



**سایت ویژه ریاضیات** [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات**

**دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور**

**دانلود نرم افزارهای ریاضیات**

...

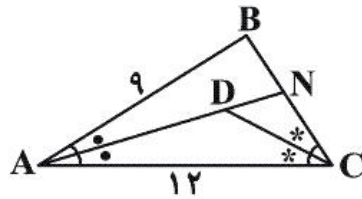
کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara> (@riazisara)



ریاضی، هندسه ۲، استدلال (هندسه‌ی ۲)، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۱۰۷

۱۰۲- در شکل زیر،  $AN$  و  $CD$  نیمسازند. اگر  $AD = ۳DN$ ، آنگاه طول  $BC$  کدام است؟



- (۱) ۷
- (۲) ۸
- (۳) ۹
- (۴) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- اگر  $x_1 < x < x_2$ ، آنگاه سه پاره‌خط به طول‌های  $۶x-۱$ ،  $۳x-۲$  و  $۲x+۲$  اضلاع یک مثلث هستند. بیش‌ترین مقدار  $x_2 - x_1$  کدام است؟

(۴)  $\frac{۳۶}{۳۵}$

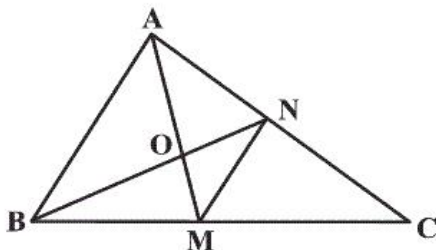
(۳)  $\frac{۲}{۷}$

(۲)  $\frac{۴۶}{۳۵}$

(۱)  $\frac{۸}{۵}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- در شکل زیر،  $M$  و  $N$  وسط ضلع‌های مثلث  $ABC$  هستند. مساحت مثلث  $ABC$  چند برابر مساحت مثلث  $OMN$  است؟



- (۱) ۸
- (۲) ۹
- (۳) ۱۲
- (۴) ۱۵

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۲، دایره - ۱۳۹۵۰۱۰۷

۱۰۵- از نقطه‌ای به فاصله‌ی ۳ از مرکز دایره‌ای به شعاع ۵ وتری با کوتاه‌ترین طول را رسم می‌کنیم. اگر این وتر، یک ضلع مستطیل محاط در دایره باشد، مساحت این مستطیل کدام است؟

(۴)  $۲۴\sqrt{۲}$

(۳) ۴۸

(۲)  $۱۶\sqrt{۳}$

(۱) ۲۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- با اطلاعات  $\hat{A} = ۳۰^\circ$ ،  $BC = ۱$  و میانه‌ی  $AM = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$ ، چند مثلث غیر هم‌نهشت  $ABC$  می‌توان رسم کرد؟

(۴) هیچ

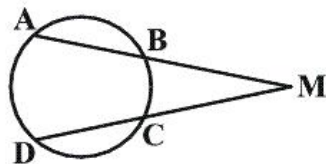
(۳) ۴

(۲) ۲

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- امتداد دو وتر AB و CD از دایره‌ای به شعاع R، با زاویه‌ی  $30^\circ$  در بیرون دایره متقاطعند. اگر  $BC = R$ ، آن‌گاه طول AD کدام است؟



(۲)  $R\sqrt{2}$   
(۴)  $\frac{4R}{3}$

(۱)  $R\sqrt{3}$   
(۳)  $\frac{3R}{\sqrt{2}}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- در یک چندضلعی محاطی، لزوماً:

- (۱) همه‌ی ضلع‌ها بر یک دایره مماس هستند.
- (۲) عمود منصف‌های ضلع‌ها هم‌رسند.
- (۳) مرکز دایره‌ی محیطی، داخل چندضلعی قرار دارد.
- (۴) نیمسازهای زاویه‌های داخلی هم‌رس نیستند.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۲، تبدیل‌ها - ۱۳۹۵۰۱۰۷

۱۰۸- دوران یافته‌ی نقطه‌ی  $A(1,2)$  با زاویه‌ی  $90^\circ$  در جهت حرکت عقربه‌های ساعت حول مبدأ است. اگر  $A'$  مجانس A باشد، مرکز تجانس کدام می‌تواند باشد؟

(۲)  $(0,5)$

(۱)  $(0, \frac{5}{3})$

(۴)  $(2,0)$

(۳)  $(\frac{2}{3}, 0)$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- تصویر خط D به معادله‌ی  $2x - 3y = 6$ ، تحت تبدیل  $T(x,y) = (y-2, 2x-1)$ ، از نقطه‌ای به کدام مختصات می‌گذرد؟

(۲)  $(1, 7)$

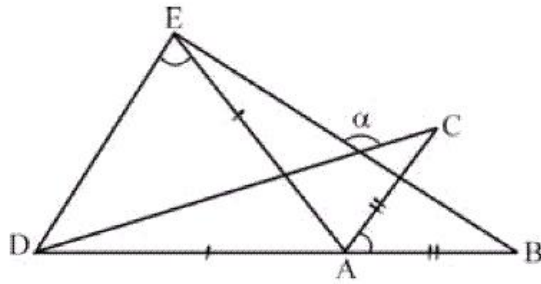
(۱)  $(2, 2)$

(۴)  $(-1, 6)$

(۳)  $(-2, 5)$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- در شکل زیر  $AD = AE$  ،  $AB = AC$  ،  $\hat{CAB} = 40^\circ$  و  $\hat{AED} = 70^\circ$  . زاویه  $\alpha$  چند درجه است؟



(۱) ۱۲۵

(۲) ۱۳۵

(۳) ۱۴۰

(۴) ۱۱۰

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، استدلال ریاضی ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۱۰۷

۱۳۱- درستی هر یک از حکم‌های زیر را می‌توانیم به کمک استقرای ریاضی یا استقرای تعمیم یافته، نشان دهیم. اثبات کدام حکم نیاز به اصل استقرای تعمیم یافته ندارد؟ ( $n \in \mathbb{N}$ )

$$n! < \left(\frac{n+1}{2}\right)^n \quad (۲)$$

$$n! > 3^n \quad (۱)$$

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{7} + \dots + \frac{1}{2^n - 1} < \frac{n}{2} \quad (۴)$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n < \frac{1}{8}(2n+1)^2 \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- ۵۰ عدد حقیقی به تصادف از بازه‌ی  $(0, 7)$  انتخاب می‌کنیم حداقل جزء صحیح چه تعداد از این اعداد با هم برابرند؟

(۲) ۷

(۱) ۶

(۴) ۹

(۳) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- کدام یک از عددهای زیر، یک مثال نقض برای گزاره‌ی «اگر حاصل ضرب ارقام  $n$  بر ۸ بخش‌پذیر باشد، آنگاه  $n$  بر ۸ قابل قسمت است» می‌باشد؟

(۲) ۲۴

(۱) ۵۶

(۴) ۱۲۴

(۳) ۲۸۰

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- در اثبات نامساوی  $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$  به روش بازگشتی به کدام رابطه‌ی درست می‌رسیم؟  
( $x, y, z \in \mathbb{R}$ )

$$(x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 \geq 0 \quad (2) \qquad (x+y+z)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) \geq 9 \quad (1)$$

$$(x+y)^2 + (x+z)^2 + (y+z)^2 \geq 0 \quad (4) \qquad x^2 + y^2 + z^2 + 3 \geq 2(x+y+z) \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، جبر و احتمال، مجموعه - ضرب دکارتی و رابطه، مجموعه - ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۰۱۰۷

۱۳۵- اگر  $A = \{1, 2, \{\}\}$  و  $B = \{1, 2\}$  و  $C$  مجموعه‌ی توانی مجموعه‌ی  $B$  باشد، آنگاه مجموعه‌ی  $A - C$ ، چند زیرمجموعه‌ی سره و غیر تهی دارد؟

- (۱) ۲  
(۲) ۴  
(۳) ۶  
(۴) ۸

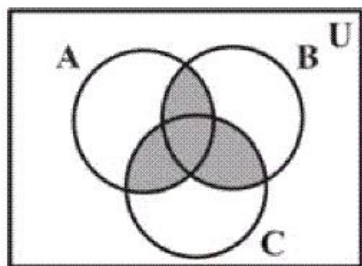
شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- اگر  $A$ ،  $B$  و  $C$  سه مجموعه باشند، آنگاه حاصل عبارت  $(A \cup B \cup C) - [(A \cap B) - C]$  همواره برابر کدام است؟

- (۱)  $(A \Delta B) \cup C$   
(۲)  $(A \Delta B) - C$   
(۳)  $(A \cup B) - C$   
(۴)  $(A \cup B) \cap C$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- کدام یک از گزینه‌های زیر، ناحیه‌ی هاشورزده در نمودار ون را نشان می‌دهد؟



- (۱)  $(A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C)$   
(۲)  $(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$   
(۳)  $(A \Delta B) \cap (A \Delta C) \cap (B \Delta C)$   
(۴)  $A \cap B \cap C$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- اگر  $A_n = \left[ \frac{2n-1}{2}, n+1 \right]$  و  $n \in \mathbb{N}$ ، آنگاه  $\left( \bigcup_{n=1}^3 A_n \right) \Delta \left( \bigcap_{n=1}^3 A_n \right)$  چند عضو صحیح دارد؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) ۳  
(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- اگر  $A \subseteq B$ ، آنگاه حاصل  $(A \Delta B)' - A$  همواره کدام است؟

- (۱)  $B'$   
(۲)  $B$   
(۳)  $A$   
(۴)  $A'$

۱۴۰- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی ناتهی باشند، طوری که  $B \subseteq A'$ ، آن‌گاه مجموعه‌ی

$(A - B') \cup [(A' - B') - B]'$  کدام است؟ ( $U$  مجموعه‌ی جهانی است.)

(۱)  $\emptyset$  (۲)  $U$

(۳)  $B'$  (۴)  $A'$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، دنباله‌های حسابی و هندسی ، دنباله‌های حسابی و هندسی - ۱۳۹۵۰۱۰۷

۸۲- در یک دنباله‌ی هندسی، مجموع ده جمله‌ی اول ۳۳ برابر مجموع پنج جمله‌ی اول آن است. جمله‌ی پنجم

چند برابر جمله‌ی اول است؟

(۱) ۳۲ (۲) ۱۶

(۳) ۸ (۴) ۶۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۱۰۷

۹۶- اگر  $\sin 37^\circ = 0/6$  باشد، آن‌گاه  $\sin 16^\circ$  کدام است؟

(۱)  $0/2$  (۲)  $0/28$

(۳)  $0/3$  (۴)  $0/8$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- حاصل ساده‌شده‌ی عبارت  $\frac{1}{2} + \cos 20^\circ \cos 40^\circ$  کدام است؟

(۱)  $2 \sin^2 10^\circ$  (۲)  $2 \sin^2 80^\circ$

(۳)  $2 \cos^2 70^\circ$  (۴)  $2 \cos^2 20^\circ$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- معادله‌ی  $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = -1$  در بازه‌ی  $(-\pi, \pi)$  چند جواب دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

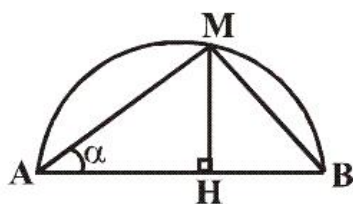


۹۹- جواب معادله‌ی  $\tan^{-1}(x) + \tan^{-1}(2x) = \frac{\pi}{4}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$   
(۳)  $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- در نیم‌دایره‌ای به قطر  $AB = 2R$ ، زاویه‌ی بین قطر  $AB$  و وتر  $AM$  برابر  $\alpha$  است. اگر  $2AH + BM = 4R$  باشد، حاصل  $\sin \alpha$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$   
(۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، توابع نمایی و لگاریتم ، توابع نمایی و لگاریتم - ۱۳۹۵۰۱۰۷

۸۱- اگر  $\log(2^x + 8) = \log 2 + x \log 2$ ، آنگاه حاصل  $\frac{\log_x^3 + 3}{\log_x^3 + 1}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{4}{3}$   
(۳) ۳ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، اعمال روی توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۰۷

۹۲- اگر  $f(x) = \begin{cases} x+1; & x > 1 \\ x-1; & x < 1 \end{cases}$  و  $g^{-1}(x) = \begin{cases} x + \frac{2}{x}; & x \geq 2 \\ \frac{x}{3} + 2; & x < 2 \end{cases}$  باشند،  $(f - 2g)(2)$  کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) ۶  
(۳) ۳ (۴) -۶

شما پاسخ نداده اید

۹۳- نمودارهای تابع خطی  $f$  و تابع درجه دوم  $g$ ، محور  $y$  ها را به ترتیب با عرض‌های ۲ و ۳ قطع می‌کنند؛ اگر  $(fog)(x) = 2x^2 + x - 1$ ، آنگاه  $(f - g)(x)$  کدام است؟

- |     |                  |
|-----|------------------|
| (۱) | $-2x^2 - 2x + 1$ |
| (۲) | $x^2 - 2$        |
| (۳) | $x^2 + x - 1$    |
| (۴) | $2x^2 - 1$       |

شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر به ازای هر عدد حقیقی  $(gof)^{-1}(2x-1) = x$  و  $f(x) = x^3 + 2$  باشد، مقدار  $g^{-1}(3)$  کدام است؟  
( $g$  و  $f$  معکوس پذیرند و  $D_g = R$ )

- |     |    |
|-----|----|
| (۱) | ۹  |
| (۲) | ۱۰ |
| (۳) | ۴  |
| (۴) | ۸  |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، توابع متناوب و جزء صحیح ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۰۷

۹۵- تابع متناوب  $f$  در بازه‌ی  $[0, 4)$  ضابطه‌ای برابر با  $f(x) = \sqrt{x+k}$  دارد. دوره‌ی تناوب این تابع برابر ۴ بوده و داریم  $f(-7) = 2$ ، مقدار  $k$  کدام است؟

- |     |    |
|-----|----|
| (۱) | ۱  |
| (۲) | ۳  |
| (۳) | ۹  |
| (۴) | ۱۳ |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، زوج،فرد،صعودی،نزولی،یک به یک و تساوی دو تابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۰۷

۹۱- تابع  $f(x) = \cos^{-1}(\sqrt[3]{x})$  را به صورت مجموع یک تابع زوج و یک تابع فرد می‌نویسیم، در این صورت تابع زوج کدام است؟

- |     |   |
|-----|---|
| (۱) | $\frac{2\cos^{-1}(\sqrt[3]{x}) - \pi}{2}$ |
| (۲) | $\frac{\pi}{2} - \cos^{-1}(\sqrt[3]{x})$  |
| (۳) | $\pi$                                     |
| (۴) | $\frac{\pi}{2}$                           |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، بسط دو جمله‌ای ، محاسبات جبری،معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۱۰۷



۸۳- جواب‌های معادله‌ی  $\binom{4}{0}x^4 + \binom{4}{1}x^3 + \binom{4}{2}x^2 + \binom{4}{3}x = 15$  کدام است؟

- (۱) ۱ و ۳-  
(۲) ۱- و ۳  
(۳) ۱- و ۳-  
(۴) ۱ و ۳

شما پاسخ نداده اید

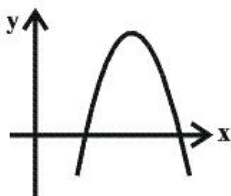
ریاضی ، ریاضی پایه ، معادلات درجه ۲ و ماکزیمم مینیمم توابع ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات -  
۱۳۹۵۰۱۰۷

۸۵- به هر یک از جواب‌های معادله‌ی  $x^2 + 2x - 5 = 0$  دو واحد اضافه می‌کنیم، به حاصل ضرب آنها چند واحد اضافه می‌شود؟

- (۱) ۴  
(۲) ۲  
(۳) ۸  
(۴) مقداری اضافه نمی‌شود.

شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر نمودار تابع  $y = ax^2 + bx + \frac{1}{a}$  به صورت زیر باشد، آن گاه کدام یک از گزاره‌های زیر قطعاً درست خواهد بود؟



- (۱)  $a > 2$   
(۲)  $a < -2$   
(۳)  $b > 2$   
(۴)  $b < -2$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، معادلات، گویا، گنگ ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۱۰۷

۸۷- اگر تمام جواب‌های نامعادله‌ی  $3x^2 + 2|x| - 5 < 0$ ، به صورت  $a < x < b$  باشد، حاصل  $b - a$  کدام است؟

- (۱) صفر  
(۲)  $\frac{5}{6}$   
(۳) ۲  
(۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۸۸- اگر  $\sqrt{x^2 + x + 2x\sqrt{x}} + \sqrt{x + 1 - 2\sqrt{x}} = x + 1$  باشد، حدود  $x$  کدام است؟

- (۱)  $x \leq 1$   
(۲)  $1 \leq x \leq 3$   
(۳)  $0 \leq x \leq 1$   
(۴)  $0 \leq x \leq 3$

شما پاسخ نداده اید

۸۹- معادله  $\frac{9^x + 1}{2 - x^2} = 3^x$  چند جواب دارد؟

- (۱) ۱  
(۲) ۲  
(۳) هیچ  
(۴) بیش از ۲ جواب

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، تعمیم چندجمله‌ای ها و بخش پذیری ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۱۰۷

۸۴- اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم  $f(x)$  و  $g(x)$  بر  $x^2 + x$  به ترتیب  $2x + 1$  و  $3x + 2$  باشد، باقی‌مانده‌ی تقسیم  $(f.g)(x)$  بر  $x^2 + x$  کدام است؟

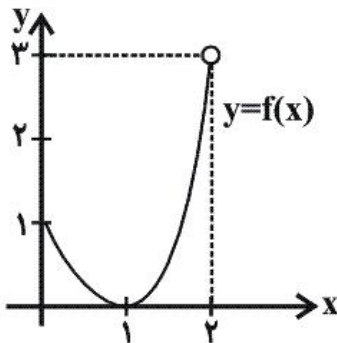
- (۱)  $x - 2$   
(۲)  $x + 2$   
(۳)  $2x + 1$   
(۴)  $2x - 1$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، دامنه و برد تابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۰۷

۹۰- اگر نمودار  $f$  به صورت زیر باشد، برد  $y = 3 - 2\sqrt{f^2(x) + 16}$  کدام است؟

- (۱)  $[3 - 4\sqrt{5}, -5]$   
(۲)  $[-7, -5)$   
(۳)  $(-7, -5]$   
(۴)  $(3 - 4\sqrt{5}, -5]$



شما پاسخ نداده اید

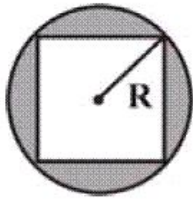
ریاضی ، آمار و مدل سازی ، آمار و مدل سازی ، آمار و مدل سازی - ۱۳۹۵۰۱۰۷

۱۱۱- کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) اولین اقدام در رسیدن به اطلاعات عددی، اندازه‌گیری است.  
(۲) انتخاب معیار مناسب برای اندازه‌گیری در مواردی مشکل است، ولی اندازه‌گیری موضوعاتی که دسترسی به آن‌ها مشکلاتی دارد، از انتخاب معیار دشوارتر است.  
(۳) اطلاعات کمی قابل تفسیر هستند، ولی اطلاعات کیفی دارای چنین صفتی نیستند.  
(۴) ارزش مدل‌سازی به سادگی مفاهیم به کار برده شده و نزدیکی مدل به پدیده‌ی مورد نظر است.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- مطابق شکل زیر، اگر شعاع دایره به صورت  $R = 2 + E$  مدلسازی شده باشد، مدل مساحت ناحیه‌ی هاشورخورده کدام است؟



(۲)  $4(\pi - 2)(E + 1)$   
(۴)  $4(2\pi - E)$

(۱)  $4(\pi - 2) + E$   
(۳)  $4E(\pi - 2)$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- در جدول زیر، فراوانی نسبی مراجعات به یک شرکت در آبان ماه آورده شده است. در چه تعداد از روزها، تعداد مراجعات کمتر از ۴ مورد بوده است؟

تعداد مراجعات در روز	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶
فراوانی نسبی	۰/۱۰	۰/۲	۰/۱۰	x	۰/۱۰	۰/۲	۰/۱

(۴) ۲۰

(۳) ۱۹

(۲) ۱۸

(۱) ۱۷

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- در یک جدول فراوانی، فراوانی تجمعی دسته‌ی ما قبل آخر برابر ۵۱ و فراوانی نسبی آخرین دسته ۰/۱۵ است. تعداد کل داده‌ها کدام است؟

(۴) ۶۶

(۳) ۶۳

(۲) ۶۰

(۱) ۵۷

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- در داده‌های آماری با جدول زیر، نمودار چند بر فراوانی رسم کرده‌ایم. که دو سر آن روی محور x ها است. مساحت زیر این نمودار چه قدر است؟

حد دسته	۱۱-۱۴	۱۴-۱۷	۱۷-۲۰	۲۰-۲۳
فراوانی	۴	۳	۵	۶

(۱) ۵۴

(۲) ۵۷

(۳) ۶۰

(۴) ۶۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- مجموع داده های نمودار ساقه و برگ داده شده، برابر ۲۵ است.  $a - b$  کدام می تواند باشد؟

ساقه	برگ	
۲	۲ ۳ ۴ a ۹	۱ (۱)
۳	۵ b ۲ a	۲ (۲)
		۳ (۳)
		۴ (۴)

کلید نمودار:  $۲ \quad ۲ = ۲/۲$

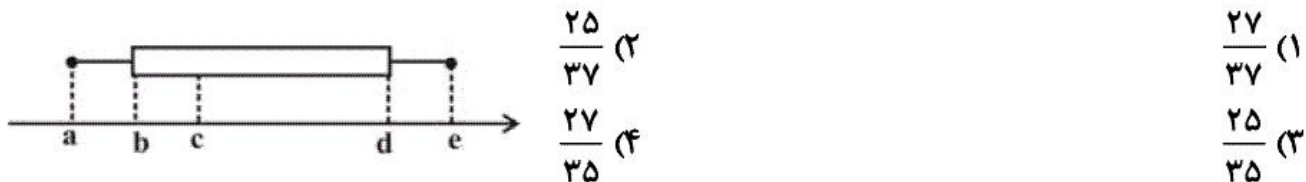
شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- ۵۹ داده ای آماری متفاوت با میانه ۶۱ مفروض اند با حذف بزرگترین داده، میانه به ۶۰ و با حذف کوچکترین داده، میانه به ۶۴ تغییر می کند. با حذف همزمان دو داده ای کوچکتر از ۵۹ داده ای اولیه، میانه کدام است؟

- ۵۹ (۱) ۶۱ (۲) ۶۴ (۳) ۶۷ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- نمودار جعبه ای داده های ۱۶، ۲۷، ۱۴، ۲۳، ۱۵، ۱۰، ۱۲ به صورت زیر است. حاصل  $\frac{a+c}{b+d}$  کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- در ۶ داده ای آماری مرتب شده با دامنه ی تغییرات ۱۲ و میانگین  $\sqrt{۳۳}$ ، انحراف از میانگین داده ها به صورت  $a, ۳, ۱, ۵, -۲, b$  است. ضریب تغییرات این داده ها تقریباً چقدر است؟ ( $a > b$ )

- ۰/۷۵ (۴) ۰/۶۷ (۳) ۰/۴ (۲) ۰/۶ (۱)

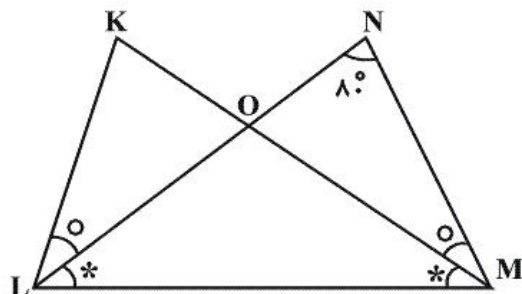
شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- ۲۰ داده ای آماری با واریانس ۶ داریم. چند داده ای مساوی با میانگین باید به آن ها اضافه کنیم تا واریانس کل داده ها ۴ شود؟

- ۱۰ (۴) ۸ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۱- در شکل زیر، اگر  $\hat{KOL} = 55^\circ$ ، آنگاه امتدادهای KL و NM با چه زاویه‌ای همدیگر را قطع می‌کنند؟



(۱)  $25^\circ$

(۲)  $30^\circ$

(۳)  $35^\circ$

(۴)  $70^\circ$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- در مثلث متساوی‌الساقین ABC داریم  $AB = AC$  و  $\hat{A} = 80^\circ$ . عمودمنصف‌های ساق‌ها همدیگر را در

نقطه‌ی O قطع می‌کنند. کوچک‌ترین زاویه‌ی مثلث OBC چند درجه است؟

(۴) ۲۵

(۳) ۲۰

(۲) ۱۵

(۱) ۱۰

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۱، هندسه‌ی فضایی (هندسه‌ی ۱)، هندسه‌ی فضایی - ۱۳۹۵۰۱۰۷

۱۲۸- بیشترین مساحت مقطع حاصل از تقاطع یک صفحه با مکعب مستطیلی به ابعاد ۱، ۲ و ۳ واحد، چند واحد مربع است؟

(۴)  $3\sqrt{5}$

(۳)  $2\sqrt{10}$

(۲) ۹

(۱) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- مثلثی به طول اضلاع ۱، ۱ و  $\sqrt{2}$  واحد را حول ضلع بزرگ آن دوران می‌دهیم. حجم شکل حاصل کدام است؟

(۴)  $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}$

(۳)  $\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$

(۲)  $\frac{\sqrt{2}\pi}{6}$

(۱)  $\frac{\sqrt{2}\pi}{12}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- یک مخروط قائم به شعاع قاعده‌ی ۶ در کره‌ای به قطر ۲۰ محاط شده است. حجم این مخروط کدام است؟

(۴)  $225\pi$

(۳)  $216\pi$

(۲)  $196\pi$

(۱)  $144\pi$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- در یک مثلث قائم الزاویه، اندازه‌ی میانه‌های وارد بر دو ضلع قائمه برابر ۳ و ۴ است. طول وتر مثلث کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲)  $4\sqrt{5}$  (۳)  $2\sqrt{5}$  (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- در مثلث قائم الزاویه  $ABC$  که  $\hat{A} = 90^\circ$  و  $AB = \frac{1}{6}AC$ ، ارتفاع  $AH$  را رسم کرده‌ایم. مساحت مثلث

$ABC$  چندبرابر مساحت مثلث  $AHC$  است؟

- (۱)  $\frac{25}{9}$  (۲)  $\frac{16}{9}$  (۳)  $\frac{34}{9}$  (۴)  $\frac{34}{25}$

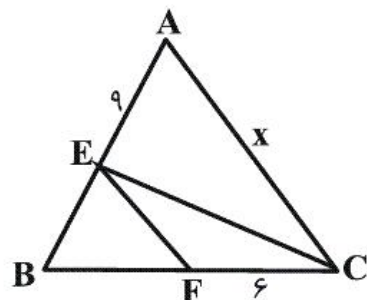
شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- در شش ضلعی منتظم، نقطه‌ی تقاطع قطر کوچک و قطر بزرگ، قطر بزرگ را به کدام نسبت تقسیم می‌کند؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- در شکل زیر،  $AB = AC$  و  $EF \parallel AC$  و  $CE$  نیمساز زاویه‌ی  $C$  است. مقدار  $x$  کدام است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۱۴

(۳) ۱۵

(۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- در مثلث قائم الزاویه‌ای به طول اضلاع قائمه‌ی ۱ و ۲، عمود منصف وتر، سطح مثلث را به کدام نسبت تقسیم می‌کند؟

- (۱)  $1/2$  (۲)  $1/6$  (۳)  $1/8$  (۴)  $2/2$

شما پاسخ نداده اید



۱۴۱- در اثبات نامساوی  $2^{n+1} > n!$ ، به روش اصل استقرای تعمیم یافته، عدد مناسب  $m$  و رابطه‌ی بدیهی در گام بعدی حکم، برای  $k \geq m$  کدام است؟

- |                              |                              |
|------------------------------|------------------------------|
| (۱) $m = 5$ و $k + 1 > 2$    | (۲) $m = 6$ و $k + 1 > 2$    |
| (۳) $m = 5$ و $(2k + 1) > 4$ | (۴) $m = 6$ و $(2k + 1) > 4$ |

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- به ازای کدام مقدار  $n$ ، کلیت حکم «اگر  $n$  عدد طبیعی زوج باشد،  $2^n + 1$  عددی اول است.» نقض می‌شود؟

- |       |       |
|-------|-------|
| (۱) ۲ | (۲) ۴ |
| (۳) ۶ | (۴) ۸ |

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- کدام یک قضیه‌ی دو شرطی است؟  $(x, y \in \mathbb{R})$

- |  |   |
|--|---|
| (۱) $\frac{x}{y} \geq 0 \Rightarrow xy \geq 0$ | (۲) $\frac{x}{y} > 0 \Rightarrow xy > 0$          |
| (۳) $x^2 < y^2 \Rightarrow x < y$              | (۴) $x > y \Rightarrow \frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ |

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- کم‌ترین تعداد افرادی که حداقل ۲ نفر از آن‌ها در یک ماه از سال و یک روز هفته متولد شده‌اند، کدام است؟

- |        |        |
|--------|--------|
| (۱) ۷۵ | (۲) ۷۸ |
| (۳) ۸۵ | (۴) ۸۸ |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال - گواه ، مجموعه - ضرب دکارتی و رابطه ، مجموعه - ضرب دکارتی و رابطه -  
۱۳۹۵۰۱۰۷

۱۴۵- اگر  $A = \{2\}$ ،  $B = \{2, \{2\}\}$  و  $C = \{\{2\}, \{2, \{2\}\}\}$ ، کدام رابطه نادرست است؟

- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| (۱) $B \subset C$ | (۲) $A \subset B$ |
| (۳) $A \in B$     | (۴) $B \in C$     |

شما پاسخ نداده اید



۱۴۶- اگر  $A_7$  مجموعه‌ی زیرمجموعه‌های دو عضوی مجموعه‌ی  $A = \{a, b, c, d, e\}$  بوده و  $B_7$  مجموعه‌ی زیر

مجموعه‌های دو عضوی  $B = \{a, b, c, d, e, f\}$  باشد، آن گاه  $A_7$  و  $B_7$  دارای چند عضو مشترک هستند؟

- |        |       |
|--------|-------|
| (۱) ۱۰ | (۲) ۳ |
| (۳) ۴  | (۴) ۶ |

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- اگر  $n \in \mathbb{N}$  و  $A_n = \{m \in \mathbb{Z} : |m| \leq n, 2^m \leq 2n\}$  آنگاه مجموعه‌ی  $A_1 \cup (A_6 - A_4)$  چند عضو

دارد؟

- |       |       |
|-------|-------|
| (۱) ۴ | (۲) ۵ |
| (۳) ۶ | (۴) ۷ |

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- اگر به ازای دو مجموعه‌ی  $A$  و  $B$  داشته باشیم:  $(A \cup B) \subseteq (A \cap B')$ ، آن گاه همواره .....

- |                            |                     |
|----------------------------|---------------------|
| (۱) $A = B$                | (۲) $A = \emptyset$ |
| (۳) $A \cap B = \emptyset$ | (۴) $A' = B$        |

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- متمم مجموعه‌ی  $[A - (A - B)] \cup (A \cap B)'$  همواره برابر کدام است؟

- |                  |                 |
|------------------|-----------------|
| (۱) $A$          | (۲) $B'$        |
| (۳) $A' \cup B'$ | (۴) $\emptyset$ |

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ی غیر تهی و  $A \cap B' = B \cap A'$ ، آنگاه مجموعه‌ی  $(A \Delta B) - A$  کدام است؟

- |                 |          |
|-----------------|----------|
| (۱) $\emptyset$ | (۲) $A$  |
| (۳) $B$         | (۴) $B'$ |

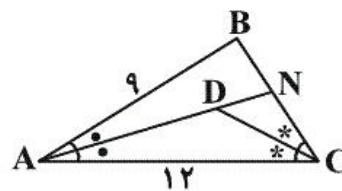
شما پاسخ نداده اید



ریاضی، هندسه ۲، استدلال (هندسه‌ی ۲)، استدلال در هندسه - ۱۳۹۵۰۱۰۷

(رضا عباسی اصل)

۱۰۲-



$AD = 3DN \Rightarrow AD = 3k, DN = k$   
از B به D وصل می‌کنیم. می‌دانیم نیمسازهای داخلی هر مثلث هم‌رسند، پس نیمساز  $\hat{B}$  از نقطه تلاقی نیمسازهای  $\hat{A}$  و  $\hat{C}$  یعنی D می‌گذرد. پس BD نیمساز  $\hat{B}$  است. حال:

$$BD \text{ نیمساز} \Rightarrow \frac{AB}{BN} = \frac{AD}{DN} \Rightarrow BN = 3$$

$$CD \text{ نیمساز} \Rightarrow \frac{AC}{CN} = \frac{AD}{DN} \Rightarrow CN = 4$$

$$BC = BN + CN = 7$$

پس:

(هندسه ۲- استدلال: صفحه‌های ۱۳ و ۳۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مسین فابیو)

۱۰۳-

شرط آن که a و b و c اندازه‌های سه ضلع یک مثلث باشند آن است که:  
(با در نظر گرفتن  $a = 2x + 2$ ،  $b = 3x - 2$  و  $c = 6x - 1$ )

$$\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{cases}, \begin{cases} a + b > c \Rightarrow (2x + 2) + (3x - 2) > 6x - 1 \Rightarrow x < 1 \\ b + c > a \Rightarrow (3x - 2) + (6x - 1) > 2x + 2 \Rightarrow x > \frac{5}{7} \\ a + c > b \Rightarrow (2x + 2) + (6x - 1) > 3x - 2 \Rightarrow x > -\frac{3}{5} \end{cases}$$

از اشتراک سه نامعادله‌ی بالا داریم  $\frac{5}{7} < x < 1$  (توجه کنید که به‌ازای این مقادیر x، a، b و c مثبت هستند). پس بیش‌ترین مقدار  $x_2 - x_1$  برابر است

$$\text{با } 1 - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}$$

(هندسه ۲- استدلال: صفحه‌های ۲۵ تا ۲۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(رسول ممسنی منش)

۱۰۴-

مثلث‌های  $OAB$  و  $OMN$  متشابه هستند. چرا که:

$$\Rightarrow \begin{cases} ON = \frac{1}{2}OB \\ OM = \frac{1}{2}OA \\ \hat{NOM} = \hat{AOB} \end{cases}$$

میانها یک دیگر را با نسبت ۱ به ۲ قطع می‌کند.

$$\Rightarrow \triangle OMN \sim \triangle OAB$$

پس نسبت تشابه آنها  $\frac{1}{2}$  و در نتیجه نسبت مساحت‌های آنها  $\frac{1}{4}$  است؛ لذا داریم:

$$\frac{S_{\triangle OAB}}{S_{\triangle OMN}} = 4 \xrightarrow{\times 3} \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle OMN}} = 12 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = 12 S_{\triangle OMN}$$

(هندسه ۲ - استدلال؛ صفحه‌های ۳۶ و ۳۷)

۴

۳✓

۲

۱

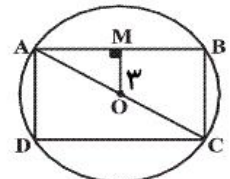
ریاضی، هندسه ۲، دایره - ۱۳۹۵۰۱۰۷

(مهمان فخران)

۱۰۵-

کوتاه‌ترین وتر که از نقطه‌ی  $M$  در دایره رسم می‌شود آن است که بر  $MO$  عمود باشد. طول این وتر برابر است با:

$$AB = 2\sqrt{R^2 - OM^2} = 2\sqrt{5^2 - 3^2} = 8$$



با استفاده از قضیه‌ی تالس چون  $AC$  دو برابر  $AO$  است، طول ضلع  $BC$  دو برابر طول  $MO$  است، پس  $BC = 6$ .  $S_{ABCD} = 8 \times 6 = 48$ .  
(هندسه ۲ - دایره؛ صفحه‌ی ۵۰)

۴

۳✓

۲

۱

(مهرداد ملونری)

۱۰۶-

مکان رأس  $A$ ، کمان درخور زاویه‌ی  $30^\circ$  روبه‌رو به ضلع  $BC = 1$  است، لذا

$$R = \frac{BC}{2 \sin 30^\circ} \Rightarrow R = 1$$

داریم:

شعاع دایره‌ی محیطی  $ABC$  برابر ۱ است. طول بزرگ‌ترین وتر در این دایره

برابر  $2R$  یعنی ۲ است. بنابراین میانه‌ی این مثلث نمی‌تواند  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$  باشد، لذا مسئله جواب ندارد.

(هندسه ۲ - دایره؛ صفحه‌های ۶۱ تا ۶۶)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۰۷

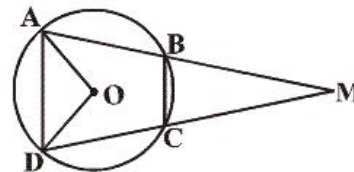
(مسین مایلو)

$$BC = R \Rightarrow \widehat{BC} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{M} = \frac{\widehat{AD} - \widehat{BC}}{2} = 30^\circ \Rightarrow \frac{\widehat{AD} - 60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{AD} = 120^\circ$$

اگر از نقطه‌ی O، مرکز دایره، به نقاط A و D وصل کنیم، در این صورت مثلث OAD متساوی الساقین بوده و داریم:



$$AD^2 = R^2 + R^2 - 2R^2 \cos \widehat{AOD}$$

$$\Rightarrow AD^2 = R^2 + R^2 - 2R^2 \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow AD^2 = 3R^2 \Rightarrow AD = R\sqrt{3}$$

(هندسه ۲ - دایره؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۹)

۴

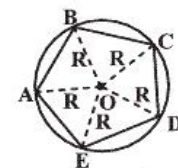
۳

۲

۱ ✓

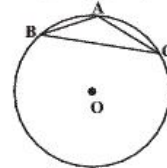
-۱۰۱

(ممدابراهیم گیتی زاده)



اگر دایره‌ای وجود داشته باشد که تمام رأس‌های یک چندضلعی روی محیط آن دایره واقع باشد، آن چندضلعی محاطی نامیده می‌شود، با توجه به شکل روبه‌رو، چون فاصله‌ی مرکز O از B و C به یک فاصله

است پس روی عمودمنصف BC است و برای اضلاع دیگر نیز می‌توان چنین نتیجه گرفت، پس: «عمودمنصف‌های ضلع‌های چندضلعی محاطی هم‌رسانند.»



گزینه‌ی «۱» در مورد چندضلعی محاطی درست است.

گزینه‌ی «۳»: شکل روبه‌رو را در نظر بگیرید.

گزینه‌ی «۴»: چندضلعی‌های منتظم را در نظر بگیرید که هم محاطی هستند و هم محاطی.

(هندسه ۲ - دایره؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی، هندسه ۲، تبدیل‌ها - ۱۳۹۵۰۱۰۷

-۱۰۸

(مسین مایلو)

طبق فرض، A' دوران یافته‌ی A(۱,۲) حول مبدأ مختصات، با زاویه ۹۰°- است، پس A'(۲,-۱). از طرفی اگر A و A' مجانس هم باشند، مرکز تجانس روی خط گذرنده از A و A' واقع است.

$$AA': y - 2 = \frac{-1 - 2}{2 - 1}(x - 1) \Rightarrow AA': y = -3x + 5$$

که در بین گزینه‌ها، نقطه‌ی (۵,۰) روی این خط واقع است.

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی؛ صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۱۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۰۹

(کتاب نوروز - سوال ۱۶۶)

$$(X, Y) = T(x, y) = (y - 2, 2x - 1)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X = y - 2 \Rightarrow y = X + 2 \\ Y = 2x - 1 \Rightarrow x = \frac{Y + 1}{2} \end{cases}$$

$$2x - 3y = 6 \Rightarrow 2\left(\frac{Y + 1}{2}\right) - 3(X + 2) = 6$$

$$\Rightarrow Y + 1 - 3X - 6 = 6 \Rightarrow Y - 3X = 11$$

در بین نقاط داده شده، تنها نقطه‌ی  $(-2, 5)$  در معادله‌ی خط صدق می‌کند.  
(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی؛ صفحه‌های ۱۱۹ تا ۱۲۲)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۱۰

(کتاب نوروز - سوال ۱۷۷)

در واقع، مثلث ACD، دوران یافته‌ی مثلث ABE به مرکز A و زاویه‌ی  $40^\circ$  است. پس زاویه‌ی حاده‌ی بین BE و CD برابر  $40^\circ$  است و داریم:

$$\alpha = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

(هندسه ۲ - تبدیل‌های هندسی؛ صفحه‌های ۱۲۴ و ۱۲۵)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی، جبر و احتمال، استدلال ریاضی، استدلال ریاضی - ۱۳۹۵۰۱۰۷

-۱۳۱

(نویز میبیری)

حکم‌های گزینه‌های اول، دوم و چهارم به کمک استقرای تعمیم یافته ثابت می‌شوند و به ترتیب، برای  $n \geq 7$ ،  $n \geq 2$  و  $n \geq 3$  درست هستند؛ اما حکم گزینه‌ی سوم برای هر  $n \in \mathbb{N}$  درست است و نیازی به استقرای تعمیم یافته ندارد.

توجه: گزینه‌ی سوم، همان تمرین ۱، بند (ت) از صفحه‌ی ۱۴ کتاب درسی جبر و احتمال است.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۸ تا ۱۵)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۳۲

(مهم‌علی نادرپور)

اگر  $0 < x < 7$ ، آنگاه  $[x]$  برابر یکی از اعداد  $0$  یا  $1$  یا  $2$  یا  $3$  یا  $4$  یا  $5$  یا  $6$  است. ۷ لانه با شماره‌های  $6,000,21,0$  و از سوی دیگر ۵۰ عدد را تعداد کیبوترها در نظر می‌گیریم. بنا به اصل لانه کیبوتر لانه‌ای وجود دارد که در آن حداقل

$$8 = 1 + \left\lceil \frac{50 - 1}{7} \right\rceil \text{ کیبوتر قرار گیرد.}$$

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱



۱۳۳-

(علی اصغر فرضی)

مثال نقض برای گزاره‌ی فوق، عددی است که حاصل ضرب ارقامش بر ۸ بخش‌پذیر بوده اما خودش بر ۸ قابل قسمت نباشد. مانند گزینه‌ی «۴» که حاصلضرب ارقام آن مضرب ۸ بوده ولی خود عدد ۱۲۴، مضرب ۸ نیست.

(جبر و احتمال - استرلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۳۴-

(معصومه کرائی)

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$$

$$\Rightarrow 2(x^2 + y^2 + z^2) \geq 2(xy + xz + yz)$$

$$\Rightarrow (x^2 + y^2 - 2xy) + (x^2 + z^2 - 2xz) + (y^2 + z^2 - 2yz) \geq 0$$

$$\Rightarrow (x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2 \geq 0$$

(جبر و احتمال - استرلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

ریاضی، جبر و احتمال، مجموعه - ضرب دکارتی و رابطه، مجموعه - ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۵۰۱۰۷

۱۳۵-

(کتاب نوروز - سوال ۲۲۷)

$$C = P(B) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$$

$$A - C = \{1, 2\}$$

مجموعه‌ی  $A - C$  دارای ۴ زیرمجموعه است ولی تنها دو زیرمجموعه‌ی  $\{1\}$  و  $\{2\}$  از آن، سره و غیر تهی هستند.

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها؛ صفحه‌های ۳۸ تا ۴۳ و ۵۲)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

۱۳۶-

(کتاب نوروز - سوال ۲۳۱)

$$(A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C')$$

$$= (A \cup B \cup C) \cap (A \cap B \cap C')' = (A \cup B \cup C) \cap (A' \cup B' \cup C)$$

$$= [(A \cup B) \cap (A' \cup B')] \cup C$$

$$= [(A \cup B) \cap (A \cap B)]' \cup C$$

$$= [(A \cup B) - (A \cap B)] \cup C = (A \Delta B) \cup C$$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها؛ صفحه‌های ۵۲ تا ۵۴)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

(هنریک سرکیسیان)

-۱۳۷

اگر ناحیه‌ها را مطابق شکل روبه‌رو شماره‌گذاری کنیم، داریم:

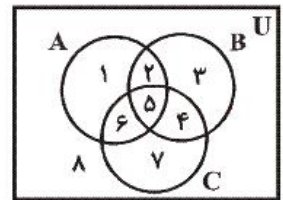
$$(A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C) = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$$

$$(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C) = \{2, 5, 4, 6\}$$

$$(A \Delta B) \cap (A \Delta C) \cap (B \Delta C)$$

$$= \{1, 6, 3, 4\} \cap \{1, 2, 4, 7\} \cap \{2, 3, 6, 7\} = \emptyset$$

$$A \cap B \cap C = \{5\}$$



فقط گزینه‌ی (۲) با شکل مطابقت دارد.

(ببر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۳ تا ۵۷)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

(نویر میبیری)

-۱۳۸

با توجه به داده‌ها می‌توانیم بنویسیم:

$$A_1 = [\frac{1}{4}, 2], A_2 = [\frac{3}{4}, 3], A_3 = [\frac{5}{4}, 4]$$

$$\Rightarrow \bigcup_{n=1}^3 A_n = [\frac{1}{4}, 4], \bigcap_{n=1}^3 A_n = \emptyset$$

$$\Rightarrow (\bigcup_{n=1}^3 A_n) \Delta (\bigcap_{n=1}^3 A_n) = [\frac{1}{4}, 4] \Delta \emptyset = [\frac{1}{4}, 4]$$

و بازه‌ی  $[\frac{1}{4}, 4]$  شامل چهار عدد صحیح ۱، ۲، ۳ و ۴ است.

(ببر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۷)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱



-۱۳۹

(امیرحسین ابومحبوب)

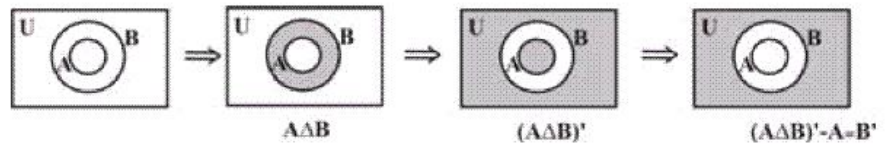
$$(A \Delta B)' - A = [(A - B) \cup (B - A)]' - A \quad \text{راه حل اول:}$$

$$= [\phi \cup (B - A)]' - A$$

$$= (B \cap A')' \cap A' = (B' \cup A) \cap A'$$

$$= (B' \cap A') \cup (A \cap A') = (A \cup B)' \cup \phi = B'$$

راه حل دوم: استفاده از نمودار ون:



(ببر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۷)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

(نوید مفیدی)

-۱۴۰

اگر  $B \subseteq A'$ ، آن‌گاه  $A \subseteq B'$  (چرا؟)، بنابراین خواهیم داشت

$$A - B' = \emptyset$$

احتمال داریم:  $A' - B' = B - A$ ، پس:

$$(A - B') \cup [(A' - B') - B]' = \emptyset \cup [(B - A) - B]' = \emptyset \cup [\emptyset]'$$

$$= \emptyset \cup U = U$$

(ببر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۴ تا ۵۷)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

-۸۲

(کتاب نوروز - سوال ۱۶)

$$\frac{S_{10}}{S_5} = \frac{a_1 \frac{(1-q^{10})}{1-q}}{a_1 \frac{(1-q^5)}{1-q}} = \frac{1-q^{10}}{1-q^5} = \frac{(1-q^5)(1+q^5)}{1-q^5}$$

$$= 1+q^5 = 33 \Rightarrow q^5 = 32 \Rightarrow q = 2$$

$$\frac{a_5}{a_1} = \frac{a_1 q^4}{a_1} = q^4 = (2)^4 = 16$$

(مسابان - دنباله‌های حسابی و هندسی: صفحه‌های ۳ تا ۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، مثلثات - ۱۳۹۵۰۱۰۷

-۹۶

(هادی پلاور)

توجه کنید که  $\sin 16^\circ = \cos 74^\circ$  و داریم:

$$\cos 74^\circ = \cos(2 \times 37^\circ) = 1 - 2 \sin^2 37^\circ = 1 - 2\left(\frac{0}{6}\right)^2$$

$$= 1 - 0 / 72 = 0 / 28$$

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۰۴، ۱۰۵ و ۱۱۰ تا ۱۱۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۹۷

(کتاب نوروز - سوال ۷۱)

$$2 \cos 20^\circ \cos 40^\circ + \frac{1}{2} = \cos 60^\circ + \cos 20^\circ + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \cos 20^\circ + \frac{1}{2}$$

$$= 1 + \cos 20^\circ = 2 \cos^2 10^\circ = 2 \sin^2 80^\circ$$

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\sin 2x + \tan \frac{\pi}{3} \cos 2x = -1 \Rightarrow \sin 2x + \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{\cos \frac{\pi}{3}} \cos 2x = -1$$

$$\sin 2x \cos \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{3} \cos 2x = -\cos \frac{\pi}{3}$$

$$\sin(2x + \frac{\pi}{3}) = -\sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow \sin(2x + \frac{\pi}{3}) = \sin(-\frac{\pi}{6})$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \\ 2x + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = k\pi + \frac{5\pi}{12} \Rightarrow x = -\frac{7\pi}{12}, \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

بنابراین معادله در بازه  $(-\pi, \pi)$  دارای ۴ جواب است.

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۳)

۴ ✓

۳

۲

۱

(کتاب نوروز - سوال ۷۶)

$$\tan(\tan^{-1}(x) + \tan^{-1}(2x)) = \tan \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{x + 2x}{1 - 2x^2} = \infty \Rightarrow 1 - 2x^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

جواب‌ها را در معادله جایگذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} \tan^{-1}(\frac{\sqrt{2}}{2}) + \tan^{-1}(\sqrt{2}) = \frac{\pi}{2} & \text{ق ق} \\ \tan^{-1}(-\frac{\sqrt{2}}{2}) + \tan^{-1}(-\sqrt{2}) = -\frac{\pi}{2} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۲۴ تا ۱۳۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مفتار منصوری)

-۱۰۰

زاویه ی  $M$  چون محاطی روبه‌رو به قطر است، پس برابر  $90^\circ$  است. داریم:

$$\cos \alpha = \frac{AM}{AB} \Rightarrow AM = 2R \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{BM}{AB} \Rightarrow BM = 2R \sin \alpha$$

$$\Delta AMH : \cos \alpha = \frac{AH}{AM} \Rightarrow AH = AM \cos \alpha = 2R \cos^2 \alpha$$

$$2AH + BM = 4R \Rightarrow 4R \cos^2 \alpha + 2R \sin \alpha = 4R$$

$$\Rightarrow 2 \cos^2 \alpha + \sin \alpha = 2 \Rightarrow 2 - 2 \sin^2 \alpha + \sin \alpha = 2$$

$$\sin \alpha (-2 \sin \alpha + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{1}{2} \\ \sin \alpha = 0 \end{cases} \quad \text{غ ق ق}$$

(مسابان - مثلثات: صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۲۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، ریاضی پایه ، توابع نمایی و لگاریتم ، توابع نمایی و لگاریتم - ۱۳۹۵۰۱۰۷

(کوروش شاه‌منصوریان)

-۸۱

$$\log(2^x + 8) = \log 2 + \log 2^x = \log 2^{x+1}$$

$$\Rightarrow 2^{x+1} = 2^x + 8 \Rightarrow 2^{x+1} - 2^x = 8 \Rightarrow 2^x (2^1 - 1) = 8$$

$$\Rightarrow 2^x = 8 = 2^3 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \frac{\log_3 3 + 3}{\log_3 4 + 1} = \frac{1 + 3}{1 + 1} = 2$$

(ریاضی ۲ - توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، اعمال روی توابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۰۷

-۹۲

(معمّر فندان)

$$(f - 2g)(2) = f(2) - 2g(2) = 3 - 2 \underbrace{g(2)}_k = 3 - 2k$$

$$g(2) = k \Rightarrow g^{-1}(k) = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \Rightarrow k + \frac{2}{k} = 2 \Rightarrow k^2 - 2k + 2 = 0 \Rightarrow \Delta < 0 \text{ غ ق ق} \\ x < 2 \Rightarrow \frac{k}{3} + 2 = 2 \Rightarrow k = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f - 2g)(2) = 3 - 2(0) = 3$$

(مسابان - تابع: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹ و ۹۰ تا ۹۵)

۴

۳✓

۲

۱

-۹۳

(مسین فابیلو)

$f$  یک تابع خطی است که محور  $y$  ها را با عرض ۲ قطع می‌کند، پس  $f(x) = mx + 2$ .  $g$  یک تابع درجه دوم است که محور  $y$  ها را با عرض ۳ قطع می‌کند، پس  $g(x) = ax^2 + bx + 3$ .

$$(fog)(x) = f(g(x)) = m(ax^2 + bx + 3) + 2$$

$$\Rightarrow (fog)(x) = max^2 + mbx + (3m + 2)$$

اما طبق فرض سؤال  $(fog)(x) = 2x^2 + x - 1$ ، پس، داریم:

$$\begin{cases} (fog)(x) = max^2 + mbx + (3m + 2) \\ (fog)(x) = 2x^2 + x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3m + 2 = -1 \Rightarrow m = -1 \quad (*) \\ mb = 1 \xrightarrow{(*)} -b = 1 \Rightarrow b = -1 \\ ma = 2 \xrightarrow{(*)} -a = 2 \Rightarrow a = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x) = -x + 2 \\ g(x) = -2x^2 - x + 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (f - g)(x) = f(x) - g(x) = (-x + 2) - (-2x^2 - x + 3) = 2x^2 - 1$$

(مسابان - صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

۴✓

۳

۲

۱

-۹۴

(سمیر علینزاده)

$$(gof)^{-1}(2x - 1) = x \Rightarrow f^{-1}(g^{-1}(2x - 1)) = x$$

$$\xrightarrow{x=2} f^{-1}(g^{-1}(3)) = 2 \Rightarrow g^{-1}(3) = f(2) = 2^3 + 2 = 10$$

(مسابان - تابع: صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶ و ۹۰ تا ۹۵)

۴

۳

۲✓

۱

۹۵- (هاری پلور)  
چون  $f$  متناوب با دوره‌ی تناوب ۴ است، پس داریم:  
 $f(x) = f(x + 4n) \quad (n \in \mathbb{Z})$   
بنابراین  $f(-7) = f(-7 + 2 \times 4) = f(1)$  است و داریم:  
 $f(1) = f(-7) = 2 \Rightarrow \sqrt{1+k} = 2 \Rightarrow k = 3$   
(مسئله‌بان - تابع: صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۱ ۲✓ ۳ ۴

ریاضی ، ریاضی پایه ، زوج،فرد،صعودی،نزولی،یک به یک و تساوی دو تابع ، تابع - ۱۳۹۵۰۱۰۷

۹۱- (همید علینزاده)  
$$f(x) = \frac{1}{2} \overbrace{(f(x) + f(-x))}^{h(x)} + \frac{1}{2} \overbrace{(f(x) - f(-x))}^{g(x)}$$
$$h(x) = \frac{1}{2} (\cos^{-1}(\sqrt[3]{x}) + \cos^{-1}(\sqrt[3]{-x}))$$
$$= \frac{1}{2} (\cos^{-1}(\sqrt[3]{x}) + \pi - \cos^{-1}(\sqrt[3]{x})) = \frac{\pi}{2}$$
  
(مسئله‌بان - تابع: صفحه‌های ۷۶ تا ۷۹)

۱ ۲ ۳ ۴✓

ریاضی ، ریاضی پایه ، بسط دو جمله‌ای ، محاسبات جبری،معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۵۰۱۰۷

۸۳- (جمال الدین حسینی)  
می‌دانیم که

$$(x+1)^4 = \overbrace{\binom{4}{0}x^4 + \binom{4}{1}x^3 + \binom{4}{2}x^2 + \binom{4}{3}x + \binom{4}{4}}^{15}$$
$$\Rightarrow (x+1)^4 = 15 + 1 = 16 \Rightarrow (x+1)^4 = 16$$
$$\Rightarrow x+1 = \pm 2 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-3 \end{cases}$$

(مسئله‌بان - محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۸ تا ۱۱ و ۱۵ تا ۲۴)

۱✓ ۲ ۳ ۴

ریاضی ، ریاضی پایه ، معادلات درجه ۲ و ماکزیمم مینیمم توابع ، محاسبات جبری،معادلات و نامعادلات -

۸۵-

(سعید زوارقی)

فرض می‌کنیم  $\alpha$  و  $\beta$  جواب‌های معادله باشند. حال به هر کدام ۲ واحد اضافه می‌کنیم و بعد آن‌ها را در هم ضرب می‌کنیم:

$$(\alpha + 2)(\beta + 2) = \alpha\beta + 2(\alpha + \beta) + 4 = \alpha\beta + 2(-2) + 4 = \alpha\beta$$

پس به حاصل ضرب جواب‌ها مقداری اضافه نمی‌شود.

(مسئله - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

۸۶-

(محمدرضا شوکتی بیرق)

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ -\frac{b}{a} > 0 \\ \frac{c}{a} > 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{یادآوری: تابع درجه‌ی دوم } y = ax^2 + bx + c \text{ وقتی دو} \\ \text{ریشه‌ی مثبت دارد که داشته باشیم:} \end{array}$$

هم‌چنین جهت تقعر نمودار سهمی فوق در حالت  $a < 0$  رو به پایین و در حالت  $a > 0$  رو به بالاست.

مطابق نمودار داده شده، جهت تقعر به طرف پایین بوده لذا  $a < 0$  است و از طرفی تابع، دو ریشه‌ی مثبت دارد. پس:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4 > 0 \Rightarrow b < -2 \text{ یا } b > 2 \\ -\frac{b}{a} > 0 \xrightarrow{a < 0} b > 0 \\ \frac{1}{a} > 0 \Rightarrow \frac{1}{a^2} > 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک}} b > 2$$

(مسئله - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۱۵ تا ۲۴)

۴

۳ ✓

۲

۱



(کتاب نوروز - سوال ۳۶)

-۸۷

$$3x^2 + 2|x| - 5 = 0 \xrightarrow{\text{جمع ضرایب صفر است.}} \begin{cases} |x| = 1 \\ |x| = \frac{-5}{3} \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

$$(|x| - 1)(\underbrace{3|x| + 5}_{\text{مثبت}}) < 0 \Rightarrow |x| - 1 < 0 \Rightarrow -1 < x < 1$$

$$a < x < b \Rightarrow b = 1, a = -1 \Rightarrow b - a = 1 - (-1) = 2$$

(حسابان - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹)

۴

۳✓

۲

۱

(میلاد منصوری)

-۸۸

ابتدا دامنه‌ی  $\sqrt{x}$  ایجاب می‌کند که  $x \geq 0$ .

$$\sqrt{x^2 + x + 2x\sqrt{x}} + \sqrt{x + 1 - 2\sqrt{x}} = \sqrt{(x + \sqrt{x})^2} + \sqrt{(\sqrt{x} - 1)^2}$$

$$= \left| \underbrace{x + \sqrt{x}}_{\text{مثبت است}} \right| + |\sqrt{x} - 1| = x + \sqrt{x} + |\sqrt{x} - 1|$$

$$x + \sqrt{x} + |\sqrt{x} - 1| = x + 1 \Rightarrow |\sqrt{x} - 1| = 1 - \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$$

(حسابان - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳✓

۲

۱

(فریدون ساعتی)

-۸۹

$$\frac{9^x + 1}{2 - x^2} = 3^x \Rightarrow \frac{9^x + 1}{3^x} = 2 - x^2 \Rightarrow \frac{(3^x)^2 + 1}{3^x} = 2 - x^2$$

$$3^x + \frac{1}{3^x} = 2 - x^2$$

$$3^x + \frac{1}{3^x} \geq 2 \text{ بنابرین } (3^x > 0), \text{ اگر } f(x) = 3^x + \frac{1}{3^x}$$

$$g(x) = 2 - x^2 \text{ و } \text{Min}\{f\} = 2 \text{ یعنی } (b + \frac{1}{b} \geq 2 \Leftrightarrow b > 0)$$

آن‌گاه  $\text{Max}\{g\} = 2$  بنابرین  $f(x) = g(x)$  زمانی جواب دارد که هر دو برابر با ۲ باشند، یعنی  $x = 0$  بنابرین معادله فقط یک جواب دارد.

(حسابان - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱✓

-۸۴

(عمید علیزاده)

$$f(x) = (x^2 + x)Q(x) + (2x + 1) \Rightarrow \begin{cases} f(0) = 1 \\ f(-1) = -1 \end{cases}$$

$$g(x) = (x^2 + x)Q'(x) + (3x + 2) \Rightarrow \begin{cases} g(0) = 2 \\ g(-1) = -1 \end{cases}$$

$$f(x).g(x) = (x^2 + x)Q''(x) + ax + b$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(-1)g(-1) = -a + b = 1 \\ f(0)g(0) = b = 2 \end{cases}$$

$$b = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow R(x) = x + 2$$

(مسئله - معادلات جبری، معادلات و نامعادلات: صفحه‌های ۴ تا ۸)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی، ریاضی پایه، دامنه و برد تابع، تابع - ۱۳۹۵۰۱۰۷

-۹۰

(جمال الدین حسینی)

با توجه به نمودار  $y = f(x)$  داریم:

$$0 \leq f(x) < 3 \Rightarrow 16 \leq f^2(x) + 16 < 25 \Rightarrow 4 \leq \sqrt{f^2(x) + 16} < 5$$

$$\xrightarrow{x(-2)} -10 < -2\sqrt{f^2(x) + 16} \leq -8$$

$$\xrightarrow{+3} -7 < 3 - 2\sqrt{f^2(x) + 16} \leq -5 \Rightarrow R_y = (-7, -5]$$

(مسئله - تابع: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، آمار و مدل سازی، آمار و مدل سازی، آمار و مدل سازی - ۱۳۹۵۰۱۰۷

-۱۱۱

(مهمعلی کاظم نظری)

اطلاعات کمی قابل تفسیر نیستند، ولی اطلاعات کیفی قابل تفسیرند.

(آمار و مدل سازی - اندازه گیری و مدل سازی: صفحه‌های ۴، ۵ و ۸)

۴

۳✓

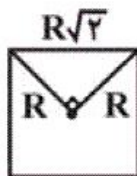
۲

۱

-۱۱۲

(هنریک سرکیسیان)

با استفاده از رابطه‌ی فیثاغورس مشخص می‌شود که طول ضلع مربع برابر است با:



$$\sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2}$$

پس مساحت ناحیه هاشور خورده برابر است با:

$$S = \pi R^2 - (R\sqrt{2})^2 = (\pi - 2)R^2$$

$$S = (\pi - 2)(2 + E)^2 = (\pi - 2)(4 + 4E + E^2)$$

و داریم:

$$S \approx (\pi - 2)(4E + 4) = 4(\pi - 2)(E + 1)$$

(آمار و مدل‌سازی - اندازه‌گیری و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۷ تا ۱۳)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۱۳

(سعید زوارقی)

می‌دانیم جمع کل فراوانی نسبی برابر ۱ است. پس داریم:

$$0/1 + 0/2 + 0/1 + x + 0/1 + 0/2 + 0/1 = 1 \Rightarrow x = 0/2$$

پس مجموع فراوانی‌های نسبی کم‌تر از ۴ روز برابر است با:

$$0/1 + 0/2 + 0/1 + 0/2 = 0/6$$

$$\Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{x}{30} \Rightarrow x = 18$$

عدد ۳۰ همان تعداد روزهای آبان ماه است.

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی؛ صفحه‌های ۵۴ تا ۵۶)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۱۴

(رضا عباسی اصل)

اگر  $x$  فراوانی مطلق دسته‌ی آخر باشد، آنگاه تعداد کل داده‌ها برابر  $(x + 51)$  است. بنابراین داریم:

$$\frac{x}{x + 51} = \frac{15}{100} = \frac{3}{20} \Rightarrow 20x = 3x + 153 \Rightarrow x = 9$$

$$51 + 9 = 60$$

پس تعداد کل داده‌ها برابر است با:

(آمار و مدل‌سازی - دسته‌بندی داده‌ها و جدول فراوانی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۵۹)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۱۵

(سروش موثینی)

می‌دانیم مساحت زیر نمودار چند بر فراوانی برابر است با مساحت زیر نمودار مستطیلی. داریم:

$$S = 54 = (4 + 3 + 5 + 6) \times 3 = \text{طول دسته} \times \text{جمع فراوانی} = \text{نمودار مستطیلی}$$

(آمار و مدل‌سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها؛ صفحه‌های ۸۲ تا ۹۱)

۴

۳

۲

۱✓

(رضا عباسی اصل)

-۱۱۶

$$(2/2 + 2/3 + 2/4 + 2/a + 2/9) + (3/0 + 3/b + 3/2 + 3/a)$$

$$= 25$$

$$\Rightarrow 24 + 0/a + 0/a + 0/b = 25 \Rightarrow \frac{a}{5} + \frac{b}{10} = 1$$

$$\Rightarrow 2a + b = 10$$

با توجه به ردیف اول نمودار ساقه و برگ داده شده،  $4 \leq a \leq 9$  و نیز با توجه به ردیف دوم،  $0 \leq b \leq 2$  است.

بنابراین جوابهای ممکن برای معادله عبارتند از  $(b=0, a=5)$  یا  $(b=2, a=4)$  در نتیجه  $a-b=5$  یا  $a-b=2$  است.

(آمار و مدل سازی - نمودارها و تحلیل داده‌ها؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۳)

۴

۳

۲✓

۱

(رضا عباسی اصل)

-۱۱۷

چون تعداد داده‌ها فرد است در ترتیب صعودی داده‌ها، داده‌ی ۱۳۰ام (یعنی ۶۱) میانه است. فرض کنیم ترتیب صعودی داده‌ها به شکل زیر باشد:

(بزرگترین داده و  $a, 61, b, \dots$  و کوچک‌ترین داده) با حذف یکی از داده‌ها، تعداد داده‌ها زوج خواهد شد و در نتیجه میانگین دو داده‌ی وسط، میانه‌ی جدید را مشخص می‌کند، نتیجه داریم:

$$\frac{a+61}{2} = 60 \Rightarrow a = 59$$

$$\frac{b+61}{2} = 64 \Rightarrow b = 67$$

با حذف همزمان ۲ داده‌ی کوچکتر،  $b$  میانه‌ی جدید خواهد بود.

(آمار و مدل سازی - شاخص‌های مرکزی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۱۹)

۴✓

۳

۲

۱

(معصومه کرائی)

-۱۱۸

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:  $10, 12, 14, 15, 16, 23, 27$

$a =$  کوچک‌ترین داده  $= 10$  و  $e =$  بزرگ‌ترین داده  $= 27$

چون تعداد داده‌ها فرد است، میانه برابر داده‌ای است که در وسط قرار دارد، پس  $c = 15$ .

میانه‌ی نیمه‌ی اول داده‌ها برابر ۱۲ و میانه‌ی نیمه‌ی دوم داده‌ها برابر ۲۳ است

$$\frac{a+c}{b+d} = \frac{10+15}{12+23} = \frac{25}{35}$$

پس  $b = 12$  و  $d = 23$ .

(آمار و مدل سازی - شاخص‌های مرکزی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۱)

۴

۳✓

۲

۱

(سعیر زوارقی)

مجموع تفاضل‌های میانگین از داده‌ها برابر صفر است، پس داریم:

$$a + 3 + 1 + 0 + (-2) + b = 0 \Rightarrow a + b = -2$$

$$a - b = 12$$

دامنه‌ی تغییرات برابر با ۱۲ است. پس:

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = -2 \\ a - b = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ b = -7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{5^2 + 3^2 + 1^2 + 0^2 + (-2)^2 + (-7)^2}{6}$$

$$= \frac{88}{6} = \frac{44}{3}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{44}{3}} = 2\sqrt{\frac{11}{3}} \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2\sqrt{\frac{11}{3}}}{\sqrt{33}} = \frac{2}{3} \approx 0.67$$

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های پراکندگی: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۵۸)

۴

۳✓

۲

۱

(سروش موئینی)

-۱۲۰

$$\sigma^2 = 6 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{20} \Rightarrow \sum (x_i - \bar{x})^2 = 120$$

$$\sigma^2 = 4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{20 + n} \Rightarrow \frac{120}{20 + n} = 4 \Rightarrow n = 10$$

دقت می‌کنید که برای داده‌های مساوی با میانگین،  $x_i - \bar{x} = 0$  است و حاصل  $\sum (x_i - \bar{x})^2$  تغییری نمی‌کند.

(آمار و مدل‌سازی - شافص‌های پراکندگی: صفحه‌های ۱۳۸ تا ۱۵۲)

۴✓

۳

۲

۱



مطابق شکل داریم:

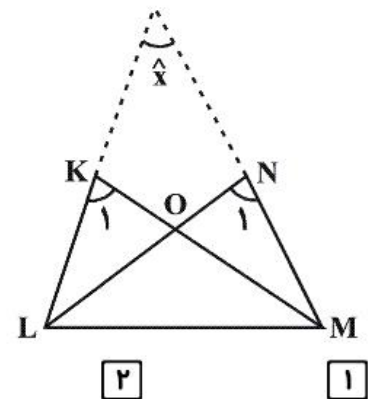
$$\begin{cases} \hat{MLN} = \hat{KML} \\ LM \text{ مشترک} \xrightarrow{\text{ض. ز}} \triangle MLN \cong \triangle LMK \\ \hat{LMN} = \hat{MLK} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{K}_1 = \hat{N}_1 = ۸۰^\circ, \hat{KOL} = ۵۵^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{KON} = ۱۸۰^\circ - ۵۵^\circ = ۱۲۵^\circ$$

$$\xrightarrow{\text{مطابق با تمرین ۱۲ صفحه ۱۴}} \hat{x} + \hat{KON} = \hat{K}_1 + \hat{N}_1$$

$$\Rightarrow \hat{x} + ۱۲۵^\circ = ۱۶۰^\circ \Rightarrow \hat{x} = ۳۵^\circ$$



(هندسه ۱ - استرلال: صفحه‌های ۱۴ تا ۲۴)

۴

۳✓

۲

۱

(بهرام طالبی)

اگر از O به A وصل کنیم به علت آن که O روی عمودمنصف AB واقع است  $OA = OB$  و از آن جا که O روی عمودمنصف AC واقع است،  $OA = OC$  پس  $OB = OC$  و مثلث‌های OAB و OAC، OBC و متساوی‌الساقین هستند، داریم:

$$\triangle OAB : \hat{B}_1 = \hat{A}_1 = \frac{\hat{A}}{2} = ۴۰^\circ$$

$$\begin{aligned} \triangle ABC : \hat{A}_1 &= \frac{۱۸۰^\circ - \hat{BAC}}{2} \\ &= \frac{۱۸۰^\circ - ۸۰^\circ}{2} = ۵۰^\circ \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \hat{B}_7 = \hat{ABC} - \hat{B}_1 = ۵۰^\circ - ۴۰^\circ = ۱۰^\circ$$

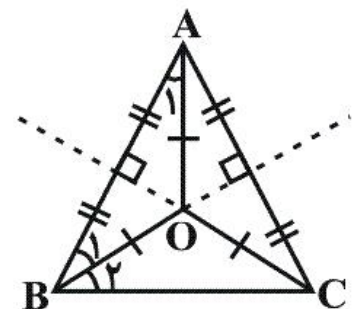
(هندسه ۱ - استرلال: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۷)

۴

۳

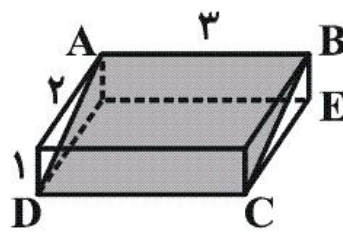
۲

۱✓



۱۲۸-

(مسیر فایلو)



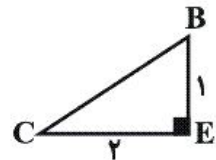
مستطیل ABCD در شکل مقابل،  
بزرگترین مقطع حاصل از تقاطع یک صفحه  
در فضا با مکعب مستطیلی به ابعاد ۱، ۲ و ۳  
واحد است.

داریم:

$$BC = \sqrt{BE^2 + CE^2} = \sqrt{5}$$

$$S(ABCD) = AB \times BC = 3\sqrt{5}$$

(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی؛ صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۶)



☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(عبدالصمد فالوری)

۱۲۹-

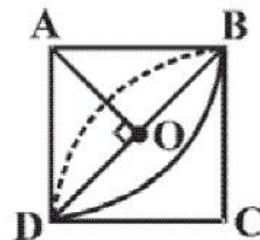
از آنجا که  $\sqrt{2}^2 = 1^2 + 1^2$ ، مثلث مورد نظر قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است،  
مطابق شکل حجم حاصل از دو مخروط که در قاعده مشترکند تشکیل شده

است. شعاع قاعده‌ی هر یک از این مخروط‌ها  $r = \frac{BD}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  و ارتفاعشان

$h = AO = \frac{AC}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$  است. پس حجم هر یک از مخروط‌ها برابر

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{\sqrt{2}\pi}{12}$  و در نتیجه حجم شکل حادث برابر است با

$$2V = \frac{\sqrt{2}\pi}{6}$$



(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی؛ صفحه‌های ۱۲۹ تا ۱۳۵)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

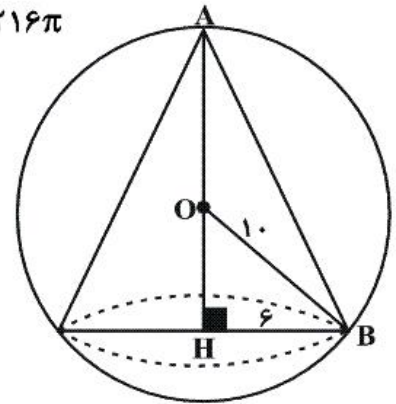


چون قطر کره ۲۰ است پس شعاع آن ۱۰ است.

$$\Delta OBH : OB^2 = BH^2 + OH^2 \Rightarrow 10^2 = 6^2 + OH^2 \Rightarrow OH = 8$$

$$\Rightarrow AH = AO + OH = 10 + 8 = 18$$

$$V_{\text{مخروط}} = \frac{1}{3} \pi \times 6^2 \times 18 = 6^3 \pi = 216\pi$$



(هندسه ۱ - شکل‌های فضایی؛ صفحه‌های ۱۲۹ تا ۱۴۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، هندسه ۱ ، مساحت و قضیه فیثاغورس ، مساحت و قضیه فیثاغورس - ۱۳۹۵۰۱۰۷

$$\Delta ACM_r : b^2 + \left(\frac{c}{2}\right)^2 = 4^2 \Rightarrow b^2 + \frac{c^2}{4} = 16$$

حالا طرفین این دو عبارت را با هم جمع می‌کنیم:

$$b^2 + c^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{c^2}{4} = 25 \Rightarrow \frac{5b^2}{4} + \frac{5c^2}{4} = 25$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4} (\underbrace{b^2 + c^2}_{a^2}) = 25$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{25 \times 4}{5} \Rightarrow a = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

(هندسه ۱ - مساحت و قضیه فیثاغورس؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۹)

۴

۳ ✓

۲

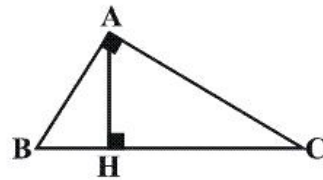
۱

۱۲۴-

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

مثلث‌های  $ABC$ ،  $ABH$  و  $AHC$  همگی متشابه هستند و نسبت تشابه

مثلث  $AHC$  و  $AHB$   $\frac{AC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{5}{3}$  است. بنابراین نسبت



مساحت‌های آن‌ها برابر است با  $\frac{S_{AHC}}{S_{AHB}} = \frac{25}{9}$

اگر فرض کنیم،  $S_{AHB} = 9x$  و

$S_{AHC} = 25x$  آن‌گاه  $S_{ABC} = 34x$

پس:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AHC}} = \frac{34x}{25x} = \frac{34}{25}$$

(هندسه ۱ - مساحت و قضیه فیثاغورس؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۰۲)

۴✓

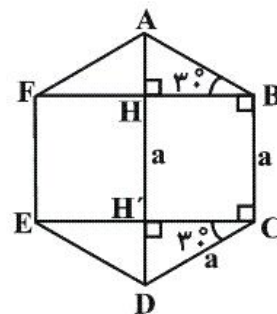
۳

۲

۱

۱۲۵-

(مسین فابیلا)



مطابق شکل، قطرهای کوچک  $BF$  و  $CE$ ، قطر

بزرگ  $AD$  را در  $H$  و  $H'$  قطع می‌کنند. در

مثلث قائم‌الزاویه  $ABH$ ، ضلع روبه‌رو به

زاویه  $30^\circ$ ، نصف وتر است، پس  $AH = \frac{a}{2}$  و

به طریق مشابه  $DH' = \frac{a}{2}$

از طرفی  $HH' = BC = a$ ، پس قطر کوچک  $BF$ ، قطر بزرگ  $AD$  را به

نسبت زیر قطع می‌کند:

$$\frac{AH}{DH} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{3a}{2}} = \frac{1}{3}$$

(هندسه ۱ - مساحت و قضیه فیثاغورس؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۲۶

(رضا عباسی اصل)

فرض کنیم  $\hat{FCE} = \hat{ECA} = \alpha$  ، در این صورت:

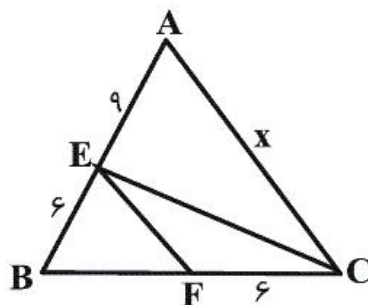
$$EF \parallel AC \Rightarrow \hat{FEC} = \hat{ACE} \Rightarrow \hat{FEC} = \alpha$$

در نتیجه: مثلث EFC متساوی الساقین

است  $(\hat{FEC} = \hat{FCE} = \alpha)$  بنابراین

$$EF = FC = ۶$$

حال:



$$\Delta ABC : EF \parallel AC \xrightarrow{\text{نتیجه ی قضیه تالس}} \frac{EF}{AC} = \frac{BE}{AB}$$

$$\xrightarrow{AB=AC} BE = EF = ۶$$

$$AC = AB = AE + BE = ۹ + ۶ = ۱۵ \Rightarrow x = ۱۵$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه های ۷۷ تا ۸۱)

۴

۳ ✓

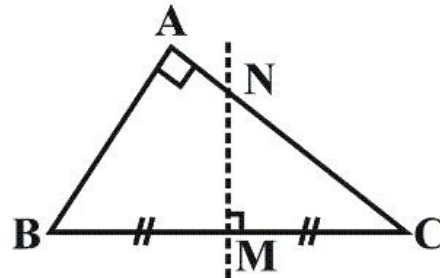
۲

۱

مطابق شکل، در مثلث قائم الزاویه ABC فرض می‌کنیم

AB = ۱ و AC = ۲، داریم:

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{5} \Rightarrow CM = \frac{1}{2}BC = \frac{\sqrt{5}}{2}$$



همچنین داریم:

$$\begin{cases} \hat{C} = \hat{C} \\ \hat{A} = \hat{M} = 90^\circ \end{cases} \xrightarrow{\text{تساوی زاویه‌ها}} \Delta ABC \sim \Delta MNC$$

$$K = \frac{CM}{AC} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{4} \Rightarrow \frac{S(\Delta MNC)}{S(\Delta ABC)} = K^2 = \frac{5}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{S(\Delta BMN)}{S(\Delta ABC)} = 1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$$

$$\Rightarrow \frac{S(\Delta BMN)}{S(\Delta MNC)} = \frac{\frac{11}{16}}{\frac{5}{16}} = \frac{11}{5} = 2 \frac{1}{5}$$

(هندسه ۱ - تشابه: صفحه‌های ۱۳ تا ۱۰۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۴۱

(سراسری ریاضی - ۹۴)

اولاً استقراء به از  $m = 5$  شروع می‌شود:  $5! > 2^6$

ثانیاً: برای اثبات داریم:

$$\underbrace{k! > 2^{k+1}}_{\text{فرض}} \Rightarrow \underbrace{(k+1)! > 2^{k+2}}_{\text{حکم}}$$

فرض

حکم

طرفین فرض یعنی  $2^{k+1} > k!$  را در  $k+1$  ضرب می‌کنیم.

$$(k+1)! > (k+1)2^{k+1}$$

کافی است ثابت کنیم که  $2^{k+2} > (k+1)2^{k+1}$  در نتیجه  $k+1 > 2$  که

بدیهی است.

(چبر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

-۱۴۲

(سراسری انسانی - ۷۷)

$$n = 2 \Rightarrow 2^2 + 1 = 5 \text{ اول}$$

$$n = 4 \Rightarrow 2^4 + 1 = 17 \text{ اول}$$

$$n = 6 \Rightarrow 2^6 + 1 = 65 \text{ مرکب}$$

$$n = 8 \Rightarrow 2^8 + 1 = 257 \text{ اول}$$

(چبر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۰ تا ۲۲)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۴۳-

(کتاب آبی - سوال ۳۷)

گزینه‌های (۳) و (۴) که همواره برقرار نیستند. گزینه‌ی (۱) نیز در حالت برعکس برقرار نیست.

$$xy \geq 0 \xrightarrow{x>0, y=0} \frac{x}{y} \text{ تعریف نشده}$$

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

۱۴۴-

(سراسری ریاضی - ۸۲)

چون ۱۲ ماه و ۷ روز در هفته وجود دارد، بنابراین تعداد موقعیت‌های ممکن برای یکسان بودن ماه و روز هفته برای تولد،  $84 = 7 \times 12$  می‌باشد.  
مطابق اصل لانه کبوتری اگر  $85 = 84 + 1$  نفر وجود داشته باشند، حداقل ۲ نفر از آن‌ها دارای روز هفته و ماه یکسان برای تولد خواهند بود.

(جبر و احتمال - استدلال ریاضی؛ صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، مجموعه - ضرب دکارتی و رابطه، مجموعه - ضرب دکارتی و رابطه -  
۱۳۹۵۰۱۰۷

۱۴۵-

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۶)

B زیرمجموعه‌ی C نیست زیرا:  $2 \notin C$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها؛ صفحه‌های ۳۴ تا ۴۱)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱



(آزاد ریاضی - ۱۳)

-۱۴۶

اگر  $A_r$  و  $B_r$  به ترتیب مجموعه‌ی زیر مجموعه‌های  $r$  عضوی  $A$  و  $B$  باشند،

$$n(A_r \cap B_r) = \binom{n(A \cap B)}{r} \quad \text{آنگاه}$$

و از آنجایی که  $A \subseteq B$  پس  $n(A \cap B) = n(A) = 5$  و در نتیجه:

$$n(A_r \cap B_r) = \binom{5}{r} = 10$$

(فبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

(سراسری ریاضی - ۹۴)

-۱۴۷

$$A_n = \{m \in \mathbb{Z} : |m| \leq n, \forall^m \leq 2n\}, n \in \mathbb{N}$$

$$\begin{cases} A_1 = \{-1, 0, 1\} \\ A_2 = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \\ A_3 = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (A_3 - A_2) \cup A_1 = \{-3, -2\} \cup \{-1, 0, 1\} = \{-3, -2, -1, 0, 1\}$$

(فبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۶ تا ۵۴)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

(کتاب آبی - سوال ۱۴۸)

-۱۴۸

$$\left. \begin{matrix} A \cup B \subseteq A \cap B' \\ B \subseteq A \cup B \end{matrix} \right\} \Rightarrow B \subseteq A \cap B' \subseteq B' \Rightarrow B = \emptyset$$

$$\Rightarrow A \cap B = \emptyset$$

(فبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۶ تا ۵۴)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(آزاد خارج از کشور ریاضی - ۱۹)

-۱۴۹

$$\begin{aligned} [A - (A - B)] &= [A \cap (A \cap B')'] = [A \cap (A' \cup B)] \\ &= [(A \cap A') \cup (A \cap B)] = [\emptyset \cup (A \cap B)] = A \cap B (*) \end{aligned}$$

$$[A - (A - B)] \cup (A \cap B) \stackrel{(*)}{=} (A \cap B) \cup (A \cap B)' = U$$

می‌دانیم متمم مجموعه‌ی  $U$ ، مجموعه‌ی تهی است.

(فبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۶ تا ۵۴)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۹۰)

-۱۵۰

$$A \cap B' = B \cap A' \rightarrow A - B = B - A \Rightarrow A = B$$

$$(A \Delta B) - A = ((A - B) \cup (B - A)) - A$$

$$= \emptyset - A = \emptyset$$

(جبر و احتمال - مجموعه‌ها: صفحه‌های ۴۶ تا ۵۷)

۴

۳

۲

۱ ✓