



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara> (@riazisara)



ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، یک دنباله مهم ، دنباله - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۸۴- دنباله‌ی $a_n = 1 + \frac{k \binom{n}{1}}{n} + \frac{k^2 \binom{n}{2}}{n^2} + \dots + \frac{k^n \binom{n}{n}}{n^n}$ به عدد e همگراست. مقدار k کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۴

شما پاسخ نداده اید

۸۵- اگر $a_n = 1^n + 2^n + 3^n + \dots + n^n$ باشد، آنگاه حد $b_n = \left(\frac{a_n + 2}{a_n - 1}\right)^{a_n + 1}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{e}$ (۲) e (۳) e^3 (۴) ∞

شما پاسخ نداده اید

۸۶- با فرض $a_n = n(1 + \frac{1}{n})^n$ و $b_n = n(1 + \frac{1}{n})^{n+1}$ دنباله‌ی $\{a_n - b_n\}$ چگونه است؟

(۱) واگراست (۲) همگرا به صفر (۳) همگرا به e (۴) همگرا به $-e$

شما پاسخ نداده اید

۸۷- دنباله‌ی $a_n = (1 - \frac{1}{n^2})^n$:

- (۱) صعودی و همگرا به e است. (۲) نزولی و همگرا به e است.
(۳) غیریکنوا و همگرا به ۱ است. (۴) صعودی و همگرا به ۱ است.

شما پاسخ نداده اید

۸۸- اگر $\lim_{n \rightarrow +\infty} n(\log^{(n+k)} - \log^n) = 2 \log e$ باشد، مقدار k کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) e (۴) $\frac{1}{e}$

شما پاسخ نداده اید

۸۱- اگر دنباله‌ی $\left\{ \left(\frac{2n+1}{2n-5} \right)^{2n-1} \right\}$ به e^a همگرا باشد، a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، انواع دنباله ، دنباله - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۸۲- اگر $a_n = \frac{n(n!)+1}{2(n+1)!-1}$ و $b_n = \frac{n!-1}{2(n!)+1}$ باشد، آنگاه دنباله‌ی $\left\{ \frac{4a_n - b_n}{a_n + b_n} \right\}$ به کدام عدد همگراست؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۸۳- اگر a_n همگرا و b_n واگرا باشد، کدام دنباله لزوماً واگراست؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) $[a_n] + b_n$ (۲) $a_n + [b_n]$
(۳) $|a_n| + b_n$ (۴) $a_n + |b_n|$

شما پاسخ نداده اید

۹۰- در دنباله‌ی $\{a_n\}$ ، شرط $a_n < (a_n - 1)n^2 < n + a_n$ به ازای هر $n > 1$ برقرار است. کدام گزینه در مورد

این دنباله صحیح است؟

(۱) به ۱ همگراست.

(۲) به $\frac{1}{2}$ همگراست.

(۳) واگراست.

(۴) نمی‌توان در مورد همگرایی یا واگرایی آن اظهار نظر کرد.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، حد ، حد و پیوستگی - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۸۹- اگر $a_n = 1 - \frac{(-1)^n}{n}$ و $f(x) = \frac{\sin(x-1)}{x-1}$ باشد، دنباله‌ی $\{f(a_n)\}$ به کدام عدد همگراست؟ $([])$ ، علامت جزء صحیح است.

- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) صفر
(۴) واگراست.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی تحلیلی، خط و صفحه - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۱۱- فاصله‌ی مبدأ مختصات از صفحه‌ی گذرنده بر نقاط $(1, 2, -1)$ ، $(2, 3, 0)$ و $(-1, 0, 5)$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$
(۲) ۱
(۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- معادله صفحه‌ای که از نقطه‌ی $A(1, -1, 2)$ و خط $D: x-1=y=\frac{z}{2}$ می‌گذرد، کدام است؟

- (۱) $2x - y + z + 8 = 0$
(۲) $4x - 2y - z - 4 = 0$
(۳) $4x - 2y - z + 8 = 0$
(۴) $2x - y + z - 4 = 0$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- خط به معادله‌ی $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ و صفحه به معادله‌ی $x + 2y + 3z = 9$ در نقطه‌ی A متقاطع‌اند.

مجموع مختصات A کدام است؟

- (۱) ۹
(۲) ۱۰
(۳) ۱۱
(۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- مختصات نقطه‌ای از خط $D: \frac{x+1}{2} = y+2 = z-1$ که به فاصله‌ی ۵ از صفحه‌ی $P: 2x - y + 2z + 8 = 0$

است، کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $(1, -1, 2)$
(۲) $(-1, -2, 1)$
(۳) $(3, 0, 3)$
(۴) $(1, 1, -2)$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر دو نقطه‌ی $A(1, 2, 3)$ و $B(3, 0, -5)$ نسبت به صفحه‌ی P قرینه‌ی یکدیگر باشند، معادله‌ی صفحه‌ی P کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (1) & x + y + 4z - 3 = 0 \\ (2) & x + y + 4z + 1 = 0 \\ (3) & x - y - 4z + 5 = 0 \\ (4) & x - y - 4z - 5 = 0 \end{array}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- صفحه‌ای به معادله‌ی $P: x + 2y - 3z + 7 = 0$ ، عمودمنصف پاره‌خط AB که $A(2, 1, -1)$ است، می‌باشد. مختصات نقطه‌ی B کدام است؟

$$(1) (1, -3, 2) \quad (2) (0, 3, 5) \quad (3) (1, 3, 2) \quad (4) (0, -3, 5)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- طول عمود مشترک دو خط $d_1: x + 1 = \frac{y}{2} = \frac{z}{-2}$ و $d_2: x = \frac{y-1}{-1} = z + 2$ چقدر است؟

$$(1) \sqrt{3} \quad (2) \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (3) \sqrt{2} \quad (4) \frac{\sqrt{2}}{2}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- خط $\frac{x}{2} = y = \frac{z+1}{3}$ و صفحه‌ی $P: ax - y + (a+1)z = 3$ بر هم عمودند. مقدار a کدام است؟

$$(1) -2 \quad (2) 2 \quad (3) -4 \quad (4) \text{چنین مقداری وجود ندارد.}$$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- فصل مشترک صفحات $P: x - 2y = 0$ و $P': x + 2y = 4$ ، صفحه‌ی $Q: 2x - 3y + az = 5$ را در نقطه‌ای به ارتفاع ۱ قطع می‌کند، a کدام است؟

$$(1) 4 \quad (2) 3 \quad (3) 2 \quad (4) 1$$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- صفحه‌ی گذرنده از مبدأ مختصات و فصل مشترک دو صفحه‌ی $x + 1 = y$ و $z = y - 2$ ، خط $\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$ را با

کدام ارتفاع قطع می‌کند؟

$$(1) 1 \quad (2) 2 \quad (3) 3 \quad (4) 4$$

ریاضی ، ریاضیات گسسته ، کلیات و تقسیم پذیری ، نظریه ی اعداد - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۲۱- عضو ابتدای مجموعه ی S برابر با ۳ است. اگر برای هر $K \in S$ نتیجه شود که $K + 5 \in S$ ، کدام عدد زیر

حتماً عضوی از S است؟

۱۷۷ (۴)

۱۶۹ (۳)

۱۵۸ (۲)

۱۴۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- سه عدد صحیح به صورت $a = 6q + 1$ ، $b = 6q' + 3$ و $c = 6q'' + 5$ مفروض اند. مربع چند عدد از میان

اعداد مفروض را می توان به صورت $8k + 1$ نوشت؟ $(k, q, q', q'' \in \mathbb{Z})$

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- اگر $x^3 - 3x^2 - 4x$ مضرب ۱۱ باشد، آنگاه مجموع ارقام بزرگترین عدد طبیعی دو رقمی x کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۴- اگر $a \mid b + 3$ و $a \mid c - 2$ ، آنگاه باقیمانده تقسیم $bc + 1$ بر a ، همواره برابر کدام است؟ $(a \geq 5)$

۰ (۴)

$a - 5$ (۳)

۵ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- اگر a, b اعداد صحیح متمایز و مثبتی باشند به طوری که باقیمانده ی تقسیم هر کدام از آنها بر ۲۳، دو برابر

مکعب خارج قسمت باشد، آنگاه $2a + b$ کدام می تواند باشد؟

۸۷ (۴)

۱۴۹ (۳)

۲۵ (۲)

۶۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- اگر a عضوی از مجموعه‌ی $A = \{2^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ باشد، آن‌گاه به ازای چند مقدار a ، عددی طبیعی مانند k

می‌توان یافت به گونه‌ای که رابطه‌ی $a \mid k^2 + 2$ برقرار باشد؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- خارج قسمت تقسیم $21 + 15!$ بر 15 کدام است؟

(۱) $1 - 14!$ (۲) $14!$ (۳) $1 + 14!$ (۴) $2 + 14!$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- در تقسیمی، مقسوم 20 برابر باقیمانده و باقیمانده ماکسیمم است. مقسوم علیه حداکثر کدام است؟

(۱) ۱۹ (۲) ۲۰ (۳) ۱۸ (۴) ۲۱

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- در تقسیم a بر عدد طبیعی b ، باقیمانده 34 و خارج قسمت عدد طبیعی است. چند جواب طبیعی کم‌تر از

70 برای a وجود دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- در تقسیم عدد 500 بر چند عدد طبیعی، خارج قسمت، برابر 14 می‌شود؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۹۱- اگر حد مجموع جملات یک دنباله هندسی برابر ۶ باشد و جمله‌ی اول دنباله برابر حد مجموع جملات بعدی آن باشد، مجموع n جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟

- (۱) $6(1 + (\frac{1}{2})^n)$ (۲) $3(1 - (\frac{1}{2})^n)$
(۳) $3(1 + (\frac{1}{2})^n)$ (۴) $6(1 - (\frac{1}{2})^n)$

شما پاسخ نداده اید

۹۲- در یک دنباله‌ی حسابی جملات اول، ششم و پنجاه و یکم به ترتیب جملات متوالی از یک دنباله‌ی هندسی‌اند. قدر نسبت دنباله‌ی هندسی کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۹

شما پاسخ نداده اید

۹۳- دنباله‌ی تقریبات اعشاری زیر به عدد $\frac{a}{b}$ نزدیک می‌شود، حاصل $a + b$ کدام می‌تواند باشد؟

$0.63, 0.6363, 0.636363, 0.63636363, \dots, 0.6363636363, 0.636363636363, \dots$

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی اول ۳ برابر جمله‌ی دهم است. مجموع ۲۸ جمله‌ی اول آن کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{7}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- حاصل عبارت $\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{16} + \frac{5}{32} + \dots$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، مثلثات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۰۲- اگر $-\frac{\pi}{15} \leq x \leq \frac{\pi}{20}$ باشد و $\cos^2 5x = m - 1$ باشد، حدود m کدام است؟

- (۱) $[\frac{5}{4}, 2]$ (۲) $[\frac{1}{2}, \frac{3}{2}]$ (۳) $[\frac{5}{4}, 1]$ (۴) $[\frac{3}{2}, 2]$

شما پاسخ نداده اید

۹۴- اگر $\cot \alpha = 2$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\sin^4 \alpha + \cos^3 \alpha \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}$ کدام است؟

(۴) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{6}{7}$

(۲) $\frac{9}{16}$

(۱) $\frac{3}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- اگر در یک دایره، اندازه‌ی کمان مقابل به زاویه مرکزی $\theta = 50^\circ$ برابر 10 سانتی‌متر باشد، مساحت این دایره چند برابر محیط آن است؟

(۴) $\frac{36}{\pi}$

(۳) $\frac{18}{\pi}$

(۲) $\frac{1}{10}$

(۱) $\frac{1}{50}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- در مثلث ABC ، $\hat{A} = 30^\circ$ و $BC = 2$ ، اگر مساحت مثلث برابر $\sqrt{3}$ باشد، ضلع AC کدام است؟ ($AC > AB$)

(۲) 2

(۱) $\sqrt{3}$

(۴) $2\sqrt{2}$

(۳) $2\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- حدود تغییرات عبارت $y = \frac{1}{1 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x}$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}, x \neq k\pi$)

(۲) $[1, +\infty)$

(۱) $[-2, +\infty)$

(۴) $[-1, +\infty)$

(۳) $[2, +\infty)$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، نامعادله و تعیین علامت ، توابع خاص - نامعادله و تعیین علامت - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۰۰- فرض کنید $x > a^2$ و $x^2 - (a^2 + \frac{1}{a})x + a < 0$ باشد. در این صورت:

(۲) $ax > 1$

(۱) $ax < 0$

(۴) $a > 1$

(۳) $a^2 x < 1$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- عبارت $\frac{x+1}{x-1}$ در بازه‌ی $(a, +\infty)$ از عبارت $\frac{x-1}{x+1}$ بزرگتر است. حداقل مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) -۱ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، بسط دو جمله‌ای ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۰۷- اگر مجموع ضرایب عددی بسط $(1+b)^n + (1+b)^{n+2}$ برابر ۱۲۸۰ باشد، ضریب b^6 کدام است؟

- (۱) ۲۱۸ (۲) ۲۳۸
(۳) ۲۴۸ (۴) ۲۲۸

شما پاسخ نداده اید

۹۶- جمله‌ی مستقل از x در بسط $(1+\sqrt{x})^5(1+\frac{1}{\sqrt{x}})^4$ کدام است؟

- (۱) ۱۰۴ (۲) ۱۱۶ (۳) ۱۲۶ (۴) ۱۲۰

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، معادلات درجه ۲ و ماکزیمم مینیمم توابع ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات -
۱۳۹۴۰۹۰۶

۹۷- اگر معادله‌ی $x^2 - 3x - 2 = 0$ دارای ریشه‌های $x_1 = 1 + \frac{1}{\alpha}$ و $x_2 = 1 + \frac{1}{\beta}$ باشد، در این صورت کدام

معادله دارای ریشه‌های α و β است؟

- (۱) $x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{1}{4} = 0$ (۲) $x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = 0$
(۳) $4x^2 + x - 1 = 0$ (۴) $2x^2 - x - 1 = 0$

شما پاسخ نداده اید

۹۸- به ازای چه حدودی از a تابع درجه‌ی دوم $f(x) = (a-1)x^2 - 2\sqrt{3}x + (a+1)$ از ناحیه‌ی سوم و چهارم نمی‌گذرد؟

- (۱) $a \geq 2$ (۲) $1 \leq a \leq 2$ (۳) R (۴) $a > 1$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر معادله‌ی $x^2 + ax + b = 0$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز مثبت باشد، آنگاه معادله‌ی $x^2 + \frac{a-2}{2}x + \frac{b-a}{4} = 0$

کدام وضع زیر را دارد؟

- (۱) دو ریشه‌ی مثبت دارد.
(۲) دو ریشه‌ی منفی دارد.
(۳) دو ریشه‌ی مختلف علامه دارد.
(۴) یک ریشه‌ی مضاعف دارد.

شما پاسخ نداده اید

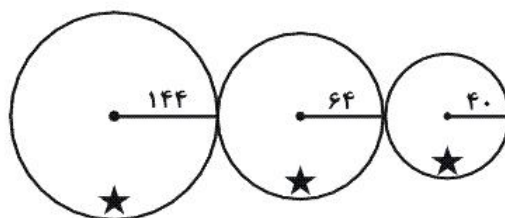
ریاضی ، ریاضی پایه ، ب.م.م.و ک.م.م. ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۰۵- اگر بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک دو عبارت $x^2 + 5xy + 6y^2$ و $x^2 + 6xy + 8y^2$ به صورت $ax + by$ باشد، $a + b$ کدام است؟ (x و y مقسوم علیه مشترک غیر از ۱ ندارند).

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- سه چرخ‌دنده که دارای قطرهای متفاوت می‌باشند، مطابق شکل زیر هر یک در نقطه‌ای علامت‌گذاری شده‌اند، به‌طوری که نقاط در حالت اول همگی در پایین‌ترین نقطه قرار دارند. چرخ‌دنده‌ی کوچک چند دور باید بیشتر از چرخ‌دنده‌ی متوسط بچرخد تا دوباره هر سه علامت در پایین‌ترین نقطه قرار گیرند؟



- (۱) ۴۵ (۲) ۲۰
(۳) ۲۷ (۴) ۲۵

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، تعمیم چندجمله‌ای ها و بخش پذیری ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

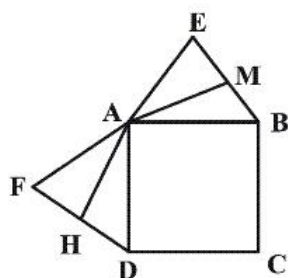
۹۹- اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ بر $(x-2)$ ، ۱۲ واحد بیشتر از باقی‌مانده‌ی تقسیم

$f(x)$ بر $(x+1)$ باشد، آنگاه باقی‌مانده‌ی تقسیم $f(x)$ بر عبارت $(x^2 - x + 1)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $x - a$ (۳) $x + a$ (۴) x

ریاضی، هندسه ۱، استدلال (هندسه‌ی ۱)، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۳۱- در شکل مقابل ABCD مربع و AEB و AFD مثلث‌های متساوی‌الاضلاع هستند.



اگر ارتفاع وارد بر ضلع FD و AM میانه وارد بر ضلع BE باشد. \widehat{HME}

برابر با کدام گزینه است؟

(۲) 105°

(۱) 90°

(۴) 135°

(۳) 120°

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- در مثلث ABC فاصله‌ی رئوس B و C، از نیمساز زاویه‌ی داخلی A برابر است. مثلث ABC چه نوع مثلثی است؟

(۴) غیر مشخص

(۳) متساوی‌الاضلاع

(۲) قائم‌الزاویه

(۱) متساوی‌الساقین

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- در مثلث ABC، متمم زاویه‌ی B با مکمل زاویه‌ی C و مکمل زاویه‌ی A با دو برابر متمم زاویه‌ی B برابر است. کوچک‌ترین زاویه‌ی این مثلث چند درجه است؟

(۴) ۳۰

(۳) $27/5$

(۲) ۲۵

(۱) $22/5$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۱، مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۳۴- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای اندازه‌ی میانه‌های وارد بر اضلاع قائمه $10\sqrt{2}$ و $10\sqrt{3}$ هستند، اندازه‌ی وتر مثلث کدام است؟

(۴) $10\sqrt{5}$

(۳) ۳۰

(۲) ۲۰

(۱) $5\sqrt{10}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- ABCD یک متوازی‌الاضلاع و عمود AH بر امتداد ضلع BC وارد شده است. اگر $AC = 8\sqrt{2}$ و

$\widehat{ACB} = 30^\circ$ و مساحت $\triangle ABC$ سه برابر مساحت $\triangle ABH$ باشد، مساحت متوازی‌الاضلاع ABCD کدام است؟

(۲) $24\sqrt{3}$

(۱) $32\sqrt{3}$

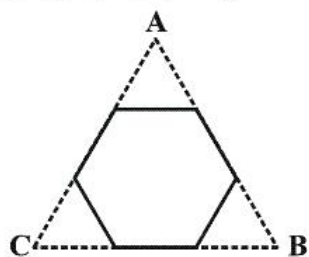
(۴) $18\sqrt{3}$

(۳) $36\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- از برخورد امتداد ضلع‌های یک شش ضلعی منتظم، مثلث ABC پدید آمده است. اگر اندازه‌ی ارتفاع این

مثلث برابر ۱۸ واحد باشد، مساحت شش ضلعی منتظم چند برابر $\sqrt{3}$ است؟



(۱) ۳۶

(۲) ۵۴

(۳) ۷۲

(۴) ۱۰۸

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۱، تشابه - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۳۷- در مثلث ABC: $AB = ۸$ ، $AC = ۱۰$ و $BC = ۱۵$. این مثلث و مثلث DEF متشابه‌اند. اگر

$$\frac{\text{مساحت } \triangle ABC}{\text{مساحت } \triangle DEF} = \frac{9}{4}$$

، آنگاه محیط مثلث DEF چند واحد است؟

(۴) ۴۴

(۳) ۳۲

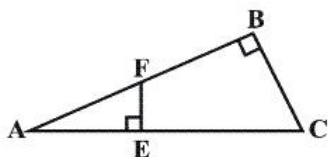
(۲) ۲۲

(۱) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- در شکل زیر اگر دو زاویه‌ی \hat{E} و \hat{B} قائمه و $BC = ۶$ و $AC = ۱۰$ و $AE = ۲$ باشند، آنگاه طول پاره‌خط

AF کدام خواهد بود؟



(۲) $1/5$

(۴) ۵

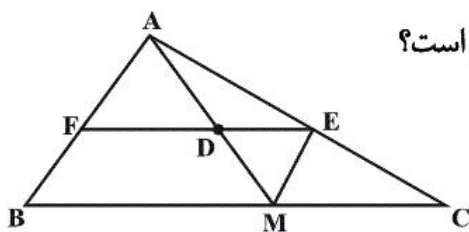
(۱) ۳

(۳) $2/5$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- در شکل زیر ME و AM به ترتیب در مثلث‌های ABC و AMC، میانه هستند و EFBM

متوازی‌الاضلاع است. نسبت مساحت MED به مساحت ABC کدام است؟



(۲) $1/6$

(۴) $1/12$

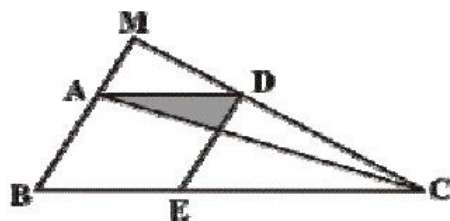
(۱) $1/4$

(۳) $1/8$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- در شکل زیر $ABED$ یک متوازی الاضلاع است. اگر $AD = ۶$ و $EC = ۸$ ، آنگاه نسبت مساحت مثلث سایه زده

به مساحت مثلث ABC کدام است؟



$$\frac{9}{16} \quad (۲)$$

$$\frac{9}{49} \quad (۴)$$

$$\frac{16}{25} \quad (۱)$$

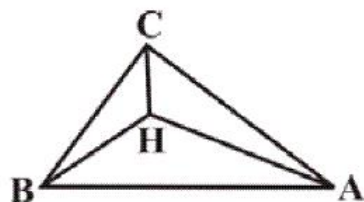
$$\frac{16}{49} \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ - گواه ، استدلال (هندسه ی ۱) ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۴۱- در مثلث ABC که در آن $\hat{A} = ۴۰^\circ$ و $\hat{B} = ۶۰^\circ$ و H محل تلاقی سه ارتفاع است. زاویه ی \hat{AHC} چند

برابر زاویه ی \hat{BHC} است؟



$$\frac{5}{7} \quad (۲)$$

$$\frac{7}{5} \quad (۴)$$

$$\frac{5}{6} \quad (۱)$$

$$\frac{6}{7} \quad (۳)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۲- در مثلث ABC زاویه ی $\hat{A} = ۱۰۸^\circ$. ضلع BC را از هر دو طرف به اندازه های $BD = BA$ و $CE = CA$

امتداد می دهیم. کوچکترین زاویه ی خارجی مثلث ADE چند درجه است؟

$$۵۴ \quad (۴)$$

$$۳۶ \quad (۳)$$

$$۳۲ \quad (۲)$$

$$۲۴ \quad (۱)$$

شما پاسخ نداده اید

۱۴۳- در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC$) ، نیمساز خارجی زاویه ی A و نیمساز داخلی زاویه ی B در

نقطه ی D متقاطع اند، طول پاره خط AD برابر کدام جزء مثلث است؟

$$(۲) \text{ طول نیمساز داخلی زاویه ی } B$$

$$(۴) \text{ ارتفاع وارد بر قاعده}$$

$$(۱) AC$$

$$(۳) BC$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۱ - گواه ، مساحت و قضیه ی فیثاغورس - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۴۴- در مثلث قائم الزاویه ABC ، $\hat{A} = 90^\circ$ ارتفاع AH و میانه AM را رسم کرده‌ایم. اگر طول HB و HC به ترتیب ۴ و ۹ واحد باشد، آنگاه مساحت مثلث AMH کدام است؟

- (۱) $4/5$ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) $7/5$

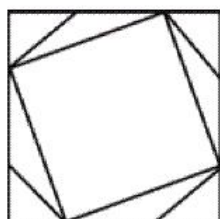
شما پاسخ نداده اید

۱۴۵- در یک دوزنقه‌ی متساوی الساقین، دو قطر عمود بر هم‌اند. اگر قاعده‌های این دوزنقه ۱۴ و ۲ باشند، اندازه‌ی ساق کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- در شکل زیر اندازه طول اضلاع هشت ضلعی منتظم ۲ واحد است. مساحت مربع کوچک چند واحد مربع است؟

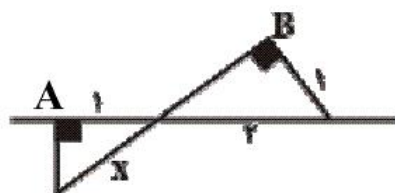


- (۱) $4(1 + \sqrt{2})$
(۲) $4(2 + \sqrt{2})$
(۳) $8(1 + \sqrt{2})$
(۴) $8(2 + \sqrt{2})$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۱ - گواه، تشابه - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۴۷- در شکل مقابل دو زاویه‌ی \hat{A} و \hat{B} قائمه‌اند، مقدار x چقدر است؟



- (۱) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (۲) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$
(۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

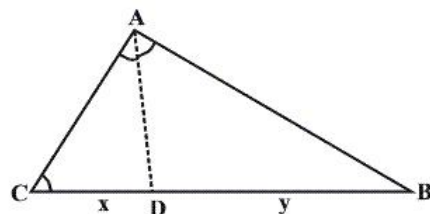
شما پاسخ نداده اید

۱۴۸- در دوزنقه‌ای به طول قاعده‌های ۶ و ۹ و ارتفاع ۲ واحد، امتداد دو ساق در نقطه‌ی M متقاطع‌اند. فاصله‌ی M از قاعده‌ی بزرگ‌تر، چقدر است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۴۹- مطابق شکل، در مثلث ABC داریم: $AB = 9$ ، $AC = 7$ و $\hat{A} = 2\hat{C}$ ، اندازه‌ی BC کدام است؟ (AD نیمساز داخلی زاویه‌ی A است).

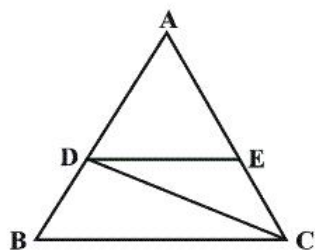


- (۱) ۱۲ (۲) $12/5$
(۳) ۱۳ (۴) ۱۴

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- در شکل زیر، مساحت مثلث DEC، شصت درصد مساحت مثلث ADE است. مساحت ذوزنقه چند برابر

مساحت مثلث ADE است؟



(۲) $1/44$

(۴) $1/64$

(۱) $1/36$

(۳) $1/56$

شما پاسخ نداده اید



ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، یک دنباله مهم ، دنباله - ۱۳۹۴۰۹۰۶

-۸۴

(کاظم ایلالی)

جمله‌ی عمومی دنباله از بسط عبارت $(1 + \frac{k}{n})^n$ به دست آمده است. بنابراین

داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (1 + \frac{k}{n})^n = e \Rightarrow k = 1$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

-۸۵

(میلاد منصوری)

دقت بفرمائید که $a_n \geq n^n$ ، لذا $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = +\infty$. بنابراین با قراردادن

$a_n = x$ داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{a_n + 2}{a_n - 1} \right)^{a_n + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x + 2}{x - 1} \right)^{x+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{x-1} \right)^{x+1} = e^3$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

$$a_n - b_n = n\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n - n\left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} = n\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \left(1 - 1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$\Rightarrow a_n - b_n = -\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} (a_n - b_n) = -e$$

پس دنباله‌ی $\{a_n - b_n\}$ همگرا به $-e$ است.

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۹)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

دنباله‌های $b_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ و $c_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$ صعودی‌اند و داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad \text{و} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n = \frac{1}{e}$$

بنابراین با توجه به این که جملات هر دو دنباله مثبت هستند، حاصلضرب آنها نیز

صعودی است پس $a_n = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n = \left(1 - \frac{1}{n}\right)^n \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ صعودی است و

داریم: $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{e} \times e = 1$ و دنباله به ۱ همگراست.

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow +\infty} n(\log^{(n+k)} - \log^n) &= \lim_{n \rightarrow +\infty} n \log^{\frac{n+k}{n}} n \\&= \lim_{n \rightarrow +\infty} \log \left(\left(\frac{n+k}{n} \right)^n \right) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \log \left(\left(1 + \frac{k}{n} \right)^n \right) = \log e^k = k \log e\end{aligned}$$

$$\Rightarrow k \log e = 2 \log e \Rightarrow k = 2$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

راه حل اول:

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{2n+1}{2n-5} \right)^{3n-1} &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{(2n-5)+6}{2n-5} \right)^{3n-1} \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\left(1 + \frac{1}{\frac{2n-5}{6}} \right)^{\frac{2n-5}{6}} \right]^{\frac{6}{2n-5} \times (3n-1)} \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} e^{\frac{6(3n-1)}{2n-5}} \\ &= e^9 \Rightarrow a = 9\end{aligned}$$

راه حل دوم:

نکته: اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)^{g(x)} = 1^\infty$ باشد، می‌توان برای رفع ابهام عبارت، از

حد $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{g(x)(f(x)-1)}$ استفاده نمود.

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n-5} \right)^{3n-1} &= \lim_{n \rightarrow \infty} e^{(3n-1) \left(\frac{2n+1}{2n-5} - 1 \right)} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} e^{\frac{6(3n-1)}{2n-5}} = e^9\end{aligned}$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

(لظفم ایلالی)

حد دنباله‌های $\{a_n\}$ و $\{b_n\}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$a_n: \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(n!) + 1}{2(n+1)! - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(n!)}{2(n+1)n!} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2n+2} = \frac{1}{2}$$

$$b_n: \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n! - 1}{2(n!) + 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{2(n!)} = \frac{1}{2}$$

بنابراین داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4a_n - b_n}{a_n + b_n} = \frac{4 \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n - \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n}{\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n + \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n} = \frac{4(\frac{1}{2}) - \frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{\frac{3}{2}}{1} = \frac{3}{2}$$

(دیفرانسیل - صفحه‌ی ۴۸)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(مرتضی فویم‌علوی)

برای هر گزینه، از مثال نقض استفاده می‌کنیم:

$$(۱) \text{ گزینه‌ی } a_n = \frac{(-1)^n}{n}, b_n = 1, 0, 1, 0, 1, 0, \dots$$

$$(۲) \text{ گزینه‌ی } a_n = \frac{1}{n}, b_n = \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \dots$$

$$(۴) \text{ گزینه‌ی } a_n = \frac{1}{n}, b_n = (-1)^n$$

اما در مورد گزینه‌ی ۳، $|a_n|$ همگرا به $|L|$ بوده است و جمع یک دنباله‌ی

همگرا با یک دنباله‌ی واگرا، دنباله‌ای واگرا می‌باشد.

(دیفرانسیل - صفحه‌ی ۴۸)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

شرط داده شده را به صورت زیر می نویسیم:

$$a_n < (a_n - 1)n^2 \Rightarrow n^2 < a_n(n^2 - 1) \Rightarrow a_n > \frac{n^2}{n^2 - 1} \quad (۱)$$

$$(a_n - 1)n^2 < n + a_n \Rightarrow n^2 a_n - a_n < n^2 + n$$

$$\Rightarrow a_n(n^2 - 1) < n^2 + n \Rightarrow a_n < \frac{n^2 + n}{n^2 - 1} \Rightarrow a_n < \frac{n}{n - 1} \quad (۲)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می شود:

$$\frac{n^2}{n^2 - 1} < a_n < \frac{n}{n - 1}$$

از طرفی داریم: $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2}{n^2 - 1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{n - 1} = ۱$ پس طبق قضیه‌ی

فشردگی داریم:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = ۱$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۴۸ و ۴۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

$f(a_n)$ را محاسبه می‌کنیم:

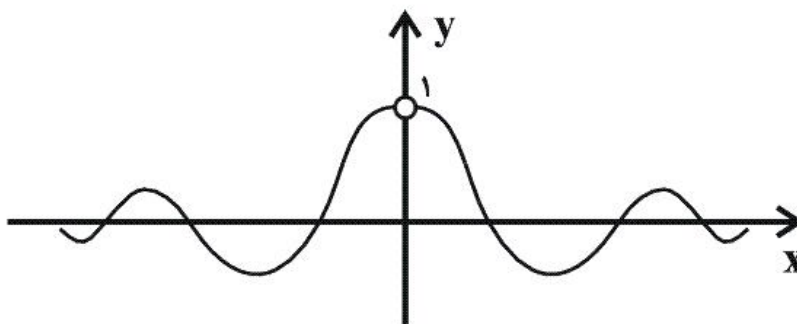
$$f(a_n) = \frac{\sin(1 - \frac{(-1)^n}{n} - 1)}{1 - \frac{(-1)^n}{n} - 1} = \frac{\sin(\frac{(-1)^n}{n})}{\frac{(-1)^n}{n}}$$

با توجه به این که $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(-1)^n}{n} = 0$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ داریم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(a_n) = 1$$

ولی با توجه به نمودار تابع $f(x) = \frac{\sin x}{x}$ داریم:

$$x \rightarrow 0 : \frac{\sin x}{x} < 1$$



پس $\{f(a_n)\}$ به صفر همگراست.

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۵۱ تا ۶۰)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(سروش مؤینی)

-۱۱۱

$$\left. \begin{array}{l} A(1, 2, -1) \\ B(2, 3, 0) \\ C(-1, 0, 5) \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \overrightarrow{AB} = (1, 1, 1) \\ \overrightarrow{AC} = (-2, -2, 6) \end{array}$$

$$\mathbf{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (8, -8, 0) \Rightarrow (1, -1, 0)$$

پس معادله‌ی صفحه‌ی مورد نظر $x - y = -1$ است و فاصله‌ی مبدأ مختصات از

$$D = \frac{|1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

این صفحه برابر است با:

(هندسه تحلیلی - صفحه‌های ۴۲ تا ۴۴)

۴

۳✓

۲

۱

(مهندس ابراهیم کیتی زاده)

-۱۱۲

نقطه‌ی دلخواه $B(1, 0, 0)$ را روی خط در نظر می‌گیریم. اگر \mathbf{u} بردار هادی خط D باشد و \mathbf{n} بردار نرمال صفحه باشد. آن‌گاه داریم:

$$\mathbf{u} = (1, 1, 2) \Rightarrow \mathbf{n} = (-4, 2, 1)$$

$$\overrightarrow{AB} = (0, 1, -2)$$

معادله‌ی صفحه‌ی P عبارت است از:

$$-4(x-1) + 2(y+1) + 1(z-2) = 0 \Rightarrow 4x - 2y - z - 4 = 0$$

(هندسه تحلیلی - صفحه‌های ۴۲ تا ۴۳)

۴

۳

۲✓

۱

(سروش مؤینی)

-۱۱۳

معادله‌ی خط را پارامتری کنیم:
حالا در صفحه قرار دهیم:

$$\begin{aligned} x &= 3t + 1, y = 2t - 1, z = -t \\ x + 2y + 3z &= 9 \\ (3t + 1) + 2(2t - 1) + 3(-t) &= 9 \\ \Rightarrow 3t + 1 + 4t - 2 - 3t &= 9 \Rightarrow 4t = 10 \Rightarrow t = 2.5 \\ \Rightarrow x_A + y_A + z_A &= 3t + 1 + 2t - 1 + (-t) = 4t = 10. \end{aligned}$$

(هندسه تحلیلی - صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۱۴

(مهمد ابراهیم کیتی زاده)

اگر معادلات خط D را به صورت پارامتری در آوریم، آن گاه داریم:

$$D: \begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = t - 2 \\ z = t + 1 \end{cases}$$

پس نقطه M را می توان به صورت $(2t-1, t-2, t+1)$ از خط D انتخاب کرد و فاصله ی آن را از صفحه ی P به دست آورد.

$$\delta = \frac{|2(2t-1) - (t-2) + 2(t+1) + 8|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 2^2}} \Rightarrow |5t + 10| = 15$$

$$\Rightarrow |t+2| = 3 \Rightarrow \begin{cases} t=1 \Rightarrow M(1, -1, 2) \\ t=-5 \Rightarrow M(-11, -7, -4) \end{cases}$$

(هندسه تحلیلی - صفحه های ۴۴ و ۴۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۱۵

(مهمد ابراهیم کیتی زاده)

صفحه ی P ، صفحه عمود منصف پاره خط AB است یعنی صفحه ای که از نقطه ی M وسط پاره خط AB بر خط AB عمود می شود.

$$P \perp AB \Rightarrow n_p = u_{AB} = (3-1, 0-2, -5-3) = (2, -2, -8) \rightarrow (1, -1, -4)$$

$$AB \text{ نقطه وسط پاره خط } M(2, 1, -1)$$

$$n = (1, -1, -4), M(2, 1, -1)$$

$$\Rightarrow P: 1(x-2) - 1(y-1) - 4(z+1) = 0 \Rightarrow P: x - y - 4z - 5 = 0$$

(هندسه تحلیلی - صفحه های ۴۲ تا ۴۴)

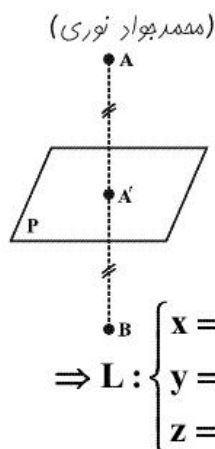
۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۱۶



با توجه به شکل در واقع باید قرینه نقطه A را نسبت به صفحه P بیابیم تا مختصات نقطه B حاصل شود. بدین منظور ابتدا معادله خط گذرنده از A و عمود بر صفحه P را می‌نویسیم:

$$L: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-3}$$

$$\Rightarrow L: \begin{cases} x = t + 2 \\ y = 2t + 1 \\ z = -3t - 1 \end{cases} \Rightarrow A'(t+2, 2t+1, -3t-1)$$

$$P \Rightarrow t+2+4t+2+9t+3+7=0$$

$$\Rightarrow 14t = -14 \Rightarrow t = -1$$

$$\Rightarrow A'(1, -1, 2)$$

$$\Rightarrow B = 2A' - A = (2, -2, 4) - (2, 1, -1) = (0, -3, 5)$$

(هندسه تحلیلی - صفحه‌های ۴۲ تا ۴۷)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۱۷

(رضا پورمسینی)

بردارهای هادی دو خط d_1 و d_2 را به ترتیب u_1 و u_2 نامیده و نقاط دلخواه M و N را به ترتیب روی دو خط d_1 و d_2 در نظر می‌گیریم. داریم:

$$u_1(1, 2, -2) \Rightarrow u = u_1 \times u_2 = (0, -3, -3)$$

$$u_2(1, -1, 1)$$

$$M(-1, 0, 0) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (1, 1, -2)$$

$$N(0, 1, -2)$$

$$\text{طول عمود مشترک} = \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot u|}{|u|} = \frac{|0 - 3 + 6|}{\sqrt{0+9+9}} = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(هندسه تحلیلی - صفحه‌ی ۴۹)

۴✓

۳

۲

۱

-۱۱۸

(عباس اسدی امیرآبادی)

بردار هادی خط و بردار نرمال صفحه موازیند یعنی داریم:

$$\frac{a}{2} = \frac{-1}{1} = \frac{a+1}{3} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{2} = -1 \Rightarrow a = -2 \\ \frac{a+1}{3} = -1 \Rightarrow a = -4 \end{cases}$$

چون مقدار یکسانی برای a به دست نیامده است، پس هیچ مقداری برای a وجود ندارد.

(هندسه تحلیلی - صفحه‌های ۴۶ و ۴۷)

۴✓

۳

۲

۱

(رضا عباسی اصل)

-۱۱۹

$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + 2y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \quad \text{معادله‌ی فصل مشترک } P \text{ و } P':$$

$$2x - 3y + az = 5 \Rightarrow 2(2) - 3(1) + a(1) = 5$$

$$\Rightarrow 1 + a = 5 \Rightarrow a = 4$$

(هندسه تحلیلی - صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

(سروش موئینی)

-۱۲۰

معادله‌ی کلی صفحات گذرنده از فصل مشترک دو صفحه‌ی $P_1: x - y + 1 = 0$ و $P_2: y - z - 2 = 0$ به صورت $(x - y + 1) + k(y - z - 2) = 0$ است. برای اینکه از مبدأ بگذرد با قرار دادن $(0, 0, 0)$ مقدار k را تعیین می‌کنیم:

$$1 + k(-2) = 0 \Rightarrow k = \frac{1}{2} \Rightarrow (x - y + 1) + \frac{1}{2}(y - z - 2) = 0$$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \quad \text{حالا با تلاقی می‌دهیم:}$$

$$\frac{x=2}{y=1} \rightarrow (2 - 1 + 1) + \frac{1}{2}(1 - z - 2) = 0 \Rightarrow 2 + \frac{-1 - z}{2} = 0 \Rightarrow z = 3$$

(هندسه تحلیلی - صفحه‌های ۴۲ تا ۴۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی، ریاضیات گسسته، کلیات و تقسیم‌پذیری، نظریه‌ی اعداد - ۱۳۹۴۰۹۰۶

(مهری عزیزی)

-۱۲۱

عضو ابتدای مجموعه‌ی S برابر ۳ است، یعنی کوچک‌ترین عضو این مجموعه عدد ۳ می‌باشد. از آنجایی که برای هر $k \in S$ عدد $k + 5$ هم عضو S است، پس:

$$3 \in S \xrightarrow{k+5} 3 + 5 \in S \Rightarrow 8 \in S$$

$$8 \in S \xrightarrow{k+5} 8 + 5 \in S \Rightarrow 13 \in S$$

یعنی اعضای S می‌توانند به صورت $3, 8, 13, \dots$ باشند، که تشکیل دنباله‌ی حسابی

به قدرنسبت ۵ داده‌اند، جمله عمومی این تصاعد به صورت $a_n = 3 + (n - 1)(5)$

یعنی $a_n = 5n - 2$ است.

در بین گزینه‌ها تنها عدد ۱۵۸ می‌تواند به صورت $5n - 2$ باشد، دقت کنید:

$$5n - 2 = 158 \Rightarrow n = 32$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۶ و ۲۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۲۲-

(امیرحسین ابومحبوب)

هر یک از اعداد a ، b و c ، عددی فرد هستند. همچنین می‌دانیم مربع هر عدد فرد به صورت $8k+1$ ، $(k \in \mathbb{Z})$ است. پس مربع هر سه عدد a ، b و c را می‌توان به فرم خواسته شده نوشت.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۲۳-

(علی ایمانی)

$$x^3 - 3x^2 - 4x = x(x^2 - 3x - 4) = x(x-4)(x+1)$$

$$11 \mid x(x-4)(x+1) \Rightarrow \begin{cases} 11 \mid x \\ 11 \mid (x-4) \\ 11 \mid (x+1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 11k \\ x = 11k + 4 \\ x = 11k - 1 \end{cases}$$

بزرگترین عدد طبیعی دو رقمی که در یکی از روابط فوق صدق کند، عدد ۹۹ است که مجموع ارقام آن برابر ۱۸ می‌باشد.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۲۴-

(میلاد منصوری)

$$\begin{cases} a \mid b+3 \\ a \mid c-2 \end{cases} \Rightarrow a \mid (b+3)(c-2) = bc + 3c - 2b - 6 \quad (1)$$

از طرفی:

$$\begin{cases} a \mid c-2 \Rightarrow a \mid 3c-6 \\ a \mid b+3 \Rightarrow a \mid -2b-6 \end{cases} \Rightarrow a \mid 3c-2b-12 \quad (2)$$

با تفریق (۲) و (۱) داریم:

$$a \mid bc + 6$$

لذا $bc + 6 = ka$ یا به عبارتی $bc + 1 = ka - 5$.

$$bc + 1 = (k-1)a + a - 5$$

می‌توان نوشت:

یعنی باقیمانده‌ی تقسیم برابر است با $a - 5$.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۲۵

(علی ایمانی)

$$a = 23q + 2q^3, 2q^3 < 23$$

$$q^3 \leq 11 \Rightarrow q = 1, 2 \Rightarrow \begin{cases} q=1 \Rightarrow a=23+2=25 \\ q=2 \Rightarrow b=46+16=62 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} a=62 \\ b=25 \end{cases}$$

$$2a + b = \begin{cases} 50 + 62 = 112 \\ 124 + 25 = 149 \end{cases}$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۲۶

(امیرحسین ابومصوب)

اگر $a = 2$ ، آن‌گاه به ازای هر عدد طبیعی زوج k ، رابطه‌ی $a \mid k^2 + 2$ برقرار است. اما به ازای $a = 4$ ، رابطه هیچ‌گاه برقرار نیست، زیرا اگر k زوج باشد، k^2 مضرب ۴ بوده و باقی‌مانده‌ی تقسیم $k^2 + 2$ بر ۴، برابر ۲ است و در صورتی که k فرد باشد، k^2 در تقسیم بر ۴، دارای باقیمانده‌ی یک است و در نتیجه $k^2 + 2$ بر ۴، بخش‌پذیر نیست. سایر اعضای مجموعه‌ی A ، قطعاً مضرب ۴ هستند و رابطه برای آنان نیز برقرار نیست.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

-۱۲۷

(رسول معینی‌منش)

$$q = \left[\frac{15! + 21}{15} \right] = \left[14! + \frac{21}{15} \right] = 14! + \left[\frac{21}{15} \right] = 14! + 1$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۲۸

(سروش موئینی)

$$\begin{cases} a = bq + r \\ r = r_{\max} = b - 1 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{2 \cdot r}_a = \underbrace{(r+1)}_b q + r$$

$$\Rightarrow 19r = (r+1)q \Rightarrow r+1 \mid 19r$$

$19r$ بر $r+1$ بخش‌پذیر است. پس $r+1 = 19$ و در نتیجه $b = 19$.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

-۱۲۹

(سروش موئینی)

$$\left. \begin{array}{l} a = bq + r \\ 0 \leq r < b \end{array} \right\} \Rightarrow a = bq + 34 \Rightarrow 34 < b$$

پس $b \geq 35$ و $q \geq 1$ است. بنابراین a حداقل $34 + 35 = 69$ می‌تواند باشد. با این شرایط $a = 69$ تنها جواب است و فقط یک جواب داریم.

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۳۰

(رسول مفسنی‌منش)

$$q = \left[\frac{500}{b} \right] = 14 \Rightarrow 14 \leq \frac{500}{b} < 14 + 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b \leq \frac{500}{14} \Rightarrow b \leq 35 \\ b > \frac{500}{15} \Rightarrow b > 33 \end{cases} \Rightarrow b = 34, 35$$

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، الگو و دنباله - ۱۳۹۴۰۹۰۶

-۹۱

(سعید زوارقی)

بنا به صورت مسئله، a_1 برابر حد مجموع جملات بعد از خود است. یعنی:

$$a_1 = a_2 + a_3 + \dots = \underbrace{(a_1 + a_2 + a_3 + \dots)}_{\text{حد مجموع} = 6} - a_1 = 6 - a_1$$

$$\Rightarrow a_1 = 6 - a_1 \Rightarrow 2a_1 = 6 \Rightarrow a_1 = 3$$

از طرفی می‌دانیم: $S = \frac{a_1}{1-q} = 6$ ، پس داریم:

$$S = \frac{3}{1-q} = 6 \Rightarrow 1-q = \frac{1}{2} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q} = \frac{3(1-(\frac{1}{2})^n)}{1-\frac{1}{2}} = 6(1-(\frac{1}{2})^n)$$

(مسایان - صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۹۲

(معمدرضا شوکتی بیرق)

$$a, a + \Delta d, a + \Delta \cdot d$$

دنباله‌ی هندسی:

$$(a + \Delta d)^2 = a(a + \Delta \cdot d) \Rightarrow a^2 + 1 \cdot a \Delta d + 2 \Delta d^2 = a^2 + \Delta \cdot a \Delta d$$

$$\Rightarrow 2 \Delta d^2 = \Delta \cdot a \Delta d \Rightarrow \Delta d = \Delta a$$

$$q = \frac{a + \Delta d}{a} = \frac{a + \Delta a}{a} = \frac{9a}{a} = 9$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۶ تا ۱۳)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۹۳

(عمید زرین کفش)

داریم:

$$x = 0 / 63 \dots 63$$

$$10 \cdot x = 63 / 63 \dots 63$$

با تفریق دو رابطه داریم:

$$\Rightarrow 63 = 99x \Rightarrow x = \frac{63}{99} = \frac{7}{11} = \frac{a}{b} \Rightarrow a + b = 18$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۰۳

(معمدرضا شوکتی بیرق)

$$a_1 = 3a_1 \Rightarrow a_1 = 3(a_1 + 9d) \Rightarrow 2a_1 + 27d = 0$$

$$\text{می‌دانیم، } S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] \text{ پس:}$$

$$S_{28} = \frac{28}{2} (2a_1 + 27d) = 14 \times 0 = 0$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۶ تا ۱۰ و مسابان - صفحه‌های ۲ تا ۶)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(معمد قدران)

-۱۰۴

می‌دانیم حد مجموع دنباله‌ی هندسی نامتناهی با $|q| < 1$ ، به صورت $\frac{a}{1-q}$ است.

حال داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = 1 \\ \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \\ \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \dots = \frac{\frac{1}{8}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \dots = \frac{\frac{1}{16}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{8} \\ \vdots \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots = \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = 2$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ و حسابان - صفحه‌های ۲ تا ۶)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، مثلثات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

(عمید علینژاده)

-۱۰۲

$$\frac{-\pi}{15} \leq x \leq \frac{\pi}{20} \xrightarrow{\times 5} -\frac{\pi}{3} \leq 5x \leq \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{1}{4} \leq \cos^2 5x \leq 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} \leq m - 1 \leq 1 \Rightarrow \frac{5}{4} \leq m \leq 2$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۴ و ۱۳۸ تا ۱۴۱)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

(سعید زوارقی)

$$\cot \alpha = 2 \Rightarrow \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 2 \xrightarrow{\sin \alpha \neq 0} \cos \alpha = 2 \sin \alpha$$

حال در صورت تست، به جای تمام $\cos \alpha$ ها، مساوی آن یعنی $2 \sin \alpha$ را قرار می دهیم.

$$\frac{\sin^4 \alpha + \cos^3 \alpha \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{\sin^4 \alpha + (2 \sin \alpha)^3 \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha (2 \sin \alpha)^2}$$

$$= \frac{\sin^4 \alpha + 8 \sin^3 \alpha \sin \alpha}{4 \sin^2 \alpha \times 4 \sin^2 \alpha} = \frac{\sin^4 \alpha + 8 \sin^4 \alpha}{16 \sin^4 \alpha}$$

$$= \frac{9 \sin^4 \alpha}{16 \sin^4 \alpha} = \frac{9}{16}$$

(مسایان - صفحه های ۱۰۶ تا ۱۱۰)

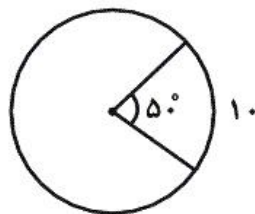
۴

۳

۲ ✓

۱

(سعید مدیر فراهانی)



$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{50}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{5\pi}{18}$$

$$\theta = \frac{L}{r} \Rightarrow \frac{5\pi}{18} = \frac{10}{r}$$

$$\Rightarrow r\pi = 36 \Rightarrow r = \frac{36}{\pi} \text{ شعاع دایره}$$

$$\left. \begin{array}{l} S = \text{مساحت دایره} = \pi r^2 \\ P = \text{محیط دایره} = 2\pi r \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{S}{P} = \frac{r}{2} = \frac{\frac{36}{\pi}}{2} = \frac{18}{\pi}$$

(ریاضی ۲ - صفحه های ۱۲۵ تا ۱۲۸)

۴

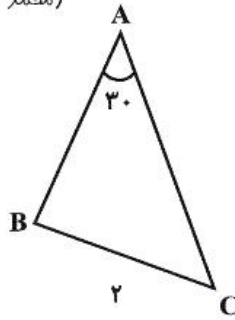
۳ ✓

۲

۱

(معمّر خدران)

-۱۰۹



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin 30^\circ = \sqrt{3}$$

$$\rightarrow AB \times AC = 4\sqrt{3} \quad (1)$$

قضیه کسینوسها: $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \times AB \times \cos 30^\circ$

$$\Rightarrow 4 = AC^2 + AB^2 - 2 \times (4\sqrt{3}) \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow AC^2 + AB^2 = 16$$

$$(AB + AC)^2 = \underbrace{AB^2 + AC^2}_{16} + \underbrace{2AB \times AC}_{8\sqrt{3}} = 16 + 8\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow (AB + AC)^2 = 4(4 + 2\sqrt{3}) = 4(1 + \sqrt{3})^2$$

$$\Rightarrow AB + AC = 2(1 + \sqrt{3}) = 2 + 2\sqrt{3} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} AB=2 \\ AC=2\sqrt{3} \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} AB=2\sqrt{3} \\ AC=2 \end{cases} \xrightarrow[\text{AC} > \text{AB}]{\text{چون}} AC = 2\sqrt{3}$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۱)

۴

۳✓

۲

۱

(سعید زوارقی)

-۱۱۰

$$y = \frac{1}{1 - \cos x} + \frac{1}{1 + \cos x} = \frac{1 + \cos x + 1 - \cos x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)} = \frac{2}{1 - \cos^2 x}$$

$$= \frac{2}{\sin^2 x} \xrightarrow[\sin x \neq 0]{x \neq k\pi} 0 < \sin^2 x \leq 1$$

می‌دانیم اگر $0 < a \leq 1$ باشد، آنگاه $\frac{1}{a} \geq 1$ است.

$$\Rightarrow \frac{1}{\sin^2 x} \geq 1 \Rightarrow \frac{2}{\sin^2 x} \geq 2 \Rightarrow y \geq 2 \Rightarrow y \in [2, +\infty)$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۳۹ تا ۱۴۰ و حسابان - صفحه‌های ۱۱۰ تا ۱۱۷)

۴

۳✓

۲

۱

(میلاد منصوری)

-۱۰۰

با توجه به تجزیه‌ی $x^2 - (a^2 + \frac{1}{a})x + a = (x - a^2)(x - \frac{1}{a})$ داریم:

$$(x - a^2)(x - \frac{1}{a}) < 0 \Rightarrow a^2 < x < \frac{1}{a} \text{ یا } \frac{1}{a} < x < a^2$$

که با توجه به شرط مسئله باید حالت $a^2 < x < \frac{1}{a}$ را بپذیریم. که این یعنی:

$$a^2 < \frac{1}{a} \Rightarrow a^2 - \frac{1}{a} < 0 \Rightarrow \frac{a^3 - 1}{a} < 0 \Rightarrow \begin{array}{c|ccc} & + & - & + \\ \hline & 1 & 0 & 1 \\ & \vdots & & \vdots \\ & \text{ت.ن} & & \end{array}$$

لذا $0 < a < 1$. بنابراین چون $x < \frac{1}{a}$ ، با توجه به مثبت بودن a می‌توان طرفین را

در a ضرب کرد: $xa < 1 \Rightarrow xa^2 < a < 1$

لذا $a^2 x < 1$ و گزینه سوم صحیح است.

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(مرتضی روزبهانی)

-۱۰۱

$$\frac{x+1}{x-1} > \frac{x-1}{x+1} \Rightarrow \frac{x+1}{x-1} - \frac{x-1}{x+1} > 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x+1)^2 - (x-1)^2}{x^2 - 1} > 0 \Rightarrow \frac{4x}{x^2 - 1} > 0$$

x	-1	0	1
$\frac{4x}{x^2 - 1}$	$-$	$+$	$-$
	ت.ن	ت.ن	ت.ن

مقایسه با فرض سؤال $x \in (-1, 0) \cup (1, +\infty) \rightarrow a = 1$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۷۳ تا ۸۴)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

به طور کلی در بسط هر چند جمله‌ای، اگر به جای متغیرها عدد یک قرار دهیم، مجموع ضرایب آن بسط بدست می‌آید.

$$\text{مجموع ضرایب بسط} = (1+1)^n + (1+1)^{n+2} = 2^n + 2^{n+2}$$

$$= 2^n(1+4) = 1280 \Rightarrow 2^n = 256 \Rightarrow n = 8$$

پس بسط مزبور به صورت $(1+b)^8 + (1+b)^{10}$ می‌باشد و ضریب b^6 در آن

به صورت زیر است:

$$\begin{cases} (1+b)^8 \xrightarrow{\text{ضریب } b^6} \binom{8}{6} = 28 \\ (1+b)^{10} \xrightarrow{\text{ضریب } b^6} \binom{10}{6} = 210 \end{cases}$$

$$\text{ضریب } b^6 \text{ در بسط کلی} = 28 + 210 = 238$$

(مسابان - صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سعید زوارقی)

$$\begin{aligned}(1 + \sqrt{x})^5 \left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^4 &= (1 + \sqrt{x})^5 \left(\frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x}}\right)^4 \\&= \frac{(\sqrt{x} + 1)^9}{(\sqrt{x})^4} = \frac{(\sqrt{x} + 1)^9}{x^2}\end{aligned}$$

برای داشتن جمله‌ی مستقل از x ، باید در صورت کسر جمله‌ی شامل x^2 داشته باشیم تا با x^2 مخرج ساده شود و جمله‌ی مستقل از x به دست آید. پس جمله‌ی شامل x^2 را در بسط $(1 + \sqrt{x})^9$ پیدا می‌کنیم. می‌دانیم جمله‌ی $(k + 1)$ ام این بسط برابر است با:

$$\begin{aligned}\binom{n}{k} a^{n-k} b^k &= \binom{9}{k} 1^{9-k} (\sqrt{x})^k = \binom{9}{k} x^{\frac{k}{2}} \xrightarrow{k=4} \binom{9}{4} x^2 \\ \frac{9!}{4!5!} x^2 &= \frac{5! \times 6 \times 7 \times 8 \times 9}{5! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} x^2 = 126 x^2\end{aligned}$$

پس جمله‌ی مستقل از x در بسط داده شده در صورت سؤال برابر است با ۱۲۶.

(مسابقه - صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۴

۳ ✓

۲

۱

(عمید علینازده)

-۹۷

$$x^2 - 3x - 2 = 0 \Rightarrow S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 3$$

$$, P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -2$$

$$x_1 = 1 + \frac{1}{\alpha} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{x_1 - 1}, x_2 = 1 + \frac{1}{\beta} \Rightarrow \beta = \frac{1}{x_2 - 1}$$

$$S' = \alpha + \beta = \frac{1}{x_1 - 1} + \frac{1}{x_2 - 1} = \frac{x_1 + x_2 - 2}{x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1}$$

$$P' = \alpha \beta = \frac{1}{x_1 - 1} \times \frac{1}{x_2 - 1} = \frac{1}{x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1}$$

$$\left. \begin{aligned} S' &= \frac{3-2}{-2-3+1} = -\frac{1}{4} \\ P' &= \frac{1}{-2-3+1} = -\frac{1}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x^2 - S'x + P' = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow 4x^2 + x - 1 = 0$$

(مسایان - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۴)

۴

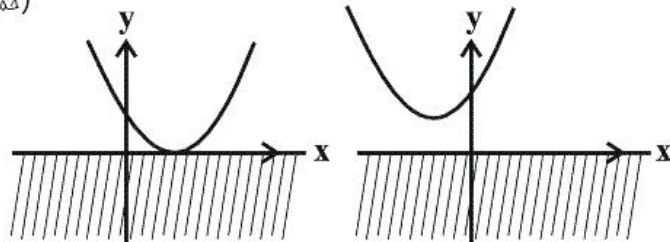
۳✓

۲

۱

(عمید علینازده)

-۹۸



$$(1) \Rightarrow a - 1 > 0 \rightarrow a > 1$$

$$\Delta \leq 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-2\sqrt{3})^2 - 4(a-1)(a+1) \leq 0$$

$$\Rightarrow 12 - 4a^2 + 4 \leq 0 \Rightarrow 4a^2 \geq 16 \Rightarrow a^2 \geq 4$$

$$\Rightarrow a \leq -2 \text{ یا } a \geq 2 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2)$$

$$\Rightarrow a \geq 2$$

(مسایان - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۰۶

(ممد رضا شوکتی بیرق)

چون معادله‌ی $x^2 + ax + b = 0$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز مثبت است. پس برای این معادله داریم:

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 - 4b > 0 \\ a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$$

با توجه به نامساوی‌های فوق برای معادله‌ی $x^2 + \frac{a-2}{2}x + \frac{b-a}{4} = 0$ می‌توان

نوشت:

$$\begin{cases} \Delta = \left(\frac{a-2}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{b-a}{4}\right) = \frac{a^2 - 4b + 4}{4} = \frac{a^2 - 4b}{4} + 1 > 0 \\ S = -\frac{a-2}{2} > 0 \\ P = \frac{b-a}{4} > 0 \end{cases}$$

بنابراین معادله‌ی $x^2 + \frac{a-2}{2}x + \frac{b-a}{4} = 0$ نیز دو ریشه‌ی مثبت دارد.

(مسابقان - صفحه‌های ۱۵ تا ۲۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، ریاضی پایه ، ب.م.م.و ک.م.م. ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

-۱۰۵

(ممد رضا شوکتی بیرق)

کافی است $x = y = 1$ فرض شود، در این صورت:

$$(x^2 + 5xy + 6y^2, x^2 + 6xy + 8y^2) \Big|_{x=y=1} = (12, 15) = 3$$

(مسابقان - صفحه‌های ۱۱ تا ۱۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۰۸

(حمید زرین کفش)

برای اینکه نقاط علامت گذاری شده دوباره در پایین ترین نقطه قرار گیرند باید ک.م.م شعاع چرخ ها را حساب کنیم و سپس از روی آن تعداد دورهایی که چرخ دنده ها می چرخند را بیابیم:

$$\left. \begin{array}{l} 144 = 2^4 \times 3^2 \\ 64 = 2^6 \\ 40 = 2^3 \times 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{ک.م.م} = 2^6 \times 3^2 \times 5 = 2880.$$

$$\text{تعداد دور چرخ دنده ی کوچک} = \frac{2880}{40} = 72$$

$$\text{تعداد دور چرخ دنده ی متوسط} = \frac{2880}{64} = 45$$

پس چرخ دنده ی کوچک باید ۲۷ دور از چرخ دنده ی متوسط بیشتر بچرخد.

(مسابان - صفحه های ۱۱ تا ۱۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، ریاضی پایه ، تعمیم چندجمله ای ها و بخش پذیری ، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات -
۱۳۹۴۰۹۰۶

-۹۹

(امیرحسین ابومصوب)

باقی مانده ی تقسیم $f(x)$ بر $(x-2)$ و $(x+1)$ به ترتیب عبارتند از $f(2)$ و $f(-1)$ ، داریم:

$$f(2) = f(-1) + 12 \Rightarrow 8 + 4a + 2b + 1 = -1 + a - b + 1 + 12$$

$$\Rightarrow 3a + 3b = 3 \Rightarrow a + b = 1 \Rightarrow b = 1 - a$$

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1 = x^3 + ax^2 + (1-a)x + 1$$

$$\Rightarrow f(x) = (x^3 + 1) + ax^2 - ax + x$$

$$= (x^3 + 1) + (ax^2 - ax + a) + x - a$$

$$= (x+1)(x^2 - x + 1) + a(x^2 - x + 1) + x - a$$

بنابراین باقیمانده ی تقسیم $f(x)$ بر $(x^2 - x + 1)$ برابر است با $(x-a)$.

(مسابان - صفحه های ۶ تا ۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی، هندسه ۱، استدلال (هندسه‌ی ۱)، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۳۱-

(ممد گل صفقار)

مثلث‌های ABE و AFD با هم، هم‌نهشتند و میانه و ارتفاع با هم برابرند.
 $AM = AH$ (چون مثلث‌ها متساوی‌الاضلاع هستند).

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{HAD} = 30^\circ \\ \widehat{BAM} = 30^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{HAM} = 90^\circ + 2 \times 30^\circ = 150^\circ$$

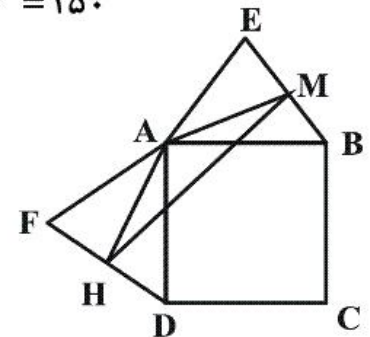
$$\Rightarrow \widehat{AMH} = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ \quad (1)$$

$$\widehat{AME} = 90^\circ \quad (2)$$

(2)، (1)

$$\Rightarrow \widehat{HME} = 105^\circ$$

(هندسه ۱ - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۰)



۴

۳

۲ ✓

۱

۱۳۲-

(عباس اسدی امیرآبادی)

طبق فرض $BK = CH$ می‌باشد از طرفی $\widehat{O}_1 = \widehat{O}_2$ متقابل به رأس هستند.

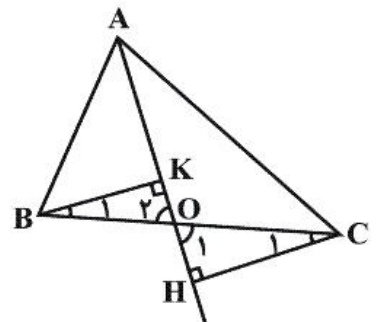
$$\left. \begin{array}{l} \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2 \\ \widehat{K} = \widehat{H} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{C}_1 = \widehat{B}_1$$

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{C}_1 = \widehat{B}_1 \\ CH = BK \\ \widehat{H} = \widehat{K} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BKO \cong \triangle OHC \quad (\text{ض ز})$$

$$\Rightarrow BO = OC \Rightarrow AO \text{ میانه‌ی ضلع } BC \text{ است.}$$

نکته: اگر در مثلثی میانه و نیمساز وارد بر یک ضلع بر هم منطبق باشند آن مثلث متساوی‌الساقین است.

(هندسه ۱ - صفحه‌های ۱۷ تا ۲۳)



۴

۳

۲

۱ ✓

۱۳۳-

(مهدی ابراهیم کیتی زاده)

طبق داده‌های سؤال داریم:

$$90 - \hat{B} = 180 - \hat{C} \Rightarrow \hat{C} = 90 + \hat{B}$$

$$180 - \hat{A} = 2(90 - \hat{B}) \Rightarrow \hat{A} = 2\hat{B}$$

می‌دانیم مجموع زوایای مثلث، برابر 180° است. از طرفی واضح است که \hat{B} کوچکترین زاویه‌ی مثلث است.

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 2\hat{B} + \hat{B} + 90 + \hat{B} = 180^\circ$$

بنابراین:

$$\Rightarrow 4\hat{B} = 90^\circ \Rightarrow \hat{B} = 22.5^\circ$$

(هندسه ۱ - صفحه‌های ۹ تا ۱۲)

۴

۳

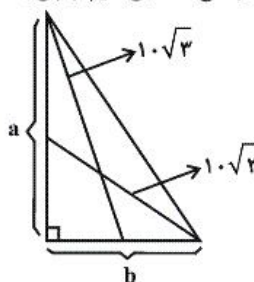
۲

۱ ✓

ریاضی، هندسه ۱، مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۳۴-

(عباس اسدی امیرآبادی)



$$\begin{cases} a^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = (1 \cdot \sqrt{3})^2 \\ b^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 = (1 \cdot \sqrt{2})^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + \frac{b^2}{4} + \frac{a^2}{4} = 3 + 2 = 5$$

$$\Rightarrow \frac{5}{4}(a^2 + b^2) = 5 \Rightarrow a^2 + b^2 = 4 \Rightarrow c^2 = 4 \Rightarrow c = 2$$

(هندسه ۱ - صفحه‌های ۵۷ تا ۵۹)

۴

۳

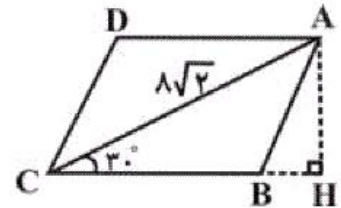
۲ ✓

۱

-۱۳۵

(نویز میبیری)

در مثلث ACH ، ضلع AH روبه‌روی زاویه‌ی ۳۰° است، پس اندازه‌ی آن برابر با نصف وتر است و از این رو داریم:



$$AH = \frac{8\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\Delta ACH : CH = \sqrt{(8\sqrt{2})^2 - (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$$

$$\frac{S_{ABH}}{S_{ABC}} = \frac{1}{3} = \frac{BH}{BC} \Rightarrow \frac{BH}{\underbrace{BH+BC}_{CH}} = \frac{1}{4} \xrightarrow{CH=4\sqrt{6}}$$

$$BH = \sqrt{6} \Rightarrow BC = 4\sqrt{6} - \sqrt{6} = 3\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow S_{ABCD} = BC \cdot AH = 3\sqrt{6} \times 4\sqrt{2} = 24\sqrt{3}$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۴۳، ۵۷ و ۶۵)



-۱۳۶

(نویز میبیری)

مثلث پدید آمده حتماً متساوی‌الاضلاع است. (اندازه‌ی زاویه‌های درونی ۶ ضلعی برابر

۱۲۰° اند، پس $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = ۶۰^\circ$) اگر اندازه‌ی ضلع شش ضلعی را a بگیریم، آن‌گاه AH ارتفاع مثلث متساوی‌الاضلاع ADE است و HH' برابر با قطر کوچک شش ضلعی است $(HH' = EF)$ در نتیجه خواهیم داشت:

$$\begin{cases} AH = \frac{\sqrt{3}}{2} DE = a \frac{\sqrt{3}}{2} \\ HH' = a\sqrt{3} \end{cases}$$

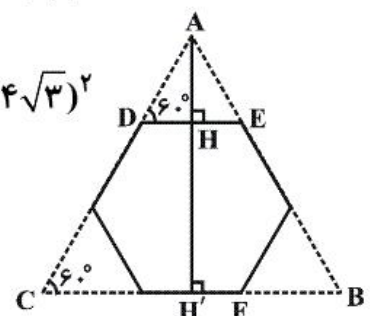
$$\xrightarrow{AH' = AH + HH'} \rightarrow AH' = a\sqrt{3} \left(1 + \frac{1}{2}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} a$$

$$\xrightarrow{AH' = ۱۸} \rightarrow ۱۸ = \frac{3\sqrt{3}}{2} a \Rightarrow a = \frac{۳۶}{3\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$$

$$a \text{ مساحت } ۶ \text{ ضلعی به ضلع } a = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} (4\sqrt{3})^2$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2} \times 48 = 72\sqrt{3}$$

(هندسه ۱- صفحه‌های ۶۲ و ۶۳)



۱۳۷-

(مهدی ابراهیم کیتی زاده)

در دو مثلث متشابه، نسبت طول محیط‌ها با نسبت تشابه و نسبت مساحت‌ها با توان دوم نسبت تشابه برابر است. فرض می‌کنیم AB متناظر DE است.

$$\frac{S(\triangle ABC)}{S(\triangle DEF)} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 \Rightarrow \frac{9}{4} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 \Rightarrow \frac{AB}{DE} = \frac{3}{2}$$

نسبت تشابه $\frac{3}{2}$

$$\triangle ABC \text{ محیط} = 8 + 10 + 15 = 33 \Rightarrow \frac{\triangle ABC \text{ محیط}}{\triangle DEF \text{ محیط}} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{33}{\triangle DEF \text{ محیط}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \triangle DEF \text{ محیط} = 22$$

(هندسه ۱ - صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۲)

۴

۳

۲✓

۱

۱۳۸-

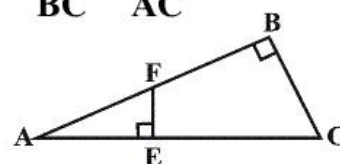
(علیرضا شریف‌قطبی)

$$\triangle ABC : AC^2 = BC^2 + AB^2 \Rightarrow AB = 8$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A} \\ \hat{E} = \hat{B} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AEF \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AC}$$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} \Rightarrow \frac{2}{8} = \frac{AF}{10} \Rightarrow AF = 2.5$$

(هندسه ۱ - مشابه تمرین ۷، صفحه‌ی ۹۲)



۴

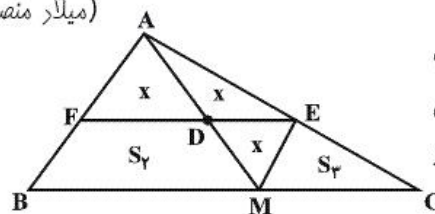
۳✓

۲

۱

(میلاد منصوری)

-۱۳۹



دقت کنید چون AM میانه است
لذا $S_{ABM} = S_{AMC}$. از طرفی
چون $EF \parallel BC$ لذا AD نیز
میانه است. در نتیجه

$$S_{\Delta EMD} = S_{\Delta ADE} = S_{\Delta ADF} = x$$

$$\text{میانه ME} \Rightarrow S_{\Delta} = 2x$$

$$\text{میانه AM} \Rightarrow x + S_{\Delta} = 2x + S_{\Delta} = 4x \Rightarrow S_{\Delta} = 3x$$

$$\frac{S_{\Delta MED}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{x}{3x + S_{\Delta} + S_{\Delta}} = \frac{x}{3x + 3x + 2x} = \frac{1}{8}$$

(هندسه ۱ - صفحه‌های ۵۲ و ۵۱)

۴

۳✓

۲

۱

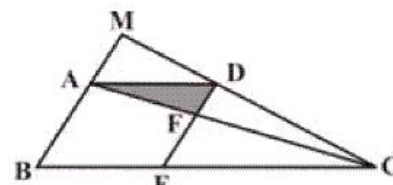
(نوید مفیدی)

-۱۴۰

دو مثلث AFD و FEC متشابه‌اند، داریم:

$$k_1 = \frac{EC}{AD} \Rightarrow k_1 = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta FEC}}{S_{\Delta ADF}} = k_1^2 = \frac{16}{9} \quad (*)$$



دو مثلث FEC و ABC هم متشابه‌اند، پس خواهیم داشت:

$$k_2 = \frac{EC}{BC} \Rightarrow k_2 = \frac{8}{14} = \frac{4}{7} \Rightarrow \frac{S_{\Delta FEC}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{16}{49} \quad (**)$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} \frac{S_{\Delta AFD}}{S_{\Delta ABC}} = \frac{16}{49} \times \frac{9}{16} = \frac{9}{49}$$

(هندسه ۱ - صفحه‌های ۸۳ تا ۱۰۲)

۴✓

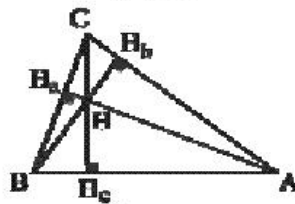
۳

۲

۱

(آزاد ریاضی - ۸۸)

-۱۴۱



در چهارضلعی BH_aHH_c داریم:

$$\hat{B} + \hat{H}_a + H_a\hat{H}H_c + \hat{H}_c = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 60^\circ + 90^\circ + H_a\hat{H}H_c + 90^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow H_a\hat{H}H_c = 120^\circ$$

و چون این زاویه با زاویه AHC متقابل به رأس است، پس $A\hat{H}C = 120^\circ$.

در چهارضلعی AH_bHH_c داریم: $A\hat{H}_b + \hat{H}_b + H_b\hat{H}H_c + \hat{H}_c = 360^\circ$

$$\Rightarrow 40^\circ + 90^\circ + H_b\hat{H}H_c + 90^\circ = 360^\circ \Rightarrow H_b\hat{H}H_c = 140^\circ$$

و چون این زاویه با زاویه $B\hat{H}C$ متقابل به رأس است، پس $B\hat{H}C = 140^\circ$.

$$\Rightarrow \frac{A\hat{H}C}{B\hat{H}C} = \frac{120}{140} = \frac{6}{7}$$

(هنر سه ۱ - صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

۴

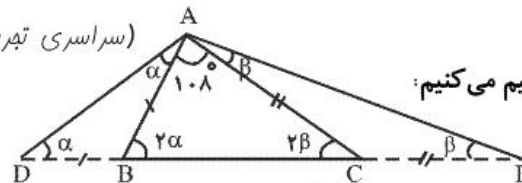
۳ ✓

۲

۱

(سراسری تجربی - ۹۳)

-۱۴۲



ابتدا شکلی از مسأله ترسیم می‌کنیم:

کوچک‌ترین زاویه خارجی، متناظر به بزرگ‌ترین زاویه داخلی است، پس باید زاویه خارجی متناظر زاویه $D\hat{A}E$ را به دست آوریم، مطابق شکل داریم:

$$D\hat{A}E = 108^\circ + \alpha + \beta \quad (*)$$

در دو مثلث متساوی الساقین ABD و ACE زاویه‌های روبرو به ساق‌ها با هم مساوی هستند، همچنین داریم:

$$\begin{cases} \hat{A}BC = \alpha + \alpha = 2\alpha \\ \hat{A}CB = \beta + \beta = 2\beta \end{cases} \xrightarrow{\Delta_{ABC}} 108^\circ + 2\alpha + 2\beta = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \alpha + \beta = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$$

$$\xrightarrow{(*)} D\hat{A}E = 108^\circ + 36^\circ = 144^\circ$$

$$\Rightarrow D\hat{A}E = 180^\circ - 144^\circ = 36^\circ \text{ زاویه خارجی}$$

(هنر سه ۱ - صفحه‌های ۱۱ تا ۲۳)

۴

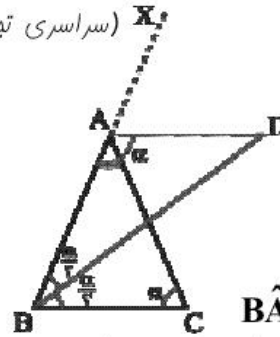
۳ ✓

۲

۱

(سراسری تهری - ۷۴)

۱۴۳-



راه اول: مطابق شکل، نیمساز خارجی زاویه A و نیمساز داخلی زاویه B در نقطه D متقاطعت. با فرض $\hat{B} = \hat{C} = \alpha$ داریم:

ΔABC متساوی الساقین است، پس داریم:

$$\hat{BAC} = 180^\circ - 2\alpha \quad (1)$$

$$C\hat{A}X = \hat{B} + \hat{C} \xrightarrow{\hat{B}=\hat{C}=\alpha} C\hat{A}X = 2\alpha$$

و از آنجا که AD نیمساز زاویه $C\hat{A}X$ است، پس:

$$C\hat{A}D = \frac{C\hat{A}X}{2} = \frac{2\alpha}{2} = \alpha \quad (2)$$

می توان نوشت:

$$B\hat{A}D = B\hat{A}C + C\hat{A}D = (180^\circ - 2\alpha) + (\alpha) = 180^\circ - \alpha$$

در مثلث ABD ، مجموع زاویه های داخلی، 180° درجه است، پس:

$$B\hat{A}D + A\hat{B}D + A\hat{D}B = 180^\circ$$

$$\Rightarrow (180^\circ - \alpha) + \frac{\alpha}{2} + A\hat{D}B = 180^\circ \Rightarrow A\hat{D}B = \frac{\alpha}{2}$$

$$\Rightarrow A\hat{D}B = A\hat{B}D \Rightarrow \Delta ABD \text{ متساوی الساقین است.}$$

$$\Rightarrow AD = AB \xrightarrow{AB=AC} AD = AC$$

راه دوم: پس از آن که نشان دادیم $C\hat{A}D = \alpha$ ، از آنجا که $C\hat{A}D = A\hat{C}B = \alpha$ ، طبق عکس قضیه ی خطوط موازی و مورب، می توان گفت که $AD \parallel BC$ و از آنجا که خط مورب BD این دو خط موازی را قطع کرده، پس

$A\hat{D}B = D\hat{B}C = \frac{\alpha}{2}$ پس $A\hat{D}B = A\hat{B}D$ و مثلث ABD متساوی الساقین است، بنابراین $AD = AB = AC$.

(هندسه ۱ - صفحه های ۱۱ تا ۲۳)

۴

۳

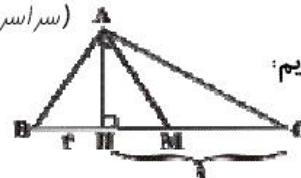
۲

۱ ✓

ریاضی، هندسه ۱ - گواه، مساحت و قضیه ی فیثاغورس - ۱۳۹۴۰۹۰۶

(سراسری ریاضی - ۸۲)

۱۴۴-



چون AH ارتفاع وارد بر وتر است، داریم:

$$AH^2 = BH \times HC = 4 \times 9 = 36 \Rightarrow AH = 6$$

از طرفی چون $BC = 4 + 9 = 13$ و AM میانه ی وارد بر وتر است، پس

$$HM = BM - BH = \frac{13}{2} - 4 = \frac{5}{2} \quad \text{و در نتیجه داریم:} \quad BM = MC = \frac{13}{2}$$

$$S(\Delta AHM) = \frac{1}{2} AH \times HM = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{5}{2} = 7 \frac{1}{2}$$

(هندسه ۱ - صفحه های ۳۱ و ۴۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

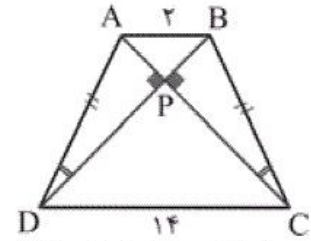
-۱۴۵

(سراسری تهرانی فارج از کشور - ۸۴)

چون طبق فرض، دوزنقه‌ی $ABCD$ متساوی‌الساقین است، پس دو مثلث PBC و PAD ، بنا به حالت (وتر و یک زاویه‌ی حاده) با هم مساویند، بنابراین:

$$\begin{cases} \Delta APB \text{ قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است.} & \xrightarrow{\hat{APB}=90^\circ} AP = BP \\ \Delta CPD \text{ قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین است.} & \xrightarrow{\hat{CPD}=90^\circ} PC = PD \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AP = \frac{\sqrt{2}}{2} AB = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2 = \sqrt{2} \\ PD = \frac{\sqrt{2}}{2} CD = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 14 = 7\sqrt{2} \end{cases}$$



با به کار بردن رابطه‌ی فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه‌ی PAD ، داریم:

$$AD^2 = AP^2 + PD^2$$

$$\Rightarrow AD^2 = (\sqrt{2})^2 + (7\sqrt{2})^2 = 2 + 98 = 100 \Rightarrow AD = 10$$

(هندسه ۱ - صفحه‌های ۵۷ تا ۵۹)

۴

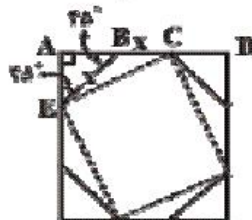
۳ ✓

۲

۱

-۱۴۶

(سراسری ریاضی - ۸۷)



طول ضلع هشت ضلعی منتظم را $x = 2$ در نظر می‌گیریم، مطابق شکل در مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین ABE ، AB و AE ضلع‌های روبه‌رو به زاویه‌ی 45° هستند، پس طول آن‌ها $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر طول وتر هستند، یعنی:

$$AB = AE = \frac{\sqrt{2}}{2} BE \Rightarrow AB = AE = \frac{\sqrt{2}}{2} x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow AC = AB + BC = \frac{\sqrt{2}}{2} x + x = \sqrt{2} + 2$$

در مثلث قائم‌الزاویه‌ی ACE ، داریم:

$$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow EC^2 = AC^2 + AE^2$$

$$EC^2 = (\sqrt{2} + 2)^2 + (\sqrt{2})^2 = (2 + 4 + 4\sqrt{2}) + 2$$

$$\Rightarrow EC^2 = 8 + 4\sqrt{2}$$

دقت کنید که EC ضلع مربع مورد نظر سؤال است، پس مساحت آن برابر با $EC^2 = 8 + 4\sqrt{2} = 4(2 + \sqrt{2})$ است.

(هندسه ۱ - صفحه‌ی ۶۷)

۴

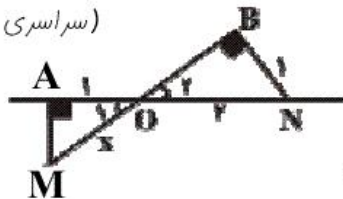
۳

۲ ✓

۱

(سراسری ریاضی - ۹۱)

۱۴۷-



با نوشتن قضیه فیثاغورس در مثلث
قائم‌الزاویه OBN داریم:

$$OB = \sqrt{ON^2 - BN^2} = \sqrt{3}$$

$$\begin{cases} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{A} = \hat{B} = 90^\circ \end{cases}$$

بنابراین دو مثلث OAM و OBN به حالت تساوی زاویه‌ها با هم متشابه‌اند و با نوشتن تناسب بین اجزای متناظر آن دو، داریم:

$$\Rightarrow \frac{OM}{ON} = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

(هنرسه ۱ - صفحه‌های ۸۶ تا ۹۲)

۴

۳

۲✓

۱

اگر MH، AB را در H' قطع کند، آن‌گاه طول H'H برابر طول ارتفاع دوزنقه است، یعنی H'H = ۲.

$$\begin{cases} \text{مشتک: } \hat{CMD} \\ \text{از طرفی: } AB \parallel CD \xrightarrow{\text{مورب AD}} \hat{A}_1 = \hat{D} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{تساوی زاویه‌ها}} \triangle MAB \sim \triangle MDC$$

در دو مثلث متشابه MAB و MDC، MH' و MH، ارتفاع‌های نظیر هستند، پس نسبت آنها با نسبت تشابه برابر است، داریم:

$$\frac{MH'}{MH} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{MH - H'H}{MH} = \frac{AB}{CD}$$

$$\Rightarrow \frac{MH - 2}{MH} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3(MH - 2) = 2MH \Rightarrow MH = 6$$

(هنرسه ۱ - صفحه‌های ۸۶ تا ۹۲)

۴

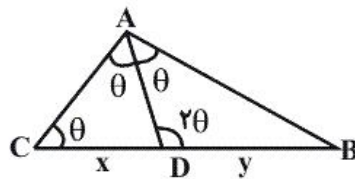
۳

۲✓

۱

(سراسری ریاضی خارج کشور - ۸۶)

-۱۴۹



با فرض $\hat{C} = \theta$ و $\hat{A} = 2\theta$ ، مطابق شکل اگر
نیمساز AD را رسم کنیم، زاویه‌ی \hat{ADB} که
زاویه‌ی خارجی مثلث ACD است نیز برابر 2θ
خواهد شد و در نتیجه دو مثلث $\triangle CAB$ و $\triangle ADB$ به
حالت تساوی دو زاویه با هم متشابه می‌شوند. با نوشتن
تناسب اضلاع متناظر این دو مثلث داریم:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{DB}{AB} \xrightarrow{AB=9} BC \times y = 81 \quad (1)$$

$$\frac{BD}{AD} = \frac{AB}{AC} \xrightarrow{AD=CD} \frac{DB}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{9}{7}$$

$$\xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{DB}{CD + DB} = \frac{AB}{AC + AB}$$

$$\Rightarrow \frac{DB}{BC} = \frac{9}{16} \Rightarrow y = \frac{9}{16} BC \quad (2)$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) می‌توان نتیجه گرفت که:

$$\frac{9}{16} BC^2 = 81 \Rightarrow BC^2 = 9 \times 16 \Rightarrow BC = 3 \times 4 = 12$$

(هنرسه ۱ - صفحه‌های ۸۶ تا ۹۲)

۴

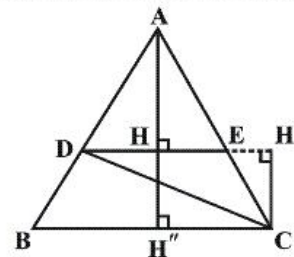
۳

۲

۱ ✓

(سراسری ریاضی - ۹۰)

-۱۵۰



$$\frac{S_{DEC}}{S_{ADE}} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2} DE \cdot CH'}{\frac{1}{2} DE \cdot AH} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{CH'}{AH} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{AH}{CH'} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{AH}{AH + CH'} = \frac{5}{5 + 3} \Rightarrow \frac{AH}{AH''} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{5}{8}$$

بنابراین اگر $DE = 5x$ ، آن‌گاه $BC = 8x$ است. داریم:

$$\frac{S_{DECB}}{S_{ADE}} = \frac{\frac{1}{2} (DE + BC) \cdot CH'}{\frac{1}{2} DE \cdot AH} = \frac{(5x + 8x) \times \frac{3}{5}}{5x} = \frac{13}{5} \times \frac{3}{5}$$

$$\frac{39}{25} = 1 \frac{14}{25}$$

(هنرسه ۱ - صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۴

۳ ✓

۲

۱