



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara> (@riazisara)



ریاضی ، حسابان ، محاسبه حد در توابع کسری ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۸۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos(\frac{\pi}{4} + x)}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{2}$
(۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۸۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x(|x| + [-x])}$ کدام است؟ ([] : جزء صحیح)

- (۱) صفر (۲) ۱
(۳) -۱ (۴) موجود نیست.

شما پاسخ نداده اید

۸۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\sqrt{1 - \cos x}}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) ۱
(۳) $\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۲- اگر $1 - \cos \pi x \leq f(x) - 2 \leq \frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$ در همسایگی $x=1$ تعریف شده باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲
(۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، پیوستگی توابع ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۹۳- اگر $x \neq 0$ در $f(x) = \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x\sqrt{1 - \cos x}}$ از چپ پیوسته باشد، $f(0)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۳) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- اگر $f(x) = \begin{cases} 2 & ; x \in \mathbb{Z} \\ [x] & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ ، آن گاه تابع $(f \circ f)(x)$ در چند نقطه ناپیوسته است؟ ([] : جزء صحیح)

(۱) هیچ (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) بی شمار

شما پاسخ نداده اید

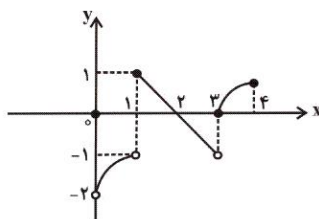
۹۶- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x}{x + \sqrt{x+1}} & ; x > -1 \\ |3x+2| + a & ; x \leq -1 \end{cases}$ همواره پیوسته باشد، مقدار $[a]$ کدام است؟ ([] : جزء صحیح)

(۱) ۲ (۲) -۲

(۳) ۱ (۴) -۱

شما پاسخ نداده اید

۹۷- f تابعی فرد با دامنه $[-4, 4]$ است. اگر نمودار f در بازه $[0, 4]$ مطابق شکل زیر باشد، آن گاه $y = |f(x)|$ در بازه $[-4, 4]$ چند نقطه‌ی ناپیوستگی دارد؟



(۱) ۵

(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۹۰- اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} & ; x > 0 \\ a + 1 & ; x = 0 \\ [x+2] + b & ; x < 0 \end{cases}$ در $x=0$ پیوسته باشد، کدام $a+b$ است؟ ([] : جزء صحیح)

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۹۱- کدام عبارت صحیح است؟ ($D_f = D_g = R$)

(۱) اگر f و g در نقطه‌ای ناپیوسته باشند، آن گاه $f \times g$ نیز در آن نقطه ناپیوسته است.

(۲) اگر تابع $f+g$ در نقطه‌ای پیوسته باشد، آن گاه f و g نیز در آن نقطه پیوسته‌اند.

(۳) اگر f و g در نقطه‌ای به ترتیب پیوسته و ناپیوسته باشند، $f \times g$ نیز در آن نقطه ناپیوسته است.

(۴) اگر f و g در نقطه‌ای به ترتیب پیوسته و ناپیوسته باشند، $f+g$ نیز در آن نقطه ناپیوسته است.

شما پاسخ نداده اید

۸۵- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2 - 9|}{x - 3} + ax + 5 & ; x < 3 \\ 2 & ; x = 3 \\ \frac{2x - 6}{x^2 - 5x + 6} + bx & ; x > 3 \end{cases}$ در $x_0 = 3$ پیوسته است. کدام $a+b$ است؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) -۳

ریاضی ، حسابان ، خط مماس بر منحنی ها و مشتق توابع ، مشتق توابع - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۹۹- نقاط A و B با طول های ۱ و ۴ بر نمودار تابع $f(x) = x + \frac{1}{\sqrt{x}}$ واقع هستند. خط مماس در نقطه ای با کدام طول واقع بر تابع f، با

پاره خط AB موازی است؟

$$\sqrt{9} \quad (۱)$$

$$\frac{3}{5} \quad (۲)$$

$$\sqrt{\frac{9}{25}} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۲- در کدام نقطه روی منحنی $y = \sqrt{x-1}$ ، خط مماس بر منحنی بر خط $6x + y - 1 = 0$ عمود است؟

$$(۵, ۲) \quad (۱)$$

$$(۳۷, ۶) \quad (۲)$$

$$(۱۰, ۳) \quad (۳)$$

$$(۱, ۰) \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۴- معادله ی خط قائم بر منحنی $y = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 1}$ در نقطه ی $x = 0$ واقع بر منحنی کدام است؟

$$3y = x + 6 \quad (۱)$$

$$y + 3x = 6 \quad (۲)$$

$$y + 2x = 2 \quad (۳)$$

$$2y + x = 2 \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- در تابع $f(x) = |1 - |x||$ حاصل $f'_+(0) - f'_-(0)$ کدام است؟

$$۲ \quad (۲)$$

$$۰ \quad (۱)$$

$$-۲ \quad (۳)$$

$$(۴) \text{ مشتق چپ یا راست وجود ندارد.}$$

شما پاسخ نداده اید

۸۷- مجموعه ی طول نقاطی که در آنها تابع $f(x) = ||x-1| - 3|$ مشتق پذیر نیست، کدام است؟

$$\{-1, 0, 1\} \quad (۱)$$

$$\{-2, 1, 3\} \quad (۲)$$

$$\{-2, 1, 4\} \quad (۳)$$

$$\{-4, -1, 2\} \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، روش های محاسبه ی مشتق توابع ، مشتق توابع - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۹۸- اگر $f(x) = \frac{2x^6 + 3x^4}{x^2 + 1}$ و $g(x) = \frac{x^6 + 2x^4}{x^2 + 1}$ ، آنگاه حاصل $f' - g'$ به ازای $x = 1$ کدام است؟

$$۱ \quad (۱)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$۳ \quad (۳)$$

$$۴ \quad (۴)$$

شما پاسخ نداده اید

۸۳- اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 4}$ و $g(x) = |1 - x^2|$ ، آن گاه حاصل $(f + g)'(-3)$ کدام است؟

- (۱) -۷
(۲) -۵
(۳) ۵
(۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، آهنگ تغییرات ، مشتق توابع - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۸۱- اگر شعاع دایره‌ای از ۲ سانتی‌متر تا ۴ سانتی‌متر تغییر کند، آهنگ متوسط تغییر مساحت دایره بین دو شعاع

۲ و ۴ سانتی‌متر کدام است؟

- (۱) 4π
(۲) 6π
(۳) 5π
(۴) 3π

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- آهنگ لحظه‌ای تغییر محیط دایره نسبت به مساحت آن، هنگامی که محیط دایره 6π است، کدام است؟

- (۱) 6π
(۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
(۳) $\frac{\sqrt{6}}{6}$
(۴) $\frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، وضعیت خط و صفحه نسبت به هم، در فضا ، هندسه در فضا - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۲۵- دو خط متنافر L و L' و نقطه‌ی A خارج آن دو، مفروض‌اند. چند خط مانند Δ می‌توان رسم کرد، به طوری که از نقطه‌ی A بگذرد و هر دو خط L و

L' را قطع کند؟

- (۱) هیچ گاه چنین خطی نمی‌توان رسم کرد.
(۲) حداکثر یک خط
(۳) حداقل یک خط
(۴) بی‌شمار خط

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- قاعده‌ی هرم $ABCD$ ، مثلث BCD است. نقاط M و N ، روی یال‌های AB و AC قرار دارند به طوری که خط شامل MN موازی صفحه‌ی

قاعده‌ی هرم نیست. امتداد MN ، امتداد کدام ضلع قاعده را قطع می‌کند؟

- (۱) AB
(۲) AC
(۳) BC
(۴) هیچ کدام را قطع نمی‌کند.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- در فضا، خط Δ یکی از دو خط موازی D و D' را قطع می‌کند. خط Δ نسبت به خط دیگر چه وضعیتی دارد؟

- | | |
|------------|------------|
| (۱) نامشخص | (۲) متقاطع |
| (۳) موازی | (۴) متنافر |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی ۲، خط و صفحه موازی، هندسه در فضا - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۲۸- اگر خطی با دو صفحه‌ی متقاطع، موازی باشد، با فصل مشترک آن دو صفحه چه وضعی دارد؟

- | | |
|------------|------------|
| (۱) نامشخص | (۲) متقاطع |
| (۳) متنافر | (۴) موازی |

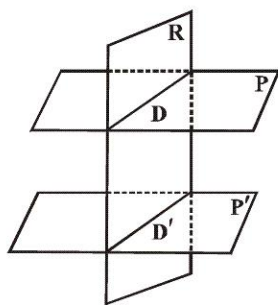
شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- خط D و نقطه‌ی M ، خارج صفحه‌ی P مفروض‌اند. اگر نقطه‌ی M روی خط D نباشد، چند خط می‌توان بر M گذراند طوری که D را قطع نماید و با P موازی باشد؟ (خط D با صفحه‌ی P موازی نیست).

- | | |
|---------------|-------------|
| دقیقا یک | (۲) بی‌شمار |
| (۳) حداکثر یک | (۴) هیچ |

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- در شکل زیر، صفحه‌ی R بر دو صفحه‌ی موازی P و P' عمود است و دو خط D و D' فصل مشترک‌های آن با این دو صفحه است. کدام گزاره درست نیست؟



- (۱) دو خط D و D' با هم موازی‌اند.
- (۲) هر صفحه‌ی عمود بر R با P و P' موازی است.
- (۳) هر خط از صفحه‌ی P ، با صفحه‌ی P' موازی است.
- (۴) هر صفحه‌ی موازی با R بر P و P' عمود است.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- دو صفحه‌ی متمایز P و P' بر خط L عمودند و نقطه‌ی A بیرون خط L و غیرواقع بر P و P' است. چند خط از نقطه‌ی A می‌گذرد، که بر

L عمود و با دو صفحه‌ی یاد شده موازی باشد؟

لاهیقا یک خط

(۱) حداکثر یک خط

(۴) دو خط

(۳) بی‌شمار خط

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، صفحه‌های موازی- تالس ، هندسه در فضا - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۲۱- فرض کنیم P ، Q و R سه صفحه‌ی موازی باشند و دو خط L و L' این صفحه‌ها را به ترتیب در نقطه‌های A ،

B و C و A' ، B' و C' قطع کنند. نسبت $\frac{AB}{BC}$ برابر با کدام است؟ (صفحه‌ی Q ، بین P و R قرار دارد).

$$\frac{AA'}{BB'} \quad (۲)$$

$$\frac{A'B'}{B'C'} \quad (۱)$$

$$\frac{AC}{A'C'} \quad (۴)$$

$$\frac{BC}{BC'} \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، خط و صفحه عمود برهم ، هندسه در فضا - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۲۲- فرض کنید A ، B و C سه نقطه از صفحه‌ی P باشند که بر یک خط قرار ندارند و $AB = AC$. اگر K نقطه‌ای خارج از صفحه‌ی P باشد که

$KB = KC$ و خط KA بر خط AB عمود باشد، آن‌گاه خط ... نسبت به ... است.

(۲) KA - خط KC عمود

(۱) BC - صفحه‌ی مثلث KAC عمود

(۴) KA - صفحه‌ی P عمود

(۳) KB - خط AC موازی

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- تصویر یک مربع بر روی یک صفحه که با یکی از اضلاع مربع موازی و بر ضلع دیگر آن عمود باشد، کدام است؟

(۲) مربع

(۱) مستطیل

(۴) پاره‌خطی به اندازه‌ی قطر مربع

(۳) پاره‌خطی به اندازه‌ی ضلع مربع

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، احتمال دوجمله‌ای ، احتمال :اندازه‌گیری شانس - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۴۱- در یک خانواده ۵ فرزندی، احتمال این که ۳ نفر از فرزندان، دختر باشند، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{5}$ (۲) $\frac{3}{16}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{5}{16}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- یک تاس همگن را ۶ بار پرتاب می‌کنیم. احتمال این که در این ۶ پرتاب، تعداد اعداد اول ریشه با تعداد اعداد غیراول ریشه برابر یا از آن‌ها بیش تر باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{16}$ (۲) $\frac{5}{8}$ (۳) $\frac{21}{32}$ (۴) $\frac{23}{32}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال، احتمال غیر هم شانس در فضاهای گسسته، احتمال: اندازه گیری شانس - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۴۲- در یک شهرستان ۴ نفر کاندیدای انتخاب به عنوان شهردار هستند. اگر بدانیم شانس انتخاب شدن A_1 دو برابر شانس انتخاب شدن A_2 و شانس انتخاب شدن A_2 دو برابر شانس انتخاب شدن A_4 است و A_3 و A_2 هم‌شانس باشند، احتمال این که A_1 انتخاب شود، چقدر است؟

- (۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{5}{9}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- تاسی به گونه‌ای ساخته شده است که احتمال آمدن هر وجه، متناسب با عدد آن وجه می‌باشد. احتمال آمدن عدد فرد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{13}{21}$ (۲) $\frac{11}{12}$ (۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{4}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- فرض می‌کنیم $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه‌ای یک تجربه‌ی تصادفی باشد و داشته باشیم $P(a) = P(b) = 7P(c)$ و $P(d) = \frac{3}{8}$. مقدار $P(b)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{24}$ (۲) $\frac{5}{24}$ (۳) $\frac{5}{16}$ (۴) $\frac{7}{16}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال، احتمال در فضاهای پیوسته، احتمال: اندازه گیری شانس - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۴۳- دو عدد حقیقی به طور تصادفی در فاصله‌ی $[-2, 2]$ انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که مجموع مربعات دو عدد، بین ۱ و ۴ باشد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{3\pi}{16}$ (۲) $\frac{3\pi}{8}$ (۳) $\frac{9\pi}{16}$ (۴) $\frac{\pi}{5}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- تجربه‌های پیشین نشان می‌دهند که هر کتاب جدید از ناشر A می‌تواند بین ۶ تا ۱۵ درصد از بازار کتاب را به‌خود اختصاص دهد. با چه احتمالی، کتاب بعدی این ناشر حداکثر ۹/۷۸ درصد بازار را به‌خود اختصاص خواهد داد؟

(۱) ۰/۴۶ (۲) ۰/۴۴ (۳) ۰/۴۲ (۴) ۰/۴۰

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- زاویه θ به تصادف از فاصله‌ی $(0, \frac{3\pi}{4})$ انتخاب می‌شود. احتمال آن که $\sin \theta < \frac{1}{4}$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{9}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- نقطه‌ی (x, y) را به تصادف درون مثلثی به رأس‌های $(0, 0)$ ، $(4, 0)$ و $(3, 2)$ انتخاب می‌کنیم. احتمال این که نقطه‌ی انتخاب شده درون چهارضلعی به رأس‌های $(1, 0)$ ، $(1, 2)$ ، $(3, 0)$ و $(3, 2)$ قرار گیرد، چقدر است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- نقطه‌ای به تصادف از مجموعه‌ی $S = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$ انتخاب می‌شود. احتمال آن که $x < 4y < 8x$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{5}{8}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{1}{4}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، حسابان-سوالات موازی، همسایگی‌های یک نقطه، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۰۱- در تابع $f(x) = a[x] + [x+1]$ ، اگر $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ موجود باشد، a کدام است؟ ([] : جزء صحیح)

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) -۲

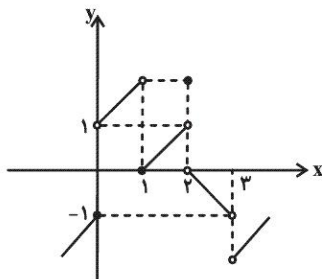
شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- تابع $f(x) = \begin{cases} |x^2 - 2x| + a & ; x \geq 1 \\ \frac{ax}{2bx-1} & ; x < 1 \end{cases}$ مفروض است. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 6$ ، آن گاه حاصل $a - 3b$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- اگر نمودار تابع f به شکل زیر باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(\sin x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(\frac{2}{\cos x})$ کدام است؟



- (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر $1 - \cos \pi x \leq f(x) - 2 \leq \frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$ و تابع f در همسایگی $x=1$ تعریف شده باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲)

۳ (۳) ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{21 - (1+2x)(3+4x)}$ کدام است؟

۱ (۱) $\frac{1}{18}$ ۲ (۲) $-\frac{1}{18}$

۳ (۳) $\frac{1}{13}$ ۴ (۴) $-\frac{1}{13}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\sqrt{1-\cos x}}$ کدام است؟

۱ (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲ (۲) ۱

۳ (۳) $\sqrt{2}$ ۴ (۴) $2\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos(\frac{\pi}{4} + x)}$ کدام است؟

۱ (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲ (۲) $\sqrt{2}$

۳ (۳) $2\sqrt{2}$ ۴ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x(|x| + [-x])}$ کدام است؟ ([] : جزء صحیح)

۱ (۱) صفر ۲ (۲) ۱

۳ (۳) -۱ ۴ (۴) موجود نیست.

شما پاسخ نداده اید

$$۱۱۰- \text{اگر } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} & ; x > 0 \\ a + 1 & ; x = 0 \\ [x + 2] + b & ; x < 0 \end{cases} \text{ در } x = 0 \text{ پیوسته باشد، } a + b \text{ کدام است؟ ([] : \text{ جزء صحیح})$$

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- کدام عبارت صحیح است؟ $(D_f = D_g = R)$

(۱) اگر f و g در نقطه‌ای ناپیوسته باشند، آن‌گاه $f \times g$ نیز در آن نقطه ناپیوسته است.

(۲) اگر تابع $f + g$ در نقطه‌ای پیوسته باشد، آن‌گاه f و g نیز در آن نقطه پیوسته‌اند.

(۳) اگر f و g در نقطه‌ای به ترتیب پیوسته و ناپیوسته باشند، $f \times g$ نیز در آن نقطه ناپیوسته است.

(۴) اگر f و g در نقطه‌ای به ترتیب پیوسته و ناپیوسته باشند، $f + g$ نیز در آن نقطه ناپیوسته است.

شما پاسخ نداده اید

$$۱۱۵- \text{اگر } f(x) = \begin{cases} 2 & ; x \in \mathbb{Z} \\ [x] & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases} \text{ تابع } (f \circ f)(x) \text{ در چند نقطه ناپیوسته است؟ ([] : \text{ جزء صحیح})$$

(۱) هیچ (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

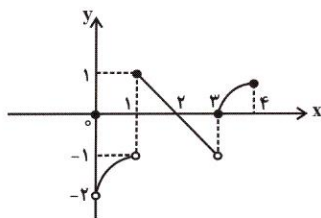
$$۱۱۶- \text{اگر تابع } f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x}{x + \sqrt{2 + x}} & ; x > -1 \\ |3x + 2| + a & ; x \leq -1 \end{cases} \text{ همواره پیوسته باشد، مقدار } [a] \text{ کدام است؟ ([] : \text{ جزء صحیح})}$$

(۱) ۲ (۲) -۲

(۳) ۱ (۴) -۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- f تابعی فرد با دامنه $[-4, 4]$ است. اگر نمودار f در بازه $[0, 4]$ مطابق شکل زیر باشد، آن‌گاه $y = |f(x)|$ در بازه $[-4, 4]$ چند نقطه‌ی ناپیوستگی دارد؟



(۱) ۵

(۲) ۴

(۳) ۳

(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

$$۱۰۵- \text{تابع } f(x) = \begin{cases} \frac{|x^2 - 9|}{x - 3} + ax + 5 & ; x < 3 \\ 2 & ; x = 3 \\ \frac{2x - 6}{x^2 - 5x + 6} + bx & ; x > 3 \end{cases} \text{ در } x = 3 \text{ پیوسته است. } a + b \text{ کدام است؟}$$

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) -۳

۱۱۳- اگر $x \neq 0$ ، $f(x) = \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x\sqrt{1 - \cos x}}$ در $x = 0$ از چپ پیوسته باشد، $f(0)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۳) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، خط مماس بر منحنی ها و مشتق توابع ، مشتق توابع - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۱۴- در تابع $f(x) = 1 - |x|$ حاصل $f'_+(0) - f'_-(0)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲
(۳) -۲ (۴) مشتق چپ یا راست وجود ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- مجموعه ی طول نقاطی که در آن ها تابع $f(x) = ||x - 1| - 3|$ مشتق پذیر نیست، کدام است؟

- (۱) $\{-1, 0, 1\}$ (۲) $\{-2, 1, 3\}$
(۳) $\{-2, 1, 4\}$ (۴) $\{-4, -1, 2\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- اگر f تابعی مشتق پذیر در $x = a$ باشد، حاصل حد $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta h) - f(a)}{\Delta h}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\Delta}{2} f'(0)$ (۲) $\frac{\Delta}{2} f'(a)$
(۳) $f'(0)$ (۴) $f'(a)$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- مجموع مقادیر مشتق چپ و راست تابع $f(x) = [-x]|x^2 - 4|$ در $x = 2$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) صفر (۲) -۲۰
(۳) ۴ (۴) -۴

شما پاسخ نداده اید

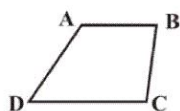
۱۱۹- اگر $f(x) = (\sqrt[3]{x} + 1)(|x| + [-x])$ باشد، آنگاه $f'(-1)$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) -۱ (۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) در $x = -1$ مشتق پذیر نیست.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، تجانس ، تبدیل ها - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۳۲- در شکل زیر، یک تجانس به مرکز O و با نسبت $0 < k < 1$ ، دو رأس از دوزنقه‌ی ABCD را بر دو رأس دیگر آن تصویر می‌کند. کدام گزینه درست است؟



(۲) B مجانس A و C مجانس D

(۱) A مجانس B و D مجانس C

(۴) D مجانس A و C مجانس B

(۳) A مجانس B و D مجانس C

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، مسائل ترکیبی تبدیل ها ، تبدیل ها - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۳۱- خط $d: x - y = 3$ تحت بازتاب T ، به خط $d': 2x + 2y = 4$ تبدیل شده است. معادله‌ی محور تقارن، کدام

می‌تواند باشد؟

(۲) $y = -\frac{1}{2}$

(۱) $x = \frac{1}{2}$

(۴) $x = -\frac{5}{2}$

(۳) $y = \frac{5}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- تصویر خط $L: 3x + 4y = 5$ تحت انتقال $T(x, y) = (x - 2, y + m)$ ، از نقطه‌ی $A = (5, 2)$ گذشته است. مقدار m کدام است؟

(۲) ۲

(۱) -۲

(۴) ۶

(۳) -۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، تبدیل یافته‌ی خط و معادله‌ی آن ، تبدیل ها - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۳۳- تحت بازتاب نسبت به خط به معادله‌ی $4y + ax - b = 0$ ، خط $D_1: 4y + 3x - 3 = 0$ به خط $D_2: 4y + 2x - 7 = 0$ نگاشته می‌شود. خط

$ax + by - 1 = 0$ از کدام نقطه می‌گذرد؟

(۲) (۲, ۱)

(۱) (۲, -۱)

(۴) (۳, -۲)

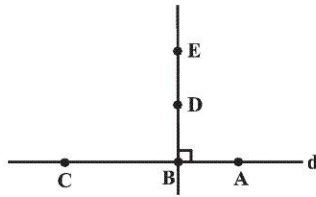
(۳) (۳, ۲)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، اثبات با استفاده از ویژگی‌های تبدیل ها ، تبدیل ها - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۳۷- مطابق شکل، نقاط A ، B و C روی خط d و نقاط D ، B و E نیز روی خطی عمود بر d قرار دارند. اگر مثلث‌های ABD و BCE

قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین باشند، آن‌گاه:



(۱) $AC = CE$

(۲) $AE = CD$

(۳) $BE = CD$

(۴) $AC = BE$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۲- سوالات موازی، وضعیت خط و صفحه نسبت به هم، در فضا، هندسه در فضا - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۳۸- در فضا، خط Δ یکی از دو خط موازی D و D' را قطع می‌کند. خط Δ نسبت به خط دیگر چه وضعیتی دارد؟

(۲) متقاطع

(۱) نامشخص

(۴) متنافر

(۳) موازی

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- در یک مکعب دو یال موازی و غیرواقع در یک وجه را در نظر می‌گیریم. اگر نقاط A ، B روی این یال‌ها باشند به‌طوری که روئی‌س‌های مکعب قرار

نگیرند، پاره‌خط AB نسبت به قطرهای مکعب چگونه است؟

(۲) متنافر یا متقاطع

(۱) موازی یا متقاطع

(۴) موازی یا متنافر یا متقاطع

(۳) موازی یا متنافر

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۲- سوالات موازی، خط و صفحه موازی، هندسه در فضا - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۳۵- دو صفحه‌ی P_1 و P_2 متقاطع‌اند. اگر خط d_1 متعلق به صفحه‌ی P_1 و خط d_2 متعلق به صفحه‌ی P_2 باشد، به‌طوری که $d_1 \cap P_2 = \emptyset$ و

$d_2 \cap P_1 = \emptyset$ ، وضعیت دو خط d_1 و d_2 کدام است؟

(۲) متقاطع

(۱) موازی

(۴) نامشخص

(۳) متنافر

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- اگر خطی با دو صفحه‌ی متقاطع، موازی باشد، با فصل مشترک آن دو صفحه چه وضعی دارد؟

- | | |
|------------|------------|
| (۱) نامشخص | (۲) متقاطع |
| (۳) متنافر | (۴) موازی |

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- نقطه‌ی M ، خارج صفحه‌ی P و خط D متقاطع با آن مفروض‌اند. اگر نقطه‌ی M روی خط D نباشد، چند خط می‌توان بر M گذراند طوری که

D را قطع نماید و با P موازی باشد؟

- | | |
|---------------|-------------|
| دقیقاً یک | (۲) بی‌شمار |
| (۳) حداکثر یک | (۴) هیچ |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، محاسبه حد در توابع کسری ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۸۸-

(کتاب پر تکرار حسابان - سؤال ۲۹۸ - قسمت ب - صفحه ۵۸)

$$\begin{aligned}
 & \cos^2 x = \cos^2 x - \sin^2 x \\
 & = (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x) \\
 \text{می‌دانیم: } & \cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = \cos \frac{\pi}{4} \cos x - \sin \frac{\pi}{4} \sin x \\
 & = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos x - \sin x) \\
 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x}{\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right)} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos x - \sin x)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x + \sin x}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2
 \end{aligned}$$

(حسابان - مر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

۸۹-

(کتاب پر تکرار حسابان - مشابه سؤال ۳۰۱ - قسمت الف - صفحه ۵۸)

با توجه به رابطه $[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ وقتی $x \rightarrow 0$ یعنی x ، مقادیر غیر صحیح را اختیار می‌کند. بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x([x] + [-x])} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{-x} = -1$$

(حسابان - مر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\sqrt{1 - \cos x}} &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\sqrt{2 \sin^2 \frac{x}{2}}} \\&= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\sqrt{2} |\sin \frac{x}{2}|} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\sqrt{2} \sin \frac{x}{2}} \\&= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\sqrt{2} (\frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}) \times \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\sqrt{2} (\frac{x}{2})} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

(حسابان - مر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

(قاسم کتابچی)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1-\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})}{1-\sqrt{x}} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (1 - \cos \pi x) = 1 - (-1) = 2$$

چون $1 - \cos \pi x \leq f(x) - 2 \leq \frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$ است، طبق قضیه فشردگی داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) - 2) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4$$

(حسابان - مر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، حسابان ، پیوستگی توابع ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۲۱۷

ابتدا حد چپ تابع f را در $x = 0$ محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x\sqrt{1 - \cos x}} &= \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{رفع ابهام}} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x\sqrt{1 - \cos x}} \times \frac{1 + \sqrt{\cos x}}{1 + \sqrt{\cos x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos x}{x\sqrt{1 - \cos x} \times (1 + \sqrt{\cos x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(1 - \cos x) \geq 0}{x\sqrt{1 - \cos x} \times 2} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - (1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2})}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2} |\sin \frac{x}{2}|}{2x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sqrt{2} \sin \frac{x}{2}}{2x} = -\frac{\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

حد چپ تابع در نقطه‌ی $x = 0$ برابر $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ است، بنابراین برای آن که تابع در $x = 0$ از چپ پیوسته باشد، باید مقدار $f(0)$ نیز برابر $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ باشد.

(مسئله‌بان - هر دو پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۸)

۴

۳✓

۲

۱

(عبیب شفیعی)

با توجه به این که $[x] \in \mathbb{Z}$ پس همواره $f(x) \in \mathbb{Z}$ است، بنابراین $f(f(x)) = 2$ می‌باشد، در نتیجه این تابع همواره پیوسته است و نقطه‌ی ناپیوستگی ندارد.

(مسئله‌بان - هر دو پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۴ تا ۱۵۸)

۴

۳

۲

۱✓

برای آن که تابع f همواره پیوسته باشد، باید در $x = -1$ نیز پیوسته باشد. بنابراین حد چپ و راست تابع با مقدار آن در $x = -1$ باید برابر باشد. داریم:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-1)^-} |3x + 2| + a \\ &= |3(-1) + 2| + a = |-1| + a = 1 + a \quad (1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x^2 + x)}{x + \sqrt{2 + x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x^2 + x)(x - \sqrt{2 + x})}{x^2 - x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x(x+1)(x - \sqrt{2 + x})}{(x+1)(x-2)} = \frac{-1 \times (-1-1)}{-3} = -\frac{2}{3} \quad (2)\end{aligned}$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} 1 + a = -\frac{2}{3} \Rightarrow a = -\frac{5}{3} \Rightarrow \left[-\frac{5}{3}\right] = -2$$

(مسابقه - هر دو پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۸)

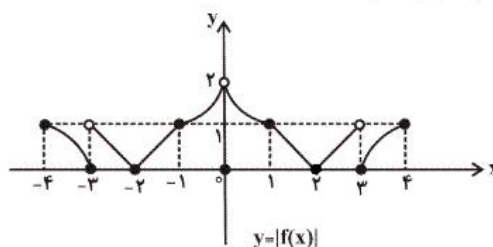
۴

۳

۲✓

۱

تابع f در $[-4, 4]$ فرد است، در نتیجه $|f(x)|$ در این بازه زوج است و نمودار $|f|$ نسبت به محور y ها متقارن و به صورت شکل زیر است که مطابق شکل $|f|$ در این بازه دارای ۳ نقطه ناپیوستگی است و مجموعه نقاط ناپیوستگی تابع عبارتند از $\{-3, 0, 3\}$.



(مسابقه - هر دو پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۴ تا ۱۵۸)

۴

۳✓

۲

۱

۹۰-

(کتاب پرتکرار حسابان - سؤال ۳۰۶ - صفحه ۵۸)

تابع f در $x = 0$ پیوسته است یعنی حد راست و چپ و مقدار تابع در آن نقطه با هم برابرند. داریم:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos^2 x}{1 - \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{1 - \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + \cos x) = 1 + 1 = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} [x + 2] + b = 1 + b \quad \text{و} \quad f(0) = a + 1 \\ \Rightarrow 2 &= 1 + b = a + 1 \Rightarrow a = 1 \quad \text{و} \quad b = 1 \Rightarrow a + b = 1 + 1 = 2\end{aligned}$$

(حسابان - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

۹۱-

(فهرست صابر)

اثبات گزینه‌ی «۴» را به کمک برهان خلف می‌توان نشان داد.

در $x = a$ پیوسته: $f + g \Rightarrow f + g - f$ در $x = a$ پیوسته است: فرض خلف

$\Rightarrow g$ در $x = a$ پیوسته:

که این تناقض است.

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» را می‌توان با مثال نقض رد کرد.

(حسابان - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۴ تا ۱۵۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\begin{aligned}\text{حد چپ: } \lim_{x \rightarrow 3^-} \left(\frac{|x^2 - 9|}{x - 3} + ax + 5 \right) &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \left(\frac{-(x^2 - 9)}{x - 3} + ax + 5 \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \left(\frac{-(x - 3)(x + 3)}{x - 3} + ax + 5 \right) = -6 + 3a + 5 = 3a - 1 \\ \frac{f(3)=2}{\rightarrow} &\rightarrow 3a - 1 = 2 \Rightarrow a = 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{حد راست: } \lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{2x - 6}{x^2 - 5x + 6} + bx \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{2(x - 3)}{(x - 3)(x - 2)} + bx \right) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{2}{x - 2} + bx \right) = 2 + 3b \\ \frac{f(3)=2}{\rightarrow} &\rightarrow 2 + 3b = 2 \Rightarrow b = 0\end{aligned}$$

$$\Rightarrow a + b = 1 + 0 = 1$$

(حسابان - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۹۹

(مهم‌ترین)

$A(1,2), B(4, \frac{9}{2}) \Rightarrow AB$ شیب پاره خط $= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\frac{9}{2} - 2}{4 - 1} = \frac{\frac{5}{2}}{3} = \frac{5}{6}$
حالا مشتق را حساب می‌کنیم تا شیب خط مماس را به دست آوریم:

$$f'(x) = 1 + \frac{0 - \frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x})^2} = 1 - \frac{1}{2x\sqrt{x}}$$

به دنبال نقطه‌ای از نمودار تابع f هستیم که در آن شیب خط مماس برابر $\frac{5}{6}$ است:

$$\frac{5}{6} = 1 - \frac{1}{2x\sqrt{x}} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{2x\sqrt{x}} \Rightarrow 2x\sqrt{x} = 6 \Rightarrow x\sqrt{x} = 3$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} x^3 = 9 \Rightarrow x = \sqrt[3]{9}$$

در نقطه‌ای به طول $x = \sqrt[3]{9}$ واقع بر نمودار تابع f ، شیب خط مماس برابر $\frac{5}{6}$ است و خط مماس موازی پاره خط AB خواهد بود.

(حسابان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۸۲

(کتاب پرکنار حسابان - سؤال ۳۳۱ - صفحه‌ی ۶۴)

شیب خط مماس در نقطه‌ی x_0 برابر $f'(x_0)$ است. چون خط مماس بر خط $6x + y - 1 = 0$ عمود است، بنابراین شیب خط مماس برابر با عکس و قرینه‌ی شیب خط موردنظر است. یعنی:

$$f'(x_0) = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x_0} - 1} = \frac{1}{6} \Rightarrow \sqrt{x_0} - 1 = 3$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} x_0 - 1 = 9 \Rightarrow x_0 = 10 \Rightarrow (10, 3)$$

(حسابان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow A(0, 2)$$

تابع مشتق را محاسبه می‌کنیم:

$$y' = \frac{(2x-3)(x^2+1) - 2x(x^2-3x+2)}{(x^2+1)^2}$$

$$\xrightarrow{x=0} y'(0) = -3: \text{ شیب خط مماس}$$

$$\Rightarrow m' = \frac{1}{3}: \text{ شیب خط قائم}$$

$$y - y_0 = m'(x - x_0) \Rightarrow y - 2 = \frac{1}{3}(x - 0)$$

$$\times 3 \rightarrow 3y - 6 = x \Rightarrow 3y = x + 6$$

(مسابان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۵)

۴

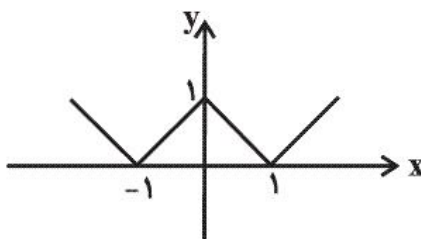
۳

۲

۱✓

(امیرحسین افشار)

راه‌حل اول: نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. شیب خط مماس در سمت راست و چپ نقطه‌ی $x = 0$ به ترتیب از راست به چپ برابر با $f'_+(0)$ و $f'_-(0)$ است. داریم:



$$f'_-(0) = m_1 = \frac{1-0}{0-(-1)} = 1$$

$$f'_+(0) = m_2 = \frac{0-1}{1-0} = -1$$

$$f'_+(0) - f'_-(0) = -1 - 1 = -2$$

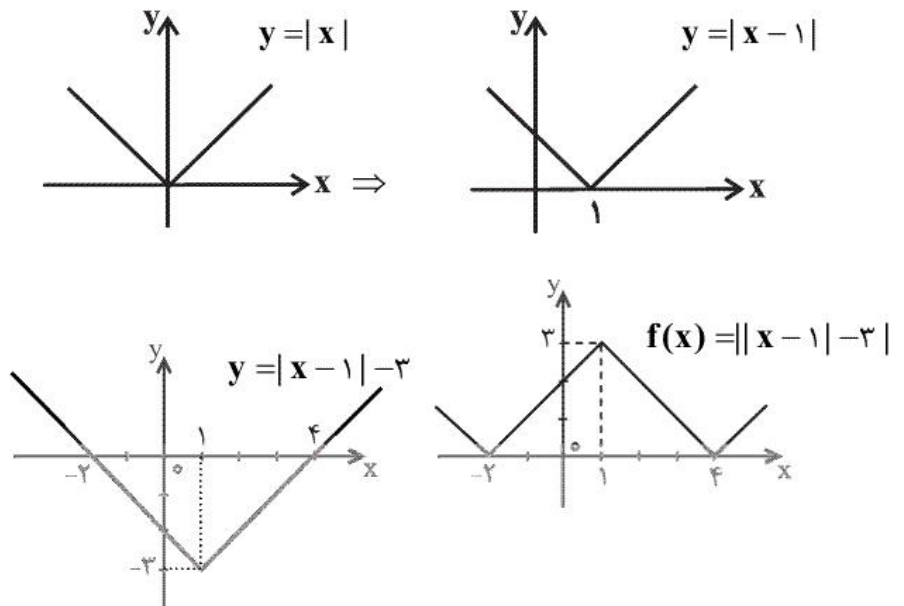
۴

۳✓

۲

۱

ابتدا نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:



مطابق شکل، نمودار f در نقاط $x = -2$ ، $x = 1$ ، $x = 4$ دارای شکستگی (نقطه‌ی زاویه‌دار) است. بنابراین در این نقاط تابع f فاقد مشتق است، زیرا در این نقاط مشتق چپ و مشتق راست مساوی نیستند.
(حسابان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۰)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، حسابان، روش‌های محاسبه‌ی مشتق توابع، مشتق توابع - ۱۳۹۵۰۲۱۷

$$f(x) - g(x) = \frac{2x^6 + 3x^4}{x^2 + 1} - \frac{x^6 + 2x^4}{x^2 + 1} = \frac{x^4(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = x^4$$

$$\Rightarrow (f(x) - g(x))' = f'(x) - g'(x) = 4x^3$$

$$\Rightarrow f'(1) - g'(1) = 4$$

(حسابان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۷۰ تا ۱۷۵)

۴✓

۳

۲

۱

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \sqrt{\mathbf{x}^T + \mathbf{f}\mathbf{x} + \mathbf{f}} = |\mathbf{x} + \mathbf{f}|$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}) = |1 - \mathbf{x}^T|$$

$$\mathbf{x} = -\mathfrak{r} \Rightarrow \mathbf{x} + \mathfrak{r} < \circ \Rightarrow \mathbf{f}(\mathbf{x}) = -\mathbf{x} - \mathfrak{r} \Rightarrow \mathbf{f}'(\mathbf{x}) = -\mathbf{1}$$

$$\Rightarrow f'(-3) = -1$$

$$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow 1 - x^2 < 0 \Rightarrow g(x) = x^2 - 1 \Rightarrow g'(x) = 2x$$

$$\Rightarrow g'(-3) = -6$$

$$(\mathbf{f} + \mathbf{g})'(-3) = \mathbf{f}'(-3) + \mathbf{g}'(-3) = -1 - 6 = -7$$

(مسایان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۷۰ تا ۱۷۵)

۲

3

2

☒

ریاضی ، حسابان ، آهنگ تغییرات ، مشتق توابع - ۱۳۹۵۰۲۱۷

مساحت دایره: $S(r) = \pi r^2 \Rightarrow S(2) = 4\pi$, $S(4) = 16\pi$

$$\text{آهنگ متوسط تغییر مساحت} = \frac{S(4) - S(2)}{4 - 2} = \frac{16\pi - 4\pi}{4 - 2} = 6\pi$$

(مساجد - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۷۵ تا ۱۸۲)

۴

3

☒ 2 ✓

1

نسبت به مساحت مشتق می گیریم:

$$\mathbf{S} = \pi \mathbf{r}^2 \Rightarrow \mathbf{r} = \sqrt{\frac{\mathbf{S}}{\pi}} \quad (1)$$

$$\mathbf{P} = \gamma \pi \mathbf{r} \xrightarrow{(1)} \mathbf{P}(\mathbf{S}) = \gamma \sqrt{\pi} \times \sqrt{\mathbf{S}}$$

$$\Rightarrow \mathbf{P}'(\mathbf{S}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \frac{1}{\sqrt{\mathbf{S}}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\mathbf{S}}}$$

اگر محیط برابر 6π باشد، مساحت را به دست می آوریم:

$$\mathbf{P} = \mathfrak{Y}\pi\mathbf{r} = \mathfrak{Z}\pi \Rightarrow \mathbf{r} = \mathfrak{Z} \Rightarrow \mathbf{S} = \pi\mathbf{r}^{\mathfrak{Z}} = \pi(\mathfrak{Z})^{\mathfrak{Z}} = \mathfrak{Y}\pi$$

$$\mathbf{P}'(\mathbf{S}) = \sqrt{\frac{\pi}{\mathbf{S}}} \xrightarrow{\mathbf{S} = q\pi} \mathbf{P}'(q\pi) = \sqrt{\frac{\pi}{q\pi}} = \frac{1}{\sqrt{q}}$$

(مسایان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۷۵ تا ۱۸۲)

☒ ۲ ✓

三

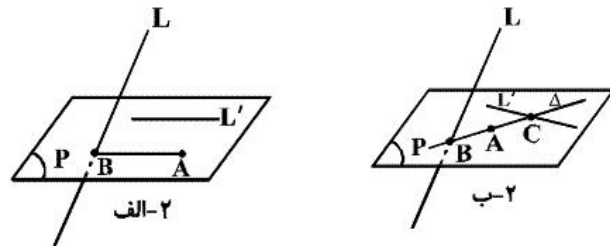
2

1

الف) پاره خط AB با خط L' موازی باشد؛ در این حالت مسأله جواب ندارد.

ب) خطی که از دو نقطه‌ی A و B می‌گذرد، با خط L' متقاطع باشد. در این حالت مسأله یک جواب دارد.

پس در حالت کلی مسأله حداکثر یک جواب دارد.



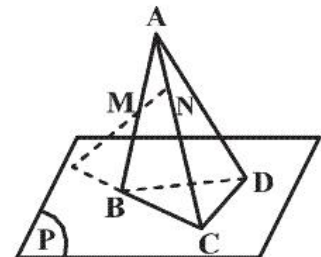
(هندسه ۲- هندسه فضایی- صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۷)

۱ ☐ ۲ ☒ ۳ ☐ ۴ ☐

۱۲۶-

(معمرداهر شعاعی)

بنا به فرض، MN با صفحه BCD موازی نیست پس امتداد آن، صفحه مذکور را قطع می‌کند. اما MN در صفحه مثلث ABC واقع است پس امتداد MN ، امتداد BC را در صفحه‌ی شامل قاعده‌ی هرم قطع می‌کند.



(هندسه ۲- هندسه فضایی- صفحه‌های ۱۳۷ و ۱۳۸)

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☒ ۴ ☐

بسته به وضعیت خطوط، برخی حالت‌ها

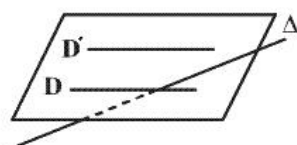
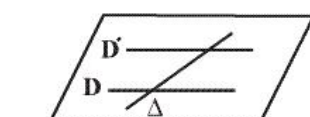
می‌تواند رخ دهد. اگر خط Δ با D متقاطع

باشد و در صفحه‌ی شامل D و D' قرار

نگیرد، نسبت به D' متافراست. اگر Δ در

صفحه‌ی شامل D و D' باشد و یکی از

آن‌ها را قطع کند، دیگری را هم قطع می‌کند.



(هندسه ۲ - هندسه فضایی - صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، هندسه‌ی ۲، خط و صفحه موازی، هندسه در فضا - ۱۳۹۵۰۲۱۷

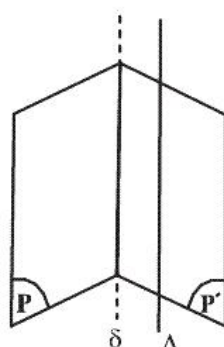
در شکل روبه‌رو، دو صفحه‌ی P و P' با هم

متقاطع‌اند و δ خط فصل مشترک این دو صفحه

است. بدیهی است که خط Δ که با هر صفحه‌ی

P و P' موازی است، با خط δ هم موازی

است.



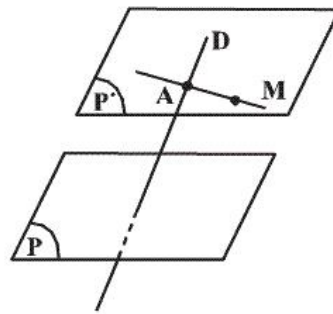
(هندسه ۲ - هندسه فضایی - صفحه‌ی ۱۴۱)

۴ ✓

۳

۲

۱



از نقطه‌ی M صفحه‌ی P' را موازی با P رسم می‌کنیم تا خط D را در نقطه‌ی A قطع کند. حال خط شامل M و A، همان خط موردنظر است و دقیقاً یک خط با این ویژگی وجود دارد.

(هندسه ۲- هندسه فضایی- صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(ممدابراهیم کیتی زاده)

۱) اگر صفحه‌ای دو صفحه‌ی موازی را قطع کند، فصل مشترک آن‌ها با هم موازی‌اند.

۲) اگر دو صفحه بر هم عمود باشند، هر صفحه‌ی عمود بر یکی از آن‌ها لزوماً با دیگری موازی نیست.

۳) اگر دو صفحه موازی یک‌دیگر باشند، هر خط از یک صفحه، موازی صفحه‌ی دیگر است.

۴) اگر دو صفحه بر هم عمود باشند، هر صفحه که با یکی از آن‌ها موازی باشد، بر صفحه‌ی دیگر عمود است.

(هندسه‌ی ۲- هندسه فضایی- صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۳)

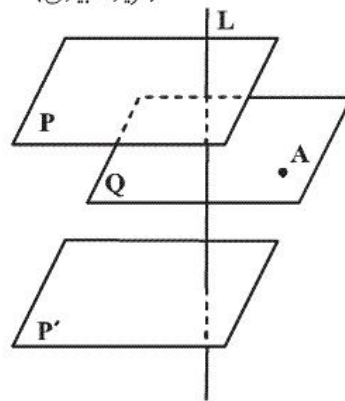
۴

۳

۲ ✓

۱

(نویز میبیری)



چون P و P' بر L عمودند، پس با هم موازی‌اند. حال صفحه‌ی Q شامل A و موازی با دو صفحه‌ی موردنظر را رسم می‌کنیم. اکنون هر خط گذرنده بر A ، واقع بر Q ، بر خط L عمود است و بی‌شمار خط

با این ویژگی وجود دارد.

(هندسه ۲ - هندسه فضایی - صفحه‌های ۱۴۳ تا ۱۵۳)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، هندسه‌ی ۲، صفحه‌های موازی-تالس، هندسه در فضا - ۱۳۹۵۰۲۱۷

طبق شکل با فرض آنکه صفحه‌ی Q بین

دو صفحه‌ی R, P باشد، خط AC' را رسم

می‌کنیم. این خط صفحه‌ی Q را در نقطه-

ای مانند M قطع می‌کند. صفحه‌ی

گذرنده از دو خط متقاطع AC و AC' را

P_1 و صفحه‌ی گذرنده از دو خط متقاطع

AC' و $A'C'$ را P_2 می‌نامیم. دو خط

BM و CC' در صفحه‌ی P_1 موازی‌اند.

در صفحه‌ی P_1 ، با استفاده از قضیه‌ی تالس، نسبت زیر برقرار است:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AM}{MC'}$$

همچنین دو خط AA' و MB' در صفحه‌ی P_2 موازی‌اند و در صفحه‌ی P_2

با استفاده از قضیه‌ی تالس، نسبت زیر برقرار است:

$$\frac{A'B'}{B'C'} = \frac{AM}{MC'}$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

از این تساوی‌ها، حکم قضیه نتیجه می‌شود:

(هندسه ۲- هندسه فضایی- صفحه‌های ۱۴۴ و ۱۴۵)

۴

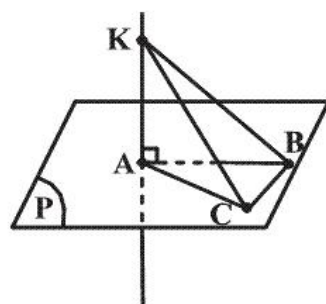
۳

۲

۱ ✓

ریاضی، هندسه‌ی ۲، خط و صفحه عمود برهم، هندسه در فضا - ۱۳۹۵۰۲۱۷

چون $KB = KC$ و $AC = AB$



ΔKAC ضلع مشترک است، پس

و ΔKAB همنهشت هستند و در نتیجه

$\hat{KAB} = \hat{KAC} = 90^\circ$. از آن‌جا که

خط KA بر دو خط متقاطع AB و

AC از صفحه‌ی P عمود است، پس

بر صفحه‌ی P هم عمود است.

(هنرسه ۲- هنرسه فضایی- صفحه‌های ۱۴۹ تا ۱۵۲)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(ابراهیم نبی)

تصویر یک مربع بر روی یک صفحه که با یکی از اضلاع مربع موازی و

بر ضلع دیگر آن عمود باشد، پاره‌خطی است به‌اندازه‌ی ضلع مربع.

تصویر یک مربع بر روی یک صفحه وقتی مستطیل است که صفحه با

یکی از اضلاع مربع موازی باشد و بر ضلع دیگر عمود نباشد.

تصویر یک مربع بر روی یک صفحه وقتی پاره‌خطی به‌اندازه‌ی قطر

مربع است که صفحه با یکی از اقطار مربع موازی و بر قطر دیگر عمود

باشد.

تصویر یک مربع بر روی یک صفحه که با یکی از اقطار آن موازی باشد

و بر قطر دیگر عمود نباشد، لوزی است.

(هنرسه ۲- هنرسه فضایی- صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۵۳)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

احتمال این که فرزند خانواده، پسر یا دختر باشد در حالت عادی برابر $\frac{1}{2}$ است.

پس بنا بر فرمول احتمال دوجمله‌ای خواهیم داشت:

$$P(3 \text{ فرزند دختر}) = \frac{\binom{5}{3}}{2^5} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

(فیرواحتمال - صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(نویز مگیری)

از بین ۶ وجه تاس که عبارتند از اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶، نیمی از آن‌ها اول‌اند و نیمی دیگر اول نیستند. پس آزمایش روشن شدن عدد اول یا غیراول در پرتاب تاس، یک آزمایش ۲ حالتی است (مانند پرتاب سکه‌ی سالم) و احتمال هر یک از

این برآمدها برابر $\frac{1}{2}$ می‌باشد. در نتیجه احتمال موردنظر برابر است با:

$$\frac{\binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6}}{2^6} = \frac{20 + 15 + 6 + 1}{64} = \frac{42}{64} = \frac{21}{32}$$

(فیرواحتمال - صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی، جبر و احتمال، احتمال غیر هم شانس در فضاهای گسسته، احتمال: اندازه‌گیری شانس - ۱۳۹۵۰۲۱۷

اگر احتمال انتخاب A_1 را $P(A_1) = x$ بگیریم، آن‌گاه:

$$P(A_2) = P(A_3) = \frac{1}{2}P(A_1) = \frac{x}{2} \text{ و } P(A_4) = \frac{1}{2}P(A_2) = \frac{x}{4}$$

از طرفی باید داشته باشیم:

$$P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + P(A_4) = 1 \Rightarrow x + \frac{x}{2} + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 1 \Rightarrow \frac{9x}{4} = 1 \Rightarrow x = \frac{4}{9} \Rightarrow P(A_1) = \frac{4}{9}$$

(فیرواحتمال - صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

اگر $P(1) = x$ فرض شود، آن‌گاه داریم:

$$P(2) = 2x, P(3) = 3x, P(4) = 4x$$

$$P(5) = 5x, P(6) = 6x$$

از طرفی:

$$P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \Rightarrow x + 2x + 3x + 4x + 5x + 6x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{21}$$

$$P(\{1, 3, 5\}) = P(1) + P(3) + P(5) = x + 3x + 5x = 9x = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}$$

(فیرواحتمال - صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۴۵-

(سؤال‌های پرتکرار فیرواحتمال - سؤال ۱۹۷ - صفحه‌ی ۴۶)

$$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \quad (*)$$

باید داشته باشیم

$$P(c) = \frac{x}{y}, \quad P(a) = x, \quad P(b) = x$$

اگر فرض کنیم $P(a) = x$ ، آن‌گاه $P(b) = x$ ، $P(c) = \frac{x}{y}$

$$x + x + \frac{x}{y} + \frac{3}{8} = 1 \Rightarrow \frac{15x}{y} = 1 - \frac{3}{8} = \frac{5}{8} \Rightarrow x = \frac{y}{24}$$

$$P(b) = \frac{y}{24}$$

یعنی:

(فیرواحتمال - صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، جبر و احتمال ، احتمال در فضاهای پیوسته ، احتمال :اندازه گیری شانس - ۱۳۹۵۰۲۱۷

۱۴۳-

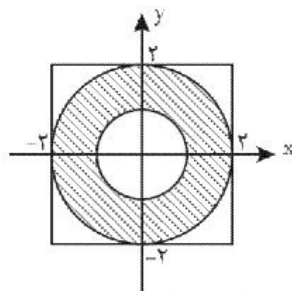
(سؤال‌های پرتکرار فیرواحتمال - سؤال ۲۱۵ - صفحه‌ی ۴۸)

فضای نمونه‌ای مجموعه‌ی نقاط درون و روی مربعی به ضلع ۴ است، پس

$$a(S) = 4^2 = 16$$

می‌خواهیم $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$ باشد که معادل است با:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ x^2 + y^2 \geq 1 \end{cases}$$



$x^2 + y^2 = 4$ دایره‌ای به مرکز مبدأ و شعاع ۲ است و $x^2 + y^2 = 1$ دایره‌ای به مرکز

مبدأ و شعاع ۱ است. نقاط بین آن دو دایره، نقاط مورد نظر هستند، پس:

$$a(A) = \pi \times 2^2 - \pi \times 1^2 = 3\pi$$

$$P(A) = \frac{a(A)}{a(S)} = \frac{3\pi}{16}$$

و داریم:

(فیرواحتمال - صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۴۷-

(نویز مفیدی)

فضای نمونه‌ای این آزمایش (سهام ناشر از بازار کتاب) عبارت است از بین ۶ تا ۱۵ درصد از سهام بازار کتاب و پیشامد مطلوب این است که سهام ناشر حداکثر $9/78$ درصد باشد، پس:

$$P(A) = \frac{L(A)}{L(S)} = \frac{L(6, 9/78)}{L(6, 15)} = \frac{3/78}{9} = \frac{378}{900} = \frac{42}{100}$$

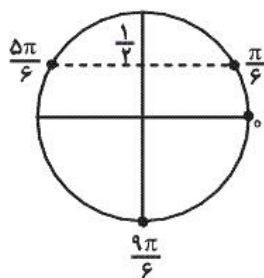
(فیرواحتمال - مشابه تمرین ۱۵ - صفحه‌ی ۱۰۸)

۴

۳ ✓

۲

۱



(چبروا احتمال - صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۹)

$$S = (0, \frac{3\pi}{2}) \Rightarrow I_S = \frac{3\pi}{2}$$

$$A = (0, \frac{\pi}{6}) \cup (\frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2})$$

$$\Rightarrow I_A = \frac{\pi}{6} + \frac{9\pi}{6} - \frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

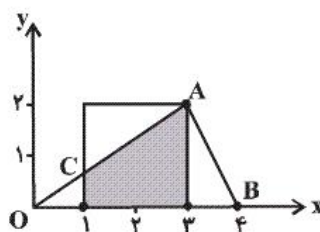
$$P(A) = \frac{I_A}{I_S} = \frac{\frac{5\pi}{6}}{\frac{3\pi}{2}} = \frac{5}{9}$$

۴

۳

۲✓

۱



فضای نمونه‌ای آزمایش عبارت است از سطح مثلث با رأس‌های $O(0,0)$ ، $A(3,2)$ و $B(4,0)$ و پیشامد مطلوب آن است که نقطه، درون اشتراک سطح مثلث با سطح مربع با رأس‌های $(1,0)$ ، $(1,2)$ و $(3,0)$ و $(3,2)$ قرار گیرد، که در شکل سایه خورده است. ابتدا نقطه‌ی برخورد خط $x=1$ و ضلع OA ، یعنی C ، را می‌یابیم. داریم:

$$OA \text{ خط : } y - 0 = \frac{2-0}{3-0}(x-0) \Rightarrow y = \frac{2}{3}x$$

$$\xrightarrow{\text{خط را با خط } x=1 \text{ قطع می‌دهیم.}} y = \frac{2}{3} \times 1 = \frac{2}{3} \Rightarrow C(1, \frac{2}{3})$$

$$\Rightarrow S(\text{دوزنقه‌ی سایه خورده}) = \frac{1}{2} \left(2 + \frac{2}{3} \right) \times 1 = \frac{8}{3}$$

$$\text{احتمال مطلوب} = \frac{\text{مساحت دوزنقه}}{\text{مساحت مثلث OAB}} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{1}{2}(4 \times 2)} = \frac{\frac{8}{3}}{4} = \frac{2}{3}$$

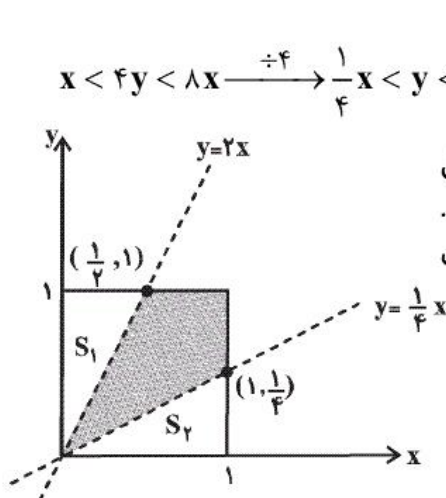
(چبروا احتمال - مشابه تمرین ۵ (ب) - صفحه‌ی ۱۰۷)

۴✓

۳

۲

۱



(چبروا احتمال - صفحه‌های ۱۰۰ تا ۱۰۹)

$$x < 4y < 8x \xrightarrow{\div 4} \frac{1}{4}x < y < 2x \Rightarrow \begin{cases} y > \frac{1}{4}x \\ y < 2x \end{cases}$$

با توجه به روابط بالا، قسمت هاشورخورده در شکل پیشامد مطلوب (پیشامد A) را مشخص می‌کند. پس احتمال این که نقطه‌ی انتخاب شده در این ناحیه قرار گیرد، برابر است با:

$$P(A) = \frac{1 \times 1 - (S_1 + S_2)}{1 \times 1} = 1 - \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 1 + \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{4} \right) = \frac{5}{8}$$

۴

۳

۲✓

۱

تابع f در همسایگی متقارن $x=1$ تعریف شده است. اگر $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ موجود باشد، یعنی حد چپ و راست تابع در $x=1$ با هم برابر است.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (a[x] + [x+1]) = a+2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (a[x] + [x+1]) = 0+1=1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \Rightarrow a+2=1 \Rightarrow a=-1$$

(حسابان - مر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲✓

۱

از $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 6$ ، نتیجه می‌شود که:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 6 & (۱) \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 6 & (۲) \end{cases}$$

با توجه به تابع چندضابطه‌ای f ، داریم:

$$f(x) = |x^2 - 3x| + a; \quad x \geq 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2 + a \xrightarrow{(۱)} 2 + a = 6 \Rightarrow a = 4 \quad (۳)$$

$$f(x) = \frac{ax}{2bx-1}; \quad x < 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{a}{2b-1}$$

$$\xrightarrow{(۲), (۳)} \frac{4}{2b-1} = 6 \Rightarrow 12b - 6 = 4 \Rightarrow b = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

۴✓

۳

۲

۱

اگر $x \rightarrow 0$ ، چون $-1 \leq \cos x \leq 1$ است، پس $\cos x$ با مقادیر کمتر از یک به آن نزدیک می‌شود، داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f\left(\frac{2}{\cos x}\right) = f\left(\frac{2}{1^-}\right) = f(2^+)$$

با توجه به نمودار تابع f ، حد راست تابع f در $x = 2$ برابر صفر است. پس حاصل حد فوق صفر می‌شود. همچنین با توجه به نمودار تابع $y = \sin x$ ، وقتی $x \rightarrow 0^-$ ، $\sin x$ با مقادیر کمتر از صفر به آن نزدیک می‌شود، پس:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(\sin x) = f(\sin(0^-)) = f(0^-) = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(\sin x) + \lim_{x \rightarrow 0} f\left(\frac{2}{\cos x}\right) = -1 + 0 = -1$$

(حسابان - مر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، حسابان-سوالات موازی، محاسبه حد در توابع کسری، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۲۱۷

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1-\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})}{1-\sqrt{x}} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (1 - \cos \pi x) = 1 - (-1) = 2$$

چون $1 - \cos \pi x \leq f(x) - 2 \leq \frac{1-x}{1-\sqrt{x}}$ است، طبق قضیه فشردگی داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) - 2) = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4$$

(حسابان - مر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

حاصل حد به صورت مبهم $\frac{0}{0}$ است، رفع ابهام می‌کنیم:

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{21 - (1+2x)(3+4x)} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{21 - (3+10x+8x^2)} \\&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-x)(1+x)}{-8x^2 - 10x + 18} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-x)(1+x)}{(1-x)(8x+18)} \\&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1+x}{8x+18} = \frac{2}{26} = \frac{1}{13}\end{aligned}$$

(حسابان - مر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۴

۳✓

۲

۱

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\sqrt{1-\cos x}} &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\sqrt{2 \sin^2 \frac{x}{2}}} \\&= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\sqrt{2} |\sin \frac{x}{2}|} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\sqrt{2} \sin \frac{x}{2}} \\&= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\sqrt{2} (\frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}) \times \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\sqrt{2} (\frac{x}{2})} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

(حسابان - مر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۴✓

۳

۲

۱

$$\begin{aligned}\text{می‌دانیم: } \begin{cases} \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x \\ = (\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x) \\ \cos(\frac{\pi}{4} + x) = \cos \frac{\pi}{4} \cos x - \sin \frac{\pi}{4} \sin x \\ = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos x - \sin x) \end{cases} \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos(\frac{\pi}{4} + x)} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\frac{\sqrt{2}}{2} (\cos x - \sin x)} \\&= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos x + \sin x}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 2\end{aligned}$$

(حسابان - مر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۴✓

۳

۲

۱

با توجه به رابطه‌ی $x \rightarrow 0$ وقتی $[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ ، بنابراین داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x([x] + [-x])} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{-x} = -1$$

(حسابان - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۳)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، حسابان-سوالات موازی، پیوستگی توابع، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۲۱۷

تابع f در $x=0$ پیوسته است یعنی حد راست و چپ و مقدار تابع در آن نقطه با هم برابرند. داریم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \cos^2 x}{1 - \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{1 - \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + \cos x) = 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} [x + 2] + b = 1 + b \text{ و } f(0) = a + 1$$

$$\Rightarrow 2 = 1 + b = a + 1 \Rightarrow a = 1 \text{ و } b = 1 \Rightarrow a + b = 1 + 1 = 2$$

(حسابان - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۸)

۴

۳✓

۲

۱

اثبات گزینه‌ی «۴» را به کمک برهان خلف می‌توان نشان داد.
در $x=a$ پیوسته: $f+g \Rightarrow f+g-f$ در $x=a$ پیوسته است: فرض خلف
 \Rightarrow در $x=a$ پیوسته: g

که این تناقض است.

گزینه‌های «۱»، «۲» و «۳» را می‌توان با مثال نقض رد کرد.

(حسابان - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۴ تا ۱۵۸)

۴✓

۳

۲

۱

با توجه به این که $[x] \in \mathbb{Z}$ پس همواره $f(x) \in \mathbb{Z}$ است، بنابراین
 $f(f(x)) = 2$ می‌باشد، در نتیجه این تابع همواره پیوسته است و نقطه‌ی
ناپیوستگی ندارد.
(حسابان - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۴ تا ۱۵۸)

۴

۳

۲

۱✓

(فریرون ساعتی)

برای آن که تابع f همواره پیوسته باشد، باید در $x = -1$ نیز پیوسته باشد. بنابراین حد چپ و راست تابع با مقدار آن در $x = -1$ باید برابر باشد. داریم:

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} |3x + 2| + a$$

$$= |3(-1) + 2| + a = |-1| + a = 1 + a \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x^2 + x)}{x + \sqrt{2 + x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{(x^2 + x)(x - \sqrt{2 + x})}{x^2 - x - 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x(x+1)(x - \sqrt{2 + x})}{(x+1)(x-2)} = \frac{-1 \times (-1-1)}{-3} = -\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} 1 + a = -\frac{2}{3} \Rightarrow a = -\frac{5}{3} \Rightarrow \left[-\frac{5}{3}\right] = -2$$

(مسابقه - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۸)

۴

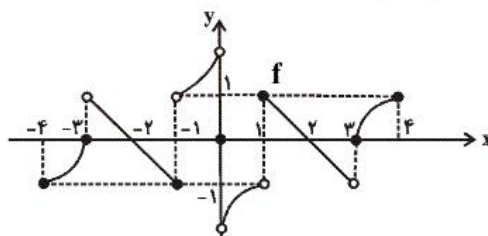
۳

۲✓

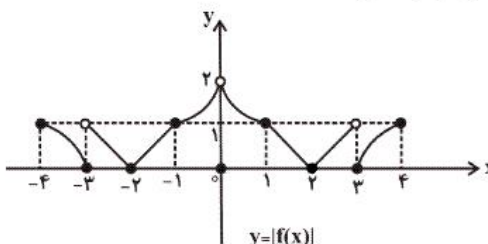
۱

(فریرون ساعتی)

چون تابع f فرد است، نمودار آن در بازه‌ی $[-4, 4]$ نسبت به مبدأ مختصات متقارن بوده و مطابق شکل زیر است.



تابع f در $[-4, 4]$ فرد است، در نتیجه $|f(x)|$ در این بازه زوج است و نمودار $|f|$ نسبت به محور y ها متقارن و به صورت شکل زیر است که مطابق شکل $|f|$ در این بازه دارای ۳ نقطه ناپیوستگی است و مجموعه نقاط ناپیوستگی تابع عبارتند از $\{-3, 0, 3\}$.



(مسابقه - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۵۸)

۴

۳✓

۲

۱

مقادیر حد چپ و راست تابع در $x = 3$ باید با مقدار تابع برابر باشد.

$$\text{حد چپ: } \lim_{x \rightarrow 3^-} \left(\frac{|x^2 - 9|}{x - 3} + ax + 5 \right) = \lim_{x \rightarrow 3^-} \left(\frac{-(x^2 - 9)}{x - 3} + ax + 5 \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^-} \left(\frac{-(x-3)(x+3)}{x-3} + ax + 5 \right) = -6 + 3a + 5 = 3a - 1$$

$$\xrightarrow{f(3)=2} 3a - 1 = 2 \Rightarrow a = 1$$

$$\text{حد راست: } \lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{2x - 6}{x^2 - 5x + 6} + bx \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{2(x-3)}{(x-3)(x-2)} + bx \right) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{2}{x-2} + bx \right) = 2 + 3b$$

$$\xrightarrow{f(3)=2} 2 + 3b = 2 \Rightarrow b = 0$$

$$\Rightarrow a + b = 1 + 0 = 1$$

(حسابان - مر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۱)

۴

۳

۲✓

۱

(مفهوم صفتی ابراهیمی)

ابتدا حد چپ تابع f را در $x = 0$ محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x\sqrt{1 - \cos x}} \xrightarrow[\circ]{\circ \text{ رفع ابهام}} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x\sqrt{1 - \cos x}} \times \frac{1 + \sqrt{\cos x}}{1 + \sqrt{\cos x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 - \cos x}{x\sqrt{1 - \cos x} \times (1 + \sqrt{\cos x})}$$

$$\frac{(1 - \cos x) \geq 0}{\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(\sqrt{1 - \cos x})^2}{x\sqrt{1 - \cos x} \times 2}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - (1 - 2 \sin^2 \frac{x}{2})}}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2} |\sin \frac{x}{2}|}{2x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sqrt{2} \sin \frac{x}{2}}{2x} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

حد چپ تابع در نقطه‌ی $x = 0$ برابر $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ است، بنابراین برای آن که

تابع در $x = 0$ از چپ پیوسته باشد، باید مقدار $f(0)$ نیز برابر $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ باشد.

(حسابان - مر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۵۰ تا ۱۵۱)

۴

۳✓

۲

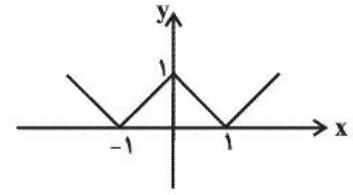
۱

راه حل اول: نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. شیب خط مماس در سمت راست و چپ نقطه‌ی $x=0$ به ترتیب از راست به چپ برابر با $f'_+(0)$ و $f'_-(0)$ است. داریم:

$$f'_-(0) = m_1 = \frac{1-0}{0-(-1)} = 1$$

$$f'_+(0) = m_2 = \frac{0-1}{1-0} = -1$$

$$f'_+(0) - f'_-(0) = -1 - 1 = -2$$



راه حل دوم:

$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|1-x|-1}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|1+x|-1}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1+x-1}{x} = 1$$

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|1-x|-1}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{|1-x|-1}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1-x-1}{x} = -1$$

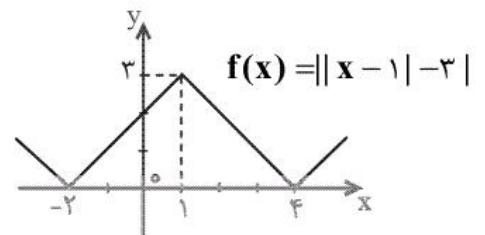
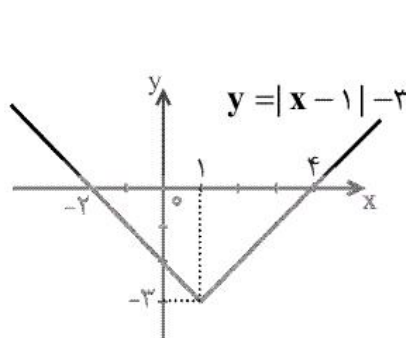
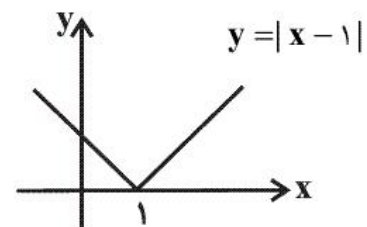
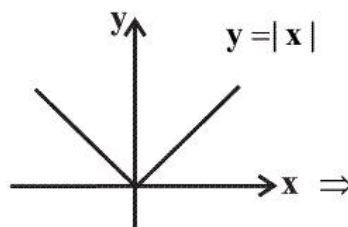
۴

۳✓

۲

۱

ابتدا نمودار تابع f را رسم می‌کنیم:



۴

۳✓

۲

۱

با تغییر متغیر $\Delta h = t$ ، داریم:

$$\Delta h = t \Rightarrow h = \frac{t}{\Delta}, (h \rightarrow 0 \Rightarrow t \rightarrow 0)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta h) - f(a)}{\Delta h} &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(a + t) - f(a)}{\frac{t}{\Delta}} \\ &= \frac{\Delta}{t} \times \lim_{t \rightarrow 0} \frac{f(a + t) - f(a)}{t} = \frac{\Delta}{t} f'(a) \end{aligned}$$

(حسابان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۰)

۴

۳

۲✓

۱

$$\begin{aligned} f'_+(2) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[-x] |x^2 - 4| - 0}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[-(2^+)](x^2 - 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{[-(2^-)](x - 2)(x + 2)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} (-3) \times (x + 2) = -12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'_-(2) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[-x] |x^2 - 4| - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[-(2^-)] \times -(x^2 - 4)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-[-(2^+)](x - 2)(x + 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} -(-2)(x + 2) = 8 \end{aligned}$$

$$\text{مجموع مقادیر} = -12 + 8 = -4$$

(حسابان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۰)

۴✓

۳

۲

۱

(مفهم‌ترین نباشته)

$$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow (-1)} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(\sqrt[3]{x} + 1)([x] + [-x]) - 0}{x + 1}$$

حد تابع $y = [x] + [-x]$ در $x = -1$ برابر ۱- است، زیرا

$$[x] + [-x] = \begin{cases} -1 & x \notin \mathbb{Z} \\ 0 & x \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

۱- می‌باشد. پس:

$$\begin{aligned} f'(-1) &= \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{(\sqrt[3]{x} + 1)(-1)}{x + 1} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x + 1}}{\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x + 1}} \right) \\ \Rightarrow f'(-1) &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-(x + 1)}{(x + 1)(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x + 1})} = \frac{-1}{1 + 1 + 1} = -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

(حسابان - مشتق توابع - صفحه‌های ۱۶۰ تا ۱۷۰)

۴

۳✓

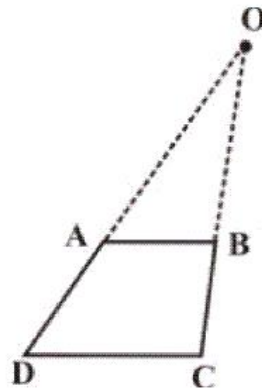
۲

۱

۱۳۲-

(رضای پیشنهادی)

می دانیم اگر A' مجانس نقطه A به مرکز تجانس O باشد آنگاه نقطه های O ، A و A' روی یک خط قرار می گیرند و به طور مشابه اگر B' مجانس B به مرکز تجانس O باشد آنگاه نقطه های O ، B و B' هم خط اند و از اینجا نتیجه می شود که در یک تجانس، خط هایی که نقطه های نظیر را به هم وصل می کنند در مرکز تجانس O هم رسند. از طرفی در دوزنقه $ABCD$ ، با توجه به موازی بودن قاعده ها و غیرموازی بودن ساق ها نتیجه می شود که مرکز تجانس O نقطه ای برخورد امتداد ساق های دوزنقه است که همیشه در طرف نزدیک تر به قاعده ی کوچک تر یعنی AB در شکل زیر قرار دارد:



پس با توجه به $0 < k < 1$ نتیجه می شود که نقطه ی A مجانس D و نقطه ی B مجانس C است.

(هندسه ۲- تبدیل های هندسی- صفحه های ۱۱۲ تا ۱۱۹)

۴

۳✓

۲

۱

شیب خط d برابر ۱ و شیب خط d' برابر (۱-) می‌باشد، پس دو خط d و d' برهم عمودند و نیمسازهای این دو خط که از نقطه‌ی تقاطع دو خط گذرند، محور تقارن آن‌ها می‌باشند.

چون شیب این دو خط برابر ۱ و ۱- می‌باشد، در نتیجه شیب نیمسازهای این دو خط برابر صفر و بینهایت خواهد بود. پس کافی است محل تلاقی این دو خط را بدست آوریم و با شیب‌های بدست آورده شده معادله محور تقارن را بنویسیم:

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{-1}{2} \end{cases}$$

هر یک از دو خط با معادله $x = \frac{5}{2}$ یا $y = \frac{-1}{2}$ ، معادله محور تقارن می‌باشند.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۲)

۴

۳

۲✓

۱

روش کلی برای بدست آوردن معادله‌ی تصویر یک خط تحت تبدیل عبارت است از:

گام اول: مختصات دو نقطه‌ی دلخواه روی خط را پیدا می‌کنیم.

$$B(0, \frac{5}{4}) \in L \text{ و } C(\frac{5}{3}, 0) \in L$$

گام دوم: مختصات تصویر این دو نقطه را تحت تبدیل داده شده بدست می‌آوریم:

$$B' = T(B) = T(0, \frac{5}{4}) = (-2, \frac{5}{4} + m)$$

$$C' = T(C) = T(\frac{5}{3}, 0) = (\frac{-1}{3}, m)$$

گام سوم: معادله‌ی خط گذرنده از دو نقطه‌ی تصویر B' و C' را بدست می‌آوریم.

$$y - m = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{-5}{3}}(x + \frac{1}{3}) \Rightarrow y = \frac{-3}{4}x - \frac{1}{4} + m$$

چون نقطه‌ی $A(5, 2)$ در این خط صدق می‌کند، آن را جایگذاری کرده و مقدار m را بدست می‌آوریم:

$$\Rightarrow 2 = \frac{-15}{4} - \frac{1}{4} + m \Rightarrow m = 6$$

(هنرسه ۲- تبدیل‌های هنرسی- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۲)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، تبدیل یافته‌ی خط و معادله‌ی آن ، تبدیل‌ها - ۱۳۹۵۰۲۱۷

چون D_1 و D_2 موازی‌اند، پس محور بازتاب هم با آن‌ها موازی است، در نتیجه $a=3$ است. معادله‌ی محور بازتاب به صورت زیر به دست می‌آید:

$$D: 4y + 3x + \left(\frac{-3-7}{2}\right) = 0 \Rightarrow D: 4y + 3x - 5 = 0 \Rightarrow b = 5$$

$$\Rightarrow 3x + 5y - 1 = 0 \text{ : معادله‌ی خط موردنظر}$$

$$\Rightarrow \text{نقطه‌ی } (2, -1) \text{ روی این خط قرار دارد}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی- صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۲)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی، هندسه ۲- سوالات موازی، اثبات با استفاده از ویژگی‌های تبدیل‌ها، تبدیل‌ها - ۱۳۹۵۰۲۱۷

راه حل اول:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_{BCD} \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} CD^2 = BC^2 + BD^2 \\ \Delta_{ABE} \xrightarrow{\text{فیثاغورس}} AE^2 = BE^2 + AB^2 \end{array} \right. \Rightarrow CD = AE$$

راه حل دوم:

تحت یک دوران به مرکز B و زاویه‌ی 90° داریم:

$$\left. \begin{array}{l} A \rightarrow D \\ E \rightarrow C \end{array} \right\} \Rightarrow AE \rightarrow DC$$

چون دوران، ایزومتري است، پس $CD = AE$.

(هندسه ۲- تبدیل‌های هندسی- صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، هندسه ۲- سوالات موازی، وضعیت خط و صفحه نسبت به هم، در فضا، هندسه در فضا - ۱۳۹۵۰۲۱۷

بسته به وضعیت خطوط، برخی حالت‌ها

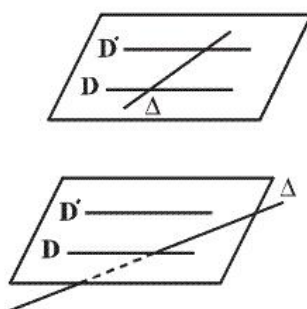
می‌تواند رخ دهد. اگر خط Δ با D متقاطع

باشد و در صفحه‌ی شامل D و D' قرار

نگیرد، نسبت به D' متنافر است. اگر Δ در

صفحه‌ی شامل D و D' باشد و یکی از

آنها را قطع کند، دیگری را هم قطع می‌کند.



(هندسه ۲ - هندسه فضایی - صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۳۴-

(معمراطاهر شعاعی)

مطابق شکل، AB در صفحه‌ی قطری $EFGH$ که یک مستطیل است

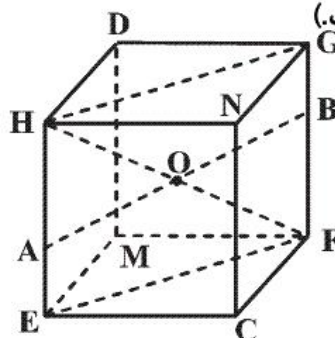
قرار دارد. اگر AB از نقطه‌ی O (محل تلاقی قطرهای مکعب) بگذرد،

در این صورت خط شامل AB با قطرهای مکعب متقاطع است. اگر در

مستطیل $EFGH$ ، AB از مرکز مکعب یعنی O نگذرد در این

صورت دو قطر HF و GE را قطع می‌کند و با دو قطر دیگر متنافر

است (با CD و MN متنافر است).



(هندسه ۲ - هندسه فضایی - صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۳۵)

۴

۳

۲ ✓

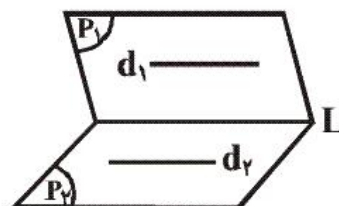
۱

ریاضی، هندسه ۲- سوالات موازی، خط و صفحه موازی، هندسه در فضا - ۱۳۹۵۰۲۱۷

فصل مشترک دو صفحه P_1 و P_2 را L در نظر می‌گیریم. چون d_1 و L هر دو در یک صفحه واقع‌اند پس یا موازی‌اند یا متقاطع و چون $L \subset P_2$ و $d_1 \cap P_2 = \emptyset$ پس $d_1 \parallel L$. با استدلال مشابه ثابت می‌شود که $d_2 \parallel L$.

حال داریم:

$$\left. \begin{array}{l} d_1 \parallel L \\ d_2 \parallel L \end{array} \right\} \Rightarrow d_1 \parallel d_2$$



(هندسه ۲- هندسه فضایی - صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۴۱)

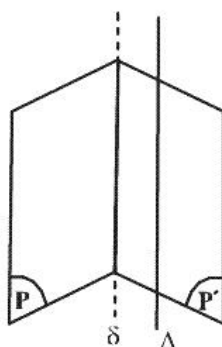
۴

۳

۲

۱ ✓

(سؤال‌های پرتکرار هندسه ۲- سؤال ۱۶۸- صفحه‌ی ۵۴)



در شکل روبه‌رو، دو صفحه P و P' با هم

متقاطع‌اند و δ خط فصل مشترک این دو صفحه

است. بدیهی است که خط Δ که با هر صفحه‌ی

P و P' موازی است، با خط δ هم موازی

است.

(هندسه ۲ - هندسه فضایی - صفحه‌ی ۱۴۱)

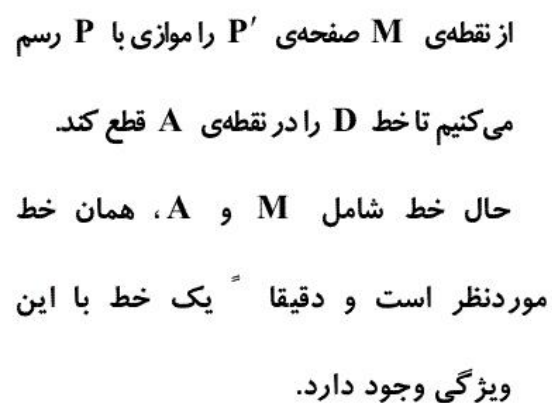
۴ ✓

۳

۲

۱

(سؤال‌های پرتکرار، هندسه ۲ - سؤال ۱۶۳ - صفحه‌ی ۵۵)



(هندسه ۲ - هندسه فضایی - صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۱)

☒

www.kanoon.ir