



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara> (@riazisara)



ریاضی ، ریاضی پیش دانشگاهی ، - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۰۱- ۲ مهره سفید و ۴ مهره سیاه در کیسه‌ای موجود است. یک مهره از این کیسه به تصادف خارج می‌کنیم و

بعد از مشاهده رنگ آن، آن مهره را به همراه دو مهره از رنگ دیگر به کیسه بر می‌گردانیم. اگر مجدداً سه

مهره از کیسه خارج کنیم، احتمال این که فقط دو مهره از این ۳ مهره، سفید باشد، کدام است؟

$$\frac{9}{28} \quad (2)$$

$$\frac{2}{7} \quad (1)$$

$$\frac{13}{28} \quad (4)$$

$$\frac{11}{28} \quad (3)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- در معادله درجه‌ی دوم $x^2 + (k+1)x + k + 4 = 0$ ، اگر حاصل ضرب ریشه‌ها ۲ برابر مجموع ریشه‌ها

باشد، آن گاه تابع $f(x) = kx^2 - 4x + 1$ چگونه است؟

(۲) می‌نیممی برابر ۳ دارد.

(۱) ماکزیممی برابر ۳ دارد.

(۴) می‌نیممی برابر ۱- دارد.

(۳) ماکزیممی برابر ۱- دارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- معادله $|2x-5| + |-x^2+2x-3| = 5$ چند جواب حقیقی دارد؟

(۲) ۲

(۱) ۱

(۴) جواب حقیقی ندارد.

(۳) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- در دنباله‌ی هندسی نامتناهی و نزولی $1, x, \frac{1}{x}, \dots$ مجموع همه‌ی جملات کدام است؟

(۲) $2 + \sqrt{2}$

(۱) $1 + \sqrt{2}$

(۴) $1 - \sqrt{2}$

(۳) $2 - \sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر $2 = \left[\frac{2x+1}{3} \right]$ آن‌گاه حاصل $\left[\frac{1-x}{2} \right]$ کدام است؟ $[]$ ، نماد جزء صحیح است.

(۲) صفر یا -۱

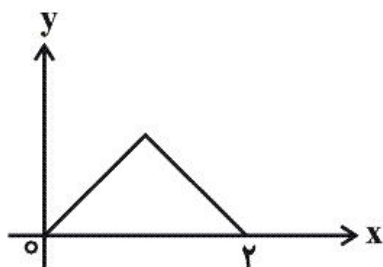
(۱) فقط -۱

(۴) فقط -۲

(۳) -۱ یا -۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر نمودار f به شکل زیر باشد، دامنه‌ی تابع g با ضابطه‌ی $g(x) = \frac{f(1-x)}{f(x)}$ کدام است؟



(۲) $[0, 1]$

(۱) $(-1, 1) - \{0\}$

(۴) $(0, 1]$

(۳) $[-1, 1] - \{0\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر $f(x) = x^2 + x$ و $g(x) = \frac{5x+2}{2x-1}$ ، آن گاه حاصل $(f \circ g)^{-1}(4)$ کدام است؟

۶ (۱)

۲۰ (۲)

۲ (۳)

۱۲ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- بین ۳ و ۴۷ چند عدد می توان درج کرد به طوری که با این دو عدد تشکیل دنباله ی حسابی داده و

اختلاف بزرگ ترین و کوچک ترین آن ها برابر ۳۶ باشد؟

۱۲ (۱)

۱۱ (۲)

۱۰ (۳)

۹ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- جمله ی اول و سوم یک دنباله ی هندسی به ترتیب برابر با جمله ی اول و چهارم یک دنباله ی حسابی با

فرمول مجموع جملات $\frac{3}{2}(n^2 + n)$ می باشد. مجموع ۱۰ جمله ی اول دنباله ی هندسی کدام است؟

(قدرنسبت دنباله ی هندسی مثبت است.)

۳۶ (۱)

۵۱۲ (۲)

۱۰۲۴ (۳)

۳۰۶۹ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- دنباله‌ی $a_n = \frac{n}{\sqrt{n^2 - n}}$; $n \geq 2$ چگونه است؟

(۱) کران دار، صعودی

(۲) کران دار، نزولی

(۳) غیر کران دار، صعودی

(۴) غیر کران دار، نزولی

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۱۱- حاصل $\cos 40^\circ \cos 10^\circ + \sin 40^\circ \sin 10^\circ$ کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $\sin 50^\circ$

(۱) $\cos 50^\circ$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- اگر $\sin 2\alpha < 0$ و $\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) > 0$ باشد، انتهای کمان α در کدام ناحیه‌ی مثلثاتی قرار دارد؟

(۴) چهارم

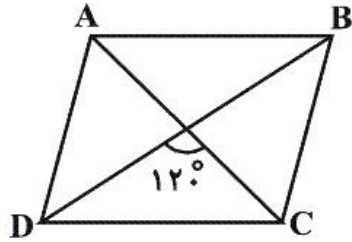
(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- در متوازی‌الاضلاع ABCD اندازه‌ی قطرهای برابر ۶ و ۱۲ و زاویه‌ی بین دو قطر 120° است. مساحت



مثلث ACD کدام است؟

(۱) $18\sqrt{3}$

(۲) $9\sqrt{3}$

(۳) ۱۸

(۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- اگر $\frac{\sin 55^\circ + 2\cos 215^\circ}{3\sin 305^\circ - \cos 325^\circ} = a$ باشد، آن‌گاه مقدار a کدام است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

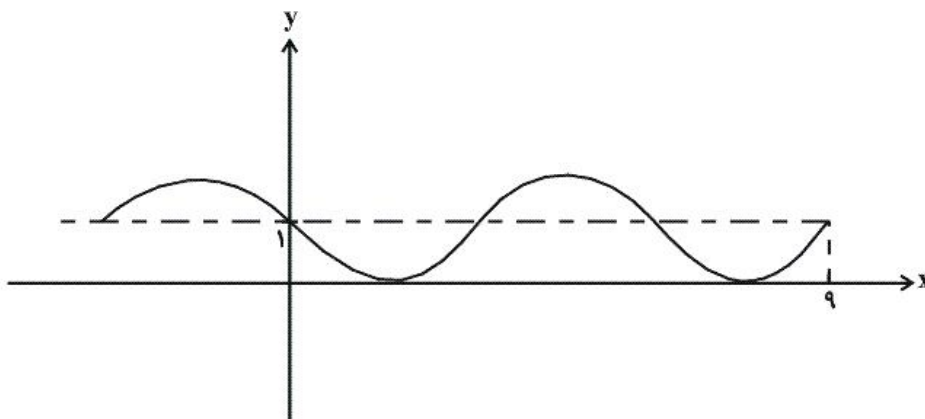
(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) $\tan 55^\circ$

(۱) $\tan 35^\circ$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- نمودار زیر مربوط به تابع $f(x) = a + \cos(-\frac{1}{2} + bx)\pi$ می باشد. حاصل $f(29)$ کدام است؟



(۱) $1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- اگر $-\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{6}$ باشد، حدود تغییرات $\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha$ کدام است؟

(۲) $(\frac{1}{2}, 1]$

(۱) $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

(۴) $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$

(۳) $(0, \frac{1}{2})$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- اگر $\tan x - \cot x = \frac{1}{2}$ باشد، حاصل $\cot(4x + \frac{\pi}{4})$ کدام است؟

(۲) $\frac{23}{7}$

(۱) $\frac{7}{23}$

(۴) $\frac{15}{8}$

(۳) $\frac{8}{15}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- اگر $\sin x - \cos x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\cos 4x$ کدام است؟

(۱) $-\frac{47}{81}$

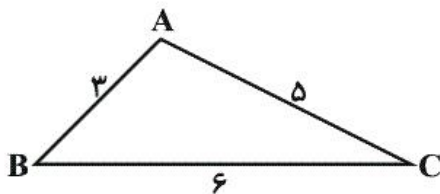
(۲) $\frac{47}{81}$

(۳) $\frac{15}{36}$

(۴) $-\frac{15}{36}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- در مثلث زیر، مقدار $\frac{\sin 2B}{\sin C}$ کدام است؟



(۱) $\frac{25}{9}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{50}{27}$

(۴) $\frac{5}{9}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- حاصل $A = \frac{1}{\sin 15^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{\cos 15^\circ}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $2\sqrt{2}$

(۳) $4\sqrt{2}$

(۴) $8\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۱- نقطه‌ی $A(0,1)$ ، روی دایره‌ی مثلثاتی به اندازه‌ی $\frac{13\pi}{4}$ رادیان در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت دوران

می‌کند تا به نقطه‌ی A' برسد. مجموع طول و عرض نقطه‌ی A' کدام است؟

(۱) صفر (۲) $\sqrt{2}$

(۳) $-\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- حاصل عبارت $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$ ، با فرض $\tan 15^\circ = 0.28$ ، کدام است؟

(۱) $-\frac{16}{9}$ (۲) $-\frac{9}{16}$

(۳) $\frac{9}{16}$ (۴) $\frac{16}{9}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- اگر $\tan \beta = \frac{1}{2}$ و $\alpha - \beta = \frac{\pi}{4}$ باشند، مقدار $\sin 2\alpha$ کدام است؟

(۱) 0.45 (۲) 0.16

(۳) 0.75 (۴) 0.18

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- اگر $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{2}{3}$ باشد، مقدار $\cos 2x$ کدام است؟

(۱) $-\frac{2}{9}$ (۲) $-\frac{1}{9}$

(۳) $\frac{1}{9}$ (۴) $\frac{2}{9}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- خلاصه شده ی $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\sin(\pi + \alpha) - \sin(\pi - \alpha)\cos(-\alpha)$ کدام است؟

(۲) $\sin 2\alpha$

(۱) $-\sin 2\alpha$

(۴) صفر

(۳) $\cos 2\alpha$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- مقدار $\cos 22^\circ / 5^\circ$ برابر کدام گزینه ی زیر است؟

(۲) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2}$

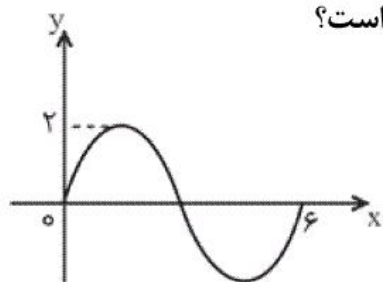
(۱) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{4}$

(۳) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- شکل روبه رو قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin(b\pi x)$ است. $a + b$ ، کدام است؟



(۱) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{5}{3}$

(۳) $\frac{7}{3}$

(۴) $\frac{8}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- مساحت مثلث ABC برابر ۱۶ واحد مربع است. اگر $b = ۸$ و $c = ۵$ باشد، اندازه‌ی ضلع متوسط a کدام است؟

(۲) $\sqrt{۴۱}$

(۱) $\sqrt{۳۹}$

(۴) $۵\sqrt{۲}$

(۳) $۳\sqrt{۵}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- اگر $\alpha + \beta = ۱۳۵^\circ$ و $\tan(\alpha - \beta) = \frac{۳}{۴}$ باشد، مقدار کسر $\frac{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta}$ کدام

است؟

(۲) $-\frac{۳}{۴}$

(۱) $\frac{۳}{۴}$

(۴) $-\frac{۴}{۳}$

(۳) $\frac{۴}{۳}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- اگر $\tan\left(\frac{\pi}{۲} - \alpha\right) = \frac{۲}{۳}$ باشد، آن‌گاه $\tan\left(\frac{\pi}{۴} - \alpha\right)$ کدام است؟

(۲) $-\frac{۱}{۵}$

(۱) $-\frac{۱}{۳}$

(۴) $\frac{۱}{۳}$

(۳) $\frac{۱}{۵}$

شما پاسخ نداده اید

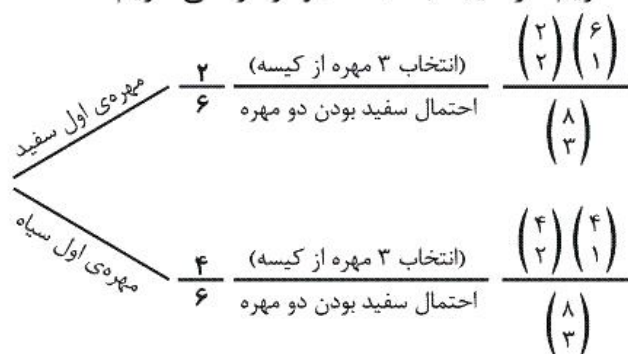


ریاضی ، ریاضی پیش دانشگاهی ، - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۰۱-

(میثم همزه لویی)

احتمال سفید بودن مهره‌ی اول $\frac{2}{6}$ و احتمال سیاه بودن آن $\frac{4}{6}$ است. اگر مهره‌ی اول سفید باشد، دو مهره‌ی سیاه به کیسه اضافه می‌شود. در این حالت ۲ مهره‌ی سفید و ۶ مهره‌ی سیاه داریم و اگر مهره‌ی اول سیاه باشد، دو مهره‌ی سفید به کیسه اضافه می‌کنیم و در این حالت ۴ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه داریم. در نتیجه با کمک نمودار درختی داریم:



$$\Rightarrow P = \frac{1}{3} \times \frac{6}{56} + \frac{2}{3} \times \frac{6 \times 4}{56} = \frac{9}{28}$$

(ریاضی عمومی، هفته‌های ۱۱ و ۱۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۰۲

(معمرد فنا میر چلیلی)

$$x'x'' = 2(x' + x'') \Rightarrow \frac{c}{a} = 2 \times \left(-\frac{b}{a}\right) \Rightarrow k + 4 = 2(-k - 1)$$

$$\Rightarrow k = -2 \xrightarrow{\text{جایگذاری در عبارت}} f(x) = -2x^2 - 4x + 1$$

چون ضریب x^2 منفی است، تابع ماکزیمم دارد. مختصات نقطه‌ی ماکزیمم همان مختصات رأس سهمی است:

$$S \begin{cases} -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2(-2)} = -1 \\ f(-1) = -2 + 4 + 1 = 3 \end{cases}$$

بنابراین تابع f ماکزیممی برابر ۳ دارد.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۰۳

(بهرام طالبی)

$$|2x - 5| + |-x^2 + 2x - 3| = 5$$

$$-x^2 + 2x - 3 \xrightarrow{\Delta < 0, a < 0} \text{همواره منفی}$$

$$\Rightarrow |-x^2 + 2x - 3| = -(-x^2 + 2x - 3)$$

$$\Rightarrow |2x - 5| - (-x^2 + 2x - 3) = 5$$

$$1) \text{ اگر } x \geq \frac{5}{2} : 2x - 5 + x^2 - 2x + 3 = 5 \Rightarrow x^2 = 7$$

$$\Rightarrow x = \pm\sqrt{7} \Rightarrow \begin{cases} \text{ق.ق. } x = \sqrt{7} \\ \text{غ.ق.ق. } x = -\sqrt{7} \end{cases}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۰۴

(سروش موثینی)

ابتدا قدرنسبت را محاسبه می‌کنیم. چون جمله‌ی اول ۱ و جمله‌ی سوم $\frac{1}{2}$ است، بنابراین:

$$a_3 = \frac{1}{2} \Rightarrow aq^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow 1(q^2) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow q = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\text{دنباله‌ی نزولی}} q = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

پس مجموع همه‌ی جملات برابر است با:

$$S = \frac{a_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{1}{\frac{2-\sqrt{2}}{2}} = \frac{2}{2-\sqrt{2}}$$

$$\xrightarrow{\text{گویا کردن مخرج}} \frac{2(2+\sqrt{2})}{4-2} = 2+\sqrt{2}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۴)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۰۵

(حسین فاطیلو)

$$\left[\frac{2x+1}{3} \right] = 2 \Rightarrow 2 \leq \frac{2x+1}{3} < 3 \xrightarrow{\times 3} 6 \leq 2x+1 < 9$$

$$\Rightarrow 5 \leq 2x < 8 \Rightarrow \frac{5}{2} \leq x < 4$$

حال حدود عبارت $\frac{1-x}{2}$ را می‌یابیم:

$$\frac{5}{2} \leq x < 4 \xrightarrow{\times (-1)} -4 < -x \leq -\frac{5}{2}$$

$$\xrightarrow{+(1)} -3 < 1-x \leq -\frac{3}{2} \Rightarrow -\frac{3}{2} < \frac{1-x}{2} \leq -\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{1-x}{2} \right] = -2 \text{ یا } -1$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۰۶

(فرهاد فامی)

با توجه به نمودار، دامنه‌ی تابع f فاصله‌ی $[0, 2]$ است. همچنین برای محاسبه‌ی دامنه‌ی $f(1-x)$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$0 \leq 1-x \leq 2 \Rightarrow -1 \leq -x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

پس دامنه‌ی $f(1-x)$ ، فاصله‌ی $[-1, 1]$ است.

در تابع g باید ریشه‌های مخرج را هم محاسبه کنیم:

با توجه به نمودار: $f(x) = 0 \rightarrow x = 0, x = 2$

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۰۷

(میثم غمزه‌لویی)

$$f \circ g^{-1}(4) = f(g^{-1}(4))$$

ابتدا باید مقدار $g^{-1}(4)$ را محاسبه کنیم:

$$g^{-1}(4) = a \Rightarrow g(a) = 4$$

با توجه به ضابطه‌ی g :

$$\frac{5a+2}{2a-1} = 4 \Rightarrow 5a+2 = 8a-4$$

$$3a = 6 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow g^{-1}(4) = 2$$

در نهایت:

$$f(g^{-1}(4)) = f(2) = 2^2 + 2 = 6$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

-۱۰۸

(علی نصیری)

$$3 \xrightarrow{+d} a_1 = 3+d \dots 47-d = a_n \xrightarrow{+d} 47$$

اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد ۳۶ است:

$$(47-d) - (3+d) = 36 \Rightarrow 47-d-3-d = 36$$

$$\Rightarrow 44-36 = 2d \Rightarrow 2d = 8 \Rightarrow d = 4 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 3+d = 7 \\ a_n = 47-d = 43 \end{cases}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 43 = 7 + (n-1) \times 4$$

$$n-1 = \frac{36}{4} = 9 \Rightarrow n = 10$$

پس ۱۰ عدد بین ۳ و ۴۷ وجود دارد.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

در دنباله‌ی حسابی داریم:

$$S_n = \frac{3}{2}(n^2 + n)$$

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= a_1 = \frac{3}{2}(1^2 + 1) = 3 \\ S_2 &= \frac{3}{2}(2^2 + 2) = 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a_2 = S_2 - S_1 = 6 - 3 = 3$$

$$\Rightarrow 3, 6, 9, 12, 15, \dots$$

حال در دنباله‌ی هندسی داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} \text{جمله‌ی اول} &= 3 \\ \text{جمله‌ی سوم} &= 12 \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{12}{3} = q^2 \xrightarrow{q>0} q = 2$$

۴ ✓

۳

۲

۱

(میثم همزه‌لویی)

ابتدا حد دنباله را محاسبه می‌کنیم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n^2 - n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n^2}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{|n|}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n} = 1 \Rightarrow \text{کران دار} \Rightarrow \text{همگرا}$$

برای بررسی صعودی یا نزولی بودن دنباله با توجه به گزینه‌ها، دو جمله‌ی اول را محاسبه می‌کنیم: (دقت کنید که $n \geq 2$ است).

$$\left\{ \begin{aligned} a_2 &= \frac{2}{\sqrt{2}} \\ a_3 &= \frac{3}{\sqrt{6}} \end{aligned} \right. \Rightarrow a_2 > a_3$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

پس دنباله نزولی است.

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۱۱

(عباس امیروار)

می‌دانیم:

$$\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha - \beta)$$

پس:

$$\cos 40^\circ \cos 10^\circ + \sin 40^\circ \sin 10^\circ = \cos(40^\circ - 10^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(ریاضی ۳، صفحه ۳۳)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۱۲

(بهرام طالبی)

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) > 0 \Rightarrow \cos \alpha > 0$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha < 0 \xrightarrow{\cos \alpha > 0} \sin \alpha < 0$$

در ناحیه‌ی چهارم مثلثاتی سینوس منفی و کسینوس مثبت است.

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۴)

☒ ۴

☐ ۳

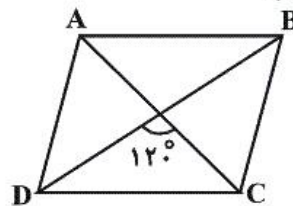
☐ ۲

☐ ۱

-۱۱۳

(هسین اسفینی)

با توجه به شکل، مساحت متوازی‌الاضلاع برابر است با:



$$S = \frac{1}{2} AC \times BD \times \sin 12^\circ = \frac{1}{2} \times 6 \times 12 \times \sin(18^\circ - 6^\circ)$$

$$= 36 \times \sin 6^\circ = 36 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}$$

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

تمام کمان‌های تساوی داده شده را بر حسب کمان ۵۵° مرتب می‌کنیم:

$$\cos ۲۱۵^\circ = \cos(۲۷۰^\circ - ۵۵^\circ) = -\sin ۵۵^\circ$$

$$\sin ۳۰۵^\circ = \sin(۳۶۰^\circ - ۵۵^\circ) = -\sin ۵۵^\circ$$

$$\cos ۳۲۵^\circ = \cos(۲۷۰^\circ + ۵۵^\circ) = \sin ۵۵^\circ$$

حال با توجه به این تساوی‌ها، کسر و تساوی داده شده را بازنویسی می‌کنیم:

$$\frac{\sin ۵۵^\circ + ۲(-\sin ۵۵^\circ)}{۳(-\sin ۵۵^\circ) - \sin ۵۵^\circ} = \frac{-\sin ۵۵^\circ}{-۴\sin ۵۵^\circ} = a = \frac{۱}{۴}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۹)

۴

۳✓

۲

۱

$$y = a + \cos\left(-\frac{1}{2} + bx\right)\pi$$

$$y = a + \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \pi bx\right)$$

$$y = a + \sin(\pi bx)$$

$$\frac{\frac{3}{2}T=9 \Rightarrow T=6}{\text{با توجه به نمودار}} \rightarrow \frac{2\pi}{|b\pi|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{3}$$

با توجه به نمودار، چون بلافاصله بعد از محور y ها، نمودار نزول می‌کند
(برعکس نمودار $\sin x$)، پس ضریب کمان سینوس می‌بایست منفی باشد و داریم:

$$b = -\frac{1}{3}$$

هم‌چنین نقطه‌ی $(۰,۱)$ روی منحنی قرار دارد، بنابراین:

$$۱ = a + \sin\left(-\frac{1}{3}\pi(۰)\right) \Rightarrow a = ۱$$

$$f(۲۹): y = ۱ + \sin\left(-\frac{\pi}{3} \times ۲۹\right) = ۱ + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۵۲)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۱۶

(میثم عمزه لویی)

می‌دانیم:

$$\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = (\underbrace{\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}_1)(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \cos 2\alpha$$

حال با کمک حدود α ، حدود تغییرات $\cos 2\alpha$ را می‌یابیم:

$$-\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{6} \Rightarrow -\frac{\pi}{3} < 2\alpha < \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} < \cos 2\alpha \leq 1$$

۴

۳

۲✓

۱

-۱۱۷

(فرهاد فامی)

از آن جا که $\cot x - \tan x = 2 \cot 2x$ ، بنابراین داریم:

$$\tan x - \cot x = -(\cot x - \tan x) = -2 \cot 2x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cot 2x = -\frac{1}{4} \Rightarrow \tan 2x = -4$$

حال برای محاسبه‌ی $\cot(4x + \frac{\pi}{4})$ ابتدا $\tan(4x + \frac{\pi}{4})$ را می‌یابیم، سپس

$$\tan(4x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\tan 4x + 1}{1 - \tan 4x} \quad (*)$$

آن را معکوس می‌کنیم: پس به مقدار $\tan 4x$ احتیاج داریم. با توجه به این که $\tan 2x = -4$ است، حاصل $\tan 4x$ را می‌یابیم:

$$\tan 4x = \frac{2 \tan 2x}{1 - \tan^2 2x} = \frac{2(-4)}{1 - (-4)^2} = \frac{-8}{-15} = \frac{8}{15}$$

در نتیجه با توجه به $(*)$ داریم:

$$\tan(4x + \frac{\pi}{4}) = \frac{\frac{8}{15} + 1}{1 - \frac{8}{15}} = \frac{\frac{23}{15}}{\frac{7}{15}} = \frac{23}{7} \Rightarrow \cot(4x + \frac{\pi}{4}) = \frac{7}{23}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۱۸

(سید عادل رضا مرتضوی)

$$\sin x - \cos x = \frac{1}{3} \Rightarrow (\sin x - \cos x)^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow 1 - 2 \sin x \cos x = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{8}{9} \Rightarrow \sin 2x = \frac{8}{9} (*)$$

$$\cos 4x = 1 - 2 \sin^2 2x \stackrel{(*)}{=} 1 - 2 \left(\frac{8}{9}\right)^2 = 1 - \frac{128}{81} = \frac{-47}{81}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow \frac{3}{\sin C} = \frac{5}{\sin B} \Rightarrow \frac{\sin B}{\sin C} = \frac{5}{3}$$

بنابراین:

$$\frac{\sin 2B}{\sin C} = 2 \left(\frac{\sin B}{\sin C} \right) \times \cos B = 2 \times \frac{5}{3} \times \frac{5}{9} = \frac{50}{27}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۶)

(ریاضی ۳، صفحه‌ی ۳۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۲۰

(محمدرضا شوکتی بیرق)

$$A = \frac{1}{\sin 15^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{\cos 15^\circ} = \frac{\cos 15^\circ + \sqrt{3} \sin 15^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ}$$

$$= \frac{\cos 15^\circ + \tan 60^\circ \sin 15^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ} = \frac{\cos 15^\circ + \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} \sin 15^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ}$$

$$= \frac{\cos 60^\circ \cos 15^\circ + \sin 60^\circ \sin 15^\circ}{\sin 15^\circ \cos 15^\circ}$$

$$\sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x \quad \text{حال با کمک روابط زیر، A را می‌یابیم:}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$A = \frac{\frac{\cos(60^\circ - 15^\circ)}{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2} \sin 30^\circ} = \frac{\frac{\cos 45^\circ}{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}\right)} = 8 \cos 45^\circ = 8 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 4\sqrt{2}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۲۱

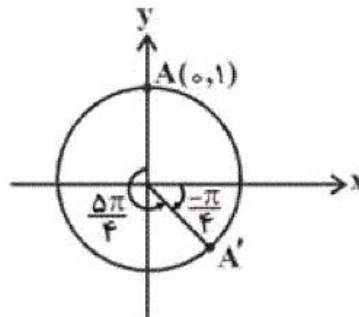
(کتاب آبی - سؤال ۲۴۱)

اگر دوران در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت باشد، علامت زاویه مثبت است، پس زاویه دوران برابر است با:

$$\frac{13\pi}{4} = 2\pi + \frac{5\pi}{4}$$

با دوران به اندازه 2π ، نقطه‌ی A به موقعیت اولیه‌ی خود باز می‌گردد، پس کافیت نقطه‌ی A را در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت به اندازه‌ی $\frac{5\pi}{4} = \pi + \frac{\pi}{4}$ دوران دهیم تا نقطه‌ی A' به دست آید.

مطابق شکل داریم:



$$\begin{cases} x_{A'} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ y_{A'} = -\sin \frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x_{A'} + y_{A'} = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۴)

۴

۳

۲

۱✓

(سراسری تجربی - ۹۴)

-۱۲۲

$$\begin{aligned} \frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 225^\circ - \sin 105^\circ} &= \frac{\cos(270^\circ + 15^\circ) - \sin(270^\circ - 15^\circ)}{\sin(180^\circ - 15^\circ) - \sin(90^\circ + 15^\circ)} \\ &= \frac{\sin 15^\circ - (-\cos 15^\circ)}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ} \end{aligned}$$

با تقسیم صورت و مخرج بر $\cos 15^\circ$ خواهیم داشت:

$$= \frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1} = \frac{\frac{28}{100} + 1}{\frac{28}{100} - 1} = \frac{-128}{72} = \frac{-16}{9}$$

توجه:

$$\sin(240^\circ - 15^\circ) = \sin(225^\circ + 15^\circ) = \sin(180^\circ + 15^\circ)$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۹)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۲۳

(سراسری تجربی - ۹۴)

$$\alpha - \beta = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \tan(\alpha - \beta) = \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \cdot \tan \beta} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\tan \alpha - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2} \tan \alpha} = 1 \Rightarrow \tan \alpha - \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} \tan \alpha$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \tan \alpha = \frac{3}{2} \Rightarrow \tan \alpha = 3$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} = \frac{2(3)}{1 + 3^2} = \frac{6}{10} = 0.6$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۲۴

(سراسری تجربی - ۹۳)

از فرمول $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$ استفاده می‌کنیم.

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \cos x \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \sin \frac{\pi}{3} + \cos x \cos \frac{\pi}{3} + \sin x \sin \frac{\pi}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 2 \cos x \cos \frac{\pi}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow 2 \cos x \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{3}$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 = 2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 1 = 2 \times \frac{1}{9} - 1 = \frac{2}{9} - 1 = \frac{-7}{9}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۲۵

(سراسری تجربی - ۸۲)

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \sin(\pi + \alpha) - \sin(\pi - \alpha) \cos(-\alpha)$$

می‌دانیم $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$ و $\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$

و $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \cos \alpha$ پس:

$$= (\cos \alpha)(-\sin \alpha) - (\sin \alpha)(\cos \alpha)$$

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۲۶

(کتاب آبی - سؤال ۲۸۴)

از رابطه‌ی $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$ به صورت زیر مقدار $\cos 22/5^\circ$ را محاسبه می‌کنیم.

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 \rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

$$\xrightarrow{\alpha=22/5^\circ} \cos^2 22/5^\circ = \frac{1 + \cos 45^\circ}{2}$$

$$\rightarrow \cos^2 22/5^\circ = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 + \sqrt{2}}{4}$$

$$\rightarrow \cos 22/5^\circ = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۴ و ۳۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سراسری تهرانی فارغ از کشور - ۹۳)

دوره‌ی تناوب تابع به معادله‌ی $y = A \sin(Bx + D) + E$ برابر است

با $\frac{2\pi}{|B|}$ ، پس:

$$y = a \sin(b\pi x) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b\pi|} = \frac{2}{|b|} \quad (*)$$

همچنین با توجه به نمودار $T = 6$ است، پس:

$$\xrightarrow{(*)} \frac{2}{|b|} = 6 \Rightarrow |b| = \frac{1}{3} \quad (1)$$

با فرض $b = \frac{1}{3}$ و اگر A عددی مثبت باشد، آنگاه بیشترین مقدار تابع به معادله‌ی $y = A \sin(Bx + D) + E$ ، برابر با $A + E$ است، پس:

$$y = a \sin(b\pi x) \Rightarrow \text{Max}(y) = a \quad (**)$$

همچنین با توجه به نمودار $\text{Max}(y) = 2$ ، پس:

$$\xrightarrow{(**)} a = 2 \quad (2)$$

بنابراین:

$$(1), (2) \Rightarrow a + b = 2 + \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

توجه: مقادیر a و b می‌توانند هر دو منفی باشند و جواب $a + b = -\frac{7}{3}$ نیز قابل قبول است که در گزینه‌ها وجود ندارد.

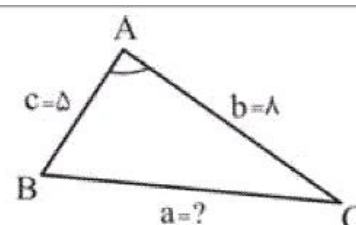
(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۵۸)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱



$$16 = \frac{1}{2} \times 8 \times 5 \sin A$$

$$\Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}$$

با استفاده از دستور $\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A}$ ، خواهیم داشت:

$$\cos A = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \frac{3}{5}$$

حال با استفاده از قضیه‌ی کسینوس‌ها، a را می‌یابیم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = 8^2 + 5^2 - 2(8)(5)\left(\frac{3}{5}\right) = 41 \Rightarrow a = \sqrt{41}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۶)

(ریاضی ۳، صفحه‌ی ۳۲)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

-۱۲۹

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۸۴)

$$\frac{\cos^2 \alpha \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta}{\sin^2 \alpha \cos^2 \beta - \cos^2 \alpha \sin^2 \beta} = \frac{(\cos \alpha \cos \beta)^2 - (\sin \alpha \sin \beta)^2}{(\sin \alpha \cos \beta)^2 - (\cos \alpha \sin \beta)^2}$$

با استفاده از اتحاد مزدوج خواهیم داشت:

$$= \frac{(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta)(\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta)}{(\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta)(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta)}$$

با استفاده از دستورهایی مجموع و تفاضل دو کمان برای کسینوس، خواهیم داشت:

$$= \frac{\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta)} = \cot(\alpha + \beta) \cot(\alpha - \beta)$$

باید $\cot(\alpha + \beta)$ و $\cot(\alpha - \beta)$ را بیابیم:

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 135^\circ \Rightarrow \cot(\alpha + \beta) = \cot \frac{3\pi}{4} = -1 \\ \tan(\alpha - \beta) = \frac{3}{4} \Rightarrow \cot(\alpha - \beta) = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\cot(\alpha + \beta) \cot(\alpha - \beta) = (-1) \frac{4}{3} = -\frac{4}{3}$$

پس:

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۳ و ۳۴)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۳۰

(سراسری ریاضی خارج از کشور - ۸۸)

می‌دانیم $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1 - \tan \alpha}{1 + \tan \alpha}$ ، بنابراین باید $\tan \alpha$ را بیابیم:

$$\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{2}{3} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{3}{2}$$

پس:

$$\Rightarrow \tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \frac{1 - \frac{3}{2}}{1 + \frac{3}{2}} = \frac{\frac{-1}{2}}{\frac{5}{2}} = -\frac{1}{5}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌ی ۳۴)

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳۴ تا ۱۳۹)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱