



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara> (@riazisara)



ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، مشتق ، مشتق - ۱۳۹۴۱۲۲۱

۱۰۱- آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^3 + x$ ، در بازه‌ی $[۱, ۳]$ کدام است؟

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- اگر $g(۱) = g'(۱) = ۲$ و $f(x) = x^2 + x$ باشد، مشتق تابع fog در $x = ۱$ کدام است؟

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

۳۵ (۴)

۲۰ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- معادله‌ی خط مماس بر منحنی $y = \ln \frac{2x-1}{x}$ در نقطه‌ای به طول $x = ۱$ واقع بر آن، کدام است؟

$y = x + ۱$ (۲)

$y = x + ۲$ (۱)

$y = x$ (۴)

$y = x - ۱$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} ae^{-x} & ; x \geq ۰ \\ x + \frac{b}{x-1} & ; x < ۰ \end{cases}$ همواره مشتق‌پذیر است. ab کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

$-\frac{1}{2}$ (۴)

$-\frac{1}{4}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- مقدار مشتق تابع $f(x) = \frac{\sqrt{\tan \pi x}}{x}$ در $x = \frac{1}{4}$ کدام است؟

(۲) $\frac{\pi}{4} - 1$

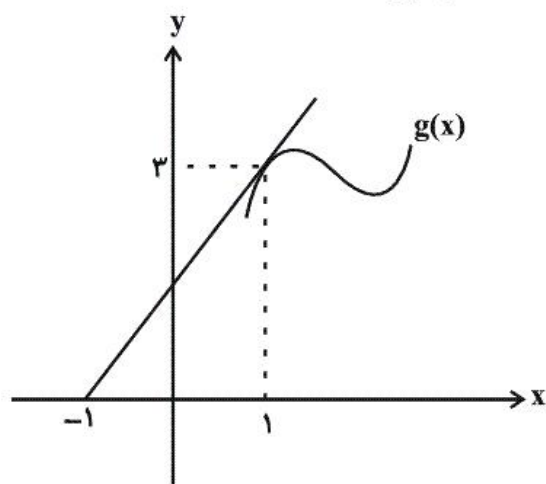
(۱) $\frac{\pi}{4} - 4$

(۴) $4\pi - 1$

(۳) $4\pi - 16$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- شکل زیر، نمودار تابع پیوسته و مشتق پذیر g می باشد. هرگاه $f(x) = \frac{x^2 + 1}{g(x)}$ باشد، آنگاه مقدار



$f'(1)$ چه قدر است؟

(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) ۱

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{1}{9}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر $u = \cos x$ و $y = 2u^2 - u$ باشد، مقدار y'_x به ازای $x = \frac{\pi}{3}$ ، کدام است؟

(۲) -۱

(۱) ۱

(۴) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- منحنی $y = \frac{x+a}{x+1}$ بر منحنی $y = x^2 + b$ در $x = 1$ مماس است. b کدام است؟

(۱) -۳ (۲) -۴

(۳) -۷ (۴) -۵

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- خط قائم بر منحنی $e^{2y} + e^{2y} \cos x - \sin x = 0$ در نقطه‌ای به طول $\frac{\pi}{4}$ ، نیمساز ناحیه‌ی اول را با چه

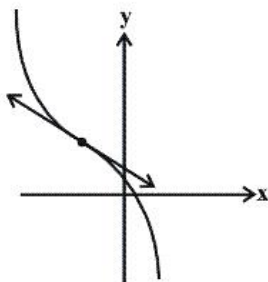
طول‌ی قطع می‌کند؟

(۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$

(۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{\pi}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- اگر شکل زیر نمودار تابع $y = -2x^3 + bx^2 + cx + 4$ باشد، آن گاه کدام گزینه صحیح است؟



(۱) $c > 0, b > 0$

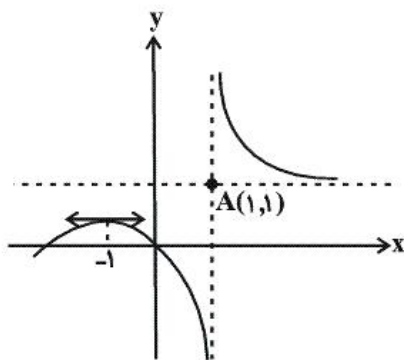
(۲) $c < 0, b > 0$

(۳) $c > 0, b < 0$

(۴) $c < 0, b < 0$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- اگر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \frac{ax^2 + bx}{x^2 + cx - 3}$ به صورت زیر باشد، آن گاه $f(-4)$ کدام است؟



(۱) $\frac{5}{8}$

(۲) $\frac{8}{5}$

(۳) $\frac{16}{5}$

(۴) $\frac{5}{16}$

شما پاسخ نداده اید

$$۱۱۲- \text{اگر تابع } f(x) = \begin{cases} x^2 - 3 & ; x < 1 \\ a & ; x = 1 \\ 3 - 2x & ; x > 1 \end{cases} \text{ در } x = 1 \text{ ماکزیمم یا می نیمم نسبی داشته باشد، } a \text{ چند مقدار}$$

صحیح را نمی تواند بپذیرد؟

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) بی شمار

(۳) ۴

شما پاسخ نداده اید

$$۱۱۳- \text{به ازای کدام مقدار } a \text{ تقعر نمودار تابع با ضابطه ی } y = -\frac{1}{3}ax^3 + (a^2 + 3)x^2 + x - 1 \text{ در بازه ی}$$

$(-\infty, 4)$ به طرف بالا و در بازه ی $(4, +\infty)$ به طرف پایین است؟

(۲) $\{-1, -3\}$

(۱) $\{1\}$

(۴) $\{-3\}$

(۳) $\{1, 3\}$

شما پاسخ نداده اید

$$۱۱۴- \text{مجموع طول نقاط عطف تابع } y = e^{3x-x^2} \text{ کدام است؟}$$

(۲) ۳

(۱) $\frac{7}{4}$

(۴) $\frac{9}{4}$

(۳) $\frac{9}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^3 + x^2}{(x-1)^2 + 1}$ ، مجانب مایل خود را در نقطه‌ای با کدام طول قطع می‌کند؟

(۲) -۱

(۱) -۲

(۴) ۲/۵

(۳) ۱/۵

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- شیب خط مماس بر نمودار تابع $y = x^{\frac{5}{3}} - 5x^{\frac{2}{3}}$ ، در نقطه‌ی عطف تابع چه قدر است؟

(۲) ۵

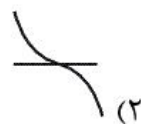
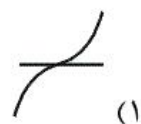
(۱) -۱

(۴) $\frac{5}{3}$

(۳) $-\frac{5}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- نمودار تابع $f(x) = x + \sin x$ در حوالی نقطه‌ی $x = \pi$ کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- بیشترین مقدار تابع $y = x + \frac{4}{x+1}$ روی بازه‌ی $[0, 2]$ کدام است؟

(۲) ۵

(۱) ۳

(۴) ۴

(۳) $\frac{10}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- حدود a برای این که تابع $f(x) = x^4 + x^3 - 3ax^2 + 5$ دو نقطه‌ی عطف متمایز داشته باشد، کدام است؟

(۲) $a < -\frac{1}{2}$

(۱) $a > \frac{1}{2}$

(۴) $a > -\frac{1}{8}$

(۳) $a < \frac{1}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- نمودار تابع $f(x) = x \ln x$ در حوالی $x = 1$ به کدام صورت است؟

(۲) 

(۱) 

(۴) 

(۳) 

شما پاسخ نداده اید



ریاضی ، ریاضی پیش دانشگاهی ، مشتق ، مشتق - ۱۳۹۴۱۲۲۱

-۱۰۱

(عباس امیدوار)

$$\text{آهنگ متوسط} = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{30 - 2}{2} = 14$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۰۲

(فرهاد فامی)

$$f(x) = x^2 + x \Rightarrow f'(x) = 2x + 1$$

$$(fog)'(x) = g'(x)f'(g(x)) \xrightarrow{x=1} (fog)'(1) = g'(1)f'(2) = 2 \times 5 = 10$$

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۲ و ۷۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۰۳

(یغما کلانتریان)

$$y = \ln \frac{2x-1}{x} \xrightarrow{x=1} y = \ln \frac{1}{1} = \ln 1 = 0 \Rightarrow \text{نقطه‌ی تماس } A(1, 0)$$

$$y = \ln(2x-1) - \ln x \Rightarrow y' = \frac{2}{2x-1} - \frac{1}{x}$$

$$\xrightarrow{x=1} y'(1) = 2 - 1 = 1 \Rightarrow m = y'(1)$$

$$\left. \begin{array}{l} m = 1 \\ A(1, 0) \end{array} \right\} \text{معادله‌ی خط} \Rightarrow y - 0 = 1(x - 1) \Rightarrow y = x - 1$$

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۶، ۷۲ و ۷۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۰۴

(معمرسین صابری)

$$f'(x) = \begin{cases} -ae^{-x} & ; x \geq 0 \\ 1 - \frac{b}{(x-1)^2} & ; x < 0 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} ae^{-x} = a = f(0) \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} x + \frac{b}{x-1} = -b \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = -b$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} -ae^{-x} = -a \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} 1 - \frac{b}{(x-1)^2} = 1 - b \end{aligned} \right\} \Rightarrow -a = 1 - b$$

$$\Rightarrow a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2} \Rightarrow ab = \frac{-1}{4}$$

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۷)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۰۵

(میثم حمزه لویی)

$$f'(x) = \frac{\pi(1 + \tan^2 \pi x)}{2\sqrt{\tan \pi x}}(x) - (1)\sqrt{\tan \pi x}$$

$$\Rightarrow f'\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{\frac{\pi(1 + \tan^2 \frac{\pi}{4})}{2\sqrt{\tan \frac{\pi}{4}}}\left(\frac{1}{4}\right) - \sqrt{\tan \frac{\pi}{4}}}{\left(\frac{1}{4}\right)^2} = \frac{\frac{\pi}{4} - 1}{\frac{1}{16}} = 4\pi - 16$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۲) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۴

۳✓

۲

۱

۱۰۶-

(معمدرضا میرحلیلی)

از آن جایی که در $x=1$ خطی بر نمودار تابع g مماس شده است، طبق مفهوم هندسی مشتق، شیب این خط برابر مشتق تابع g در $x=1$ است.

$$\text{لذا داریم: } g(1) = 3, g'(1) = \frac{3-0}{1-(-1)} = \frac{3}{2}, g'(1) = \text{شیب خط}$$

حال با محاسبه‌ی مشتق تابع f داریم:

$$f'(x) = \frac{2xg(x) - (x^2 + 1)g'(x)}{(g(x))^2}$$

$$\Rightarrow f'(1) = \frac{2g(1) - 2g'(1)}{(g(1))^2} = \frac{6-3}{9} = \frac{1}{3}$$

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۰۷-

(حسین هاجیلو)

اگر $y = f(u)$ و $u = g(x)$ ، دو تابع مشتق‌پذیر باشند، مشتق y نسبت

$$y'_x = y'_u \cdot u'_x \quad \text{به } x \text{ برابر است با:}$$

$$\begin{cases} u = \cos x \\ y = 2u^2 - u \end{cases}$$

$$\Rightarrow y'_x = -(4u - 1)\sin x = -(4\cos x - 1)\sin x$$

$$\xrightarrow{x=\frac{\pi}{3}} y'_x = -(4 \times \frac{1}{2} - 1)(\frac{\sqrt{3}}{2}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳۸ و ۱۳۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

(میثم حمزه لویی)

در $x=1$ عرض‌های دو تابع برابر هستند. همچنین مشتق‌های دو تابع در $x=1$ برابر هستند. بنابراین:

$$\begin{cases} y = x^2 + b \\ y = \frac{x+a}{x+1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y' = 2x \\ y' = \frac{1-a}{(x+1)^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{برابری عرض‌ها: } x^2 + b = \frac{x+a}{x+1} \xrightarrow{x=1} 1+b = \frac{1+a}{2} (*) \\ \text{برابری مشتق‌ها: } 2x = \frac{1-a}{(x+1)^2} \xrightarrow{x=1} 2 = \frac{1-a}{4} \Rightarrow a = -7 \end{cases}$$

$$1+b = \frac{1+(-7)}{2} \Rightarrow b = -4$$

بنابراین با توجه به (*):

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۴)

۴

۳

۲✓

۱

(هسین اسفینی)

$$e^{2y} + e^{2y} \cos x - \sin x = 0 \xrightarrow{x=\frac{\pi}{2}} e^{2y} + e^{2y} \underbrace{\cos \frac{\pi}{2}}_0 - \underbrace{\sin \frac{\pi}{2}}_1 = 0$$

$$\Rightarrow e^{2y} = 1 \Rightarrow 2y = 0 \Rightarrow y = 0$$

$$e^{2y} + e^{2y} \cos x - \sin x = 0$$

حال شیب را به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow 2y'e^{2y} + 2y'e^{2y} \cos x - (\sin x)e^{2y} - \cos x = 0$$

$$\xrightarrow{(\frac{\pi}{2}, 0)} 2y'e^0 + 2y'e^0 \cos \frac{\pi}{2} - (\sin \frac{\pi}{2})e^0 - \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$\Rightarrow 2y' + 0 - 1 - 0 = 0 \Rightarrow y' = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{شیب خط قائم} = -2$$

بنابراین معادله‌ی خط قائم برابر می‌شود با:

$$y - 0 = -2(x - \frac{\pi}{2}) \Rightarrow y = -2x + \pi$$

۴

۳

۲✓

۱

(مسئله اسفینی)

با توجه به شکل، طول نقطه‌ی عطف تابع درجه‌ی سوم که از فرمول $-\frac{b}{3a}$

به دست می‌آید، منفی است. پس داریم: $\frac{-b}{3a} = \frac{-b}{3(-2)} < 0$

گزینه‌ی «۳» یا «۴» صحیح است. $\Rightarrow \frac{b}{6} < 0 \Rightarrow b < 0 \Rightarrow$

از طرفی این تابع درجه‌ی سوم \min و \max ندارد و در هیچ جا مشتق آن صفر نمی‌شود، پس $\Delta_{y'} < 0$ است:

$$y' = -6x^2 + 2bx + c \Rightarrow \Delta_{y'} = (2b)^2 - 4(-6)(c) < 0$$

$$\Rightarrow 4b^2 + 24c < 0$$

برای آن که عبارت $4b^2 + 24c$ منفی شود، باید c منفی باشد.

(کتاببرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(هسین اسفینی)

نقطه‌ی $A(1,1)$ محل برخورد مجانب‌های افقی و قائم نمودار تابع هستند.
پس $y=1$ مجانب افقی و $x=1$ مجانب قائم نمودار تابع است.

$$\text{مجانب افقی} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx}{x^2 + cx - 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2}{x^2} = a$$

$$\Rightarrow a = 1$$

از طرفی چون $x=1$ مجانب قائم است، پس مخرج به‌ازای آن صفر می‌شود:

$$x^2 + cx - 3 \stackrel{x=1}{=} 0 \Rightarrow 1 + c - 3 = 0 \Rightarrow c = 2$$

هم‌چنین در $x=-1$ مشتق تابع صفر می‌شود. بنابراین:

$$f(x) = \frac{x^2 + bx}{x^2 + 2x - 3}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{(2x+b)(x^2+2x-3) - (2x+2)(x^2+bx)}{(x^2+2x-3)^2}$$

$$\Rightarrow f'(-1) = 0 \Rightarrow (-2+b)(-4) - 0 = 0 \Rightarrow -2+b = 0 \Rightarrow b = 2$$

$$\text{پس تابع به‌صورت } f(x) = \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 2x - 3} \text{ در می‌آید که } f(-4) \text{ برابر می‌شود با:}$$

$$f(-4) = \frac{(-4)^2 + 2(-4)}{(-4)^2 + 2(-4) - 3} = \frac{16 - 8}{16 - 8 - 3} = \frac{8}{5}$$

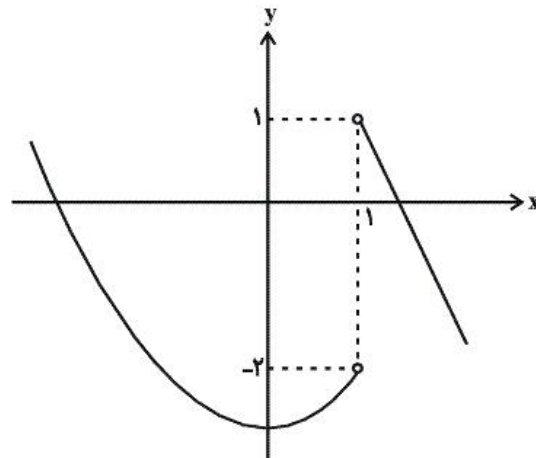
(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۶)

۴

۳

۲ ✓

۱



با توجه به شکل داریم:

$$\left. \begin{array}{l} x=1 \Rightarrow a \geq 1 \text{ (ماکزیمم نسبی)} \\ x=1 \Rightarrow a < -2 \text{ (می نیمم نسبی)} \end{array} \right\} \Rightarrow a \in \mathbb{R} - [-2, 1)$$

پس a سه مقدار صحیح -2 و -1 و 0 را نمی تواند بپذیرد.

(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه های ۸۳ و ۸۴)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

$$y' = -ax^2 + 2(a^2 + 3)x + 1$$

$$\Rightarrow y'' = -2ax + 2(a^2 + 3) = 0$$

$$\Rightarrow x_{\text{عطف}} = \frac{-(a^2 + 3)}{-a} = 4 \Rightarrow \frac{a^2 + 3}{a} = 4 \Rightarrow a^2 + 3 = 4a$$

$$\Rightarrow a^2 - 4a + 3 = 0 \xrightarrow{\text{مجموع ضرایب صفر}} \begin{cases} a = 1 \\ a = 3 \end{cases}$$

چون در صورت سؤال گفته شده که اول تقعر رو به بالا و بعد رو به پایین،

یعنی باید ضریب x^3 منفی باشد. پس هر دو جواب قبول است.

(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه های ۹۰ و ۹۱)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۱۴

(ممبرموری ناظمی)

ابتدا f' و سپس از روی آن f'' را محاسبه می‌کنیم و ریشه‌های آن را به دست می‌آوریم.

$$f'(x) = (3 - 2x)e^{3x-x^2}$$

$$f''(x) = -2e^{3x-x^2} + (3 - 2x)^2 e^{3x-x^2}$$

$$f''(x) = 0 \Rightarrow e^{3x-x^2} ((3 - 2x)^2 - 2) = 0 \xrightarrow{e^{3x-x^2} > 0}$$

$$(3 - 2x)^2 - 2 = 0 \Rightarrow (3 - 2x)^2 = 2 \Rightarrow \begin{cases} 3 - 2x = \sqrt{2} \\ 3 - 2x = -\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{3 - \sqrt{2}}{2} \\ x_2 = \frac{3 + \sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{3 - \sqrt{2}}{2} + \frac{3 + \sqrt{2}}{2} = 3$$

(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۰ و ۹۱)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۱۵

(مهردار ملونری)

برای به دست آوردن ضابطه‌ی مجانب مایل تابع f ، صورت آن را بر مخرج تقسیم می‌کنیم.

$$x^3 + x^2 \left| \begin{array}{l} x^2 - 2x + 2 \\ x + 3 \end{array} \right. \Rightarrow \text{مجانب مایل: } y = x + 3$$

$$\underline{-(x^3 - 2x^2 + 2x)}$$

$$3x^2 - 2x$$

$$\underline{-(3x^2 - 6x + 6)}$$

$$4x - 6$$

تلاقی نمودار تابع f را با مجانب مایلش به دست می‌آوریم:

$$\frac{x^3 + x^2}{x^2 - 2x + 2} = x + 3 \Rightarrow x^3 + x^2 = x^3 + x^2 - 4x + 6 \Rightarrow 4x = 6$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{2} = 1.5$$

(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۸ و ۹۹)

۴

۳✓

۲

۱

$$y'' = \frac{10}{9} x^{-\frac{1}{3}} + \frac{10}{9} x^{-\frac{4}{3}} = \frac{10}{9} x^{-\frac{4}{3}} (x+1)$$

$$y'' = \frac{10(x+1)}{9\sqrt[3]{x^4}} \Rightarrow \begin{cases} \text{ریشه‌ی مخرج: } x=0 \\ \text{ریشه‌ی صورت: } x=-1 \end{cases}$$

x	-1	0
y''	-	+
y	∩	∪

$x = -1$ طول نقطه‌ی عطف تابع \Rightarrow

$$x = -1 \text{ در } y'(-1) = \frac{5}{3}(-1)^{\frac{2}{3}} - \frac{10}{3}(-1)^{-\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow y'(-1) = \frac{5}{3} + \frac{10}{3} = \frac{15}{3} = 5$$

(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۶ و ۹۱)

۴	۳	۲✓	۱
---	---	----	---

۱۱۷-

(میثم حمزه لویی)

راه حل اول:

$$f'(x) = 1 + \cos x \Rightarrow f'(\pi) = 1 + (-1) = 0$$

$$f''(x) = -\sin x \Rightarrow f''(\pi) = 0$$

در حوالی π مشتق دوم را تعیین علامت می‌کنیم:

x	π
f''	-
	+

ناحیه‌ی سوم ناحیه‌ی دوم

$$\sin x > 0 \quad \sin x < 0$$

پس در حوالی $x = \pi$ ، ابتدا جهت تقعر رو به پایین و سپس جهت تقعر رو به بالاست.

$$f'(x) = 1 + \cos x$$

راه حل دوم:

چون همواره $f' \geq 0$ است، پس f همواره صعودی است. پس گزینه‌ی «۱» صحیح است.

(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۷ و ۹۰)

۴	۳	۲	۱✓
---	---	---	----

-۱۰۸

(مسئله هفتم)

$$y' = 1 - \frac{4}{(x+1)^2} = 0 \Rightarrow 1 = \frac{4}{(x+1)^2} \Rightarrow (x+1)^2 = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+1=2 \Rightarrow x=1 \\ x+1=-2 \Rightarrow x=-3 \end{cases} \text{ غ.ق.ق}$$

$$f(0) = 4, f(1) = 1 + \frac{4}{2} = 3, f(2) = 2 + \frac{4}{3} = \frac{10}{3}$$

(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۴ تا ۸۶)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۰۹

(مسئله هفتم)

$$f'(x) = 4x^3 + 3x^2 - 6ax \Rightarrow f''(x) = 12x^2 + 6x - 6a = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + x - a = 0$$

f دو نقطه‌ی عطف متمایز دارد، یعنی معادله‌ی بالا باید دو جواب متمایز داشته باشد، پس در معادله‌ی بالا باید $\Delta > 0$ باشد.

$$\Rightarrow (1)^2 - 4 \times 2 \times (-a) > 0 \Rightarrow 1 + 8a > 0 \Rightarrow a > -\frac{1}{8}$$

(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌ی ۹۱)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱


$$\Rightarrow f'(x) = (\ln x) + 1 \Rightarrow f'(1) = 0 + 1 = 1 > 0$$

پس f در حوالی $x=1$ صعودی است.

$$f''(x) = \frac{1}{x} + 0 \Rightarrow f''(1) = 1 > 0$$

از طرفی:

پس f در حوالی $x=1$ رو به بالاست.

در نتیجه نمودار تابع در حوالی $x=1$ به صورت  است.

(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۸، ۸۸ و ۹۰)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱