکل نشان می‌دهد مساحت $\Delta AFF'$ برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} AH \times FF' = \frac{AH}{2} \times 2c = AH \times c$$

با فرض $h = AH$ داریم:

$$10 = ch \xrightarrow{c=4} h = \frac{5}{2} = A \text{ عرض نقطه‌ی } A$$

$$\xrightarrow{\text{جای گذاری در معادله‌ی هذلولی}} \frac{(x+2)^2}{12} - \frac{\left(\frac{5}{2} - 1\right)^2}{4} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{(x+2)^2}{12} = 1 + \frac{9}{16} = \frac{25}{16} \Rightarrow (x+2)^2 = \frac{12 \times 25}{16}$$

$$(x+2)^2 = \frac{3}{4} \times 25 \Rightarrow |x+2| = \frac{5}{2} \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x = -2 \pm \frac{5}{2} \sqrt{3}$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۷۰ تا ۷۶)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

اگر θ زاویه‌ی دوران باشد، آن‌گاه با توجه به ماتریس دوران داریم:

$$y = x' \sin \theta + y' \cos \theta$$

از مقایسه‌ی مقدار y با صورت سؤال، می‌توان نوشت:

$$\sin \theta = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \cos \theta = \frac{\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \tan \theta = 2$$

$$\tan 2\theta = \frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{2(2)}{1 - 2^2} = -\frac{4}{3}$$

$$\tan 2\theta = \frac{b}{a-c} = \frac{k}{3-5} \Rightarrow -\frac{4}{3} = \frac{k}{-2} \Rightarrow k = \frac{8}{3}$$

(هندسه تحلیلی - مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(معمد رضا دلاورنژاد)

اگر ستون اول ماتریس را، همزمان با دو ستون دیگر آن جمع کنیم، آن گاه دترمینان برابر است با:

$$\begin{vmatrix} 2(a+b+c) & a & b \\ 2(a+b+c) & 2a+b+c & b \\ 2(a+b+c) & a & a+2b+c \end{vmatrix}$$

$$= 2(a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & a & b \\ 1 & 2a+b+c & b \\ 1 & a & a+2b+c \end{vmatrix}$$

$$\xrightarrow[\begin{matrix} R_2 - R_1 \\ R_3 - R_1 \end{matrix}]{2(a+b+c)} \begin{vmatrix} 1 & a & b \\ 0 & a+b+c & 0 \\ 0 & 0 & a+b+c \end{vmatrix}$$

$$= 2(a+b+c)^3 = 128 \Rightarrow (a+b+c)^3 = 64 \Rightarrow a+b+c = 4$$

(هندسه تحلیلی - ماتریس و دترمینان: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مفسر ریجی)

نکته: می‌دانیم اگر S مساحت شکلی مشخص باشد و S' مساحت تبدیل یافته‌ی آن تحت تبدیلی با ماتریس A باشد، آن گاه $S' = |\det(A)| \cdot S$.

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 5 \end{vmatrix} = -2 \Rightarrow |\det(A)| = 2$$

با انتخاب سه نقطه از متوازی‌الاضلاع، مساحت آن را به دست می‌آوریم:

$$\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & -5 & -7 \\ 6 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = (2 + 5 - 42) - (14 + 1 - 30)$$

$$\Rightarrow S = |-20| = 20 \Rightarrow S' = 2 \times 20 = 40$$

(هندسه تحلیلی - ماتریس و دترمینان: صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۱۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(نوید مهدی)

چون فصل مشترک‌ها دو به دو بر هم منطبق هستند، پس دستگاه بی‌شمار جواب دارد که همگی روی فصل مشترک قرار دارند. در نتیجه دترمینان ماتریس ضرایب دستگاه برابر صفر است یا به عبارتی، یکی از سطرها به صورت مجموعی از مضارب سطرهای دیگر است. اگر R_i نشانگر سطر i ام باشد ($i = 1, 2, 3$) با دقت در اعداد موجود، متوجه می‌شویم که:

$$R_3 = -3R_2 - R_1$$

پس در مورد مقادیر ثابت سمت راست معادله‌ی ماتریسی هم باید داشته باشیم:

$$-3 \times 0 - a = b \Rightarrow b = -a$$

(هندسه تحلیلی - دستگاه معادلات قطبی: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

۱۴۱-

(امیرحسین ابومصوب)

فراوانی مطلق دسته‌های سوم و چهارم به ترتیب برابر $(x-8)$ و $(28-x)$ هستند. از آنجا که فراوانی کل داده‌ها برابر ۴۰ است، داریم:

$$\frac{28-x}{40} \times 36^\circ = \frac{x-8}{40} \times 36^\circ + 36^\circ$$

$\div 9$

$$\Rightarrow (28-x) = (x-8) + 4 \Rightarrow x = 16$$

$$\frac{16-8}{40} = \frac{8}{40} = 0.2$$

فراوانی نسبی دسته‌ی سوم برابر است با:

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۷،

نمودارها و تحلیل داده‌ها؛ صفحه‌های ۹۲ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱

۱۴۲-

(رضا عباسی اصل)

گزینه‌ی «۱» نادرست است. زیرا چارک‌های اول و سوم، طول جعبه را مشخص می‌کنند و نه کوچکترین و بزرگترین داده.

گزینه‌ی «۲» نادرست است. زیرا تنها در نمودار ساقه و برگ داده‌های اصلی قابل بازیابی هستند.

گزینه‌ی «۳» درست است. زیرا طول بیشتر هر بخش از نمودار جعبه‌ای، پراکنندگی بیشتر (تراکم کمتر) داده‌ها در آن قسمت را تعیین می‌کند.

گزینه‌ی «۴» نادرست است. زیرا علاوه بر چارک‌های اول، دوم (میان‌ه)، سوم و چهارم (بزرگترین داده)، کوچک‌ترین داده نیز برای رسم نمودار جعبه‌ای ضروری است.

(آمار و مدل‌سازی - شاخص‌های مرکزی؛ صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۴)

۴

۳

۲

۱

۱۴۳-

(علی سعیدی زاد)

اگر عددی به صورت $8k + 7$ ($k \in W$) باشد مانند عدد ۷۱، نمی‌توان آن را به صورت مجموع سه مربع کامل نوشت. برای سه گزینه‌ی دیگر داریم:

$$59 = 1^2 + 3^2 + 7^2, 61 = 3^2 + 4^2 + 6^2, 89 = 3^2 + 4^2 + 8^2$$

(بهر و احتمال - استدلال ریاضی؛ تمرین ۶، صفحه‌های ۲۷)

۴

۳

۲

۱

-۱۴۴

(امیرعسین ابومصوب)

اگر a و b ، دو عضو از اعضای مجموعه A باشند، آن گاه می توان آن ها را به صورت $a = 2^{\alpha_1} \times 3^{\beta_1} \times 5^{\gamma_1}$ و $b = 2^{\alpha_2} \times 3^{\beta_2} \times 5^{\gamma_2}$ نمایش داد. در این صورت حاصل ضرب آن ها به صورت $a.b = 2^{\alpha_1 + \alpha_2} \times 3^{\beta_1 + \beta_2} \times 5^{\gamma_1 + \gamma_2}$ بوده و زمانی مربع کامل است که تمامی توان های آن زوج باشد و این موضوع در حالتی ممکن است که توان های پایه های مشابه در a و b ، همزمان هر دو زوج و یا هر دو فرد باشند. چون سه پایه ی مختلف وجود دارد پس در مجموع $2 \times 2 \times 2 = 8$ حالت مختلف برای زوج یا فرد بودن آن ها در ab وجود دارد. در نتیجه با انتخاب ۹ عضو، قطعاً حداقل دو عضو وجود دارند که توان های هر سه پایه از نظر زوج و فرد بودن، دقیقاً مانند یکدیگر بوده و در نتیجه حاصل ضرب آن ها مربع کامل است.

(پیر و احتمال - استلال ریاضی؛ صفحه های ۳۱ تا ۳۳)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۴۵

(عباس اسری امیرآبازی)

$$(A \times C) \Delta (B \times C) = (A \Delta B) \times C$$

$$A = \{2, 3, 5, 7\}, \quad B = \{1, 3, 5, 7, 9\}, \quad C = \{2\}$$

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2, 9\}$$

$$(A \Delta B) \times C = \{1, 2, 9\} \times \{2\} \Rightarrow n((A \Delta B) \times C) = 3 \times 1 = 3$$

(پیر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه؛ صفحه های ۵۵ تا ۶۱)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۴۶

(رضا عباسی اصل)

$$|y| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq y \leq 1 \xrightarrow{y \in \mathbb{Z} - \{0\}} y = 1 \text{ یا } y = -1$$

$$y = 1 \Rightarrow x(x+2) \leq 0 \Rightarrow -2 \leq x \leq 0$$

$$\xrightarrow{x \in \mathbb{Z} - \{0\}} x = -1, x = -2$$

$$y = -1 \Rightarrow x(x-2) \leq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 2$$

$$\xrightarrow{x \in \mathbb{Z} - \{0\}} x = 1, x = 2$$

$$R = \{(1, -1), (2, -1), (-1, 1), (-2, 1)\}$$

(پیر و احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه؛ صفحه های ۶۲ تا ۶۷)

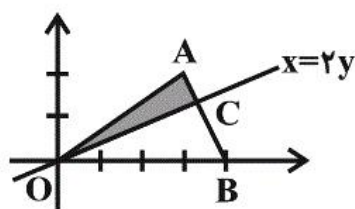
۴

۳

۲

۱✓

(علی سعیدی زار)



فضای نمونه نقاط درون مثلث با رئوس $O(0,0)$ و $A(3,2)$ و $B(4,0)$ است. که مساحت آن برابر است با

$$S_{OAB} = \frac{2 \times 4}{2} = 4$$

پیشامد مطلوب نقاط بالای خط $x = 2y$ است.

معادله‌ی خط AB را می‌نویسیم و با خط $x = 2y$ قطع می‌دهیم تا مختصات نقطه‌ی C به دست آید.

$$m_{AB} = \frac{2-0}{3-4} = -2 \Rightarrow y-0 = -2(x-4)$$

$$\Rightarrow y = -2x + 8 \xrightarrow{x=2y} y = -2(2y) + 8$$

$$\Rightarrow y_C = \frac{8}{5} \Rightarrow S_{OCB} = \frac{\frac{8}{5} \times 4}{2} = \frac{16}{5}$$

$$\Rightarrow S_{OAC} = 4 - \frac{16}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{\frac{4}{5}}{4} = \frac{1}{5}$$

(بهر و احتمال - احتمال: تمرین ۵ (ب)، صفحه‌ی ۱۰۹)

۴

۳✓

۲

۱

(علی سعیدی زار)

متمم این پیشامد آن است که عدد انتخاب شده هم بر ۳ و هم بر ۵ بخش پذیر باشد، یعنی مضرب ۱۵ باشد.

$$P(A) = 1 - \frac{\left[\frac{100}{15} \right]}{100} = 1 - 0.6 = 0.4$$

(بهر و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۲)

۴✓

۳

۲

۱

(علی سعیدی زار)

برای رسم یک درخت با رأس درجه ۵، حداقل ۶ رأس لازم است بنابراین باید دو رأس دیگر به این درخت اضافه کنیم که دنباله‌ی درجات آن به یکی از دو شکل زیر می‌باشد.

$$5, 3, 1, 1, 1, 1, 1 \Rightarrow \text{حاصل ضرب درجات} = 15$$

$$5, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1 \Rightarrow \text{حاصل ضرب درجات} = 20$$

می‌دانیم عناصر روی قطر اصلی مربع ماتریس مجاورت هر گراف، درجات رئوس آن می‌باشد. بنابراین حاصل ضرب درایه‌های قطر اصلی مربع ماتریس مجاورت همان حاصل ضرب درجات رئوس گراف است.

(ریاضیات گسسته - گراف: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۵۰

(رضا عباسی اصل)

فرض کنیم $A = ab$ عدد دورقمی مورد نظر باشد. باقی مانده A بر ۱۰ ماکزیمم است. پس: $b=9$ $2a^2 = 3(a+b) - 7 \Rightarrow 2a^2 - 3a - 20 = 0$
 از حل معادله‌ی فوق، جواب $a=4$ حاصل می‌شود، پس:
 $A = 49$ ، واضح است که باقی مانده‌ی A بر ۲۳ برابر است با ۳.
 (ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۴)

۱ ۲ ۳ ۴

-۱۵۱

(علی سعیدی زاد)

دو عدد مورد نظر را a و b و b و m آنها را d می‌نامیم بنابراین $a = a'd$ و $b = b'd$ که در آن $(a', b') = 1$
 $a + b = 180 \Rightarrow 1 \cdot a' + 1 \cdot b' = 180 \Rightarrow a' + b' = 18$
 $(a', b') = 1 \Rightarrow \{a', b'\} = \{1, 17\}$ یا $\{5, 13\}$ یا $\{7, 11\}$
 (ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

۱ ۲ ۳ ۴

-۱۵۲

(علی سعیدی زاد)

$5^2 \equiv -2 \Rightarrow 5^6 \equiv -8 \equiv 1 \Rightarrow 5^9 \equiv 1$
 $1395 = 6(232) + 3 \Rightarrow 5^{1395} = (5^6)^{232} \times 5^3 \equiv 5^3 \equiv 125 \equiv 8$
 (ریاضیات گسسته - نظریه اعداد: صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱)

۱ ۲ ۳ ۴

-۱۵۳

(عباس اسری امیر آباری)

برای آنکه رابطه بازتابی نباشد، در ماتریس متناظر رابطه باید یکی از درایه‌های قطر اصلی صفر باشد چون می‌خواهیم حداکثر اعضا را بیابیم، بنابراین فقط باید یکی از این درایه‌ها صفر باشد.
 می‌دانیم اگر تمامی درایه‌های غیر قطر اصلی یک باشند رابطه تقارنی می‌شود پس کافی است یکی از آنها صفر باشد تا رابطه تقارنی نباشد و رابطه پادتقارنی هم نیست بنابراین تعداد اعضا برابر ۱۴ می‌شود.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۰ تا ۶۳)

۱ ۲ ۳ ۴

-۱۵۴

(علی ایمانی)

$x + y + z < 6 \Rightarrow x + y + z \leq 5 \Rightarrow x + y + z + t = 5$
 $\Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{8}{3} = 56$
 (ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۱ ۲ ۳ ۴

(رضا عباسی اصل)

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow \frac{17}{25} = P(A) + \frac{12}{25} - P(A) \times \frac{12}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{25} = P(A) \left(1 - \frac{12}{25}\right) \Rightarrow P(A) = \frac{5}{13}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{5}{13} \times \frac{12}{25} = \frac{12}{65}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{5}{13} - \frac{12}{65} = \frac{13}{65} = \frac{1}{5}$$

(ریاضیات گسسته - احتمال: صفحه‌های ۷۵ تا ۷۹ و ۸۳ تا ۸۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

www.kanoon.ir