



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara> (@riazisara)

ریاضی ، ریاضی ۲ ، قوانین (قضایا) لگاریتم‌ها ، توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۵۶- دامنه‌ی تابع $f(x) = \sqrt[4]{2 - 2\log_1(x+1)}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- | | |
|--------|--------|
| (۱) ۹ | (۲) ۱۰ |
| (۳) ۱۱ | (۴) ۱۲ |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، حل معادلات لگاریتمی با استفاده از قوانین لگاریتم‌ها ، توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۵۷- از تساوی $1 - \log_2^5 = \log_4^{(2^x-1)}$ ، مقدار x کدام است؟

- | | |
|------------|------------|
| (۱) $1/6$ | (۲) $1/2$ |
| (۳) $0/58$ | (۴) $0/76$ |

شما پاسخ نداده اید

۵۱- اگر نمودار تابع نمایی $y = a^x$ از نقطه‌ی $(2, 9)$ بگذرد، حاصل $\log_{\frac{1}{2}}^{(a+1)} + 4^{\log_2^a}$ کدام است؟

- | | |
|-------|-------|
| (۱) ۹ | (۲) ۸ |
| (۳) ۷ | (۴) ۶ |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، تعیین مقادیر مثلثاتی برای تمام زوایا ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۲۲۴

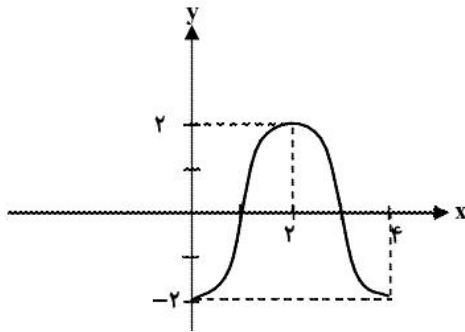
۶۲- حاصل عبارت $3\sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + 2\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) + \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) - 4\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)$ چند برابر $\cos \alpha$ است؟

- | | |
|-------|--------|
| (۱) ۴ | (۲) -۴ |
| (۳) ۲ | (۴) -۲ |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، رابطه‌ی بین منحنی تابع سینوسی و دایره‌ی مثلثاتی ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۵۳- نمودار شکل زیر، مربوط به کدام یک از توابع زیر می تواند باشد؟



(۱) $y = -2\cos 2x$

(۲) $y = -2\cos \frac{\pi x}{2}$

(۳) $y = 2\cos(\frac{-x}{4})$

(۴) $y = 2\cos(\frac{-\pi x}{2})$

شما پاسخ نداده اید

۵۸- اگر تابع $y = \sin ax$ محور x ها را در بازه $[0, 2\pi]$ ، π بار قطع کند، کم ترین مقدار مثبت a کدام است؟

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) $\frac{7}{2}$

(۳) ۴

شما پاسخ نداده اید

۵۵- حداکثر مقدار عبارت $y_1 = -2\sin(x - \frac{\pi}{8}) - 1$ ، چند برابر حداقل مقدار عبارت $y_2 = -3\sin(x + \frac{\pi}{8}) + 1$ می باشد؟

(۴) $\frac{1}{4}$

(۳) $-\frac{3}{4}$

(۲) $-\frac{1}{2}$

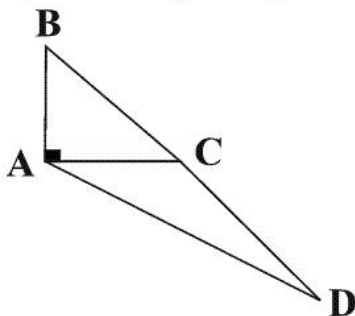
(۱) $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، کاربردهایی از مثلثات ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۷۰- در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ ، $\hat{A} = 90^\circ$ و $AB = 2$ است. وتر BC را به اندازه $\frac{1}{3}$ واحد از طرف رأس C امتداد

می دهیم تا به نقطه D برسیم. اگر $\hat{BAD} = 15^\circ$ باشد، حاصل $BC \times AD$ کدام است؟ ($60^\circ < C < 90^\circ$)



(۱) ۶

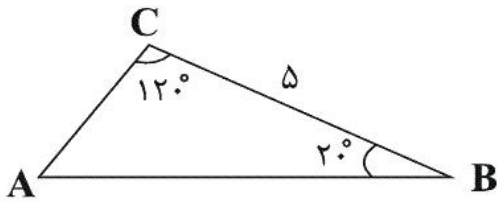
(۲) $4\sqrt{3}$

(۳) $12\sqrt{3}$

(۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۶۰- اندازه‌ی بزرگ‌ترین ضلع در مثلث زیر کدام است؟



$$\frac{5\sqrt{3}}{2 \sin 40^\circ} \quad (1)$$

$$\frac{5}{2 \sin 40^\circ} \quad (2)$$

$$\frac{5\sqrt{3}}{4 \sin 40^\circ} \quad (3)$$

$$\frac{5}{4 \sin 40^\circ} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، تساوی دو ماتریس ، ماتریس - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۵۲- در ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 4 & -1 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}$ ، حاصل $a_{11}a_{22} + a_{12} - a_{31}$ کدام است؟

۷ (۲)

۲ (۱)

صفر (۴)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، ضرب ماتریس‌ها ، ماتریس - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۵۹- اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ و $A^2 = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ x & -2x \end{bmatrix}$ باشند، آنگاه مقدار x کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، حل دستگاه دو معادله دو مجهول با استفاده از ماتریس ، ماتریس - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۶۴- اگر تساوی $2 \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ برقرار باشد، ماتریس A کدام است؟

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۹- در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax - 3y = 7 \\ bx + 4y = 2 \end{cases}$ ، اگر دترمینان ماتریس ضرایب مجهولات برابر ۱۷ باشد، مقدار x کدام است؟

$$1 \quad (1)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$-2 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، اصل ضرب ، ترکیبیات - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۶۶- مجموعه $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ چند زیرمجموعه دارد که شامل عضوهای ۱، ۴ و ۵ باشد ولی شامل عضو ۳ نباشد؟

$$32 \quad (1)$$

$$64 \quad (2)$$

$$1024 \quad (3)$$

$$512 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۶۳- به چند طریق می توان یک عدد سه رقمی و زوج نوشت که ارقام آن تکراری نباشند؟

$$360 \quad (1)$$

$$256 \quad (2)$$

$$328 \quad (3)$$

$$720 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، جایگشت ، ترکیبیات - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۶۱- به چند طریق می توان ۲ کتاب شیمی، ۳ کتاب فیزیک و ۱ کتاب ادبیات را در یک ردیف کنار هم قرار دهیم به طوری که کتاب های شیمی همواره کنار هم باشند؟ (کتاب ها متمایز هستند.)

$$160 \quad (1)$$

$$180 \quad (2)$$

$$210 \quad (3)$$

$$240 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، ترکیب ، ترکیبیات - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۶۷- جعبه‌ای دارای ۲ مهره‌ی سفید، ۳ مهره‌ی آبی و ۴ مهره‌ی قرمز است. به چند حالت می‌توان ۴ مهره از جعبه برداشت به‌طوری که حداقل ۲ مهره آبی باشند؟

- (۱) ۴۰
(۲) ۲۶
(۳) ۵۱
(۴) ۲۷

شما پاسخ نداده اید

۶۸- به چند طریق می‌توان از بین ۱۵ دانش‌آموز دبیرستانی، یک نفر را برای تیم فوتبال، یک نفر را برای تیم والیبال و یک نفر را برای تیم هندبال انتخاب کنیم؟

- (۱) $5 \times 7 \times 13$
(۲) $13 \times 14 \times 15$
(۳) $7 \times 10 \times 13$
(۴) $7 \times 13 \times 15$

شما پاسخ نداده اید

۶۵- با حروف کلمه‌ی «کامپیوتر» چند کلمه‌ی ۴ حرفی بدون تکرار حروف می‌توان نوشت، به‌طوری که شامل حرف‌های (م) و (پ) باشد؟

- (۱) ۱۸۰
(۲) ۳۶۰
(۳) ۹۰
(۴) ۲۷۰

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، مسائل ترکیبی ، ماتریس - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۵۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس $2A^{-1}$ کدام است؟

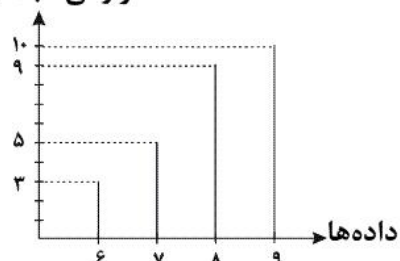
- (۱) ۳
(۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $\frac{3}{4}$
(۴) $\frac{4}{3}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، آمار و مدل‌سازی ، میانه ، شاخص‌های مرکزی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۱۲۸- در نمودار میله‌ای زیر، اختلاف میانه و مد کدام است؟ (داده‌ها اعداد طبیعی هستند.)

فراوانی تجمعی



(۱) ۰/۵

(۲) ۱

(۳) ۱/۲۵

(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، آمار و مدل‌سازی ، میانگین ، شاخص‌های مرکزی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۱۳۰- میانگین ۴ داده برابر عدد ۶ و میانگین ۶ داده‌ی دیگر برابر عدد a است. اگر میانگین کل این ۱۰ داده برابر عدد ۶ باشد، آن‌گاه عدد a کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، آمار و مدل‌سازی ، میانگین وزن‌دار ، شاخص‌های مرکزی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۱۲۹- میانگین داده‌های جدول زیر کدام است؟

(۱) $125/24$

(۲) $124/76$

(۳) $125/76$

(۴) $124/24$

x	۱۲۱	۱۲۴	۱۲۶	۱۲۹
فراوانی مطلق	۱۴	۱۱	۱۵	۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- در نمودار ساقه و برگ زیر، اگر مد منحصر به فرد و برابر با ۳۱ باشد، آن‌گاه به ترتیب از راست به چپ، میانه و میانگین

داده‌ها کدام است؟ (کلید نمودار: $12 = 2$) (۱)

(۱) ۱۱ و ۲۰

(۲) ۲۰ و ۱۱

(۳) $20/6$ و ۲۰

(۴) ۱۱ و $20/6$

ساقه	برگ					
۱	۲	۳	a	۳	۴	۵
۲	۰	۰	۱	۲	۲	
۳	۱	۱	۱	b		

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- در یک سری داده‌ی آماری، جدول انحراف از میانگین حدسی داده‌ها به صورت زیر است. اگر دو داده‌ی ۱۸ و ۲۰ به داده‌ها اضافه شود، میانگین ۱۲ داده برابر ۱۶ می‌شود. میانگین ده داده‌ی اولیه کدام است؟

(۱) $15/8$

(۲) $16/2$

(۳) $14/4$

(۴) $15/4$

فراوانی داده	انحراف از میانگین حدسی
۲	-۳
۳	۲
۴	۳
۱	-۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، آمار و مدل‌سازی ، واریانس ، شاخص‌های پراکندگی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۱۲۱- واریانس ۵ داده‌ی آماری برابر صفر است. اگر سه داده‌ی ۵، ۸، ۱۰ را به داده‌ها اضافه کنیم، میانگین داده‌ها ۶ می‌شود.

واریانس کل ۸ داده کدام است؟

(۴) $3/5$

(۳) $3/4$

(۲) $3/25$

(۱) $3/75$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، آمار و مدل‌سازی ، انحراف معیار ، شاخص‌های پراکندگی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۱۲۶- به k داده‌ی آماری با واریانس ۱۰، سه داده آماری ۱۱ و ۱۴ و ۲۰ را اضافه می‌کنیم. اگر میانگین تغییر نکند و واریانس داده‌های جدید $11/2$ باشد، k کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، آمار و مدل سازی ، ضریب تغییرات ، شاخص‌های پراکندگی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۱۲۴- در داده‌های $x, 40, 50, 60$ ، میانگین برابر مد است. اگر مد این داده‌ها منحصر به فرد باشد، آنگاه ضریب تغییرات این داده‌ها چقدر است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{10}$

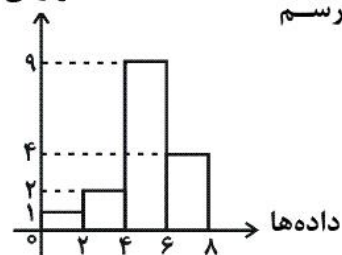
شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- اگر x_1, x_2, \dots, x_n داده‌هایی با میانگین بزرگ‌تر از یک باشند، آنگاه ضریب تغییرات کدام دسته‌ی زیر، بیش‌تر از بقیه است؟

- (۱) $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, \dots, 2x_n - 1$ (۲) $2x_1, 2x_2, \dots, 2x_n$
(۳) $x_1 + 1, x_2 + 1, \dots, x_n + 1$ (۴) $2x_1 + 1, 2x_2 + 1, \dots, 2x_n + 1$

شما پاسخ نداده اید

فراوانی



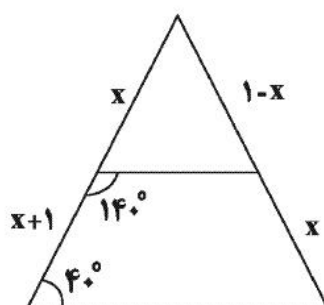
۱۲۲- در شکل زیر، نمودار مستطیلی یک سری داده‌ی آماری پیوسته‌ی دسته‌بندی شده، رسم شده است. ضریب تغییرات داده‌ها کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ (۲) $\frac{2}{\sqrt{10}}$
(۳) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۴) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، مثلث های متشابه ، تشابه - ۱۳۹۵۰۲۲۴

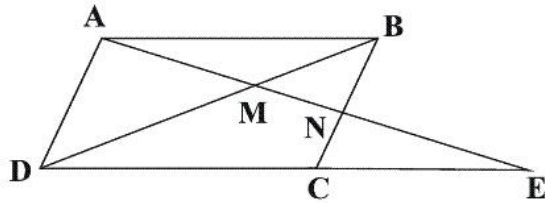
۷۳- در شکل زیر، اندازه‌ی x کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$
(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۸۰- در شکل زیر، $ABCD$ متوازی الاضلاع است. اگر $AM = 4$ و $NE = 6$ ، آنگاه باشد، اندازه MN کدام است؟



(۱) $\sqrt{2}$

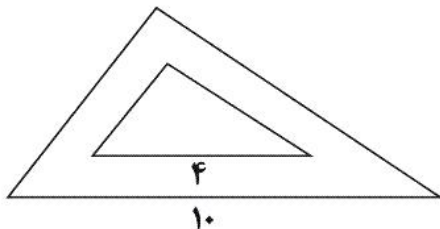
(۲) $\sqrt{3}$

(۳) ۲

(۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۷۲- در شکل زیر، ضلع های دو مثلث با هم موازی اند. اگر مساحت مثلث کوچک تر ۲ باشد، مساحت مثلث بزرگ تر کدام است؟



(۱) ۵

(۲) $12/5$

(۳) ۲۵

(۴) ۵۰

شما پاسخ نداده اید

۷۶- اضلاع مکعب مستطیلی با اعداد ۱ و ۲ و ۲ متناسب هستند. اگر حجم این مکعب مستطیل ۳۲ باشد، سطح کل آن کدام

است؟

(۴) ۶۴

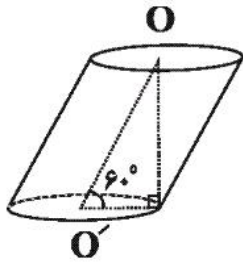
(۳) ۴۸

(۲) ۳۲

(۱) ۲۴

شما پاسخ نداده اید

۷۸- در شکل زیر، O و O' مرکز قاعده‌ها هستند. اگر شعاع قاعده‌ی استوانه برابر $\frac{1}{3}$ باشد، حجم استوانه‌ی مایل کدام است؟



(۱) $\frac{\pi}{4}$

(۲) $\frac{3\pi}{8}$

(۳) $\frac{\pi\sqrt{3}}{8}$

(۴) $\frac{\pi\sqrt{3}}{4}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، اصل کاوالیری، حجم منشور و استوانه ، شکل های فضایی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۷۴- حجم منشوری که قاعده‌ی آن، مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع قائمه‌ی ۳، ۴ و ارتفاع آن برابر محیط قاعده باشد، کدام است؟

(۲) ۴۸

(۱) ۳۶

(۴) ۱۴۴

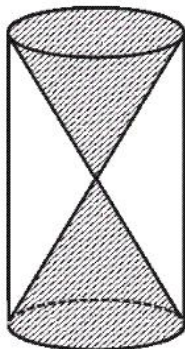
(۳) ۷۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، هرم و مخروط ، شکل های فضایی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۷۵- در استوانه‌ی قائم زیر، دو مخروط یکسان قرار دارند. اگر شعاع قاعده و ارتفاع استوانه به ترتیب ۴ و ۹ باشد، حجم ناحیه‌ی

سایه خورده در شکل کدام است؟



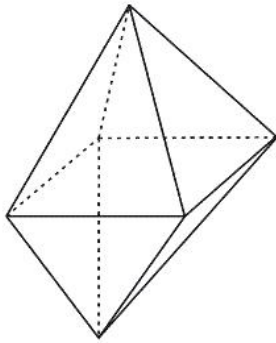
(۱) 48π

(۲) 96π

(۳) 144π

(۴) 288π

۷۹- حجم یک هشت وجهی منتظم به طول یال a کدام است؟



(۱) $\frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$

(۲) $\frac{a^3 \sqrt{3}}{3}$

(۳) $a^3 \sqrt{2}$

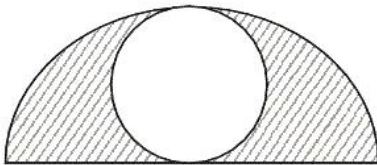
(۴) $\frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، کره ، شکل های فضایی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۷۷- دایره‌ای به شعاع ۳، مطابق شکل در کوچک‌ترین نیم دایره‌ی ممکن قرار گرفته است. حجم حاصل از دوران سطح رنگی

حول محور تقارن شکل کدام است؟



(۱) 54π

(۲) 56π

(۳) 108π

(۴) 216π

شما پاسخ نداده اید

۷۱- در کره‌ای به شعاع ۲، نسبت اندازه‌ی عدد حجم به عدد مساحت کل کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، آمار و مدل‌سازی - گواه ، میانه ، شاخص‌های مرکزی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۱۳۱- میانه‌ی اعداد صحیح ۱ تا ۱۱ کدام است؟

(۱) ۶ (۲) ۵/۵ (۳) ۶/۵ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- اگر در داده‌های مرتب شده‌ی ۱، ۲، ۵، $2a-1$ ، a^2-4 و ۸ مد برابر ۵ باشد، آنگاه میانه برابر است با: ($a \in \mathbb{N}$)

۴ (۴)

۵ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، آمار و مدل‌سازی - گواه، نمودار جعبه‌ای، شاخص‌های مرکزی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

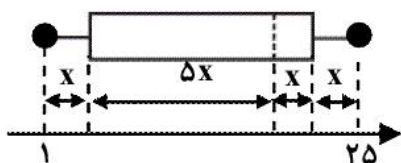
۱۳۳- با توجه به نمودار جعبه‌ای شکل زیر، میانه‌ی داده‌ها کدام است؟

۹ (۱)

۱۵ (۲)

۱۷ (۳)

۱۹ (۴)



شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- در داده‌های ۲۵ و ۲۰ و ۲۱ و ۲۶ و ۱۲ و ۱۴ و ۱۵ و ۲۴ و ۲۰ و ۱۶ و ۱۴ و ۱۸، میانگین «داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم» تقریباً کدام است؟

۱۸/۷۵ (۴)

۱۸/۶۶ (۳)

۱۸/۳۳ (۲)

۱۸/۲۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، آمار و مدل‌سازی - گواه، میانگین، شاخص‌های مرکزی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۱۳۵- میانگین داده‌های زیر، به صورت $22 + 3a$ محاسبه شده است. a کدام است؟

مرکز دسته	۱۶	۱۹	۲۲	۲۵	۲۸
فراوانی مطلق	۲	۴	۶	۳	۵

۰/۱۵ (۱)

۰/۲۰ (۲)

۰/۲۵ (۳)

۰/۴۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، آمار و مدل‌سازی - گواه، پراکندگی، شاخص‌های پراکندگی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۱۳۶- اگر همه‌ی داده‌ها را در عدد k ضرب کنیم، دامنه‌ی تغییرات این داده‌ها چه تغییری می‌کند؟ ($k \neq 0$)

(۲) به دامنه‌ی تغییرات مقدار k افزوده می‌شود.

(۱) دامنه‌ی تغییرات k^2 برابر می‌شود.

(۴) هیچ تغییری نمی‌کند.

(۳) دامنه‌ی تغییرات $|k|$ برابر می‌شود.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، آمار و مدل‌سازی - گواه، واریانس، شاخص‌های پراکندگی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۱۳۷- اگر میانگین داده‌های $a+4$ و $a+2$ و a ، سه برابر واریانس داده‌های $a+2$ و $a+1$ و a باشد، a کدام است؟
 (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، آمار و مدل‌سازی - گواه، انحراف معیار، شاخص‌های پراکندگی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۱۳۹- در داده‌های ۷ و ۱ و ۱ و ۱ و ۱، انحراف معیار کدام است؟

- (۱) $\sqrt{\frac{5}{3}}$ (۲) $\sqrt{\frac{10}{3}}$ (۳) $\sqrt{\frac{5}{6}}$ (۴) $\sqrt{5}$

شما پاسخ نداده اید

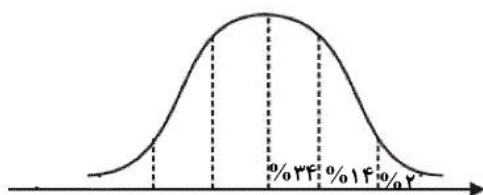
۱۴۰- در ۲۵ داده‌ی آماری، میانگین و انحراف معیار به ترتیب از راست به چپ ۳۰ و ۸ می‌باشد. اگر داده‌های ناجور ۱۰، ۱۵، ۴۵ و ۵۰، از بین آن‌ها حذف شوند، واریانس داده‌های باقیمانده، تقریباً کدام است؟

- (۱) ۱۴/۷۲ (۲) ۱۴/۸۱ (۳) ۱۵/۳۳ (۴) ۱۶/۶۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، آمار و مدل‌سازی - گواه، پراکندگی در منحنی نرمال، شاخص‌های پراکندگی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۱۳۸- فرض کنید میانگین داده‌های یک جامعه‌ی نرمال برابر ۵ و انحراف معیار آن برابر ۲ و نمودار آن به شکل زیر باشد. چند درصد داده‌های این جامعه در فاصله‌ی (۱, ۹) قرار دارند؟



- (۱) ۳۴
 (۲) ۴۸
 (۳) ۶۸
 (۴) ۹۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۲ ، قوانین (قضایا) لگاریتم‌ها ، توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

-۵۶

«داوود بوالفسنی»

\log_a را به صورت $\log a$ نمایش می‌دهیم، داریم:

$$2 - 2\log(x+1) \geq 0$$

$$\Rightarrow 2\log(x+1) \leq 2 \Rightarrow \log(x+1) \leq 1 \Rightarrow \log(x+1) \leq \log 10$$

چون در نمودار تابع $y = \log_a$ با افزایش a ، مقدار y نیز افزایش می‌یابد، پس:

$$x+1 \leq 10 \Rightarrow x \leq 9 \quad (I)$$

از طرفی لگاریتم باید تعریف شده باشد، پس:

$$x+1 > 0 \Rightarrow x > -1 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(II), (I)} D_f = \{-1 < x \leq 9\}$$

پس دامنه‌ی تابع f شامل ۱۰ عدد صحیح است.

(صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۲ کتاب درسی) (توابع نمایی و لگاریتمی)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، ریاضی ۲ ، حل معادلات لگاریتمی با استفاده از قوانین لگاریتم‌ها ، توابع نمایی و لگاریتمی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

-۵۷

«حمیدرضا سپردی»

$$1 - \log_5^{\frac{1}{2}} = \log_5^{(2x-1)} \Rightarrow \log_5^{\frac{1}{2}} - \log_5^{\frac{1}{2}} = \log_5^{(2x-1)}$$

$$\Rightarrow \log_5^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_5^{(2x-1)} \Rightarrow 2 \log_5^{\frac{1}{2}} = \log_5^{(2x-1)}$$

$$\Rightarrow \log_5^{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \log_5^{(2x-1)} \Rightarrow \frac{4}{25} = 2x-1$$

$$\Rightarrow x = \frac{29}{50} \Rightarrow x = 0.58$$

(صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷ کتاب درسی) (توابع نمایی و لگاریتمی)

۴

۳✓

۲

۱

ابتدا مقدار a را به دست می آوریم:

$$y = a^x \xrightarrow{(2,9)} 9 = a^2 \xrightarrow{a>0} a = 3$$

مقدار a را در عبارت خواسته شده جایگذاری می کنیم:

$$\Rightarrow \log_{\frac{1}{2}}^{(a+1)} + 4 \log_2^a = \log_{\frac{1}{2}}^4 + 2 \log_2^3$$

$$= \log_{2^{-1}}^2 + 2 \log_2^{3^2} = -2 \log_2^3 + 9 \log_2^2 = -2 + 9 = 7$$

(صفحه های ۱۱۳ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (توابع نمایی و لگاریتمی)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۲ ، تعیین مقادیر مثلثاتی برای تمام زوایا ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۲۲۴

«حسن خرابشی»

-۶۲

$$3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - 4 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$$

$$= -3 \cos \alpha + 2 \cos \alpha + \cos \alpha + 4 \cos \alpha = 4 \cos \alpha$$

(صفحه های ۱۳۴ تا ۱۳۸ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی ، ریاضی ۲ ، رابطه ی بین منحنی تابع سینوسی و دایره ی مثلثاتی ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۲۲۴

«داوود بوالحسنی»

-۵۳

دوره ی تناوب تابع $T = 4$ می باشد، پس گزینه های «۱» و «۳» حذف می شوند. هم چنین مقدار تابع به ازای $x = 0$ باید -2 باشد، پس گزینه ی «۴» نیز حذف می شود و گزینه ی «۲» صحیح می باشد.

(صفحه های ۱۴۶ تا ۱۵۰ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲✓

۱

چون در بازه ی $[0, 2\pi]$ تابع سه بار تکرار شده، پس $T = \frac{2\pi}{3}$ بوده

و $a = 3$ می باشد.

(صفحه های ۱۴۹ تا ۱۵۱ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲✓

۱

$$y_1 : \begin{cases} -2 \times (1) - 1 = -3 \Rightarrow \min(y_1) = -3 \\ -2 \times (-1) - 1 = 1 \Rightarrow \max(y_1) = 1 \end{cases}$$

$$y_2 : \begin{cases} -3 \times (1) + 1 = -2 \Rightarrow \min(y_2) = -2 \\ -3 \times (-1) + 1 = 4 \Rightarrow \max(y_2) = 4 \end{cases}$$

$$\frac{\max(y_1)}{\min(y_2)} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

(صفحه‌های ۱۴۹ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، ریاضی ۲ ، کاربردهایی از مثلثات ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۲۲۴

«میلاد منصوری»

-۷۰

دقت کنید که $\hat{D}AC = 15^\circ - 9^\circ = 6^\circ$ است. لذا:

$$S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} AC \times AD \times \sin 6^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} AC \times AD$$

$$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} AC \times AD}{\frac{1}{2} AC \times AB} \Rightarrow \frac{3}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{AD}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{4} AD$$

لذا داریم:

$$\frac{3}{BC} = \frac{\sqrt{3}}{4} AD \Rightarrow BC \times AD = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

نکته: در یک مثلث خطی که از یک رأس ضلع روبه‌رو را به نسبت Γ و S تقسیم کند، دو مثلث با نسبت مساحت Γ و S ایجاد می‌کند.

(صفحه‌های ۱۵۵ تا ۱۵۸ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

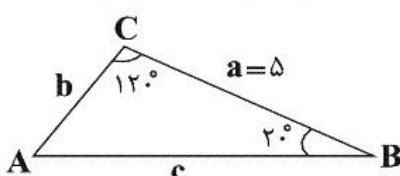
۳

۲✓

۱

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - (120^\circ + 20^\circ) = 40^\circ$$

طبق رابطه‌ی سینوس‌ها در مثلث، داریم:

$$\frac{\sin \hat{A}}{a} = \frac{\sin \hat{C}}{c}$$


$$\Rightarrow \frac{\sin 40^\circ}{5} = \frac{\sin 120^\circ}{c} \Rightarrow \frac{\sin 40^\circ}{5} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{c} \Rightarrow c = \frac{5\sqrt{3}}{2\sin 40^\circ}$$

(صفحه‌های ۱۵۶ تا ۱۵۸ کتاب درسی) (مثلثات)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی ، ریاضی ۲ ، تساوی دو ماتریس ، ماتریس - ۱۳۹۵۰۲۲۴

-۵۲

«معصومه گزایی»

می‌دانیم درایه‌ی a_{nm} از ماتریس A ، مربوط به سطر n ام و ستون m ام این ماتریس است. پس:

$$a_{11} \times a_{22} + a_{12} - a_{21} = (1) \times (-1) + 6 - 5 = -1 + 1 = 0$$

(صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۶۳ کتاب درسی) (ماتریس)

۴✓

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی ۲ ، ضرب ماتریس‌ها ، ماتریس - ۱۳۹۵۰۲۲۴

-۵۹

«داوود پوالمسینی»

$$A^2 = A \times A = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -6 \\ x & -2x \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x = 1$$

(صفحه‌های ۱۶۸ تا ۱۷۰ کتاب درسی) (ماتریس)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، ریاضی ۲ ، حل دستگاه دو معادله دو مجهول با استفاده از ماتریس ، ماتریس - ۱۳۹۵۰۲۲۴

«معضومه گرایبی»

$$\begin{bmatrix} 4 & 10 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} + A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & 10 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

مشابه تمرین ۵ صفحه‌ی ۱۷۴ می‌توان نشان داد که برای هر ماتریس

A ، همواره $(A^{-1})^{-1} = A$ است. پس کافی است برای تعیین A ،

وارون A^{-1} را به دست آوریم:

$$A = (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{0 - (-2)} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

(صفحه‌های ۱۷۲ تا ۱۷۴ کتاب درسی) (ماتریس)

۴

۳

۲

۱✓

«داوود پوالسنی»

ماتریس ضرایب این دستگاه $A = \begin{bmatrix} a & -3 \\ b & 4 \end{bmatrix}$ می‌باشد، داریم:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{17} \begin{bmatrix} 34 \\ -7b + 2a \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow x = \frac{34}{17} = 2$$

(صفحه‌های ۱۷۲ تا ۱۷۴ کتاب درسی) (ماتریس)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، ریاضی ۲، اصل ضرب، ترکیبیات - ۱۳۹۵۰۲۲۴

«داوود پوالسنی»

چون عضوهای ۱، ۴ و ۵ باید وجود داشته باشند، پس ۱ حالت دارند، همچنین عضو ۳ نباید وجود داشته باشد، پس این عضو هم ۱ حالت دارد. ولی بقیه‌ی اعضا ۲ حالت دارند، یعنی می‌توانند عضو زیر مجموعه‌ی مورد نظر باشند و یا نباشند:

$$\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$$

$$1 \times 2 \times 1 \times 1 \times 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6 = 64$$

(صفحه‌ی ۱۸۰ کتاب درسی) (ترکیبیات)

۴

۳

۲✓

۱

۶۳-

«معضومه گرای»

اگر رقم یکان صفر باشد:

$$\text{عدد } 72 \Rightarrow \frac{9 \times 8 \times 1}{0}$$

اگر رقم یکان صفر نباشد:

$$\text{عدد } 256 \Rightarrow 8 \times 8 \times 4$$

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی ، ریاضی ۲ ، جایگشت ، ترکیبیات - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۶۱-

«عمیدرضا سپودی»

اگر کتاب‌های شیمی را یک بسته در نظر بگیریم، آن‌گاه همراه با ۳ کتاب فیزیک و ۱ کتاب ادبیات به ۵! طریق می‌توان آن‌ها را کنار هم قرار داد. از طرفی کتاب‌های شیمی هم به ۲! طریق کنار هم قرار می‌گیرند، پس:

$$240 = 5! \times 2! = (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 240$$

(صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۸۴ کتاب درسی) (ترکیبیات)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی ، ریاضی ۲ ، ترکیب ، ترکیبیات - ۱۳۹۵۰۲۲۴

$\binom{3}{2} \binom{6}{2}$ ، تعداد حالت‌هایی که ۳ مهره از ۳ مهره‌ی آبی باشند،

عبارت است از $\binom{3}{3} \binom{6}{1}$.

پس تعداد کل حالت‌های ممکن، مجموع این دو یعنی

$$\binom{3}{2} \binom{6}{2} + \binom{3}{3} \binom{6}{1}$$

است، بنابراین :

$$\frac{3!}{2!1!} \times \frac{6!}{4!2!} + \frac{3!}{3!0!} \times \frac{6!}{5!1!} = 3 \times 15 + 1 \times 6 = 45 + 6 = 51$$

(صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰ کتاب درسی) (ترکیبیات)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۶۸

«معمومه گرای»

تعداد جایگشت‌های ۳ از ۱۵ مورد نظر است، پس:

$$P(15,3) = \frac{15!}{(15-3)!} = \frac{12! \times 13 \times 14 \times 15}{12!} = 13 \times 14 \times 15$$

(صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۸۶ کتاب درسی) (ترکیبیات)

۴

۳

۲✓

۱

-۶۵

«راوور بوالسنی»

دو حرف (م) و (پ) از کلمه‌ی «کامپیوتر» انتخاب شده‌اند. می‌بایست ۲

حرف دیگر از ۶ حرف باقی مانده انتخاب کنیم که $\binom{6}{2}$ حالت دارد. در

پایان چهار حرف انتخاب شده به ۴! حالت جایگشت دارند. پس تعداد کل حالت‌ها برابر است با:

$$\binom{6}{2} \times 4! \Rightarrow \frac{6!}{2! \times 4!} \times 4! = 360$$

(صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۸۸ کتاب درسی) (ترکیبیات)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، ریاضی ۲ ، مسائل ترکیبی ، ماتریس - ۱۳۹۵۰۲۲۴

-۵۴

«علی تقدیسی»

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{1+2} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2A^{-1} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{4}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

$$|2A^{-1}| = \frac{4}{9} + \frac{8}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

(صفحه‌های ۱۶۶ و ۱۷۳ کتاب درسی) (ماتریس)

۴✓

۳

۲

۱

ریاضی ، آمار و مدل‌سازی ، میانه ، شاخص‌های مرکزی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

«مفرد بهیرایی»

توجه کنید که محور عمودی نمودار میله‌ای، فراوانی تجمعی است، پس اگر داده‌های نمودار میله‌ای را از کوچک به بزرگ بنویسیم، داریم:

۶, ۶, ۶, ۷, ۷, ۸, ۸, ۸, ۸, ۹

مد = ۸

$$\text{میانۀ} = \frac{۷+۸}{۲} = ۷/۵$$

$$\text{اختلاف میانۀ و مد} = ۸ - ۷/۵ = ۰/۵$$

(صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (شافص‌های مرکزی)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی، آمار و مدل‌سازی، میانگین، شاخص‌های مرکزی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

«داریوش عابد»

$$\bar{X}_1 = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = 6 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 24$$

$$\bar{X}_7 = a = \frac{x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10}}{6}$$

$$\Rightarrow x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} = 6a$$

$$\Rightarrow \bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{10}}{10} = \frac{24 + 6a}{10} = 6$$

$$\Rightarrow 24 + 6a = 60 \Rightarrow 6a = 36 \Rightarrow a = 6$$

(صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۷ کتاب درسی) (شافص‌های مرکزی)

۴✓

۳

۲

۱

ریاضی، آمار و مدل‌سازی، میانگین وزن‌دار، شاخص‌های مرکزی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

«سروش موئینی»

$$\Rightarrow ۱۲۵: \text{میانگین حدسی} \quad \begin{array}{c|cccc} & -۴ & -۱ & ۱ & ۴ \\ \hline & ۱۴ & ۱۱ & ۱۵ & ۱۰ \end{array}$$

$$\bar{X} = ۱۲۵ + \frac{-۵۶ - ۱۱ + ۱۵ + ۴۰}{۵۰} = ۱۲۵ - \frac{۱۲}{۵۰} = ۱۲۵ - \frac{۲۴}{۱۰۰}$$

$$= ۱۲۴/۷۶$$

(صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۳۵ کتاب درسی) (شافص‌های مرکزی)

۴

۳

۲✓

۱

در نمودار ساقه و برگ چون داده‌ها به ترتیب از کوچک به بزرگ نوشته می‌شوند بنابراین $a = 3$ است و از طرفی چون مد منحصر به فرد بوده و برابر با ۳۱ است (یعنی داده‌ی ۳۱ بیش‌ترین فراوانی را دارد) بنابراین $b = 1$ است. چون تعداد داده‌ها فرد است، میانه برابر با داده‌ی وسط یعنی داده‌ی هشتم یعنی ۲۰ است.

$$\begin{aligned} \text{میانگین} &= \frac{12 + (13 \times 3) + 14 + 15 + (20 \times 2) + 21 + (22 \times 2) + (31 \times 4)}{15} \\ &= \frac{12 + 39 + 14 + 15 + 40 + 21 + 44 + 124}{15} = \frac{309}{15} = 20.6 \end{aligned}$$

(صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۹ و ۱۲۵ تا ۱۳۵ کتاب درسی) (شافص‌های مرکزی)

۴

۳✓

۲

۱

میانگین حدسی ده داده‌ی آماری را y در نظر می‌گیریم:

$$\bar{X} = y + \frac{-3 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + (-2) \times 1}{10}$$

$$\Rightarrow \bar{X} = y + \frac{10}{10} = y + 1$$

$$\bar{X}' = \frac{10(y+1) + 18 + 20}{12} = 16$$

$$\Rightarrow 10y + 10 + 38 = 192$$

$$\Rightarrow 10y = 144 \Rightarrow y = 14.4$$

$$\Rightarrow \bar{X} = y + 1 = 14.4 + 1 = 15.4$$

(صفحه‌های ۱۳۴ و ۱۳۵ کتاب درسی) (شافص‌های مرکزی)

۴✓

۳

۲

۱

چون واریانس ۵ داده برابر صفر است، پس داده‌ها با هم برابرند. پس این ۵ داده را به صورت a, a, a, a, a در نظر می‌گیریم. با اضافه کردن سه داده‌ی $۱۰, ۸, ۵$ داده‌ها به صورت زیر خواهند شد.

$$a, a, a, a, a, ۵, ۸, ۱۰$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{a + a + a + a + a + ۵ + ۸ + ۱۰}{۸} = ۶$$

$$\Rightarrow ۵a + ۵ + ۸ + ۱۰ = ۴۸ \Rightarrow ۵a = ۲۵ \Rightarrow a = ۵$$

حال واریانس ۸ داده‌های $۵, ۵, ۵, ۵, ۵, ۵, ۸, ۱۰$ را محاسبه می‌کنیم. میانگین داده‌ها که برابر ۶ است، بنابراین با توجه به این که ۶ تا ۵ داریم:

$$\sigma^2 = \frac{۶(۵-۶)^2 + (۸-۶)^2 + (۱۰-۶)^2}{۸}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{۶+۴+۱۶}{۸} = \frac{۲۶}{۸} = \frac{۱۳}{۴} = ۳/۲۵$$

(صفحه‌های ۱۲۵ و ۱۴۸ تا ۱۵۲ کتاب درسی) (شافص‌های پراکندگی)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، آمار و مدل‌سازی ، انحراف معیار ، شاخص‌های پراکندگی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

میانگین داده‌های جدید برابر است با:

$$\bar{X} = \frac{20+14+11}{3} = 15$$

پس میانگین k داده‌ی قبل نیز برابر ۱۵ است.

$$\sigma^2_{\text{جدید}} = \frac{(x_1-15)^2 + (x_2-15)^2 + \dots + (x_k-15)^2 + (20-15)^2 + (14-15)^2 + (11-15)^2}{k+3}$$

$$\sigma^2_{\text{داده‌های قبل}} = \frac{(x_1-15)^2 + (x_2-15)^2 + \dots + (x_k-15)^2}{k}$$

$$\Rightarrow (x_1-15)^2 + (x_2-15)^2 + \dots + (x_k-15)^2 = 1 \cdot k$$

$$\sigma^2_{\text{جدید}} = \frac{1 \cdot k + 25 + 1 + 16}{k+3} = 11/2$$

$$\Rightarrow 11/2(k+3) = 1 \cdot k + 42 \Rightarrow 11/2k + 33/2 = 1 \cdot k + 42$$

$$\Rightarrow 1/2k = 8/2 \Rightarrow k = 8$$

(صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۳ کتاب درسی) (شافص‌های پراکندگی)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، آمار و مدل‌سازی ، ضریب تغییرات ، شاخص‌های پراکندگی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

با توجه به داده‌ها، برای این که مد این دسته از داده‌ها، منحصر به فرد باشد، لزوماً x باید برابر یکی از ۳ داده‌ی دیگر باشد و در این صورت، آن داده، مد داده‌ها خواهد بود.

$$\Rightarrow \frac{60 + 50 + 40 + x}{4} = x \Rightarrow 150 + x = 4x$$

$$\Rightarrow x = 50$$

بنابراین میانگین داده‌ها نیز برابر ۵۰ است. داریم:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{(60 - 50)^2 + (40 - 50)^2}{4} = \frac{200}{4} = 50$$

$$\Rightarrow \sigma = 5\sqrt{2}$$

$$\text{ضریب تغییرات} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{5\sqrt{2}}{50} = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

(صفحه‌های ۱۱۵، ۱۲۵ و ۱۵۸ کتاب درسی) (شافص‌های پراکنندگی)

۴ ✓

۳

۲

۱

می‌دانیم اگر میانگین و انحراف معیار داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n به ترتیب \bar{x} و σ باشد، آنگاه میانگین و انحراف معیار داده‌های $ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_n + b$ به ترتیب از راست به چپ برابر $a\bar{x} + b$ و $a\sigma$ است. با توجه به این که ضریب تغییرات برابر نسبت انحراف معیار به میانگین است، پس برای داده‌های گزینه‌ی ۲، ضریب تغییرات ثابت مانده و برای داده‌های گزینه‌های ۳ و ۴، ضریب تغییرات کاهش می‌یابد. در حالی که در گزینه‌ی ۱، انحراف معیار، ۲ برابر شده ولی میانگین جدید، کمتر از ۲ برابر میانگین اولیه است، پس ضریب تغییرات افزایش می‌یابد.

(صفحه‌های ۱۵۶ تا ۱۵۸ کتاب درسی) (شافص‌های پراکنندگی)

۴

۳

۲

۱ ✓

جدول مربوط به این نمودار به صورت زیر است:

حدود دسته	[۰,۲)	[۲,۴)	[۴,۶)	[۶,۸]
فراوانی	۱	۲	۹	۴
مرکز دسته	۱	۳	۵	۷

ابتدا میانگین را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{میانگین} = \frac{1(1) + 2(3) + 9(5) + 4(7)}{1 + 2 + 9 + 4} = \frac{1 + 6 + 45 + 28}{16}$$

$$= \frac{80}{16} = 5$$

حال واریانس و در نتیجه انحراف معیار را می‌یابیم:

$$\sigma^2 = \frac{1(1-5)^2 + 2(3-5)^2 + 9(5-5)^2 + 4(7-5)^2}{1 + 2 + 9 + 4}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{16 + 8 + 0 + 16}{16} = 2/5 \Rightarrow \sigma = \sqrt{2/5}$$

[۴]

[۳]

[۲]

[۱]✓

ریاضی ، هندسه ۱ ، مثلث های متشابه ، تشابه - ۱۳۹۵۰۲۲۴

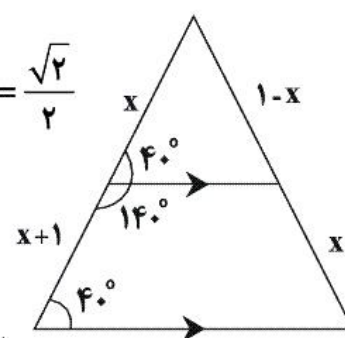
-۷۳

«معمد مصطفی ابراهیمی»

طبق عکس قضیه‌ی خطوط موازی و مورب دو خط نشان داده شده با هم موازی‌اند، پس طبق قضیه‌ی تالس داریم:

$$\frac{x}{x+1} = \frac{1-x}{x}$$

$$\Rightarrow x^2 = 1 - x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



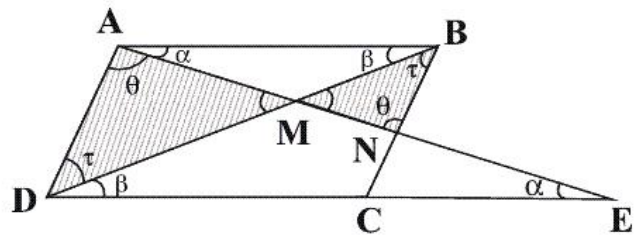
(صفحه‌های ۷۷ و ۷۸ کتاب درسی) (تشابه)

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]



مثلث‌های AMD و MNB با دو زاویه‌ی برابر متشابه‌اند، پس:

$$\frac{AM}{MN} = \frac{MD}{MB} \quad (1)$$

مثلث‌های AMB و DME نیز با دو زاویه‌ی برابر متشابه‌اند، پس:

$$\frac{ME}{AM} = \frac{MD}{MB} \quad (2)$$

سمت راست دو تساوی (۱) و (۲) با هم برابرند، بنابراین:

$$\frac{AM}{MN} = \frac{ME}{AM} \Rightarrow AM^2 = MN \times ME$$

$$\Rightarrow 4^2 = MN \times (MN + 6)$$

$$\Rightarrow (MN + 8)(MN - 2) = 0 \Rightarrow MN = 2$$

(صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲ کتاب درسی) (تشابه)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، هندسه ۱، محیط و مساحت شکل‌های متشابه، تشابه - ۱۳۹۵۰۲۲۴

-۷۲

«رسول کویان‌پور»

دو مثلث متشابه‌اند و نسبت تشابه آن‌ها $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ است. داریم:

$$\frac{S_{\text{کوچک‌تر}}}{S_{\text{بزرگ‌تر}}} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \Rightarrow \frac{2}{S_{\text{بزرگ‌تر}}} = \frac{4}{25}$$

$$\Rightarrow S_{\text{بزرگ‌تر}} = \frac{25 \times 2}{4} = \frac{25}{2} = 12.5$$

(صفحه‌های ۱۰۰ و ۱۰۴ کتاب درسی) (تشابه)

۴

۳

۲✓

۱

اضلاع را x و $2x$ و $2x$ فرض می‌کنیم:

$$V = (x)(2x)(2x) = 32 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow 4, 4, 2$$

سطح کل مکعب مستطیل به ابعاد a و b و c برابر است با:

$$S = 2(ab + ac + bc)$$

در نتیجه داریم:

$$S = 2(4 \times 4 + 4 \times 2 + 4 \times 2) = 2(16 + 8 + 8) = 64$$

(صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵ کتاب درسی) (شکل‌های فضایی)

۴ ✓

۳

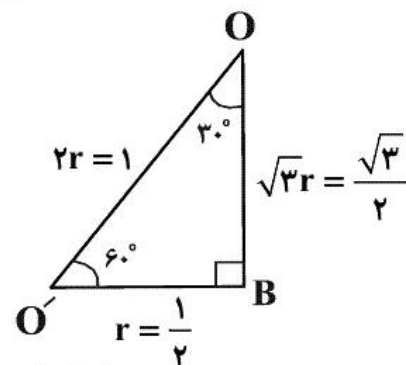
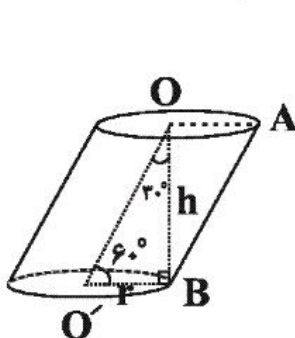
۲

۱

ریاضی، هندسه ۱، منشور و استوانه، شکل‌های فضایی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

حجم استوانه برابر است با حاصل ضرب مساحت قاعده در ارتفاع وارد بر قاعده.

$$V = Sh = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi\sqrt{3}}{8}$$



(صفحه‌های ۱۲۱، ۱۲۲ و ۱۲۵ کتاب درسی) (شکل‌های فضایی)

۴

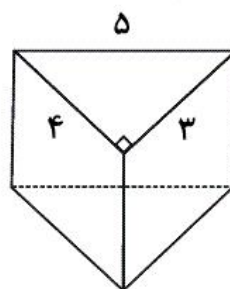
۳ ✓

۲

۱

ریاضی، هندسه ۱، اصل کاوالیری، حجم منشور و استوانه، شکل‌های فضایی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

حجم منشور برابر حاصل ضرب مساحت قاعده در ارتفاع است:



$$h = 3 + 4 + 5$$

$$V = Sh = \frac{1}{2}(3 \times 4) \times (3 + 4 + 5) = \frac{1}{2}(12)(12) = 72$$

(صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۰ و ۱۲۵ کتاب درسی) (شکل‌های فضایی)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، هندسه ۱، هرم و مخروط، شکل‌های فضایی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

$$V \text{ سایه زده} = 2V \text{ مخروط} = 2 \times \frac{1}{3}Sh = \frac{2}{3}(\pi \times 4^2) \times \frac{9}{2}$$

$$= \frac{2}{3} \times 16\pi \times \frac{9}{2} = 48\pi$$

(صفحه‌های ۱۳۴ و ۱۳۵ کتاب درسی) (شکل‌های فضایی)

۴

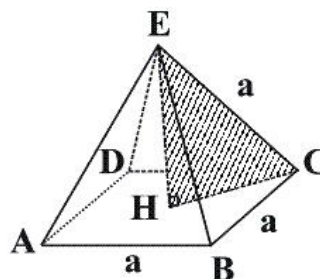
۳

۲

۱✓

$$\Rightarrow a^2 = EH^2 + \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow EH^2 = \frac{a^2}{2} \Rightarrow EH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$



$$V \text{ هشت وجهی منتظم} = 2 \times \frac{1}{3}EH \times S(ABCD) = \frac{2}{3} \times \frac{a\sqrt{2}}{2} \times a^2$$

$$= \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$$

(صفحه‌های ۱۲۹، ۱۳۰ و ۱۳۳ کتاب درسی) (شکل‌های فضایی)

۴

۳

۲

۱✓

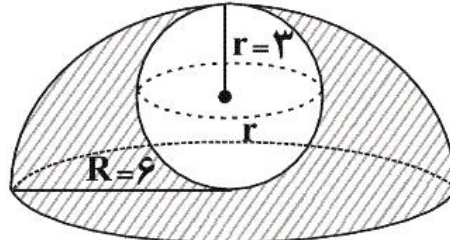
-۷۷

«هاری پلور»

مطابق شکل: $R = 2r = 2 \times 3 = 6$

حال باید حجم کره‌ی میانی را از حجم نیم کره کم کنیم، در این صورت حجم مورد نظر برابر است با:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{4\pi}{3} \times 6^3 \right) - \frac{4}{3} \pi \times 3^3 = 144\pi - 36\pi = 108\pi$$



(صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۴۱ کتاب درسی) (شکل‌های فضایی)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

«مهم فندان»

-۷۱

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow \frac{V}{S} = \frac{1}{3} R = \frac{2}{3}$$

$$S = 4\pi R^2$$

(صفحه‌های ۱۴۱ و ۱۴۲ کتاب درسی) (شکل‌های فضایی)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

-۱۳۱

«سوال ۳۶۹ کتاب آبی»

۶ = داده‌ی ششم = میانه \rightarrow فرد ۱۱ = تعداد داده‌ها

(صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷ کتاب درسی) (شماره‌های مرکزی)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

داده	۱	۲	۵	۸
فراوانی مطلق	۱	۱	?	۱

فراوانی داده‌ی ۵ نمی‌تواند برابر ۲ باشد، زیرا در این صورت داده‌های مرتب شده به صورت ۱، ۲، ۵، ۷، ۸ خواهند بود که امکان پذیر نیست. پس فراوانی داده‌ی ۵ برابر با ۳ است. بنابراین:

$$a^2 - 4 = 2a - 1 = 5 \Rightarrow a = 3$$

$$\text{داده‌ی چهارم + داده‌ی سوم} = \frac{\text{تعداد داده‌ها زوج است}}{2} = \text{میانۀ} = \frac{\text{تعداد داده‌ها}}{2}$$

$$= \frac{5+5}{2} = 5$$

توجه کنید که چون a عدد طبیعی است، فراوانی مطلق داده‌ی ۸ بیش‌تر از یک نمی‌تواند باشد.

(صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۷ کتاب درسی) (شافص‌های مرکزی)

۴

۳✓

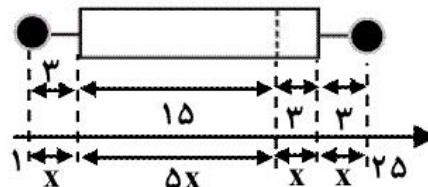
۲

۱

ریاضی، آمار و مدل‌سازی - گواه، نمودار جعبه‌ای، شاخص‌های مرکزی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

$$1 + 8x = 25 \Rightarrow 8x = 24 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{میانۀ} = 1 + 6x = 1 + 18 = 19$$



(صفحه‌های ۱۲۰ و ۱۲۱ کتاب درسی) (شافص‌های مرکزی)

۴✓

۳

۲

۱

داده‌ها را مرتب کنید:

۱۲, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۸, ۲۰, ۲۰, ۲۱, ۲۴, ۲۵, ۲۶

$$\text{داده‌ی هفتم + داده‌ی ششم} = \frac{\text{میانۀ زوج}}{2} = 12 \rightarrow \text{تعداد داده‌ها}$$

$$\text{تعداد داده‌ها در نیمه‌ی اول یا در نیمه‌ی دوم} = \frac{\text{زوج}}{6}$$

$$\text{چارک اول} = \frac{\text{داده‌ی چهارم + داده‌ی سوم}}{2} = \frac{14+15}{2} = 14.5$$

$$\text{چارک سوم} = \frac{\text{داده‌ی دهم + داده‌ی نهم}}{2} = \frac{21+24}{2} = 22.5$$

داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تر از چارک سوم:

۱۵, ۱۶, ۱۸, ۲۰, ۲۰, ۲۱

$$\bar{x} = \frac{15+16+\dots+21}{6} = \frac{110}{6} \approx 18.33$$

(صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۵ کتاب درسی) (شافص‌های مرکزی)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، آمار و مدل‌سازی - گواه ، میانگین ، شاخص‌های مرکزی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

$$\bar{x} = \frac{2 \times 16 + 4 \times 19 + \dots + 5 \times 28}{2 + 4 + \dots + 5} = \frac{455}{20} = 22.75$$

$$\bar{x} = 22 + 3a \Rightarrow 22.75 = 22 + 3a$$

$$\Rightarrow 3a = 0.75 \Rightarrow a = 0.25$$

(صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۳۰ کتاب درسی) (شافص‌های مرکزی)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، آمار و مدل‌سازی - گواه ، پراکندگی ، شاخص‌های پراکندگی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

داده‌های $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$ را در نظر بگیرید.

در این صورت:

$$R_1 = x_n - x_1$$

با ضرب همه‌ی داده‌ها در عدد نامنفی k ، داده‌های

$$kx_1 \leq kx_2 \leq \dots \leq kx_n$$

به‌دست می‌آیند و

$$R_2 = kx_n - kx_1 = k(x_n - x_1) = kR_1$$

همچنین با ضرب همه‌ی داده‌ها در عدد منفی k ، داده‌های

$$kx_n \leq \dots \leq kx_2 \leq kx_1$$

به‌دست می‌آیند و

$$R_3 = kx_1 - kx_n = k(x_1 - x_n) = -kR_1$$

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، آمار و مدل‌سازی - گواه، واریانس، شاخص‌های پراکندگی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

$$\bar{x}_1 = \frac{a + (a+2) + (a+4)}{3} = \frac{3a+6}{3} = a+2$$

$$\bar{x}_2 = \frac{a + (a+1) + (a+2)}{3} = \frac{3a+3}{3} = a+1$$

$$\sigma_2^2 = \frac{(-1)^2 + 0^2 + 1^2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\bar{x}_1 = 3\sigma_2^2 \Rightarrow a+2 = 3 \times \frac{2}{3} \Rightarrow a = 2-2 = 0$$

(صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۲ کتاب درسی) (شافص‌های پراکندگی)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی، آمار و مدل‌سازی - گواه، انحراف معیار، شاخص‌های پراکندگی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

$$\bar{x} = \frac{5 \times 1 + 7}{6} = \frac{12}{6} = 2$$

$$\sigma^2 = \frac{5 \times (-1)^2 + 5^2}{6} = \frac{30}{6} = 5 \Rightarrow \sigma = \sqrt{5}$$

(صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۵ کتاب درسی) (شافص‌های پراکندگی)

۴✓

۳

۲

۱

۱۴۰-

«سوال ۵۳۴ کتاب آبی»

فرض کنید داده‌های ناجور، داده‌های بیست و دوم تا بیست و پنجم باشند.

$$\bar{X}_1 = \frac{x_1 + \dots + x_{21} + 10 + 15 + 45 + 50}{25} = 3.$$

$$\Rightarrow x_1 + \dots + x_{21} = 750 - 120 \Rightarrow x_1 + \dots + x_{21} = 630.$$

$$\Rightarrow \bar{X}_2 = \frac{x_1 + \dots + x_{21}}{21} = \frac{630}{21} = 30 \Rightarrow \bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{x}$$

$$\sigma_1^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{25} - \bar{x})^2}{25} \quad \sigma_1 = 8 \rightarrow$$

$$(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{21} - \bar{x})^2 + (10 - 30)^2 + \dots + (50 - 30)^2 = 1600.$$

$$\Rightarrow (x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{21} - \bar{x})^2 = 1600 - 1250 = 350.$$

$$\sigma_2^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{21} - \bar{x})^2}{21} = \frac{350}{21} \approx 16.66$$

(صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۵۵ کتاب درسی) (شافص‌های پراکنندگی)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، آمار و مدل‌سازی - گواه ، پراکنندگی در منحنی نرمال ، شاخص‌های پراکنندگی - ۱۳۹۵۰۲۲۴

۱۳۸-

«سوال ۵۱۶ کتاب آبی»

داده‌هایی که در فاصله‌ی (۱,۹) قرار دارند یعنی در فاصله‌ی $(5 - 2 \times 2, 5 + 2 \times 2) = (5 - 4, 5 + 4)$ می‌باشند و داده‌هایی هستند که در فاصله‌ای به مرکز میانگین و به فاصله‌ی دو برابر انحراف معیار از طرفین میانگین قرار دارند که باتوجه به نمودار $14\% + 34\% + 34\% + 14\% = 96\%$ داده‌های جامعه را تشکیل می‌دهند.

(صفحه‌ی ۱۶۲ کتاب درسی) (شافص‌های پراکنندگی)

۴ ✓

۳

۲

۱

www.kanoon.ir