



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara> (@riazisara)



ریاضی ، حسابان ، مجموع جملات دنباله های حسابی و هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -
۱۳۹۴۰۹۲۰

۸۴- مجموع همی جمله های دنباله ی هندسی با جمله ی عمومی $a_n = \frac{(-2)^{2n+1}}{9^n}$ کدام است؟

(۱) $\frac{16}{17}$ (۲) $\frac{16}{11}$

(۳) $\frac{9}{17}$ (۴) $\frac{9}{11}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، تقسیم چند جمله ای ها و بخش پذیری ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -
۱۳۹۴۰۹۲۰

۸۱- اگر باقی مانده ی تقسیم چندجمله ای $f(x)$ بر $x+2$ و $x-3$ به ترتیب از راست به چپ برابر با ۱ و ۲ باشد، آن گاه

باقی مانده ی تقسیم آن بر $x^2 - x - 6$ کدام است؟

(۱) $\frac{x+7}{-5}$ (۲) $\frac{x+7}{5}$

(۳) $\frac{7x+1}{-5}$ (۴) $\frac{7x+1}{5}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، بسط دو جمله ای و مثلث خیام پاسکال ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -
۱۳۹۴۰۹۲۰

۸۵- جمله های بسط $(x+1)^9$ را به ترتیب افزایش توان x در آن ها مرتب کرده ایم. مجموع ضریب های جمله های چهارم تا نهم کدام است؟

(۱) ۴۶۵ (۲) ۴۶۶

(۳) ۴۶۳ (۴) ۴۶۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، بحث در تعداد و علامت ریشه ها و رابطه ی بین ریشه ها ، محاسبات جبری ، معادلات و
نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۸۶- اگر α و β جواب‌های معادله‌ی $x^2 = 3x + 5$ باشند، حاصل عبارت $\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{1}{7}$
(۳) -5 (۴) 5

شما پاسخ نداده اید

۸۹- نمودار تابع به معادله‌ی $y = 2x^2 - 4x - 3 + m$ ، همواره محور x ها را در دو نقطه واقع در سمت راست محور عرض‌ها قطع می‌کند. حدود تغییرات m کدام است؟

- (۱) $m > 3$ (۲) $m < 5$
(۳) $3 < m < 5$ (۴) ϕ

شما پاسخ نداده اید

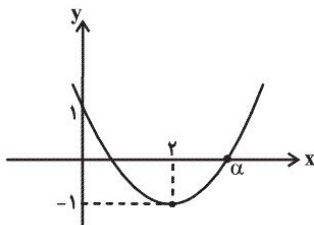
۸۳- مجموع جواب‌های حقیقی معادله‌ی $x^2 + 3x = 1 + (x^2 + 3x + 1)^2$ کدام است؟

- (۱) -3 (۲) -6
(۳) 6 (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، ماکسیمم و مینیمم ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۸۷- با توجه به شکل روبه‌رو که نمودار یک تابع درجه‌ی دو را نشان می‌دهد، مقدار α کدام است؟



- (۱) 3 (۲) $\frac{5}{2}$
(۳) $2 + \sqrt{2}$ (۴) $\frac{4 + \sqrt{2}}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۸۲- در تابع $F = \{(x, y) \mid x^2 = 4x + y + 4\}$ ، کوچک‌ترین عضو بُرد کدام است؟

- (۱) 8 (۲) -8
(۳) 2 (۴) -2

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، معادلات شامل عبارات گویا و گنگ ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۹۳- حاصل عبارت $A = \frac{x^2 - 2}{x^5 + x + 1} \div \left(\frac{x-1}{x^3 - x^2 + 1} - \frac{1}{x^2 + x + 1} \right)$ در صورت معین بودن همواره کدام است؟

(۱) ۱ (۲) x

(۳) $x^2 - 2$ (۴) $1 - x$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، معادلات قدرمطلق ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۹۶- معادله $|x^2 - 2| = 2x$ دارای ...

(۱) یک جواب مثبت و یک جواب منفی است. (۲) دو جواب مثبت است.

(۳) دو جواب منفی است. (۴) چهار جواب است.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، نامعادلات کسری، گنگ و قدمطلق ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۸۸- در بازه $[a, b]$ ، نامعادله $\sqrt{x^2 - 3} \leq \sqrt{2x}$ برقرار است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۳

(۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $3 - \sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۹۰- نامعادله $\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 3x - 4} < 1$ در تمام بازه $(-\infty, a)$ برقرار است. بیشترین مقدار a کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۲

(۳) ۴ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۹۱- دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + x - a}}{x^2 - ax + 1}$ ، مجموعه‌ی اعداد حقیقی است. حدود تغییرات a کدام است؟

(۱) $a < -2$ (۲) $a > 2$

(۳) $-2 < a \leq -\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{4} \leq a < 2$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، توابع چند ضابطه ای ، تابع - ۱۳۹۴۰۹۲۰

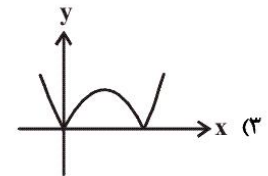
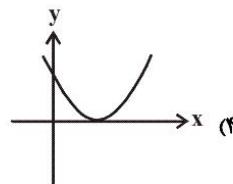
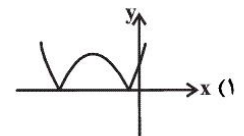
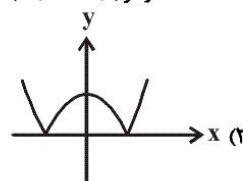
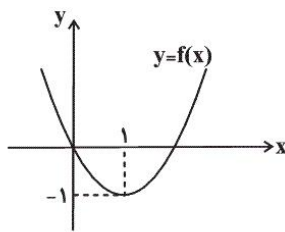
۹۲- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} |x| - 1 & , x \geq 0 \\ x^2 + 5x + 1 & , x < 0 \end{cases}$ ، محور طول‌ها را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) هیچ
(۲) ۱
(۳) ۳
(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، رسم توابع ، تابع - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۹۹- اگر نمودار تابع به معادله‌ی $y = f(x)$ به صورت روبه‌رو باشد، آنگاه نمودار $y = |f(-1-x)|$ شبیه کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- معادله‌ی $||\frac{1}{2}x| - 1| = k$ سه جواب دارد. مقدار k کدام است؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، جبر توابع ، تابع - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۹۴- اگر $f(x) = x + \sqrt{x}$ و $g(x) = x - \sqrt{x}$ ، آنگاه برد تابع $f + g$ کدام است؟

- (۱) \mathbb{R}
(۲) $\mathbb{R} - \{0\}$
(۳) $[0, +\infty)$
(۴) $[2, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید

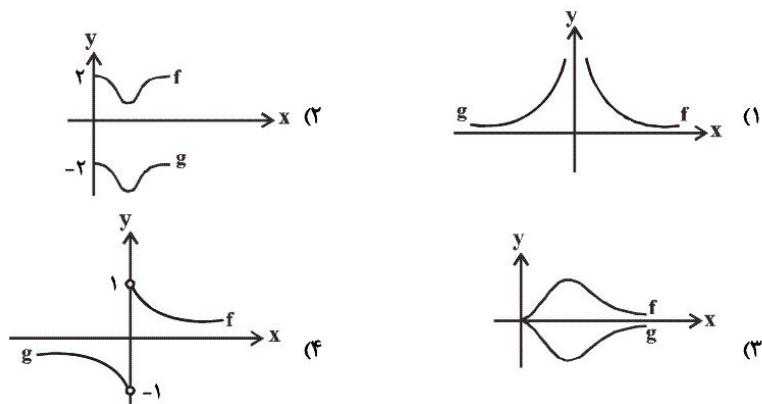
۹۵- اگر $f(x) = x + \sqrt{1-x^2}$ و $g(x) = x - \sqrt{1-x^2}$ ، آنگاه دامنه‌ی تابع $y = \left(\frac{f}{g}\right)(x)$ کدام است؟

(۱) $[-1, 1] - \left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ (۲) $[-1, 1] - \left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

(۳) $[-1, 1]$ (۴) $[-1, 1] - \left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- اگر f و g دو تابع باشند، به طوری که $(f+g)(x) = 0$ ، آنگاه کدام گزینه می‌تواند نمودارهای آن‌ها را در یک دستگاه مختصات نشان دهد؟



شما پاسخ نداده اید

۹۸- اگر $f(x) = x - 1$ و $g(x) = x + 3$ ، آنگاه در کدام یک از بازه‌های زیر، نمودار تابع f, g بالای نمودار تابع $f + g$ قرار می‌گیرد؟

(۱) $(3, 4)$ (۲) $(2, 3)$

(۳) $(1, 2)$ (۴) $(0, 1)$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، استدلال استقرایی و تعریف های اولیه ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۲۱- با توجه به شکل‌های زیر، تعداد کوچک‌ترین نیم‌دایره‌ها در مرحله‌ی هشتم کدام است؟



(۱) ۵۱۱ (۲) ۲۵۵

(۳) ۲۵۶ (۴) ۱۲۸

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، وتر ومماس در دایره ، دایره - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۲۸- امتداد ساق‌های یک دوزنقه محیطی، مثلثی بیرون آن پدید می‌آورد که محیطش برابر ۲۰ است. اگر اندازه‌ی قاعده‌ی کوچک دوزنقه ۲/۵ باشد. اندازه‌ی

قاعده‌ی بزرگ دوزنقه کدام است؟

(۱) ۳ (۲) $\frac{10}{3}$

(۳) $\frac{13}{3}$ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- دو دایره‌ی هم‌مرکز به شعاع‌های ۸ و ۱۲ مفروضند. وتر AB از دایره‌ی بزرگ‌تر، مماس بر دایره‌ی کوچک‌تر است. از نقاط A و B مماس‌هایی بر

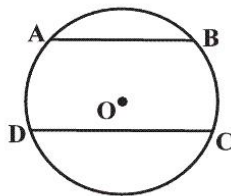
دایره‌ی بزرگ‌تر رسم می‌کنیم تا یک‌دیگر را در نقطه‌ی M قطع کنند، فاصله‌ی M تا مرکز دایره‌ها کدام است؟

(۱) ۱۸ (۲) ۱۶

(۳) ۱۷ (۴) ۱۹

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- مطابق شکل در دایره‌ی به مرکز O و به شعاع ۵، دو وتر موازی AB=۶ و CD=۸ در طرفین مرکز دایره رسم شده‌اند. مساحت چهارضلعی ABCD



کدام است؟

(۱) ۵۶ (۲) ۴۹

(۳) ۴۲ (۴) ۳۵

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، چهارضلعی‌ها ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۲۵- محیط شکلی که از برخورد نیمسازهای زاویه‌های داخلی یک مستطیل با ابعاد $\sqrt{2}$ و $6\sqrt{2}$ ایجاد می‌شود، کدام است؟

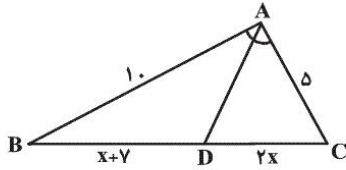
(۱) ۵ (۲) ۲۰

(۳) ۶/۲۵ (۴) ۲۵

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، قضیه‌ی نیمسازها ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۲۲- در شکل مقابل AD نیمساز A است. طول ضلع BC کدام است؟



۱۴ (۲)

$\frac{7}{3}$ (۱)

۱۷ (۴)

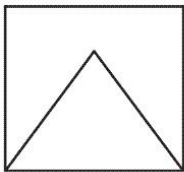
$\frac{19}{3}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، قضایای مثلث متساوی الساقین و متساوی الاضلاع ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۲۶- در شکل زیر، مربع و مثلث متساوی الاضلاع درون آن، در یک ضلع مشترکند. اگر فواصل نقطه‌ای درون مثلث از اضلاع آن، $\frac{1}{5}$ ، $\frac{2}{5}$ و ۳ باشد، آن گاه

مساحت مربع کدام است؟



$\frac{14}{9}$ (۲)

$\frac{14}{3}$ (۱)

$\frac{196}{3}$ (۴)

$\frac{196}{9}$ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، مثال نقض ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۲۷- برای کدام یک از گزاره‌های زیر، نمی‌توان مثال نقض ارائه کرد؟

(۱) نقطه‌ی هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع یک مثلث، داخل یا خارج مثلث قرار دارد.

(۲) نقطه‌ی هم‌رسی ارتفاع‌های یک مثلث، همواره داخل مثلث واقع است.

(۳) هر زاویه‌ی خارجی یک چند ضلعی، از هر زاویه‌ی داخلی آن بزرگ‌تر است.

(۴) نقطه‌ی هم‌رسی نیمسازهای زاویه‌های داخلی یک مثلث، همواره داخل مثلث قرار دارد.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، قضیه‌ی حمار ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۲۳- اگر $x_1 < x < x_2$ ، آنگاه سه پاره‌خط به طول‌های $6x-1$ ، $3x-2$ و $2x+2$ اضلاع یک مثلث هستند. بیش‌ترین مقدار $x_2 - x_1$ کدام است؟

(۱) $\frac{8}{5}$

(۲) $\frac{46}{35}$

(۳) $\frac{2}{7}$

(۴) $\frac{36}{35}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، مکان هندسی نقاطی معلوم در صفحه و فضا ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۲۴- مکان هندسی نقاطی از فضا که از سه نقطه‌ی A، B و C به یک فاصله‌اند، کدام است؟

(۱) دو صفحه موازی

(۲) یک خط

(۳) سه صفحه‌ی دوبه‌دو متقاطع

(۴) یک نقطه

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، استقرای ریاضی ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۴۶- در اثبات حکم $\frac{n+2}{2n+2} = (1 - \frac{1}{4})(1 - \frac{1}{9}) \dots (1 - \frac{1}{(n+1)^2})$ با استفاده از اصل استقرای ریاضی، طرفین فرض را در کدام عبارت ضرب می‌کنیم؟

($n \in \mathbb{N}$)

(۱) $\frac{k}{k+1}$

(۲) $\frac{(k+3)(k+2)}{(k+1)^2}$

(۳) $\frac{k(k+1)}{(k+2)^2}$

(۴) $\frac{(k+1)(k+3)}{(k+2)^2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، مثال نقض ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۴۷- برای ... درستی حکم (اگر x و y دو عدد طبیعی باشند و x^y فرد باشد، آن‌گاه xy فرد است.) از روش ... استفاده می‌شود.

(۱) اثبات- بازگشتی

(۲) اثبات- استدلال استنتاجی

(۳) رد- مثال نقض

(۴) اثبات- برهان خلف

شما پاسخ نداده اید

۱۴۱- کدام گزینه درست است؟

- (۱) عدد $4 + 3^n$ همواره یک عدد اول است.
(۲) برای اعداد طبیعی x ، y و z ، همواره $Z\sqrt{xy}$ عددی گنگ است.
(۳) اگر x عددی فرد باشد، آن گاه $x^3 - 1$ عددی زوج است.
(۴) اگر x عددی فرد باشد، آن گاه $x(x+2)$ عددی زوج است.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، اثبات بازگشتی ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۴۲- در اثبات نامساوی $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$ به روش بازگشتی به کدام رابطه‌ی همیشه درست می‌رسیم؟ ($x, y, z \in \mathbb{R}$)

- (۱) $(x+y+z)(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}) \geq 9$ (۲) $(x-y)^2 + (x-z)^2 + (y-z)^2 \geq 0$
(۳) $x^2 + y^2 + z^2 + 3 \geq 2(x+y+z)$ (۴) $(x+y)^2 + (x+z)^2 + (y+z)^2 \geq 0$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- اگر a یک عدد حقیقی و x و y دو عدد حقیقی مثبت باشند، آن گاه حداکثر مقدار a چقدر باشد تا نامساوی $\frac{1}{x} \times \frac{1}{y} \geq \frac{a}{x^2 + y^2}$ همواره برقرار باشد؟

- (۱) ۲ (۲) -۲
(۳) ۱ (۴) -۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، اصل لانه کبوتری ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۴۹- حداقل چند نقطه داخل مثلث متساوی‌الاضلاعی به ضلع ۶ انتخاب کنیم تا فاصله‌ی حداقل ۲ نقطه از میان این نقاط، از ۲ کم‌تر باشد؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰
(۳) ۱۷ (۴) ۳۷

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- در یک کلاس ۲۹ نفره، حداقل چند نفر در روز شنبه به دنیا آمده‌اند؟

- (۱) ۴ (۲) ۵
(۳) ۶ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- در ظرفی ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه و ۵ مهره آبی و ۶ مهره قرمز داریم. حداقل چند مهره بیرون بیاوریم تا مطمئن باشیم از هر رنگ حداقل یک مهره خارج شده است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۳
(۳) ۱۵ (۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، عضویت و زیرمجموعه بودن ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۴۵- اگر $A = \{\{2, \{\phi\}, 3, \{3\}\}$ و $B = \{\{3\}, \phi, \{2, \{\phi\}, 3, \{3\}\}$ ، آن گاه چند زیرمجموعه‌ی سره از A ، عضو B می‌باشند؟

- (۱) هیچ (۲) ۱
(۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- کدام سه مجموعه‌ی زیر در تمامی شرایط $A \in C$ ، $A \subseteq C$ ، $B \in C$ ، $A \in B$ صدق می‌کنند؟

- (۱) $A = \{\}$ ، $B = \{\{\}\}$ ، $C = \{\{\}, \{\}, \{\{\}, \{\}\}\}$ (۲) $A = \{\}$ ، $B = \{\{\}\}$ ، $C = \{\{\}, \{\}, \{\{\}, \{\}\}\}$
(۳) $A = \{\}$ ، $B = \{\{\}, \{\}\}$ ، $C = \{\{\}, \{\}, \{\{\}, \{\}\}\}$ (۴) $A = \{\}$ ، $B = \{\{\}, \{\}\}$ ، $C = \{\{\}, \{\}, \{\{\}, \{\}\}\}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، مجموع جملات دنباله های حسابی و هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۱۸- مجموع ۱۰۰ جمله‌ی اول از یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت $q = 4$ چند برابر مجموع جملات ردیف فرد آن ۱۰۰ جمله است؟

- (۱) ۱۶ (۲) -۳
(۳) ۵ (۴) ۱۵

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- مجموع همه‌ی جمله‌های دنباله‌ی هندسی با جمله‌ی عمومی $a_n = \frac{(-2)^{3n+1}}{9^n}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{16}{17}$ (۲) $\frac{16}{11}$
(۳) $\frac{9}{17}$ (۴) $\frac{9}{11}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، تقسیم چند جمله ای ها و بخش پذیری ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۰۱- اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x+2$ و $x-3$ به ترتیب از راست به چپ برابر با ۱ و ۲ باشد، آن گاه

باقی‌مانده‌ی تقسیم آن بر $x^2 - x - 6$ کدام است؟

- (۱) $\frac{x+7}{-5}$ (۲) $\frac{x+7}{5}$
(۳) $\frac{7x+1}{-5}$ (۴) $\frac{7x+1}{5}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، بسط دو جمله ای و مثلث خیام پاسکال ، محاسبات جبری ، معادلات و

۱۰۵- جمله‌های بسط $(x+1)^9$ را به ترتیب افزایش توان x در آن‌ها مرتب کرده‌ایم. مجموع ضریب‌های جمله‌های چهارم تا نهم کدام است؟

- | | |
|---------|---------|
| ۴۶۵ (۱) | ۴۶۶ (۲) |
| ۴۶۳ (۳) | ۴۶۴ (۴) |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، بحث در تعداد و علامت ریشه ها و رابطه ی بین ریشه ها ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۰۶- اگر α و β جواب‌های معادله ی $x^2 = 3x + 5$ باشند، حاصل عبارت $\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1}$ کدام است؟

- | | |
|--------------------|-------------------|
| $-\frac{1}{5}$ (۱) | $\frac{1}{5}$ (۲) |
| -۵ (۳) | ۵ (۴) |

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- نمودار تابع به معادله ی $y = 2x^2 - 4x - 3 + m$ ، همواره محور x ها را در دو نقطه واقع در سمت راست محور عرض‌ها قطع می‌کند. حدود تغییرات m

کدام است؟

- | | |
|-----------------|-----------------|
| $m > 3$ (۱) | $m < 5$ (۲) |
| $3 < m < 5$ (۳) | \emptyset (۴) |

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- مجموع جواب‌های حقیقی معادله ی $x^2 + 3x = 1 + (x^2 + 3x + 1)^2$ کدام است؟

- | | |
|--------|---------|
| -۳ (۱) | -۶ (۲) |
| ۶ (۳) | صفر (۴) |

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- اگر x_1 و x_2 جواب‌های معادله ی درجه ی دوم $2x^2 - 3x - 1 = 0$ باشند، معادله ی درجه ی دومی که جواب‌های آن $2x_1 - 1$ و $2x_2 - 1$ باشد،

کدام است؟

- | | |
|-----------------------|------------------------|
| $x^2 - x - 4 = 0$ (۱) | $2x^2 + x - 4 = 0$ (۲) |
| $x^2 + x - 4 = 0$ (۳) | $2x^2 - x - 4 = 0$ (۴) |

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- رأس سهمی به معادله $y = x^2 + mx - \frac{1}{4}$ ، روی نیمساز ناحیه‌ی اول و سوم مختصات واقع است. اگر این سهمی محور x ها را در نقاط A و B قطع

کند، طول پاره خط AB کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

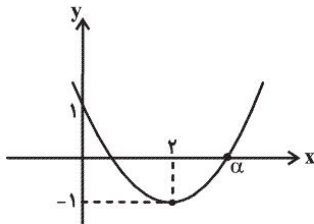
(۳) ۱ (۴) $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- با توجه به شکل روبه‌رو که نمودار یک تابع درجه دو را نشان می‌دهد، مقدار α کدام است؟

(۱) ۳ (۲) $\frac{5}{2}$

(۳) $2 + \sqrt{2}$ (۴) $\frac{4 + \sqrt{2}}{2}$



شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- در تابع $F = \{(x, y) \mid x^2 = 4x + y + 4\}$ ، کوچک‌ترین عضو بُرد کدام است؟

(۱) ۸ (۲) -۸

(۳) ۲ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، معادلات شامل عبارات گویا و گنگ ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات
- ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۱۳- حاصل عبارت $A = \frac{x^2 - 2}{x^5 + x + 1} \div \left(\frac{x-1}{x^3 - x^2 + 1} - \frac{1}{x^2 + x + 1} \right)$ ، در صورت معین بودن همواره کدام است؟

(۱) ۱ (۲) x

(۳) $x^2 - 2$ (۴) $1 - x$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- تعداد جواب‌های معادله‌ی $x^2 + \sqrt{x-3} = 12 - x$ ، کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- چند مقدار برای a وجود دارد، به طوری که $x = a$ جواب معادله‌ی $\frac{1}{a + \sqrt{x}} + \frac{1}{a - \sqrt{x}} = a$ باشد؟

(۱) هیچ (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- مجموع جواب‌های معادله‌ی $1 = \frac{x-1}{x^2+x-2} + \frac{x-3}{x^2-3x}$ کدام است؟

(۱) $-2\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{2}$

(۳) صفر (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، نامعادلات کسری، گنگ و قدمطلق ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۰۸- در بازه‌ی $[a, b]$ ، نامعادله‌ی $\sqrt{x^2-3} \leq \sqrt{2x}$ برقرار است. بیش‌ترین مقدار $b - a$ کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۳

(۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $3 - \sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- نامعادله‌ی $1 < \frac{x^2+2x+1}{x^2-3x-4}$ در تمام بازه‌ی $(a, -\infty)$ برقرار است. بیش‌ترین مقدار a کدام است؟

(۱) -۱ (۲) ۲

(۳) ۴ (۴) -۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- دامنه‌ی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+x-a}}{x^2-ax+1}$ ، مجموعه‌ی اعداد حقیقی است. حدود تغییرات a کدام است؟

(۱) $a < -2$ (۲) $a > 2$

(۳) $-2 < a \leq -\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{4} \leq a < 2$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- دامنه‌ی تابع به معادله‌ی $y = \log_{x+1}(4-x^2)$ ، شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) صفر
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، توابع چند ضابطه ای ، تابع - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۱۲- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} |x| - 1 & , x \geq 0 \\ x^2 + 5x + 1 & , x < 0 \end{cases}$ ، محور طول‌ها را در چند نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) هیچ
(۲) ۱
(۳) ۳
(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه-۲- سوالات موازی ، استدلال استقرایی و تعریف های اولیه ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۳۱- با توجه به شکل‌های زیر، تعداد کوچک‌ترین نیم‌دایره‌ها در مرحله‌ی هشتم کدام است؟



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه-۲- سوالات موازی ، n ضلعي های محدب ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۳۹- وسط‌های اضلاع یک چهارضلعی محدب را متوالیاً به هم وصل کرده‌ایم. اگر چهارضلعی حاصل، یک لوزی باشد، چهارضلعی اولیه، لزوماً:

- (۱) لوزی است.
(۲) مستطیل است.
(۳) اقطار عمود برهم دارد.
(۴) اقطار مساوی دارد.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، چهارضلعی ها ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۳۵- محیط شکلی که از برخورد نیمسازهای زاویه‌های داخلی یک مستطیل با ابعاد $\sqrt{2}$ و $6\sqrt{2}$ ایجاد می‌شود، کدام است؟

(۱) ۵

(۲) ۲۰

(۳) $6/25$

(۴) ۲۵

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، قضیه‌ی نیمسازها ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

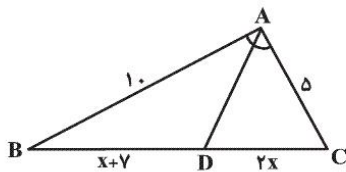
۱۳۲- در شکل مقابل AD نیمساز A است. طول ضلع BC کدام است؟

(۱) $\frac{7}{3}$

(۲) ۱۴

(۳) $\frac{19}{3}$

(۴) ۱۷



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، قضایای مثلث متساوی الساقین و متساوی الاضلاع ، استدلال در هندسه -
۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۳۶- در شکل زیر، مربع و مثلث متساوی‌الاضلاع درون آن، در یک ضلع مشترکند. اگر فواصل نقطه‌ای درون مثلث از اضلاع آن، $1/5$ ، $2/5$ و ۳ باشد، آن‌گاه

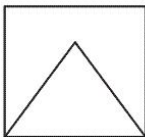
مساحت مربع کدام است؟

(۱) $\frac{14}{3}$

(۲) $\frac{14}{9}$

(۳) $\frac{196}{9}$

(۴) $\frac{196}{3}$



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، مثال نقض ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۳۷- برای کدام یک از گزاره‌های زیر، نمی‌توان مثال نقض ارائه کرد؟

(۱) نقطه‌ی هم‌رسی عمودمنصف‌های اضلاع یک مثلث، داخل یا خارج مثلث قرار دارد.

(۲) نقطه‌ی هم‌رسی ارتفاع‌های یک مثلث، همواره داخل مثلث واقع است.

(۳) هر زاویه‌ی خارجی یک چند ضلعی، از هر زاویه‌ی داخلی آن بزرگ‌تر است.

(۴) نقطه‌ی هم‌رسی نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی یک مثلث، همواره داخل مثلث قرار دارد.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، قضیه‌ی حمار ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۳۳- اگر $x_1 < x < x_2$ ، آنگاه سه پاره‌خط به طول‌های $1-6x$ ، $2-3x$ و $2+2x$ اضلاع یک مثلث هستند. بیش‌ترین مقدار $x_2 - x_1$ کدام است؟

$$(۱) \frac{8}{5} \quad (۲) \frac{۴۶}{۳۵}$$

$$(۳) \frac{۲}{۷} \quad (۴) \frac{۳۶}{۳۵}$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، قضایای مربوط به هم‌رسی در مثلث ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۳۸- در مثلث ABC ، داریم $AB = 2\sqrt{2}$ ، $AC = 2\sqrt{6}$ و $BC = 4\sqrt{2}$. مجموع فاصله‌های نقطه‌ی هم‌رسی میانه‌ها از کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین ضلع‌های

مثلث کدام است؟

$$(۱) 3\sqrt{2} \quad (۲) 2\sqrt{2}$$

$$(۳) \sqrt{6} \quad (۴) 2\sqrt{3}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- نقطه‌ی T داخل مثلث دلخواه ABC را به رأس‌های مثلث وصل می‌کنیم. برای این‌که سه مثلث حاصل، مساحت‌های یکسان داشته باشند، T لزوماً کدام

نقطه باید باشد؟

(۱) محل تلاقی میانه‌ها (۲) محل تلاقی ارتفاع‌ها

(۳) محل تلاقی عمودمنصف‌ها (۴) محل تلاقی نیم‌سازها

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، مکان هندسی نقاطی معلوم در صفحه و فضا ، استدلال در هندسه -
۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۳۴- مکان هندسی نقاطی از فضا که از سه نقطه A, B, C به یک فاصله اند، کدام است؟

(۱) دو صفحه موازی (۲) یک خط

(۳) سه صفحه‌ی دوبه‌دو متقاطع (۴) یک نقطه

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال - گواه ، استقرای تعمیم یافته ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۵۱- در اثبات نامساوی $2^{n+1} > n!$ ، به روش اصل استقرای تعمیم یافته، عدد m مناسب، و رابطه‌ی بدیهی در گام بعدی حکم، برای $k \geq m$ کدام است؟

(۱) $m = 5$ و $k + 1 > 2$ (۲) $m = 6$ و $k + 1 > 2$
(۳) $m = 5$ و $(2k + 1) > 4$ (۴) $m = 6$ و $(2k + 1) > 4$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال - گواه ، مثال نقض ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۵۲- برای کدام گزینه مثال نقض وجود ندارد؟

(۱) مجموع دو عدد گنگ، عددی گنگ است.
(۲) دو زاویه که اضلاع متناظرشان موازی است، با هم برابرند.
(۳) مربع هر عدد مثبت، بزرگ‌تر از خود عدد است.
(۴) در متوازی‌الاضلاع دو زاویه‌ی مجاور مکملند.

شما پاسخ نداده اید

۱۵۳- کدام یک از قضایای شرطی زیر نادرست می‌باشند؟

(۱) اگر $x^2 - 3x + 2 = 0$ آن‌گاه $x = 1$ ، $x = 2$.
(۲) اگر x و y دو عدد طبیعی باشند، آن‌گاه $\frac{x+y}{2} > \sqrt{xy}$.
(۳) اگر $x > 0$ ، آن‌گاه $x + \frac{1}{x} \geq 2$.
(۴) اگر $x \in \mathbb{R}$ ، آن‌گاه عبارت $x^2 - x + 3$ همواره مثبت است.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال - گواه ، قضایای شرطی و عکس آنها ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۵۴- کدام قضیه‌ی شرطی زیر و عکس آن، هر دو درست هستند؟ $(x, y \in \mathbb{R})$

$$\begin{array}{ll} \frac{x}{y} > 0 \Rightarrow xy > 0 & (۲) \\ \frac{x}{y} \geq 0 \Rightarrow xy \geq 0 & (۱) \\ x > y \Rightarrow \frac{1}{x} < \frac{1}{y} & (۴) \\ x^2 < y^2 \Rightarrow x < y & (۳) \end{array}$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال - گواه ، برهان خلف ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۵۵- می‌خواهیم ثابت کنیم «اگر مربع یک عدد صحیح مضرب ۵ باشد، خود آن عدد نیز حتماً مضرب ۵ است» کدام روش را برای اثبات به کار ببریم؟

- (۱) استدلال تمثیلی
(۲) روش استقرا
(۳) برهان خلف
(۴) مثال نقض

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال - گواه ، اصل لانه کبوتری ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۵۶- اگر S یک زیرمجموعه‌ی ۱۱۵ عضوی از اعداد طبیعی باشد، در تقسیم عضوهای S بر ۲۷، به‌طور یقین، حداقل چند عضو دارای یک باقیمانده هستند؟

- (۱) ۴
(۲) ۵
(۳) ۶
(۴) ۷

شما پاسخ نداده اید

۱۵۷- در یک کلاس ۴۰ نفری ۷ نفر نامزد انتخاب مشاوره با امور مدرسه‌اند. انتخاب شونده باید رأی بیش‌تر از سایرین داشته باشد، حداقل رأی انتخاب شونده کدام است؟

- (۱) ۵
(۲) ۶
(۳) ۷
(۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۵۸- در یک سمینار افراد مختلفی از سه کشور مختلف با ۴ تخصص مختلف در زمینه‌ی پزشکی شرکت کرده‌اند، حداقل چند نفر در این سمینار سخنرانی کنند تا مطمئن باشیم، حداقل ۳ مرد یا ۳ زن از یک کشور در مورد یک شاخه‌ی تخصصی صحبت کرده‌اند؟

- (۱) ۴۸
(۲) ۴۹
(۳) ۷۳
(۴) ۷۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال - گواه ، عضویت و زیرمجموعه بودن ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۶۰- اگر A_1 مجموعه‌ی زیرمجموعه‌های دو عضوی مجموعه‌ی $A = \{a, b, c, d, e\}$ بوده و B_1 مجموعه‌ی زیرمجموعه‌های دو عضوی $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ باشد، آن‌گاه A_1 و B_1 دارای چند عضو مشترک هستند؟

- (۱) ۱۰
(۲) ۳
(۳) ۴
(۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال - گواه ، تعداد زیرمجموعه ها و مجموعه ی توانی ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه -
۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۵۹- چند زیرمجموعه از مجموعه ی $\{a, b, \{b, a\}, \{a, b\}\}$ عضو $\{a, b\}$ را ندارد؟

- | | |
|-------|--------|
| ۴ (۱) | ۶ (۲) |
| ۸ (۳) | ۱۲ (۴) |

شما پاسخ نداده اید



ریاضی ، حسابان ، مجموع جملات دنباله های حسابی و هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -
۱۳۹۴۰۹۲۰

-۸۴

(سؤال های پر تکرار حسابان - سؤال ۲۱ - صفحه ۱۰)

کافی است از روی جمله ی عمومی، جملات اول و دوم و از روی آنها قدر نسبت را به دست آوریم:

$$a_n = \frac{(-2)^{3n+1}}{9^n} \Rightarrow a_1 = \frac{(-2)^4}{9} = \frac{16}{9} \text{ و } a_2 = \frac{(-2)^7}{9^2} = \frac{-128}{81}$$

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-\frac{128}{81}}{\frac{16}{9}} = -\frac{128 \times 9}{81 \times 16} = -\frac{8}{9}$$

حال از فرمول مجموع همه ی جملات دنباله ی هندسی استفاده می کنیم:

$$\text{مجموع همه ی جملات دنباله} : \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{16}{9}}{1-\left(-\frac{8}{9}\right)} = \frac{\frac{16}{9}}{\frac{17}{9}} = \frac{16}{17}$$

(حسابان - صفحه های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، حسابان ، تقسیم چند جمله ای ها و بخش پذیری ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -
۱۳۹۴۰۹۲۰

۸۱-

(سؤال‌های پرتکرار حسابان - سؤال ۳۲ - صفحه‌ی ۱۰)

باقی‌مانده‌ی تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x+2$ و $x-3$ به ترتیب از راست به چپ برابر با $f(-2)$ و $f(3)$ است. یعنی:

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow f(-2)=1$$

$$x-3=0 \Rightarrow x=3 \Rightarrow f(3)=2$$

حال رابطه‌ی تقسیم $f(x)$ بر x^2-x-6 را می‌نویسیم:

$$f(x) = (x^2 - x - 6) \times Q(x) + R(x)$$

$$\xrightarrow{R(x)=mx+n} f(x) = -(x+2)(x-3)Q(x) + mx + n$$

$$\left. \begin{array}{l} f(-2)=1 \Rightarrow -2m+n=1 \\ f(3)=2 \Rightarrow 3m+n=2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} \Delta m = 1$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{\Delta} \Rightarrow -\frac{2}{\Delta} + n = 1 \Rightarrow n = \frac{7}{\Delta}$$

$$\Rightarrow R(x) = \frac{1}{\Delta}x + \frac{7}{\Delta} = \frac{x+7}{\Delta}$$

(حسابان - صفحه‌های ۶ تا ۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، حسابان ، بسط دو جمله ای و مثلث خیام پاسکال ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -
۱۳۹۴۰۹۲۰

۸۵-

(سؤال‌های پرتکرار حسابان - سؤال ۴۷ - صفحه‌ی ۱۲)

$$\binom{9}{0} + \binom{9}{1} + \dots + \binom{9}{9} = 2^9 \Rightarrow \binom{9}{3} + \binom{9}{4} + \dots + \binom{9}{8}$$

$$= 2^9 - \binom{9}{0} - \binom{9}{1} - \binom{9}{2} - \binom{9}{9} = 512 - 1 - 9 - 36 - 1 = 465$$

(حسابان - صفحه‌های ۸ تا ۱۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، حسابان ، بحث در تعداد و علامت ریشه ها و رابطه ی بین ریشه ها ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -
۱۳۹۴۰۹۲۰

اگر α و β جواب‌های معادله باشند، داریم:

$$x^2 = 3x + 5 \Rightarrow x^2 - 3x - 5 = 0$$

$$S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 3, \quad P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = -5$$

$$\frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1} = \frac{\beta+1+\alpha+1}{(\alpha+1)(\beta+1)} = \frac{\alpha+\beta+2}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1} = \frac{S+2}{P+S+1}$$

$$= \frac{3+2}{-5+3+1} = -5$$

(حسابان - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4(m-3) > 0$$

$$\Rightarrow 4(m-3) < 16 \Rightarrow m-3 < 4 \Rightarrow m < 7 \quad (1)$$

$$S = \frac{-b}{a} = 2 > 0 \quad \text{همواره برقرار است}$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{m-3}{2} > 0 \Rightarrow m > 3 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 3 < m < 7$$

(حسابان - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$(x^2 + 3x + 1)^2 + (x^2 + 3x + 1) - 2 = 0$$

با تغییر متغیر $a = x^2 + 3x + 1$ ، داریم:

$$\Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow (a-1)(a+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=-2 \end{cases}$$

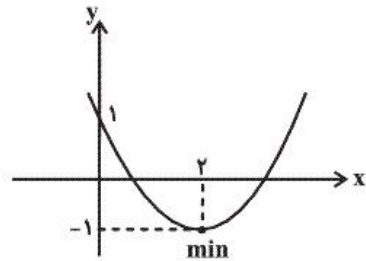
$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x + 1 = 1 \Rightarrow x^2 + 3x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-3 \end{cases} \\ x^2 + 3x + 1 = -2 \Rightarrow x^2 + 3x + 3 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{فاقد جواب} \end{cases}$$

۴

۳

۲

۱ ✓



اگر ضابطه‌ی تابع درجه دوم را به صورت $y = ax^2 + bx + c$ فرض

کنیم، داریم: $x = \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4a \quad (1)$

$(2, -1) \xrightarrow{\text{صدق در معادله}} P(2) = -1 \Rightarrow 4a + 2b + c = -1 \quad (2)$

$(0, 1) \xrightarrow{\text{صدق در معادله}} P(0) = 1 \Rightarrow 0 + 0 + c = 1 \Rightarrow c = 1 \quad (3)$

$(2), (3) \Rightarrow 4a + 2b + 1 = -1$

$\xrightarrow{(1)} \Rightarrow 4a + 2b = -2 \Rightarrow 4a + 2(-4a) = -2$

$\Rightarrow 4a - 8a = -2 \Rightarrow -4a = -2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow b = -4\left(\frac{1}{2}\right) = -2 \Rightarrow P(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$

همان‌طور که در شکل صورت سؤال معلوم است، α جواب بزرگ‌تر معادله‌ی $P(x) = 0$ است، داریم:

$P(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 2 = 0 \xrightarrow{\alpha > 2}$

$\alpha = \frac{-(-4) + \sqrt{16}}{2} = 2 + \sqrt{2}$

(مسئله‌بان - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

۸۲-

(سؤال‌های پرتکرار حسابان - سؤال ۸۶ - صفحه‌ی ۱۸)

کافی است ضابطه‌ی تابع را به صورت تابع درجه‌ی دو بنویسیم و مختصات می‌نیم آن را از فرمول $(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$ به دست آوریم. البته عرض نقطه‌ی می‌نیم را می‌توان از جایگذاری طول به دست آمده در تابع نیز به دست آورد:

$$x^2 = 4x + y + 4 \Rightarrow y = x^2 - 4x - 4$$

$$x = \frac{-b}{2a} = -\frac{-4}{2} = 2$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در تابع}} y = 4 - 8 - 4 = -8$$

بنابراین مقدار می‌نیم تابع F ، که همان کوچک‌ترین عضو بُرد آن است،

(حسابان - صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴ و ۴۳ تا ۴۷)

برابر با ۸- است.

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

ریاضی، حسابان، معادلات شامل عبارات گویا و گنگ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۹۳-

(کورس شاه‌منصوریان)

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{x^3-x^2+1} - \frac{1}{x^2+x+1} &= \frac{(x^2+x+1)(x-1) - (x^3-x^2+1)}{x^5+x+1} \\ &= \frac{x^3-1-x^3+x^2-1}{x^5+x+1} = \frac{x^2-2}{x^5+x+1} \\ \Rightarrow A &= \frac{x^2-2}{x^5+x+1} \div \frac{x^2-2}{x^5+x+1} = 1 \end{aligned}$$

(حسابان - صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

ریاضی، حسابان، معادلات قدرمطلق، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۲۰

$$|x^2 - 2| = 2x \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2 = 2x \\ x^2 - 2 = -2x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 2 = 0 & (1) \\ x^2 + 2x - 2 = 0 & (2) \end{cases}$$

هر یک از معادلات (۱) و (۲) دارای یک جواب مثبت و یک جواب منفی هستند (چرا؟)، که فقط جواب مثبت هر کدام قابل قبول است. پس معادله دارای دو جواب ساده‌ی مثبت است.
(حسابان - صفحه‌های ۳۵ تا ۳۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، حسابان ، نامعادلات کسری، گنگ و قدمطلق ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۸۸-

(سؤال‌های پرتکرار حسابان - سؤال ۱۴۱ - صفحه‌ی ۲۴)

باید به کمک توان رساندن، رادیکال را از بین برده و نامعادله را حل کنیم. سپس جواب به‌دست آمده را باید با دامنه‌ی عبارات زیر رادیکال‌ها اشتراک بگیریم. پس:

$$\sqrt{x^2 - 3} \leq \sqrt{2x} \Rightarrow x^2 - 3 \leq 2x \Rightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0$$

$$\xrightarrow{\text{با کمک جدول تعیین علامت}} -1 \leq x \leq 3 \quad (1)$$

$$x^2 - 3 \geq 0 \Rightarrow x \leq -\sqrt{3} \quad \text{یا} \quad x \geq \sqrt{3} \quad (2)$$

$$2x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(3) \cap (2) \cap (1)} \sqrt{3} \leq x \leq 3 \Rightarrow x \in [\sqrt{3}, 3]$$

$$\Rightarrow \text{Max}(b - a) = 3 - \sqrt{3}$$

(حسابان - صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۹۰

(سؤال‌های پر تکرار حسابان - سؤال ۱۳۸ - صفحه ۲۴)

$$\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 3x - 4} < 1 \Rightarrow \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 3x - 4} - 1 < 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 + 2x + 1 - x^2 + 3x + 4}{x^2 - 3x - 4} < 0$$

$$P = \frac{5x + 5}{x^2 - 3x - 4} < 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x + 5 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ x^2 - 3x - 4 = 0 \Rightarrow x = -1, x = 4 \end{cases}$$

x	-1	4
5x + 5	-	+
x ² - 3x - 4	+	-
P	-	+

$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب: } (-\infty, -1) \cup (-1, 4)$$

پس برای آن که نامعادله موردنظر در تمام بازه $(-\infty, a)$ برقرار باشد، بیشترین مقدار a برابر است با (-1) . (حسابان - صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۹۱

(مسئله فایلو)

برای آن که دامنه‌ی تابع f ، مجموعه‌ی اعداد حقیقی باشد، باید:

الف) عبارت زیر رادیکال، همواره نامنفی باشد.

ب) مخرج کسر، ریشه‌ی حقیقی نداشته باشد.

$$x^2 + x - a \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 \text{ ضریب } = 1 > 0 \\ \Delta = 1 + 4a \leq 0 \\ \Rightarrow a \leq -\frac{1}{4} \quad (1) \end{cases}$$

$$\text{ب) } x^2 - ax + 1 \neq 0 \Rightarrow \Delta = a^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < a < 2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} -2 < a \leq -\frac{1}{4}$$

(حسابان - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷ و ۳۹ تا ۴۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

اگر $x < 0$ باشد، داریم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25-4}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-5 + \sqrt{21}}{2} < 0 & \text{ق ق} \\ x_2 = \frac{-5 - \sqrt{21}}{2} < 0 & \text{ق ق} \end{cases}$$

پس این نمودار، در مجموع محور طول‌ها را در سه نقطه قطع می‌کند.

(مسئله‌ها - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷، ۳۳ تا ۳۹، ۵۰ و ۵۱)

۴

۳ ✓

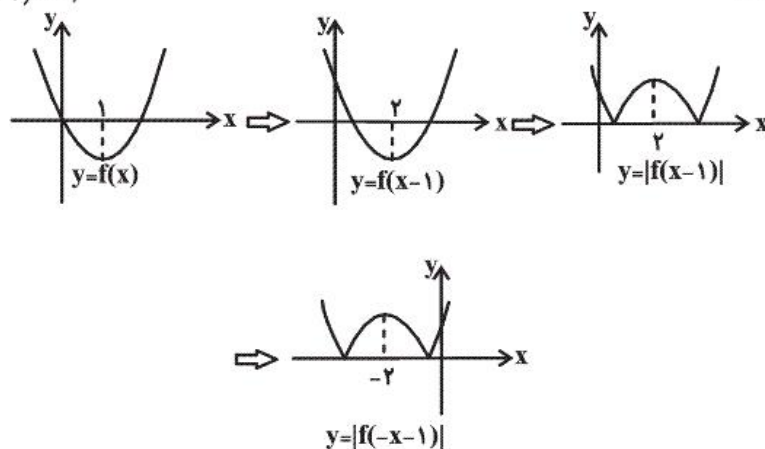
۲

۱

ریاضی، حسابان، رسم توابع، تابع - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۹۹-

(غلامرضا علی)



(مسئله‌ها - صفحه‌های ۵۳ تا ۶۳)

۴

۳

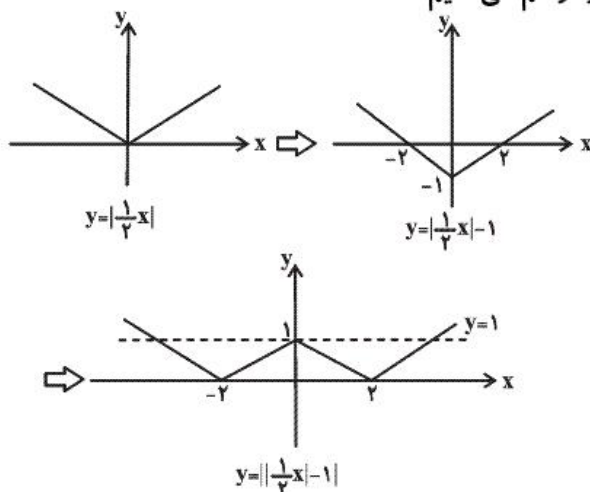
۲

۱ ✓

۱۰۰-

(فرهاد شامی)

نمودار تابع را رسم می‌کنیم.



مطابق نمودار، زمانی خط $y = k$ ، نمودار را در سه نقطه قطع می‌کند که $k = 1$ باشد.
(مسئله‌ها - صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳ و ۵۴ تا ۶۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی، حسابان، جبر توابع، تابع - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۹۴-

(علی اکبر معفری)

$$D_f = [0, +\infty) \quad , \quad D_g = [0, +\infty)$$

$$\Rightarrow D_{f+g} = D_f \cap D_g = [0, +\infty)$$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = 2x \quad , \quad x \geq 0$$

$$x \geq 0 \Rightarrow 2x \geq 0 \Rightarrow (f+g)(x) \geq 0 \Rightarrow R_{f+g} = [0, +\infty)$$

(مسئله‌ها - صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۹۵

(علی اکبر معفری)

$$D_{\frac{f}{g}} = (D_f \cap D_g) - \{x \mid g(x) = 0\}$$

$$g(x) = x - \sqrt{1-x^2} \Rightarrow D_g = [-1, 1]$$

$$f(x) = x + \sqrt{1-x^2} \Rightarrow D_f = [-1, 1]$$

$$g(x) = 0 \Rightarrow x - \sqrt{1-x^2} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{1-x^2}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} x^2 = 1 - x^2 \Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

اما $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ را قبول نمی‌کنیم، چون در معادله‌ی $x - \sqrt{1-x^2} = 0$ صدق نمی‌کند، پس:

$$\Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = ([-1, 1] \cap [-1, 1]) - \left\{\frac{\sqrt{2}}{2}\right\} = [-1, 1] - \left\{\frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$$

(مسابان - صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱ ✓

-۹۷

(فرهاد فامی)

چون $(f+g)(x) = 0$ ، پس به ازای هر x متعلق به دامنه‌ی تابع $f+g$ داریم $f(x) + g(x) = 0$ و در نتیجه $f(x) = -g(x)$. بنابراین نمودارهای دو تابع f و g در x هایی که به دامنه‌ی تابع $f+g$ تعلق دارند، نسبت به محور x ها قرینه هستند.

(مسابان - صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

☐ ۴

☒ ۳ ✓

☐ ۲

☐ ۱

-۹۸

(هسین فابیلو)

$$(f.g)(x) > (f+g)(x) \Rightarrow f(x).g(x) > f(x) + g(x)$$

$$\Rightarrow (x-1)(x+3) > (x-1) + (x+3) \Rightarrow x^2 + 2x - 3 > 2x + 2$$

$$\Rightarrow x^2 > 5 \Rightarrow x < -\sqrt{5} \text{ یا } x > \sqrt{5}$$

پس در بین گزینه‌ها، تنها در بازه‌ی $(3, 4)$ ، نمودار تابع $f.g$ بالاتر از نمودار تابع $f+g$ قرار می‌گیرد. (مسابان - صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲ و ۶۴ تا ۶۹)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱ ✓

مرحله	۱	۲	۳	...	n
تعداد کوچک‌ترین نیم دایره‌ها	۱	۲	۴	...	2^{n-1}

بنابراین تعداد کوچک‌ترین نیم‌دایره‌ها در مرحله‌ی هشتم $2^{8-1} = 128$ تا است.

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، هندسه‌ی ۲، وتر و مماس در دایره، دایره - ۱۳۹۴۰۹۲۰

(معمد ظاهر شعاعی)

بنا به فرض محیط مثلث DEC برابر ۲۰ است، پس اندازه‌ی مماس‌های

EF و EG برابر ۱۰ است. اگر فرض کنیم $AB = x$ ، داریم:

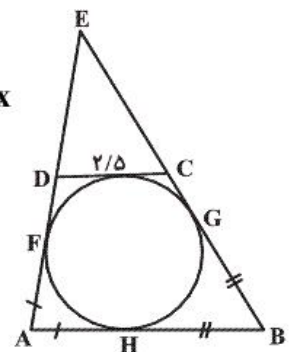
$$\Delta ABE \text{ محیط} = EF + AF + AH + BH + BG + GE$$

$$\Rightarrow \Delta ABE \text{ محیط} = 20 + 2(AH + BH) = 20 + 2x$$

$$CD \parallel AB \Rightarrow \frac{\Delta DEC \text{ محیط}}{\Delta ABE \text{ محیط}} = \frac{CD}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{20}{20 + 2x} = \frac{2/5}{x} \Rightarrow 20x = 50 + 5x$$

$$\Rightarrow x = \frac{10}{3}$$



(هندسه ۲ - تمرین ۱۰ - صفحه‌ی ۵۶)

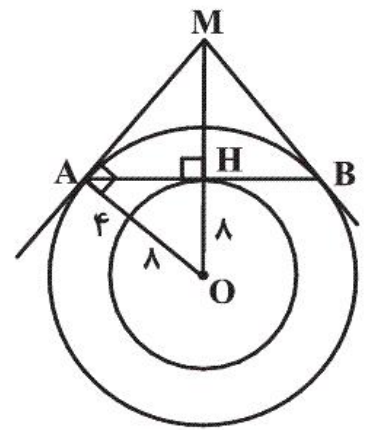
۴

۳

۲ ✓

۱

$$\Rightarrow OM = \frac{144}{8} = \frac{72}{4} = 18$$



(هنر سه ۲ - صفحه ی ۵۲)

۴

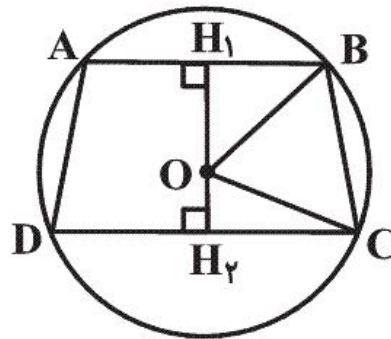
۳

۲

۱ ✓

چون $AB \parallel CD$ ، پس چهارضلعی ABCD دوزنقه است. مطابق شکل

داریم:



$$\begin{cases} OH_1 = \sqrt{OB^2 - BH_1^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2} = 4 \\ OH_2 = \sqrt{OC^2 - CH_2^2} = \sqrt{5^2 - \left(\frac{8}{2}\right)^2} = 3 \end{cases}$$

پس طول ارتفاع وارد بر قاعده‌های دوزنقه برابر است با:

$$H_1H_2 = OH_1 + OH_2 = 7$$

مساحت دوزنقه‌ی ABCD برابر است با:

$$S_{ABCD} = \frac{H_1H_2 \times (AB + CD)}{2} = \frac{7 \times (6 + 8)}{2} = 49$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۳۹ و ۵۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۲۵

(سؤال‌های پرتکرار هندسه ۲- صفحه‌ی ۱۰- سؤال ۱۵)

اگر طول و عرض مستطیل را به ترتیب a و b در نظر بگیریم، آنگاه از برخورد نیمسازهای داخلی زوایای آن مربعی ایجاد می‌شود که طول ضلع

آن برابر است با: $\frac{a-b}{\sqrt{2}}$

بنابراین اگر $a = 6\sqrt{2}$, $b = \sqrt{2}$ آنگاه:

$$\text{ضلع مربع} = \frac{6\sqrt{2} - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5$$

$$\text{محیط مربع} = 4 \times 5 = 20$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۲- تمرین ۱۱- صفحه‌ی ۲۱)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، قضیه‌ی نیمسازها ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

-۱۲۲

(سؤال‌های پرتکرار هندسه ۲- صفحه‌ی ۱۰- سؤال ۱۴)

طبق قضیه‌ی نیمسازها داریم:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{x+7}{2x} = \frac{10}{5} = 2$$

$$4x = x + 7 \Rightarrow 3x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{3} \Rightarrow BC = 2x + 7 = 14$$

(هندسه ۲- صفحه‌ی ۱۳)

☐ ۴

☐ ۳

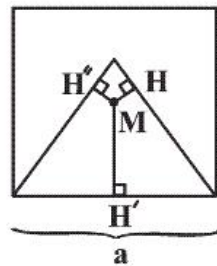
☒ ۲

☐ ۱

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، قضایای مثلث متساوی الساقین و متساوی الاضلاع ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

می‌دانیم:

$$MH + MH' + MH'' = h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$



$$\Rightarrow 3 + 2/\sqrt{3} + 1/\sqrt{3} = 7 = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow a = \frac{14}{\sqrt{3}}$$

$$S_{\text{مربع}} = a^2 = \frac{196}{3}$$

(هندسه ۲- تمرین ۸- صفحه‌ی ۲۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، مثال نقض ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

نقطه‌ی هم‌رسی عمود منصف‌ها در مثلث قائم‌الزاویه، وسط وتر مثلث قرار

می‌گیرد و همچنین در صورت وجود زاویه‌ی منفرجه یا قائمه در یک

مثلث، محل برخورد ارتفاع‌ها، داخل مثلث قرار نمی‌گیرد. در ضمن در

صورتی که زاویه‌ی داخلی یک چندضلعی، منفرجه باشد، آن‌گاه زاویه‌ی

خارجی نظیر آن، حاده بوده و کوچک‌تر از زاویه‌ی داخلی متناظر خود

است.

(هندسه ۲- صفحه‌ی ۱۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، قضیه‌ی حمار ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

شرط آن‌که a و b و c اندازه‌های سه ضلع یک مثلث باشند آن است که:

(با در نظر گرفتن $a = 2x + 2$ ، $b = 3x - 2$ و $c = 6x - 1$)

$$\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{cases}, \begin{cases} a + b > c \Rightarrow (2x + 2) + (3x - 2) > 6x - 1 \Rightarrow x < 1 \\ b + c > a \Rightarrow (3x - 2) + (6x - 1) > 2x + 2 \Rightarrow x > \frac{5}{7} \\ a + c > b \Rightarrow (2x + 2) + (6x - 1) > 3x - 2 \Rightarrow x > -\frac{3}{5} \end{cases}$$

از اشتراک سه نامعادله‌ی بالا داریم $\frac{5}{7} < x < 1$ (توجه کنید که به‌ازای

این مقادیر x ، a ، b و c مثبت هستند.) پس بیش‌ترین مقدار

$$x_2 - x_1 \text{ برابر است با } \frac{2}{7} - \frac{5}{7} = 1.$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۵ تا ۲۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

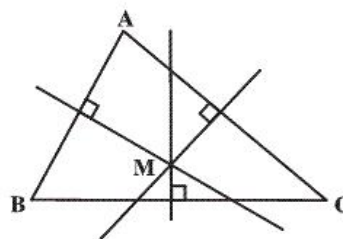
ریاضی، هندسه‌ی ۲، مکان هندسی نقاطی معلوم در صفحه و فضا، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

مکان هندسی نقاطی از فضا که از A و C به یک فاصله باشد، صفحه‌ی

عمودمنصف AC است.

مکان هندسی نقاطی از فضا که از B و C به یک فاصله باشد، صفحه‌ی

عمودمنصف BC است.



اشتراک سه صفحه‌ی بالا، خطی است که

در محل هم‌رسی عمودمنصف‌های سه

پاره‌خط AB ، AC و BC بر صفحه‌ی

مثلث ABC عمود است.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۱ تا ۳۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، جبر و احتمال ، استقرای ریاضی ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۲۰

$$= \frac{(k+1)+2}{2(k+1)+2}$$

بنابراین برای اثبات حکم فرض کافی است، طرفین فرض را در عبارت

$$\left(1 - \frac{1}{(k+2)^2}\right)$$
 ضرب کنیم. داریم:

$$1 - \frac{1}{(k+2)^2} = \frac{(k+2)^2 - 1}{(k+2)^2} = \frac{k^2 + 4k + 3}{(k+2)^2}$$

$$= \frac{(k+1)(k+3)}{(k+2)^2}$$

(پیرواحتمال - صفحه‌های ۵ تا ۹)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی ، جبر و احتمال ، مثال نقض ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۲۰

-۱۴۷

(سؤال‌های پر تکرار پیرواحتمال - سؤال ۴۵ - صفحه‌ی ۱۴)

فرض کنید $x = 3$ و $y = 2$ باشد، واضح است که $3^2 = 9$ ، عددی فرد است، در حال که $3 \times 2 = 6$ عددی زوج می‌باشد. پس حکم موردنظر در حالت کلی نادرست است.

(پیرواحتمال - صفحه‌های ۱۴ تا ۲۸)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۴۱

(معصومه گرابی)

به‌ازای $n = 4$ ، $4 + 3^4 = 85$ یک مثال نقض برای گزینه‌ی «۱» است.

به‌ازای $x = y = 2$ و $z = 1$ ، $1\sqrt{2 \times 2} = 2$ یک مثال نقض برای گزینه‌ی «۲» است.

به‌ازای $x = 3$ ، $3 \times 5 = 15$ یک مثال نقض برای گزینه‌ی «۴» است.

اگر x عددی فرد باشد آن را به‌صورت $x = 2k + 1$ ($k \in \mathbb{Z}$) نشان می‌دهیم. در این صورت داریم:

$$x^3 - 1 = (2k+1)^3 - 1 = (2k)^3 + 3(2k)^2(1) + 3(2k)(1)^2 + 1^3 - 1$$

$$= 8k^3 + 12k^2 + 6k = 2(\underbrace{4k^3 + 6k^2 + 3k}_{k' \in \mathbb{Z}}) = 2k'$$

پس $x^3 - 1$ عددی زوج است.

(پیرواحتمال - صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی ، جبر و احتمال ، اثبات بازگشتی ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۲۰

-۱۴۲

(معصومه گزایی)

$$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + xz + yz$$

$$\Rightarrow 2(x^2 + y^2 + z^2) \geq 2(xy + xz + yz)$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2xz + 2yz$$

$$\Rightarrow (x^2 + y^2 - 2xy) + (x^2 + z^2 - 2xz) + (y^2 + z^2 - 2yz) \geq 0$$

$$\Rightarrow (x - y)^2 + (x - z)^2 + (y - z)^2 \geq 0$$

(پیرواحتمال - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

-۱۴۸

(سؤال‌های پرتکرار پیرواحتمال - سؤال ۵۷ - صفحه‌ی ۱۷)

$$\frac{1}{xy} \geq \frac{a}{x^2 + y^2} \times xy(x^2 + y^2) \rightarrow x^2 + y^2 \geq axy$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq axy - 2xy \Rightarrow (x - y)^2 \geq (a - 2)xy$$

می‌دانیم طرف اول نامساوی، همواره بزرگ‌تر یا مساوی صفر است، پس برای این‌که نامساوی همواره برقرار باشد، لزوماً طرف دوم باید کوچک‌تر یا مساوی صفر باشد.

$$(a - 2)xy \leq 0 \xrightarrow{\div xy} a - 2 \leq 0 \Rightarrow a \leq 2$$

(پیرواحتمال - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

☐ ۴

☐ ۳

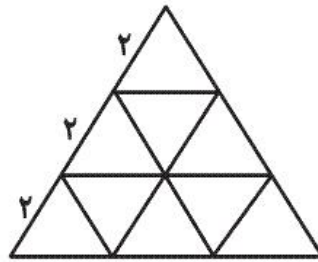
☐ ۲

☒ ۱

ریاضی ، جبر و احتمال ، اصل لانه کبوتری ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۴۹-

(سؤال‌های پرتکرار فیرواقتمال - سؤال ۷۳ - صفحه‌ی ۱۸)



مطابق شکل، اگر هر ضلع مثلث را به سه قسمت مساوی تقسیم کنیم، از وصل کردن آن نقاط به یک‌دیگر، ۹ مثلث متساوی‌الاضلاع حاصل می‌شود که طول ضلع هر کدام برابر ۲ است. می‌دانیم فاصله‌ی هر دو نقطه داخل مثلث متساوی‌الاضلاع از طول ضلع آن کوچک‌تر است، پس در صورتی که ۱۰ نقطه

انتخاب کنیم، حداقل دو نقطه داخل یک مثلث کوچک قرار می‌گیرد که فاصله‌ی آن‌ها کم‌تر از ۲ است.

(فیرواقتمال - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

☐ ۱ ☐ ۲ ☒ ۳ ☐ ۴

۱۴۳-

(میلاد بهفیری)

در اصل لانه‌ی کبوتر، هیچ ضرورتی ندارد که کبوتری در لانه‌ی خاص قرار گیرد. در واقع ممکن است هیچ نفری در این کلاس، در روز شنبه متولد نشده باشد.

(فیرواقتمال - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

☐ ۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☒ ۴

۱۴۴-

(سروش موئینی)

در بدترین حالت، مهره‌ی سیاه بیرون نمی‌آید تا وقتی مهره‌های دیگر خارج بشوند. پس باید $1 + 4 + 5 + 6 = 16$ مهره در بیاوریم.

(فیرواقتمال - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

☐ ۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☒ ۴

ریاضی، جبر و احتمال، عضویت و زیرمجموعه بودن، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۴۵-

(سید وهید زوالفقاری)

هر ۳ عضو B یعنی $\{3\}$ و \emptyset و $\{2, \{\emptyset\}, 3, \{3\}\}$ زیر مجموعه‌های A می‌باشند ولی چون زیرمجموعه‌های سره‌ی مجموعه‌ی A خواسته شده، فقط ۲ عضو \emptyset و $\{3\}$ مورد قبول می‌باشند.

(فیرواقتمال - صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

☐ ۱ ☐ ۲ ☒ ۳ ☐ ۴

۱۵۰-

(سؤال‌های پرتکرار فیرواحتمال - سؤال ۱۰۱ - صفحه‌ی ۲۵)

در گزینه‌های «۱» و «۲»، شرط $B \in C$ و در گزینه‌ی «۴»، شرط $A \subseteq C$ برقرار نیست.

(فیرواحتمال - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی، حسابان-سوالات موازی، مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۱۸-

(معمرمصطفی ابراهیمی)

جملات ردیف فرد یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت q ، یک دنباله‌ی هندسی با قدرنسبت q^2 تشکیل می‌دهند، داریم:

$$\begin{aligned} \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{100}}{a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{99}} &= \frac{\frac{a_1(1-q^{100})}{1-q}}{\frac{a_1(1-(q^2)^{50})}{1-q^2}} \\ &= \frac{1-q^{100}}{1-q} = \frac{(1-q)(1+q)}{1-q} = 1+q = 1+4 = 5 \end{aligned}$$

(حسابان - صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

۱۰۴-

(سؤال‌های پرتکرار حسابان - سؤال ۲۱ - صفحه‌ی ۱۰)

کافی است از روی جمله‌ی عمومی، جملات اول و دوم و از روی آنها قدر نسبت را به دست آوریم:

$$a_n = \frac{(-2)^{3n+1}}{9^n} \Rightarrow a_1 = \frac{(-2)^4}{9} = \frac{16}{9} \text{ و } a_2 = \frac{(-2)^7}{9^2} = \frac{-128}{81}$$

$$q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-\frac{128}{81}}{\frac{16}{9}} = -\frac{128 \times 9}{81 \times 16} = -\frac{8}{9}$$

حال از فرمول مجموع همه‌ی جملات دنباله‌ی هندسی استفاده می‌کنیم:

$$\text{مجموع همه‌ی جملات دنباله} : \frac{a_1}{1-q} = \frac{\frac{16}{9}}{1 - \left(-\frac{8}{9}\right)} = \frac{\frac{16}{9}}{\frac{17}{9}} = \frac{16}{17}$$

(حسابان - صفحه‌های ۲ تا ۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، حسابان-سوالهای موازی ، تقسیم چند جمله ای ها و بخش پذیری ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۰۱-

(سوالهای پرتکرار حسابان- سوال ۳۲- صفحه ۱۰)

باقی مانده ی تقسیم چند جمله ای $f(x)$ بر $x+2$ و $3-x$ به ترتیب از راست به چپ برابر با $f(-2)$ و $f(3)$ است. یعنی:

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2 \Rightarrow f(-2)=1$$

$$3-x=0 \Rightarrow x=3 \Rightarrow f(3)=2$$

حال رابطه ی تقسیم $f(x)$ بر x^2-x-6 را می نویسیم:

$$f(x) = (x^2 - x - 6) \times Q(x) + R(x)$$

$$\xrightarrow{R(x)=mx+n} f(x) = -(x+2)(3-x)Q(x) + mx + n$$

$$\left. \begin{array}{l} f(-2)=1 \Rightarrow -2m+n=1 \\ f(3)=2 \Rightarrow 3m+n=2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} \Delta m = 1$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{\Delta} \Rightarrow -\frac{2}{\Delta} + n = 1 \Rightarrow n = \frac{7}{\Delta}$$

$$\Rightarrow R(x) = \frac{1}{\Delta}x + \frac{7}{\Delta} = \frac{x+7}{\Delta}$$

(حسابان- صفحه های ۶ تا ۸)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، حسابان-سوالهای موازی ، بسط دو جمله ای و مثلث خیام پاسکال ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۰۵-

(سوالهای پرتکرار حسابان- سوال ۴۷- صفحه ۱۲)

$$\begin{aligned} \binom{9}{0} + \binom{9}{1} + \dots + \binom{9}{9} &= 2^9 \Rightarrow \binom{9}{3} + \binom{9}{4} + \dots + \binom{9}{8} \\ &= 2^9 - \binom{9}{0} - \binom{9}{1} - \binom{9}{2} - \binom{9}{9} = 512 - 1 - 9 - 36 - 1 = 465 \end{aligned}$$

(حسابان- صفحه های ۸ تا ۱۰)

۴

۳

۲

۱✓

ریاضی ، حسابان-سوالهای موازی ، بحث در تعداد و علامت ریشه ها و رابطه ی بین ریشه ها ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۲۰

-۱۰۶

(سؤال‌های پرتکرار حسابان - سؤال ۵۹ - صفحه ۱۴)

اگر α و β جواب‌های معادله باشند، داریم:

$$x^2 = 3x + 5 \Rightarrow x^2 - 3x - 5 = 0$$

$$S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = 3, \quad P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a} = -5$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\alpha+1} + \frac{1}{\beta+1} &= \frac{\beta+1+\alpha+1}{(\alpha+1)(\beta+1)} = \frac{\alpha+\beta+2}{\alpha\beta+\alpha+\beta+1} = \frac{S+2}{P+S+1} \\ &= \frac{3+2}{-5+3+1} = -5 \end{aligned}$$

(حسابان - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۰۹

(سؤال‌های پرتکرار حسابان - سؤال ۷۴ - صفحه ۱۶)

وقتی نمودار تابع درجه‌ی دوم، محور x ها را در دو نقطه با طول مثبت قطع می‌کند به معنی آن است که معادله‌ی درجه دوم متناظر آن، دارای دو جواب حقیقی مثبت است که در نتیجه داریم:

$$\Delta > 0 \quad \text{و} \quad S > 0 \quad \text{و} \quad P > 0$$

$$2x^2 - 4x + m - 3 = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 8(m - 3) > 0$$

$$\Rightarrow 8(m - 3) < 16 \Rightarrow m - 3 < 2 \Rightarrow m < 5 \quad (۱)$$

$$S = \frac{-b}{a} = 2 > 0 \quad \text{همواره برقرار است}$$

$$P = \frac{c}{a} = \frac{m - 3}{2} > 0 \Rightarrow m > 3 \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow 3 < m < 5$$

(حسابان - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۰۳

(سؤال‌های پرتکرار مسابان- سؤال ۹۵- صفحه‌ی ۲۰)

$$(x^2 + 3x + 1)^2 + (x^2 + 3x + 1) - 2 = 0$$

با تغییر متغیر $a = x^2 + 3x + 1$ ، داریم:

$$\Rightarrow a^2 + a - 2 = 0 \Rightarrow (a - 1)(a + 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x + 1 = 1 \Rightarrow x^2 + 3x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \end{cases} \\ x^2 + 3x + 1 = -2 \Rightarrow x^2 + 3x + 3 = 0 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{ فاقد جواب} \end{cases}$$

$$\text{مجموع جواب‌ها} = 0 - 3 = -3$$

(مسابان- صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(علی اکبر جعفری)

-۱۱۷

راه حل اول: اگر x_1 و x_2 جواب‌های معادله‌ی $2x^2 - 3x - 1 = 0$ باشند، داریم:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-3}{2} = \frac{3}{2}, \quad P = x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{1}{2}$$

برای معادله‌ی درجه دومی که جواب‌های آن به صورت $2x_1 - 1$ و $2x_2 - 1$ است، داریم:

$$S' = 2x_1 - 1 + 2x_2 - 1 = 2(x_1 + x_2) - 2$$

$$= 2S - 2 = 2 \times \frac{3}{2} - 2 = 1$$

$$P' = (2x_1 - 1)(2x_2 - 1) = 4x_1 x_2 - 2x_1 - 2x_2 + 1$$

$$\Rightarrow P' = 4P - 2S + 1 = 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 2 \times \frac{3}{2} + 1 = -4$$

۴

۳

۲

۱ ✓

(هسین فابیلو)

نکته ۱: مختصات رأس هر سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ ، $(a \neq 0)$ نقطه $S(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a})$ است.

رأس این سهمی روی نیمساز ناحیه اول و سوم مختصات، یعنی خط $y = x$ واقع است، پس داریم:

$$y = x^2 + mx - \frac{1}{4}, y_S = x_S \Rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{-\Delta}{4a}$$

$$\Rightarrow \frac{-m}{2} = \frac{-(m^2 + 1)}{4} \Rightarrow (m - 1)^2 = 0 \Rightarrow m = 1$$

$$\Rightarrow \text{معادله سهمی: } y = x^2 + x - \frac{1}{4}$$

نکته ۲: اگر x_1 و x_2 جوابهای معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند، داریم:

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

طول پاره خط AB برابر قدرمطلق تفاضل جوابهای معادله درجه دوم $x^2 + x - \frac{1}{4} = 0$ است، داریم:

$$AB = |x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

(حسابان - صفحه های ۱۵ تا ۲۴)

۴

۳

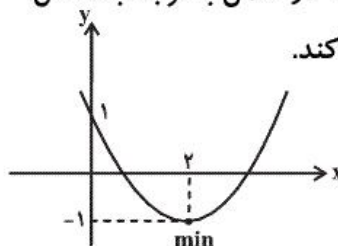
۲

۱ ✓

(سؤالهای پرنگار حسابان - سؤال ۸۳ - صفحه ۱۸)

با توجه به شکل، نقطه $(2, -1)$ نقطه می نیم تابع است که مختصات آن در معادله تابع صدق می کند. همچنین طول نقطه

می نیم از رابطه $x = \frac{-b}{2a}$ به دست می آید. در ضمن با توجه به شکل، نقطه $(0, 1)$ نیز در معادله تابع صدق می کند.



اگر ضابطه تابع درجه دوم را به صورت $y = ax^2 + bx + c$ فرض

کنیم، داریم:

$$x = \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4a \quad (1)$$

صدق در معادله $P(2) = -1 \Rightarrow 4a + 2b + c = -1 \quad (2)$

صدق در معادله $P(0) = 1 \Rightarrow 0 + 0 + c = 1 \Rightarrow c = 1 \quad (3)$

$(2), (3) \Rightarrow 4a + 2b + 1 = -1$

۴

۳ ✓

۲

۱

۱۰۲-

(سؤال‌های پرتکرار حسابان - سؤال ۸۶ - صفحه‌ی ۱۸)

کافی است ضابطه‌ی تابع را به صورت تابع درجه‌ی دو بنویسیم و مختصات می‌نیم آن را از فرمول $(-\frac{\Delta}{4a}, -\frac{b}{2a})$ به دست آوریم. البته عرض نقطه‌ی می‌نیم را می‌توان از جایگذاری طول به دست آمده در تابع نیز به دست آورد:

$$x^2 = 4x + y + 4 \Rightarrow y = x^2 - 4x - 4$$

$$x = \frac{-b}{2a} = -\frac{-4}{2} = 2$$

$$\xrightarrow{\text{جایگذاری در تابع}} y = 4 - 8 - 4 = -8$$

بنابراین مقدار می‌نیم تابع F، که همان کوچک‌ترین عضو بُرد آن است،

(حسابان - صفحه‌های ۱۸ تا ۲۴ و ۴۳ تا ۴۷)

برابر با ۸- است.

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

ریاضی، حسابان-سوالات موازی، معادلات شامل عبارات گویا و گنگ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات
۱۳۹۴۰۹۲۰ -

۱۱۳-

(کورس شاه‌منصوریان)

$$\begin{aligned} \frac{x-1}{x^3-x^2+1} - \frac{1}{x^2+x+1} &= \frac{(x^2+x+1)(x-1) - (x^3-x^2+1)}{x^5+x+1} \\ &= \frac{x^3-1-x^3+x^2-1}{x^5+x+1} = \frac{x^2-2}{x^5+x+1} \\ \Rightarrow A &= \frac{x^2-2}{x^5+x+1} \div \frac{x^2-2}{x^5+x+1} = 1 \end{aligned}$$

(حسابان - صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

-۱۱۹

(فرهاد و غایی)

ابتدا، با توجه به معادله، حدود x را مشخص می‌کنیم:

$$x^2 + \sqrt{x-3} = 12 - x \Rightarrow -\sqrt{x-3} = x^2 + x - 12$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 & (1) \\ x^2 + x - 12 \leq 0 \Rightarrow (x+4)(x-3) \leq 0 \\ \Rightarrow -4 \leq x \leq 3 & (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} x = 3$$

چون هر دو نامعادله‌ی (۱) و (۲) باید به‌طور هم‌زمان برقرار باشند، پس تنها $x = 3$ می‌تواند جواب این معادله باشد و چون مقدار $x = 3$ در معادله صدق می‌کند، تنها جواب این معادله است.

(مسایان - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۳)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

-۱۲۰

(کوروش شاه‌منصوریان)

جواب هر معادله، در آن صدق می‌کند، پس داریم:

$$\frac{1}{a+\sqrt{x}} + \frac{1}{a-\sqrt{x}} = a \xrightarrow{x=a}$$

$$\frac{1}{a+\sqrt{a}} + \frac{1}{a-\sqrt{a}} = a \Rightarrow \frac{2a}{a^2-a} = a$$

$$\Rightarrow a^3 - a^2 = 2a \Rightarrow a^3 - a^2 - 2a = 0$$

$$= a(a^2 - a - 2) = a(a+1)(a-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 0 \\ a = 2 \end{cases}$$

از آن‌جا که $x = a = 0$ مخرج کسر را در معادله صفر می‌کند و به ازای $x = a = -1$ ، عبارت زیر رادیکال منفی می‌شود، این دو مقدار قابل قبول نیستند و تنها $a = 2$ قابل قبول است.

(مسایان - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۳)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

-۱۱۶

(میرهادی سرکارفرشی)

$$\frac{x-1}{x^2+x-2} + \frac{x-3}{x^2-3x} = 1 \Rightarrow \frac{x-1}{(x-1)(x+2)} + \frac{x-3}{x(x-3)} = 1$$

$$\xrightarrow{x \neq 0, 1, 3, -2} \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow \frac{x+(x+2)}{x(x+2)} = 1$$

$$\Rightarrow 2x+2 = x^2+2x \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

پس هر دو مقدار $x = \pm\sqrt{2}$ قابل قبول است و مجموع جواب‌های این معادله صفر است.

(مسایان - صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۰۸

(سؤالهای پرتکرار حسابان- سؤال ۱۴۱- صفحه ۲۴)

باید به کمک توان رساندن، رادیکال را از بین برده و نامعادله را حل کنیم. سپس جواب به دست آمده را باید با دامنه‌ی عبارات زیر رادیکال‌ها اشتراک بگیریم. پس:

$$\sqrt{x^2 - 3} \leq \sqrt{2x} \Rightarrow x^2 - 3 \leq 2x \Rightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0$$

$$\xrightarrow{\text{با کمک جدول تعیین علامت}} -1 \leq x \leq 3 \quad (1)$$

$$x^2 - 3 \geq 0 \Rightarrow x \leq -\sqrt{3} \quad \text{یا} \quad x \geq \sqrt{3} \quad (2)$$

$$2x \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(3) \cap (2) \cap (1)} \sqrt{3} \leq x \leq 3 \Rightarrow x \in [\sqrt{3}, 3]$$

$$\Rightarrow \text{Max}(b-a) = 3 - \sqrt{3}$$

(حسابان- صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

x	-1	4
5x+5	-	+
x ² -3x-4	+	-
P	-	+

$$\Rightarrow \text{مجموعه جواب} : (-\infty, -1) \cup (-1, 4)$$

پس برای آن که نامعادله‌ی موردنظر در تمام بازه‌ی $(-\infty, a)$ برقرار باشد، بیش‌ترین مقدار a برابر است با (-1) . (حسابان- صفحه‌های ۳۹ تا ۴۲)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(مسئله فایلو)

-۱۱۱

برای آن که دامنه‌ی تابع f ، مجموعه‌ی اعداد حقیقی باشد، باید:
(الف) عبارت زیر رادیکال، همواره نامنفی باشد.
(ب) مخرج کسر، ریشه‌ی حقیقی نداشته باشد.

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = 1 > 0 \\ \Delta = 1 + 4a \leq 0 \\ \Rightarrow a \leq -\frac{1}{4} \quad (1) \end{cases}$$

$$\text{ب) } x^2 - ax + 1 \neq 0 \Rightarrow \Delta = a^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < a < 2 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} -2 < a \leq -\frac{1}{4}$$

(حسابان- صفحه‌های ۳۹ تا ۴۷)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، محاسبه دامنه و برد توابع ، تابع - ۱۳۹۴۰۹۲۰

$$\xrightarrow{\text{اشتراک}} D_y = (-1, 2) - \{0\}$$

مجموعه ی D_y تنها شامل عدد صحیح ۱ است.

(حسابان- صفحه‌های ۳۹ تا ۴۷)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، توابع چند ضابطه ای ، تابع - ۱۳۹۴۰۹۲۰

-۱۱۲

(غلامرضا ملی)

اگر $x \geq 0$ باشد، داریم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow |x| - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \geq 0 & \text{ق ق} \\ x = -1 < 0 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

اگر $x < 0$ باشد، داریم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 + 5x + 1 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-5 + \sqrt{21}}{2} < 0 & \text{ق ق} \\ x_2 = \frac{-5 - \sqrt{21}}{2} < 0 & \text{ق ق} \end{cases}$$

پس این نمودار، در مجموع محور طول‌ها را در سه نقطه قطع می‌کند.

(حسابان، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷، ۳۳ تا ۳۹، ۵۰ و ۵۱)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، هندسه-۲- سوالات موازی ، استدلال استقرایی و تعریف های اولیه ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

-۱۳۱

(سؤال‌های پرتکرار هندسه ۲- صفحه‌ی ۹- سؤال ۱)

n	...	۳	۲	۱	مرحله
2^{n-1}	...	۴	۲	۱	تعداد کوچک‌ترین نیم دایره‌ها

بنابراین تعداد کوچک‌ترین نیم‌دایره‌ها در مرحله‌ی هشتم $2^{8-1} = 128$

تا است.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

۴✓

۳

۲

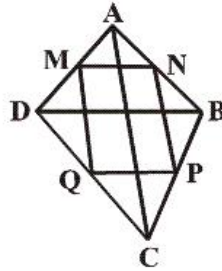
۱

-۱۳۹

(مفسر ریاضی)

نکته: اگر وسط‌های اضلاع یک چهارضلعی محدب را متوالیاً به هم وصل

کنیم، یک متوازی‌الاضلاع پدید می‌آید، زیرا:



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{AM}{AD} = \frac{AN}{AB} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} MN = \frac{BD}{2}, MN \parallel BD \\ \frac{BN}{AB} = \frac{BP}{BC} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} NP = \frac{AC}{2}, NP \parallel AC \end{array} \right.$$

با توجه به روابط بالا، طول اضلاع متوازی‌الاضلاع حاصل، نصف طول اقطار

چهارضلعی اولیه هستند، بنابراین اگر این چهارضلعی لوزی باشد، طول دو

قطر چهارضلعی اولیه با هم برابر است.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

۱۳۵-

(سؤال‌های پرتکرار هندسه ۲- صفحه‌ی ۱۰- سؤال ۱۵)

اگر طول و عرض مستطیل را به ترتیب a و b در نظر بگیریم، آنگاه از برخورد نیمسازهای داخلی زوایای آن مربعی ایجاد می‌شود که طول ضلع

آن برابر است با: $\frac{a-b}{\sqrt{2}}$

بنابراین اگر $a = 6\sqrt{2}$, $b = \sqrt{2}$ آنگاه:

$$\text{ضلع مربع} = \frac{6\sqrt{2} - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 5$$

$$\text{محیط مربع} = 4 \times 5 = 20$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ تا ۱۲- تمرین ۱۱- صفحه‌ی ۲۱)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، قضیه‌ی نیمسازها ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۳۲-

(سؤال‌های پرتکرار هندسه ۲- صفحه‌ی ۱۰- سؤال ۱۴)

طبق قضیه‌ی نیمسازها داریم:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{x+7}{2x} = \frac{10}{5} = 2$$

$$4x = x+7 \Rightarrow 3x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{3} \Rightarrow BC = 2x+7 = 14$$

(هندسه ۲- صفحه‌ی ۱۳)

۴

۳

۲✓

۱

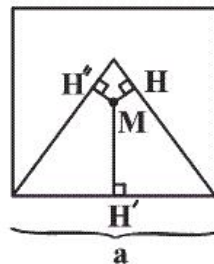
ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، قضایای مثلث متساوی الساقین و متساوی الاضلاع ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۳۶-

(سروش موئینی)

می‌دانیم:

$$MH + MH' + MH'' = h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$



$$\Rightarrow 3 + 2/\sqrt{3} + 1/\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}a \Rightarrow a = \frac{14}{\sqrt{3}}$$

$$S_{\text{مربع}} = a^2 = \frac{196}{3}$$

(هندسه ۲- تمرین ۸- صفحه‌ی ۲۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، مثال نقض ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۳۷-

(امیرحسین ابومصوب)

نقطه‌ی هم‌رسی عمود منصف‌ها در مثلث قائم‌الزاویه، روی وتر مثلث قرار

می‌گیرد و همچنین در صورت وجود زاویه‌ی منفرجه یا قائمه در یک

مثلث، محل برخورد ارتفاع‌ها، داخل مثلث قرار نمی‌گیرد. در ضمن در

صورتی که زاویه‌ی داخلی یک چندضلعی، منفرجه باشد، آن‌گاه زاویه‌ی

خارجی نظیر آن، حاده بوده و کوچک‌تر از زاویه‌ی داخلی متناظر خود

است.

(هندسه ۲- صفحه‌ی ۱۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، قضیه‌ی حمار ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

شرط آن که a و b و c اندازه‌های سه ضلع یک مثلث باشند آن است که:

(با در نظر گرفتن $a = 2x + 2$ ، $b = 3x - 2$ و $c = 6x - 1$)

$$\begin{cases} a > 0 \\ b > 0 \\ c > 0 \end{cases}, \begin{cases} a + b > c \Rightarrow (2x + 2) + (3x - 2) > 6x - 1 \Rightarrow x < 1 \\ b + c > a \Rightarrow (3x - 2) + (6x - 1) > 2x + 2 \Rightarrow x > \frac{5}{7} \\ a + c > b \Rightarrow (2x + 2) + (6x - 1) > 3x - 2 \Rightarrow x > -\frac{3}{5} \end{cases}$$

از اشتراک سه نامعادله‌ی بالا داریم $\frac{5}{7} < x < 1$ (توجه کنید که به‌ازای

این مقادیر x ، a ، b و c مثبت هستند.) پس بیش‌ترین مقدار

$$x_2 - x_1 \text{ برابر است با } 1 - \frac{5}{7} = \frac{2}{7}.$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۵ تا ۲۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(معمراً ظاهر شعاعی)

فرض کنیم G نقطه‌ی هم‌رسی میانه‌های مثلث ABC باشد. مثلث به

اضلاع $AB = 2\sqrt{2}$ ، $AC = 2\sqrt{6}$ و $BC = 4\sqrt{2}$ قائم‌الزاویه است

زیرا $BC^2 = AB^2 + AC^2$ و چون $AB = \frac{BC}{2}$ است پس $\hat{C} = 30^\circ$

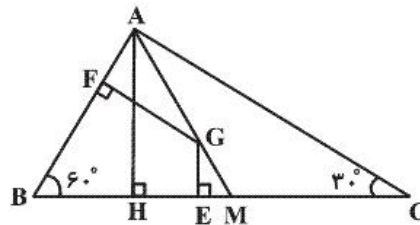
و $\hat{B} = 60^\circ$. اما همواره میانه‌ی نظیر وتر نصف وتر است، پس مثلث

ABM متساوی‌الاضلاع است. بنابراین مجموع فواصل هر نقطه روی

قاعده‌ی آن (مانند نقطه G روی AM) از ساق‌ها (یعنی AB و BM)

برابر با ارتفاع وارد بر ساق می‌باشد داریم:

$$GE + GF = AH = \frac{BM\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{2} \times \sqrt{3}}{2} = \sqrt{6}$$



(هندسه ۲ - صفحه‌ی ۲۱)

۴

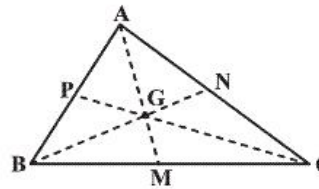
۳ ✓

۲

۱

می‌دانیم اگر میانه‌های مثلث را رسم کنیم،

شش مثلث با مساحت‌های یکسان تولید



می‌شود. بنابراین اگر از نقطه‌ی هم‌رسی

میانه‌های هر مثلث به سه رأس آن وصل کنیم،

سه مثلث با مساحت برابر ایجاد می‌شود، یعنی در شکل بالا:

$$S(\triangle GAB) = S(\triangle GBC) = S(\triangle GAC)$$

(هنر سه ۲، صفحه‌های ۲۲ و ۳۶)

۴

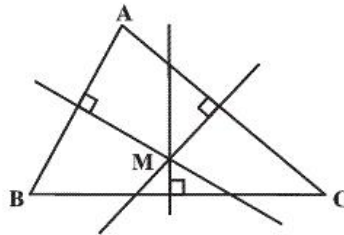
۳

۲

۱ ✓

مکان هندسی نقاطی از فضا که از A و C به یک فاصله باشد، صفحه‌ی عمودمنصف AC است.

مکان هندسی نقاطی از فضا که از B و C به یک فاصله باشد، صفحه‌ی عمودمنصف BC است.



اشتراک سه صفحه‌ی بالا، خطی است که در محل هم‌رسی عمودمنصف‌های سه پاره‌خط AB، AC و BC بر صفحه‌ی مثلث ABC عمود است.

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۳۱ تا ۳۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، استقرای تعمیم یافته، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۵۱-

(سراسری ریاضی - ۹۴)

اولاً ابتدا استقراء به از $m = 5$ شروع می‌شود: $5! > 2^6$

ثانیاً: برای اثبات داریم:

$$\underbrace{k! > 2^{k+1}}_{\text{فرض}} \Rightarrow \underbrace{(k+1)! > 2^{k+2}}_{\text{حکم}}$$

طرفین فرض یعنی $k! > 2^{k+1}$ را در $k+1$ ضرب می‌کنیم.

$$(k+1)! > (k+1)2^{k+1}$$

کافی است ثابت کنیم که $(k+1)2^{k+1} > 2^{k+2}$ که به رابطه‌ی بدیهی $k+1 > 2$ منتهی می‌شود.

(پیروافتمال - صفحه‌های ۱۰ و ۱۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، مثال نقض، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۵۲-

(کتاب آبی فیرواحتمال - صفحه‌ی ۱۲ - سؤال ۲۸)

در هر متوازی‌الاضلاع زوایای روبرو برابر هستند و زوایای مجاور، مکمل می‌باشند.

(۱) گزینه‌ی (۱): $(1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) = 2$

(۲) گزینه‌ی (۲): $\alpha + \beta = 180^\circ$

(۳) گزینه‌ی (۳): $0 < x < 1 \Rightarrow x^2 < x$

(فیرواحتمال - صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)



☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۵۳-

(کتاب آبی فیرواحتمال - صفحه‌ی ۱۳ - سؤال ۳۵)

برای این گزینه، مثال نقض $x = y = 1$ وجود دارد.

(نادرست) $\frac{1+1}{2} > \sqrt{1 \times 1} = 1$

(فیرواحتمال - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، قضایای شرطی و عکس آنها، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۵۴-

(کتاب آبی فیرواحتمال - صفحه‌ی ۱۳ - سؤال ۳۷)

گزینه‌های (۳) و (۴) که همواره برقرار نیستند. گزینه‌ی (۱) نیز در حالت برعکس برقرار نیست:

تعریف نشده: $xy \geq 0 \xrightarrow{x > 0, y = 0} \frac{x}{y}$

(فیرواحتمال - صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، برهان خلف، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۵۵-

(سراسری ریاضی - ۷۴)

در برهان خلف، خلاف حکم را فرض می‌کنیم و به کمک فرض به تناقض می‌رسیم.

فرض کنید که عدد مضرب ۵ نباشد.

$$n = 5k \pm 1 \Rightarrow n^2 = 25k^2 \pm 10k + 1 = 5q + 1$$

$$n = 5k \pm 2 \Rightarrow n^2 = 25k^2 \pm 20k + 4 = 5q - 1$$

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، جبر و احتمال - گواه، اصل لانه کبوتری، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۵۶-

(سراسری ریاضی - ۹۴)

اگر ۱۱۵ را بر ۲۷ تقسیم کنیم خارج قسمت ۴ و باقیمانده ۷ است. به این معنا که حداقل $4+1=5$ عدد متمایز در این مجموعه وجود دارند که در تقسیم بر ۲۷ دارای باقیمانده‌ی یکسان هستند.

(پیرواقتمال - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴

۳

۲✓

۱

۱۵۷-

(سراسری ریاضی - ۸۸)

اگر ۴۰ نفر را تعداد کبوترها و ۷ نفر نامزد را تعداد لانه‌ها در نظر بگیریم، آنگاه طبق اصل لانه کبوتر (چون $40 > 5 \times 7$) حداقل رأی هر

$$\left\lceil \frac{40-1}{7} \right\rceil + 1 = 5 + 1 = 6$$

نفر ۶ می‌باشد به بیان دیگر:

بنابراین حالت ۵ و ۵ و ۶ و ۶ و ۶ و ۶ ممکن است اتفاق بیافتد یعنی چند نفر با ۶ رأی وجود داشته باشند اما چون انتخاب شونده باید رأی بیش‌تر از سایرین داشته باشد لذا حداقل رأی $6+1=7$ خواهد بود.

(پیرواقتمال - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴

۳✓

۲

۱

۱۵۸-

(کتاب آبی پیرواقتمال - صفحه‌ی ۱۵ - سؤال ۵۷)

مردان یا زنان مختلف از سه کشور و با ۴ تخصص، $2 \times 3 \times 4 = 24$ موقعیت مختلف برای یک سخنرانی را فراهم می‌کنند. چون حداقل ۳ نفر در سوال خواسته شده است، داریم:

(پیرواقتمال - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

۴

۳

۲✓

۱

ریاضی ، جبر و احتمال - گواه ، عضویت و زیرمجموعه بودن ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۶۰-

(کتاب آبی پیروافتمال - صفحه‌ی ۱۸ - سؤال ۷۳)

اگر A_r و B_r به ترتیب مجموعه‌ی زیر مجموعه‌های r عضوی A و B

$$n(A_r \cap B_r) = \binom{n(A \cap B)}{r} \quad \text{باشند، آن گاه}$$

و از آن جایی که $A \subseteq B$ پس $n(A \cap B) = n(A) = 5$ و در نتیجه:

$$n(A_2 \cap B_2) = \binom{5}{2} = 10$$

(پیروافتمال - صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

ریاضی ، جبر و احتمال - گواه ، تعداد زیرمجموعه ها و مجموعه‌ی توانی ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه - ۱۳۹۴۰۹۲۰

۱۵۹-

(سراسری ریاضی - ۹۱)

دقت شود که دو عضو $\{a, b\}$ و $\{b, a\}$ یکسان هستند پس مجموعه‌ی

اصلی دارای ۳ عضو است و می‌خواهیم تعداد کل زیر مجموعه‌های آن را

محاسبه کنیم که فاقد این عضو باشند و آن برابر است با: $2^{3-1} = 4$

(پیروافتمال - صفحه‌های ۳۶ تا ۴۰)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱