سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

https://telegram.me/riazisara (@riazisara)

ریاضي ، ریاضي ، - ۱۳۹۵۰۳۲۱

۱۲۶- اگر $A=\begin{bmatrix}-۲ & ۲\\ -۲ & ۳\end{bmatrix}$ ، آن‌گاه حاصل $A+۴A^{-۱}$ کدام است؟

۱) $\begin{bmatrix}۸ & ۲\\ -۲ & ۱\end{bmatrix}$ ۲) $\begin{bmatrix}-۴ & -۲\\ -۲ & ۱\end{bmatrix}$ ۳) $\begin{bmatrix}-۸ & -۲\\ ۲ & -۱\end{bmatrix}$ ۴) $\begin{bmatrix}-۸ & ۶\\ -۶ & ۷\end{bmatrix}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- در مثلثی که طول اضلاع آن $۲, \sqrt{۲}, \sqrt{۳}+۱$ است، مجموع کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین زاویه‌های مثلث چند درجه است؟

۱) ۱۶۵ ۲) ۱۵۰ ۳) ۱۳۵ ۴) ۱۲۰

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- تعداد زیرمجموعه‌های سه عضوی مجموعه‌ی $\{a,b,c,d,e\}$ شامل عضو a کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- متغیر «مقاومت ورودی یک ترانزیستور» از چه نوعی است؟

۱) کمی پیوسته ۲) کمی گسسته ۳) کیفی اسمی ۴) کیفی ترتیبی

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- تعدادی داده‌ی آماری را دو برابر کرده و سپس ۵ واحد از آن‌ها کم می‌کنیم. اگر ضریب تغییرات داده‌های جدید دو برابر ضریب تغییرات داده‌های اولیه باشد، میانگین داده‌های جدید کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۳۱- خانواده‌ای پنج فرزند دارد. می‌دانیم فرزند اول آن‌ها پسر است. احتمال این‌که خانواده دو پسر دیگر داشته باشد، کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $\frac{۵}{۸}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- اگر $\cot(\frac{x+\pi}{۲})=\frac{۱}{۲}$ باشد، مقدار $\cos(\frac{\pi+۲x}{۲})$ کدام است؟

۱) $-\frac{۴}{۵}$ ۲) $\frac{۴}{۵}$ ۳) $-\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- اگر $f(x)=x^۲+۲x$ و $g(x)=x-[x]$ آن‌گاه حاصل $(fog)(\sqrt{۲})$ کدام است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است.)

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $۲(۱+\sqrt{۲})$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- اگر $f(x)=\frac{۳-\tan^۲ x}{۲\cos(\frac{\pi}{۶}+x)}$، آنگاه حاصل $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۳}} f(x)$ کدام است؟

۱) ۴ ۲) -۴ ۳) $۴\sqrt{۳}$ ۴) $-۴\sqrt{۳}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- اگر تابع $f(x)=\begin{cases} a\sin\frac{\pi x}{۶} & ,x\le ۱ \\ \frac{۱}{x-۱}-\frac{۲}{x^۲-۱} & ,x>۱ \end{cases}$ در R پیوسته باشد، a کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{\sqrt{۳}}$ ۴) $\frac{۲}{\sqrt{۳}}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f(x)=۲^x$ در $x=۳$ چند برابر آهنگ متوسط تغییر همین تابع در فاصله‌ی $[۲,۳]$ است؟

۱) $\ln ۲$ ۲) $\ln ۴$ ۳) ۲ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- ۴۰ درصد افراد یک جامعه مرد هستند. می‌دانیم $\frac{۱}{۶}$ از زنان و $\frac{۱}{۴}$ از مردان تحصیل‌کرده‌اند. به تصادف فردی از جامعه انتخاب می‌شود. اگر تحصیل‌کرده باشد باید به ۳ تست ۴ گزینه‌ای، در غیر این‌صورت به ۲ تست ۴ گزینه‌ای پاسخ دهد. با کدام احتمال فقط به یک تست پاسخ صحیح داده شده است؟ (پاسخ دادن به تست اجباری است.)

۱) $\frac{۲۷}{۶۴}$ ۲) $\frac{۳}{۸}$ ۳) $\frac{۸۹}{۱۶۰}$ ۴) $\frac{۱۲۳}{۳۲۰}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- اگر ریشه‌های معادله‌ی $۹x^۲+ax+b=۰$، از مربع معکوس ریشه‌های معادله‌ی $۲x^۲-۳x-۹=۰$، ۲ واحد کم‌تر باشد، a کدام است؟

۱) ۲۰ ۲) ۳۱ ۳) ۴۲ ۴) ۱۷

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- نمودار تابع $y=\sqrt{۱-۲x}$ را یک واحد به چپ و سپس یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم. ضابطه‌ی معکوس تابع به‌دست آمده کدام است؟

۱) $۱+\sqrt{-۱-۲x}\ ,x\le\frac{-۱}{۲}$ ۲) $-\frac{۱}{۲}x^۲-x+۱, x\ge ۱$

۳) $-\frac{۱}{۲}x^۲+x-۱, x\le\frac{۱}{۲}$ ۴) $-\frac{۱}{۲}x^۲+x-۱, x\ge ۱$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- اگر دنباله‌ی مجموع n جمله‌ی اول از یک دنباله‌ی حسابی (S_n) به صورت $۱,\frac{۵}{۲},\frac{۹}{۲},\ldots$ باشد، مجموع ۵ جمله‌ی اول دنباله‌ی حسابی کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۴ ۳) ۱۸ ۴) ۲۰

شما پاسخ نداده اید

۱۴۱- اگر $۲^{x+۲}+۲^{x-۱}=\frac{۹}{۸}$، آن‌گاه حاصل لگاریتم $|x^۳-۱|$ در پایه‌ی ۳ کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- جواب کلی معادله‌ی $\cos ۴x+۲\sin^۲ x=۱$ کدام است؟

۱) $۲k\pi$ ۲) $\frac{k\pi}{۲}$ ۳) $k\pi$ ۴) $\frac{k\pi}{۳}$

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- اگر $f(x)=\left|\sin\frac{\pi[x]}{x}\right|$، آن‌گاه حاصل $f'_+(1)$ کدام است؟ ([ ] علامت جزء صحیح است.)

۱) $\frac{\pi}{2}$ ۲) $-\frac{\pi}{2}$ ۳) $-\pi$ ۴) π

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- معادله‌ی خط مماس بر منحنی $2x-\sqrt{xy^2}+y-2=0$ در نقطه‌ای به عرض ۲- کدام است؟

۱) $y-3x=4$ ۲) $4y-3x+20=0$

۳) $2y+x=0$ ۴) $12y+7x-4=0$

شما پاسخ نداده اید

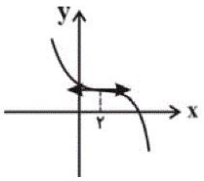
۱۴۵- تابع $y=\frac{x-\ln x}{x+\ln x}$ کدام وضع زیر را دارد؟

۱) صعودی است. ۲) نزولی است.

۳) ماکزیمم نسبی دارد. ۴) مینیمم نسبی دارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- نمودار تابع $f(x)=\frac{-1}{3}x^3+ax^2+bx+c$ به صورت شکل روبه‌رو است. $a-b$، کدام است؟



۱) ۶ ۲) ۶-

۳) ۲ ۴) ۲-

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- مساحت مثلثی با رئوس $A(1,1)$ و $B(2,3)$ و $C(k,-1)$ برابر ۳ است. مقادیر k کدام‌اند؟

۱) ۱ یا ۵- ۲) ۳ یا ۱- ۳) ۳ یا ۳- ۴) ۳- یا ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- فاصله‌ی دورترین نقطه‌ی منحنی $x^2+4y^2-2x=3$ از مبدأ مختصات کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- دایره‌ای به مرکز $O(3,-\frac{3}{2})$ و شعاع $\frac{5}{2}$ محور xها را در نقاط N و M قطع می‌کند. طول پاره خط MN کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- اگر $f(x)=\int_2^x\frac{t^2}{t^2+1}dt$ باشد، مقدار مشتق تابع $y=f(\sqrt{x})$ در $x=1$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

شما پاسخ نداده اید

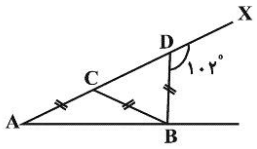
۱۵۱- مساحت ناحیه‌ی محدود به نمودار تابع $y=x|x|$ و خط $y=x$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) صفر ۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۲- در شکل زیر $AC = BC = BD$ و $B\hat{D}X = ۱۰۲^\circ$، عمودمنصف‌های AB و CD با چه زاویه‌ای یکدیگر را قطع می‌کنند؟



۱) ۳۹°

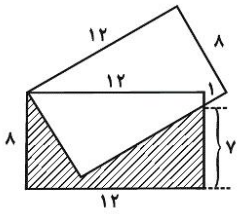
۲) ۳۴°

۳) ۵۱°

۴) ۵۶°

شما پاسخ نداده اید

۱۵۳- دو چهارضلعی شکل مقابل، مستطیل‌های همنهشت هستند. مساحت ناحیه‌ی هاشورخورده کدام است؟



۱) ۳۶

۲) ۴۵

۳) ۴۸

۴) ۵۴

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای به طول اضلاع قائمه‌ی ۱ و ۲، عمود منصف وتر، سطح مثلث را به کدام نسبت تقسیم می‌کند؟

۱) ۱/۲ ۲) ۱/۶ ۳) ۱/۸ ۴) ۲/۲

شما پاسخ نداده اید

۱۵۵- بیشترین مساحت مقطع حاصل از تقاطع یک صفحه با مکعب مستطیلی به ابعاد ۱، ۲ و ۳ واحد، چند واحد مربع است؟

۱) ۶ ۲) ۹ ۳) $۲\sqrt{۱۰}$ ۴) $۳\sqrt{۵}$

شما پاسخ نداده اید

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۲۶- *(عباس امیدوار)*

$$A=\begin{bmatrix}-۲ & ۲\\ -۲ & ۳\end{bmatrix}\Rightarrow A^{-۱}=\frac{۱}{-۶+۴}\begin{bmatrix}۳ & -۲\\ ۲ & -۲\end{bmatrix}=-\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix}۳ & -۲\\ ۲ & -۲\end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A+۴A^{-۱}=\begin{bmatrix}-۲ & ۲\\ -۲ & ۳\end{bmatrix}+۴(-\frac{۱}{۲}\begin{bmatrix}۳ & -۲\\ ۲ & -۲\end{bmatrix})$$

$$=\begin{bmatrix}-۲ & ۲\\ -۲ & ۳\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۶ & -۴\\ ۴ & -۴\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۸ & ۶\\ -۶ & ۷\end{bmatrix}$$

(ماتریس) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۶۴، ۱۶۵ و ۱۷۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۲۷- *(میثم حمزه‌لویی)*

برای محاسبه‌ی مجموع کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین زاویه‌ی مثلث، اندازه‌ی زاویه‌ی متوسط را می‌یابیم و سپس از ۱۸۰° کم می‌کنیم. زاویه‌ی متوسط مثلث روبه‌روی ضلع متوسط آن است. طول ضلع متوسط مثلث برابر ۲ است. پس طبق قضیه‌ی کسینوس‌ها داریم:

$$۲^۲=(۱+\sqrt{۳})^۲+(\sqrt{۲})^۲-۲(۱+\sqrt{۳})(\sqrt{۲})\cos\theta$$

$$\Rightarrow ۴=۱+۳+۲\sqrt{۳}+۲-۲\sqrt{۲}(۱+\sqrt{۳})\cos\theta$$

$$\Rightarrow ۲\sqrt{۲}(۱+\sqrt{۳})\cos\theta=۲+۲\sqrt{۳}=۲(۱+\sqrt{۳})$$

$$\Rightarrow \cos\theta=\frac{۱}{\sqrt{۲}}\Rightarrow\theta=۴۵^\circ$$

$$\Rightarrow \text{مجموع دو زاویه‌ی مورد نظر}=۱۸۰^\circ-۴۵^\circ=۱۳۵^\circ$$

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۴ و ۱۵۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

۱۲۸- *(بهرام طالبی)*

چون می‌خواهیم زیرمجموعه‌های مورد نظر شامل عضو $\mathbf{a}$ باشند، پس $\mathbf{a}$ را انتخاب‌شده فرض می‌کنیم. در نتیجه باید دو عضو دیگر از مجموعه‌ی $\{\mathbf{b,c,d,e}\}$ انتخاب کنیم. پس:

$$\text{تعداد کل حالات} = \binom{۴}{۲} = ۶$$

(ترکیبیات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

۱ ۲ ۳ ۴✓

۱۲۹- *(مهدی ملارمضانی)*

متغیر«مقاومت ورودی یک ترانزیستور» چون مقادیری بین اعداد طبیعی را نیز می‌تواند اختیار کند بنابراین متغیر از نوع کمی پیوسته است.

(متغیرهای تصادفی) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹)

۱✓ ۲ ۳ ۴

۱۳۰- *(یغما کلانتریان)*

$$\mathbf{x_1, x_2, \ldots, x_n} \Rightarrow \begin{cases} \text{میانگین} = \bar{\mathbf{x}} \\ \text{انحراف معیار} = \boldsymbol{\sigma} \end{cases} \Rightarrow (\mathbf{CV})_1 = \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\bar{\mathbf{x}}}$$

$$\mathbf{۲x_1 - ۵, ۲x_2 - ۵, \ldots, ۲x_n - ۵}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{میانگین} = ۲\bar{\mathbf{x}} - ۵ \\ \text{انحراف معیار} = ۲\boldsymbol{\sigma} \end{cases} \Rightarrow (\mathbf{CV})_۲ = \frac{۲\boldsymbol{\sigma}}{۲\bar{\mathbf{x}} - ۵}$$

با توجه به مسئله:

$$(\mathbf{CV})_۲ = ۲(\mathbf{CV})_1 \Rightarrow \frac{۲\boldsymbol{\sigma}}{۲\bar{\mathbf{x}} - ۵} = ۲ \times \frac{\boldsymbol{\sigma}}{\bar{\mathbf{x}}} \Rightarrow ۲\bar{\mathbf{x}} - ۵ = \bar{\mathbf{x}} \Rightarrow \bar{\mathbf{x}} = ۵$$

میانگین داده‌های جدید $: ۲\bar{\mathbf{x}} - ۵ = ۲(۵) - ۵ = ۵$

(شاخص‌های پراکندگی) (آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۸ و ۱۵۳ تا ۱۵۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

۱۳۱- *(محمدرضا شوکتی‌بیرق)*

در واقع می‌خواهیم احتمال این‌که دو فرزند از چهار فرزند بعدی پسر باشد

را حساب کنیم. $\dfrac{\binom{۴}{۲}}{۲^۴} = \dfrac{۶}{۱۶} = \dfrac{۳}{۸}$

(احتمال) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰) و (ریاضی ۳، صفحه‌های ۲ تا ۷)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۲ (میثم حمزه‌لویی)

$$\cot\left(\frac{x+\pi}{۲}\right)=\frac{۱}{۲}\Rightarrow \cot\left(\frac{x}{۲}+\frac{\pi}{۲}\right)=\frac{۱}{۲}\Rightarrow -\tan\frac{x}{۲}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow \tan\frac{x}{۲}=-\frac{۱}{۲}$$

از طرفی: $\cos\left(\frac{\pi+۲x}{۲}\right)=\cos\left(\frac{\pi}{۲}+x\right)=-\sin x$

در نهایت با کمک رابطه‌ی $\sin ۲x=\frac{۲\tan x}{۱+\tan^{۲} x}$ حاصل را می‌یابیم:

$$\cos\left(\frac{\pi+۲x}{۲}\right)=-\frac{۲\tan\frac{x}{۲}}{۱+\tan^{۲}\frac{x}{۲}}=-\frac{۲(-\frac{۱}{۲})}{۱+(-\frac{۱}{۲})^{۲}}=\frac{۱}{\frac{۵}{۴}}=\frac{۴}{۵}$$

(مثلثات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷) و (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۸)

۴ ۳ ۲✓ ۱

-۱۳۳ (فرهاد حامی)

$$(fog)(\sqrt{۲})=f(g(\sqrt{۲}))=f(\sqrt{۲}-\left[\sqrt{۲}\right])=f(\sqrt{۲}-۱)$$

با توجه به ضابطه‌ی $f(x)=x^{۲}+۲x=(x+۱)^{۲}-۱$ داریم:

$$f(\sqrt{۲}-۱)=(\sqrt{۲}-۱+۱)^{۲}-۱=۲-۱=۱$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲) و (ریاضی ۳، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۶)

۴ ۳ ۲ ۱✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۴ (میثم حمزه‌لویی)

راه حل اول: با توجه به این‌که $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ و $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$، داریم:

$$f(x) = \frac{۳ - \tan^۲ x}{۲\cos(\frac{\pi}{۶} + x)} = \frac{۳ - \frac{\sin^۲ x}{\cos^۲ x}}{۲(\frac{\sqrt{۳}}{۲}\cos x - \frac{۱}{۲}\sin x)}$$

$$= \frac{۳\cos^۲ x - \sin^۲ x}{\cos^۲ x(\sqrt{۳}\cos x - \sin x)}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to\frac{\pi}{۳}} f(x) = \lim_{x\to\frac{\pi}{۳}} \frac{۳\cos^۲ x - \sin^۲ x}{\cos^۲ x(\sqrt{۳}\cos x - \sin x)}$$

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{۳}} \frac{(\sqrt{۳}\cos x - \sin x)(\sqrt{۳}\cos x + \sin x)}{\cos^۲ x(\sqrt{۳}\cos x - \sin x)}$$

$$= \lim_{x\to\frac{\pi}{۳}} \frac{\sqrt{۳}\cos x + \sin x}{\cos^۲ x} = \frac{\sqrt{۳}(\frac{۱}{۲}) + (\frac{\sqrt{۳}}{۲})}{(\frac{۱}{۲})^۲} = ۴\sqrt{۳}$$

راه حل دوم: چون ابهام حد از نوع $\frac{۰}{۰}$ است، با استفاده از قاعده‌ی هوپیتال، داریم:

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۳}} \frac{۳ - \tan^۲ x}{۲\cos(\frac{\pi}{۶} + x)} = \lim_{x\to\frac{\pi}{۳}} \frac{-(۱ + \tan^۲ x)(۲\tan x)}{-۲\sin(\frac{\pi}{۶} + x)}$$

$$= \frac{-(۱+۳)(۲\sqrt{۳})}{-۲(۱)} = ۴\sqrt{۳}$$

(حد و پیوستگی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۶ و ۹۲ تا ۹۴)

۱ ۲ ۳✓ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۵ (مهدی ملارمضانی)

برای پیوستگی در IR باید تابع در $x=۱$ پیوسته باشد.

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to ۱^+} f(x) = \lim\limits_{x\to ۱^+} \left(\frac{۱}{x-۱} - \frac{۲}{x^۲-۱}\right) \xrightarrow{\text{حد، ابهام } \infty-\infty \text{ دارد}} \\ = \lim\limits_{x\to ۱^+} \left(\frac{۱}{x-۱} - \frac{۲}{x^۲-۱}\right) = \lim\limits_{x\to ۱^+} \left(\frac{x+۱-۲}{(x-۱)(x+۱)}\right) \\ = \lim\limits_{x\to ۱^+} \frac{x-۱}{(x-۱)(x+۱)} = \lim\limits_{x\to ۱^+} \frac{۱}{x+۱} = \frac{۱}{۲} \\ f(۱) = \lim\limits_{x\to ۱^-} f(x) = \lim\limits_{x\to ۱^-} a\sin\frac{\pi x}{۶} = a\sin\frac{\pi}{۶} = \frac{a}{۲} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{۲} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow a = ۱$$

(حد و پیوستگی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۳ و ۱۱۵ تا ۱۲۱)

۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۳۶ (میثم حمزه‌لویی)

$$f(x) = ۲^x \Rightarrow f'(x) = ۲^x \ln ۲$$

آهنگ لحظه‌ای در $x=۳$ $= f'(۳) = ۲^۳ \ln ۲ = ۸\ln ۲$

آهنگ متوسط در فاصله‌ی $[۲,۳]$ $= \frac{f(۳)-f(۲)}{۳-۲} = \frac{۸-۴}{۱} = ۴$

$$\Rightarrow \frac{\text{آهنگ لحظه‌ای}}{\text{آهنگ متوسط}} = \frac{۸\ln ۲}{۴} = ۲\ln ۲ = \ln ۲^۲ = \ln ۴$$

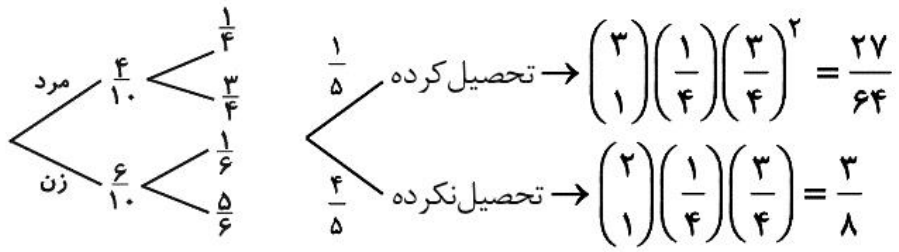
(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۹) و (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۰)

۱ ۲ ✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۷ *(حسین اسفینی)*

$$\text{احتمال تحصیل‌کرده}: \frac{۴}{۱۰}\times\frac{۱}{۴}+\frac{۶}{۱۰}\times\frac{۱}{۶}=\frac{۱}{۱۰}+\frac{۱}{۱۰}=\frac{۱}{۵}$$



$$\text{جواب}=\frac{۱}{۵}\times\frac{۲۷}{۶۴}+\frac{۴}{۵}\times\frac{۳}{۸}=\frac{۱۲۳}{۳۲۰}$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۳۸ *(آرش رحیمی)*

به دلیل آن‌که می‌توان ریشه‌های معادله‌ی اصلی را به‌دست آورد بهتر است از روش زیر استفاده کنیم.

$$۲x^۲-۳x-۹=۰\Rightarrow\begin{cases}x_۱=۳\\ x_۲=-\frac{۳}{۲}\end{cases}$$

$$\begin{cases}x'_۱=\frac{۱}{x_۱^۲}-۲=\frac{۱}{۹}-۲=\frac{-۱۷}{۹}\\ x'_۲=\frac{۱}{x_۲^۲}-۲=\frac{۴}{۹}-۲=\frac{-۱۴}{۹}\end{cases}\Rightarrow S'=x'_۱+x'_۲=\frac{-۱۷}{۹}-\frac{۱۴}{۹}=\frac{-۳۱}{۹}$$

$$\xrightarrow[\text{نیازی به محاسبه‌ی } p' \text{ نیست}]{x^۲-S'x+p'=۰} x^۲+\frac{۳۱}{۹}x+p'=۰$$

$$\xrightarrow{\times ۹} ۹x^۲+۳۱x+۹p'=۰$$

در مقایسه با معادله‌ی خواسته شده $a=۳۱$ است.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۳۹ *(میثم حمزه‌لویی)*

ابتدا ضابطه‌ی نمودار انتقال‌یافته را می‌یابیم:

$$y=\sqrt{1-2x}\xrightarrow{\text{یک واحد به چپ}}y=\sqrt{1-2(x+1)}=\sqrt{1-2x-2}$$

$$=\sqrt{-1-2x}\xrightarrow{\text{یک واحد به بالا}}y=1+\sqrt{-1-2x}$$

حال ضابطه‌ی معکوس را می‌یابیم. دقت کنید که برد تابع حاصل بازه‌ی $[1,+\infty)$ است. پس دامنه‌ی y^{-1} به صورت $x\geq 1$ است:

$$y=1+\sqrt{-1-2x}\Rightarrow y-1=\sqrt{-1-2x}\xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}}$$

$$(y-1)^2=-1-2x$$

$$\Rightarrow y^2-2y+1=-1-2x\Rightarrow -2x=y^2-2y+2$$

$$\Rightarrow x=\frac{y^2-2y+2}{-2}\Rightarrow f^{-1}(x)=-\frac{1}{2}x^2+x-1$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹) و (ریاضی ۲، صفحه‌های ۶۰ تا ۶۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۴۰ *(محمدرضا میرجلیلی)*

با توجه به این‌که دنباله‌ی $1,\frac{5}{2},\frac{9}{2},\ldots$ دنباله‌ی مجموع جملات دنباله‌ی حسابی است، بنابراین:

$$\begin{cases}S_1=1\Rightarrow a_1=1\\ S_2=\frac{5}{2}\Rightarrow a_1+a_2=\frac{5}{2}\end{cases}\Rightarrow 1+a_2=\frac{5}{2}\Rightarrow a_2=\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \text{قدر نسبت دنباله‌ی حسابی}=a_2-a_1=\frac{3}{2}-1=\frac{1}{2}$$

بنابراین مجموع پنج جمله‌ی اول دنباله برابر است با:

$$\begin{cases}a_1=1\\ d=\frac{1}{2}\end{cases}\Rightarrow S_5=\frac{5}{2}\left[2(1)+(5-1)\frac{1}{2}\right]=\frac{5}{2}[2+2]=10$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۴۰ و ۴۱)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۱ *(حسین اسفینی)*

$$۲^{x-۱}+۲^{x+۲}=\frac{۹}{۸}\Rightarrow ۲^{x}\times(\frac{۱}{۲})+۲^{x}\times ۲^{۲}=\frac{۹}{۸}\Rightarrow ۲^{x}(\frac{۱}{۲}+۴)=\frac{۹}{۸}$$

$$\Rightarrow ۲^{x}(\frac{۹}{۲})=\frac{۹}{۸}\Rightarrow ۲^{x}=\frac{۱}{۴}=۲^{-۲}\Rightarrow x=-۲$$

بنابراین: $\log_{۳}^{|x^{۳}-۱|}=\log_{۳}^{|(-۲)^{۳}-۱|}=\log_{۳}^{۹}=\log_{۳}^{۳^{۲}}=۲$

(توابع و معادلات) (ریاضی۲، صفحه‌های ۱۱۰ و ۱۱۱) و (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۴۲ *(آرش رحیمی)*

$$\cos ۴x+۲\sin^{۲}x=۱\Rightarrow \cos ۴x=۱-۲\sin^{۲}x\Rightarrow \cos ۴x=\cos ۲x$$

$$\Rightarrow ۴x=۲k\pi\pm ۲x\Rightarrow\begin{cases}۴x=۲k\pi+۲x\Rightarrow ۲x=۲k\pi\Rightarrow x=k\pi\\ ۴x=۲k\pi-۲x\Rightarrow ۶x=۲k\pi\Rightarrow x=\frac{k\pi}{۳}\end{cases}$$

چون جواب‌های $x=k\pi$ در جواب کلی $x=\frac{k\pi}{۳}$ قرار دارند، پس جواب کلی معادله $x=\frac{k\pi}{۳}$ است.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۴)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۴۳ *(فرهاد حامی)*

$$x\to ۱^{+}:[x]=۱\Rightarrow f(x)=|\sin\frac{\pi}{x}|$$

$$x\to ۱^{+}:|\underbrace{\sin\frac{\pi}{x}}_{+}|=\sin\frac{\pi}{x}$$

$$\Rightarrow f(x)=\sin\frac{\pi}{x}\Rightarrow f'(x)=(-\frac{\pi}{x^{۲}}\cos\frac{\pi}{x})\Rightarrow f'_{+}(۱)=-\frac{\pi}{۱}\cos\pi=\pi$$

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۳)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۴ *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

اول y را برابر -۲ می‌گذاریم تا x را به‌دست آوریم:

$$۲x-\sqrt{۴x}-۲-۲=۰\Rightarrow ۲x-۲\sqrt{x}=۴\Rightarrow x-\sqrt{x}=۲\Rightarrow x=۴$$

حالا مشتق را در نقطه‌ی $(۴,-۲)$ حساب می‌کنیم:

$$y'=-\frac{f'_x}{f'_y}=-\frac{۲-\frac{y^۲}{۲\sqrt{xy^۲}}}{\frac{-۲xy}{۲\sqrt{xy^۲}}+۱}\xrightarrow{(۴,-۲)}-\frac{۲-\frac{۴}{۲(۴)}}{\frac{۱۶}{۲(۴)}+۱}=-\frac{۲-\frac{۱}{۲}}{۳}=-\frac{۱}{۲}$$

حالا معادله‌ی خط مماس را با دانستن شیب و یک نقطه از منحنی به‌دست می‌آوریم:

$$y-y_۰=m(x-x_۰)\Rightarrow y+۲=-\frac{۱}{۲}(x-۴)\xrightarrow{\times ۲}$$

$$۲y+۴=-x+۴\Rightarrow ۲y+x=۰$$

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

۱ ۲ ۳✓ ۴

-۱۴۵ *(محمدرضا شوکتی‌بیرق)*

$$y=\frac{x-\ln x}{x+\ln x}$$

$$\Rightarrow y'=\frac{۲\ln x-۲}{(x+\ln x)^۲}=۰\Rightarrow x=e$$

x	۰	e
y′	−	۰ +
y	نـ ن	Min

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۳ تا ۸۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۴۶ *(مهدی رحمتی)*

در نقطه‌ی $x=۲$، شیب خط مماس، برابر صفر است و تقعر منحنی نیز عوض می‌شود، پس: $y'=y''=۰$.

$$\begin{cases} y'=-x^۲+۲ax+b\Rightarrow -۴+۴a+b=۰\Rightarrow ۴a+b=۴\\ y''=-۲x+۲a\Rightarrow -۴+۲a=۰\end{cases}$$

$$\Rightarrow\begin{cases} b=-۴\\ a=۲\end{cases}\Rightarrow a-b=۲-(-۴)=۶$$

(کاربردهای مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های۸۳ تا ۹۵)

۱✓ ۲ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۴۷ *(سروش موئینی)*

مساحت مثلث گذرنده از سه نقطه $A(x_A, y_A)$ و $B(x_B, y_B)$ و $C(x_C, y_C)$ برابر است با:

$$S = \frac{۱}{۲}\left|\begin{vmatrix} x_B - x_A & x_C - x_A \\ y_B - y_A & y_C - y_A \end{vmatrix}\right| = \frac{۱}{۲}\left|\begin{vmatrix} ۱ & k-۱ \\ ۲ & -۲ \end{vmatrix}\right|$$

$$= \frac{۱}{۲}\left|-۲-۲(k-۱)\right| = |k| = ۳ \Rightarrow k = \pm ۳$$

(هندسه‌ی مختصاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۱۳)

۴ ۳✓ ۲ ۱

-۱۴۸ *(محمدرضا شوکتی‌بیرق)*

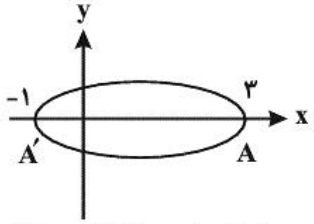
$$x^۲ + ۴y^۲ - ۲x = ۳ \Rightarrow \frac{(x-۱)^۲}{۴} + \frac{y^۲}{۱} = ۱$$

پس منحنی داده شده، یک بیضی افقی به مرکز $(۱,۰)$ می‌باشد که قطر بزرگ آن بر محور طول‌ها منطبق است و داریم: $b = ۱, a = ۲$

بنابراین دورترین نقطه‌ی آن از مبدأ، رأس A خواهد بود.

$$y = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۲x = ۳ \Rightarrow \begin{cases} x_۱ = -۱ \\ x_۲ = ۳ \end{cases}$$

$\Rightarrow$ بیش‌ترین فاصله از مبدأ $= ۳$



(هندسه‌ی مختصاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۳۵ تا ۱۳۹)

۴ ۳✓ ۲ ۱

-۱۴۹ *(حسین اسفینی)*

$$(x-۳)^۲ + (y+\frac{۳}{۲})^۲ = \frac{۲۵}{۴} \xrightarrow{y=۰} (x-۳)^۲ + \frac{۹}{۴} = \frac{۲۵}{۴}$$

$$\Rightarrow (x-۳)^۲ = \frac{۱۶}{۴} = ۴ \Rightarrow x-۳ = \pm ۲ \Rightarrow x_N = ۱, x_M = ۵$$

$$\Rightarrow NM = ۵ - ۱ = ۴$$

(هندسه‌ی مختصاتی و منحنی‌های درجه دوم) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۵)

۴ ۳ ۲✓ ۱

-۱۵۰ *(جمال‌الدین حسینی)*

$$y = \int_۲^{\sqrt{x}} \frac{t^۲}{t^۲+۱} dt$$

$$y' = \frac{x}{x+۱} \times \frac{۱}{۲\sqrt{x}} \Rightarrow y'(۱) = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۴}$$

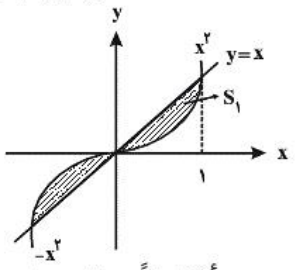
(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۳ و ۱۶۴)

۴ ۳✓ ۲ ۱

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

۱۵۱- *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

$$y = x|x| = \begin{cases} x^۲ & x \geq ۰ \\ -x^۲ & x < ۰ \end{cases}$$



با توجه به شکل چون نمودار $y = x|x|$ نسبت به مبدأ کاملاً متقارن است پس مساحت دو ناحیه‌ی هاشورخورده با هم برابر است.

نقاط برخورد این تابع با خط $y = x$، $(۱,۱), (-۱,-۱)$ است.

$$S_۱ = \int_۰^۱ (x - x^۲)dx = \frac{۱}{۲}x^۲ - \frac{۱}{۳}x^۳]_۰^۱ = (\frac{۱}{۲} - \frac{۱}{۳}) - (۰) = \frac{۱}{۶}$$

مساحت ناحیه‌ی محدود $= ۲S_۱ = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$

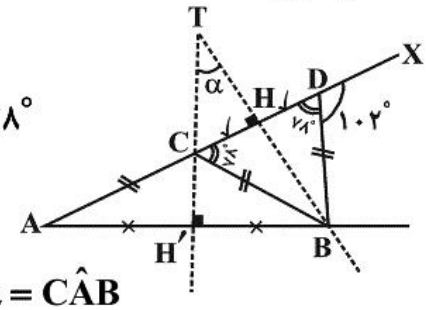
(انتگرال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۶۵ تا ۱۷۳)

۱ ۲✓ ۳ ۴

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۵۲ *(حسین حاجیلو)*

راه حل اول: از آن‌جا که مثلث‌های ABC و BCD متساوی‌الساقین هستند، عمودمنصف‌های AB و CD، میانه، ارتفاع و نیمساز نیز هستند. با توجه به شکل داریم:



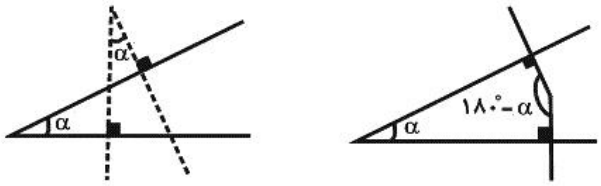
$$B\hat{C}D = B\hat{D}C = ۱۸۰^\circ - B\hat{D}X = ۷۸^\circ$$

$$\begin{cases} \overset{\Delta}{AHB} : C\hat{A}B + H\hat{B}A = ۹۰^\circ \\ \overset{\Delta}{TH'B} : \alpha + H\hat{B}A = ۹۰^\circ \end{cases} \Rightarrow \alpha = C\hat{A}B$$

$$\xrightarrow[\overset{\Delta}{ABC}\ \text{متساوی‌الساقین}]{} C\hat{A}B = \frac{۷۸^\circ}{۲} = ۳۹^\circ$$

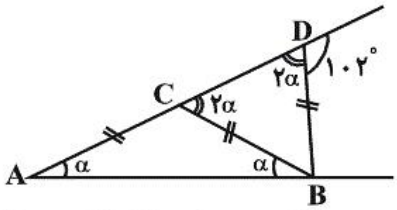
راه حل دوم:

نکته: مطابق شکل، اگر اضلاع دو زاویه نظیر به نظیر بر هم عمود باشند، آن دو زاویه مساوی یا مکمل‌اند.



با در نظر گرفتن این نکته و با توجه به شکل، می‌توان گفت که زاویه‌ی مورد نظر با $C\hat{A}B$ برابر است، برای محاسبه‌ی $C\hat{A}B$ داریم:

$$۱۸۰ - ۲\alpha = ۱۰۲^\circ$$
$$\Rightarrow \alpha = ۳۹^\circ$$



(هندسه و استدلال) (هندسه ۱، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ و ۲۱ تا ۲۷)

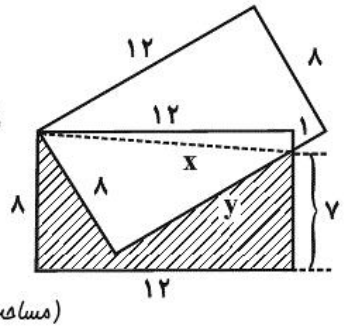
۱ ✓ ۲ ۳ ۴

-۱۵۳ *(جمال‌الدین حسینی)*

$$x^۲ = (۱۲)^۲ + ۱^۲ \Rightarrow x^۲ = ۱۴۵$$

$$y^۲ = x^۲ - ۸^۲ = ۱۴۵ - ۶۴ = ۸۱ \Rightarrow y = ۹$$

$$S_{\text{هاشور}} = ۱۲ \times ۸ - \left(\frac{۱۲ \times ۱}{۲} + \frac{۸ \times ۹}{۲}\right) = ۵۴$$



(مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس) (هندسه ۱، صفحه‌های ۵۳ تا ۶۱)

۱ ۲ ۳ ۴ ✓

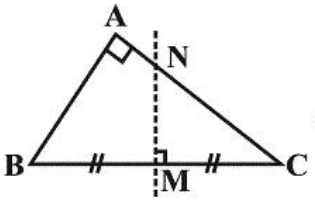
www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا

-۱۵۴ (حسین حاجیلو)

مطابق شکل، در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC فرض می‌کنیم $AB=۱$ و $AC=۲$، داریم:

$$BC=\sqrt{AB^۲+AC^۲}=\sqrt{۵}\Rightarrow CM=\frac{۱}{۲}BC=\frac{\sqrt{۵}}{۲}$$

همچنین داریم:



$$\begin{cases}\hat{C}=\hat{C}\\ \hat{A}=\hat{M}=۹۰^\circ\end{cases}\xrightarrow{\text{تساوی زاویه‌ها}}\overset{\Delta}{ABC}\sim\overset{\Delta}{MNC}$$

$$\text{نسبت تشابه } K=\frac{CM}{AC}=\frac{\frac{\sqrt{۵}}{۲}}{۲}=\frac{\sqrt{۵}}{۴}\Rightarrow\frac{S(\overset{\Delta}{MNC})}{S(\overset{\Delta}{ABC})}=K^۲=\frac{۵}{۱۶}$$

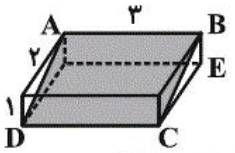
$$\Rightarrow\frac{S(ABMN)}{S(\overset{\Delta}{ABC})}=۱-\frac{۵}{۱۶}=\frac{۱۱}{۱۶}\Rightarrow\frac{S(ABMN)}{S(\overset{\Delta}{MNC})}=\frac{\frac{۱۱}{۱۶}}{\frac{۵}{۱۶}}=\frac{۱۱}{۵}=۲/۲$$

(تشابه) (هندسه ۱، صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۲)

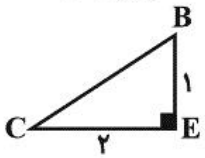
۱ ۲ ۳ ۴✓

-۱۵۵ (حسین حاجیلو)

مستطیل $ABCD$ در شکل مقابل، بزرگ‌ترین مقطع حاصل از تقاطع یک صفحه در فضا با مکعب مستطیلی به ابعاد ۱، ۲ و ۳ واحد است. داریم:



$$BC=\sqrt{BE^۲+CE^۲}=\sqrt{۵}$$



$$S(ABCD)=AB\times BC=۳\sqrt{۵}$$

(شکل‌های فضایی) (هندسه ۱، صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)

۱ ۲ ۳ ۴✓

www.kanoon.ir

www.riazisara.ir دانلود از سایت ریاضی سرا