



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara> (@riazisara)



ریاضی ، حسابان ، مجموع جملات دنباله های حسابی و هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۸۸- جواب معادله ی $x = \frac{5}{9}x^2 + 1 + 2 + 3 + \dots + x$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۹ (۳) ۶ (۴) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، ماکسیمم و مینیمم ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۹۳- اگر ماکزیمم تابع $f(x) = 4 + 8x + ax^2$ برابر ۲۰ باشد، آن گاه مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۱۶ (۴) -۱۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، ترکیب توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۹۴- اگر $g(x) = \log_2^x$ و دامنه ی تابع $f(x)$ بازه ی $[0, 4]$ باشد، دامنه ی تابع $f \circ g(x)$ کدام است؟

- (۱) $[1, 16]$ (۲) $(-\frac{1}{4}, 4]$ (۳) $[2, 16]$ (۴) $[1, 4]$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، توابع یک به یک و وارون ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۸۱- کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

(۱) هر تابعی که صعودی اکید باشد، یک به یک است. (۲) هر تابعی که صعودی باشد، وارون پذیر است.

(۳) هر تابعی که یک به یک باشد، نزولی اکید است. (۴) هر تابعی که نزولی باشد، وارون پذیر است.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، محاسبه تابع وارون ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۸۳- اگر تابع $y = ax^5 + b + 1$ معکوس خود را در $(1, 0)$ قطع کند، آن گاه حاصل $a^2 + b^2$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۴

(۳) ۲ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، اتحادهای مثلثاتی ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۹۲- اگر $\cot x - \tan x = 3$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\tan x - \tan^3 x}{(1 + \tan^2 x)^2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{13}$ (۲) $\frac{6}{13}$

(۳) $\frac{12}{13}$ (۴) $\frac{16}{13}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، معادلات مثلثاتی و حل آن ها ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۹۱- معادله $\frac{(\sin x + \cos x + 1)(\sin x + \cos x - 1)}{2 \sin x} = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) هیچ

شما پاسخ نداده اید

۸۹- اگر $\cot x = 2$ باشد، آن گاه حاصل $\frac{\sin^3 x + \sin^4 x + \sin^5 x}{\sin x + \sin^2 x + \sin^3 x}$ کدام است؟

(۱) $\frac{6}{5}$ (۲) $\frac{3}{5}$

(۳) $-\frac{3}{5}$ (۴) $-\frac{6}{5}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، وارون توابع مثلثاتی ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۹۷- اگر $\frac{x-1}{x} = f(\cos^{-1}(x-1))$ باشد، ضابطه‌ی $f(x)$ کدام است؟ ($x \neq 0$)

(۲) $\frac{1+\cos x}{\cos x}$

(۱) $\frac{\cos x}{1-\cos x}$

(۴) $\frac{\cos x}{1+\cos x}$

(۳) $\frac{1-\cos x}{\cos x}$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- جواب نامعادله‌ی $|\frac{\pi x}{4}| \leq \tan^{-1} |x|$ بازه‌ی $[a, b]$ است. بیش‌ترین مقدار $b-a$ کدام است؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) ۴

(۳) ۳

شما پاسخ نداده اید

۹۹- حاصل $\tan(\frac{5\pi}{4} + \tan^{-1}(\frac{3}{4}))$ کدام است؟

(۲) ۷

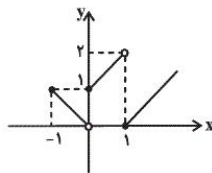
(۱) -۷

(۴) $-\frac{1}{7}$

(۳) $\frac{1}{7}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، حد توابع ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۱۲۰



۹۵- با توجه به نمودار روبه‌رو حاصل $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ کدام است؟

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) وجود ندارد.

(۳) ۳

شما پاسخ نداده اید

۹۰- چند تا از حدهای زیر وجود دارند؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

(ج) $\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{x}{x^2-1})$

(ب) $\lim_{x \rightarrow 1} (x - [x])$

(الف) $\lim_{x \rightarrow 0} |x|$

(۲) ۱

(۱) صفر

(۴) ۳

(۳) ۲

شما پاسخ نداده اید

۸۲- اگر $f(x) = [x] + [-x]$ باشد، آنگاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) + 2 \lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} f(x)$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

(۱) -۱ (۲) -۲

(۳) -۳ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۸۴- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} |x-a| - 3 & ; x \geq 1 \\ \frac{|x-1|}{x-1} & ; x < 1 \end{cases}$ در $x=1$ حد داشته باشد، مجموع مقادیر قابل قبول برای a کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲

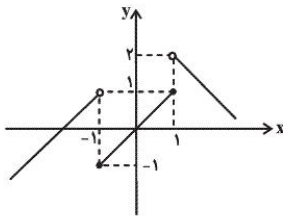
(۳) ۱ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۸۵- با توجه به نمودار تابع f ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x^2 - 1) - 2 \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(|x|)$ کدام است؟

(۱) -۵ (۲) -۲

(۳) -۱ (۴) وجود ندارد.



شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر $f(x) = \begin{cases} \tan \frac{\pi x}{\lambda} + 1 & ; |x| \leq 2 \\ 1 - \frac{x^2}{2} & ; |x| > 2 \end{cases}$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱

(۳) -۳ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۸۷- جدول زیر مربوط به تابع $y = f(x)$ است. با توجه به روند موجود در این جدول کدام گزینه صحیح است؟

x	$1/5$	$1/7$	$1/9$	$1/99$	$1/999$...
$f(x)$	$2/81$	$2/85$	$2/93$	$2/98$	$2/99$...

x	...	$2/001$	$2/01$	$2/1$	$2/3$	$2/6$
$f(x)$...	$4/001$	$4/01$	$4/18$	$4/23$	$4/31$

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$ (۲)

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$ (۱)

(۴) f در $x=2$ حد ندارد.

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- تابع $f(x) = \frac{1}{[x^2] - [x]^2}$ در همسایگی محذوف کدام نقطه تعریف شده است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است).

$$x = 0 \quad (2)$$

$$x = 1 \quad (1)$$

$$x = 2 \quad (4)$$

$$x = -1 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، قضایای حد توابع ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۹۶- اگر $\lim_{x \rightarrow a} (2 \sin^2 x + \sin x) = 0$ و $a \in [0, \pi]$ ، تعداد مقادیر a کدام است؟

$$2 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، نگاشت ، تبدیل ها - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۲۹- نقطه ی $M(\alpha, \beta)$ تحت نگاشت $T(x, y) = (2x + y, x - y)$ به نقطه $M'(-1, 4)$ تصویر شده است. تصویر نقطه ی $N(2\alpha - \beta, \alpha + \beta)$ تحت این

نگاشت کدام است؟

$$(-1, 4) \quad (2)$$

$$(1, -3) \quad (1)$$

$$(8, 7) \quad (4)$$

$$(4, -1) \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، قضایای مثلث متساوی الساقین و متساوی الاضلاع ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۲۵- در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$) از نقطه ی P واقع بر امتداد BC ، عمود PH را در نقطه ی H بر AB و عمود PH' را بر امتداد

AC رسم می کنیم. اگر $AB = 8$ و $BC = 4\sqrt{3}$ ، آن گاه حاصل $PH - PH'$ کدام است؟

$$\sqrt{33} \quad (2)$$

$$2\sqrt{13} \quad (1)$$

$$3\sqrt{6} \quad (4)$$

$$\sqrt{39} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، قضایای مربوط به هم‌رسمی در مثلث ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۲۶- M نقطه‌ای داخل مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۶ واحد است. اگر فاصله‌ی نقطه‌ی M تا سه ضلع مثلث برابر باشد، آن‌گاه مجموع فاصله‌های نقطه‌ی

M تا سه رأس این مثلث، برابر کدام است؟

$4\sqrt{3}$ (۲)

$2\sqrt{3}$ (۱)

$3\sqrt{3}$ (۴)

$6\sqrt{3}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، کمان در خور یک زاویه ، دایره - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۲۷- در مثلث ABC ، $BC = 4$ و AM میانه است. اگر $\hat{MAC} = 30^\circ$ ، حداکثر طول ضلع AB کدام است؟

$2 + \sqrt{3}$ (۲)

$4\sqrt{3}$ (۱)

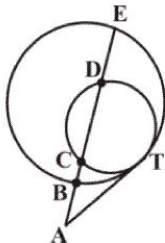
$2\sqrt{3} + 2$ (۴)

$2\sqrt{3} + 1$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، رابطه‌ی طولی در دایره ، دایره - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۲۲- در شکل زیر، دو دایره در نقطه‌ی T مماس درون‌اند. از نقطه‌ی A پاره‌خط AT ، مماس بر هر دو دایره و قاطع AE را رسم کرده‌ایم. اگر $AB = 4$ ،



$AD = 9$ و $CE = 8$ ، طول AC کدام است؟

$6/4$ (۲)

$5/6$ (۱)

6 (۴)

$6/2$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، مماس مشترک دو دایره ، دایره - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۲۱- طول کوتاه‌ترین مماس مشترک دو دایره‌ی متخارج، ۸ است. اگر طول خط‌المركزین این دو دایره ۱۰ و شعاع یکی از

دایره‌ها ۱ باشد، شعاع دایره‌ی دیگر، کدام است؟

- (۱) ۵
(۲) ۷
(۳) ۳
(۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، انتقال ، تبدیل‌ها - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۲۳- بردار انتقال T بر نیمساز ناحیه‌ی اول دستگاه مختصات منطبق است. اگر خط D' ، تصویر خط $D: 2x + 3y - 10 = 0$ تحت این تبدیل، از مبدأ مختصات

بگذرد، ضابطه‌ی این انتقال به کدام صورت است؟

- (۱) $T(x, y) = (x + 2, y + 2)$
(۲) $T(x, y) = (x - 1, y - 1)$
(۳) $T(x, y) = (x + 1, y + 1)$
(۴) $T(x, y) = (x - 2, y - 2)$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، دوران ، تبدیل‌ها - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۲۴- فاصله‌ی تبدیل یافته‌ی نقطه‌ی $A = (3, -5)$ تحت دوران به مرکز مبدأ مختصات و زاویه‌ی 270° ، تا نقطه‌ی A کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{17}$
(۲) ۶
(۳) ۱۰
(۴) $2\sqrt{34}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، تجانس ، تبدیل‌ها - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۳۰- خط $y = 8 - 2x$ تحت تجانس به مرکز $(5, 7)$ با نسبت k ، به خط $2x + y + 1 = 0$ تصویر شده است. k کدام است؟

- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، مسائل ترکیبی تبدیل ها ، تبدیل ها - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۲۸- ترکیب یک انتقال با یک دوران به اندازه ی θ حول مبدأ، کدام است؟ ($\theta \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$)

(۱) یک دوران (۲) یک انتقال

(۳) یک تجانس (۴) یک بازتاب مرکزی

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، قضایای شرطی و عکس آنها ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۴۲- عکس کدام یک از قضایای شرطی زیر، خود یک قضیه ی شرطی است؟ (n یک عدد طبیعی است)

(۱) اگر n^2 مضرب ۱۸ باشد، آنگاه n مضرب ۳ است.

(۲) اگر n^2 مضرب ۲۰ باشد، آنگاه n مضرب ۵ است.

(۳) اگر n^2 مضرب ۲۴ باشد، آنگاه n مضرب ۴ است.

(۴) اگر n^2 مضرب ۳۲ باشد، آنگاه n مضرب ۸ است.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، اصل لانه کبوتری ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۴۳- در بین هر ۱۵۴ عدد صحیح دلخواه، حداقل چند عدد وجود دارد که تفاضل هر دو تای آنها بر ۸ بخش پذیر باشد؟

(۱) ۱۸ (۲) ۱۹

(۳) ۲۰ (۴) ۲۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، تعداد زیرمجموعه ها و مجموعه ی توانی ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۴۱- اگر $A = \{a, \{a\}, \{\{a\}\}\}$ ، آنگاه تعداد عضوهای $P(P(A) - A)$ کدام است؟ ($P(A)$ مجموعه ی توانی A است)

(۱) ۶۴ (۲) ۲۵۶

(۳) ۳۲ (۴) ۱۲۸

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، حاصل ضرب دکارتی ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۴۴- A یک مجموعه ی ۴ عضوی و B یک مجموعه ی ۳ است، به گونه ای که $A - B' \subseteq B'$. مجموعه ی $(A - B) \times (B' - A')$ چند عضوی است؟

(۱) ۱ (۲) ۹

(۳) ۱۲ (۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، رابطه ی هم ارزی ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۴۵- اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ و رابطه ی هم ارزی R روی A^2 به صورت $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a - b = c - d$ تعریف شود، کلاس هم ارزی $(3, 2)$ چند عضوی است؟

- (۱) ۹
(۲) ۱۲
(۳) ۳
(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، پیشامدهای تصادفی ، احتمال و پدیده های تصادفی - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۴۶- در ساختن کلمات ۶ حرفی با حروف کلمه ی ABADAN، پیشامد آن که سه حرف A در کنار یکدیگر باشند، چند عضو دارد؟

- (۱) ۲۴
(۲) ۴۸
(۳) ۷۲
(۴) ۱۲۰

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- نقطه ای به تصادف از $S = \{(x, y) | 1 < x < 2, 1 < y < 3\}$ انتخاب می کنیم. اگر A پیشامدی باشد که در آن $x + 2y > 4$ ، آن گاه مساحت ناحیه ای که A را مشخص می کند، چقدر است؟

- (۱) $\frac{7}{2}$
(۲) $\frac{7}{4}$
(۳) $\frac{1}{2}$
(۴) $\frac{1}{4}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، احتمال هم شانس در فضاهای گسسته ، احتمال :اندازه گیری شانس - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۴۸- اعداد ۱ تا ۹ را بر روی ۹ کارت یکسان می نویسیم. اگر به تصادف دو کارت از بین آن ها بیرون آوریم، با کدام احتمال جمع اعداد این دو کارت، مضرب ۵ است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$
(۲) $\frac{2}{9}$
(۳) $\frac{3}{6}$
(۴) $\frac{3}{9}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- از میان ۴ معلم درس هندسه و ۵ معلم درس جبر و احتمال، می خواهیم یک کمیته ی ارزیاب ۳ نفری انتخاب کنیم. احتمال این که از هر دو دسته ی معلمان، نماینده ای در این کمیته باشد، کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{6}$
(۲) $\frac{4}{7}$
(۳) $\frac{2}{3}$
(۴) $\frac{5}{7}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- با حروف واژه‌ی «خوارزمی»، یک واژه‌ی پنج حرفی با حروف متمایز می‌سازیم. با کدام احتمال، واژه‌ی ساخته شده، با حرف نقطه‌دار آغاز می‌شود؟

- (۱) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{2}{7}$
(۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{4}{7}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، مجموع جملات دنباله های حسابی و هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۰۸- جواب معادله‌ی $x = \frac{5}{9}x^2 + x + 2 + 3 + \dots + 1$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۹
(۳) ۶ (۴) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، ماکسیمم و مینیمم ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۱۵- کدام گزینه‌ی زیر، معادله‌ای با ضرایب صحیح است که یکی از جواب‌های آن $x = \sqrt{6} - \sqrt{5}$ می‌باشد؟

- (۱) $x^4 - 22x^2 + 1 = 0$ (۲) $x^4 - 22x^2 - 1 = 0$
(۳) $x^4 - 11x^2 + 1 = 0$ (۴) $x^4 - 11x^2 - 1 = 0$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، حل معادلات به روش هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۱۷- معادله‌ی $|x| = \sqrt{4-x}$ چند جواب دارد؟

- (۱) یک جواب مثبت و یک جواب منفی (۲) دو جواب مثبت
(۳) دو جواب منفی (۴) جواب ندارد.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، توابع صعودی و نزولی ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۱۳- دامنه‌ی تابع $f(x) = \sqrt{1 + 2 \log_2 x}$ کدام است؟

- (۱) $[-2, 2]$ (۲) $(0, +\infty)$
(۳) $[\frac{1}{2}, +\infty)$ (۴) $(2, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، توابع یک به یک و وارون ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۰۱- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- (۱) هر تابعی که صعودی اکید باشد، یک‌به‌یک است. (۲) هر تابعی که صعودی باشد، وارون‌پذیر است.
(۳) هر تابعی که یک‌به‌یک باشد، نزولی اکید است. (۴) هر تابعی که نزولی باشد، وارون‌پذیر است.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، محاسبه تابع وارون ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۰۳- اگر تابع $y = ax^5 + b + 1$ معکوس خود را در $(1, 0)$ قطع کند، آن‌گاه حاصل $a^2 + b^2$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴
(۳) ۲ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، تابع پله ای و تابع جزء صحیح ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۱۸- اگر $f(x) = x - [x]$ و $g(x) = 2^x$ ، آن‌گاه کم‌ترین مقدار تابع gof کدام است؟ ($[]$ ، نماد جزء صحیح است).

- (۱) ۱ (۲) -۱
(۳) صفر (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، توابع تانژانت و کتانژانت ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۱۴- معادله‌ی $x - \sin 2x = 0$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳
(۳) بی‌شمار (۴) هیچ

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، اتحادهای مثلثاتی ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۱۲- اگر $\cot x - \tan x = 3$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\tan x - \tan^3 x}{(1 + \tan^2 x)^2}$ کدام است؟

$$(1) \quad \frac{3}{13} \quad (2) \quad \frac{6}{13}$$

$$(3) \quad \frac{12}{13} \quad (4) \quad \frac{16}{13}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- حاصل عبارت $\tan \frac{x}{2}$ کدام است؟

$$(1) \quad \frac{2 \sin x}{1 - \cos x} \quad (2) \quad \frac{\cos x}{1 - \sin x}$$

$$(3) \quad \frac{1 - \cos x}{\sin x} \quad (4) \quad \frac{1 + \cos x}{\sin x}$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، معادلات مثلثاتی و حل آن ها ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۱۱- معادله $\frac{(\sin x + \cos x + 1)(\sin x + \cos x - 1)}{2 \sin x} = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

$$(1) \quad 1 \quad (2) \quad 2$$

$$(3) \quad 3 \quad (4) \quad \text{هیچ}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر $\cot x = 2$ باشد، آن گاه حاصل $\frac{\sin^3 x + \sin^4 x + \sin^5 x}{\sin x + \sin^2 x + \sin^3 x}$ کدام است؟

$$(1) \quad \frac{6}{5} \quad (2) \quad \frac{2}{5}$$

$$(3) \quad \frac{-3}{5} \quad (4) \quad \frac{-6}{5}$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، وارون توابع مثلثاتی ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۱۹- حاصل $\cos^2(\frac{1}{2}\cos^{-1}(\frac{1}{10}))$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{10}$ (۲) $\frac{1}{20}$

(۳) $\frac{11}{20}$ (۴) $\frac{9}{10}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- حاصل عبارت $A = \sin^{-1}(\sin^4 \frac{\pi}{9} - \cos^4 \frac{\pi}{9})$ کدام است؟

(۱) $\frac{5\pi}{9}$ (۲) $-\frac{5\pi}{9}$

(۳) $\frac{5\pi}{18}$ (۴) $-\frac{5\pi}{18}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، حد توابع ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۱۰- چند تا از حدهای زیر وجود دارند؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

(الف) $\lim_{x \rightarrow 0} |x|$ (ب) $\lim_{x \rightarrow 1} (x - [x])$ (ج) $\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{x}{x^2 - 1})$

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} |x-a| - 3 & ; x \geq 1 \\ \frac{|x-1|}{x-1} & ; x < 1 \end{cases}$ در $x=1$ حد داشته باشد، مجموع مقادیر قابل قبول برای a کدام است؟

(۱) -۲ (۲) ۲

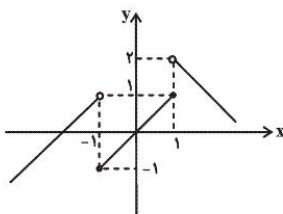
(۳) ۱ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- با توجه به نمودار تابع f ، حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} f(x^2 - 1) - 2 \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(|x|)$ کدام است؟

(۱) -۵ (۲) -۲

(۳) -۱ (۴) وجود ندارد.



شما پاسخ نداده اید

$$f(x) = \begin{cases} \tan \frac{\pi x}{8} + 1 & ; |x| \leq 2 \\ 1 - \frac{x^2}{2} & ; |x| > 2 \end{cases}$$

۱۰۶- اگر $f(x)$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۱

(۳) -۳ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- جدول زیر مربوط به تابع $y = f(x)$ است. با توجه به روند موجود در این جدول کدام گزینه صحیح است؟

x	۱/۵	۱/۷	۱/۹	۱/۹۹	۱/۹۹۹	...
f(x)	۲/۸۱	۲/۸۵	۲/۹۳	۲/۹۸	۲/۹۹	...

x	...	۲/۰۰۱	۲/۰۱	۲/۱	۲/۳	۲/۶
f(x)	...	۴/۰۰۱	۴/۰۱	۴/۱۸	۴/۲۳	۴/۳۱

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$ (۲)

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$ (۱)

(۴) f در $x = 2$ حد ندارد.

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر $f(x) = [x] + [-x]$ باشد، آن گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) + 2 \lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} f(x)$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

(۱) -۱ (۲) -۲

(۳) -۳ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، نگاشت ، تبدیل ها - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۳۴- به ازای چند مقدار a ، تصویر نقاط $A(a, a+1)$ ، $B(2a, a-1)$ و $C(-a, 3+2a)$ تحت نگاشت $M(x, y) = (x, 0)$ ، روی یک خط قرار می گیرند؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) بی شمار

(۳) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- نقطه $M(\alpha, \beta)$ تحت نگاشت $T(x, y) = (2x + y, x - y)$ به نقطه $M'(-1, 4)$ تصویر شده است. تصویر نقطه $N(2\alpha - \beta, \alpha + \beta)$ تحت این

نگاشت کدام است؟

(۲) $(-1, 4)$

(۱) $(1, -3)$

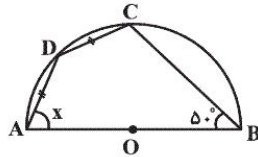
(۴) $(8, 7)$

(۳) $(4, -1)$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۱- در شکل زیر، $AD = DC$ و $\hat{ABC} = 50^\circ$. اگر $\hat{BAD} = x$ ، آن گاه x چند درجه است؟ (AB قطر و O مرکز

نیم دایره است.)



(۱) ۶۰

(۲) ۶۵

(۳) ۷۰

(۴) ۷۵

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، کمان در خور یک زاویه ، دایره - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۳۹- در مثلث ABC ، $BC = 4$ و AM میانه است. اگر $\hat{MAC} = 30^\circ$ ، حداکثر طول ضلع AB کدام است؟

(۲) $2 + \sqrt{3}$

(۱) $4\sqrt{3}$

(۴) $2\sqrt{3} + 2$

(۳) $2\sqrt{3} + 1$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، رابطه‌ی طولی در دایره ، دایره - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۳۷- در شکل زیر، دو دایره در نقطه‌ی T مماس درون‌اند. از نقطه‌ی A پاره خط AT ، مماس بر هر دو دایره و قاطع AE را رسم کرده‌ایم. اگر $AB = 4$ ،

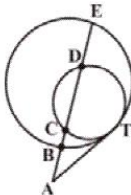
$AD = 9$ و $CE = 8$ ، طول AC کدام است؟

(۱) $5/6$

(۲) $6/4$

(۳) $6/2$

(۴) ۶



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، مماس مشترک دو دایره ، دایره - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۳۶- طول کوتاه‌ترین مماس مشترک دو دایره‌ی متخارج، ۸ است. اگر طول خط‌المركزین این دو دایره ۱۰ و شعاع یکی از دایره‌ها ۱ باشد، شعاع دایره‌ی دیگر،

کدام است؟

(۲) ۷

(۱) ۵

(۴) ۱

(۳) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، انتقال ، تبدیل‌ها - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۳۲- در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، انتقالی که رأس $B = (3, -1)$ را به نقطه‌ی تقاطع دو قطر متوازی‌الاضلاع تصویر می‌کند، رأس $D = (-3, 1)$ را به کدام

نقطه تصویر می‌کند؟

(۲) $(6, -2)$

(۱) $(-6, 2)$

(۴) $(0, 0)$

(۳) $(9, -3)$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، بازتاب ، تبدیل ها - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۳۳- دو نقطه‌ی $A(m-1, 2)$ و $B(1, n+2)$ بازتاب یافته‌ی یکدیگر، نسبت به خط $L: 2y + x - 2 = 0$ هستند، حاصل $\frac{m}{n}$ کدام است؟ ($n \neq 0$)

- (۱) $-\frac{8}{3}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) -1 (۴) -2

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، دوران ، تبدیل ها - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۳۸- فاصله‌ی تبدیل یافته‌ی نقطه‌ی $A = (3, -5)$ تحت دوران به مرکز مبدأ مختصات و زاویه‌ی 270° ، تا نقطه‌ی A کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{17}$ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) $2\sqrt{34}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، مسائل ترکیبی تبدیل ها ، تبدیل ها - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۳۵- اگر نقطه‌ای مانند A را ابتدا نسبت به محور y ها قرینه کنیم تا نقطه‌ی A' به دست آید سپس نقطه‌ی A' را نسبت به نیمساز ناحیه‌های اول و سوم مختصات قرینه می‌کنیم، تا نقطه‌ی A'' به دست آید. تحت کدام دوران نقطه‌ی A مستقیماً به نقطه‌ی A'' تصویر می‌شود؟

- (۱) دوران به مرکز مبدأ با زاویه‌ی 360° (۲) دوران به مرکز مبدأ با زاویه‌ی 270° (۳) دوران به مرکز مبدأ با زاویه‌ی 180° (۴) دوران به مرکز مبدأ با زاویه‌ی 90°

شما پاسخ نداده اید



ریاضی ، حسابان ، مجموع جملات دنباله های حسابی و هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۸۸-

(قاسم کتابچی)

اعداد $x, \dots, 3, 2, 1$ تشکیل یک دنباله ی حسابی با قدرنسبت ۱ می دهند

که مجموع آن ها برابر با $\frac{x(x+1)}{2}$ است. پس:

$$1 + 2 + 3 + \dots + x = \frac{x(x+1)}{2} = \frac{5}{9}x^2$$

$$\xrightarrow{x \neq 0} 10x = 9x + 9 \Rightarrow x = 9$$

(مسابان - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات - صفحه های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، حسابان ، ماکسیموم و مینییم ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۹۳-

(علی دلرایی نیا)

چون ضابطه ی تابع داده شده به صورت معادله ی یک سهمی است و دارای ماکزیمم می باشد لذا $a < 0$ پس گزینه های «۱» و «۳» حذف می شوند. از طرفی ماکزیمم سهمی همان عرض رأس سهمی است که از رابطه ی

$$\frac{4ac - b^2}{4a} \text{ به دست می آید، لذا:}$$

$$20 = \frac{4(a)(4) - 8^2}{4a} \Rightarrow \frac{16a - 64}{4a} = 20 \Rightarrow 4 - \frac{16}{a} = 20 \Rightarrow a = -1$$

(مسابان - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات - صفحه های ۱۸ و ۱۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، حسابان ، ترکیب توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۹۴

(امیر حسین افشار)

می‌بایست تابع $f(\log_2^x)$ را بررسی کنیم، با توجه به این که $D_f : [0, 4]$ است، بنابراین تابع f فقط اعداد بازه‌ی $[0, 4]$ را به عنوان ورودی قبول می‌کند. پس داریم:

$$0 \leq \log_2^x \leq 4 \Rightarrow \log_2^1 \leq \log_2^x \leq \log_2^{16} \Rightarrow 1 \leq x \leq 16$$

(حسابان - تابع - صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

۴

۳

۲

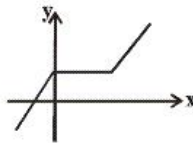
۱ ✓

ریاضی ، حسابان ، توابع یک به یک و وارون ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۸۱

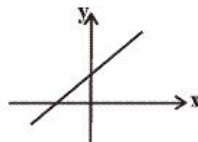
(مریم مالمیر)

مثال نقض گزینه‌ی «۲»



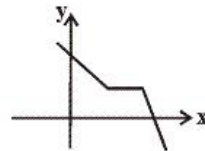
تابع مورد نظر یک به یک نبوده، لذا وارون پذیر نیست.

مثال نقض گزینه‌ی «۳»:



تابع مورد نظر یک به یک بوده ولی صعودی اکید است.

مثال نقض گزینه‌ی «۴»:



تابع مورد نظر نزولی بوده ولی یک به یک نبوده و در نتیجه وارون پذیر نیست.

گزینه‌ی «۱» همواره صحیح است.

(حسابان - تابع - صفحه‌های ۸۰ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، حسابان ، محاسبه تابع وارون ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۸۳

(مهمبر فئران)

نکته: معکوس تابع و خود تابع می‌توانند در نقاطی به‌جز خط $y = x$ همدیگر را قطع کنند و این نقاط نسبت به خط $y = x$ متقارن هستند. یعنی اگر $(۱, ۰)$ نقطه‌ی تلاقی f و $f^{-۱}$ است، $(۰, ۱)$ نیز نقطه‌ی تلاقی f و $f^{-۱}$ است.

$$\begin{cases} f(۱) = ۰ \\ f(۰) = ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(۱) = a + b + ۱ = ۰ \\ f(۰) = b + ۱ = ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -۱ \\ b = ۰ \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = ۱$$

(مسابان- تابع- صفحه‌های ۱۹ تا ۹۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، حسابان، اتحادهای مثلثاتی، مثلثات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۹۲

(مهمبر مصطفی ابراهیمی)

$$\cot x - \tan x = 2 \cot 2x = 3 \Rightarrow \cot 2x = \frac{3}{2} \Rightarrow \tan 2x = \frac{2}{3}$$

$$\begin{aligned} \frac{\tan x - \tan^3 x}{(1 + \tan^2 x)^2} &= \frac{\tan x}{1 + \tan^2 x} \times \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{1}{2} \sin 2x \cos 2x \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \sin 4x = \frac{1}{4} \sin 4x \end{aligned}$$

اگر $\tan 2x = \frac{2}{3}$ باشد، آن‌گاه:

$$\sin 4x = \frac{2 \tan 2x}{1 + \tan^2 2x} = \frac{2(\frac{2}{3})}{1 + (\frac{2}{3})^2} = \frac{\frac{4}{3}}{1 + \frac{4}{9}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{13}{9}} = \frac{12}{13}$$

بنابراین مقدار $\frac{1}{4} \sin 4x$ برابر $\frac{3}{13}$ است. $\frac{1}{4}(\frac{12}{13}) = \frac{3}{13}$

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، حسابان، معادلات مثلثاتی و حل آن‌ها، مثلثات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۹۱

(امیر حسین افشار)

$$\frac{(\sin x + \cos x + 1)(\sin x + \cos x - 1)}{2 \sin x} = \frac{(\sin x + \cos x)^2 - 1}{2 \sin x}$$

$$= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x - 1}{2 \sin x}$$

$$\Rightarrow \frac{2 \sin x \cos x}{2 \sin x} = \cos x = 1 \xrightarrow{0 \leq x \leq 2\pi} \begin{cases} x = 0 \\ x = 2\pi \end{cases}$$

با توجه به این که جواب های به دست آمده، ریشه ی مخرج هستند، غیر قابل قبول اند.

(مسابان - مثلثات - صفحه های ۱۱۰ تا ۱۲۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۸۹

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

اول حاصل کسر را ساده می کنیم:

$$\frac{(\sin 3x + \sin 5x) + \sin 4x}{(\sin x + \sin 3x) + \sin 2x} = \frac{2 \sin 4x \cos x + \sin 4x}{2 \sin 2x \cos x + \sin 2x}$$

$$= \frac{\sin 4x(2 \cos x + 1)}{\sin 2x(2 \cos x + 1)} = \frac{\sin 4x}{\sin 2x} = \frac{2 \sin 2x \cos 2x}{\sin 2x} = 2 \cos 2x$$

اگر $\cot x = 2$ باشد، آن گاه $\tan x = \frac{1}{2}$ است و طبق رابطه ی

$$\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \quad \text{داریم:}$$

$$2 \cos 2x = 2 \left(\frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x} \right) = 2 \left(\frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2}{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} \right) = 2 \left(\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{4}} \right) = 2 \left(\frac{3}{5} \right) = \frac{6}{5}$$

(مسابان - مثلثات - صفحه های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

اگر قرار دهیم $t = \cos^{-1}(x-1)$ ، داریم:

$$x-1 = \cos t \Rightarrow x = 1 + \cos t$$

$$\Rightarrow f(t) = \frac{1 + \cos t - 1}{1 + \cos t} = \frac{\cos t}{1 + \cos t} \Rightarrow f(x) = \frac{\cos x}{1 + \cos x}$$

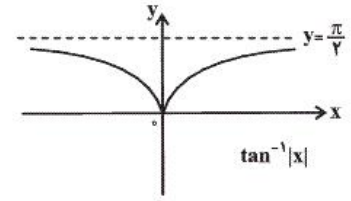
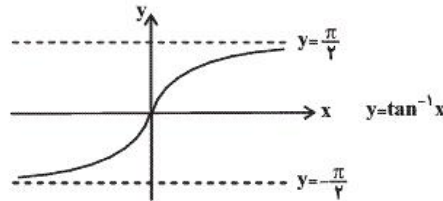
(مسئله - مثلثات - صفحه‌های ۱۹ تا ۹۵ و ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۴ ✓

۳

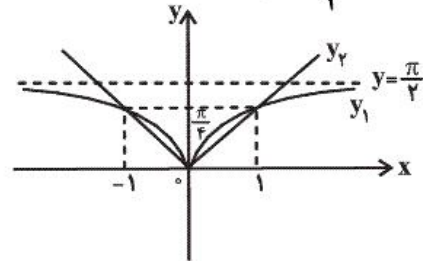
۲

۱



و همچنین اگر $y_2 = \left| \frac{\pi x}{4} \right|$ را در همین دستگاه رسم کنیم:

x	۰	+۱	-۱
$\left \frac{\pi x}{4} \right $	۰	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}$



با توجه به شکل واضح است که در بازه $[-1, 1]$ نمودار $\tan^{-1} |x|$

از $\left| \frac{\pi x}{4} \right|$ بالاتر است، در نتیجه:

$$\text{Max}(b-a) = (1 - (-1)) = 2$$

(مسئله - مثلثات - صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲ و ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

(قاسم کتابچی)

می‌دانیم:

$$\tan \frac{5\pi}{4} = \tan\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \tan \frac{\pi}{4} = 1$$

$$\tan\left(\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)\right) = \frac{3}{4}$$

$$\tan\left(\frac{5\pi}{4} + \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)\right) = \frac{\tan \frac{5\pi}{4} + \frac{3}{4}}{1 - \tan \frac{5\pi}{4} \times \frac{3}{4}} = \frac{1 + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}} = \frac{\frac{7}{4}}{\frac{1}{4}} = 7$$

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷ و ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، حسابان ، حد توابع ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۱۲۰

(مهمرامین نبافته)

با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ فقط سمت راست نقطه‌ی $x = -1$ تعریف شده است. پس $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 1$ می‌باشد. ازطرفی $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$ است.

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 + 0 = 1$$

(مسابان- هر و پیوستگی توابع- صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲✓

۱

تابع $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ در $x = 1$ حد ندارد، زیرا با نزدیک شدن x به عدد۱ مقادیر $\frac{x}{x^2 - 1}$ به هیچ عدد خاصی نزدیک نمی‌شود.

(مسابان- هر و پیوستگی توابع- صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴

۳

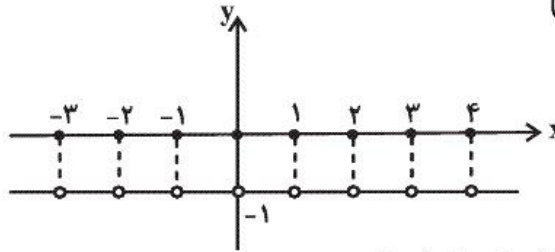
۲✓

۱

-۸۲

(معمدمین نیافته)

می‌دانیم $f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ و نمودار آن به صورت



زیر است:

حد این تابع در تمام نقاط برابر -۱ است. پس:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) + 2 \lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} f(x) = -1 + 2(-1) = -3$$

(مسئله - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

مقدار حد چپ تابع در $x=1$ را برابر -۱ به دست آوردیم. این مقدار باید با حد راست آن برابر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (|x-a| - 3) = |1-a| - 3 = -1 \Rightarrow |1-a| = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1-a = 2 \Rightarrow a = -1 \\ 1-a = -2 \Rightarrow a = 3 \end{cases}$$

$$a \text{ مجموع مقادیر } -1 + 3 = 2$$

(مسئله - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۸۵

(معمدمصطفی ابراهیمی)

اگر $x \rightarrow 0$ میل کند آن گاه $x^2 \rightarrow 0^+$ میل می‌کند.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x^2 - 1) = f(0^+ - 1) = f((-1)^+) = -1$$

به علاوه وقتی می‌خواهیم قدر مطلق $(-1)^-$ را به دست آوریم باید آن را قرینه کنیم که قرینه‌ی آن برابر 1^+ می‌شود.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(|x|) = f(|(-1)^-|) = f(1^+) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x^2 - 1) - 2 \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(|x|) = -1 - 2(2) = -1 - 4 = -5$$

(مسئله - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مسئله فایلو)

$$f(x) = \begin{cases} \tan \frac{\pi x}{8} + 1 & ; -2 \leq x \leq 2 \\ 1 - \frac{x^2}{2} & ; x > 2 \text{ یا } x < -2 \end{cases}$$

برای پیدا کردن حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x)$ باید از ضابطه‌ی پایینی استفاده کنیم:

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \left(1 - \frac{x^2}{2}\right) = 1 - \frac{(-2)^2}{2} = 1 - 2 = -1$$

برای پیدا کردن حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ باید از ضابطه‌ی بالایی استفاده کنیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\tan \frac{\pi x}{8} + 1\right) = \tan \frac{2\pi}{8} + 1 \\ &= \tan \frac{\pi}{4} + 1 = 1 + 1 = 2 \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1 - 2 = -3$$

(مسئله - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

در جدول دوم وقتی x از مقادیر بیش‌تر از ۲ به عدد ۲ نزدیک می‌شود، مقادیر $f(x)$ از مقادیر بیش‌تر از ۴ به عدد ۴ نزدیک می‌شود. پس $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$ است.

پس چون حد چپ و راست تابع f در $x = 2$ با هم برابر نیست، تابع f در $x = 2$ حد ندارد.

(مسئله - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۰۰

(کامپلکس)

صفر شدن مخرج کسر تابع در اطراف نقاط داده شده را بررسی می‌کنیم:

$$x \rightarrow 1^- \Rightarrow [x^2] - [x]^2 = [1^-] - [1^-]^2 = 0 - 0 = 0$$

بنابراین تابع در همسایگی چپ $x=1$ تعریف نشده است.

$$x \rightarrow 0^+ \Rightarrow [x^2] - [x]^2 = [0^+] - [0^+]^2 = 0 - 0 = 0$$

بنابراین تابع در همسایگی راست $x=0$ تعریف نشده است.

$$x \rightarrow 2^+ \Rightarrow [x^2] - [x]^2 = [4^+] - [2^+]^2 = 4 - 4 = 0$$

بنابراین تابع در همسایگی راست $x=2$ تعریف نشده است.

$$x \rightarrow (-1)^+ \Rightarrow [x^2] - [x]^2 = [1^-] - [(-1)^+]^2 = 0 - 1 = -1$$

$$x \rightarrow (-1)^- \Rightarrow [x^2] - [x]^2 = [1^+] - [(-1)^-]^2 = 1 - 4 = -3$$

بنابراین تابع در همسایگی راست و چپ نقطه‌ی $x=-1$ تعریف شده است.

(مسئله‌ها - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۴۰ تا ۱۴۴)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، حسابان ، قضایای حد توابع ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۹۶

(معمده مصطفی ابراهیمی)

در تابع $f(x) = \sin x$ می‌دانیم $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ است:

$$\lim_{x \rightarrow a} (2 \sin^2 x + \sin x) = 2 \sin^2 a + \sin a = \sin a (2 \sin a + 1) = 0$$

$$\begin{cases} \sin a = 0 \Rightarrow a = 0, \pi \\ \sin a = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{در بازه } [0, \pi] \text{ جواب ندارد.} \end{cases}$$

بنابراین به ازای مقدار a حاصل حد برابر صفر است.

(مسئله‌ها - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۳ و ۱۴۵ تا ۱۴۹)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، نگاشت ، تبدیل‌ها - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۲۹

(مفسر محمد کریمی)

$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = -1 \\ \alpha - \beta = 4 \end{cases} \Rightarrow \alpha = 1, \beta = -3$$

$$\begin{cases} 2\alpha - \beta = 5 \\ \alpha + \beta = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \times 5 - 2 = 8 \\ 5 - (-2) = 7 \end{cases}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۱۳ تا ۹۰)

۴✓

۳

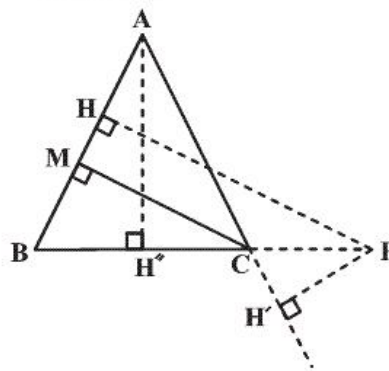
۲

۱

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، قضایای مثلث متساوی الساقین و متساوی الاضلاع ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۲۵

(نویر مفیدی)



بنا بر تمرین ۱۳ صفحه‌ی ۲۲ کتاب

درسی هندسه (۲) مقدار $PH - PH'$

باید برابر با ارتفاع وارد بر ساق مثلث

(یعنی CM) باشد، پس در ابتدا AH''

را می‌یابیم:

$$AH'' = \sqrt{AB^2 - BH''^2} \quad \text{رابطه‌ی فیثاغورس مثلث } ABH''$$

$$= \sqrt{64 - 12} \Rightarrow AH'' = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

اما $AB \times CM = BC \times AH''$ ، پس:

$$CM = \frac{BC \times AH''}{AB} = \frac{4\sqrt{3} \times 2\sqrt{13}}{8} = \sqrt{39}$$

(هندسه ۲- استدلال در هندسه- صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۴

۳✓

۲

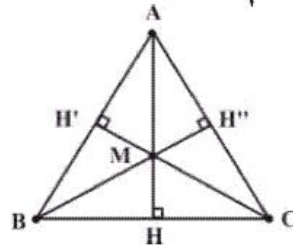
۱

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، قضایای مربوط به هم‌رسمی در مثلث ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۱۲۰

(مهندس علی نادرپور)

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

ارتفاع مثلث



چون فاصله‌های M تا سه ضلع برابر است

پس M روی نیمساز هر سه زاویه قرار دارد

یعنی M نقطه‌ی برخورد سه نیمساز است.

از طرفی چون مثلث متساوی‌الاضلاع است پس نیمسازها، میانه‌ها، ارتفاع‌ها

و عمودمنصف‌های مثلث نیز هستند پس M نقطه‌ی برخورد سه میانه است

و فاصله‌ی M تا هر رأس، دو برابر فاصله‌ی M تا هر ضلع است یعنی

$$MA = MB = MC = \frac{2}{3}AH = 2\sqrt{3}$$

در نتیجه:

$$MA + MB + MC = 6\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- استرلا در هندسه - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶)

۴

۳✓

۲

۱

(هنر سه ۲-، دایره - صفحه های ۹۱ تا ۹۴، ۷۴ تا ۷۸)

1

(15 μm μφ)

(هنر سه ۲-، ادب- صفحه های ۷۴ تا ۷۸)

1

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، مماس مشترک دو دایره ، دایره - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۲۱

(ناصر پایافر)

نکته ی درسی: اگر L را طول مماس مشترک داخلی و L' را طول مماس مشترک خارجی دو دایره ی متخارج $C(O, R)$ و $C'(O', R')$ در نظر بگیریم، همواره خواهیم داشت:

$$\begin{cases} L = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2} \\ L' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} \end{cases} \Rightarrow L < L'$$

یعنی در دو دایره ی متخارج، همواره طول مماس مشترک داخلی، کوچک تر از طول مماس مشترک خارجی است. پس:

$$8 = \sqrt{10^2 - (R + R')^2} \Rightarrow 64 = 100 - (R + R')^2$$

$$\xrightarrow{R'=1} R + 1 = 6 \Rightarrow R = 5$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه های ۸۰ و ۸۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، انتقال ، تبدیل ها - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۲۳

(محمدرابراهیم کیتی زاده)

ضابطه ی انتقال $T(x, y) = (x + a, y + a)$ بردار انتقال $\vec{u} = (a, a)$:

$$T(x, y) = (x', y') \Rightarrow (x + a, y + a) = (x', y')$$

$$\Rightarrow (x = x' - a, y = y' - a)$$

$$D': 2(x' - a) + 3(y' - a) - 10 = 0$$

$$\xrightarrow{x'=0, y'=0} a = -2 \Rightarrow \vec{u} = (-2, -2)$$

$$\Rightarrow T(x, y) = (x - 2, y - 2)$$

(هندسه ۲- تبدیل ها- صفحه های ۹۱ تا ۹۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، دوران ، تبدیل ها - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۲۴

(امیرمسین ابرومحبوب)

ضابطه‌ی دوران به مرکز مبدأ مختصات و زاویه‌ی 270° به صورت زیر است:

$$T(x, y) = (y, -x) \Rightarrow T(3, -5) = (-5, -3)$$

$$|AA'| = \sqrt{(-5-3)^2 + (-3+5)^2} = \sqrt{64+4} = 2\sqrt{17}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۱)

۴

۳

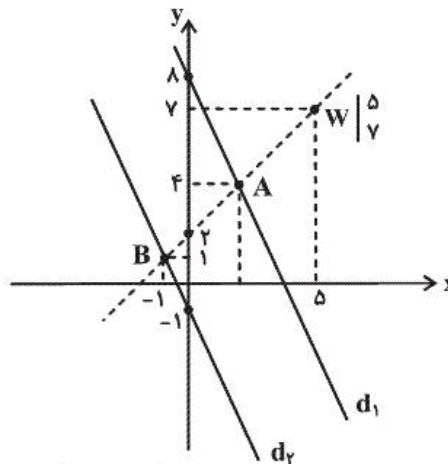
۲

۱✓

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، تجانس ، تبدیل‌ها - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۳۰

(مفسر ممبرگرمی)



برای یافتن k کافی است خط دلخواهی را از W گذرانده و با خطوط d_1 و d_2 قطع دهیم تا محل برخورد آن‌ها مشخص شود. مثلاً خط $y = x + 2$ که در این صورت مطابق شکل مختصات A و B عبارت‌اند از:

$$A \begin{vmatrix} 2 \\ 4 \end{vmatrix} \text{ و } B \begin{vmatrix} -1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$k = \frac{|WB|}{|WA|} = \frac{\sqrt{(-1-5)^2 + (1-7)^2}}{\sqrt{(5-2)^2 + (7-4)^2}} = 2$$

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۲۲)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، مسائل ترکیبی تبدیل‌ها ، تبدیل‌ها - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۲۸

(مفسر ممبری)

ترکیب داده شده در حالت کلی راستای یک پاره‌خط را تغییر می‌دهد، اما گزینه‌های «۲»، «۳»، «۴» راستای پاره‌خط را ثابت نگاه می‌دارد.

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۹۱ تا ۱۱۹)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی ، جبر و احتمال ، قضایای شرطی و عکس آنها ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۴۲-

(امیر حسین ابومحبوب)

(۱) برای این که n^2 مضرب ۱۸ باشد، لازم است n مضرب ۲ و ۳ باشد.

(۲) برای این که n^2 مضرب ۲۰ باشد، لازم است n مضرب ۲ و ۵ باشد.

(۳) برای این که n^2 مضرب ۲۴ باشد، لازم است n مضرب ۳ و ۴ باشد.

(مبرو افعال - استدلال ریاضی - صفحه های ۲۲ و ۲۳)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی ، جبر و احتمال ، اصل لانه کبوتری ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۴۳-

(سید عادل رضا مرتضوی)

تفاضل دو عدد هنگامی بر ۸ بخش پذیر است که هر دو عدد در تقسیم بر ۸ هم باقی مانده باشند. حال اگر a یک عدد صحیح دلخواه باشد، در تقسیم بر ۸ به صورت زیر است:

$$a = 8q + r; r = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

۸ باقیمانده

حال ۱۵۴ عدد صحیح را کبوترها و ۸ نوع باقیمانده را لانه ها در نظر می گیریم و طبق اصل لانه کبوتری ($154 > 19 \times 8$) حداقل ۲۰ عدد صحیح در تقسیم بر ۸ هم باقی مانده اند.

(مبرو افعال - استدلال ریاضی - صفحه های ۲۸ تا ۳۰)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی ، جبر و احتمال ، تعداد زیرمجموعه ها و مجموعه ی توانی ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۴۱-

(امیر حسین ابومحبوب)

مجموعه ی $P(A)$ دارای ۸ عضو است که دو عضو $\{a\}, \{a\}$ با مجموعه ی A مشترک می باشد پس $(P(A) - A)$ دارای ۶ عضو بوده و مجموعه ی توانی آن $2^6 = 64$ عضو دارد.

(مبرو افعال - مجموعه - ضرب دکارتی و رابطه - صفحه های ۳۹، ۴۰ و ۵۰)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

ریاضی ، جبر و احتمال ، حاصل ضرب دکارتی ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۴۴

(نوید مییری)

می‌دانیم $A - B' = A \cap B$ ، پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} A \cap B \subseteq B' \\ A \cap B \subset B \end{array} \right\} \Rightarrow A \cap B \subseteq \underbrace{B' \cap B}_{\phi}$$

در نتیجه $A \cap B = \phi$ است، یعنی دو مجموعه‌ی A و B ، جدا از

$$(A - B) \times \underbrace{(B' - A')}_{=A-B} = A \times A = A^2 \quad \text{هم‌اند و داریم:}$$

$$\Rightarrow |(A - B) \times (B' - A')| = |A^2| = |A|^2 = 4^2 = 16$$

(پیر و احتمال - مجموعه - ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۵۰، ۵۱ و ۵۶ تا ۵۸)

☒ ۴☐ ۳☐ ۲☐ ۱

ریاضی، جبر و احتمال، رابطه‌ی هم ارزی، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۴۵

(سروش موئینی)

این رابطه وقتی برقرار است که در دو زوج مرتب (a, b) و (c, d) ،

تفاضل مؤلفه دوم از اول، با هم مساوی باشد. پس:

$$[(3, 2)] = \{(x, y) \mid 3 - 2 = x - y\}$$

پس $x - y = 1$ و زوج‌های $(2, 1)$ و $(3, 2)$ و $(4, 3)$ و $(5, 4)$ در این کلاس هم‌ارزی قرار دارند.

(پیر و احتمال - مجموعه - ضرب دکارتی و رابطه - صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

☒ ۴☐ ۳☐ ۲☐ ۱

ریاضی، جبر و احتمال، پیشامدهای تصادفی، احتمال و پدیده‌های تصادفی - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۴۶

(امیر حسین ابومحبوب)

برای محاسبه‌ی تعداد پیشامدهای موردنظر کافی است سه حرف A را

به یکدیگر بسته و یکی فرض کنیم. تعداد پیشامدها برابر است با:

$$\text{○○○} \quad \text{○○○} \quad \text{○○○}$$

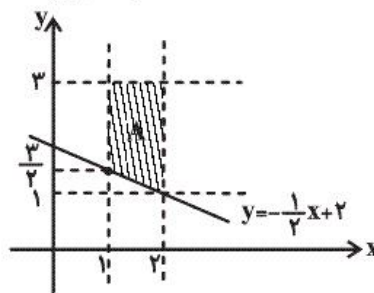
$$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

(پیر و احتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی - صفحه‌های ۷۴ تا ۷۷)

☐ ۴☐ ۳☐ ۲☒ ۱

-۱۴۷

(معصومه گزایی)



$$x + 2y = 4 \Rightarrow 2y = -x + 4$$

$$\Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2$$

$$x = 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} + 2 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$$

$$\text{مساحت ناحیه‌ی هاشورخورده} = \frac{(2 + \frac{3}{2}) \times 1}{2} = \frac{\frac{7}{2}}{2} = \frac{7}{4}$$

(پیر و احتمال - احتمال و پدیده‌های تصادفی - صفحه‌های ۷۴ تا ۷۹)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، جبر و احتمال، احتمال هم شانس در فضاهای گسسته، احتمال: اندازه‌گیری شانس - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۴۸

(علیرضا شریف‌فطیپی)

در هر یک از حالت‌های زیر مجموع دو عدد بر ۵ بخش پذیر است:

$$\{1, 4\}, \{2, 3\}$$

$$\{2, 8\}, \{1, 9\}$$

$$\{3, 7\}, \{4, 6\}$$

$$\{7, 8\}, \{6, 9\}$$

اگر پیشامد مطلوب را A بنامیم:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{8}{\binom{9}{2}} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

(پیر و احتمال - احتمال: اندازه‌گیری شانس - صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۴۹

(نویر مهیری)

پیشامد مطلوب، آن است که یک معلم هندسه و دو معلم جبر عضو کمیته باشند یا برعکس. اگر S فضای نمونه‌ای انتخاب ۳ نفر از میان این ۹ نفر ($4 + 5 = 9$) باشد، آن گاه خواهیم داشت:

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3!6!} = 84$$

$$n(A) = \binom{4}{1}\binom{5}{2} + \binom{4}{2}\binom{5}{1} = 40 + 30 = 70$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{70}{84} = \frac{5}{6}$$

(پیر و احتمال - احتمال: اندازه‌گیری شانس - صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۵۰

(نویر مهیری)

واژه‌ی «خوارزمی» دارای ۷ حرف است؛ از میان این حروف، دو حرف «ز» و «خ» همیشه نقطه دارند و حرف «ی» تنها در حالتی که در پایان واژه قرار بگیرد، بی‌نقطه می‌شود. اگر S مجموعه‌ی واژه‌های پنج حرفی با حروف واژه‌ی خوارزمی و A پیشامد مطلوب باشد، آنگاه داریم (شمار حالت‌ها را بالای خانه‌ها نوشته‌ایم):

$$S: \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ \hline \square & \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \Rightarrow n(S) = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3$$

$$A: \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 3 & 4 & 5 & 6 & 3 \\ \hline \square & \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} \Rightarrow n(A) = 3 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3$$

$$\downarrow \text{نقطه دار} \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{7}$$

(پیرو و احتمال - احتمال؛ اندازه‌گیری شانس - صفحه‌های ۸۲ تا ۸۷)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، حسابان-سوال‌های موازی، مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۰۸

(قاسم کتابچی)

اعداد $x, \dots, 3, 2, 1$ تشکیل یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت ۱ می‌دهند

که مجموع آن‌ها برابر با $\frac{x(x+1)}{2}$ است. پس:

$$1 + 2 + 3 + \dots + x = \frac{x(x+1)}{2} = \frac{5}{9}x^2$$

$$\xrightarrow{x \neq 0} 10x = 9x + 9 \Rightarrow x = 9$$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، حسابان-سوال‌های موازی، ماکسیمم و مینیمم، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۱۵

(کوروش شاه‌منصوریان)

$$x = \sqrt{6} - \sqrt{5} \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} x^2 = 6 + 5 - 2\sqrt{30}$$

$$\Rightarrow 11 - x^2 = 2\sqrt{30} \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}}$$

$$121 + x^4 - 22x^2 = 4 \times 30 \Rightarrow x^4 - 22x^2 + 1 = 0$$

(حسابان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - صفحه‌های ۲۰ تا ۲۴)

۴

۳

۲

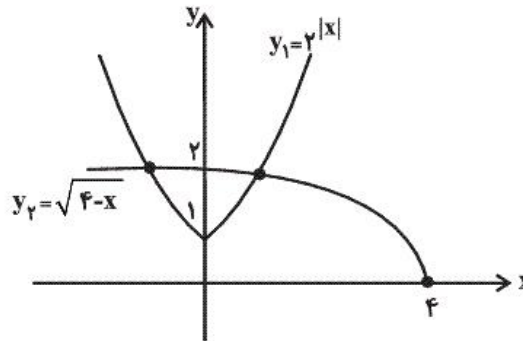
۱✓

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، حل معادلات به روش هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -
۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۱۷

(کوروش شاهمنصوریان)

نمودار تابع های $y_1 = 2^{|x|}$ و $y_2 = \sqrt{4-x}$ را در یک دستگاه مختصات رسم می کنیم. با توجه به نمودار معادله دو جواب دارد که یکی مثبت و دیگری منفی است.



(حسابان- محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات- صفحه های ۳۱ تا ۳۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، توابع صعودی و نزولی ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۱۳

(حسین سلطانیه)

با توجه به عبارت \log_4^x ، باید $x > 0$ باشد. از طرفی عبارت زیر رادیکال را بزرگ تر یا مساوی صفر قرار می دهیم:

$$1 + 2 \log_4^x \geq 0 \Rightarrow \log_4^x \geq -\frac{1}{2} \xrightarrow{\log_4^{\frac{-1}{2}} = -\frac{1}{2}} \log_4^x \geq \log_4^{\frac{-1}{2}}$$

$$\xrightarrow{\text{تابع } \log_4^x \text{ صعودی است.}} x \geq 4^{\frac{-1}{2}} \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}$$

پس دامنه ی تابع f بازه ی $(\frac{1}{2}, +\infty)$ است.

(حسابان- تابع- صفحه های ۳۴ تا ۳۷ و ۸۰ تا ۸۵)

۴

۳ ✓

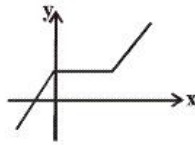
۲

۱

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، توابع یک به یک و وارون ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۲۰

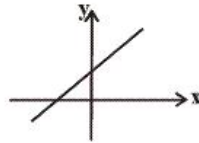
۱۰۱-

(مریم مال میر)



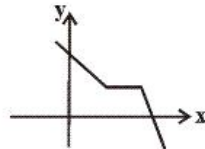
مثال نقض گزینه ی «۲»

تابع مورد نظر یک به یک نبوده، لذا وارون پذیر نیست.



مثال نقض گزینه ی «۳»:

تابع مورد نظر یک به یک بوده ولی صعودی اکید است.



مثال نقض گزینه ی «۴»:

تابع مورد نظر نزولی بوده ولی یک به یک نبوده و در نتیجه وارون پذیر نیست.

گزینه ی «۱» همواره صحیح است.

(حسابان- تابع - صفحه های ۸۰ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، محاسبه تابع وارون ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۰۳-

(مهم قدران)

نکته: معکوس تابع و خود تابع می توانند در نقاطی به جز خط $y = x$

همدیگر را قطع کنند و این نقاط نسبت به خط $y = x$ متقارن هستند.

یعنی اگر $(۱, ۰)$ نقطه ی تلاقی f و $f^{-۱}$ است، $(۰, ۱)$ نیز نقطه ی تلاقی

f و $f^{-۱}$ است.

$$\begin{cases} f(۱) = ۰ \\ f(۰) = ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(۱) = a + b + ۱ = ۰ \\ f(۰) = b + ۱ = ۱ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -۱ \\ b = ۰ \end{cases} \Rightarrow a^2 + b^2 = ۱$$

(حسابان- تابع - صفحه های ۸۹ تا ۹۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، تابع پله ای و تابع جزء صحیح ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۱۸

(قسم کتابچی)

می دانیم:

$$0 \leq x - [x] < 1 \Rightarrow 2^0 \leq 2^{(x-[x])} < 2^1$$

$$\Rightarrow 1 \leq 2^{(x-[x])} < 2 \Rightarrow 1 \leq \text{gof} < 2 \Rightarrow R_{\text{gof}} = [1, 2)$$

کمترین مقدار تابع gof برابر با یک است.

(مسابان- تابع- صفحه های ۶۹ تا ۷۶ و ۹۹ تا ۱۰۲)

۴

۳

۲

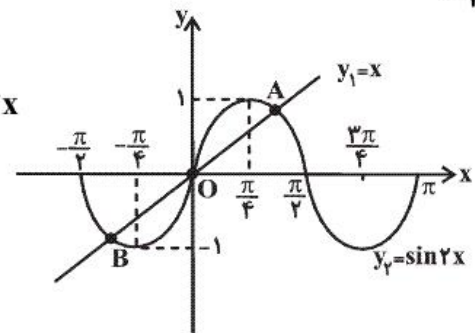
۱✓

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، توابع تانژانت و کتانژانت ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۱۴

(مقدمه‌ی مفسر زاده طبری)

$$x = \sin 2x \Rightarrow \begin{cases} y_1 = x \\ y_2 = \sin 2x \end{cases}$$

خط و منحنی در ۳ نقطه A ، O و B هم‌دیگر را قطع می‌کنند.

(مسابان- ترکیبی- صفحه های ۳۱ تا ۳۳، ۱۰۴ و ۱۰۵)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، اتحادهای مثلثاتی ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

$$\sin 4x = \frac{2 \tan 2x}{1 + \tan^2 2x} = \frac{2(\frac{2}{3})}{1 + (\frac{2}{3})^2} = \frac{\frac{4}{3}}{1 + \frac{4}{9}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{13}{9}} = \frac{12}{13}$$

بنابراین مقدار $\frac{1}{4} \sin 4x$ برابر $\frac{3}{13}$ است.

(مسابان- مثلثات- صفحه های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۱۶

(معمدمصطفی ابراهیمی)

$$\begin{aligned}\tan \frac{x}{2} &= \frac{\sin \frac{x}{2} \times \cos \frac{x}{2}}{\cos \frac{x}{2} \times \cos \frac{x}{2}} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} \times \frac{1 - \cos x}{1 - \cos x} \\ &= \frac{\sin x(1 - \cos x)}{1 - \cos^2 x} = \frac{\sin x(1 - \cos x)}{\sin^2 x} \Rightarrow \tan \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}\end{aligned}$$

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، حسابان-سوال‌ات موازی ، معادلات مثلثاتی و حل آن ها ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۱۱

(امیرحسین افشار)

$$\begin{aligned}\frac{(\sin x + \cos x + 1)(\sin x + \cos x - 1)}{2 \sin x} &= \frac{(\sin x + \cos x)^2 - 1}{2 \sin x} \\ &= \frac{\sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x - 1}{2 \sin x}\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{2 \sin x \cos x}{2 \sin x} = \cos x = 1 \xrightarrow{0 \leq x \leq 2\pi} \begin{cases} x = 0 \\ x = 2\pi \end{cases}$$

با توجه به این‌که جواب‌های به‌دست آمده، ریشه‌ی منخرج هستند، غیرقابل قبول‌اند.

(مسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۲۳)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۰۹

(معمدمصطفی ابراهیمی)

اول حاصل کسر را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned}\frac{(\sin^3 x + \sin^5 x) + \sin^4 x}{(\sin x + \sin^3 x) + \sin^2 x} &= \frac{2 \sin^4 x \cos x + \sin^4 x}{2 \sin^2 x \cos x + \sin^2 x} \\ &= \frac{\sin^4 x(2 \cos x + 1)}{\sin^2 x(2 \cos x + 1)} = \frac{\sin^2 x}{\sin^2 x} = 2 \cos^2 x\end{aligned}$$

اگر $\cot x = 2$ باشد، آن‌گاه $\tan x = \frac{1}{2}$ است و طبق رابطه‌ی

$$\cos^2 x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$$

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، وارون توابع مثلثاتی ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۱۹

(امیر حسین افشار)

$$\cos^{-1} \frac{1}{10} = \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{10}$$

$$\cos^2 \left(\frac{1}{2} \cos^{-1} \left(\frac{1}{10} \right) \right) = \cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

$$\Rightarrow \cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \frac{1}{10}}{2} = \frac{11}{20}$$

(حسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷ و ۱۲۳ تا ۱۳۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

(فریدون ساعتی)

-۱۲۰

$$A = \sin^{-1} \left(\sin^4 \frac{\pi}{9} - \cos^4 \frac{\pi}{9} \right)$$

$$\Rightarrow A = \sin^{-1} \left((\sin^2 \frac{\pi}{9} + \cos^2 \frac{\pi}{9}) (\sin^2 \frac{\pi}{9} - \cos^2 \frac{\pi}{9}) \right)$$

$$\Rightarrow A = \sin^{-1} \left(-\cos^2 \frac{2\pi}{9} \right) \xrightarrow{\sin^{-1}(-x) = -\sin^{-1} x}$$

$$\Rightarrow A = -\sin^{-1} \left(\cos^2 \frac{2\pi}{9} \right) = -\sin^{-1} \left(\sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{9} \right) \right)$$

$$\Rightarrow A = -\sin^{-1} \left(\sin \left(\frac{5\pi}{18} \right) \right) = -\frac{5\pi}{18}$$

(حسابان- مثلثات- صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷ و ۱۲۳ تا ۱۳۰)

۴ ✓

۳

۲

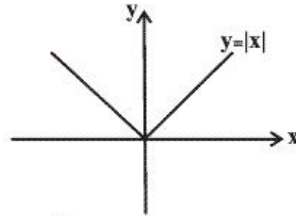
۱

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، حد توابع ، حد توابع و پیوستگی - ۱۳۹۵۰۱۲۰

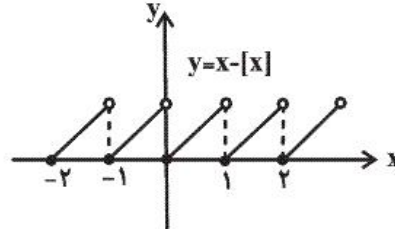
-۱۱۰

(معمّر شتران)

با توجه به نمودار زیر، تابع $y = |x|$ در $x = 0$ حد دارد و مقدار حد آن برابر صفر است:



تابع $y = x - [x]$ در $x = 1$ حد ندارد، زیرا حد چپ و راست آن در $x = 1$ با هم برابر نیست:



تابع $y = \frac{x}{x^2 - 1}$ در $x = 1$ حد ندارد، زیرا با نزدیک شدن x به عدد ۱ مقادیر $\frac{x}{x^2 - 1}$ به هیچ عدد خاصی نزدیک نمی‌شود.

(مسابقه - هر و پیوستگی توابع - صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۰۴

(معمّر مصطفی ابراهیمی)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x-1|}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)}{x-1} = -1$$

مقدار حد چپ تابع در $x = 1$ را برابر -1 به دست آوردیم. این مقدار باید با حد راست آن برابر باشد:

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (|x-a| - 3) = |1-a| - 3 = -1 \Rightarrow |1-a| = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1-a=2 \Rightarrow a=-1 \\ 1-a=-2 \Rightarrow a=3 \end{cases}$$

a مقادیر $-1+3=2$:

(مسابقه - هر و پیوستگی - صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

حواستان باشد که اگر $x \rightarrow 0$ میل کند آن گاه $x^2 \rightarrow 0^+$ میل می کند.

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x^2 - 1) = f(0^+ - 1) = f((-1)^+) = -1$$

به علاوه وقتی می خواهیم قدرمطلق $(-1)^-$ را به دست آوریم باید آن را قرینه کنیم که قرینه ی آن برابر 1^+ می شود.

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(|x|) = f(|(-1)^-|) = f(1^+) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x^2 - 1) - 2 = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(|x|) = -1 - 2(2) = -1 - 4 = -5$$

(مسابقه - فر و پیوستگی - صفحه های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\tan \frac{\pi x}{8} + 1 \right) = \tan \frac{2\pi}{8} + 1$$

$$= \tan \frac{\pi}{4} + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1 - 2 = -3$$

(مسابقه - فر و پیوستگی توابع - صفحه های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۰۷

(معمد قدران)

با توجه به جدول اول وقتی x با مقادیر کم‌تر از ۲ به عدد ۲ نزدیک می‌شود، $f(x)$ از مقادیر کم‌تر از ۳ به عدد ۳ نزدیک می‌شود. پس $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$ است.

در جدول دوم وقتی x از مقادیر بیش‌تر از ۲ به عدد ۲ نزدیک می‌شود، مقادیر $f(x)$ از مقادیر بیش‌تر از ۴ به عدد ۴ نزدیک می‌شود. پس $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 4$ است.

پس چون حد چپ و راست تابع f در $x = 2$ با هم برابر نیست، تابع f در $x = 2$ حد ندارد.

(مسایان- هر و پیوستگی توابع- صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴ ✓

۳

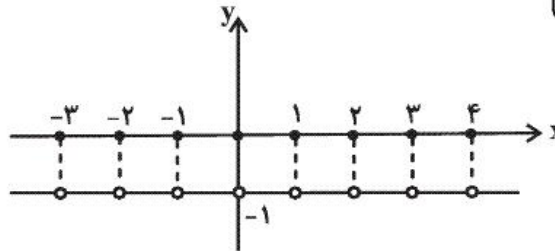
۲

۱

-۱۰۲

(معمد امین نیافته)

می‌دانیم $f(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ و نمودار آن به صورت



زیر است:

حد این تابع در تمام نقاط برابر -۱ است. پس:

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) + 2 \lim_{x \rightarrow \frac{3}{2}} f(x) = -1 + 2(-1) = -3$$

(مسایان- هر و پیوستگی- صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۳۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۳۴

(معموطا هر شعاعی)

نگاشت $M(x, y) = (x, 0)$ هر نقطه‌ی صفحه را روی محور x ها تصویر
قائم می‌کند. پس به‌ازای هر مقدار a ، تصویر نقاط $A(a, a+1)$ ،
 $B(2a, a-1)$ و $C(-a, 3+2a)$ روی یک خط که همان محور x ها
باشد قرار می‌گیرند.

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۴۰

(مفسر معمور کریمی)

$$\begin{cases} 2\alpha + \beta = -1 \\ \alpha - \beta = 4 \end{cases} \Rightarrow \alpha = 1, \beta = -3$$

$$\begin{cases} 2\alpha - \beta = 5 \\ \alpha + \beta = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \times 5 - 2 = 8 \\ 5 - (-2) = 7 \end{cases}$$

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۸۳ تا ۹۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، هندسه ۲- سوالات موازی، زاویه‌های مرکزی، محاطی و ظلی، دایره - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۳۱

(معمور معموری)

$$\widehat{ADC} = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$$

$$AD = DC \Rightarrow \widehat{AD} = \widehat{DC} = 50^\circ$$

$$\widehat{BC} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

$$\widehat{BCD} = 80^\circ + 50^\circ = 130^\circ$$

$$x = \frac{\widehat{BCD}}{2} = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$$

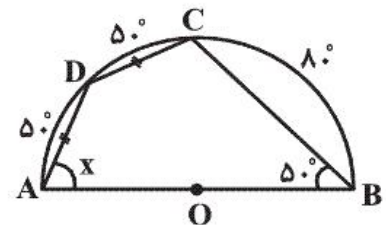
(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۴

۳

۲ ✓

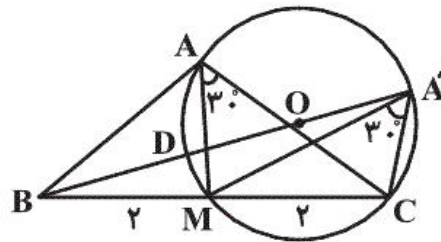
۱



ریاضی، هندسه ۲- سوالات موازی، کمان در خور یک زاویه، دایره - ۱۳۹۵۰۱۲۰

(معمّر ظاهر شعاعی)

چون $MC = 2$ و $\widehat{MAC} = 30^\circ$ ، پس رأس A روی کمان درخور زاویه 30° روبه‌رو به پاره‌خط CM واقع است. اندازه‌ی ضلع AB در مثلث ABC وقتی بیش‌ترین است که AB از مرکز دایره بگذرد. اگر شعاع دایره را R بنامیم، این مقدار از رابطه‌ی طولی به شرح زیر محاسبه می‌شود:



$$BD \cdot A'B = BM \cdot BC \Rightarrow (A'B - A'D) \cdot A'B = 2 \times 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} (A'B - 2R) \cdot A'B = 8 \\ R = \frac{CM}{2 \sin 30^\circ} = \frac{2}{2 \times \frac{1}{2}} = 2 \Rightarrow (A'B - 4)A'B = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (A'B)^2 - 4(A'B) - 8 = 0 \Rightarrow A'B = 2 \pm \sqrt{12} = 2 \pm 2\sqrt{3}$$

جواب منفی قبول نیست، پس $A'B = 2 + 2\sqrt{3}$.

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶ و ۷۳ تا ۷۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۳۷

(نوید میری)

چون AT مماس بر هر دو دایره است، پس طبق روابط طولی در دایره می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} AT^2 = AB \cdot AE & (\text{برای دایره ی بزرگ تر}) \\ AT^2 = AC \cdot AD & (\text{برای دایره ی کوچک تر}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow AB \cdot AE = AC \cdot AD \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{AC}{AC + CE}$$

$$\frac{AB=4, AD=9}{CE=8} \rightarrow \frac{4}{9} = \frac{AC}{AC+8}$$

$$\Rightarrow 5AC = 32 \Rightarrow AC = 6\frac{4}{5}$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۷۳ تا ۷۸)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، مماس مشترک دو دایره ، دایره - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۳۶

(ناصر پایافر)

نکته ی درسی: اگر L را طول مماس مشترک داخلی و L' را طول مماس مشترک خارجی دو دایره ی متخارج C(O, R) و C'(O', R') در نظر بگیریم، همواره خواهیم داشت:

$$\begin{cases} L = \sqrt{OO'^2 - (R + R')^2} \\ L' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} \end{cases} \Rightarrow L < L'$$

یعنی در دو دایره ی متخارج، همواره طول مماس مشترک داخلی، کوچک تر از طول مماس مشترک خارجی است. پس:

$$8 = \sqrt{10^2 - (R + R')^2} \Rightarrow 64 = 100 - (R + R')^2$$

$$\xrightarrow{R'=1} R+1=6 \Rightarrow R=5$$

(هندسه ۲- دایره- صفحه‌های ۸۰ و ۸۱)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، انتقال ، تبدیل ها - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۳۲

(رضا عباسی اصل)

در هر متوازی الاضلاع، قطرهای یکدیگر را نصف می کنند، پس با توجه به شکل فرضی زیر می توان نوشت:

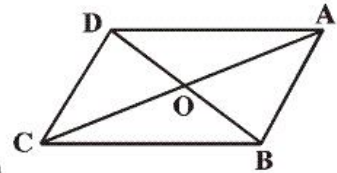
$$\text{مختصات محل تلاقی قطرهای } O = \left(\frac{3-3}{2}, \frac{-1+1}{2} \right) = (0, 0) \text{ (وسط BD)}$$

ضابطه‌ی انتقالی که B را به O تصویر می کند

$$T(x, y) = (x - 3, y + 1) :$$

$$D' = T(-3, 1) = (-6, 2)$$

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۹۱ تا ۹۶)



۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، بازتاب ، تبدیل‌ها - ۱۳۹۵۰۱۲۰

-۱۳۳

(نوید مهیری)

خط L باید عمود منصف خط گذرا از $A(m-1, 2)$ و $B(1, n+2)$ باشد. پس باید داشته باشیم (نقطه‌ی وسط A و B است):

$$M\left(\frac{m-1+1}{2}, \frac{2+n+2}{2}\right) = \left(\frac{m}{2}, \frac{n}{2} + 2\right)$$

$$\xrightarrow{\text{M روی L است}} 2\left(\frac{n}{2} + 2\right) + \frac{m}{2} - 2 = 0 \Rightarrow n + \frac{m}{2} + 2 = 0$$

$$\xrightarrow{\times 2} 2n + m + 4 = 0 \Rightarrow 2n + m = -4 \quad (I)$$

$$m_{AB} = \text{شیب خط گذرا از A و B} = \frac{n}{2-m}, \quad m_L = \text{شیب L} = -\frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{\text{شرط تعامد دو خط}} m_L \cdot m_{AB} = -1 \Rightarrow -\frac{1}{2} \cdot \frac{n}{2-m} = -1$$

$$\Rightarrow n + 2m = 4 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{\text{تشکیل دستگاه}} \begin{cases} 2n + m = -4 \\ n + 2m = 4 \end{cases} \text{ از I و II}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع ۲ معادله با هم}} 3n + 3m = 0 \Rightarrow m = -n \Rightarrow \frac{m}{n} = -1$$

(هندسه ۲- تبدیل‌ها- صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، دوران ، تبدیل ها - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۳۸-

(امیرحسین ابومضروب)

ضابطه‌ی دوران به مرکز مبدأ مختصات و زاویه‌ی 270° به صورت زیر است:

$$T(x, y) = (y, -x) \Rightarrow T(3, -5) = (-5, -3)$$

$$|AA'| = \sqrt{(-5-3)^2 + (-3+5)^2} = \sqrt{64+4} = 2\sqrt{17}$$

(هندسه ۲- تبدیل ها- صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، مسائل ترکیبی تبدیل ها ، تبدیل ها - ۱۳۹۵۰۱۲۰

۱۳۵-

(ابراهیم نجفی)

$$A(x, y) \xrightarrow[\text{محور } y \text{ ها}]{\text{قرینه نسبت به}} A'(-x, y) \xrightarrow[\text{(نیمساز ناحیه‌های اول و سوم)}]{y=x \text{ خط}} A''(y, -x)$$

$$A(x, y) \xrightarrow[\text{R}(x, y) = (y, -x)]{270^\circ \text{ دوران به مرکز مبدأ با زاویه}} A''(y, -x)$$

(هندسه ۲- تبدیل ها- صفحه‌های ۹۷ تا ۱۱۱)

۴

۳

۲ ✓

۱