



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara> (@riazisara)

ریاضی ، ریاضی ۳ ، حد ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۲۰۳

۹۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^3 + x - 2|}{x^3 - x^2 - x + 1}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $+\infty$ (۳) $-\infty$ (۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{(1-x)^2 (x^2 - 5x + 2)}$ ، کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $-\infty$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{3\pi}{4})^-} \frac{2 - \cot x}{1 + \tan x}$ کدام است؟

- (۱) $-\infty$ (۲) $+\infty$ (۳) ۲ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۹۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{x}{\cos x}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- اگر $f(x) = \frac{x - \sqrt{4x^2 + 9x}}{3x + 1}$ ، آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $+\infty$

شما پاسخ نداده اید

۹۹- به ازای کدام مقدار a ، مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{x^2}{x-a} - \frac{x^2}{x+2})$ برابر حد تابع $f(x) = \frac{\sin 3x + \sin x}{x}$ در نقطه‌ی $x = 0$ است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- اگر $f(x) = \frac{6x^n - x^2 + 5}{-2x^n + 3x - 4}$ ، آنگاه با فرض این که n عددی طبیعی است، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، کدام نمی‌تواند باشد؟

- (۱) $+\infty$ (۲) $-\infty$ (۳) -۳ (۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 + 2x^2}{2x^2 + x + 1} - bx = 2$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۶ (۴) -۶

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \sqrt{x^4 + x^2 - 1}}{3x^2 + 2x + 5}$ ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $+\infty$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{8x - 2x^3}{x^2 - 4}, & |x| > 2 \\ -\frac{x^3}{2}, & |x| \leq 2 \end{cases}$ ، از نظر پیوستگی در دو نقطه با طول‌های ۲ و (-۲) چگونه است؟

- (۱) در $x = 2$ پیوسته، در $x = -2$ ناپیوسته
(۲) در $x = 2$ ناپیوسته، در $x = -2$ پیوسته
(۳) در $x = 2$ پیوسته، در $x = -2$ ناپیوسته
(۴) در $x = 2$ ناپیوسته، در $x = -2$ پیوسته

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \frac{6 - 6 \cos x}{\sin^2 x}, & x > 0 \\ 3a \sin(x + \frac{\pi}{6}), & x \leq 0 \end{cases}$ به ازای کدام مقدار a در $x = 0$ پیوسته است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۳ ، پیوستگی ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۲۰۳

۱۰۴- اگر $f(x) = \begin{cases} b \sin x + a \cos x, & x > \frac{\pi}{2} \\ \cos 2x, & x = \frac{\pi}{2} \\ 2 \sin^2 x + a, & x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$ در $x = \frac{\pi}{2}$ پیوسته باشد، $a - b$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر تابع $f(x) = \frac{x+3}{x^2+ax+1}$ در مجموعه‌ی اعداد حقیقی همواره پیوسته باشد، تمام حدود a کدام است؟

- (۱) $|a| < 1$ (۲) $|a| < 2$ (۳) $a < 2$ (۴) $a > 2$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{a - \sqrt{ax}}{x - a} : x \neq a \\ m : x = a \end{cases}$ به ازای کدام مقدار m در $x = a$ پیوسته است؟ ($a > 0$)

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) -۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۳ ، آمار - ۱۳۹۵۰۲۰۳

۹۱- اگر میانگین داده‌های $2a$ ، $2a+1$ و a برابر ۱۲ باشد، واریانس آن‌ها کدام است؟

$$(۱) \frac{40}{3} \quad (۲) ۱۲$$

$$(۳) \frac{38}{3} \quad (۴) \frac{35}{3}$$

شما پاسخ نداده اید

۹۲- میانگین داده‌های $\{0, 9, 7, 4, 4, a\}$ برابر b است. اگر هر داده با ۵ جمع شود، میانگین داده‌های جدید، دو برابر میانگین داده‌های اولیه می‌شود.

مقدار $a-b$ کدام است؟

$$(۱) ۱ \quad (۲) -۲ \quad (۳) ۳ \quad (۴) -۴$$

شما پاسخ نداده اید

۹۳- با توجه به داده‌های $\{91, 87, 89, 88, 87, 85, 93, 92, 92, 95\}$ ، واریانس داده‌هایی که مقدار آن‌ها بین دو مُد قرار دارد، کدام است؟

$$(۱) ۲ \quad (۲) 1/5 \quad (۳) ۳ \quad (۴) 2/5$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۳ ، مشتق - ۱۳۹۵۰۲۰۳

۱۰۶- وقتی x از ۱ به $1+h$ تغییر پیدا می‌کند، نمو تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{x}$ ، برابر $0/1$ است. آهنگ متوسط تغییر تابع در این حالت کدام است؟

$$(۱) \frac{1}{21} \quad (۲) \frac{10}{21} \quad (۳) \frac{21}{100} \quad (۴) \frac{1}{100}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- معادله‌ی حرکت یک متحرک روی یک خط مستقیم به صورت $x(t) = 2t^2 - 5t + 3$ است. آهنگ لحظه‌ای تغییر این تابع در $t_0 = 2$ ، چند برابر

آهنگ متوسط تغییر این تابع از $t_1 = 1$ تا $t_2 = 3$ است؟

$$(۱) \frac{2}{3} \quad (۲) \frac{1}{2} \quad (۳) \frac{3}{2} \quad (۴) ۱$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(t) = t - \sqrt{2t}$ از $t = 2$ تا $t = 8$ چقدر است؟

$$(۱) \frac{1}{4} \quad (۲) \frac{2}{3} \quad (۳) \frac{4}{7} \quad (۴) \frac{3}{5}$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۳-سوالات موازی ، حد ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۲۰۳

۱۱۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^3 + x - 2|}{x^3 - x^2 - x + 1}$ کدام است؟

$$(۱) \text{ صفر} \quad (۲) +\infty$$

$$(۳) -\infty \quad (۴) \frac{1}{2}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x - \sin x}{\sqrt{1 - \cos x}}$ کدام است؟

- (۱) $-\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{2}$
(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{k \sin bx} = \frac{1}{2}$ ، آن گاه حاصل bk کدام است؟

- (۱) -1 (۲) صفر
(۳) 1 (۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}-1}{(1-x)^2(x^2-5x+2)}$ ، کدام است؟

- (۱) $+\infty$ (۲) $\frac{1}{3}$
(۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $-\infty$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cot x - \cos x}{(2x - \pi)^3}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{8}$
(۳) $-\frac{1}{16}$ (۴) $\frac{1}{16}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- حاصل $\lim_{x \rightarrow 11-\sqrt{x}} \frac{1-x}{x}$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2
(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) حد ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x+a+1}}{x-2} = \frac{1}{b}$ حاصل $a+b$ کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۴

(۳) ۱۷ (۴) ۱۹

شما پاسخ نداده اید

۱۲۱- اگر $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + ax + 5} = b$ باشد، b کدام است؟ ($b \neq 0$)

(۱) $-\frac{4}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$

(۳) $-\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{5}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- اگر $f(x) = \frac{x - \sqrt{4x^2 + 9x}}{3x + 1}$ ، آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $+\infty$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{x}{\cos x}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱

(۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{2 - \cot x}{1 + \tan x}$ کدام است؟

(۱) $-\infty$ (۲) $+\infty$

(۳) ۲ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- تابع $f(x) = \frac{ax^2 + b}{3 - \sqrt{x+6}}$ مفروض است. هرگاه $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -36$ باشد، آن گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{3x\sqrt{x}}$ چقدر است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $-\frac{1}{3}$

(۴) $+\infty$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- به ازای کدام مقدار a ، مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x-a} - \frac{x^2}{x+2} \right)$ برابر حد تابع $f(x) = \frac{\sin 3x + \sin x}{x}$ در نقطه‌ی $x = 0$ است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \sqrt{x^4 + x^2 - 1}}{3x^2 + 2x + 5}$ ، کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $+\infty$

(۳) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- اگر $f(x) = \frac{6x^n - x^2 + 5}{-2x^n + 3x - 4}$ ، آنگاه با فرض این که n عددی طبیعی است، حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، کدام نمی‌تواند باشد؟

(۱) $+\infty$

(۲) $-\infty$

(۳) -3

(۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- اگر $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2-x}{ax^2 - 8x + b} = -\infty$ آن گاه $a+b$ کدام است؟

(۱) ۱۰

(۲) -10

(۳) ۲

(۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- اگر $2 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^3 + 2x^2}{2x^2 + x + 1} - bx$ باشد، مقدار $a+b$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) -4

(۳) ۶

(۴) -6

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی ۳-سوالات موازی ، آمار - ۱۳۹۵۰۲۰۳

۱۱۱- اگر میانگین داده‌های $2a$ ، $2a+1$ و a برابر ۱۲ باشد، واریانس آن‌ها کدام است؟

$$\frac{40}{3} \quad (1)$$

$$12 \quad (2)$$

$$\frac{38}{3} \quad (3)$$

$$\frac{35}{3} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- میانگین داده‌های $\{0, 9, 7, 4, 4, a\}$ برابر b است. اگر هر داده با ۵ جمع شود، میانگین داده‌های جدید، دو برابر میانگین داده‌های اولیه می‌شود.

مقدار $a-b$ کدام است؟

$$1 \quad (1)$$

$$-2 \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$-4 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- با توجه به داده‌های $\{91, 87, 89, 88, 87, 85, 93, 92, 92, 95\}$ ، واریانس داده‌هایی که مقدار آن‌ها بین دو مُد قرار دارد، کدام است؟

$$2 \quad (1)$$

$$1/5 \quad (2)$$

$$3 \quad (3)$$

$$2/5 \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی ۳، حد، حد و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۲۰۳

-۹۴

(مهری ملارمضانی)

با تقسیم $x^3 + x - 2$ بر $x - 1$ ، خارج قسمت تقسیم به صورت $x^2 + x + 2$ به دست می‌آید، هم‌چنین با تجزیه مخرج کسر داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^3 + x - 2|}{(x-1)^2(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|(x^2 + x + 2)(x-1)|}{(x-1)^2(x+1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^2 + x + 2)(x-1)}{(x-1)^2(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + x + 2}{(x-1)(x+1)} = \frac{4}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x^2 + x + 2)(x-1)}{(x-1)^2(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x^2 + x + 2)}{(x-1)(x+1)} = \frac{-4}{0^-} = +\infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^3 + x - 2|}{x^3 - x^2 - x + 1} = +\infty$$

(ریاضی ۳، حد و پیوستگی، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۳)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x} - 1}{(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1)(x - 1)(x^2 - 5x + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(\sqrt{x} + 1)(x - 1)(x^2 - 5x + 2)} = \frac{1}{(2)(0^+)(-2)} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

(ریاضی ۳، حد و پیوستگی، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

با جایگذاری $x = \frac{3\pi}{4}$ به جای x های موجود در صورت و مخرج کسر با $\frac{2}{0}$ مواجه می‌شویم. توجه کنید که $\tan \frac{3\pi}{4} = \cot \frac{3\pi}{4} = -1$ است. حال به سراغ تعیین علامت صفر موجود در مخرج کسر می‌رویم. با توجه به دایره‌ی مثلثاتی داریم:

$$x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{4}\right)^- \Rightarrow \tan x \rightarrow (-1)^-$$

$$\tan x < -1 \Rightarrow 1 + \tan x < 0$$

بنابراین مخرج کسر به سمت 0^- میل می‌کند:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{4}\right)^-} \frac{2^{-\cot x}}{1 + \tan x} = \frac{2}{0^-} = -\infty$$

(ریاضی ۳، ص ۷ و پیوستگی، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{x}{\cos x} = \frac{\frac{\pi}{2}}{0^-} = -\infty$$

$$x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+ \rightarrow \text{ربع دوم} \rightarrow \cos x < 0$$

تذکر:

(ریاضی ۳، ص ۷ و پیوستگی، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$f(x) = \frac{x - \sqrt{4x^2 + 9x}}{3x + 1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2} \left(\sqrt{1 + \frac{9}{4x}} \right)}{3x + 1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2x}{3x + 1} = -\frac{1}{3} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 2x}{3x + 1} = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۳، ص ۷ و پیوستگی، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x-a} - \frac{x^2}{x+2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x^2 - x^2 + ax^2}{x^2 + (2-a)x - 2a}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a+2)x^2}{x^2} = a+2 \xrightarrow{(*)} a+2=4 \Rightarrow a=2$$

(ریاضی ۳، مدر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۵)

۴

۳

۲✓

۱

۱۰۰-

(میثم همزه لویی)

اگر $n=1$ ، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x - x^2 + 5}{-2x + 3x - 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2}{x} = -\infty$$

اگر $n=2$ ، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2 - x^2 + 5}{-2x^2 + 3x - 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2}{-2x^2} = +\infty$$

اگر $n=3$ ، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^3 - x^2 + 5}{-2x^3 + 3x - 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3}{-2x^3} = -\frac{5}{2}$$

اگر $n > 3$ ، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^n}{-2x^n} = -3$$

(ریاضی ۳، مدر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۵)

۴✓

۳

۲

۱

۱۰۱-

(کاظم اهلای)

مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 + 2x^2 - 2bx^2 - bx^2 - bx}{2x^2 + x + 1} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-2b)x^2 + (2-b)x^2 - bx}{2x^2 + x + 1} = 2$$

چون مقدار حد، عددی حقیقی است، پس باید حداکثر درجه‌ی صورت و مخرج برابر باشد.

$$a - 2b = 0 \Rightarrow a = 2b$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-b)x^2}{2x^2} = 2 \Rightarrow 2-b=4 \Rightarrow b=-2$$

$$\Rightarrow a = -4 \Rightarrow a+b = -6$$

(ریاضی ۳، مدر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۵)

۴✓

۳

۲

۱

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \sqrt{x^4 + x^2 - 1}}{3x^2 + 2x + 5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^4}})}{x^2(3 + \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2})}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{1 + 0 - 0}}{3 + 0 + 0} = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۳، ص ۷ و پیوستگی، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$f(x) = \begin{cases} \frac{8x - 2x^2}{x^2 - 4}, & x < -2 \text{ یا } x > 2 \\ -\frac{x^2}{2}, & -2 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{8x - 2x^2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{-2x(x^2 - 4)}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (-2x) = -4 \\ f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(-\frac{x^2}{2}\right) = -4 \end{cases}$$

پس تابع f در $x = 2$ پیوسته است.

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{8x - 2x^2}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} (-2x) = 4 \\ f(-2) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \left(-\frac{x^2}{2}\right) = 4 \end{cases}$$

پس تابع f در $x = -2$ پیوسته است.

(ریاضی ۳، ص ۷ و پیوستگی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۲۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{6(1 - \cos x)}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{6(1 - \cos x)}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{6}{1 + \cos x} = 3 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3a \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3a \times \frac{1}{2} = \frac{3a}{2} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{3a}{2} = 3 \Rightarrow a = 2$$

(ریاضی ۳، ص ۷ و پیوستگی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۲۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۰۴-

(حسن نصرتی ناهوک)

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) \quad \text{شرط پیوستگی در } x = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} f(x) = f\left(\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow b \sin \frac{\pi}{2} + a \cos \frac{\pi}{2} = \cos 2\left(\frac{\pi}{2}\right) \\ \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} f(x) = f\left(\frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow 2 \sin^2 \frac{\pi}{2} + a = \cos 2\left(\frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b + 0 = -1 \Rightarrow b = -1 \\ 2 + a = -1 \Rightarrow a = -3 \end{cases} \Rightarrow a - b = -3 - (-1) = -2$$

(ریاضی ۳، حد و پیوستگی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۲۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۰۵-

(حسن نصرتی ناهوک)

برای آن که تابع f بر روی R همواره پیوسته باشد باید مخرج آن ریشه‌ی حقیقی نداشته باشد. چون مخرج کسر داده شده، عبارت درجه‌ی دوم است، این عبارت وقتی که در آن $\Delta < 0$ باشد، ریشه ندارد.

$$x^2 + ax + 1 \neq 0 \xrightarrow{\Delta < 0} a^2 - 4(1)(1) < 0 \Rightarrow a^2 < 4 \\ \Rightarrow |a| < 2$$

(ریاضی ۳، حد و پیوستگی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۲۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۰۶-

(امیرحسین ابومصوب)

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{a - \sqrt{ax}}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{a - \sqrt{ax}}{x - a} \times \frac{a + \sqrt{ax}}{a + \sqrt{ax}} \right) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{a^2 - ax}{(x - a)(a + \sqrt{ax})} \\ = \lim_{x \rightarrow a} \frac{-a(x - a)}{(x - a)(a + \sqrt{ax})} = \frac{-a}{a + \sqrt{a^2}} = \frac{-a}{2a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(a) = m = -\frac{1}{2}$$

(ریاضی ۳، حد و پیوستگی، صفحه‌های ۱۱۵ تا ۱۲۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(رضا پورحسینی)

$$\frac{2a + (2a + 1) + a}{3} = 12 \Rightarrow 5a = 36 \Rightarrow a = 7$$

داده‌ها: ۱۴، ۱۵، ۷

$$\sigma_x^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{(14 - 12)^2 + (15 - 12)^2 + (7 - 12)^2}{3} = \frac{4 + 9 + 25}{3} = \frac{38}{3}$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۸ و ۱۳۸ تا ۱۵۲)

۴

۳✓

۲

۱

-۹۲

(رضا بقی‌شند)

می‌دانیم که اگر هر داده با پنج جمع شود، میانگین نیز پنج واحد افزایش می‌یابد. از طرفی بنا به فرض مسأله، میانگین دو برابر شده است، پس داریم:

$$b + 5 = 2b \Rightarrow b = 5$$

اکنون با توجه به اینکه میانگین شش داده‌ی اولیه برابر پنج به‌دست آمده است، داریم:

$$\frac{0 + 9 + 7 + 4 + 4 + a}{6} = 5 \Rightarrow \frac{24 + a}{6} = 5 \Rightarrow a = 6$$

در نتیجه: $a - b = 6 - 5 = 1$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۸)

۴

۳

۲

۱✓

-۹۳

(رضا بقی‌شند)

با مقایسه‌ی فراوانی داده‌ها دیده می‌شود که این جامعه دارای دو مُد ۸۷ و ۹۳ است و داده‌های بین این دو مُد عبارت‌اند از: $\{88, 89, 91, 92\}$

اگر از هر کدام از این اعداد ۸۷ واحد کم کنیم، داده‌های $\{1, 2, 4, 5\}$ به‌دست می‌آید. به جای محاسبه‌ی واریانس داده‌های اصلی، می‌توانیم واریانس این

داده‌ها را محاسبه کنیم:

$$\bar{x} = \frac{1 + 2 + 4 + 5}{4} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2}{4} = \frac{10}{4} = 2.5$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۵۳)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۰۶

(مسین مایلو)

$$\begin{cases} \Delta f = f(1+h) - f(1) = \sqrt{1+h} - 1 \Rightarrow \sqrt{1+h} - 1 = 0/1 \\ \Delta f = 0/1 : \text{طبق فرض} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1+h} = 1/1 \Rightarrow 1+h = 1/21 \Rightarrow h = 0/21$$

با توجه به این که $\Delta x = x_2 - x_1 = (1+h) - 1 = h = 0/21$ داریم:

$$\text{آهنگ متوسط تغییر تابع} = \frac{\Delta f}{\Delta x} = \frac{0/1}{0/21} = \frac{10}{21}$$

(ریاضی ۳، مشتق، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۰)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۰۹

(امیرمسین ابومصوب)

$$t_0 = 2 \quad \text{آهنگ تغییر لحظه‌ای در} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2(2+h))^2 - 5(2+h) + 3) - 1}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2h^2 + 8 + 8h - 10 - 5h + 3) - 1}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h^2 + 3h + 1 - 1}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(2h + 3)}{h} = 3$$

$$\text{آهنگ متوسط تغییر} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{x(3) - x(1)}{3 - 1} = \frac{6 - 0}{2} = 3$$

پس آهنگ لحظه‌ای و متوسط تغییر تابع، برابر یکدیگرند.

(ریاضی ۳، مشتق، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۰)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۱۰

(همیرضا سهوری)

آهنگ متوسط تغییر تابع f از $t = a$ تا $t = b$ برابر است با:

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

$$\text{آهنگ متوسط تغییر تابع} = \frac{f(8) - f(2)}{8 - 2} = \frac{(8 - 2) - (2 - 2)}{6} = \frac{4 - 0}{6} = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۳، مشتق، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۰)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، ریاضی ۳-سوالات موازی ، حد ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۲۰۳

(معدی ملارمضانی)

با تقسیم $x^3 + x - 2$ بر $x - 1$ ، خارج قسمت تقسیم به صورت $x^2 + x + 2$ به دست می آید، هم چنین با تجزیه مخرج کسر داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^3 + x - 2|}{(x-1)^2(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|(x^2 + x + 2)(x-1)|}{(x-1)^2(x+1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^2 + x + 2)(x-1)}{(x-1)^2(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + x + 2}{(x-1)(x+1)} = \frac{4}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x^2 + x + 2)(x-1)}{(x-1)^2(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x^2 + x + 2)}{(x-1)(x+1)} = \frac{-4}{0^-} = +\infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^3 + x - 2|}{x^3 - x^2 - x + 1} = +\infty$$

(ریاضی ۳، ص ۳ و پیوستگی، صفحه های ۹۵ تا ۱۰۳)

۴

۳

۲✓

۱

(معدی ملارمضانی)

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x \Rightarrow \cos x = 1 - 2\sin^2 \frac{x}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x - \sin x}{\sqrt{1 - \cos x}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2x - \sin x}{\sqrt{2} |\sin \frac{x}{2}|} \stackrel{\div x}{=} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\frac{2x}{x} - \frac{\sin x}{x}}{\frac{-\sqrt{2} \sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}}}$$

$$= \frac{2-1}{-\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{-2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$$

(ریاضی ۳، ص ۳ و پیوستگی، صفحه های ۸۷ تا ۹۴)

۴

۳

۲

۱✓

(معدی ملارمضانی)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{k \sin bx} \times \frac{\sqrt{x+1}+1}{\sqrt{x+1}+1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1-1}{(k \sin bx)(\sqrt{x+1}+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{(k \sin bx)(\sqrt{x+1}+1)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{kb \times 2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow kb = 1$$

(ریاضی ۳، ص ۳ و پیوستگی، صفحه های ۸۷ تا ۹۴)

۴

۳✓

۲

۱

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}-1}{(x-1)^2(x^2-\Delta x+2)} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}-1}{(x-1)(x-1)(x^2-\Delta x+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}-1}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)(x-1)(x^2-\Delta x+2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(\sqrt{x}+1)(x-1)(x^2-\Delta x+2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{(2)(0^+)(-2)} = \frac{1}{0^-} = -\infty \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، ص ۷ پیوستگی، صفحه‌های ۹۳ تا ۱۰۳)

[۴]✓

[۳]

[۲]

[۱]

(کاظم اجلالی)

اگر فرض کنیم $t = x - \frac{\pi}{2}$ خواهیم داشت: $x = \frac{\pi}{2} + t, t \rightarrow 0$
بنابراین حد را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\cot(\frac{\pi}{2} + t) - \cos(\frac{\pi}{2} + t)}{(\pi + 2t - \pi)^2} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\tan t + \sin t}{\Delta t^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{-\tan t(1 - \cos t)}{\Delta t^2} \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{-1}{\Delta} \times \frac{\tan t}{t} \times \frac{2 \sin^2 \frac{t}{2}}{t^2} \right) \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \left(-\frac{1}{\Delta} \times \frac{\tan t}{t} \times \left(\frac{\sin \frac{t}{2}}{\frac{t}{2}} \right)^2 \times \frac{1}{2} \right) \\ &= -\frac{1}{\Delta} \times 1 \times 1^2 \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{16} \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، ص ۷ پیوستگی، صفحه‌های ۱۷ تا ۹۰)

[۴]

[۳]✓

[۲]

[۱]

(کریم نصیری)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1-\sqrt{x}} &= \frac{1-1}{1-\sqrt{1}} = \frac{0}{0} \text{ (مبهم)} \\ \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1-\sqrt{x}} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})}{1-\sqrt{x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} 1 + \sqrt{x} = 1 + \sqrt{1} = 2 \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، ص ۷ پیوستگی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

[۴]

[۳]

[۲]✓

[۱]

-۱۲۰

(کاظم ابلالی)

با توجه به این که حاصل حد عددی حقیقی است و حد مخرج کسر برابر صفر است، باید حد صورت کسر هم صفر باشد. در غیر این صورت حاصل حد بی‌نهایت خواهد بود. پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 2} (\sqrt{x+2} - \sqrt{x+a} + 1) = 0 \Rightarrow 2 - \sqrt{2+a} + 1 = 0 \Rightarrow a = 7$$

حال مقدار حد را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x+7} + 1}{x-2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2} - \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x-2} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x+2-4}{(x-2)(\sqrt{x+2}+2)} - \frac{x+7-9}{(x-2)(\sqrt{x+7}+3)} \right) \end{aligned}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۲۱

(عباس اسری امیرآبادی)

چون (-1) ریشه‌ی صورت است، پس باید مخرج نیز به ازای آن صفر شود یعنی:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 6x + 5} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-4)}{(x+1)(x+5)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-4)}{(x+5)} = -\frac{5}{4} \\ b &= -\frac{5}{4} \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، ص ۳ و پیوستگی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۲۲

(رسول ممی‌قانی)

$$f(x) = \frac{x - \sqrt{4x^2 + 9x}}{3x + 1} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x - \sqrt{4x^2} \left(\sqrt{1 + \frac{9}{4x}} \right)}{3x + 1}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 2x}{3x + 1} = -\frac{1}{3} \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + 2x}{3x + 1} = 1 \end{cases} \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، ص ۳ و پیوستگی، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \frac{x}{\cos x} = \frac{\frac{\pi}{2}}{0^-} = -\infty$$

$$x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+ \xrightarrow{\text{ربع دوم}} \cos x < 0$$

تذکر:

(ریاضی ۳، هر و پیوستگی، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

با جایگذاری $x = \frac{3\pi}{4}$ به جای x های موجود در صورت و مخرج کسر با

$\frac{2}{0^-}$ مواجه می‌شویم. توجه داریم که $\tan \frac{3\pi}{4} = \cot \frac{3\pi}{4} = -1$ است. حال به سراغ تعیین علامت صفر موجود در مخرج کسر می‌رویم. با توجه به دایره‌ی مثلثاتی داریم:

$$x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{4}\right)^- \Rightarrow \tan x \rightarrow (-1)^-$$

$$\tan x < -1 \Rightarrow 1 + \tan x < 0$$

بنابراین مخرج کسر به سمت 0^- میل می‌کند:

$$\lim_{x \rightarrow \left(\frac{3\pi}{4}\right)^-} \frac{2^{-\cot x}}{1 + \tan x} = \frac{2}{0^-} = -\infty$$

(ریاضی ۳، هر و پیوستگی، صفحه‌های ۹۴ تا ۱۰۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \frac{9a + b}{3 - \sqrt{9}}$$

اگر $9a + b \neq 0$ باشد، مقدار حد نامتناهی خواهد شد، پس:

$$9a + b = 0 \Rightarrow b = -9a \Rightarrow f(x) = \frac{ax^2 - 9a}{3 - \sqrt{x+6}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{a(x^2 - 9)}{3 - \sqrt{x+6}} \times \frac{3 + \sqrt{x+6}}{3 + \sqrt{x+6}} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{a(x-3)(x+3)(3 + \sqrt{x+6})}{9 - (x+6)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{a(x+3)(3 + \sqrt{x+6})}{(-1)}$$

$$\Rightarrow -a(3+3)(3 + \sqrt{9}) = -36 \Rightarrow a = 1 \xrightarrow{b=-9} f(x) = \frac{x^2 - 9}{3 - \sqrt{x+6}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{3x\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{3x\sqrt{x}(-\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{-3x^2} = -\frac{1}{3}$$

(ریاضی ۳، حد و پیوستگی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴ و ۱۰۴ تا ۱۱۵)

۴

۳✓

۲

۱

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + \sin x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{3 \sin 3x}{3x} \right) + 1 = 3 + 1 = 4 \quad (*)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x-a} - \frac{x^2}{x+2} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x^2 - x^2 + ax^2}{x^2 + (2-a)x - 2a}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a+2)x^2}{x^2} = a+2$$

$$\xrightarrow{(*)} a+2 = 4 \Rightarrow a = 2$$

(ریاضی ۳، حد و پیوستگی، صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰ و ۱۰۴ تا ۱۱۵)

۴

۳

۲✓

۱

(مهمم بصیرایی)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \sqrt{x^4 + x^2 - 1}}{3x^2 + 2x + 5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2(1 + \sqrt{1 + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^4}})}{x^2(3 + \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2})}$$

$$= \frac{1 + \sqrt{1 + 0 - 0}}{3 + 0 + 0} = \frac{2}{3}$$

(ریاضی ۳، هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۵)

☒ ۴☐ ۳☐ ۲☐ ۱اگر $n = 2$ ، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^2 - x^2 + 5}{-2x^2 + 3x - 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2}{-2x^2} = +\infty$$

اگر $n = 3$ ، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^3 - x^2 + 5}{-2x^3 + 3x - 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5x^3}{-2x^3} = -\frac{5}{2}$$

اگر $n > 3$ ، آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^n}{-2x^n} = -3$$

(ریاضی ۳، هر و پیوستگی، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۵)

☒ ۴☐ ۳☐ ۲☐ ۱

(کامظم ابلالی)

با توجه به این که علامت صورت کسر در اطراف $x = -2$ مثبت است، پس مخرج کسر در دو طرف $x = -2$ باید دارای علامت یکسان باشد (یعنی در این نقطه تغییر علامت ندهد). همچنین مخرج کسر در این نقطه باید صفر باشد.

پس داریم:

$$\Delta = 0 \Rightarrow 64 - 4ab = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -8 \end{cases} \Rightarrow a + b = -10$$

$x = -2 \Rightarrow 4a + 16 + b = 0$ ریشه مخرج

البته می‌توان مخرج را به صورت $a(x+2)^2$ در نظر گرفت و a و b را به‌دست آورد:

$$a(x+2)^2 = ax^2 - 8x + b$$

$$ax^2 + 4ax + 4a = ax^2 - 8x + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4a = -8 \\ 4a = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -8 \end{cases} \Rightarrow a + b = -10$$

(ریاضی ۳، ص ۳ و پیوستگی، صفحه‌های ۹۰ تا ۱۰۳)

۴

۳

۲✓

۱

(کامظم ابلالی)

مخرج مشترک می‌گیریم:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax^2 + 2x^2 - 2bx^2 - bx^2 - bx}{2x^2 + x + 1} = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(a-2b)x^2 + (2-b)x^2 - bx}{2x^2 + x + 1} = 2$$

چون مقدار حد، عددی حقیقی است، پس باید حداکثر درجه‌ی صورت و مخرج برابر باشد.

$$a - 2b = 0 \Rightarrow a = 2b$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2-b)x^2}{2x^2} = 2 \Rightarrow 2 - b = 4 \Rightarrow b = -2$$

$$\Rightarrow a = -4 \Rightarrow a + b = -6$$

(ریاضی ۳، ص ۳ و پیوستگی، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۵)

۴✓

۳

۲

۱

(رضا پورفسینی)

$$\frac{2a + 2a + 1 + a}{3} = 12 \Rightarrow 5a = 35 \Rightarrow a = 7$$

داده‌ها: ۱۴, ۱۵, ۷

$$\sigma_x^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{(14 - 12)^2 + (15 - 12)^2 + (7 - 12)^2}{3} = \frac{4 + 9 + 25}{3} = \frac{38}{3}$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۸ و ۱۴۸ تا ۱۵۲)

۴

۳✓

۲

۱

اکنون با توجه به اینکه میانگین شش داده‌ی اولیه برابر پنج به‌دست آمده است، داریم:

$$\frac{0 + 9 + 7 + 4 + 4 + a}{6} = 5 \Rightarrow \frac{24 + a}{6} = 5 \Rightarrow a = 6$$

در نتیجه: $a - b = 6 - 5 = 1$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۸)

۴

۳

۲

۱✓

(رضا بفشنره)

با مقایسه‌ی فراوانی داده‌ها دیده می‌شود که این جامعه دارای دو مُد ۸۷ و ۹۳ است و داده‌های بین این دو عبارت‌اند از: {۸۸, ۸۹, ۹۱, ۹۲}

اگر از هر کدام از این اعداد ۸۷ واحد کم کنیم، داده‌های {۱, ۲, ۴, ۵} به‌دست می‌آید. به جای محاسبه‌ی واریانس داده‌های اصلی، می‌توانیم واریانس این

داده‌ها را محاسبه کنیم:

$$\bar{x} = \frac{1 + 2 + 4 + 5}{4} = 3$$

$$\sigma^2 = \frac{(1-3)^2 + (2-3)^2 + (4-3)^2 + (5-3)^2}{4} = \frac{10}{4} = 2.5$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۴۸ تا ۱۵۲)

۴✓

۳

۲

۱