



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara> (@riazisara)



ریاضی، جبر و احتمال، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۳۱- برای اثبات نامساوی $(1 + \sqrt{3})^n \geq 1 + \sqrt{3}n$ ($n \in \mathbb{N}$) به کمک استقرای ریاضی، کدام یک از نامساوی‌های زیر باید برقرار باشد؟

(۲) $3k \geq \sqrt{3}$

(۱) $3k \geq 0$

(۴) $\sqrt{3} \geq 0$

(۳) $k\sqrt{3} + \sqrt{3} \geq 1$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- اگر a و b ، دو عدد حقیقی باشند به طوری که $ab > 0$ ، آنگاه مقدار عدد طبیعی n ، حداکثر کدام باشد

تا نامساوی $n \geq (\frac{b}{a} + 1)(\frac{a}{b} + 1)$ ، همواره برقرار باشد؟

(۲) ۲

(۱) صفر

(۴) ۶

(۳) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- کدام یک از قضایای زیر، دو شرطی نیست؟

(۱) اگر n مضرب ۵ باشد، n^2 نیز مضرب ۵ است.

(۲) قطرهای متوازی الاضلاع منصف یکدیگرند.

(۳) در مثلث قائم الزاویه، میانه‌ی نظیر وتر، نصف وتر است.

(۴) اگر $x > 1$ و $n \in \mathbb{N}$ آنگاه $x^n > 1$.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- کدام عدد، یک مثال نقض برای نتیجه‌گیری کلی «هر عدد طبیعی را می‌توان به صورت مجموع سه مربع کامل غیرتکراری نوشت» است؟

(۲) ۴۱

(۱) ۵۰

(۴) ۶۶

(۳) ۳۹

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- حداقل چند زیرمجموعه از مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد یک رقمی انتخاب کنیم تا مطمئن شویم دو مجموعه‌ی جدا از هم در میان آن‌ها موجود است؟

(۴) ۲۱

(۳) ۱۷

(۲) ۱۳

(۱) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- دو مجموعه $A = \{x^2 - 8, 4 - 4x\}$ و $B = \{y^2 + 3\}$ مساوی هستند، $x + y$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۷
(۲) -۳
(۳) -۱۱
(۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- در یک مجموعه، تعداد زیر مجموعه‌های ۲ عضوی با تعداد زیر مجموعه‌های ۵ عضوی برابر است. این مجموعه

چند زیر مجموعه‌ی سره‌ی ناتهی دارد؟

- (۱) ۱۲۷
(۲) ۱۲۶
(۳) ۲۵۵
(۴) ۲۵۴

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- اگر $A = \{x | x \in \mathbb{Z}, |x| < 3\}$ و $B = \{x | x \in \mathbb{N}, x^2 \leq 2x\}$ ، مجموعه توانی $(A - B)$ ، چند زیر

مجموعه‌ی سره دارد؟

- (۱) ۱۵
(۲) ۷
(۳) ۲۵۵
(۴) ۶۳

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- مجموعه‌ی $A_n = (1 - n, \frac{1}{n})$ به ازای اعداد طبیعی n مفروض است. اگر $A = \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$ و $B = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ ،

در این صورت $A \Delta B$ کدام است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

- (۱) $(-3, 0] \cup [\frac{1}{4}, 1)$
(۲) $(0, \frac{1}{4})$
(۳) $(-3, 1)$
(۴) $(-3, 0) \cup (\frac{1}{4}, 1)$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- اگر $(A \Delta B) \cup (A \cap B) = B$ ، آن‌گاه کدام گزینه درست است؟

- (۱) $B \subset A$
(۲) $A \Delta B = B$
(۳) $B' - A' = A$
(۴) $A' \cap B' = B'$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- دنباله‌ی تقریبات اعشاری عدد $\frac{2}{7}$ به صورت زیر است. در این صورت $\frac{a+c}{b}$ کدام است؟

$0.\overline{2}, 0.\overline{2a}, 0.\overline{2ab}, 0.\overline{2abc}, \dots$

- (۱) $\frac{13}{7}$ (۲) ۵ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- اگر سه برابر جمله‌ی اول، دو برابر جمله‌ی چهارم، و جمله‌ی هفتم یک دنباله‌ی هندسی غیرصفر، سه جمله‌ی

متوالی یک دنباله‌ی حسابی باشند، آن گاه بیشترین مقدار قدرنسبت دنباله‌ی هندسی، کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۳ (۳) ۱ (۴) $\sqrt[3]{3}$

شما پاسخ نداده اید

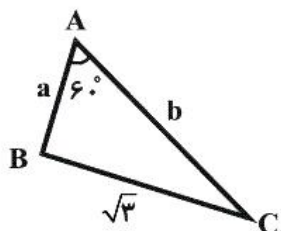
۱۰۳- اگر دنباله‌ی $\{a_n\}$ در $a_1 a_2 a_3 \dots a_n = (2n)!$ صدق کند، آن گاه a_6 کدام است؟

- (۱) ۱۱۰ (۲) ۱۳۲ (۳) ۱۲! (۴) ۶!

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، مثلثات - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۱۹- در شکل زیر مساحت مثلث $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است. مجموع اندازه دو ضلع a, b کدام است؟



- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- اگر $\frac{\sqrt{3} - 2 \sin 2\alpha}{1 + 2 \cos 2\alpha} = 3$ باشد، حاصل $\cos^2(30^\circ - \alpha)$ کدام است؟

- (۱) $0.\overline{5}$ (۲) $0.\overline{3}$ (۳) $0.\overline{2}$ (۴) $0.\overline{1}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، توابع نمایی و لگاریتم - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۱۶- نمودار تابع $y = \frac{2^x + 4^x}{4^x + 8^x} - \frac{1}{2}$ از کدام ناحیه نمی گذرد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- مجموعه‌ی جواب معادله‌ی $x + \log(1 + 2^x) = x \log 5 + \log 6$ کدام است؟

- (۱) $\{2, -3\}$ (۲) $\{1, 2\}$
(۳) $\{1\}$ (۴) $\{-3\}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، اعمال روی توابع ، تابع - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۱۳- اگر $f = \{(k-1, \frac{m}{2}), (k, \frac{-m}{2}), (0, m-3)\}$ تابعی فرد باشد و $g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & ; x \leq 0 \\ -\frac{1}{2} & ; x > 0 \end{cases}$ ، آن گاه $f \circ g(-k)$

کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- اگر $f(x+1) = -f(x)$ باشد، حاصل $f(x+2)$ کدام است؟

- (۱) $-f(x)$ (۲) $-2f(x)$ (۳) $f(x)$ (۴) $2f(x)$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- تابع $f(x) = 3x+1$ با دامنه‌ی $[0, a]$ مفروض است. حداقل مقدار a برای این که تابع $f \circ f$ با دامنه‌ی

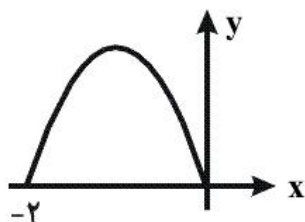
غیرتهی قابل تعریف باشد، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) $\frac{5}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، رسم نمودار ، تابع - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۱۲- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ مطابق شکل زیر باشد، دامنه‌ی تابع $g(x) = \frac{f(1-x)}{f(-x)}$ کدام است؟



(۲) $[0, 2]$

(۱) $[1, 2]$

(۴) $[1, 3]$

(۳) $(1, 2]$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، زوج،فرد،صعودی،نزولی،یک به یک و تساوی دو تابع ، تابع - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۱۸- اگر داشته باشیم $f(x) = \begin{cases} 2-x & ; x \geq 1 \\ 3-2x & ; x < 1 \end{cases}$ و $g(x) = ax + b$ ، آن گاه دو تابع $f \circ f(x)$ و $g(x)$ برابراند.

$a + b$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، بسط دو جمله‌ای ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۰۹- اگر مجموع ضرایب بسط $(2ax - a\sqrt{x})^{10}$ ، از ضریب جمله‌ی دهم این بسط ۸۴ واحد بیشتر باشد، a کدام

است؟ (بسط برحسب توان‌های نزولی x نوشته شده است.)

(۴) $\pm\sqrt[5]{2}$

(۳) $\pm\sqrt[4]{2}$

(۲) $\pm\sqrt{2}$

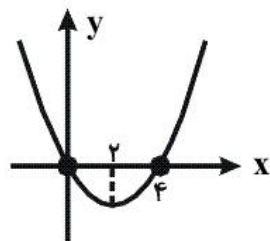
(۱) ± 1

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، معادلات درجه ۲ و ماکزیمم مینیمم توابع ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات -

۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۰۷- اگر نمودار سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ به صورت شکل زیر باشد، آن گاه عبارت $ax^2 - 2bx + c$



به ازای چه مقادیری از x منفی است؟

- (۱) $-4 < x < 0$ (۲) $0 < x < 4$
(۳) $-8 < x < 0$ (۴) $-2 < x < 0$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، معادلات، گویا، گنگ ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۰۵- در معادله درجه‌ی دوم $x^2 - 3x - 5 = 0$ ، اگر x_1 و x_2 جواب‌های معادله باشند، حاصل عبارت $\frac{x_1}{x_2 - 3}$

کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۵

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- حاصل ضرب جواب‌های معادله $\frac{3}{x^2 + x - 2} + \frac{x+1}{x^2 - 4} = \frac{1}{2(x-2)}$ کدام است؟

- (۱) -۱۶ (۲) ۱۲ (۳) ۱۶ (۴) -۱۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، ب.م.م.و ک.م.م. ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۰۶- باقی‌مانده‌ی تقسیم کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عبارت $x^3 - 3x^2 + 4$ و $x^3 - 3x - 2$ بر $x - 1$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- چند جمله‌ای $x^4 + 64$ بر $x^2 + mx + n$ بخش پذیر است. مقدار $m + n$ کدام است؟

- (۱) ۲۴ یا ۱۶ (۲) ۲۴ یا -۱۶ (۳) ۱۲ یا ۴ (۴) ۱۲ یا -۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، مفهوم رابطه و تابع ، تابع - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۱۱- در کدام یک از روابط زیر، y تابعی بر حسب متغیر x است؟

- (۱) $x \sin(y) = y \sin(x)$ (۲) $x^2 + y^2 = 9$
(۳) $2^{xy} = (xy)^2$ (۴) $|x| + |y + 1| - 2y = 0$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، تابع ثابت، قدرمطلق، خاص و حل نامعادله ، تابع - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۰۸- اگر معادله $|x + m| + |x - m| = 2$ بی شمار جواب داشته باشد، معادله $|x + 2| - |x - 2| = m^2$ چند جواب دارد؟

- (۱) یک (۲) دو (۳) بی شمار (۴) ریشه ندارد.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، آمار و مدل سازی ، آمار و مدل سازی - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۵۱- متغیر «مرحله ی برداشت محصول» از چه نوعی است؟

- (۱) کیفی اسمی (۲) کیفی ترتیبی
(۳) کمی گسسته (۴) کمی پیوسته

شما پاسخ نداده اید

۱۵۲- شرکت کنندگان یک مسابقه از ۱۰ تا ۲۰ شماره گذاری شده اند. برای انتخاب تصادفی یکی از این شرکت کنندگان، از ماشین حساب استفاده شده است. اگر ماشین حساب عدد ۰/۶۷۲ را نمایش دهد، شرکت کننده با کدام شماره انتخاب می شود؟

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۳- جدول فراوانی تجمعی تعدادی داده ی آماری به صورت زیر است. اگر زاویه ی مرکزی هریک از دسته های سوم و آخر در نمودار دایره ای 90° باشد، فراوانی مطلق دسته ی سوم کدام است؟

مرکز دسته	۲	۵	۸	۱۱	۱۴
فراوانی تجمعی	۵	y	۱۸	۲۱	x

۸ (۲)

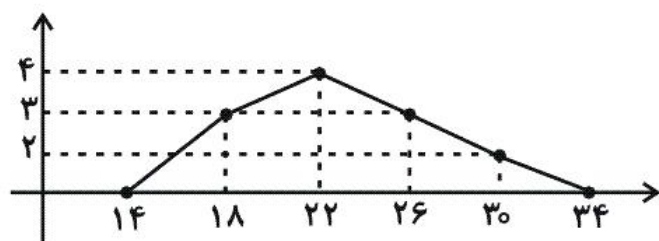
۷ (۱)

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۴- با توجه به نمودار چندبر فراوانی زیر، اگر سه داده ی ۱۸، ۱۶ و ۲۰ به داده ها اضافه شود، فراوانی نسبی دسته ی دوم چه تغییری می کند؟



(۱) $\frac{1}{12}$ زیاد می شود.

(۲) $\frac{1}{3}$ کم می شود.

(۳) $\frac{1}{6}$ زیاد می شود.

(۴) تغییر نمی کند.

شما پاسخ نداده اید

۱۵۵- اطلاعات مربوط به دو دسته‌ها و آل در دسته‌بندی تعدادی داده‌ی آماری که در دسته‌هایی با طول‌های مساوی

دسته‌بندی شده‌اند، به‌صورت زیر است. با توجه به جدول، کران بالای دسته‌ی چهارم کدام است؟

مرکز دسته	دسته‌ها
۴	$[a, b)$
d	$[\Delta, c)$

۱۶ (۱)

۱۸ (۲)

۱۱ (۳)

۱۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۶- نمودار ساقه و برگ داده‌های آماری زیر را با نمودار جعبه‌ای نمایش می‌دهیم. اگر داده‌های داخل جعبه را در ۴

طبقه دسته‌بندی کنیم، طول هر دسته کدام است؟

ساقه	برگ
۴	۰ ۱ ۲ ۲ ۴ ۵ ۷
۵	۰ ۰ ۱ ۱ ۳ ۴ ۶ ۹
۶	۱ ۲ ۳ ۴ ۴ ۶ ۷ ۷ ۸

۳ (۱)

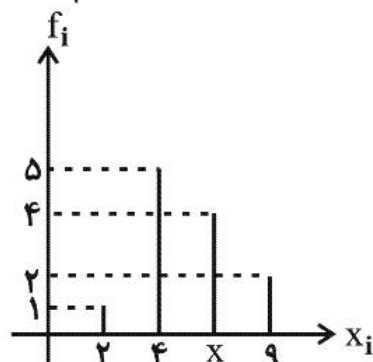
۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۷- نمودار میله‌ای تعدادی داده‌ی آماری دسته‌بندی شده به صورت زیر است. اگر میانگین این داده‌ها $\frac{1}{2}$ واحد از



میانگین بیشتر باشد، x کدام است؟

۵ (۱)

۶ (۲)

۷ (۳)

۸ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۵۸- اگر انحراف معیار داده‌های $2 - \frac{1}{2}x_1 + 2, -\frac{1}{2}x_2 + 2, \dots, -\frac{1}{2}x_n + 2$ برابر $1/2$ باشد، انحراف معیار داده‌های

x_1, x_2, \dots, x_n کدام است؟

(۲) $2/4$

(۱) $0/8$

(۴) $4/8$

(۳) $3/2$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۹- واریانس ۵ داده‌ی آماری برابر صفر است. اگر سه داده‌ی $10, 8, 5$ را به داده‌ها اضافه کنیم، میانگین داده‌ها ۶

می‌شود. واریانس کل ۸ داده کدام است؟

(۲) $3/25$

(۱) $3/75$

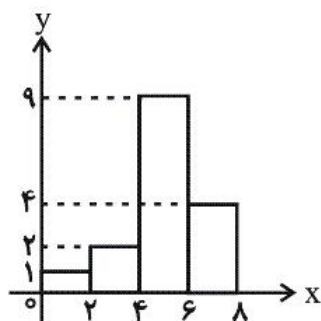
(۴) $3/5$

(۳) $3/4$

شما پاسخ نداده اید

۱۶۰- در شکل زیر، نمودار مستطیلی یک سری داده‌ی آماری پیوسته‌ی دسته‌بندی شده، رسم شده است. ضریب

تغییرات داده‌ها کدام است؟



(۱) $\frac{1}{\sqrt{10}}$

(۲) $\frac{2}{\sqrt{10}}$

(۳) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

(۴) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۱- در مثلث متساوی الساقین $(AB = AC)ABC$ ، زاویه‌ی بین ارتفاع وارد بر ضلع AC و نیم‌ساز خارجی زاویه‌ی C ، ۳۵° است. زاویه‌ی A چند درجه است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴) ۴۵

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- در مثلث ABC که $AB = AC$ و $\hat{A} = 4\hat{C}$ ، بزرگ‌ترین ارتفاع چند برابر کوچک‌ترین ارتفاع است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) ۳ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- فاصله‌ی رأس یک مستطیل از قطر آن، ربع طول قطر است. زاویه‌ی بین نیم‌ساز زاویه‌ی داخلی و قطر گذرنده از آن رأس، چند درجه است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۴۵ (۴) ۶۰

شما پاسخ نداده اید

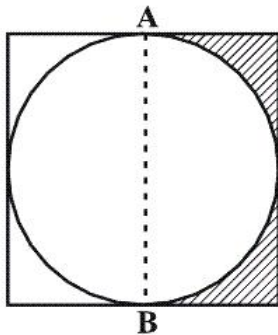
۱۴۶- در یک دوزنقه‌ی متساوی الساقین، طول ساق‌ها با طول قاعده‌ی کوچک برابر و نصف طول قاعده‌ی بزرگ‌تر است. زاویه‌ی بین نیم‌سازهای زاویه‌های حاده و منفرجه‌ی این دوزنقه که کنار هم نیستند، چند درجه است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۳۵

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۱، هندسه‌ی فضایی (هندسه‌ی ۱)، هندسه‌ی فضایی - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۴۹- مطابق شکل، دایره‌ای بر چهار ضلع یک مربع به طول ضلع ۲ واحد مماس است. حجم حاصل از دوران هر دو سطح سایه زده شده حول AB چند واحد مکعب است؟



- (۱) π
(۲) $\frac{2\pi}{3}$
(۳) $\frac{4\pi}{3}$
(۴) $\frac{3\pi}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- داخل مکعب مستطیلی به ابعاد ۲، ۲ و $1 + \sqrt{2}$ ، بزرگ‌ترین منشور قائم با قاعده‌ی هشت‌ضلعی منتظم قرار گرفته است. حجم ناحیه‌ی بین مکعب مستطیل و منشور کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $4(\sqrt{2} - 1)$
(۳) $2(\sqrt{2} + 1)$ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

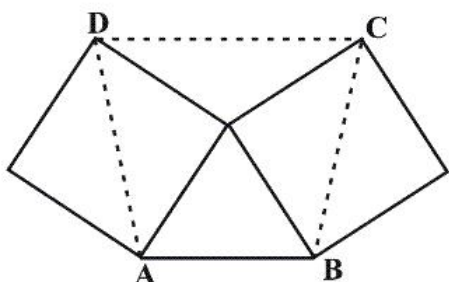
ریاضی ، هندسه ۱ ، مساحت و قضیه فیثاغورس - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۴۴- رأس‌های مربعی به‌طول ضلع ۵، روی ضلع‌های مربعی به‌طول ۷ قرار دارند. هر رأس مربع بزرگ‌تر چه فاصله‌ای از دورترین ضلع مربع کوچک‌تر دارد؟

- (۱) ۷ (۲) $7/2$ (۳) $7/4$ (۴) $7/6$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- مطابق شکل، روی دو ضلع مثلث متساوی‌الاضلاعی به طول ضلع ۲، دو مربع بنا کرده‌ایم. مساحت چهارضلعی ABCD کدام است؟

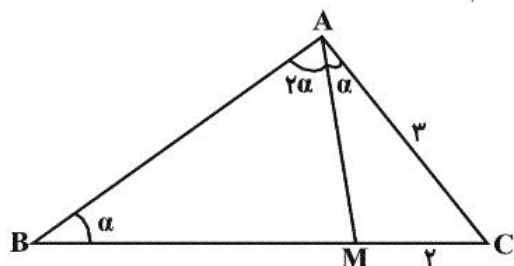


- (۱) $4\sqrt{3}$
(۲) $2 + 2\sqrt{3}$
(۳) $4 + 2\sqrt{3}$
(۴) $4 + 4\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ ، تشابه - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۴۷- در مثلث ABC، $\hat{A} = 3\hat{B}$ است. نقطه‌ی M به فاصله‌ی ۲ از رأس C روی ضلع BC طوری قرار گرفته است که $\hat{BAM} = 2\hat{CAM}$. اگر $AC = 3$ ، آن‌گاه طول BM کدام است؟



- (۱) $2/5$
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) $4/5$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- دو قطر کوچک یک شش‌ضلعی منتظم که متقاطع‌اند، با چه نسبتی هم‌دیگر را قطع می‌کنند؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، مثلثات - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۲۲- حاصل $\cos \frac{3\pi}{14} + \cos \frac{5\pi}{14} + \cos \frac{7\pi}{14} + \cos \frac{9\pi}{14} + \cos \frac{11\pi}{14}$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- در مثلث ABC رابطه‌ی $\tan(\hat{B} + 30^\circ)\tan(\hat{C} + 30^\circ) = 1$ برقرار است. کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) $\angle A = 150^\circ$ (۲) $\angle A = 120^\circ$ (۳) $\angle A = 60^\circ$ (۴) $\angle A = 30^\circ$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، توابع نمایی و لگاریتم - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۳۰- اگر a و b جواب‌های معادله‌ی $x^2 - 10x + 0/1 = 0$ باشند، حاصل $\log a + \log b - \log(a + b)$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، اعمال روی توابع ، تابع - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۲۶- اگر $f\left(\frac{-x}{x+1}\right) = \frac{1}{x+1}$ باشد، آنگاه $f(x)$ کدام است؟ ($x \neq -1$)

- (۱) $\frac{1}{x-1}$ (۲) $1-x$ (۳) $\frac{2-x}{x-1}$ (۴) $x+1$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، رسم نمودار ، تابع - ۱۳۹۴۱۱۰۹

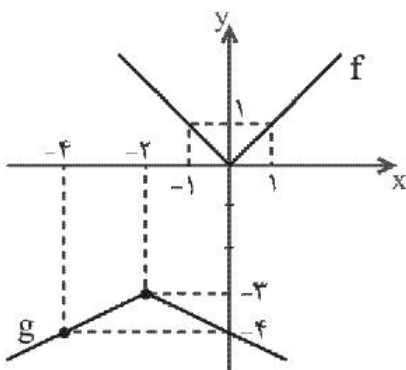
۱۲۸- در شکل زیر، نمودار g از روی f ساخته می‌شود. ضابطه‌ی g کدام است؟

(۱) $-2f(x+2) - 3$

(۲) $\frac{1}{2}f(x+2) - 3$

(۳) $2f(x+2) - 3$

(۴) $-\frac{1}{2}f(x+2) - 3$



ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، معادلات، گویا، گنگ ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۲۷- معادله $\sqrt{x+\sqrt{x-2}} = \sqrt{2-x} + \sqrt{2x-2}$ چند جواب حقیقی دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۲۱- معادله $x^2 + 2x - 2 = \frac{1}{x}$ چند ریشهی منفی دارد؟

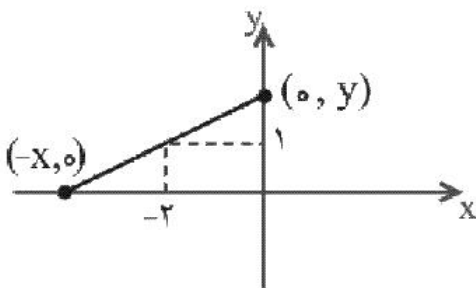
- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، مفهوم رابطه و تابع ، تابع - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۲۴- مطابق شکل زیر، خطی که از نقطه $A(-2,1)$ می‌گذرد با محورهای مختصات مثلث قائم‌الزاویه‌ای ساخته

است. تابع مساحت این مثلث برحسب x کدام است؟ ($x > 2$)



$$S(x) = \frac{x^2}{2x-4} \quad (1)$$

$$S(x) = \frac{x^2}{x-2} \quad (2)$$

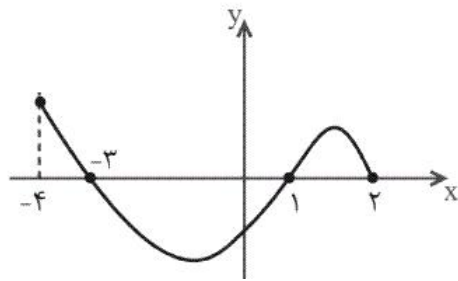
$$S(x) = \frac{2x-4}{x^2-2} \quad (3)$$

$$S(x) = \frac{x^2+1}{x-2} \quad (4)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، دامنه و برد تابع ، تابع - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۲۵- شکل زیر، نمودار تابع $y = f(x)$ است. دامنه‌ی تابع $\sqrt{xf(x)}$ ، کدام است؟



(۱) $[0, 2]$

(۲) $[-3, 2]$

(۳) $[-4, -3] \cup [1, 2]$

(۴) $[-3, 0] \cup [1, 2]$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- اگر برد تابع f برابر $R_f = [-\sqrt{3}, 2]$ باشد، برد تابع $\sqrt{2}f(x-1) + 1$ شامل چند عدد صحیح است؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۵

شما پاسخ نداده اید



ریاضی، جبر و احتمال، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۳۱-

(سیدوید زوالفقاری)

با توجه فرض استقرا $(P(k): (1 + \sqrt{3})^k \geq 1 + k\sqrt{3})$ و حکم استقرا $(P(k+1): (1 + \sqrt{3})^{k+1} \geq 1 + (k+1)\sqrt{3})$ برای اینکه از فرض به حکم برسیم، باید طرفین فرض را در $(1 + \sqrt{3})$ ضرب کنیم، پس داریم:

$$(1 + \sqrt{3})^k \geq 1 + k\sqrt{3} \\ \times (1 + \sqrt{3}) \rightarrow (1 + \sqrt{3})^{k+1} \geq (1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3})$$

حال اگر نامساوی $(1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) \geq 1 + (k+1)\sqrt{3}$ برقرار باشد حکم اثبات می‌شود، پس برای اثبات به روش بازگشت داریم:

$$(1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) \geq 1 + (k+1)\sqrt{3} \\ \Rightarrow 1 + \sqrt{3} + k\sqrt{3} + 3k \geq 1 + k\sqrt{3} + \sqrt{3}$$

پس اگر $3k \geq 0$ برقرار باشد، نامساوی اثبات می‌شود.

(جبر و احتمال - صفحه‌های ۸ تا ۱۲)

[۱]✓ [۲] [۳] [۴]

۱۳۲-

(امیرمسین ابومحبوب)

$$\left(\frac{a}{b} + 1\right)\left(\frac{b}{a} + 1\right) \geq n \Rightarrow 1 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1 \geq n \Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq n - 2$$

از طرفی می‌دانیم به ازای $x > 0$ ، $x + \frac{1}{x} \geq 2$ ، پس به ازای $\frac{a}{b} > 0$ ،

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2 \text{ و در نتیجه } n - 2 = 2 \text{ و } n = 4 \text{ است.}$$

(جبر و احتمال - صفحه‌های ۲۳ تا ۲۵)

[۱] [۲] [۳]✓ [۴]

۱۳۳-

(رضا عباسی اصل)

عکس قضیه‌های شرطی گزینه‌های (۱) و (۲) و (۳) برقرار است. پس می‌توان آنها را به صورت یک قضیه‌ی دو شرطی نوشت.

گزینه‌ی (۴) به ازای n های زوج، یک قضیه دو شرطی نیست. به عنوان مثال نقض:

$$n = 2: x^2 > 1 \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -1$$

(جبر و احتمال - صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

[۱] [۲] [۳] [۴]✓

۱۳۴-

(مجموعه گزینی)

$$50 = 3^2 + 4^2 + 5^2$$

$$41 = 1^2 + 2^2 + 6^2$$

$$66 = 1^2 + 4^2 + 7^2$$

(پیر و احتمال - مشابه تمرین ۴، صفحه ۲۷)

۴

۳✓

۲

۱

۱۳۵-

(امیرحسین ابومفیوب)

مجموعه‌ای اعداد طبیعی فرد یک رقمی عبارت است از $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ که

دارای $2^5 = 32$ زیرمجموعه می‌باشد. در بین این ۳۲ زیرمجموعه، می‌توان ۱۶ دسته ایجاد کرد که هر دسته شامل ۲ زیرمجموعه بوده که اشتراک آن‌ها تهی است مانند $\{1, 3\}, \{5, 7, 9\}$ یا $\{1, 3, 5, 7, 9\}, \{\}$. بنابراین با انتخاب $16 + 1 = 17$ زیرمجموعه از مجموعه‌ای اعداد طبیعی فرد یک رقمی، حداقل ۲ زیرمجموعه متعلق به یک دسته وجود خواهد داشت که اشتراک آن‌ها تهی باشد.

تذکر: طبق تعریف صفحه ۵۰ کتاب درسی، دو مجموعه را جدا از هم یا مجزا گوئیم هرگاه اشتراک آن‌ها تهی باشد.

(پیر و احتمال - صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳ و ۳۸ تا ۴۱ و ۵۰)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، جبر و احتمال، مجموعه - ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۴۱۱۰۹

$$x = 2 \Rightarrow \{-4\} = \{y^2 + 3\} \Rightarrow -4 = y^2 + 3 \Rightarrow y^2 = -7 \text{ غ.ق}$$

$$x = -6 \Rightarrow \{28\} = \{y^2 + 3\} \Rightarrow 28 = y^2 + 3$$

$$\Rightarrow y^2 = 25 \Rightarrow y = \pm 5$$

$$x = -6, y = \pm 5 \Rightarrow x + y = -1 \text{ یا } x + y = -11$$

با توجه به گزینه‌ها، ۱۱ - جواب مورد نظر است.

(پیر و احتمال - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۳۷

(محمدرضا وکیل‌الرعايا)

می‌دانیم تعداد زیر مجموعه‌های ۲ عضوی برابر $\binom{n}{2}$ و تعداد زیر مجموعه‌های ۵

عضوی $\binom{n}{5}$ می‌باشد؛ البته با در نظر گرفتن اینکه n ، تعداد اعضای مجموعه‌ی مورد سؤال باشد.

$$\binom{n}{2} = \binom{n}{5} \Rightarrow n = 2 + 5 = 7$$

پس مجموعه‌ی مورد نظر ۷ عضوی است. بنابراین $2^7 - 2$ ؛ یعنی ۱۲۶ زیر مجموعه‌ی سره‌ی ناتهی دارد.

(بیر و احتمال - صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

-۱۳۸

(رضا عباسی اصل)

داریم:

$$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \text{ و } B = \{1, 2\}$$

تعداد اعضای مجموعه توانی یک مجموعه n عضوی برابر است با 2^n . پس $P(A - B)$ دارای $2^3 = 8$ عضو است. در نتیجه تعداد زیر مجموعه‌های $P(A - B)$ برابر 2^8 و تعداد زیر مجموعه‌های محض (سره) $2^8 - 1$ برابر ۲۵۵ تا است.

(بیر و احتمال - صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۳۹

(معصومه کرائی)

$$A_1 = (0, 1) ; A_2 = (-1, \frac{1}{2}) ; A_3 = (-2, \frac{1}{3}) ; A_4 = (-3, \frac{1}{4})$$

$$A = \bigcap_{n=1}^4 A_n = (0, \frac{1}{4})$$

$$B = \bigcup_{n=1}^4 A_n = (-3, 1)$$

$$A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = (-3, 1) - (0, \frac{1}{4}) = (-3, 0] \cup [\frac{1}{4}, 1)$$

(بیر و احتمال - صفحه‌های ۴۶ تا ۵۷)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

-۱۴۰

(سیدومیر ذوالفقاری)

$$\begin{aligned}
 (A \Delta B) \cup (A \cap B) &= [(A \cup B) - (A \cap B)] \cup (A \cap B) \\
 &= [(A \cup B) \cap (A \cap B)'] \cup (A \cap B) \\
 &= [(A \cup B) \cup (A \cap B)] \cap \underbrace{[(A \cap B)' \cup (A \cap B)]}_U \\
 &= (A \cup B) \cup (A \cap B) \stackrel{I}{=} \frac{(A \cap B) \subset (A \cup B)}{I} A \cup B \quad (I) \\
 (A \Delta B) \cup (A \cap B) &= B \stackrel{I}{\Rightarrow} A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B \\
 &\Rightarrow B' \subseteq A' \Rightarrow A' \cap B' = B'
 \end{aligned}$$

(بیر و احتمال - صفحه‌های ۴۶ تا ۵۷)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، دنباله های حسابی و هندسی ، دنباله های حسابی و هندسی - ۱۳۹۴۱۱۰۹

-۱۰۱

(جمال الدین مسینی)

$$\frac{2}{7} = 0.2857...$$

لذا دنباله اعشاری عدد $\frac{2}{7}$ به صورت زیر است:

$$0.2, 0.28, 0.285, 0.2857, \dots$$

لذا $a = 8$ و $b = 5$ و $c = 7$ ، بنابراین:

$$\frac{a+c}{b} = \frac{8+7}{5} = 3$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۰۲

(میلاد منصوری)

$$3a, 2aq^3, aq^6 \Rightarrow 3a + aq^6 = 4aq^3 \Rightarrow 3 + q^6 = 4q^3$$

$$\Rightarrow q^6 - 4q^3 + 3 = 0 \Rightarrow (q^3 - 1)(q^3 - 3) = 0$$

$$\Rightarrow q^3 - 1 = 0 \text{ یا } q^3 - 3 = 0$$

$$\Rightarrow q = 1 \text{ یا } \sqrt[3]{3}$$

که بیشترین مقدار برای q ، $\sqrt[3]{3}$ است.

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۰۳

(میلاد منصوری)

با توجه به صورت سؤال، داریم:

$$a_{n+1} = \frac{a_1 a_2 a_3 \dots a_n a_{n+1}}{a_1 a_2 \dots a_n} = \frac{(2n+2)!}{(2n)!}$$

$$a_{n+1} = (2n+2)(2n+1)$$

$$a_6 = 12 \times 11 = 132$$

کافی است $n = 5$ را قرار دهیم:

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۲ تا ۶)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، مثلثات - ۱۳۹۴۱۱۰۹

-۱۱۹

(ممید علینازده)

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin 60^\circ = \frac{1}{2} ab \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow ab = 2$$

$$(\sqrt{3})^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 60^\circ \Rightarrow 3 = a^2 + b^2 - 2(2)\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = 5 \Rightarrow \begin{cases} a=1 & , & b=2 \\ a=2 & , & b=1 \end{cases} \Rightarrow a+b=3$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

-۱۲۰

(ممد علیزاده)

$$\frac{2(\frac{\sqrt{3}}{2} - \sin 2\alpha)}{2(\frac{1}{2} + \cos 2\alpha)} = 3 \Rightarrow \frac{\sin 60^\circ - \sin 2\alpha}{\cos 60^\circ + \cos 2\alpha} = 3$$

$$\frac{2 \sin(30^\circ - \alpha) \cos(30^\circ + \alpha)}{2 \cos(30^\circ - \alpha) \cos(30^\circ + \alpha)} = 3$$

$$\Rightarrow \tan(30^\circ - \alpha) = 3 \text{ و } 1 + \tan^2(30^\circ - \alpha) = \frac{1}{\cos^2(30^\circ - \alpha)}$$

$$\Rightarrow 1 + (3)^2 = \frac{1}{\cos^2(30^\circ - \alpha)} \Rightarrow \cos^2(30^\circ - \alpha) = 1/10$$

(حسابان - صفحه‌های ۱۰۶ تا ۱۱۷)

۴ ✓

۳

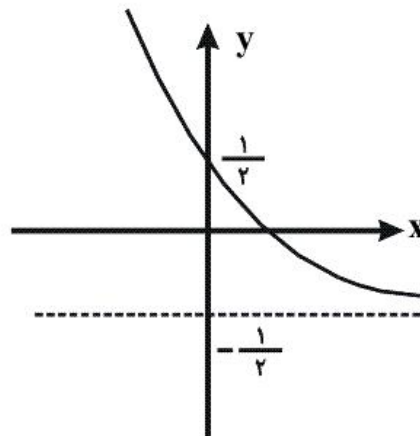
۲

۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، توابع نمایی و لگاریتم - ۱۳۹۴۱۱۰۹

-۱۱۶

(ممد رضا شوکتی بیرق)



$$y = \frac{2^x + 4^x}{4^x + 8^x} - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{2^x(1 + 2^x)}{4^x(1 + 2^x)} - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - \frac{1}{2}$$

برای رسم نمودار تابع فوق کافی است نمودار تابع $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ را به اندازه $\frac{1}{2}$

واحد به سمت پایین انتقال دهیم.

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۸۶ تا ۹۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۱۷

(جمال الدین مسینی)

$$x + \log(1 + 2^x) = \log 1 \cdot x + \log(1 + 2^x)$$

$$x \log 5 + \log 6 = \log 5^x + \log 6$$

$$\Rightarrow \log 1 \cdot x (1 + 2^x) = \log(5^x \times 6)$$

$$\Rightarrow 1 \cdot x (1 + 2^x) = 5^x \times 6 \Rightarrow 2^x (1 + 2^x) = 6$$

$2^x = u$ قرار می‌دهیم:

$$u(u + 1) = 6 \Rightarrow u^2 + u - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (u + 3)(u - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} u = -3 \\ u = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x = -3 \text{ جواب ندارد} \\ 2^x = 2 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۹)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، اعمال روی توابع ، تابع - ۱۳۹۴۱۱۰۹

-۱۱۳

(حمید علیزاده)

$$D_f = \{k - 1, k, 0\} \xrightarrow{\text{شرط تقارن دامنه}} k - 1 = -k \Rightarrow 2k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$f(0) = m - 3 = 0 \Rightarrow m = 3$$

$$f(g(-k)) = f(g(\frac{-1}{2})) = f(\frac{1}{2}) = -\frac{3}{2}$$

(مسابان - صفحه‌های ۶۹ تا ۷۹)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۱۴

(حمید ستاری)

کافی است x را به $x + 1$ تبدیل کنیم:

$$f(x + 1 + 1) = -f(x + 1) \Rightarrow f(x + 2) = f(x)$$

(مسابان - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۴

۳✓

۲

۱

۱۱۵-

(مهمدرضا شوکتی بیرق)

دامنه‌ی تابع f بازه‌ی $[0, a]$ و برد آن بازه‌ی $[1, 3a + 1]$ می‌باشد. برای

این که تابع $f \circ f$ با دامنه‌ی غیرتهی قابل تعریف باشد، لازم است داشته باشیم

$$[0, a] \cap [1, 3a + 1] \neq \emptyset$$

و برای این کار لازم است $a \geq 1$ باشد.

(مسئله‌ها - صفحه‌های ۶۹ تا ۷۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، ریاضی پایه ، رسم نمودار ، تابع - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۱۲-

(مهمدرضا شوکتی بیرق)

$$D_g = D_{f(1-x)} \cap D_{f(-x)} - \{x : f(-x) = 0\}$$

$$= \{x : -2 \leq 1 - x \leq 0\} \cap \{x : -2 \leq -x \leq 0\} - \{0, 2\}$$

$$= \{x : 1 \leq x \leq 3\} \cap \{x : 0 \leq x \leq 2\} - \{0, 2\} = [1, 2]$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۳۴ تا ۳۶ و ۷۳ تا ۷۸ و مسأله‌ها - صفحه‌های ۵۴ و ۶۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، ریاضی پایه ، زوج، فرد، صعودی، نزولی، یک به یک و تساوی دو تابع ، تابع - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۱۸-

(میلاد منصوری)

دقت کنید وقتی $x \geq 1$ باشد، $2 - x \leq 1$ است. به نحو مشابه اگر $x < 1$

باشد، آن‌گاه $3 - 2x > 1$ است. پس:

$$f \circ f(x) = f(f(x)) = \begin{cases} 3 - 2(2 - x) = 2x - 1 & ; x \geq 1 \\ 2 - (3 - 2x) = 2x - 1 & ; x < 1 \end{cases}$$

بنابراین $f \circ f(x) = 2x - 1$. یعنی $g(x) = 2x - 1$ پس $a = 2$ و

$$a + b = 1 \text{ و } b = -1$$

(مسئله‌ها - صفحه‌های ۴۸ تا ۵۱ و ۶۹ تا ۷۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، بسط دو جمله‌ای ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۱۱۰۹

-۱۰۹

(عمید علینزاده)

برای بدست آوردن مجموع ضرایب بسط $x=1$ را جای گذاری می کنیم.

$$(2ax - a\sqrt{x})^{10} \xrightarrow{x=1} a^{10}$$

$$\text{جمله ی دهم} = \binom{10}{9} (2ax)^1 (-a\sqrt{x})^9 = -10 \times 2a^1 x^1 a^9 x^{4/5}$$

$$\text{ضریب جمله ی دهم} = -20a^{10}$$

$$a^{10} = -20a^{10} + 84 \Rightarrow 21a^{10} = 84 \Rightarrow a^{10} = 4$$

$$\Rightarrow a^5 = \pm 2 \Rightarrow a = \pm \sqrt[5]{2}$$

(حسابان - صفحه های ۸ تا ۱۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، معادلات درجه ۲ و ماکزیمم مینیمم توابع ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات -
۱۳۹۴۱۱۰۹

-۱۰۷

(مهدی رضا شوکتی بیرق)

با توجه به شکل نمودار $a > 0$ است. دو نقطه ی $(0,0)$ و $(4,0)$ روی سهمی

$y = ax^2 + bx + c$ قرار دارند. پس در معادله ی آن صدق می کنند.

$$\begin{cases} y(0) = 0 \Rightarrow c = 0 \\ y(4) = 0 \Rightarrow 16a + 4b = 0 \Rightarrow b = -4a \end{cases}$$

حال اگر در عبارت $ax^2 - 2bx + c$ به جای b و c مساوی آن ها را قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$ax^2 - 2bx + c = ax^2 + 8ax = ax(x + 8) < 0$$

$$\xrightarrow{a>0} x(x + 8) < 0 \Rightarrow -8 < x < 0$$

(ریاضی ۲ - صفحه های ۷۳ تا ۸۴ و حسابان - صفحه های ۱۵ تا ۲۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، معادلات، گویا، گنگ ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۱۱۰۹

-۱۰۵

(میلاد منصوری)

چون x_2 جواب معادله است، در آن صدق می‌کند. بنابراین
پس:

$$x_2(x_2 - 3) = 5 \Rightarrow \frac{x_2}{5} = \frac{1}{x_2 - 3}$$

بنابراین:

$$\frac{x_1}{x_2 - 3} = x_1 \times \frac{1}{x_2 - 3} = x_1 \times \frac{x_2}{5} = \frac{x_1 x_2}{5} = \frac{-5}{5} = -1$$

(مسئله‌ها - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۱۰

(میلاد منصوری)

با تجزیه‌ی مخرج‌ها داریم:

$$\frac{3}{(x+2)(x-1)} + \frac{x+1}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{2(x-2)}$$

$$\Rightarrow \frac{3(x-2) + (x+1)(x-1)}{(x+2)(x-1)(x-2)} = \frac{1}{2(x-2)} \Rightarrow \frac{x^2 + 3x - 7}{(x+2)(x-1)} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 6x - 14 = x^2 + x - 2 \Rightarrow x^2 + 5x - 12 = 0$$

حال دقت کنید هیچ کدام از جواب‌های مخرج در معادله‌ی اخیر صدق نمی‌کنند. لذا هر دو

جواب $x^2 + 5x - 12 = 0$ قابل قبول هستند که حاصل ضرب آنها نیز -12 است.

(مسئله‌ها - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷ و ۲۴ تا ۲۷)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۰۶

(مدرس رضا شوکتی بیرق)

$$x^3 - 3x - 2 = (x - 2)(x + 1)^2$$

راه حل اول:

$$x^3 - 3x^2 + 4 = (x - 2)^2(x + 1)$$

$$\Rightarrow \text{م.م.ک} = (x - 2)^2(x + 1)^2$$

برای بدست آوردن باقی مانده کافی است $x = 1$ را در عبارت ک.م.م قرار دهیم.

$$\text{باقی مانده} = (1 - 2)^2(1 + 1)^2 = 4$$

راه حل دوم: باید ک.م.م آن‌ها را به ازای $x = 1$ حساب کنیم.

$$[x^3 - 3x - 2, x^3 - 3x^2 + 4]_{x=1} = [-4, 2] = 4$$

(مسایان - صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، تعمیم چندجمله‌ای ها و بخش پذیری ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات -
۱۳۹۴۱۱۰۹

-۱۰۴

(فریدون ساعتی)

$$x^4 + 64 = x^4 + 16x^2 + 64 - 16x^2$$

$$= (x^2 + 8)^2 - 16x^2 = (x^2 + 8 - 4x)(x^2 + 8 + 4x)$$

$$x^2 + mx + n = \begin{cases} x^2 - 4x + 8 \\ \text{یا} \\ x^2 + 4x + 8 \end{cases}$$

بنابراین:

$$\Rightarrow \begin{cases} m = \pm 4 \\ n = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m + n = 12 \\ \text{یا} \\ m + n = 4 \end{cases}$$

(مسایان - صفحه‌های ۶ تا ۸)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، مفهوم رابطه و تابع ، تابع - ۱۳۹۴۱۱۰۹

-۱۱۱

(میلاد منصوری)

علت نادرستی سایر گزینه‌ها:

(۱) اگر $x = 0$ آن گاه تساوی به ازای هر مقدار y صحیح است. پس y نمی‌تواند تابع x باشد.

(۲) اگر $x = 1$ قرار دهیم آن گاه $y = \pm\sqrt{8}$

(۳) $x = 1 \Leftarrow y = 2$ و $y = 4$

(۴)

$$|x| + |y+1| - 2y = 0 \Rightarrow |x| + |y+1| = 2y$$

$$\xrightarrow{y>0} |x| + y + 1 = 2y \Rightarrow |x| + 1 = y$$

که ضابطه‌ی یک تابع را مشخص می‌کند.

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۲۶ تا ۳۴ و حسابان - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، تابع ثابت، قدرمطلق، خاص و حل نامعادله ، تابع - ۱۳۹۴۱۱۰۹

-۱۰۸

(مهدی رضا شوکتی بیرق)

چون معادله‌ی $|x+m| + |x-m| = 2$ بی‌شمار جواب دارد، پس باید داشته

باشیم: $|m - (-m)| = 2 \Rightarrow 2|m| = 2 \Rightarrow |m| = 1 \Rightarrow m = \pm 1$

پس معادله‌ی دوم به صورت $|x+2| - |x-2| = 1$ خواهد بود. چون

$1 > 2 - (-2)$ پس معادله‌ی دوم یک جواب دارد.

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

ریاضی ، آمار و مدل سازی ، آمار و مدل سازی - ۱۳۹۴۱۱۰۹

-۱۵۱

(بهرام طالبی)

متغیر «مرحله‌ی برداشت محصول» چون قابل اندازه‌گیری نیست، پس کیفی است.

از طرفی چون مراحل قبل از آن باید طی شود تا به برداشت محصول رسید، پس

کیفی ترتیبی است.

(آمار و مدل سازی، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

-۱۵۲

(بایک سادات)

$$۱۱ = ۱ + ۱۰ - ۲۰ = \text{اندازه‌ی جامعه}$$

$$۸ = ۷ + ۱ \xleftarrow{\text{افزودن یک واحد}} ۷ \xleftarrow{\text{حذف قسمت اعشاری}} ۷ / ۳۹۲ = ۰ / ۶۷۲ \times ۱۱$$

پس هشتمین عضو جامعه باید انتخاب شود که عدد ۱۷ است.

(آمار و مدل سازی، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۵۳

(بهرام طالبی)

می‌دانیم فراوانی تجمعی دسته‌ی آخر برابر تعداد کل داده‌هاست، پس تعداد کل داده‌ها برابر x است. با توجه به جدول، جدول فراوانی مطلق به‌صورت زیر است:

مرکز دسته	۲	۵	۸	۱۱	۱۴
فراوانی مطلق	۵	$y - ۵$	$۱۸ - y$	۳	$x - ۲۱$

زاویه‌ی مرکزی دسته‌ی آخر برابر ۹۰° است پس:

$$\alpha_5 = \frac{f_5}{n} \times ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۹۰^\circ = \frac{x - ۲۱}{x} \times ۳۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{x - ۲۱}{x} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow ۴x - ۸۴ = x \Rightarrow ۳x = ۸۴$$

$$\Rightarrow x = ۲۸ \Rightarrow n = ۲۸$$

از طرفی زاویه‌ی مرکزی دسته‌ی سوم هم ۹۰° است، پس:

$$\alpha_3 = \frac{f_3}{n} \times ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۹۰^\circ = \frac{۱۸ - y}{۲۸} \times ۳۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{۱۸ - y}{۲۸} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow ۱۸ - y = ۷ \Rightarrow y = ۱۱$$

$$\Rightarrow ۱۸ - y = ۷ = \text{فراوانی مطلق دسته‌ی سوم}$$

(آمار و مدل سازی، صفحه‌های ۵۳، ۵۷، ۹۲ و ۹۳)

۴

۳

۲

۱ ✓

(فرها نامی)

نقطه‌های اول و آخر جزء دسته‌ها نیستند. پس مرکز دسته‌ها و ۱۸ است. چون فاصله‌ی دو مرکز دسته‌ی متوالی ۴ می‌باشد، پس طول دسته برابر ۴ است. در نتیجه کران پایین دسته‌ها و ۱۸ برابر است با:

$$\frac{\text{طول دسته}}{۲} = \text{مرکز دسته‌ها} - \text{کران پایین دسته‌ها}$$

$$۱۸ - \frac{۴}{۲} = ۱۶$$

در نتیجه دسته‌ها به صورت زیر هستند:

حدود دسته	[۱۶, ۲۰)	[۲۰, ۲۴)	[۲۴, ۲۸)	[۲۸, ۳۲]
فراوانی مطلق	۳	۴	۳	۲

با توجه به جدول، فراوانی نسبی دسته‌ی دوم برابر است با:

$$\text{فراوانی نسبی دسته‌ی دوم} = \frac{۴}{۳+۴+۳+۲} = \frac{۴}{۱۲} = \frac{۱}{۳}$$

حال با اضافه کردن سه داده‌ی ۱۸، ۱۶ و ۲۰ جدول به صورت زیر تغییر می‌کند:

حدود دسته	[۱۶, ۲۰)	[۲۰, ۲۴)	[۲۴, ۲۸)	[۲۸, ۳۲]
فراوانی مطلق	۵	۵	۳	۲

در این حالت:

$$\text{فراوانی نسبی دسته‌ی دوم} = \frac{۵}{۵+۵+۳+۲} = \frac{۵}{۱۵} = \frac{۱}{۳}$$

همان‌طور که می‌بینید فراوانی نسبی تغییری نمی‌کند.

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۵۶، ۸۸ و ۸۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۵۵

(میثم ممزهلوی)

کران بالای دسته‌ها و ک برابر کران پایین دسته‌ی دوم است، پس:

$$b = 5$$

پس در دسته‌ها و ک داریم:

$$\frac{a+b}{2} = \text{مرکز دسته} \Rightarrow \frac{a+5}{2} = 4 \Rightarrow a = 3$$

بنابراین دسته‌ها و ک به صورت (۳,۵) و در نتیجه طول دسته برابر ۲ است. برای

یافتن کران بالای دسته‌ی چهارم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

(طول دسته ۳ + کران بالای دسته‌ها و ک = کران بالای دسته‌ی چهارم

$$\Rightarrow \text{کران بالای دسته‌ی چهارم} = b + 3(2) = 5 + 3(2) = 11$$

(آمار و مدل سازی، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۵۶

(مسین اسفینی)

تعداد داده‌ها ۲۴ است. پس Q_1 برابر $\frac{45+47}{2} = 46$ و Q_3 برابر

$$\frac{63+64}{2} = 63.5 \text{ است.}$$

بنابراین داده‌های داخل جعبه عبارت‌اند از:

۴۷, ۵۰, ۵۰, ۵۱, ۵۱, ۵۳, ۵۴, ۵۶, ۵۹, ۶۱, ۶۲, ۶۳

حال دامنه‌ی تغییرات را یافته و سپس طول دسته را می‌یابیم:

$$R = 63 - 47 = 16 \Rightarrow C = \frac{R}{k} = \frac{16}{4} = 4$$

(آمار و مدل سازی، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹، ۹۶ تا ۱۰۳، ۱۲۰ و ۱۲۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

جدول مربوط به این نمودار به صورت زیر است:

x_i	۲	۴	x	۹
f_i	۱	۵	۴	۲

با توجه به جدول:

۱۲ = مجموع فراوانی‌ها = تعداد کل داده‌ها

چون تعداد داده‌ها زوج است، پس میانه برابر میانگین داده‌های ششم و هفتم است.

با توجه به جدول:

	داده‌ی ششم		داده‌ی هفتم	
	↓		↓	
x_i	۲	۴	x	۹
f_i	۱	۵	۴	۲
	جمع = ۶			

$$\Rightarrow \text{میانه} = \frac{x_6 + x_7}{2} = \frac{4 + x}{2}$$

از طرفی میانگین برابر است با:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{1(2) + 5(4) + 4(x) + 2(9)}{1 + 5 + 4 + 2} = \frac{40 + 4x}{12} \\ &= \frac{4(10 + x)}{12} = \frac{10 + x}{3} \end{aligned}$$

از آن‌جا که میانگین $\frac{1}{2}$ واحد از میانه بیش‌تر است، بنابراین:

$$\begin{aligned} \frac{10 + x}{3} &= \frac{4 + x}{2} + \frac{1}{2} \\ \Rightarrow \frac{10 + x}{3} &= \frac{5 + x}{2} \Rightarrow 20 + 2x = 15 + 3x \Rightarrow x = 5 \end{aligned}$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰، ۱۱۶ تا ۱۱۹ و ۱۲۵ تا ۱۳۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۵۸-

(میثم ممزهلوی)

کم یا اضافه کردن یک عدد ثابت تأثیری در انحراف معیار ندارد. از داده‌ها دو واحد کم می‌کنیم:

$$-\frac{1}{2}X_1, -\frac{1}{2}X_2, \dots, -\frac{1}{2}X_n$$

انحراف معیار این داده‌ها هم برابر $1/2$ است.

حال برای این که به داده‌های X_1, X_2, \dots, X_n برسیم، باید داده‌ها را -2 برابر کنیم. در این حالت انحراف معیار $|-2| = 2$ برابر می‌شود. پس انحراف معیار داده‌های X_1, X_2, \dots, X_n برابر $2 \times 1/2 = 2/4$ است.

(آمار و مدل سازی، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۵۶)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۵۹-

(فسین فایلو)

چون واریانس ۵ داده برابر صفر است، پس داده‌ها با هم برابرند. پس این ۵ داده را به صورت a, a, a, a, a در نظر می‌گیریم. با اضافه کردن سه داده‌ی $10, 8, 5$ داده‌ها به صورت زیر خواهند شد.

$$a, a, a, a, a, 5, 8, 10$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{a + a + a + a + a + 5 + 8 + 10}{8} = 6$$

$$\Rightarrow 5a + 5 + 8 + 10 = 48 \Rightarrow 5a = 25 \Rightarrow a = 5$$

حال واریانس ۸ داده‌ی $5, 5, 5, 5, 5, 5, 8, 10$ را محاسبه می‌کنیم. میانگین داده‌ها که برابر ۶ است، بنابراین با توجه به این که ۶ تا ۵ داریم:

$$\sigma^2 = \frac{6(5-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2}{8}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{6 + 4 + 16}{8} = \frac{26}{8} = \frac{13}{4} = 3.25$$

(آمار و مدل سازی، صفحه‌های ۱۲۵ و ۱۴۸ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

جدول مربوط به این نمودار به صورت زیر است:

حدود دسته	$[0, 2)$	$[2, 4)$	$[4, 6)$	$[6, 8]$
فراوانی	۱	۲	۹	۴
مرکز دسته	۱	۳	۵	۷

ابتدا میانگین را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned}\text{میانگین} &= \frac{1(1) + 2(3) + 9(5) + 4(7)}{1 + 2 + 9 + 4} = \frac{1 + 6 + 45 + 28}{16} \\ &= \frac{80}{16} = 5\end{aligned}$$

حال واریانس و در نتیجه انحراف معیار را می‌یابیم:

$$\begin{aligned}\sigma^2 &= \frac{1(1-5)^2 + 2(3-5)^2 + 9(5-5)^2 + 4(7-5)^2}{1 + 2 + 9 + 4} \\ \Rightarrow \sigma^2 &= \frac{16 + 8 + 0 + 16}{16} = 2/5 \Rightarrow \sigma = \sqrt{2/5}\end{aligned}$$

در نهایت ضریب تغییرات را محاسبه می‌کنیم:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{2/5}}{5} = \frac{\sqrt{25 \times 0.1}}{5} = \frac{5 \times \sqrt{0.1}}{5} = \sqrt{0.1} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

(آمار و مدل سازی، صفحه‌های ۴۶، ۴۹، ۵۳ تا ۵۷ و ۱۴۸ تا ۱۶۰)

۴

۳

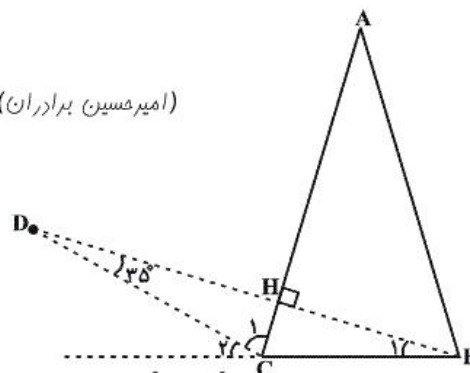
۲

۱ ✓

ریاضی، هندسه ۱، استدلال (هندسه‌ی ۱)، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۴۱-

(امیرحسین برادران)



$$\Delta \text{ CHD: } \begin{cases} \hat{D} = 35^\circ \\ \hat{H} = 90^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{C}_1 = 55^\circ$$

از طرفی چون CD نیم‌ساز زاویه‌ی خارجی مثلث است، بنابراین $\hat{C}_1 = \hat{C}_2$ و در نتیجه:

$$\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 110^\circ \text{ زاویه‌ی خارجی مثلث } ACB$$

$$\Rightarrow \hat{C} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ \Rightarrow \hat{B} = 70^\circ \Rightarrow \hat{A} = 40^\circ$$

(هندسه ۱، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴ و ۲۲ تا ۲۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

(رسول مفسنی منش)

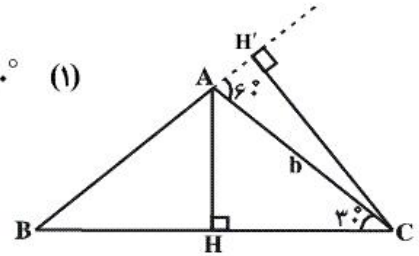
-۱۴۳

در مثلث ABC می توان نوشت:

$$AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + 2\hat{C} = 180^\circ \quad (1) \\ \hat{A} = 4\hat{C} \quad (2) \end{array} \right.$$

$$(1), (2) \Rightarrow \hat{C} = 30^\circ = \hat{B}, \hat{A} = 120^\circ$$



مطابق شکل CH' ارتفاع بزرگ و AH ارتفاع کوچک مثلث ABC است، داریم:

$$CH' = \frac{\sqrt{3}}{2}b, AH = \frac{1}{2}b \Rightarrow \frac{CH'}{AH} = \sqrt{3}$$

(هندسه ۱، صفحه‌های ۱۱، ۲۲ تا ۲۷ و ۴۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

در مثلث قائم‌الزاویه ABD ، ارتفاع وارد بر وتر (فاصله‌ی رأس از وتر BD) برابر ربع طول وتر است، پس $\hat{ABD} = 15^\circ$. $\hat{EAB} = 45^\circ \Rightarrow AE$ نیم‌ساز \hat{A} است.

$$\Delta AOB \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{ABD} = 15^\circ$$

$$\alpha = \hat{EAB} - \hat{A}_1 = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$$

(هندسه ۱، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷ و ۲۲ تا ۲۷)

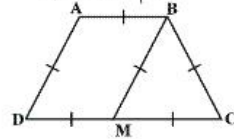
۴

۳

۲ ✓

۱

(میثم غمزه لویی)



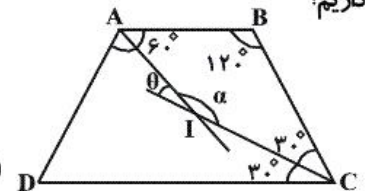
مطابق شکل، اگر از B به M وسط CD وصل کنیم، در چهارضلعی $ABMD$ ، دو ضلع AB و DM موازی و مساوی هستند، پس $ABMD$ متوازی‌الاضلاع است. پس $BM = AD$ که در این صورت می‌توان نتیجه گرفت مثلث

BCM متساوی‌الاضلاع است و $\hat{C} = \hat{D} = 60^\circ$ ، بنابراین $\hat{A} = \hat{ABC} = 120^\circ$. حال فرض کنیم نیم‌سازهای داخلی A و C در نقطه‌ی I متقاطع‌اند. در چهارضلعی $ABCI$ داریم:

$$60^\circ + 120^\circ + 30^\circ + \alpha = 360^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha = 150^\circ \Rightarrow \theta = 180^\circ - \alpha = 30^\circ$$

(هندسه ۱، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷، ۲۲ تا ۲۷ و ۴۸ تا ۵۰)



۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۴۹

(مهرداد ملونری)

در واقع منظور سؤال، تفاضل حجم‌های حاصل از دوران مربع و دایره حول AB است. از دوران مربع حول AB ، یک استوانه‌ی قائم به شعاع قاعده‌ی $r=1$ و ارتفاع $h=2$ و همچنین از دوران دایره حول AB ، یک کره به شعاع $R=1$ پدید می‌آید.

$$\begin{cases} \text{حجم استوانه‌ی قائم} : V_1 = \pi r^2 h = 2\pi \\ \text{حجم کره} : V_2 = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4\pi}{3} \end{cases} \Rightarrow V_1 - V_2 = \frac{2\pi}{3}$$

(هندسه ۱، صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۸ و ۱۳۶ تا ۱۴۱)

۴

۳

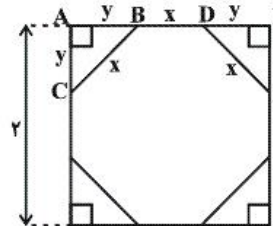
۲✓

۱

-۱۵۰

(مسین فابیو)

بزرگ‌ترین منشور هنگامی است که ارتفاع منشور $1 + \sqrt{2}$ باشد. شکل زیر قاعده‌ی شکل مورد نظر سؤال را نشان می‌دهد. داریم:



$$\begin{cases} AE = x + 2y = 2 \\ \Delta ABC : x = \sqrt{2}y \end{cases} \Rightarrow \sqrt{2}y + 2y = 2$$

$$\Rightarrow y = \frac{2}{2 + \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}$$

ناحیه‌ی بین مکعب مستطیل و منشور مورد نظر از چهار منشور قائم با قاعده‌ی مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین به ضلع قائمه‌ی y و ارتفاع $h = 1 + \sqrt{2}$ تشکیل شده است. داریم:

$$V = 4 \left(\frac{1}{2} y^2 h \right) = 2y^2 h$$

$$= 2 \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} \right)^2 (1 + \sqrt{2}) = 2 \left(\frac{2}{(\sqrt{2} + 1)^2} \right) (1 + \sqrt{2}) = 4(\sqrt{2} - 1)$$

(هندسه ۱، صفحه‌های ۶۷ و ۱۱۰ تا ۱۲۸)

۴

۳

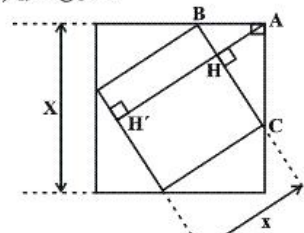
۲✓

۱

ریاضی، هندسه ۱، مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس - ۱۳۹۴۱۱۰۹

-۱۴۴

(مسین فابیو)



مطابق شکل، فرض کنید مربعی به طول ضلع x درون مربعی به طول ضلع X محاط شده است. داریم:

$$S(\Delta ABC) = \frac{1}{4} (X^2 - x^2)$$

$$S(\Delta ABC) = \frac{1}{2} AH \cdot x$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} (X^2 - x^2) = \frac{1}{2} AH \cdot x \Rightarrow AH = \frac{X^2 - x^2}{2x}$$

از طرفی:

$$X = 7, x = 5 \Rightarrow AH = \frac{49 - 25}{2 \times 5} = 2/4$$

$$AH' = AH + HH' = 2/4 + 5 = 7/4$$

(هندسه ۱، صفحه‌های ۳۷ تا ۴۱)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۴۲

(مهردار ملونری)

به راحتی می‌توان نشان داد که $AB \parallel CD$ ، یعنی $ABCD$ یک ذوزنقه است. مطابق شکل، از رأس سوم مثلث متساوی‌الاضلاع (نقطه‌ی M) عمودهای MH و MH' را بر AB و CD رسم می‌کنیم. داریم:

$$MH = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

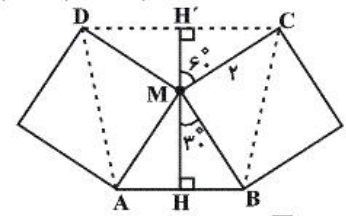
$$\Delta MCH': \begin{cases} MH' = 2 \cos 60^\circ = 1 \\ CH' = 2 \sin 60^\circ = \sqrt{3} \end{cases}$$

پس $CD = 2CH' = 2\sqrt{3}$ و $HH' = MH + MH' = \sqrt{3} + 1$ در نتیجه:

$$S(ABCD) = \frac{1}{2}(AB + CD)HH' = \frac{1}{2}(2 + 2\sqrt{3})(\sqrt{3} + 1)$$

$$= (\sqrt{3} + 1)^2 = 4 + 2\sqrt{3}$$

(هندسه ۱، صفحه‌های ۳۸ تا ۵۰)



۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، هندسه ۱، تشابه - ۱۳۹۴۱۱۰۹

-۱۴۷

(مهردار ملونری)

مطابق شکل، $\angle AMC$ زاویه‌ی خارجی مثلث ABM است و در نتیجه:

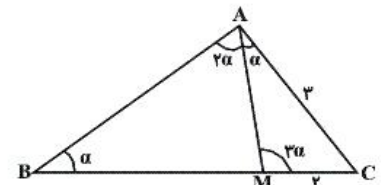
$$\angle AMC = \alpha + 2\alpha = 3\alpha$$

دو مثلث ABC و AMC به حالت تسلی دو زاویه متشابه‌اند و داریم:

$$\frac{MC}{AC} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{3}{BM + 2}$$

$$\Rightarrow BM = 2/5$$

(هندسه ۱، صفحه‌های ۸۳ تا ۹۲)



۴

۳

۲

۱✓

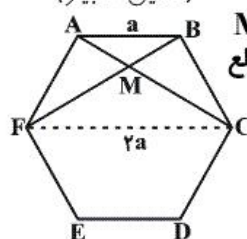
-۱۴۸

(فسین فابیلاو)

مطابق شکل مقابل، فرض می‌کنیم دو قطر کوچک در نقطه‌ی M متقاطعند. قطر بزرگ CF را که طول آن دو برابر طول ضلع شش ضلعی منتظم است را رسم می‌کنیم. داریم:

$$\Delta MAB \sim \Delta MCF \Rightarrow AB \parallel CF$$

$$\Rightarrow \frac{MA}{MC} = \frac{AB}{CF} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$



(هندسه ۱، صفحه‌های ۷۷ تا ۹۲)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی، ریاضی پایه - گواه، مثلثات - ۱۳۹۴۱۱۰۹

-۱۲۲

(سراسری تیرگی - ۷۷)

می‌دانیم اگر $\alpha + \beta = \pi$ باشد، آنگاه، $\cos \alpha + \cos \beta = 0$ است.

در این سؤال:

$$\frac{3\pi}{14} + \frac{11\pi}{14} = \pi \Rightarrow \cos \frac{3\pi}{14} + \cos \frac{11\pi}{14} = 0$$

$$\frac{5\pi}{14} + \frac{9\pi}{14} = \pi \Rightarrow \cos \frac{5\pi}{14} + \cos \frac{9\pi}{14} = 0$$

$$\frac{7\pi}{14} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

$$\left(\cos \frac{3\pi}{14} + \cos \frac{11\pi}{14}\right) + \left(\cos \frac{5\pi}{14} + \cos \frac{9\pi}{14}\right) + \cos \frac{7\pi}{14} = 0$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

-۱۲۳

(آزاد ریاضی عصر - ۸۳)

اگر $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ باشد، آن‌گاه $\tan \alpha \cdot \tan \beta = 1$ خواهد بود.

در این سؤال:

$$\tan(\hat{B} + 30^\circ) \tan(\hat{C} + 30^\circ) = 1$$

$$\Rightarrow (\hat{B} + 30^\circ + \hat{C} + 30^\circ) = 90^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{A} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۷ و مسابان - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

۱۳۰-

(سراسری تفریحی خارج از کشور - ۸۸)

از آنجایی که a و b جواب‌های معادله‌ی $x^2 - 10x + 0/1 = 0$ هستند، پس:

$$S = a + b = \frac{-b}{a} = 10.$$

$$P = ab = \frac{c}{a} = 0/1$$

اما در عبارت خواسته شده داریم:

$$\log a + \log b - \log(a + b) = \log(ab) - \log(a + b)$$

به ازای $a + b = 10$ ، $\log(a + b) = 1$ و به ازای $ab = 0/1$ ، $\log ab = -1$ ،

پس:

$$\log a + \log b - \log(a + b) = -1 - 1 = -2$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۵ و حسابان - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، اعمال روی توابع ، تابع - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۲۶-

(کتاب آبی - سؤال ۴۹۱۴)

$$f\left(\frac{-x}{x+1}\right) = f\left(\frac{-x-1+1}{x+1}\right) = f\left(-1 + \frac{1}{x+1}\right)$$

با فرض $t = \frac{1}{x+1}$ و $x \neq -1$ خواهیم داشت:

$$f(-1+t) = t \xrightarrow{t=u+1} f(u) = u+1 \Rightarrow f(x) = x+1$$

(حسابان - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷ و ۶۹ تا ۷۶)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، رسم نمودار ، تابع - ۱۳۹۴۱۱۰۹

-۱۲۸

(کتاب آبی - سوال ۴۲۴)

ضابطه‌ی تابع f ، برابر $f(x) = |x|$ است، برای یافتن g به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

$$\xrightarrow[2 \text{ واحد به چپ}]{\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}} f(x+2) \rightarrow -f(x+2)$$

$$\xrightarrow[1/2 \text{ منبسط شود}]{\text{با ضریب } \frac{1}{2}} -\frac{1}{2}f(x+2)$$

$$\xrightarrow[3 \text{ واحد به پایین}]{\text{واحد به پایین}} -\frac{1}{2}f(x+2) - 3$$

$$.g(x) = \frac{-1}{2}f(x+2) - 3$$

بنابراین:

(مسایان - فصل ۲ - صفحه‌ی ۶۳ - مسئله‌ی ۵)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، معادلات، گویا، گنگ ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۱۱۰۹

-۱۲۷

(آزاد ریاضی - ۷۰)

ابتدا دامنه‌ی تعریف معادله را می‌یابیم:

$$\begin{cases} 2x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \\ 2 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2 \\ x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \\ x + \sqrt{x-2} \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \end{cases} \rightarrow \text{فقط } x = 2$$

که به ازای $x = 2$ دو طرف معادله مساوی می‌شوند، پس معادله فقط یک جواب دارد.

(مسایان - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

☒ ۴

☐ ۳

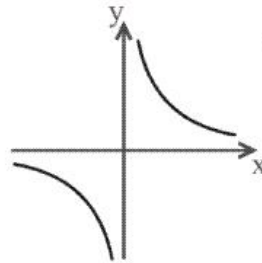
☐ ۲

☐ ۱

برای بدست آوردن تعداد ریشه‌های معادله‌ی داده شده باید ابتدا نمودارهای

$$y_1 = \frac{1}{x} \text{ و } y_2 = x^2 + 2x - 2 \text{ را رسم کنیم و برای قابل رسم شدن تابع } y_2$$

با استفاده از انتقال می‌توانیم آن را به مربع کامل تبدیل کنیم

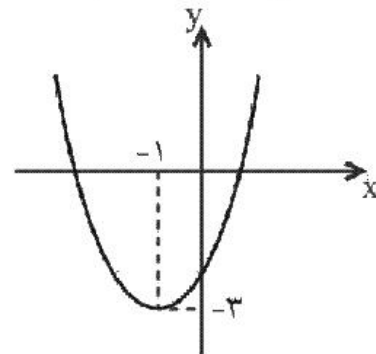


نمودار $y_1 = \frac{1}{x}$ بصورت تابع هموگرافیک مقابل است

$$y_2 = x^2 + 2x - 2 = x^2 + 2x + 1 - 3 = (x + 1)^2 - 3$$

برای رسم نمودار y_2 ابتدا نمودار $y = x^2$ را یک واحد به چپ و سپس

سه واحد به پایین انتقال می‌دهیم. بنابراین خواهیم داشت:

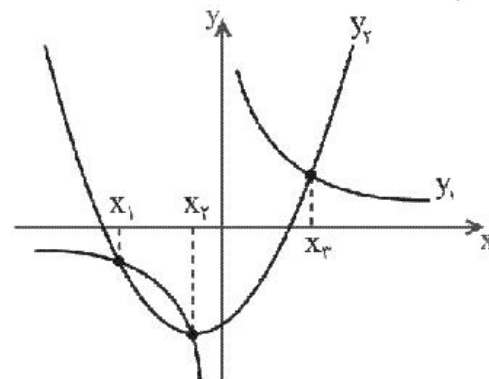


حال با رسم نمودارهای y_1 و y_2 در یک دستگاه مختصات، مشاهده می‌شود که

این دو تابع همدیگر را در سه نقطه قطع می‌کنند که دو نقطه به طول منفی و یک

نقطه به طول مثبت است. پس معادله‌ی داده شده دارای دو ریشه‌ی منفی x_1 و x_2

و یک ریشه‌ی مثبت x_3 است.



(مسابقه، مثال ۲ - صفحه‌ی ۳۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

۱۲۴ -

(کتاب آبی - سؤال ۳۶)

مساحت مثلث برابر $S = \frac{1}{2}xy$ است، باید y را بر حسب x بیابیم، با توجه به قضیه‌ی

تالس داریم:

$$\frac{y-1}{y} = \frac{2}{x} \Rightarrow xy - x = 2y$$

$$\Rightarrow y(x-2) = x \Rightarrow y = \frac{x}{x-2}$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2}xy \Rightarrow S(x) = \frac{1}{2} \times \frac{x^2}{x-2} = \frac{x^2}{2x-4}$$

(مسایان - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، ریاضی پایه - گواه ، دامنه و برد تابع ، تابع - ۱۳۹۴۱۱۰۹

۱۲۵ -

(سراسری ریاضی - ۹۲)

برای محاسبه‌ی دامنه‌ی عبارت رادیکالی با فرجه‌ی زوج باید عبارت زیر رادیکال نامنفی باشد. بنابراین:

$$xf(x) \geq 0 \quad (*)$$

از آنجا که نمودار تابع f در $x=1$ ، $x=-3$ و $x=2$ صفر شده، جدول تعیین علامت عبارت فوق به صورت زیر خواهد بود:

	-۴	-۳	۰	۱	۲
x	-	-	۰	+	+
$f(x)$	+	۰	-	-	۰
$xf(x)$	-	۰	+	-	۰

پس مجموعه‌ی جواب نامعادله‌ی $(*)$ و در نتیجه دامنه‌ی عبارت داده شده برابر است با:

$$x \in [-3, 0] \cup [1, 2]$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴ و مسایان - صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

باید حدود تغییرات تابع $\sqrt{2}f(x-1)+1$ را بیابیم، بنابراین تابع را می‌سازیم:

$$-\sqrt{3} \leq f(x) \leq 2 \Rightarrow -\sqrt{3} \leq f(x-1) \leq 2$$

$$\Rightarrow -\sqrt{6}+1 \leq \sqrt{2}f(x-1)+1 \leq 2\sqrt{2}+1$$

اگر مقادیر تقریبی $\sqrt{6}$ و $\sqrt{2}$ را به ترتیب $2/5$ و $1/4$ در نظر بگیریم، آنگاه برد تابع مورد نظر، بازه‌ی $[-1/5, 3/8]$ خواهد بود که شامل ۵ عدد صحیح است.

توجه: انتقال افقی نمودار، برد تابع را تغییر نمی‌دهد.

(مسابقه - صفحه‌های ۵۳ تا ۶۴)

۴

۳

۲

۱ ✓