



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara> (@riazisara)



ریاضی، هندسه ۲، هندسه‌ی فضایی (هندسه‌ی ۲)، هندسه‌ی فضایی - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۴۱- از یک نقطه بیرون یک ... می‌توان ... عمود بر آن رسم کرد.

- (۱) خط - فقط یک خط
(۲) صفحه - فقط یک صفحه
(۳) خط - بی‌شمار صفحه
(۴) صفحه - بی‌شمار صفحه

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- اگر خط L بر صفحه‌ی P عمود نباشد، چند صفحه‌ی شامل خط L و عمود بر صفحه‌ی P وجود دارد؟

- (۱) یک
(۲) حداکثر یک
(۳) بی‌شمار
(۴) هیچ

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- دو صفحه‌ی متقاطع P_1 و P_2 بر صفحه‌ی Q عموداند. اگر خط d به تمامی در P_1 باشد و $d \cap P_2 = \emptyset$ ، آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) بی‌شمار صفحه‌ی شامل d و عمود بر Q وجود دارد.
(۲) دقیقاً یک صفحه‌ی شامل d و عمود بر P_2 وجود دارد.
(۳) دقیقاً یک خط عمود بر d و عمود بر صفحه‌ی P_2 وجود دارد.
(۴) بی‌شمار خط متقاطع با d و موازی با Q وجود دارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- در مکعب مستطیلی به ابعاد ۴، ۶ و ۸ واحد، طول عمود مشترک دو خط متنافری که کوچکترین یال و قطر بزرگترین وجه بر آنها واقع هستند، چند واحد است؟

- (۱) ۵
(۲) ۴/۸
(۳) ۴
(۴) ۳/۶

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- در کدام حالت دو صفحه‌ی متقاطع P و P' ، بر هم عموداند؟

- (۱) یک خط واقع در صفحه P بر فصل مشترک دو صفحه عمود باشد.
(۲) یک خط عمود بر صفحه P بر صفحه P' هم عمود باشد.
(۳) هر خط واقع در صفحه P بر دو خط موازی در صفحه P' عمود باشد.
(۴) یک خط موازی صفحه P بر صفحه P' عمود باشد.

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- صفحه‌ی P شامل خط L و صفحه‌ی P' شامل دو خط L' و L'' است. اگر L موازی با L' و عمود بر L'' باشد، آنگاه کدام نتیجه‌گیری زیر درست است؟

- (۱) صفحه‌ی P' با خط L موازی است.
(۲) صفحه‌ی P بر خط L'' عمود است.
(۳) صفحه‌ی P با صفحه‌ی P' موازی است.
(۴) صفحه‌ی P بر صفحه‌ی P' عمود است.

شما پاسخ نداده اید

- ۱۴۷- سه خط L_1 ، L_2 و L_3 گذرا از نقطه‌ی O و دوبه‌دو بر هم عمودند. اگر صفحه‌ی P شامل خط L_1 و عمود بر خط L_2 باشد، وضع نسبی خط L_3 و صفحه‌ی P کدام است؟
- (۱) L_3 واقع در صفحه‌ی P است.
- (۲) L_3 موازی P است. ولی لزوماً واقع در آن نیست.
- (۳) L_3 عمود بر صفحه‌ی P است.
- (۴) L_3 با صفحه‌ی P متقاطع است ولی لزوماً عمود بر آن نیست.

شما پاسخ نداده اید

- ۱۴۸- دو خط d و d' هر دو بر خط l عمودند. کدام ویژگی لزوماً در مورد d و d' درست است؟
- (۱) با صفحه‌ای موازی l ، موازی‌اند.
- (۲) بر صفحه‌ای موازی l ، عمودند.
- (۳) با صفحه‌ای عمود بر l ، موازی‌اند.
- (۴) بر صفحه‌ای عمود بر l ، عمودند.

شما پاسخ نداده اید

- ۱۴۹- خط D صفحه‌ی P را در نقطه‌ی O قطع می‌کند. روی خط D و دو طرف صفحه‌ی P دو نقطه‌ی M و N را طوری اختیار می‌کنیم که $MN = \frac{1}{3}OM + 2ON$. فاصله‌ی نقطه‌ی M از صفحه‌ی P چند برابر فاصله‌ی نقطه‌ی N از این صفحه است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

- ۱۵۰- صفحه‌ی Γ و دو نقطه‌ی A و B را در فضا در نظر بگیرید. شرط لازم برای آن که هیچ نقطه‌ای روی Γ از A و B به یک فاصله نباشد، کدام است؟
- (۱) خط گذرنده از A و B بر Γ عمود باشد.
- (۲) خط گذرنده از A و B موازی Γ باشد.
- (۳) A و B از Γ به یک فاصله باشند.
- (۴) A و B در یک طرف Γ واقع نباشند.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، آهنگ تغییر و خط مماس ، مشتق و کاربرد آن - ۱۳۹۵۰۲۱۷

- ۸۲- در منطقه‌ای تعداد افراد مبتلا به وبا در زمان t برحسب روز از زمان شیوع برابر $p(t) = 25t^2 + \frac{t^3}{3}$ تخمین زده شده است. چه زمانی آهنگ پخش وبا ۱۴۰۰ نفر در روز است؟
- (۱) روز بیست و پنجم (۲) روز دهم (۳) روز بیستم (۴) روز هفتم

شما پاسخ نداده اید

۸۳- آهنگ آنی تغییر مساحت مثلث متساوی الاضلاع نسبت به محیط آن، وقتی ارتفاع مثلث برابر ۲ است، کدام می باشد؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۸۸- اگر ارتفاع یک استوانه عدد ثابت ۱۰ cm باشد، هنگامی که شعاع قاعده به ۲ cm می رسد، آهنگ تغییر لحظه ای سطح قاعده نسبت به سطح جانبی استوانه چقدر است؟

- (۱) 0.2 (۲) ۵ (۳) 0.4 (۴) $2/5$

شما پاسخ نداده اید

۹۰- ذره ای روی مسیر $\frac{x \cos y}{x+y} = 1$ در حرکت است. هنگامی که متحرک روی نقطه ای $(1, 0)$ قرار دارد، مؤلفه ی x

- آن با سرعت $2 \frac{m}{s}$ افزایش می یابد. در این صورت مؤلفه ی y آن با چه سرعتی بر حسب $\frac{m}{s}$ تغییر می کند؟
(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۹۳- در مخروطی به شعاع قاعده ی r و ارتفاع h ، اگر $\frac{dr}{dt} = \frac{1}{2} \frac{dh}{dt}$ و در لحظه ای که $r = h = 3$ آهنگ تغییر

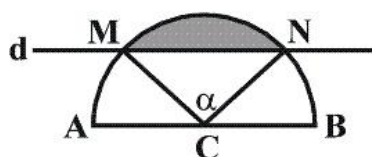
لحظه ای حجم $10\pi \frac{m^3}{s}$ باشد، آهنگ تغییر لحظه ای ارتفاع مخروط کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{9}{5}$ (۴) $\frac{5}{9}$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- در شکل زیر خط d موازی خط AB به نقطه ی C نزدیک می شود. اگر مساحت هاشورخورده با سرعت $\frac{\pi}{2}$

واحد مربع بر ثانیه تغییر یابد، در لحظه ای که زاویه ی α به $\frac{\pi}{3}$ رادیان می رسد، سرعت تغییر زاویه ی α چند رادیان بر ثانیه است؟ (شعاع نیم دایره واحد است.)

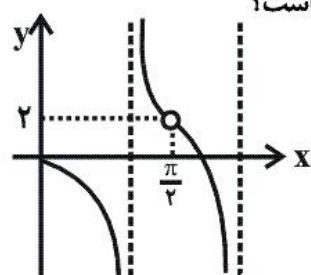


- (۱) $\frac{\pi}{5}$ (۲) $\frac{\pi}{10}$ (۳) $\frac{\pi}{20}$ (۴) $\frac{\pi}{40}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، رسم نمودار ، مشتق و کاربرد آن - ۱۳۹۵۰۲۱۷

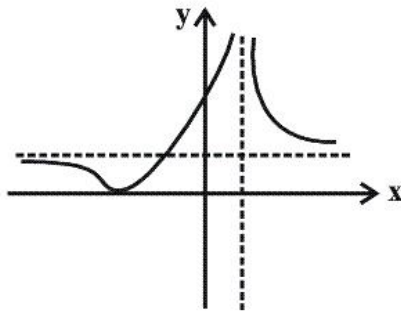
۹۴- شکل زیر مربوط به تابع $f(x) = \frac{a \tan x}{\tan x + b}$ در بازه ی $\left[0, \frac{5\pi}{4}\right)$ است، $a + b$ کدام است؟



- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

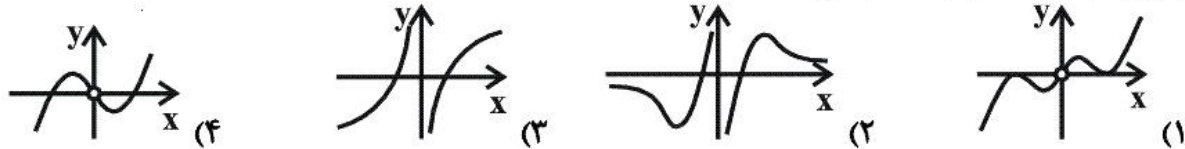
۹۵- اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax + 4}{x^2 + bx + 1}$ مطابق شکل زیر باشد، کدام است $a + b$ ؟



- (۱) ۲
(۲) -۲
(۳) ۶
(۴) -۶

شما پاسخ نداده اید

۹۶- نمودار $y = x \ln |x|$ به کدام صورت است؟



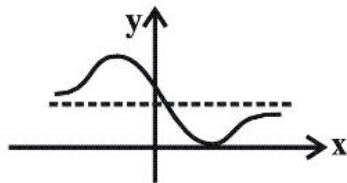
شما پاسخ نداده اید

۹۲- اگر نمودار تابع $y = x^3 - ax^2 + (a-1)x$ فقط از ناحیه‌ی دوم دستگاه مختصات عبور نکند، محدوده‌ی a کدام است؟

- (۱) $(1, +\infty)$ (۲) $[1, +\infty) - \{2\}$ (۳) $(1, +\infty)$ (۴) $(1, +\infty) - \{2\}$

شما پاسخ نداده اید

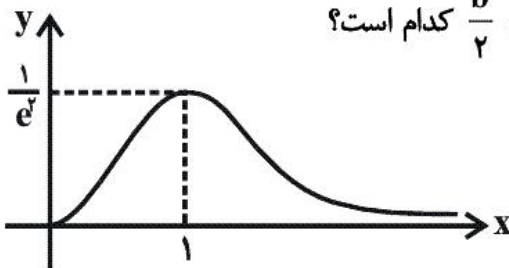
۸۹- شکل زیر نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{ax^2 - 2x + 2}{x^2 + b}$ است. دوتایی مرتب (a, b) به کدام صورت زیر می‌تواند باشد؟



- (۱) $(1, 3)$ (۲) $(1, 5)$
(۳) $(\frac{1}{3}, 3)$ (۴) $(\frac{1}{5}, 5)$

شما پاسخ نداده اید

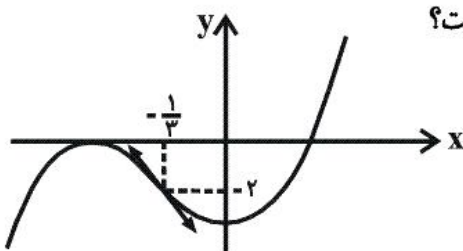
۸۵- اگر قسمتی از نمودار $f(x) = xe^{ax^2 + bx - 2}$ به صورت شکل زیر باشد، $\frac{b}{a}$ کدام است؟



- (۱) ۱ (۲) -۱
(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

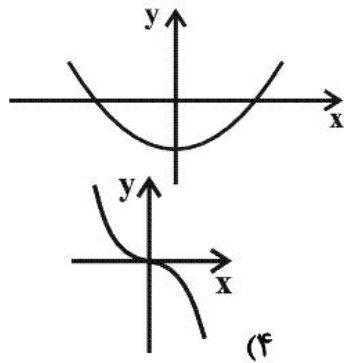
شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر نمودار $f(x) = ax^3 + bx^2 - 4$ به صورت زیر باشد، $a + b$ کدام است؟

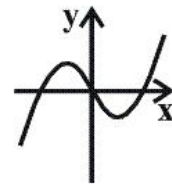
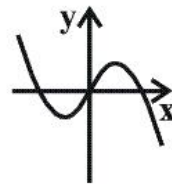
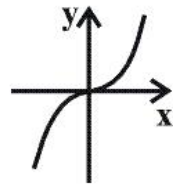


- (۱) ۹
(۲) ۲۷
(۳) ۵۴
(۴) صفر

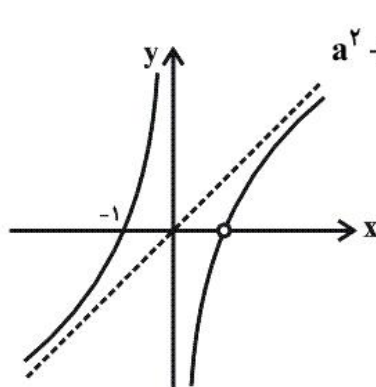
شما پاسخ نداده اید



۸۷- اگر نمودار مشتق تابع درجه‌ی سوم f به صورت مقابل باشد و این تابع از مبدأ مختصات بگذرد، نمودار آن به کدام صورت می‌تواند باشد؟



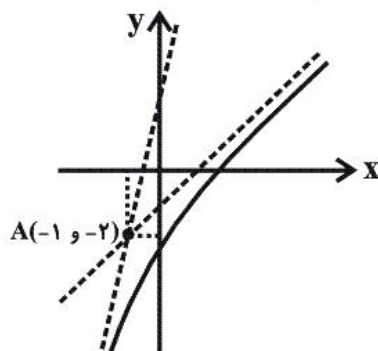
شما پاسخ نداده اید



۹۹- اگر نمودار تابع $y = \frac{(x^2 + ax + b)(x + c^2)}{x^2 - x}$ به صورت مقابل باشد، $a^2 + b^2 + c^2$ کدام است؟

- (۱) ۲
(۲) ۴
(۳) ۶
(۴) ۸

شما پاسخ نداده اید



۱۰۰- نمودار تابع $f(x) = ax - \sqrt{x^2 + 2b^2x - 8b}$ به صورت زیر است. مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۳
(۳) ۱ یا ۳
(۴) -۱ یا ۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، مساحت ، انتگرال - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۸۴- اگر $\sum_{n=1}^{40} \frac{n}{n+1} = A$ باشد، آن گاه $\sum_{n=2}^{41} \frac{n+1}{n}$ کدام است؟

(۴) $80 - A$

(۳) $80 + A$

(۲) $40 - A$

(۱) $40 + A$

شما پاسخ نداده اید

۹۱- اگر $\sum_{i=1}^{20} \frac{1}{i^2 - 2} = A$ باشد، حاصل $\sum_{i=0}^{22} \frac{2}{i^2 - 4i + 2}$ کدام است؟

(۴) $2A + 1$

(۳) $2A - 1$

(۲) $2A + \frac{1}{2}$

(۱) $2A - \frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۸۱- اگر $S_n = \sum_{k=1}^n (0.12)^k$ باشد، حاصل $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ کدام است؟

(۴) $\frac{11}{79}$

(۳) $\frac{8}{79}$

(۲) $\frac{5}{79}$

(۱) $\frac{2}{79}$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- حاصل $\sum_{n=1}^{18} \frac{1}{n! + (n+1)!}$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{2} - \frac{1}{18!}$

(۳) $1 - \frac{1}{20!}$

(۲) $1 - \frac{1}{18!}$

(۱) $\frac{1}{2} - \frac{1}{20!}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه، تحلیلی، دستگاه‌های معادلات خطی، دستگاه‌های معادلات خطی - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۱۱- در دستگاه $\begin{cases} ax - by = m \\ cx - dy = 1 - m \end{cases}$ ، معکوس ماتریس ضرایب به صورت $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ است. اگر جواب دستگاه، نقطه‌ای $(n-1, m-4)$ باشد، مقدار n کدام است؟

(۴) -۱ (۳) ۱ (۲) -۶ (۱) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- به ازای کدام مقدار m ، دستگاه معادلات $\begin{cases} (m-1)x + 4y = 6 \\ 3x + (m+3)y = 9 \end{cases}$ فاقد جواب است؟

(۴) -۵ (۳) ۵ (۲) -۳ (۱) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- به ازای چند مقدار m دستگاه معادلات همگن $\begin{cases} 2mx_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + m^2x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \end{cases}$ جواب غیرصفر دارد؟

(۴) بی‌شمار (۳) ۳ (۲) ۲ (۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- A ، ماتریس ضرایب یک دستگاه معادلات خطی است که ماتریس همسازهای آن به صورت $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \\ -3 & 1 & 8 \end{bmatrix}$ می‌باشد. اگر ماتریس مقادیر ثابت دستگاه به صورت $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $x + y + z$ کدام است؟

(۴) ± 4 (۳) ± 2 (۲) ± 1 (۱) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- به ازای چند مقدار m ، دستگاه $\begin{cases} \frac{x-2}{m} = y-1 = \frac{z+1}{3} \\ -mx + y + z = -4 \end{cases}$ بی‌شمار جواب دارد؟

(۴) بی‌شمار (۳) ۲ (۲) ۱ (۱) هیچ

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- سه صفحه با معادلات $\begin{cases} 2x - 3y - az = 2 \\ y + \frac{3}{4}z = 8 \\ x - y + 3z = 5 \end{cases}$ داده شده‌اند. اگر فصل مشترک یک جفت از صفحات، با صفحه‌ی سوم در بیش از یک نقطه مشترک باشد، آنگاه a کدام است؟

$$\frac{54}{7} \quad (4)$$

$$-\frac{54}{7} \quad (3)$$

$$\frac{21}{4} \quad (2)$$

$$-\frac{21}{4} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- در دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by + 2z = 5 \\ cx + dy + 3z = 9 \\ ex + fy + 7z = 1 \end{cases}$ ، دترمینان ماتریس ضرایب برابر ۴ و $\begin{vmatrix} a & b & -8 \\ c & d & -15 \\ e & f & 5 \end{vmatrix} = 20$ است. مقدار z کدام است؟

$$-2 \quad (4)$$

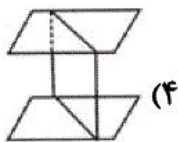
$$-4 \quad (3)$$

$$-6 \quad (2)$$

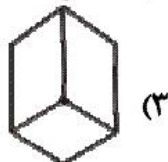
$$-8 \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

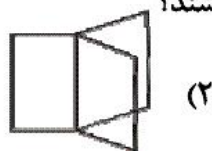
۱۱۸- اگر معادله‌های دستگاه سه معادله و سه مجهولی $\begin{cases} x + 2y - z = -1 \\ 2x - y + z = 6 \\ 3x + y - 2z = 3 \end{cases}$ معادلات سه صفحه باشند، این سه صفحه نسبت به هم چگونه می‌توانند باشند؟



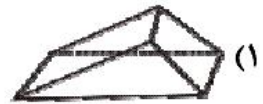
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- در یک دستگاه معادلات خطی سه مجهولی، M ماتریس ضرایب با ستون چهارم افزوده شده متشکل از مقادیر ثابت دستگاه به صورت زیر است. اگر با روش حذفی گاوس - جردن، ماتریس ضرایب را به ماتریس همانی I_3 تبدیل کنیم، ماتریس M به کدام صورت در می‌آید؟

$$R_1 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 4 & 5 & 6 & 24 \\ 3 & 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

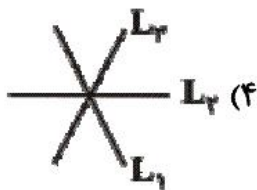
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

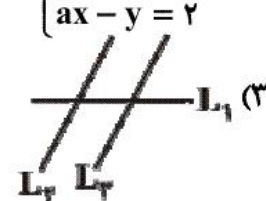
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix} \quad (1)$$

شما پاسخ نداده اید

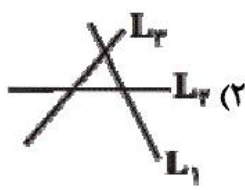
۱۲۰- کدام یک از شکل‌های زیر نمی‌تواند نمایانگر دستگاه معادلات $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 2y = 7 \\ ax - y = 2 \end{cases}$ باشد؟



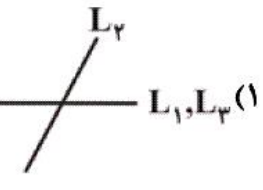
(۴)



(۳)



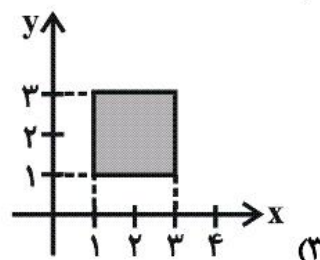
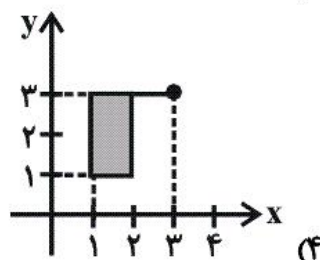
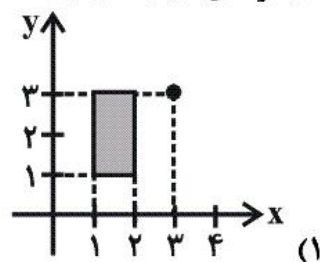
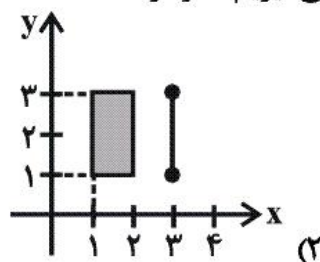
(۲)



(۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۱- دو مجموعه $A = [1, 2] \cup \{3\}$ و $B = [1, 3]$ را در نظر می‌گیریم. نمودار $A \times B$ کدام یک از موارد زیر است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- رابطه‌ی R بر روی مجموعه‌ی $Z \times Z$ به صورت $R = \{(x, y) : 2y^2 + 3 \leq x^2 \leq 9\}$ تعریف شده است. این رابطه، چند زوج مرتب دارد؟

(۴) ۱۰

(۳) ۸

(۲) ۶

(۱) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- A مجموعه‌ی مقسوم علیه‌های طبیعی عدد ۱۲ و رابطه‌ی R روی مجموعه‌ی $A \times A$ به صورت $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow ab = cd$ تعریف شده است. آیا این رابطه هم ارزی است؟ در صورت هم‌ارزی بودن کلاس هم‌ارزی $(3, 4)$ چند عضو دارد؟

(۴) ۴

(۳) ۲

(۲) ۶

(۱) هم‌ارزی نیست

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضیات گسسته ، احتمال - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۲۴- در ظرف A ، ۳ سیب قرمز و ۴ سیب زرد و در ظرف B ، ۵ سیب قرمز و ۳ سیب زرد وجود دارد. یکی از ظرف‌ها را به تصادف انتخاب کرده و دو سیب به طور متوالی و بدون جای گذاری خارج می‌کنیم. احتمال آن که هر دو سیب قرمز باشند چقدر است؟

(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) $\frac{1}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- در یک جعبه، ۵ مهره‌ی سفید و ۱۰ مهره‌ی سیاه موجود است. دو مهره به‌طور متوالی و بدون جایگذاری از این جعبه خارج می‌کنیم. اگر مهره‌ی دوم سفید باشد، با کدام احتمال، اولین مهره نیز سفید است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{3}{7}$

(۲) $\frac{5}{14}$

(۱) $\frac{2}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- در یک اداره، ۶۰ درصد مردان و ۴۵ درصد زنان متأهلند. در جمعی از بین ۶ مرد و ۸ زن در این اداره، یک فرد متأهل با کدام احتمال مرد است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{3}{7}$

(۱) $\frac{4}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- سه تاس پرتاب می‌کنیم. اگر متغیر تصادفی X ، حاصل ضرب ۳ عدد رو شده در پرتاب ۳ تاس باشد، (عدد اول $P(X=)$ کدام است؟

$$\frac{1}{72} \quad (۴)$$

$$\frac{1}{24} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{12} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{8} \quad (۱)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- به ازای کدام مقدار k ، تابع $\begin{cases} P(X=x) = -\frac{1}{5n^2}(-1 \cdot x + 2k) \\ x=1,2,\dots,n \end{cases}$ یک تابع احتمال است؟

$$-5 \quad (۴)$$

$$\frac{5}{2} \quad (۳)$$

$$-\frac{5}{2} \quad (۲)$$

$$5 \quad (۱)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- دو سکه را آنقدر پرتاب می‌کنیم تا هر دو رو بیایند. اگر X تعداد آزمایش‌های لازم باشد، $P(X \leq 2)$ کدام است؟

$$\frac{9}{16} \quad (۴)$$

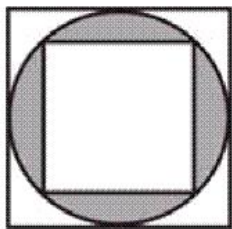
$$\frac{3}{16} \quad (۳)$$

$$\frac{7}{16} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{16} \quad (۱)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- تیری پس از شلیک به مربع بزرگ‌تر اصابت می‌کند. با چه احتمالی به قسمت رنگی برخورد می‌کند؟



$$\frac{\pi-1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{2\pi-1}{8} \quad (۱)$$

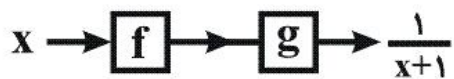
$$\frac{\pi-2}{4} \quad (۴)$$

$$\frac{\pi-2}{8} \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، اعمال روی توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۰۲- در ماشین زیر اگر $f(x) = \frac{x}{1+x}$ باشد، تابع $g(x)$ کدام است؟



$$g(x) = \frac{1}{x} \quad (۲)$$

$$g(x) = 1-x \quad (۱)$$

$$g(x) = \frac{x+2}{x+1} \quad (۴)$$

$$g(x) = \frac{1}{x-1} \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \cos x$ باشد، برد gof شامل چند عدد صحیح است؟

$$2 \quad (۲)$$

$$1 \quad (۱)$$

$$\text{هیچ} \quad (۴)$$

$$3 \quad (۳)$$

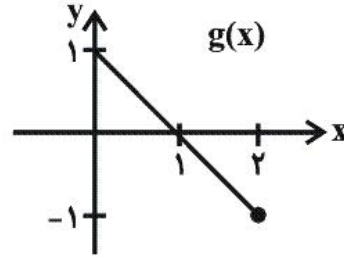
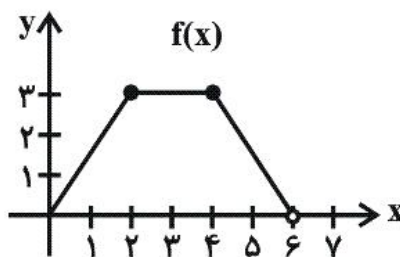
شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر $f(x) = 3^x + 3^{-x}$ و $g(x) = \sqrt{2-x}$ ، دامنه‌ی تابع $g \circ f$ کدام بازه است؟

- (۱) $[0, 2]$ (۲) $[1, +\infty)$ (۳) $\{0\}$ (۴) $(-\infty, 2]$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر نمودار توابع f و g به صورت زیر باشند، دامنه‌ی تابع $\frac{f(2x)}{g(\frac{1}{2}x)}$ کدام است؟



- (۱) $[0, 3] - \{2\}$ (۲) $[0, 3] - \{2\}$ (۳) $[0, 3] - \{1\}$ (۴) $[0, 3] - \{1\}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، زوج،فرد،صعودی،نزولی،یک به یک و تساوی دو تابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۰۶- اگر $f = \{(m, -2), (n, 0), (1, p)\}$ با شرط $m > n$ یک تابع زوج باشد، حاصل $m + p$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) -2 (۳) -3 (۴) 0

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- تابع $f(x) = \frac{|x| - x \operatorname{sgn}(x)}{x^2 + 1}$ چگونه است؟

- (۱) فقط فرد (۲) فقط زوج (۳) هم زوج و هم فرد (۴) نه زوج و نه فرد

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- چه تعداد از توابع زیر یک به یک هستند؟

- (الف) $y = x + [x]$ (ب) $y = \log x^2$ (ج) $y = \begin{cases} x^3 - 1 & x \geq 1 \\ x & x < 1 \end{cases}$ (د) $y = \frac{1}{a^x} \quad a > 1$
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، وارون یک رابطه ، تابع - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۰۴- اگر $f = \{(0, -1), (1, 2), (-2, 3), (3, 1), (2, 5)\}$ و $g = \{(1, -3), (3, 2), (4, 1)\}$ باشد، آن گاه مجموع اعضای

برد تابع $(g \circ f^{-1})^{-1}$ کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- ضابطه‌ی تابع معکوس $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1} & x < -1 \\ \frac{1}{x-1} & x > 1 \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1+|x|}{x}; x \neq 0$
(۲) $\frac{1+|x|}{x}; |x| \geq 1$
(۳) $\frac{1-|x|}{x}; x \neq 0$
(۴) $\frac{1-|x|}{x}; |x| \geq 1$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- اگر تابع $f(x) = ax^5 + b + 1$ معکوس خود را در $(1, 0)$ قطع کند، آن گاه $a^2 + b^2$ کدام است؟

- (۱) ۵
(۲) ۴
(۳) صفر
(۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضیات گسسته - گواه ، ترکیبیات - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۳۱- اگر $S = \{(x, y) | 0 \leq y \leq 3x - x^2\}$ مجموعه $S \cap (Z \times Z)$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۶
(۲) ۷
(۳) ۸
(۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- مجموعه‌ی $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$ را به چند طریق می‌توان به سه زیرمجموعه افراز کرد؟

- (۱) ۳
(۲) ۴
(۳) ۵
(۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- اگر A مجموعه‌ی اعداد طبیعی یک رقمی، B مجموعه‌ی اعداد اول دو رقمی کمتر از ۵۰ باشند، رابطه‌ای

به صورت $x = a \Leftrightarrow (x, y)R(a, b)$ بر روی مجموعه‌ی $A \times B$ تعریف شده است. این رابطه مجموعه‌ی $A \times B$

را به چند دسته‌ی هم‌ارزی تقسیم می‌کند؟

- (۱) ۹
(۲) ۱۰
(۳) ۱۱
(۴) فاقد هم‌ارزی

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضیات گسسته - گواه ، احتمال - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۳۴- دو ظرف داریم، در اولی ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و در دومی ۷ مهره سفید و ۱۰ مهره سیاه است، از ظرف اول یک مهره برداشته و بدون رویت در ظرف دوم قرار می‌دهیم، آن‌گاه از ظرف دوم یک مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) \quad \frac{8}{27} & (۲) \quad \frac{11}{27} \\ (۳) \quad \frac{34}{81} & (۴) \quad \frac{41}{81} \end{array}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- در یک آزمون از دو کلاس A و B، ۴۰ درصد دانش‌آموزان کلاس A و ۶۰ درصد دانش‌آموزان کلاس B قبول شده‌اند. اگر تعداد دانش‌آموزان در کلاس A، دو برابر کلاس B باشد و فردی به تصادف از بین قبول شدگان انتخاب شود، تقریباً با کدام احتمال، این فرد از کلاس A است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) \quad ۰/۴۳ & (۲) \quad ۰/۵۷ \\ (۳) \quad ۰/۶۱ & (۴) \quad ۰/۶۳ \end{array}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی سه برآمد دارد. اگر احتمال متناظر این سه برآمد $\alpha, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}$ باشد، با تعریف متغیر تصادفی مناسب، تابع احتمال آن چگونه مورد قبول است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) \quad P(X=i) = \frac{1}{3^i} & (۲) \quad P(X=i) = \frac{i}{6} \\ (۳) \quad P(X=i) = \frac{i+1}{12} & (۴) \quad P(X=i) = \frac{2i-1}{6} \end{array}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- در یک آزمایش دو حالت، احتمال موفقیت P است. اگر متغیر تصادفی X، شماره‌ی آزمایشی باشد که برای اولین بار موفقیت حاصل می‌شود. تابع احتمال آن کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) \quad P(1-P)^{x-1} & (۲) \quad P(1-P)^x \\ (۳) \quad (1-P)P^x & (۴) \quad C_n^x P(1-P)^{x-1} \end{array}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- احتمال این که از چهار فرزند یک خانواده، دو فرزند، پسر و دو فرزند، دختر باشند، کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) \quad \frac{1}{2} & (۲) \quad \frac{1}{3} \\ (۳) \quad \frac{3}{8} & (۴) \quad \frac{7}{16} \end{array}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- نقطه‌ای به تصادف درون دایره‌ای انتخاب می‌شود، احتمال آن که فاصله‌ی آن نقطه تا محیط دایره، کمتر از سه برابر فاصله‌ی آن تا مرکز دایره باشد، کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) \quad \frac{1}{16} & (۲) \quad \frac{8}{9} \\ (۳) \quad \frac{15}{16} & (۴) \quad \frac{1}{9} \end{array}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $P(A) = 2P(B) = 0.8$ و $P(A \Delta B) = 0.6$

آن‌گاه $P(B' \cap A)$ کدام است؟

(۲) 0.3

(۱) 0.2

(۴) 0.5

(۳) 0.4

شما پاسخ نداده اید



ریاضی، هندسه ۲، هندسه فضایی (هندسه ۲)، هندسه فضایی - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۴۱-

(مفسر ریسی)

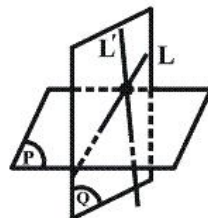
از یک نقطه بیرون یک خط می‌توان بی‌شمار خط و فقط یک صفحه عمود بر آن خط رسم کرد. از یک نقطه بیرون یک صفحه می‌توان بی‌شمار صفحه و فقط یک خط بر آن عمود کرد.

(هندسه ۲ - هندسه فضایی: صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۹)

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☒

۱۴۲-

(نویس مییری)



از نقطه‌ای روی خط L ، خط L' را عمود بر صفحه‌ی P رسم می‌کنیم. صفحه‌ی شامل دو خط متقاطع L و L' همان صفحه‌ی مطلوب است که یکتاست و بر P عمود است.

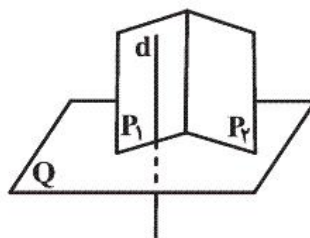
(هندسه ۲ - هندسه فضایی: صفحه‌ی ۱۵۵)

۱ ☒ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐

۱۴۳-

(نویس مییری)

با توجه به مفروضات سؤال خط d بر P_1 واقع است، به گونه‌ای که موازی P_2 است و اشتراکی با آن ندارد ($d \parallel P_2$). پس دقیقاً یک صفحه شامل d و عمود بر P_2 وجود دارد، ولی بی‌شمار خط عمود بر d و عمود بر P_2 موجود است که همگی بر صفحه‌ی شامل d و عمود بر P_2 واقع هستند. از آن‌جا که



$d \perp Q$ پس بی‌شمار صفحه شامل d و عمود بر Q موجود است. اگر صفحه‌ای عمود بر d رسم کنیم، موازی با Q خواهد بود و هر خط واقع بر آن صفحه که d را قطع کند، با Q موازی می‌شود.

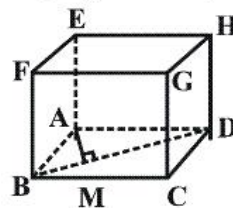
(هندسه ۲ - هندسه فضایی: صفحه‌های ۱۵۵ تا ۱۵۹)

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☒ ۴ ☐

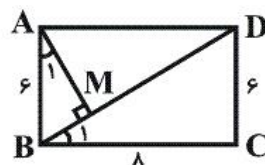
-۱۴۴

(مسیر فایلو)

کوتاه‌ترین فاصله بین دو خط متنافر، طول عمود مشترک آنها است. مطابق شکل، خط AM بر دو خط BD و AE عمود است و هر دو خط را قطع می‌کند، پس عمود مشترک آنهاست. برای محاسبه طول AM داریم:



$$AM \cdot BD = AB \cdot AD (= 2S(\triangle ABD))$$



$$\Rightarrow AM = \frac{AB \cdot AD}{BD} = \frac{6 \times 8}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = 4/8$$

(هندسه ۲ - هندسه فضایی؛ صفحه‌های ۱۵۶ تا ۱۵۷)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۴۵

(معمداً برای کیتی زاده)

دو صفحه P و P' وقتی بر هم عموداند که یک خط موازی با یکی از آنها، بر صفحه دیگر عمود باشد.

(هندسه ۲ - هندسه فضایی؛ صفحه‌های ۱۵۵)

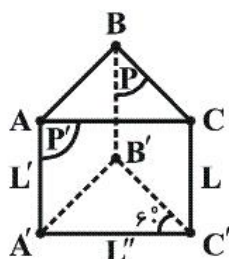
۴✓

۳

۲

۱

صفحه‌ی P شامل L و صفحه‌ی P' شامل L' و L'' است و $L' \parallel L$ و $L'' \perp L$ است.



چون زاویه‌ی بین L'' و $B'C'$ برابر 60° است (زاویه‌ی مثلث متساوی الاضلاع) پس نتیجه می‌شود که خط L'' بر صفحه‌ی P عمود نیست و گزینه‌ی «۲» نادرست است. از طرفی زاویه‌ی بین دو صفحه‌ی P و P' نیز برابر 60° (زاویه‌ی مثلث متساوی الاضلاع) است و این، هر دو گزینه‌ی «۳» و «۴» را رد می‌کند.

(هندسه ۲ - هندسه فضایی؛ صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۵)

۴

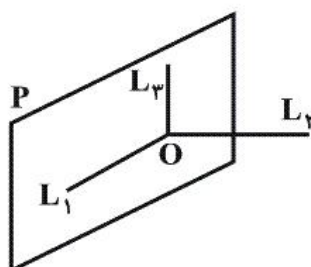
۳

۲

۱✓

-۱۴۷

(معمداً برای نادرپور)



فرض کنید L_3 داخل صفحه‌ی P نباشد. بر دو خط متقاطع L_1 و L_3 ، صفحه‌ای مانند P' می‌گذرد. چون L_2 بر دو خط متقاطع از صفحه‌ی P' عمود است، پس $L_2 \perp P'$. از طرفی $L_2 \perp P$ ، پس $P \parallel P'$. از آنجا که دو صفحه‌ی P و P' ، هر دو شامل خط L_1 هستند. پس بر هم منطبق‌اند. یعنی L_3 درون صفحه‌ی P قرار دارد.

(هندسه ۲ - هندسه فضایی؛ صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۲)

۴

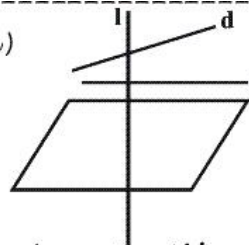
۳

۲

۱✓

۱۴۸-

(سروش موئینی)



تمام خطوط عمود بر یک خط، با صفحه‌ای عمود بر آن موازی هستند.

(هندسه ۲ - هندسه فضایی؛ تمرین ۶، صفحه ۱۵۵)

۴

۳✓

۲

۱

۱۴۹-

(مهدی ابراهیم کیتی زاده)

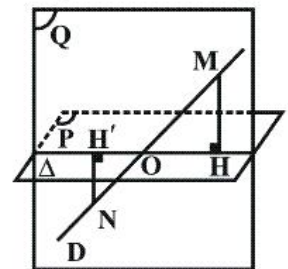
بر خط D صفحه Q را عمود بر صفحه P می‌گذرانیم و فصل مشترک این دو صفحه را خط Δ می‌نامیم. عمودهای MH و NH' که در صفحه Q بر خط Δ رسم می‌شوند بر صفحه P عمود هستند. بنابراین، طول‌های دو پاره خط MH و NH' به ترتیب فاصله‌های دو نقطه M و N از صفحه P هستند. اما،

$$\begin{cases} MN = \frac{1}{3}OM + 2ON \\ MN = OM + ON \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{3}OM + 2ON = OM + ON$$

$$\Rightarrow \frac{OM}{ON} = \frac{3}{2}$$

دو مثلث OMH و ONH' واقع در صفحه Q به حالت تساوی زاویه‌ها متشابه‌اند:

$$\frac{MH}{NH'} = \frac{OM}{ON} \Rightarrow MH = \frac{3}{2}NH'$$



(هندسه ۲ - هندسه فضایی؛ صفحه‌های ۱۵۵ تا ۱۵۹)

۴

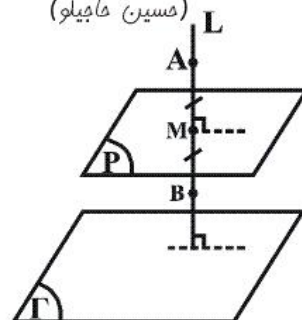
۳✓

۲

۱

۱۵۰-

(مسین جابیلو)



نقاطی از فضا که از A و B به یک فاصله هستند، روی صفحه‌ای عمود منصف AB قرار دارند. حال اگر خط گذرنده از A و B بر Γ عمود باشد، عمود منصف AB با Γ موازی خواهد بود و بنابراین با شرط $AB \perp \Gamma$ بجز در حالتی که Γ از وسط AB بگذرد، هیچ نقطه‌ای روی Γ وجود ندارد که از A و B به یک فاصله باشد.

(هندسه ۲ - هندسه فضایی؛ صفحه ۱۵۴)

۴

۳

۲

۱✓

-۸۲

(امیر هوشنگ قمسه)

آهنگ پخش وبا نسبت به زمان t برابر است با $p'(t)$

$$p'(t) = 1400 \Rightarrow 5 \cdot t + t^2 = 1400 \Rightarrow t^2 + 5 \cdot t - 1400 = 0$$

$$\Rightarrow (t - 20)(t + 70) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 20 \\ t = -70 \text{ (غ ق ق)} \end{cases}$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۹۲ تا ۱۹۷)

۴

۳✓

۲

۱

-۸۳

(کاظم ایلالی)

اگر ضلع مثلث را a و ارتفاع آن را h فرض کنیم، داریم:

$$a = \frac{2\sqrt{3}}{3}h \quad h = 2 \quad \frac{4\sqrt{3}}{3} \quad (*)$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \Rightarrow \frac{dS}{da} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$P = 3a \Rightarrow \frac{dP}{da} = 3$$

$$\frac{dS}{dP} = \frac{\frac{dS}{da}}{\frac{dP}{da}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a}{3} = \frac{\sqrt{3}a}{6} \stackrel{(*)}{=} \frac{\sqrt{3}}{6} \times \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{3}$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۹۲ تا ۱۹۷)

۴

۳

۲

۱✓

-۸۸

(مرتضی روزبهانی)

$$h = 10 \Rightarrow S = 2\pi rh = 20\pi r$$

$$S' = \pi r^2 \text{ سطح قاعده}$$

$$\frac{dS'}{dS} = \frac{\frac{dS'}{dr}}{\frac{dS}{dr}} = \frac{2\pi r}{20\pi} = \frac{r}{10} \stackrel{r=2}{=} \frac{2}{10} = 0.2$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۹۲ تا ۱۹۷)

۴

۳

۲

۱✓

-۹۰

(آرش ریمی)

$$x \cos y = x + y \Rightarrow \frac{dx}{dt} \cos y - x \left(\frac{dy}{dt} \sin y \right) = \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt}$$

$$\xrightarrow{\frac{dx}{dt}=2, x=1, y=0} 2 \times \cos 0 - 1 \times \left(\frac{dy}{dt} \times \sin 0 \right) = 2 + \frac{dy}{dt}$$

$$2 = 2 + \frac{dy}{dt} \Rightarrow \frac{dy}{dt} = 0$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۹۲ تا ۱۹۷)

۴

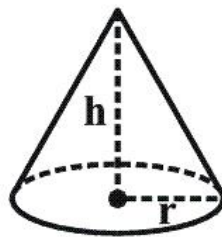
۳

۲

۱ ✓

(مرتضی روزبهانی)

-۹۳



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{3} \pi \left(2r \frac{dr}{dt} h + \frac{dh}{dt} r^2 \right)$$

$$= \frac{1}{3} \pi \left(2r \frac{1}{2} \frac{dh}{dt} h + \frac{dh}{dt} r^2 \right)$$

$$10\pi = \frac{1}{3} \pi \frac{dh}{dt} (hr + r^2) \Rightarrow 10\pi = \frac{1}{3} \pi \times 18 \times \frac{dh}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۹۲ تا ۱۹۷)

۴

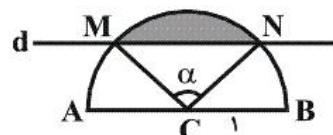
۳

۲

۱ ✓

(عمیر علیزاده)

-۹۷

مساحت $\triangle MNC$ - مساحت قطاع CMN : $S =$ مساحت هاشورخورده

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \alpha \times 1 \times 1 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \times \sin \alpha \xrightarrow{\text{مشتق}} S'_t = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos \alpha \right) \alpha'_t$$

$$\xrightarrow{\alpha = \frac{\pi}{2}} \frac{\pi}{20} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} \right) \alpha'_t \Rightarrow \alpha'_t = \frac{\pi}{5} \left(\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right)$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۹۲ تا ۱۹۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۹۴

(عمید علینازده)

$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{4} \text{ مجانب قائم} \Rightarrow \tan \frac{5\pi}{4} + b = 0 \Rightarrow 1 + b = 0 \Rightarrow b = -1 \\ \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{a \tan x}{\tan x - 1} = \frac{\text{از } 1 - \text{صرف}}{\text{نظر می کنیم}} \rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{a \tan x}{\tan x} = a = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b = 2 - 1 = 1$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۹۷ تا ۲۱۰)

۴

۳

۲✓

۱

-۹۵

(عمید علینازده)

چون شکل تابع اطراف مجانب قائم هر دو به $+\infty$ میل می‌کند، پس باید مخرج ریشه‌ی مضاعف داشته باشد.

$$\Delta_{\text{مخرج}} = 0 \Rightarrow b^2 - 4 = 0 \Rightarrow b = \pm 2$$

از طرفی طول مجانب مثبت است، پس $b = +2$ نمی‌تواند باشد و $b = -2$ باید باشد.

از طرفی با توجه به نمودار و مماس بودن نمودار بر محور x ها صورت ریشه‌ی مضاعف دارد.

$$\Delta_{\text{صورت}} = 0 \Rightarrow a^2 - 16 = 0 \Rightarrow a = \pm 4$$

چون ریشه‌ی صورت منفی است، پس $a = 4$ قابل قبول است.

$$a + b = 4 - 2 = 2$$

پس:

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۹۷ تا ۲۱۰)

۴

۳

۲

۱✓

-۹۶

(مهمان فخران)

$$y = \begin{cases} x \ln x & ; x > 0 \\ x \ln(-x) & ; x < 0 \end{cases} \Rightarrow y' = \begin{cases} \ln x + 1 & ; x > 0 \\ \ln(-x) + 1 & ; x < 0 \end{cases}$$

$$y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} \ln x + 1 = 0 \Rightarrow \ln x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{e} > 0 \\ \ln(-x) + 1 = 0 \Rightarrow \ln(-x) = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{e} < 0 \end{cases}$$

بنابراین تابع دو اکسترمم دارد. از طرفی داریم:

$$\text{حد در بی نهایت} : \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln |x| = (+\infty) \times (+\infty) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} x \ln |x| = (-\infty) \times (+\infty) = -\infty \end{cases}$$

بنابراین گزینه‌ی «۴» صحیح است.

توجه داشته باشید که تابع در $x = 0$ تغییر تقعر داده و حد آن در این نقطه برابر صفر است.

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۹۷ تا ۲۱۰)

۴✓

۳

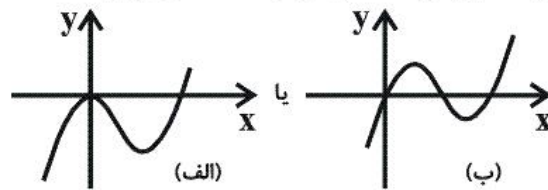
۲

۱

(عمیدرضا کلاته باری)

چون ضریب x^3 مثبت است، پس نمودار قطعاً از نواحی اول و سوم دستگاه مختصات عبور می‌کند.

$x=0$ یکی از ریشه‌های تابع است. برای اینکه نمودار فقط از ناحیه‌ی دوم عبور نکند، شکل آن باید به مانند یکی از حالت‌های زیر باشد:



$$y=0 \Rightarrow x(\underbrace{x^2 - ax + (a-1)}_{y_1}) = 0$$

در حالت (الف) $x=0$ باید ریشه‌ی مضاعف تابع باشد، یعنی باید $x=0$ ریشه‌ی y_1 نیز باشد. پس:

$$a-1=0 \Rightarrow a=1 \quad (1)$$

$$y = x(x^2 - x) \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$$

در حالت (ب)، y_1 دو ریشه‌ی مثبت دارد. پس:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \Rightarrow a^2 - 4(a-1) > 0 \Rightarrow a^2 - 4a + 4 > 0 \Rightarrow (a-2)^2 > 0 \\ \Rightarrow a \neq 2 \quad (2) \\ \text{ضرب ریشه‌ها: } a-1 > 0 \Rightarrow a > 1 \quad (3) \\ \text{مجموع ریشه‌ها: } a > 0 \Rightarrow a > 0 \quad (4) \end{array} \right.$$

اجتماع (۱)، (۲)، (۳) و (۴) نتیجه می‌شود. $[1, +\infty) - \{2\}$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۹۷ تا ۲۱۰)

۴

۳

۲✓

۱

(عمید ستاری)

خط $y = 0$ بر تابع مماس است. بنابراین معادله‌ی تلاقی آن‌ها ریشه‌ی مضاعف $(\Delta = 0)$ دارد. داریم:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{ax^2 - 2x + 2}{x^2 + b} \Rightarrow ax^2 - 2x + 2 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta = 4 - 4a = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = a = \frac{1}{2} \quad \text{مجانِب افقی}$$

محل برخورد نمودار با محور y ها بالاتر از مجانب افقی است، پس:

$$f(0) = \frac{2}{b} > \frac{1}{2} \Rightarrow 0 < b < 4$$

بنابراین b نمی‌تواند ۵ باشد.

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۹۷ تا ۲۱۰)

۴

۳✓

۲

۱

(مهمان فنران)

$$y = xe^{ax^2+bx-2} \Rightarrow y' = e^{ax^2+bx-2}(1 + 2ax^2 + bx)$$

$$\xrightarrow{x=1} y'(1) = 0 \Rightarrow 1 + 2a + b = 0 \Rightarrow 2a + b = -1 \quad (1)$$

$$\xrightarrow{(1, \frac{1}{e^2}) \in f} f(1) = \frac{1}{e^2} \Rightarrow e^{a+b-2} = e^{-2} \Rightarrow a + b = 0 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{2} = \frac{1}{2}$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن: صفحه‌های ۱۹۷ تا ۲۱۰)

۴

۳✓

۲

۱

-۸۶

(عمید علیراده)

$$f(x) = ax^3 + bx^2 - 4$$

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = -2$$

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{a}{27} + \frac{b}{9} - 4 = -2 \Rightarrow \frac{-a + 3b}{27} = 2 \Rightarrow -a + 3b = 54 \quad (1)$$

$$f''(x) = 6ax + 2b \Rightarrow f''\left(-\frac{1}{3}\right) = -2a + 2b = 0 \Rightarrow a = b \quad (2)$$

$$(2), (1) \Rightarrow a = b = 27 \Rightarrow a + b = 54$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۹۷ تا ۲۱۰)

۴

۳✓

۲

۱

-۸۷

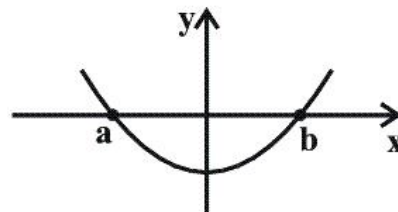
(آریان هیدری)

با توجه به نمودار f' :تابع f' ابتدا در بازه‌ی $(-\infty, a)$ مثبت، سپس در بازه‌ی (a, b) منفی،سپس مجدداً در بازه‌ی $(b, +\infty)$ مثبت می‌شود. یعنی نمودار تابع f ابتدا

در حالت صعودی، سپس نزولی و مجدداً

صعودی خواهد بود و تنها گزینه‌ی «۱»

می‌تواند درست باشد.



(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۹۷ تا ۲۱۰)

۴

۳

۲

۱✓

-۹۹

(عنایت‌اله کشاورزی)

ریشه‌های مخرج $x=0, 1$ است. چون تابع در $x=1$ مجانب قائم ندارد. پساین نقطه ریشه‌ی صورت نیز است. از طرفی در $x=1$ نمودار بر رویمحور x ها تو خالی است پس غیر از ساده کردن صورت مخرج، باز هم باید $x=1$ ریشه‌ی صورت باشد، پس $x=1$ ریشه‌ی مضاعف صورت است. دقتکنید $x=1$ نمی‌تواند عبارت $x+c^2$ را صفر کند:

$$x^2 + ax + b = (x-1)^2 \Rightarrow x^2 + ax + b = x^2 - 2x + 1$$

$$\Rightarrow a = -2, b = 1$$

از طرفی ریشه‌ی دیگر صورت $x=-1$ است، پس:

$$x + c^2 \stackrel{x=-1}{=} 0 \Rightarrow c^2 = 1$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 4 + 1 + 1 = 6$$

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۹۷ تا ۲۱۰)

۴

۳✓

۲

۱

(لظفم اچلالی)

فرض کنید $y = mx + n$ بجانب مایل تابع باشد.

$$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax - |x|}{x} = (a - 1)$$

$$n = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (a - 1)x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\sqrt{x^2 + 2bx - 1b} + x$$

$$\text{ضرب در مزدوج} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x^2 - 2bx + 1b}{x + \sqrt{x^2 + 2bx - 1b}} = \frac{-2bx}{x + x} = -b$$

بنابراین بجانب تابع در $+\infty$ برابر $y = (a - 1)x - b$ است. به همینترتیب در $-\infty$ بجانب مایل تابع برابر $y = (a + 1)x + b$ می شود. محلبرخورد دو بجانب $(-1, -2)$ است. پس:

$$\begin{cases} y = (a - 1)x - b \\ y = (a + 1)x + b \end{cases} \xrightarrow{(-1, -2)} \begin{cases} a + b = 3 \\ -a + b = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2b = 2 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow b = 1$$

دامنه‌ی تابع f ، اعداد حقیقی است. اگر $b = 1$ باشد، تابع به صورت

$$f(x) = ax - \sqrt{x^2 + 2bx - 1b} \text{ می شود که دامنه‌ی آن } \mathbb{R} \text{ نمی شود. پس:}$$

$$a + b = 2 - 1 = 1$$

توجه: بجانب‌های مایل را از هم ارزی نیوتن می توان به دست آورد:

$$\begin{cases} x \rightarrow +\infty : f(x) \sim ax - (x + b) \\ x \rightarrow -\infty : f(x) \sim ax + (x + b) \end{cases}$$

پس بجانب‌های تابع برابر $y = (a - 1)x - b$ و $y = (a + 1)x + b$ است.

(دیفرانسیل - مشتق و کاربرد آن؛ صفحه‌های ۱۹۷ تا ۲۱۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۸۴

(ممد رضا شوکتی بیرق)

$$\sum_{n=1}^{40} \frac{n}{n+1} = \sum_{n=1}^{40} \left(\frac{n+1-1}{n+1} \right) = \sum_{n=1}^{40} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) = 40 - \sum_{n=1}^{40} \frac{1}{n+1}$$

$$= 40 - \sum_{n=2}^{41} \frac{1}{n} \quad (1)$$

$$A = \sum_{n=2}^{41} \left(1 + \frac{1}{n} \right) = 40 + \sum_{n=2}^{41} \frac{1}{n} \Rightarrow \sum_{n=2}^{41} \frac{1}{n} = A - 40 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \sum_{n=1}^{40} \frac{n}{n+1} = 40 - (A - 40) = 80 - A$$

(دیفرانسیل - انتگرال: صفحه‌های ۲۱۳ تا ۲۱۹)

☒ ۴☐ ۳☐ ۲☐ ۱

-۹۱

(کاظم ابلالی)

$$\sum_{i=0}^{22} \frac{2}{i^2 - 4i + 2} = 2 \sum_{i=0}^{22} \frac{1}{(i-2)^2 - 2} = 2 \sum_{i=2}^{20} \frac{1}{i^2 - 2}$$

$$= 2 \left(\sum_{i=1}^{20} \frac{1}{i^2 - 2} - \sum_{i=1}^2 \frac{1}{i^2 - 2} \right) = 2 \left(A - \left(\frac{-1}{1} + \frac{1}{2} \right) \right)$$

$$= 2 \left(A + \frac{1}{2} \right) = 2A + 1$$

(دیفرانسیل - انتگرال: صفحه‌های ۲۱۳ تا ۲۱۹)

☒ ۴☐ ۳☐ ۲☐ ۱

-۸۱

(قاسم کتابچی)

$$\therefore \frac{1}{12} = \frac{12-1}{90} = \frac{11}{90}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^n \left(\frac{11}{90} \right)^k = \frac{11}{90} + \left(\frac{11}{90} \right)^2 + \dots$$

دنباله‌ی فوق، دنباله‌ی هندسی با قدر نسبت $\frac{11}{90}$ و جمله‌ی اول $\frac{11}{90}$ است.

بنابراین حد مجموع جملات آن برابر است با:

$$\frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{11}{90}}{1-\frac{11}{90}} = \frac{\frac{11}{90}}{\frac{79}{90}} = \frac{11}{79}$$

(دیفرانسیل - انتگرال: صفحه‌های ۲۱۳ تا ۲۱۹)

☒ ۴☐ ۳☐ ۲☐ ۱

-۹۸

(قاسم کتابچی)

$$n! + (n+1)! = n!(1+n+1) = n!(n+2)$$

$$\sum_{n=1}^{18} \frac{1}{n!(n+2)} = \sum_{n=1}^{18} \frac{n+1}{(n+1)n!(n+2)} = \sum_{n=1}^{18} \frac{n+1}{(n+2)!}$$

$$= \sum_{n=1}^{18} \frac{n+2-1}{(n+2)!} = \sum_{n=1}^{18} \left(\frac{n+2}{(n+2)!} - \frac{1}{(n+2)!} \right)$$

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، هندسه ی تحلیلی ، دستگاه های معادلات خطی ، دستگاه های معادلات خطی - ۱۳۹۵۰۲۱۷

-۱۱۱

(آرنگ نوید)

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ 1-m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2m+1 \\ 3m+2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 2m+1 \\ 3m+2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4-m \\ n-1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=6 \end{cases}$$

(هندسه تحلیلی - دستگاه معادلات خطی: صفحه های ۱۳۸ و ۱۳۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

دستگاه دو معادله و دو مجهول، به دنبال محل برخورد دو خط است و در صورتی

فاقد جواب است که دو خط موازی و غیر منطبق باشند.

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases} \xrightarrow{\text{فاقد جواب}} \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

$$\frac{m-1}{3} = \frac{4}{m+3} \Rightarrow m^2 + 2m - 15 = 0$$

$$\Rightarrow (m+5)(m-3) = 0 \Rightarrow m = -5, m = 3$$

با بررسی شرط $\frac{m-1}{3} \neq \frac{6}{9}$ فقط $m = -5$ قابل قبول است.

(هندسه تحلیلی - دستگاه معادلات قطبی؛ صفحه‌های ۱۴۰ و ۱۴۱)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

سطر اول را به سطر سوم می‌افزاییم و دترمینان حاصل را نسبت به سطر سوم بسط می‌دهیم؛

$$\begin{vmatrix} 2m & 1 & 2 \\ 1 & 2 & m^2 \\ 1+2m & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (1+2m)(m^2-4) = 0$$

بنابراین، به ازای سه مقدار $m = -\frac{1}{2}$ و $m = -2$ و $m = 2$ دستگاه جواب

غیر صفر دارد.

(هندسه تحلیلی - دستگاه معادلات قطبی؛ صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۳)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

اگر N ماتریس همسازها باشد، آن گاه:

$$A^* = N^T \Rightarrow |A^*| = |N^T| = |N| = 4$$

$$|A^*| = |A^2| \Rightarrow |A|^2 = 4 \Rightarrow |A| = \pm 2$$

$$X = A^{-1}B = \frac{1}{|A|} A^* B = \frac{1}{\pm 2} \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow X = \pm \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \\ 10 \end{bmatrix} = \pm \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x+y+z=4 \\ x+y+z=-4 \end{cases}$$

(هندسه تحلیلی - دستگاه معادلات خطی: صفحه‌های ۱۳۸ و ۱۳۹)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

$$A = (2, 1, -1) \in \text{خط}$$

$$-m(2) + 1 - 1 = -4 \Rightarrow -2m = -4 \Rightarrow m = 2$$

بنابراین $m = 2$ ، تنها جواب مسئله است.

(هندسه تحلیلی - دستگاه معادلات خطی: صفحه‌های ۱۴۰ و ۱۴۱)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

(نویسندگان)

با توجه به این که فصل مشترک یک جفت از صفحات، با صفحه‌ی سوم در بیش

از یک نقطه مشترک است، پس بر آن صفحه منطبق است. از این رو دستگاه

بی‌شمار جواب دارد و دترمینان ماتریس ضرایب باید صفر باشد. داریم:

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & -a \\ 0 & 1 & \frac{3}{4} \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2\left(3 + \frac{3}{4}\right) + \left(\frac{-9}{4} + a\right) = 0 \Rightarrow a = \frac{-21}{4}$$

(هندسه تحلیلی - دستگاه معادلات خطی؛ صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۴۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(رضا عباسی اصل)

-۱۱۷

$$\begin{vmatrix} a & b & -8 \\ c & d & -15 \\ e & f & 5 \end{vmatrix} = 20 \Rightarrow \begin{vmatrix} a & b & 2-10 \\ c & d & 3-18 \\ e & f & 7-2 \end{vmatrix} = 20.$$

$$\Rightarrow \underbrace{\begin{vmatrix} a & b & 2 \\ c & d & 3 \\ e & f & 7 \end{vmatrix}}_{|A|=4} - \underbrace{\begin{vmatrix} a & b & 2 \times 5 \\ c & d & 2 \times 9 \\ e & f & 2 \times 1 \end{vmatrix}}_{|A_3|} = 20 \Rightarrow 4 - 2 \underbrace{\begin{vmatrix} a & b & 5 \\ c & d & 9 \\ e & f & 1 \end{vmatrix}}_{|A_3|} = 20.$$

$$4 - 2|A_3| = 20 \Rightarrow |A_3| = -8$$

حال:

$$z = \frac{|A_3|}{|A|} = \frac{-8}{4} = -2$$

(هندسه تحلیلی - دستگاه معادلات خطی؛ صفحه‌های ۱۴۴ و ۱۴۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

(مهمربراهیم کیتی زاده)

دترمینان ضرایب دستگاه برابر است با:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 10.$$

چون دترمینان مخالف صفر است، پس دستگاه جواب منحصر به فرد دارد، یعنی

سه صفحه از یک نقطه می گذرند.

(هندسه ی تفلیلی - دستگاه معادلات خطی؛ صفحه های ۱۳۸ تا ۱۴۴)

۴

۳✓

۲

۱

(مهمربراهیم کیتی زاده)

$$\begin{array}{l} R_1 \\ R_2 - 4R_1 \\ R_3 - 3R_1 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 9 \\ 0 & -3 & -6 & -12 \\ 0 & -5 & -11 & -23 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} R_1 + \frac{2}{3}R_2 \\ R_2 \\ R_3 - \frac{5}{3}R_2 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & -6 & -12 \\ 0 & 0 & -1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} R_1 - R_3 \\ R_2 - 6R_3 \\ R_3 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & -3 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & -1 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} R_1 \\ R_2 \\ -R_3 \end{array} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

(هندسه تفلیلی - دستگاه معادلات خطی؛ صفحه های ۱۴۴ تا ۱۴۸)

۴✓

۳

۲

۱

جواب دستگاه $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x - 2y = 7 \end{cases}$ عبارت است از $x = 3$ و $y = -2$.

حال اگر این جواب در معادله‌ی سوم صدق کند، یعنی $a = 0$ ، دستگاه سه

معادله و دو مجهول دارای جواب منحصر به فرد یعنی شکل گزینه‌ی «۴» است.

اگر خط $ax - y = 2$ موازی یکی از دو خط دیگر باشد، یعنی $a = -2$ یا

$a = \frac{1}{2}$ ، آنگاه شکل گزینه‌ی «۳» برقرار است و در غیر این دو حالت، سه

خط، دو به دو متقاطعند و شکل گزینه‌ی «۲» برقرار می‌باشد.

(هندسه تحلیلی - دستگاه معادلات خطی؛ مشابه تمرین ۶، صفحه‌های ۱۴۹ و ۱۵۰)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی، ریاضیات گسسته، ترکیبیات - ۱۳۹۵۰۲۱۷

با توجه به تعریف $A \times B$ داریم: $A \times B = \{(x, y); x \in A, y \in B\}$

x تمام اعداد بازه‌ی $[1, 2]$ و عدد ۳ را شامل می‌شود و به ازای هر x ، تمام اعداد بازه‌ی $[1, 3]$ را اختیار می‌کند. در نتیجه نمودار گزینه‌ی «۲» صحیح است.

(پیرو احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه؛ صفحه‌های ۵۸ تا ۶۱)

۴

۳

۲✓

۱

با توجه به اینکه $x^2 \leq 9$ نتیجه می‌گیریم که $x \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3\}$

بنابراین: $x = 0 \Rightarrow 2y^2 + 3 \leq 0$ غیرممکن

$x = \pm 1 \Rightarrow 2y^2 + 3 \leq 1$ غیرممکن

$x = \pm 2 \Rightarrow 2y^2 \leq 1 \Rightarrow y = \{0\} \Rightarrow (2, 0), (-2, 0) \Rightarrow$ دو زوج مرتب

$x = \pm 3 \Rightarrow 2y^2 + 3 \leq 9 \Rightarrow y^2 \leq 3 \Rightarrow y = \{0, \pm 1\} \Rightarrow$

چون برای x دو حالت و برای y سه حالت داریم، پس $2 \times 3 = 6$ زوج مرتب تشکیل می‌شود، بنابراین به‌طور کلی ۸ زوج مرتب در رابطه‌ی R وجود دارد.

(پیرو احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۴

۳✓

۲

۱

۱۲۳-

(علی سعیدی زاد)

رابطه‌ی مورد نظر سه ویژگی بازتابی، تقارنی و تعدی را دارد، پس هم‌ارزی است. (تمرین ۳ صفحه‌ی ۶۸ کتاب درسی) برای تعیین کلاس هم‌ارزی (۳،۴) باید زوج مرتب‌هایی مانند (x, y) را از مجموعه‌ی $A \times A$ انتخاب کنیم که $(x, y)R(۳, ۴) \Rightarrow xy = ۱۲$ با توجه به اینکه $A = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲\}$ ، کلاس هم‌ارزی مورد نظر به صورت زیر می‌باشد.

$$\{(۱, ۱۲)(۲, ۶)(۳, ۴)(۴, ۳)(۶, ۲)(۱۲, ۱)\} = [(۳, ۴)]$$

(مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، ریاضیات گسسته، احتمال - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۲۴-

(علیرضا شریف‌فطیپی)

اگر C پیشامد آن باشد که هر دو سیب قرمز باشند، آنگاه،

$$P(C) = P(A)P(C | A) + P(B)P(C | B)$$

$$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{3}{7} \times \frac{2}{6} \right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{5}{8} \times \frac{4}{7} \right) = \frac{1}{14} + \frac{5}{28} = \frac{7}{28} = \frac{1}{4}$$

(ریاضیات گسسته - احتمال: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

۴

۳

۲

۱✓

۱۲۵-

(امیرحسین ابومحبوب)

اگر پیشامد سفید بودن مهره‌ی دوم را با A و پیشامدهای سفید بودن مهره‌ی اول و سیاه بودن مهره‌ی اول را به ترتیب با B_1 و B_2 نشان دهیم، آنگاه:

$$P(B_1 | A) = \frac{P(A | B_1)P(B_1)}{P(A)}$$

$$= \frac{\frac{5}{15} \times \frac{4}{14}}{\frac{5}{15} \times \frac{4}{14} + \frac{10}{15} \times \frac{5}{14}} = \frac{20}{70} = \frac{2}{7}$$

(ریاضیات گسسته - احتمال: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

۴

۳

۲

۱✓

$$= \frac{\frac{6}{14} \times \frac{60}{100}}{\frac{6}{14} \times \frac{60}{100} + \frac{8}{14} \times \frac{45}{100}} = \frac{6 \times 60}{6 \times 60 + 8 \times 45} = \frac{360}{360 + 360} = \frac{1}{2}$$

(ریاضیات گسسته - احتمال: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۲۷

(رضا پورحسینی)

$$n(S) = 6^3 = 216$$

اگر حاصلضرب سه عدد رو شده‌ی تاس‌ها اول باشد یعنی دو تا از تاس‌ها یک و تاس سوم عددی اول آمده است یعنی:

$$A = \{(1,1,2), (1,1,3), (1,1,5), (1,2,1), (1,3,1), (1,5,1), (3,1,1), (2,1,1), (5,1,1)\}$$

$$n(A) = 9$$

$$P(A) = \frac{9}{216} = \frac{1}{24}$$

(ریاضیات گسسته - توزیع‌های گسسته‌ی احتمال: صفحه‌های ۹۱ تا ۹۹)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۲۸

(علیرضا شریف‌فطیپی)

برای این که تابع مورد نظر یک تابع احتمال باشد، باید مجموع مقادیر این تابع به ازای $n, \dots, 2, 1, X$ برابر یک باشد. پس داریم:

$$\sum_{x=1}^n \left(-\frac{1}{\Delta n^2}\right)(-1 \cdot x + 2k) = 1 \Rightarrow -\frac{1}{\Delta n^2} \sum_{x=1}^n (-1 \cdot x + 2k) = 1$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{\Delta n^2} \left(-\sum_{x=1}^n 1 \cdot x + \sum_{x=1}^n 2k\right) = 1 \Rightarrow -\frac{1}{\Delta n^2} (-\Delta n^2 - \Delta n + 2kn) = 1$$

$$\Rightarrow -\Delta n^2 = -\Delta n^2 - \Delta n + 2kn \Rightarrow \Delta n = 2kn \Rightarrow k = \frac{\Delta}{2}$$

(ریاضیات گسسته - توزیع‌های گسسته‌ی احتمال: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۹)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۲۹

(سروش موئینی)

$X \leq 2$ ، یعنی حداکثر دوبار آزمایش کنیم. پس در بار اول یا بار دوم کار تمام

$$P(X \leq 2) = P(X=1) + P(X=2)$$

شده است:

$$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{7}{16} \quad \text{است و داریم:} \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

(ریاضیات گسسته - توزیع‌های گسسته‌ی احتمال: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۷)

۴

۳

۲✓

۱

۱۳۰-

(معمودرضا اسلامی)

اگر ضلع مربع بزرگتر را a فرض کنیم، قطر دایره برابر با a و قطر مربع کوچکتر نیز برابر با a خواهد بود. در نتیجه داریم:

$$a^2 = \text{مساحت مربع بزرگتر}$$

$$\text{مساحت دایره} = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4} a^2$$

در ضمن مساحت مربع کوچکتر را به کمک فرمول مربوط به لوزی به دست

$$\text{مساحت مربع کوچکتر} = \frac{a \times a}{2} = \frac{a^2}{2} \quad \text{می آوریم:}$$

حال احتمال مربوطه عبارت است از:

$$P = \frac{\text{مساحت قسمت رنگی}}{\text{مساحت مربع بزرگتر}} = \frac{\frac{\pi}{4} a^2 - \frac{a^2}{2}}{a^2} = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} = \frac{\pi - 2}{4}$$

(پیرواحتمال - احتمال؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۱)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، اعمال روی توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۰۲-

(عین‌اله آمون)

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = \frac{1}{x+1} \Rightarrow g\left(\frac{x}{1+x}\right) = \frac{1}{x+1}$$

$$\Rightarrow g\left(\frac{x+1-1}{x+1}\right) = \frac{1}{x+1} \Rightarrow g\left(1 - \frac{1}{x+1}\right) = \frac{1}{x+1}$$

$$1 - \frac{1}{x+1} = t \Rightarrow \frac{1}{x+1} = 1 - t$$

$$g(t) = 1 - t \Rightarrow g(x) = 1 - x$$

(مسابان - تابع؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

۱۰۵-

(غلامرضا علی)

$$g \circ f(x) = \cos(\sin x)$$

$$-1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow 0 < \cos 1 \leq \cos(\sin x) \leq 1$$

پس برد $g \circ f$ فقط شامل یک عدد صحیح ۱ می‌باشد.

(مسابان - تابع؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

-۱۰۷

(ابوالفضل قاسمیان)

$$D_f = \mathbb{R}, D_g = (-\infty, 2]$$

$$D_{g \circ f} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g\} = \{x \mid x \in \mathbb{R}, 3^x + 3^{-x} \leq 2\}$$

$$= \{x \mid x \in \mathbb{R}, 3^x + \frac{1}{3^x} \leq 2\}$$

چون $3^x > 0$ پس $3^x + \frac{1}{3^x} \geq 2$ و می‌بینیم که به ازای $x = 0$ داریم:

$$3^0 + \frac{1}{3^0} = 2 \Rightarrow D_{g \circ f} = \mathbb{R} \cap \{0\} = \{0\}$$

(مسئله‌ها - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

۴

۳✓

۲

۱

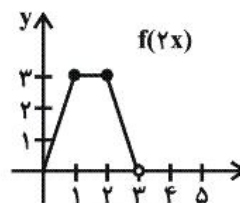
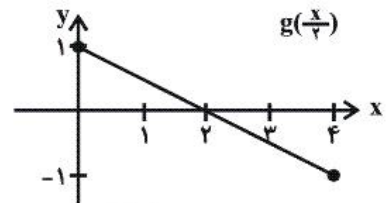
-۱۰۸

(هاری پلور)

$$D_{f(x)} = [0, 6] \Rightarrow D_{f(2x)} = [0, 3]$$

$$D_{g(x)} = [0, 2] \Rightarrow D_{g(\frac{x}{2})} = [0, 4]$$

$$D_{f(2x)} = [0, 3] \cap [0, 4] - \{x \mid g(\frac{x}{2}) = 0\} = [0, 3] - \{2\}$$

 $g(\frac{x}{2})$  $g(\frac{x}{2})$ 

نکته: اگر دامنه‌ی $f(x)$ تقسیم بر k شود، دامنه‌ی $f(kx)$ به دست می‌آید و اگر $0 < k < 1$ باشد، این دامنه بزرگ‌تر و اگر $k > 1$ باشد، این دامنه کوچک‌تر می‌شود.

(مسئله‌ها - تابع: صفحه‌های ۵۷ تا ۶۹)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی ، ریاضی پایه ، زوج،فرد،صعودی،نزولی،یک به یک و تساوی دو تابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱) اگر $m = 0 \Rightarrow n = -1 (m > n)$

نکته: اگر زوج $f \Rightarrow f(-1) = f(1) \Rightarrow p = 0 \Rightarrow m + p = 0$

۲) اگر $n = 0 \Rightarrow m = -1 \Rightarrow m < n$ غیر قابل قبول

(مسئله‌ها - تابع: صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹)

۴✓

۳

۲

۱

۱۰۳-

(کوروش شاه منصوریان)

ابتدا تقارن دامنه را بررسی می‌کنیم. چون دامنه ی f ، R است، پس D_f متقارن می‌باشد.

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 0 \Rightarrow |x| = x \Rightarrow f(x) = \frac{x - x \times 1}{x^2 + 1} = 0 \\ x = 0 \Rightarrow |x| = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{0 - 0}{x^2 + 1} = 0 \\ x < 0 \Rightarrow |x| = -x \Rightarrow f(x) = \frac{-x - (x \times (-1))}{x^2 + 1} = 0 \end{cases}$$

تابع $f(x) = 0$ است، که هم فرد و هم زوج است.

(مسئله‌بان - تابع: صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹)

۴

۳✓

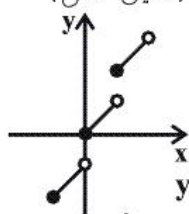
۲

۱

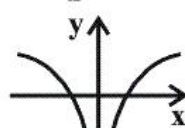
۱۱۰-

(مسئله‌بان لطفی)

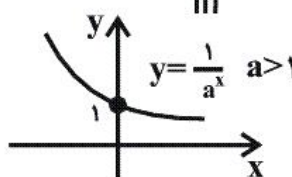
می‌دانیم توابعی که اکیداً یکنوا هستند، یک‌به‌یک‌اند. لذا اکیداً یکنوایی را مورد بررسی قرار می‌دهیم.
الف) این تابع مجموع تابع صعودی $y = [x]$ و تابع صعودی اکید $y = x$ است، بنابراین یک تابع صعودی اکید است.



ب) $y = \log x^2 = 2 \log |x|$ با دامنه ی $R - \{0\}$ نه صعودی است نه نزولی پس یک‌به‌یک نیست.
ج) باید تابع را رسم نمائیم:



همانطور که دیده می‌شود تابع x یک‌به‌یک نیست.
د) این تابع نزولی اکید است.



(مسئله‌بان - تابع: صفحه‌های ۸۶ تا ۸۸)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، وارون یک رابطه ، تابع - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۰۴-

(مهمرتقی تقدیری)

$$(g \circ f^{-1})^{-1} = f \circ g^{-1}$$

$$\left. \begin{aligned} g^{-1} &= \{(-3, 1), (2, 3), (1, 4)\} \\ f &= \{(0, -1), (1, 2), (-2, 3), (3, 1), (2, 5)\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f \circ g^{-1} = \{(-3, 2), (2, 1)\}$$

$$R_{f \circ g^{-1}} = \{1, 2\} \Rightarrow 2 + 1 = 3$$

(مسئله‌بان - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶ و ۹۱ تا ۹۵)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۰۹

(معمد رضا شوکتی بیرق)

$$x < -1: y = \frac{1}{x+1} \Rightarrow x = \frac{1}{y} - 1 = \frac{1-y}{y} \quad (y < 0)$$

$$x > 1: y = \frac{1}{x-1} \Rightarrow x = \frac{1}{y} + 1 = \frac{1+y}{y} \quad (y > 0)$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{1-x}{x} & ; x < 0 \\ \frac{1+x}{x} & ; x > 0 \end{cases} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1+|x|}{x}, x \neq 0$$

(مسابان - تابع: صفحه‌های ۸۹ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۰۱

(معمد شندان)

نکته: تابع معکوس و تابع اصلی می‌توانند در نقاطی به جز خط $y = x$ نیز همدیگر را قطع کنند و این نقاط در صورت وجود، نسبت به خط $y = x$ متقارن هستند.

یعنی اگر $(1, 0)$ نقطه‌ی تلاقی f و f^{-1} باشد، $(0, 1)$ نیز نقطه‌ی تلاقی f و f^{-1} است.

$$\Rightarrow \begin{cases} f(1) = 0 \\ f(0) = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(1) = a + b + 1 = 0 \\ f(0) = b + 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = 1$$

(مسابان - تابع: صفحه‌های ۸۵ تا ۹۵)

۴✓

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضیات گسسته - گواه ، ترکیبیات - ۱۳۹۵۰۲۱۷

-۱۳۱

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۱)

$$S \cap (Z \times Z) = \{(0, 0), (1, 0), (2, 0), (3, 0), (1, 1), (2, 1), (1, 2), (2, 2)\}$$

$$\Rightarrow |S \cap (Z \times Z)| = 8$$

(پیرو احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۳۲

(سراسری ریاضی - ۹۰)

مجموعه‌ی A دارای ۴ عضو است و افراز ۳ عضوی آن به فرم زیر می‌باشد که تعداد آن‌ها برابر است با:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 00 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$2! = 6$$

(پیرو احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه: صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۴✓

۳

۲

۱

۱۳۳-

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۱۹)

این رابطه هر سه خاصیت بازتابی، تقارنی و تعدی را داراست، پس هم‌ارزی است. با توجه به ضابطه‌ی رابطه، زوج مرتب‌هایی در رابطه‌ی R هستند که مؤلفه‌های اول آن‌ها یکسان باشد و چون مؤلفه‌های اول از مجموعه‌ی A انتخاب می‌شوند پس ۹ کلاس (دسته‌ی) هم‌ارزی داریم.

(جهت احتمال - مجموعه، ضرب دکارتی و رابطه: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۴

۳

۲

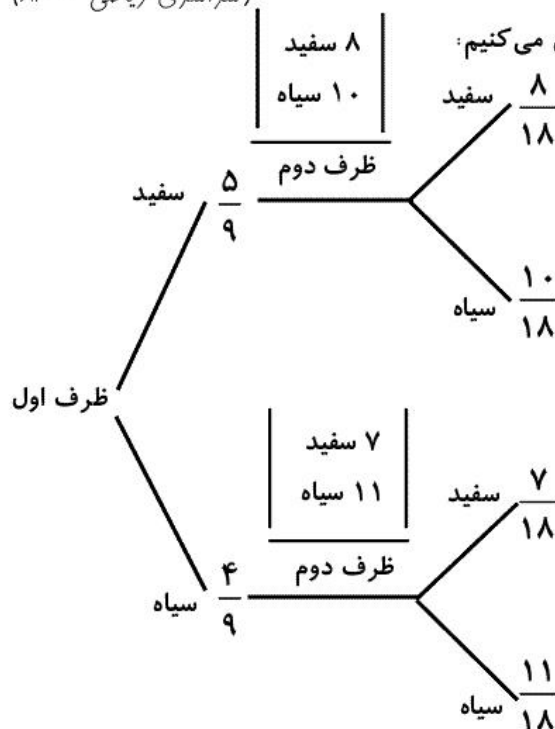
۱✓

ریاضی، ریاضیات گسسته - گواه، احتمال - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۳۴-

(سراسری ریاضی - ۱۴)

به روش نمودار درختی عمل می‌کنیم:



مهره‌ی دوم سفید و مهره‌ی اول سیاه «یا» مهره‌ی دوم سفید و مهره‌ی اول سفید

$$\Rightarrow \frac{5}{9} \times \frac{8}{18} + \frac{4}{9} \times \frac{7}{18} = \frac{34}{81}$$

(ریاضیات گسسته - احتمال: صفحه‌های ۱۷ تا ۹۰)

۴

۳✓

۲

۱

طبق قاعده‌ی بیز داریم:

$$P(A | \text{قبول}) = \frac{\frac{2}{3} \times 0/4}{\frac{2}{3} \times 0/4 + \frac{1}{3} \times 0/6} = \frac{\frac{8}{30}}{\frac{8}{30} + \frac{6}{30}} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7} \approx 0/57$$

(ریاضیات گسسته - احتمال: صفحه‌های ۱۷ تا ۹۰)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۳۶

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۶)

$$\alpha + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{1}{2} \quad (i = 1, 2, 3)$$

در بین گزینه‌ها تنها $P(X=i) = \frac{i}{6}$ تابع احتمال مناسب برای این متغیر

تصادفی است. زیرا به ترتیب برابر $\frac{1}{6}$ ، $\frac{2}{6}$ و $\frac{3}{6}$ است.

(ریاضیات گسسته - توزیع‌های گسسته‌ی احتمال؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۳۷

(سراسری ریاضی - ۹۰)

اگر در آزمایش X ام، اولین موفقیت حاصل شود، آن‌گاه در $1-X$ آزمایش قبلی ناموفق بوده‌ایم که در این صورت تابع جرم احتمال این متغیر تصادفی به صورت

$$P(X=x) = P(1-P)^{x-1} \quad \text{مقابل خواهد بود،}$$

(ریاضیات گسسته - توزیع‌های گسسته‌ی احتمال؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۷)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۳۸

(سراسری تجربی - ۸۴)

هر فرزند دو حالت دارد.

$$P(\text{دو پسر و دو دختر}) = \frac{\binom{4}{2}}{2^4} = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

(پیرو احتمال - احتمال؛ صفحه‌های ۸۹ تا ۹۱)

۴

۳✓

۲

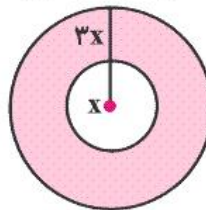
۱

-۱۳۹

(کتاب آبی - سوال ۱۴۵۳ - صفحه‌ی ۱۹۹)

$$\frac{r'}{r} = \frac{x}{4x} = \frac{1}{4} \Rightarrow r' = \frac{r}{4}$$

اگر شعاع دایره‌ی بزرگتر r باشد، شعاع دایره‌ی کوچکتر $\frac{r}{4}$ می‌باشد.



جواب قسمت سایه زده می‌باشد.

$$P(A) = \frac{\pi r^2 - \pi (r/4)^2}{\pi r^2} = \frac{\pi r^2 - \frac{\pi r^2}{16}}{\pi r^2} = \frac{15}{16}$$

(پیرو احتمال - احتمال؛ صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۱)

۴

۳✓

۲

۱

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۲)

$$P(A \Delta B) = P((A \cup B) - (A \cap B))$$

$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow ۰/۶ = ۰/۸ + ۰/۴ - 2P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) = ۰/۳$$

$$P(B' \cap A) = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$

$$= ۰/۸ - ۰/۳ = ۰/۵$$

(پیرو احتمال - احتمال: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۲۲)

۴ ✓

۳

۲

۱