



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara> (@riazisara)



ریاضی ، حسابان ، حل معادلات به روش هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۸۳- معادله ی $\frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x} = 1$ چند جواب متمایز دارد؟

۱) صفر (۱)

۲) ۱

۲) ۳ (۳)

۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۹۲- معادله ی $||x| - 2| = \sqrt{x+2}$ چند جواب دارد؟

۱) ۲ (۱)

۲) ۳

۳) ۴ (۳)

۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۹۹- معادله ی $|\cos x| = (\sqrt{2})^{-x}$ در بازه ی $(0, 2\pi)$ چند جواب دارد؟

۱) ۱ (۱)

۲) ۲

۳) ۳ (۳)

۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، معادلات قدرمطلق ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۹۵- تعداد جواب های معادله ی $0 = |x| - 3 - 2|x+1|^2$ کدام است؟

۱) ۱ (۱)

۲) ۲

۳) ۳ (۳)

۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۱- معادله ی $x^2 - 3x + 2 = 3x - x^2$ ، چند جواب در مجموعه ی اعداد حقیقی دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) بی شمار

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، نامعادلات کسری، گنگ و قدمطلق ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۸۴- چند عدد صحیح در نامعادله ی $1 \leq |x-3| - 4$ صدق می کند؟

(۱) ۲ (۲) ۳

(۳) ۶ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۸۶- مجموع جواب های معادله ی $||x+1|-x|| = |x-1|-x+2$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$

(۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۸۷- اگر $a > 0 > b$ ، حاصل $A = \frac{|a-b|}{a-b} + \frac{1-b}{|b-1|} + |b-a|$ کدام است؟

(۱) $a-b$ (۲) $2+a-b$

(۳) $-2+b-a$ (۴) $b-a$

شما پاسخ نداده اید

۹۷- چند عدد صحیح منفی در نامعادله ی قدمطلق $|x^2 + 2x - 1| < |x^2 + 3x + 4|$ صدق نمی کند؟

(۱) دو (۲) سه

(۳) چهار (۴) پنج

شما پاسخ نداده اید

۹۸- دامنه‌ی تابع $y = \sqrt{x+2}|x-1| - 6$ شامل چند عدد صحیح نمی‌شود؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، حل نامعادلات از طریق نموداری ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۸۵- اگر مجموعه جواب نامعادله‌ی $-x \leq |x+3| + |x+1|$ به صورت $[a, b]$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

(۱) صفر

(۲) -۲

(۳) ۶

(۴) -۳

شما پاسخ نداده اید

۸۲- اگر نامعادله‌ی $|x-1| > x-k$ جواب داشته باشد، حدود k کدام است؟

(۱) $k > 0$

(۲) $k < 0$

(۳) $k \leq 1$

(۴) $k < 1$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، تعریف و تشخیص توابع ، تابع - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۸۸- اگر رابطه‌ی $2f(x-1) + 3f(-x) = 5x$ همواره برقرار باشد، $f(x)$ کدام است؟

(۱) $f(x) = 5x - 2$

(۲) $f(x) = -5x - 2$

(۳) $f(x) = -5x + 2$

(۴) $f(x) = 5x + 2$

شما پاسخ نداده اید

۹۶- اگر $f(x) = x^2 + x + 1$ ، آنگاه جواب منفی معادله‌ی $f(3x) = f(x+1)$ کدام است؟

(۱) -۱

(۲) -۲

(۳) $-\frac{1}{4}$

(۴) $-\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۹۰- تابع $f = \{(x, y) \mid y = \frac{2x+3}{x} \text{ و } x, y \in \mathbb{Z}\}$ از چند زوج مرتب متمایز تشکیل شده است؟

- | | |
|-------|-----------|
| ۲ (۲) | ۱ بی شمار |
| ۴ (۴) | ۳ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، تساوی دو تابع ، تابع - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۹۱- تابع $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ با چند تا از تابع‌های زیر مساوی است؟

$$g(x) = \sqrt{1-x} \sqrt{1+x} \quad h(x) = \sqrt{\frac{1-x^4}{1+x^2}}$$
$$l(x) = \sqrt{x-1} \sqrt{-x-1} \quad t(x) = \sqrt{\frac{1-x^8}{1+x^4}}$$

- | | |
|-------|-------|
| ۲ (۲) | ۱ (۱) |
| ۴ (۴) | ۳ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۹۳- به ازای چند مقدار صحیح k ، دو تابع $f(x) = \log(x^2 + kx + k)$ و $g(x) = \log|x^2 + kx + k|$ مساوی‌اند؟

- | | |
|-------|-------|
| ۴ (۲) | ۳ (۱) |
| ۶ (۴) | ۵ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، توابع چند ضابطه ای ، تابع - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۹۴- با فرض $f(x) = \begin{cases} f(x-1) & x > 0 \\ |x| & x \leq 0 \end{cases}$ ، حاصل $\frac{2}{f(\sqrt{2})-f(2)}$ کدام است؟

- | | |
|--------------------|---------------------|
| $2 + \sqrt{2}$ (۲) | $2 - \sqrt{2}$ (۱) |
| $\sqrt{2} + 1$ (۴) | $-2 + \sqrt{2}$ (۳) |

شما پاسخ نداده اید

۸۹- اگر $f(x) = \begin{cases} a^x + x & x \geq 1 \\ -2ax & x \leq 1 \end{cases}$ معرف یک تابع باشد، حاصل $f(2) + f(-1)$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان ، معادلات و توابع ، تابع - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۰۰- در کدام یک از روابط زیر، y تابعی از x است؟

(۱) $y^2 + \sqrt{x} = 1$ (۲) $|x| + |2y| = y$

(۳) $|x| + |y| = 1$ (۴) $|y| + x = 0$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، استدلال استقرایی و تعریف های اولیه ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۲۱- چه تعداد از گزاره های زیر همواره صحیح است؟

الف) نقطه ی همرسی عمودمنصف های یک مثلث از سه ضلع آن مثلث به یک فاصله است.

ب) نقطه ی همرسی نیمسازهای زاویه های داخلی هر مثلث از سه رأس آن به یک فاصله است.

ج) نقطه ی همرسی ارتفاع های هر مثلث همواره یا داخل مثلث واقع است یا خارج مثلث.

(۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- در مثلث ABC که $\hat{B} = 60^\circ$ و $\hat{C} = 50^\circ$ ، اگر O نقطه ی همرسی عمودمنصف های اضلاع باشد، آن گاه اندازه ی زاویه ی BOC چند درجه است؟

(۱) ۱۱۰ (۲) ۱۳۰

(۳) ۱۲۰ (۴) ۱۴۰

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، قضیه ی حمار ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۲۶- در رسم مثلث ABC با معلوم بودن دو ضلع $b=5$ ، $c=4$ و میانه‌ی $m_a=6$ ، کدام نتیجه درست است؟

(۱) فاقد جواب

(۲) یک جواب منحصر به فرد

(۳) دو جواب

(۴) بیش از دو جواب

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- در مثلثی، طول میانه‌ها $x+2$ ، $12-2x$ و $x+3$ است. کدام عدد برای محیط مثلث قابل قبول است؟

(۱) ۲۳

(۲) ۲۰

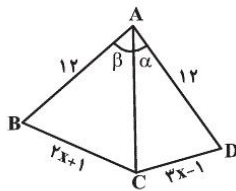
(۳) ۱۵

(۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی ۲، قضیه‌ی لولا، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۲۳- در شکل زیر اگر $\beta > \alpha$ ، آن‌گاه بیش‌ترین مقدار طبیعی ممکن برای محیط چهارضلعی ABCD کدام است؟



(۱) ۳۵

(۲) ۳۴

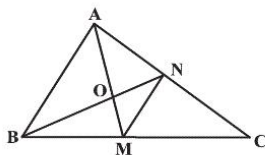
(۳) ۳۳

(۴) ۳۲

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه‌ی ۲، قضایای مربوط به هم‌رسمی در مثلث، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۲۸- در شکل زیر، M و N وسط ضلع‌های مثلث ABC هستند. مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث OMN است؟



(۱) ۸

(۲) ۹

(۳) ۱۲

(۴) ۱۵

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- نقطه‌ی هم‌رسی عمودمنصف‌های مثلثی روی یکی از اضلاع آن قرار دارد. اگر فاصله‌ی این نقطه تا دو ضلع دیگر ۹ و ۱۲ باشد، فاصله‌ی محل هم‌رسی

میان‌های این مثلث تا وسط ضلع بزرگ‌تر آن کدام است؟

۵ (۱)

۱۰ (۲)

۷/۵ (۳)

۲/۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، مکان هندسی نقاطی معلوم در صفحه و فضا ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۲۴- مکان هندسی نقاطی که مجموع مربعات فاصله‌های آن‌ها از دو نقطه‌ی ثابت برابر با مقدار ثابتی باشد، کدام است؟

(۱) یک دایره

(۲) محیط یک مثلث قائم‌الزاویه

(۳) دو خط متقاطع

(۴) دو خط موازی

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- در شکل زیر، طول پاره‌خط AB برابر K است. چند نقطه در صفحه وجود دارد که از دو نقطه‌ی A و B به یک فاصله و از خط d به فاصله‌ی K

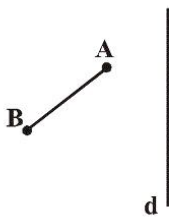
باشد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) بی‌شمار



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه‌ی ۲ ، ترسیم مثلث با استفاده از خط کش و پرگار ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۲۷- با مفروضات $\hat{B} = 60^\circ$ و اضلاع $AB = 6\text{ cm}$ و $AC = 3\sqrt{3}\text{ cm}$ ، چند مثلث غیرهمنهشت ABC، قابل رسم است؟

(۱) هیچ

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، بیان ابتدایی مجموعه و تساوی مجموعه ها ، مجموعه ضرب دکارتی و رابطه -
۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۴۸- دو مجموعه ی $A = \{x^2 - 8, 4 - 4x\}$ و $B = \{y^2 + 3\}$ مساوی هستند، $x + y$ کدام می تواند باشد؟

- (۱) ۷
(۲) -۳
(۳) -۱۱
(۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، قضایای شرطی و عکس آنها ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۴۹- عکس کدام یک از قضایای شرطی زیر، یک قضیه ی کلی است؟ $(x, y \in \mathbb{R})$

- (۱) اگر x فرد باشد، آن گاه $x^2 - 1$ بر ۸ بخش پذیر است.
(۲) اگر $x > 2$ ، آن گاه $x^2 + 3x > 10$.
(۳) اگر $x = y$ ، آن گاه $\sin x = \sin y$.
(۴) اگر $x > y > 0$ ، آن گاه $x^{2n+1} > y^{2n+1}$. $(n \in \mathbb{N})$

شما پاسخ نداده اید

جبر و احتمال استدلال

(قضایای شرطی + اثبات
بازگشتی + برهان خلف + اصل
لانه کیوتر) مجموعه ها
(مجموعه)
صفحه های ۲۰ تا ۳۶

۱۴۱- در کدام یک از گزینه های زیر، قضیه ی شرطی و عکس آن، هر دو برقرار است؟

- (۱) اگر $0 < x < \frac{\pi}{2}$ ، آن گاه $0 < \cos x < 1$.
(۲) اگر x و y دو عدد صحیح متوالی باشند، آن گاه xy زوج است.
(۳) اگر x و y هر دو گویا باشند، آن گاه $x + y$ گویا است.
(۴) اگر x عددی فرد باشد آن گاه $x + 1$ عددی زوج است.

شما پاسخ نداده اید

۱۴۴- در حکم «اگر n عددی طبیعی و n^2 مضرب k باشد، آن گاه n هم مضرب k است»، k کدام نمی تواند باشد؟

- (۱) ۳
(۲) ۱۰
(۳) ۲۰
(۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، اثبات بازگشتی ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۴۲- در اثبات نامساوی $|x + y| \leq |x| + |y|$ به روش بازگشتی، به کدام رابطه ی همواره درست می رسیم؟

- (۱) $(x + y)^2 \geq 0$
(۲) $|xy| \leq xy$
(۳) $|x + y|^2 = (x + y)^2$
(۴) $|xy| \leq 2xy$

شما پاسخ نداده اید

۱۵۰- اگر a و b دو عدد حقیقی باشند به طوری که $ab > 0$ ، آن گاه مقدار عدد طبیعی n حداکثر کدام باشد تا نامساوی $(\frac{a}{b} + 1)(\frac{b}{a} + 1) \geq n$ همواره برقرار

باشد؟

- | | |
|-------|-------|
| ۲ (۱) | ۳ (۲) |
| ۴ (۳) | ۶ (۴) |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، برهان خلف ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۴۳- اگر $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ باشد $(p, q \in \mathbb{Z})$ و بنویسیم $p^2 = 2q^2$ ، آن گاه چند دسته جواب برای (p, q) وجود دارد؟

- | | |
|---------|-------------|
| هیچ (۱) | ۱ (۲) |
| ۲ (۳) | بی شمار (۴) |

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، جبر و احتمال ، اصل لانه کبوتری ، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۴۵- در یک شش ضلعی منتظم به طول ضلع ۱، حداقل چند نقطه انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم دو نقطه وجود دارد که فاصله ی آن ها کم تر از ۱ است؟

- | | |
|-------|--------|
| ۲ (۱) | ۴ (۲) |
| ۷ (۳) | ۱۳ (۴) |

شما پاسخ نداده اید

۱۴۶- از مجموعه ی اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۳، حداقل چند عدد برداریم تا مطمئن باشیم در میان اعداد انتخابی، دو عضو با مجموع ۹۶ وجود دارد؟

- | | |
|--------|--------|
| ۱۲ (۱) | ۱۸ (۲) |
| ۱۷ (۳) | ۱۹ (۴) |

شما پاسخ نداده اید

۱۴۷- چهارده مسابقه بین ۹ تیم فوتبال انجام شده است. حتماً یک تیم وجود دارد که ... بازی انجام داده است.

- | | |
|-------------|--------------|
| حداقل ۴ (۱) | حداکثر ۴ (۲) |
| حداقل ۳ (۳) | حداکثر ۵ (۴) |

شما پاسخ نداده اید

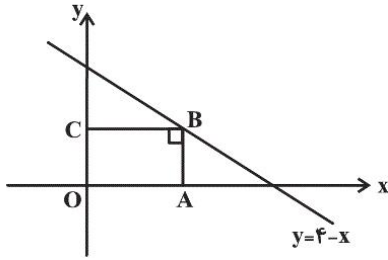
ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، ماکسیمم و مینیمم ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۰۷- می نیمم تابع درجه ی دوم $f(x) = mx^2 + (3m - 2)x + m^2 + \frac{1}{m}$ برابر $\frac{7}{4}$ است، مجموع مقادیر قابل قبول برای m کدام است؟

- | | |
|-------------------|-------------------|
| ۱۱ (۱) | $\frac{9}{4}$ (۲) |
| $\frac{4}{5}$ (۳) | $\frac{7}{5}$ (۴) |

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- در شکل زیر، اگر نقطه‌ی B روی خط $y = 4 - x$ باشد، بیش‌ترین مقدار مساحت مستطیل OABC کدام است؟



۲ (۱)

۳ (۲)

۳/۵ (۳)

۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- اگر رأس سهمی به معادله‌ی $y = x^2 + mx + n$ نقطه‌ی $(-1, 4)$ باشد، آنگاه این سهمی محور y را با چه عرضی قطع می‌کند؟

-۳ (۲)

۳ (۱)

۵ (۴)

-۵ (۳)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، معادلات شامل عبارات گویا و گنگ ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات
- ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۱۱- معادله‌ی $\frac{x^2 - x}{x^2 - 1} = \frac{2x^2 - x}{x^2 + 1}$ چند جواب حقیقی دارد؟

۴ (۲)

صفر (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- تعداد جواب‌های معادله‌ی $\sqrt{1 + \sqrt{x}} = \sqrt{x} - 1$ کدام است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

هیچ (۴)

۳ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر یکی از جواب‌های معادله‌ی $\frac{12 - x}{x^2 + x} = \frac{x}{x + 1} + \frac{A}{x}$ برابر با $x = 1$ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

-۷ (۲)

۷ (۱)

ریشه دیگری ندارد. (۴)

-۱ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- معادله ی $(\frac{2}{\sqrt{x}} + 2\sqrt{x} + 2)^2 + (-\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} - 4) = 0$ چند جواب دارد؟

۳ (۱)

۲ (۲)

۱ (۳)

صفر (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- معادله ی $x(x^2 - 3)\sqrt{x-2} = 0$ چند ریشه ی حقیقی دارد؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

صفر (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، حل معادلات به روش هندسی ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -
۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۱۸- معادله ی $|x| \log x = 1$ چند جواب حقیقی دارد؟

صفر (۱)

۱ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- معادله ی $\frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x} = 1$ چند جواب متمایز دارد؟

صفر (۱)

۱ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- معادله ی $\frac{1}{|x|} = |x-2|$ چند جواب متمایز دارد؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، ویژگی ها و رسم توابع قدرمطلق ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات
- ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۱۴- اگر $a < 0 < b$ و $b^2 < a^2$ آن گاه حاصل عبارت $\frac{|a-b| - |a|}{|a+b| + |b|}$ کدام است؟

(۱) $\frac{2a-b}{a+2b}$

(۲) $\frac{b}{a+2b}$

(۳) $\frac{b-2a}{a}$

(۴) $-\frac{b}{a}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، معادلات قدرمطلق ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۰۱- معادله $2 - x^2 - 3x = |3x - x^2 + 2|$ ، چند جواب در مجموعه اعداد حقیقی دارد؟

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) بی شمار

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، نامعادلات کسری، گنگ و قدمطلق ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۱۰- کمترین مقدار تابع $y = \frac{x}{x^2 + 2}$ به ازای مقادیر منفی x کدام است؟

(۱) صفر

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۳) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۴) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- مجموع جواب های معادله $||x-1|| = |x+1|$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{2}{2}$

(۳) $-\frac{3}{2}$

(۴) $-\frac{3}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- چند عدد صحیح در نامعادله ی $|x-3|-4 \leq 1$ صدق می کند؟

(۱) ۲ (۲) ۳

(۳) ۶ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- مجموعه جواب نامعادله ی $|x-2| - |x-3| + 4 < 5$ کدام است؟

(۱) $-2 \leq x < 6$ (۲) $x < 4$

(۳) $-2 < x < 4$ (۴) $x < 3$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- اگر $1 \leq x \leq 2$ ، آنگاه حدود تغییرات $A = \sqrt{x+2}\sqrt{x-1} - \sqrt{x-2}\sqrt{x-1}$ کدام است؟

(۱) $[1, 3]$ (۲) $[0, 2]$

(۳) $[0, 1]$ (۴) $[2, 4]$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، حل نامعادلات از طریق نموداری ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات -
۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۰۵- اگر مجموعه جواب نامعادله ی $|x+1| + |x+3| - x \leq 5$ به صورت $[a, b]$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) -۲

(۳) ۶ (۴) -۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- اگر نامعادله ی $|x-1| + x - k > 2$ جواب داشته باشد، حدود k کدام است؟

(۱) $k > 0$ (۲) $k < 0$

(۳) $k \leq 1$ (۴) $k < 1$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، استدلال استقرایی و تعریف های اولیه ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۳۱- در اثبات یک قضیه به روش اثبات غیرمستقیم یا برهان خلف از کدام اصل استفاده می‌شود؟

(۱) فرض را درست می‌گیریم و به حکم درست دست می‌یابیم.

(۲) فرض را نادرست می‌گیریم و به حکم نادرست می‌رسیم.

(۳) حکم را نادرست می‌گیریم و با فرض نادرست مواجه می‌شویم.

(۴) حکم را درست می‌گیریم و به فرض درست می‌رسیم.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- زاویه‌ی بین قطر و یک ضلع مستطیلی 30° است. از برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی این مستطیل، یک چهارضلعی پدید می‌آید. نسبت مساحت این

چهارضلعی به مساحت مستطیل کدام است؟

$$(۱) \sqrt{3} - ۱ \quad (۲) \frac{۲}{\sqrt{3}} - ۱$$

$$(۳) ۱ - \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (۴) ۲\sqrt{3} - ۳$$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع ۴، نقطه‌ی P را روی امتداد ضلع BC طوری انتخاب می‌کنیم که $BP = ۲CP$ باشد. از نقطه‌ی P موازی

دو ساق AB و AC خطوطی رسم می‌کنیم تا امتداد اضلاع AC و AB را به ترتیب در M و N قطع کند. محیط چهارضلعی AMPN کدام است؟

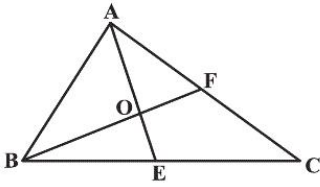
$$(۱) ۱۶ \quad (۲) ۲۴$$

$$(۳) ۳۲ \quad (۴) ۳۶$$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، قضیه‌ی نیمسازها ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۳۷- مطابق شکل زیر، در مثلث ABC : $BC = ۱۲$ ، $AC = ۱۱$ ، $AB = ۱۰$ و AE و BF نیمسازهای داخلی‌اند. حاصل $\frac{OF}{BO}$ کدام است؟



(۲) $\frac{1}{2}$

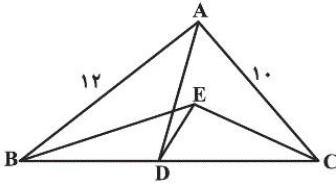
(۱) ۱

(۴) $\frac{2}{4}$

(۳) $\frac{2}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- در شکل مقابل AD و ED نیمسازند. اگر $AB = ۱۲$ ، $AC = ۱۰$ و $CE = ۴$ ، آن‌گاه طول پاره‌خط BE کدام است؟



(۲) ۶

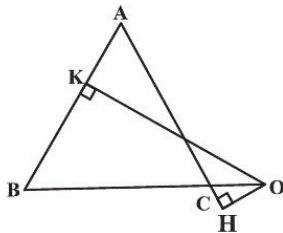
(۱) $4/8$

(۴) ۸

(۳) $7/2$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، قضایای مثلث متساوی الساقین و متساوی الاضلاع ، استدلال در هندسه -
۱۳۹۴۰۹۰۶



۱۳۵- در شکل زیر، $AB = AC = ۱۰$ ، $OC = ۵$ ، $OH = ۴$ است. طول پاره‌خط OK کدام است؟

(۲) $۱۳/۸$

(۱) $۱۳/۶$

(۴) $۸/۶$

(۳) $۸/۸$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- نقطه‌ی M درون مثلث متساوی‌الاضلاعی قرار دارد که فاصله‌ی آن تا هر یک از اضلاع مثلث برابر ۲ است. مساحت این مثلث کدام است؟

(۲) $۴\sqrt{3}$

(۱) $۳\sqrt{3}$

(۴) $۱۲\sqrt{3}$

(۳) $۶\sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- در مثلث ABC ، طول ضلع AB مساوی ۴ و طول میانه‌ی AM برابر ۵ و $AC > AB$ است. حدود تغییرات طول ضلع AC کدام است؟

(۲) $6 < AC < 14$

(۱) $5 < AC < 9$

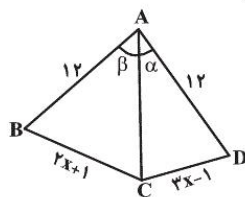
(۴) $7 < AC < 16$

(۳) $8 < AC < 12$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، هندسه ۲- سوالات موازی، قضیه‌ی لولا، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۴۰- در شکل زیر اگر $\beta > \alpha$ ، آن‌گاه بیش‌ترین مقدار طبیعی ممکن برای محیط چهارضلعی $ABCD$ کدام است؟



(۲) ۳۴

(۱) ۳۵

(۴) ۳۲

(۳) ۳۳

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- مثلث ABC مفروض است. اگر $\hat{A} = 60^\circ$ و $\hat{C} > \hat{B}$ ، کدام نامساوی‌ها بین طول اضلاع برقرار است؟

(۲) $AB > BC > AC$

(۱) $AB > AC > BC$

(۴) $BC > AB > AC$

(۳) $AC > BC > AB$

شما پاسخ نداده اید



ریاضی، حسابان، حل معادلات به روش هندسی، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۸۳-

(محمدمصطفی ابراهیمی)

$$\frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x} = 1 \Rightarrow \frac{x^3}{x} + \frac{2x^2}{x} - \frac{1}{x} = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x^2 + 2x - 1 = \frac{1}{x}$$

هر کدام از توابع $y_1 = x^2 + 2x - 1$ و $y_2 = \frac{1}{x}$ را جداگانه رسم

می‌کنیم تا تعداد جواب‌ها را پیدا کنیم. $y_1 = x^2 + 2x - 1$ همان

$$y_1 = (x+1)^2 - 2 \text{ است.}$$

☒ ۴

☐ ۳

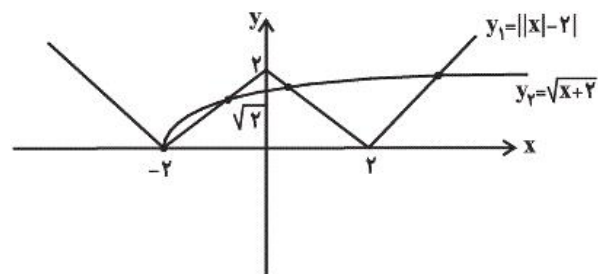
☐ ۲

☐ ۱

۹۲-

(کاترم ایبلائی)

نمودار توابع $y_1 = ||x| - 2|$ و $y_2 = \sqrt{x+2}$ را رسم می‌کنیم:



با توجه به این که دو نمودار در چهار نقطه متقاطع هستند، معادله چهار

(مسابان - صفحه‌های ۳۱ تا ۳۹)

جواب دارد.

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

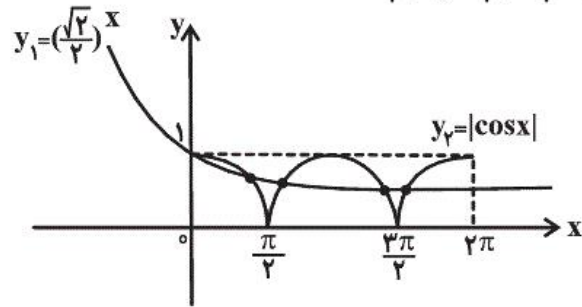
☐ ۱

(فریدون ساعتی)

$$(\sqrt{2})^{-x} = |\cos x| \Rightarrow ((\sqrt{2})^{-1})^x = |\cos x|$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x = |\cos x| \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^x = |\cos x|$$

اگر نمودارهای $y_1 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^x$ و $y_2 = |\cos x|$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنیم، خواهیم داشت:



دو نمودار در بازه‌ی $(0, 2\pi)$ یک‌دیگر را در ۴ نقطه قطع می‌کنند، پس معادله در بازه‌ی موردنظر، چهار جواب دارد.

(مسابان - صفحه‌های ۳۱ تا ۳۹)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی، حسابان، معادلات قدرمطلق، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

(غلامرضا علی)

$$\text{اگر } x \geq 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 2$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{2} \xrightarrow{x \geq 0} x = \sqrt{2}$$

$$\text{اگر } x < 0 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 + 2x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \pm \sqrt{6}$$

$$\xrightarrow{x < 0} x = -2 - \sqrt{6}$$

پس این معادله دو جواب دارد.

(مسابان، صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

-۸۱

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

$$| \underbrace{x^2 - 3x + 2}_f | = | \underbrace{3x - x^2 - 2}_{-f} | \Rightarrow |f| = -f$$

معادله‌ی فوق وقتی برقرار است که $f \leq 0$ باشد:

$$x^2 - 3x + 2 \leq 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) \leq 0 \Rightarrow 1 \leq x \leq 2$$

بی‌شمار عدد حقیقی در بازه‌ی فوق وجود دارد.

(مسابان - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی ، حسابان ، نامعادلات کسری، گنگ و قدمطلق ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

-۸۴

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

$$||x-3|-4| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq |x-3|-4 \leq 1$$

$$\Rightarrow 3 \leq |x-3| \leq 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3 \leq x-3 \leq 5 \Rightarrow 6 \leq x \leq 8 \\ -5 \leq x-3 \leq -3 \Rightarrow -2 \leq x \leq 0 \end{cases}$$

اعداد صحیح صفر و -۱، -۲، ۶، ۷ و ۸ در نامعادله‌ی فوق صدق می‌کنند.

توجه کنید که برای حل نامعادله، از این نکته استفاده کردیم که اگر $a > 0$ باشند و $a < |x| < b$ باشد، آن‌گاه $a < x < b$ یا $-b < x < -a$ است.

(مسابان - صفحه‌های ۳۹ و ۴۰)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۸۶

(معمّر طاهر شعاعی)

جواب به دست آمده را با محدوده‌ی در نظر گرفته شده برای x اشتراک می‌گیریم. داریم:

$$\xrightarrow{x>1} 2|x+x-1|=|x-x-1| \Rightarrow 2|2x-1|=1$$

$$\Rightarrow 2x-1=\frac{1}{2} \Rightarrow x=\frac{3}{4} \xrightarrow{\text{اشتراک با } x>1} \{ \}$$

$$\xrightarrow{-1 \leq x \leq 1} 2|x-x+1|=|x-x-1| \Rightarrow 2=1 \quad \text{تناقض}$$

$$\xrightarrow{x<-1} 2|x-x+1|=|x+x+1|$$

$$\Rightarrow 2=|2x+1| \xrightarrow{x<-1} 2=-2x-1 \Rightarrow x=-\frac{3}{2}$$

پس، تنها جواب معادله $x=-\frac{3}{2}$ است.

(مسایان - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۸۷

(معمّر مهران)

با توجه به خواص قدرمطلق و با توجه به این که $a > 0 > b$ ، داریم:

$$|a-b|=a-b$$

$$|b-1|=-(b-1)=1-b$$

$$|b-a|=-(b-a)=a-b$$

$$A = \frac{a-b}{a-b} + \frac{1-b}{1-b} + a-b = 2+a-b$$

(مسایان - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۹۷

(معمّر شتران)

$$|x^2+3x+4| < |x^2+2x-1|$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲}} (x^2+3x+4)^2 < (x^2+2x-1)^2$$

$$\Rightarrow (x^2+3x+4)^2 - (x^2+2x-1)^2 < 0 \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}}$$

۴ ✓

۳

۲

۱

-۹۸

(قسم کتابی)

زیر رادیکال با فرجه‌ی زوج باید نامنفی باشد: $x+2 \mid x-1 \mid -6 \geq 0$

$$\text{اگر } x \geq 1 \Rightarrow x+2x-2-6 \geq 0 \Rightarrow 3x \geq 8 \Rightarrow x \geq \frac{8}{3}$$

$$\text{اگر } x < 1 \Rightarrow x-2x+2-6 \geq 0 \Rightarrow -x \geq 4 \Rightarrow x \leq -4$$

دامنه شامل ۶ عدد صحیح ۲، ۱، ۰ و -۱، -۲ و -۳ نمی‌شود.

(مسئله - صفحه‌های ۳۹ و ۴۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی، حسابان، حل نامعادلات از طریق نموداری، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

-۸۵

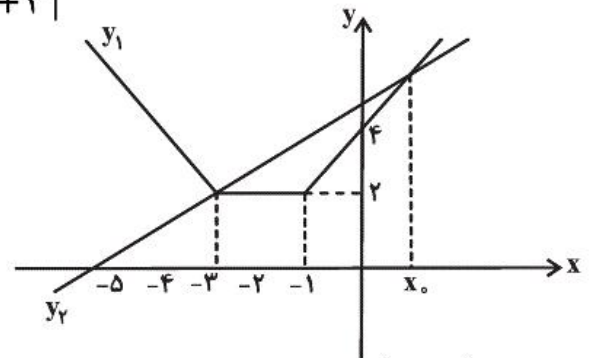
(سعی بر مدیریت آسانی)

$$|x+1| + |x+3| - x \leq 5 \Rightarrow \underbrace{|x+1| + |x+3|}_{y_1} \leq \underbrace{x+5}_{y_2}$$

نمودارهای y_1 و y_2 را رسم می‌کنیم. مجموعه جواب، ناحیه‌ای می‌باشد که نمودار y_1 زیر نمودار y_2 باشد.

$$y_1 = |x+1| + |x+3|$$

$$y_2 = x+5$$



نقطه‌ی $(-3, 2)$ یک نقطه‌ی برخورد دو نمودار است و نقطه‌ی دیگر نقطه‌ای به طول $x_0 > 0$ است در نتیجه بازه $[-3, x_0]$ مجموعه جواب مسئله است که برای پیدا کردن x_0 دو نمودار را قطع می‌دهیم:

$$|x+1| + |x+3| = x+5 \xrightarrow{x_0 > 0 \rightarrow x > 0}$$

$$x+1+x+3 = x+5 \Rightarrow x = 1$$

$$\Rightarrow x \in [-3, 1] \Rightarrow a = -3 \text{ و } b = 1$$

$$\Rightarrow b+a = 1-3 = -2$$

(مسئله - صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۴

۳

۲ ✓

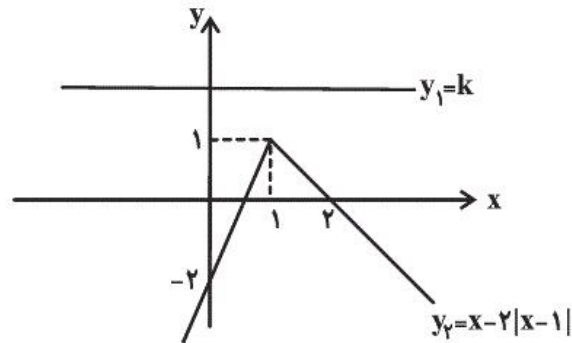
۱

(کافهم املالی)

نامعادله را به صورت $x - 2 |x - 1| > k$ می نویسیم. سپس نمودار توابع $y_1 = k$ و $y_2 = x - 2 |x - 1|$ را رسم می کنیم.

اگر $x \geq 1$: $y_2 = -x + 2$

اگر $x < 1$: $y_2 = 3x - 2$



واضح است که نامعادله در صورتی جواب دارد که $k < 1$ باشد تا اعدادی یافت شوند که به ازای آن ها نمودار $y_2 = x - 2 |x - 1|$ بالاتر از نمودار $y_1 = k$ قرار گیرد.

(مسابان - صفحه های ۴۱ و ۴۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، حسابان ، تعریف و تشخیص توابع ، تابع - ۱۳۹۴۰۹۰۶

(امیر حسین افشار)

ابتدا x را به $1 - x$ تبدیل می کنیم:

$$2f(-x) + 3f(x-1) = 5(1-x)$$

$$\begin{cases} 2f(x-1) + 3f(-x) = 5x \\ 2f(-x) + 3f(x-1) = 5(1-x) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 6f(x-1) + 9f(-x) = 15x \\ -4f(-x) - 6f(x-1) = -10(1-x) = -10 + 10x \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{جمع}} 5f(-x) = 25x - 10 \Rightarrow f(-x) = 5x - 2$$

$$\Rightarrow f(x) = -5x - 2$$

(مسابان - صفحه های ۴۴ تا ۴۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مسیر فایلو)

$$f(x) = x^2 + x + 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(3x) = (3x)^2 + (3x) + 1 = 9x^2 + 3x + 1 \\ f(x+1) = (x+1)^2 + (x+1) + 1 = x^2 + 3x + 3 \end{cases}$$

$$f(3x) = f(x+1) \Rightarrow 9x^2 + 3x + 1 = x^2 + 3x + 3$$

$$\Rightarrow 8x^2 = 2 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \xrightarrow{x < 0} x = -\frac{1}{2}$$

(مسایان، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

(همایون شریک)

$$y = \frac{2x+3}{x} = 2 + \frac{3}{x} \xrightarrow{x, y \in \mathbb{Z}} x = \pm 1, \pm 3$$

$$\Rightarrow D_f = \{-3, -1, 1, 3\}$$

تابع f از ۴ زوج مرتب تشکیل شده است.

(مسایان، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۷)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ابتدا دامنه‌ی تابع‌های داده شده را به دست می‌آوریم:

$$1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow D_f = [-1, 1]$$

$$\left. \begin{array}{l} 1 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \\ 1 + x \geq 0 \Rightarrow x \geq -1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\cap} -1 \leq x \leq 1$$

$$\Rightarrow D_f = D_g, \quad g(x) = \sqrt{(1-x)(1+x)} = \sqrt{1-x^2}$$

$$\Rightarrow g(x) = f(x)$$

$$\frac{1-x^4}{1+x^2} \geq 0 \xrightarrow{1+x^2 > 0} 1-x^4 \geq 0 \Rightarrow x^4 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

$$\Rightarrow D_h = D_f$$

$$h(x) = \sqrt{\frac{1-x^4}{1+x^2}} \Rightarrow h(x) = \sqrt{\frac{(1-x^2)(1+x^2)}{1+x^2}} = \sqrt{1-x^2}$$

$$\Rightarrow h(x) = f(x)$$

$$\left. \begin{array}{l} x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \\ -x-1 \geq 0 \Rightarrow x \leq -1 \end{array} \right\} \Rightarrow D_l = \emptyset \Rightarrow l(x) \neq f(x)$$

$$\frac{1-x^8}{1+x^4} \geq 0 \xrightarrow{1+x^4 > 0} 1-x^8 \geq 0 \Rightarrow x^8 \leq 1$$

$$\Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \Rightarrow D_t = [-1, 1]$$

$$\Rightarrow D_t = D_f : t(x) = \sqrt{\frac{1-x^8}{1+x^4}} = \sqrt{\frac{(1-x^4)(1+x^4)}{1+x^4}}$$

$$= \sqrt{1-x^4} \Rightarrow t(x) \neq f(x)$$

(مسئله‌بان - صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۴

۳

۲✓

۱

جهت این که دو تابع $f(x) = \log(x^2 + kx + k)$ و $g(x) = \log|x^2 + kx + k|$ مساوی باشند باید عبارت $x^2 + kx + k$ به ازای همه‌ی مقادیر x نامنفی باشد و این وقتی ممکن است که داشته باشیم: $0 \leq k \leq 4 \Rightarrow k^2 - 4k \leq 0 \Rightarrow \Delta \leq 0$
۵ مقدار: $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

(مسئله‌بان - صفحه‌های ۳۸ و ۳۹)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی ، حسابان ، توابع چند ضابطه ای ، تابع - ۱۳۹۴۰۹۰۶

-۹۴

(مهم‌ظاهر شعاعی)

$$f(x) = \begin{cases} f(x-1) & x > 0 \\ |x| & x \leq 0 \end{cases} \Rightarrow f(2) = f(1) = f(0) = |0| = 0$$

$$f(\sqrt{2}) = f(\sqrt{2}-1) = f(\sqrt{2}-1-1) \\ = f(\sqrt{2}-2) = |\sqrt{2}-2| = 2-\sqrt{2}$$

$$\text{عبارت} = \frac{2}{f(\sqrt{2})-f(2)} = \frac{2}{2-\sqrt{2}-0} = 2+\sqrt{2}$$

(حسابان- صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

-۸۹

(مهم‌مصطفی ابراهیمی)

$f(1)$ هم در ضابطه‌ی اول است و هم در ضابطه‌ی دوم، چون f یک تابع است پس $f(1)$ باید منحصر به فرد باشد بنابراین مقادیر $f(1)$ در دو ضابطه را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$f(1) = a^2 + 1 = -2a \Rightarrow a^2 + 2a + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (a+1)^2 = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$f(x) = \begin{cases} 1+x & x \geq 1 \\ 2x & x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow f(2) + f(-1) = 3 - 2 = 1$$

(حسابان- صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

ریاضی ، حسابان ، معادلات و توابع ، تابع - ۱۳۹۴۰۹۰۶

-۱۰۰

(همید ستاری)

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

۱) $y^2 + \sqrt{x} = 1 \Rightarrow y^2 = 1 - \sqrt{x} \Rightarrow y = \pm \sqrt{1 - \sqrt{x}} \Rightarrow$ تابع نیست

۲) $|x| + |2y| = y \xrightarrow{y \geq 0} |x| + 2y = y \Rightarrow y = -|x| \Rightarrow$ تابع است

۳) تابع نیست. $x = 0 \Rightarrow y = \pm 1$: با کمک مثال نقض داریم

۴) تابع نیست $x = -1 \Rightarrow y = \pm 1$: با کمک مثال نقض داریم

(حسابان، صفحه‌های ۵۱ تا ۵۴)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، استدلال استقرایی و تعریف های اولیه ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۲۱-

(رضا عباسی اصل)

الف) نقطه ی همرسی عمودمنصف های یک مثلث از سه رأس آن مثلث به یک فاصله است.

ب) نقطه ی همرسی نیمسازهای زاویه های داخلی هر مثلث از سه ضلع آن به یک فاصله است.

به عنوان مثال نقض برای گزاره ی (ج)، مثلث قائم الزاویه را در نظر بگیرید که نقطه ی همرسی ارتفاع های آن رأس قائمه ی آن است.

(هندسه ۲- صفحه های ۳۵ تا ۳۷)

۴

۳

۲

۱ ✓

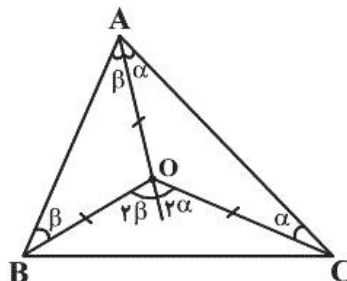
۱۲۲-

(محمدرضا هر شعاعی)

نقطه ی همرسی عمودمنصف های اضلاع مثلث از سه رأس مثلث، به یک فاصله است $(OA = OB = OC)$. مطابق شکل اگر O داخل مثلث واقع باشد، بنا به قضیه ی زاویه ی خارجی داریم:

$$\hat{BOC} = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta) = 2\hat{A}$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + 60^\circ + 50^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 70^\circ$$



$$\hat{BOC} = 2\hat{A} = 140^\circ \text{ در نتیجه:}$$

(هندسه ۲- صفحه ی ۳۵)

۴ ✓

۳

۲

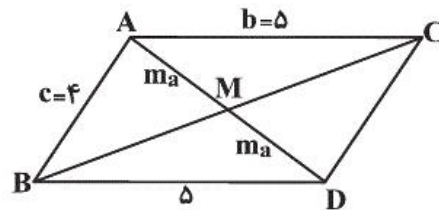
۱

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، قضیه ی حمار ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۲۶-

(سروش موئینی)

میانه‌ی AM را از طرف M به اندازه‌ی خود تا D، امتداد می‌دهیم، در مثلث ABD داریم:



$$4 + 5 > 2m_a$$

$$4/5 > m_a$$

بنابراین به‌ازای $m_a = 6$ جواب نداریم.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۵ و ۳۸ تا ۴۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۳۰-

(محمدرضا شجاعی)

اگر a ، b و c طول اضلاع مثلث ABC و m_a ، m_b و m_c میانه‌های نظیر آن‌ها باشند، بنا به فرض:

$$m_c = x + 3 \text{ و } m_b = 12 - 2x \text{ و } m_a = x + 2$$

نکته: در هر مثلث مجموع طول میانه‌ها از محیط مثلث کم‌تر و از $\frac{3}{4}$

محیط همان مثلث بیش‌تر است.

بنابراین داریم:

$$\frac{3}{4}(\Delta_{ABC}) < x + 3 + 12 - 2x + x + 2 < \Delta_{ABC}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta_{ABC} < \frac{4}{3} \times 17 \\ 17 < \Delta_{ABC} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 17 < \Delta_{ABC} < \frac{68}{3} \approx 22.66$$

و از میان گزینه‌ها عدد ۲۰ در نامساوی اخیر صدق می‌کند.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۲۵، ۲۶ و ۳۶)

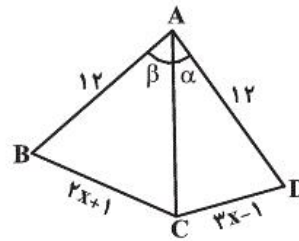
۴

۳

۲ ✓

۱

(معمراً هر شعاعی)



$$\left. \begin{array}{l} \beta > \alpha \text{ (فرض)} \\ AC = AC \\ AB = AD \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{قضیه ی لولا}} CD < BC$$

$$3x - 1 < 2x + 1 \Rightarrow x < 2$$

$$ABCD \text{ محیط } = 24 + 5x \xrightarrow{x < 2} ABCD \text{ محیط } < 34$$

پس بیش ترین مقدار طبیعی ممکن برای محیط چهارضلعی ABCD برابر ۳۳

است.

(هندسه ۲- صفحه های ۲۷ و ۲۸)

۴

۳ ✓

۲

۱

(رسول مفسنی منش)

با کمی دقت به راحتی می توان فهمید که مثلث های OMN و OAB متشابه هستند. چرا که:

$$\Rightarrow \begin{cases} ON = \frac{1}{2}OB \\ OM = \frac{1}{2}OA \\ \hat{NOM} = \hat{AOB} \end{cases}$$

میانها یک دیگر را با نسبت ۱ به ۲ قطع می کند.

$$\Rightarrow \triangle OMN \sim \triangle OAB$$

پس نسبت تشابه آنها $\frac{1}{2}$ و در نتیجه نسبت مساحت های آنها $\frac{1}{4}$ است؛
لذا داریم:

$$\frac{S_{\triangle OAB}}{S_{\triangle OMN}} = 4 \xrightarrow{\times 3} \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle OMN}} = 12 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = 12 S_{\triangle OMN}$$

(هندسه ۲- صفحه های ۳۶ و ۳۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

نقطه‌ی هم‌رسی عمودمنصف‌ها در یک مثلث زمانی روی یکی از اضلاع قرار دارد که مثلث قائم‌الزاویه باشد که در این صورت محل هم‌رسی عمودمنصف‌ها وسط وتر است.

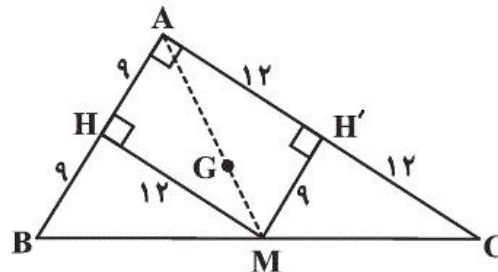
مطابق شکل زیر، چهارضلعی $AH'MH$ مستطیل است و دو ضلع روبه‌روی آن با هم برابرند و چون MH و MH' عمودمنصف هستند، از وسط اضلاع AB و AC می‌گذرند. پس طبق قضیه‌ی فیثاغورس داریم:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow BC = 30$$

چون میانه‌ی وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه، نصف وتر است و فاصله‌ی نقطه‌ی هم‌رسی میانه‌ها تا وسط ضلع وارد بر آن یک سوم میانه‌ی وارد بر ضلع است، بنابراین داریم:

$$AM = \frac{BC}{2} = 15$$

$$\Rightarrow GM = \frac{AM}{3} = 5$$



(هندسه ۲- صفحه‌های ۳۵ و ۳۶)

۴

۳

۲

۱ ✓

(معمدهی ناظمی)

فرض کنیم M نقطه‌ای از مکان هندسی مورد نظر باشد، دو نقطه‌ی ثابت را A و B در نظر می‌گیریم، داریم:

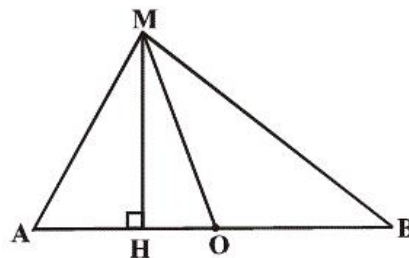
$$MA^2 + MB^2 = K \text{ (مقدار ثابت)}$$

مطابق شکل، با فرض این‌که $AB = a$ و O وسط AB باشد. طبق رابطه‌ی فیثاغورس می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{aligned} K = MA^2 + MB^2 &\Rightarrow K = (MH^2 + AH^2) + (MH^2 + BH^2) \\ &= 2MH^2 + AH^2 + BH^2 = 2(OM^2 - OH^2) + \left(\frac{a}{2} - OH\right)^2 + \left(\frac{a}{2} + OH\right)^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow K = 2OM^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow OM^2 = \frac{K}{2} - \frac{a^2}{4}$$

$$\Rightarrow OM = \sqrt{\frac{K}{2} - \frac{a^2}{4}}$$



چون a و K ثابت‌اند، بنابراین طول پاره‌خط OM نیز ثابت است و با توجه به ثابت بودن نقطه‌ی O واضح است که مکان هندسی M دایره‌ای به مرکز O و به شعاع $\frac{1}{2}\sqrt{2K - a^2}$ است.

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۳۱ تا ۳۷)

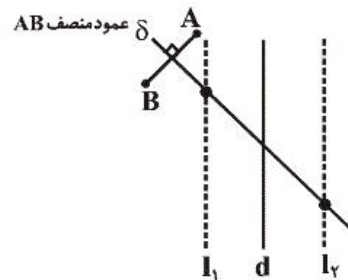
۴

۳

۲

۱ ✓

نقاط هم فاصله از A و B بر روی عمود منصف AB واقعند و تقاطعی که از d به فاصله K هستند، دو خط موازی با d واقع در طرفین d را مشخص می کنند که از d به فاصله K قرار دارند. پس مطابق شکل، اشتراک این دو مکان هندسی، دو نقطه با خاصیت مطلوب را مشخص می کند.



توجه: از آنجا که AB بر خط d عمود نیست، مطابق شکل، δ با L_1 و L_2 دقیقاً در دو نقطه متقاطع است.

(هندسه ۲- صفحه های ۳۱ تا ۳۷)

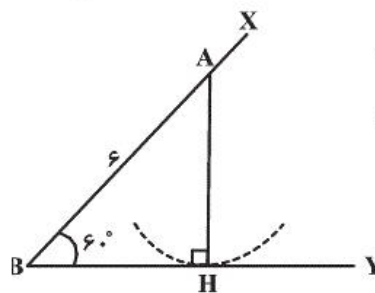
۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی، هندسه ۲، ترسیم مثلث با استفاده از خط کش و پرگار، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۰۶



زاویه $XBY = 60^\circ$ را رسم می کنیم، A را روی BX چنان اختیار می کنیم که $AB = 6$ ، به مرکز A و شعاع $3\sqrt{3}$ سائتی متر کمانی رسم می کنیم، محل تلاقی این کمان با BY مکان رأس C را مشخص می کند. با توجه به این که شعاع این کمان با BY مماس است و مسأله یک جواب دارد.

این کمان با $3\sqrt{3}$ $AH = AB \cdot \sin 60^\circ = 6 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 3\sqrt{3}$ برابر است، کمان

رسم شده، در یک نقطه بر BY مماس است و مسأله یک جواب دارد.

(هندسه ۲- صفحه های ۳۸ تا ۴۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۴۸-

(معضومه گرای)

چون مجموعه‌های داده شده مساوی هستند باید تعداد اعضایشان با هم برابر باشد، پس اعضای مجموعه‌ی A تکراری هستند و داریم:

$$x^2 - 8 = 4 - 4x \Rightarrow x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (x+6)(x-2) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ یا } x = -6$$

$$x = 2 \Rightarrow \{-4\} = \{y^2 + 3\} \Rightarrow -4 = y^2 + 3 \Rightarrow y^2 = -7 \text{ غ ق ق}$$

$$x = -6 \Rightarrow \{28\} = \{y^2 + 3\} \Rightarrow 28 = y^2 + 3$$

$$\Rightarrow y^2 = 25 \Rightarrow y = \pm 5$$

$$x = -6, y = \pm 5 \Rightarrow x + y = -1 \text{ یا } x + y = -11$$

با توجه به گزینه‌ها، (۱۱-) جواب موردنظر است.

(پیرواختمال - صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی، جبر و احتمال، قضایای شرطی و عکس آنها، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۴۹-

(سپرویدر زوالفقاری)

گزینه‌ی «۱» نادرست است. مثال نقض:

$$n^2 - 1 = 16 \Rightarrow n = \sqrt{17}$$

گزینه‌ی «۲» نادرست است. مثال نقض:

$$x = -6 \Rightarrow (-6)^2 + 3(-6) = 18 > 10$$

گزینه‌ی «۳» نادرست است. مثال نقض:

$$\sin(30^\circ) = \sin(360^\circ + 30^\circ)$$

اما عکس قضیه‌ی «۴» همواره برقرار است. (پیرواختمال - صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

۱۴۱-

(معضومه گرای)

گزینه‌ی «۱»: اگر $1 < \cos x < 0$ آن‌گاه $0 < x < \frac{\pi}{2}$ یا $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$

گزینه‌ی «۲»: $x = 2$ و $y = 6$ یک مثال نقض برای عکس این قضیه است.

گزینه‌ی «۳»: $x = 1 - \sqrt{2}$ و $y = 1 + \sqrt{2}$ یک مثال نقض برای عکس این قضیه است.

گزینه‌ی «۴»: عکس قضیه: اگر $x+1$ عددی زوج باشد آن‌گاه x عددی فرد است.

(پیرواختمال - صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴ ✓

۳

۲

۱

۱۴۴-

(سروش موئینی)

اگر n^2 مضرب ۳ یا ۱۰ یا ۶ باشد، n نیز مضرب ۳ یا ۱۰ یا ۶ است، اما در حالتی که n^2 مضرب ۲۰ است، نمی‌توان گفت n نیز مضرب ۲۰ است مثلاً $n=10$ مثال نقض است (10^2 به ۲۰ بخش پذیر است اما خود ۱۰ به ۲۰ بخش پذیر نیست)

اشاره: در حالت کلی k باید عددی باشد که در تجزیه‌ی آن، هیچ عامل اول، توانی بیش‌تر از یک نداشته باشد. (پیرواقتمال - صفحه‌های ۲۰، ۲۱ و ۲۸)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی، جبر و احتمال، اثبات بازگشتی، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۴۲-

(معصومه گرایبی)

$$\begin{aligned} |x+y| &\leq |x| + |y| \Rightarrow |x+y|^2 \leq (|x| + |y|)^2 \\ &\Rightarrow (x+y)^2 \leq |x|^2 + |y|^2 + 2|x||y| \\ &\Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy \leq x^2 + y^2 + 2|xy| \Rightarrow xy \leq |xy| \end{aligned}$$

(پیرواقتمال - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

☐ ۴

☐ ۳

☒ ۲

☐ ۱

۱۵۰-

(امیر حسین ابومحبوب)

$$\left(\frac{a}{b} + 1\right)\left(\frac{b}{a} + 1\right) \geq n \Rightarrow 1 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 1 \geq n \Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq n - 2$$

چون $ab < 0$ پس a و b هم علامت هستند.

می‌دانیم اگر a و b هم علامت باشند، آنگاه $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$. پس برای

این‌که رابطه‌ی اخیر همواره برقرار باشد، حداکثر مقدار n برابر با ۴ خواهد بود.

(پیرواقتمال - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی، جبر و احتمال، برهان خلف، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۴۳-

(سروش مؤین)

فرض $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ غلط است و در مسیر استدلال برهان خلف برای گنگ بودن $\sqrt{2}$ ، نشان می‌دهیم هیچ جوابی برای q و p نداریم.

تذکر: اگر نگفته بود $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ و فقط معادله $p^2 = 2q^2$ را می‌داد،

آنوقت یک جواب $p = q = 0$ وجود داشت. (پیرواحتمال - صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

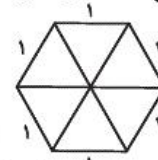
☒ ۱

ریاضی، جبر و احتمال، اصل لانه کبوتری، استدلال ریاضی - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۴۵-

(سیدوید زوالفقاری)

با رسم قطره‌های یک شش‌ضلعی منتظم، ۶ مثلث متساوی‌الاضلاع خواهیم داشت و چون در مثلث متساوی‌الاضلاع، بیش‌ترین فاصله‌ی بین دو نقطه، برابر با طول ضلع (در اینجا ۱ واحد) است، پس اگر ۷ نقطه درون ۶ ضلعی منتظم انتخاب کنیم، طبق اصل لانه‌ی کبوتر، حداقل دو نقطه درون یک مثلث قرار خواهند گرفت، پس فاصله‌ی دو نقطه از یک کم‌تر خواهد شد.



(پیرواحتمال - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۴۶-

(سروش مؤین)

اعداد طبیعی دورقمی مضرب ۳ عبارتند از:

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۴۷-

(میلاد بیغری)

در هر مسابقه‌ای ۲ تیم داریم پس وقتی ۱۴ مسابقه انجام شود، مجموع بازی تیم‌ها ۲۸ می‌باشد. چون $28 > 9 \times 3$ ، حداقل یک تیم وجود دارد که حداقل ۴ بازی انجام داده باشد. (پیرواحتمال - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۰)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

ریاضی، حسابان-سوالات موازی، ماکسیمم و مینیمم، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

-۱۰۷

(گوشه شاه منصوریان)

اگر $f(x) = ax^2 + bx + c$ و f دارای مینیمم باشد، آنگاه $a > 0$

و مقدار مینیمم تابع f برابر با $\frac{4ac - b^2}{4a}$ است. پس:

$$\Rightarrow \frac{y}{4} = \frac{4m(m^2 + \frac{1}{m}) - (3m - 2)^2}{4m}$$

$$\Rightarrow 4m^3 + 4 - (9m^2 - 12m + 4) = 7m$$

$$\Rightarrow 4m^3 + 4 - 9m^2 + 12m - 4 = 7m$$

$$\Rightarrow 4m^3 - 9m^2 + 5m = 0 \Rightarrow m(4m^2 - 9m + 5) = 0$$

$$\xrightarrow{m \neq 0} 4m^2 - 9m + 5 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = \frac{5}{4} \end{cases} \Rightarrow m_1 + m_2 = \frac{9}{4}$$

(مسئله‌های ۱۸ تا ۲۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(همیشه ستاری)

-۱۰۸

اگر مختصات نقطه‌ی B به صورت $B(x_B, y_B)$ باشد، داریم:

$$S_{OABC} = OA \cdot OC \Rightarrow S = x_B \cdot y_B \Rightarrow S = x_B(4 - x_B)$$

$$\Rightarrow S = -x_B^2 + 4x_B$$

کافی است طول رأس سهمی $x = -\frac{b}{2a}$ را در معادله‌ی S قرار دهیم.

$$x = -\frac{4}{2(-1)} \Rightarrow x = 2$$

$$\Rightarrow S_{\max} = -(2)^2 + 4 \times 2 \Rightarrow S_{\max} = 4$$

(مسئله‌های ۱۸ تا ۲۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

(آرش ریاضی)

-۱۱۵

$$x_S = -\frac{b}{2a} \Rightarrow -\frac{m}{2} = -1 \Rightarrow m = 2$$

$$\Rightarrow y = x^2 + 2x + n$$

$$y_S = x_S^2 + mx_S + n \Rightarrow 4 = (-1)^2 + 2(-1) + n$$

$$\Rightarrow n = 5 \Rightarrow y = x^2 + 2x + 5$$

$$\xrightarrow{x=0} \text{تلاقی با محور عرضها} y = 5$$

(مسئله‌های ۱۸ تا ۲۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، معادلات شامل عبارات گویا و گنگ ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات
- ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۱۱-

(فرهاد و غایی)

ابتدا معادله را ساده تر می کنیم:

$$\frac{x^2 - x}{x^2 - 1} = \frac{2x^3 - x}{x^3 + 1}$$

$$\Rightarrow \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x^3 - x}{(x+1)(x^2 - x + 1)}$$

حال با در نظر گرفتن شرط $x \neq -1, 1$ ، خواهیم داشت:

$$\frac{x}{1} = \frac{2x^3 - x}{x^2 - x + 1} \Rightarrow x^3 - x^2 + x = 2x^3 - x$$

$$\Rightarrow x^3 + x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x^2 + x - 2) = 0$$

$$\Rightarrow x(x-1)(x+2) = 0 \Rightarrow x = 0, 1, -2$$

از آن جا که $x \neq -1, 1$ ، معادله دو جواب $x = -2$ و $x = 0$ دارد.

(مسابقان، صفحه های ۲۴ تا ۲۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

۱۱۲-

(کور ش شاه منصوریان)

طرفین معادله را به توان ۲ می رسانیم:

$$1 + \sqrt{x} = x - 2\sqrt{x} + 1$$

$$\Rightarrow x = 3\sqrt{x} \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} x^2 = 9x$$

$$\Rightarrow x(x-9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \text{غ.ق.ق} \\ x = 9 & \text{ق.ق} \end{cases}$$

(مسابقان- صفحه های ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

۱۰۹-

(مرتضی روزبهانی)

به ازای $x = 1$ داریم:

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۱۷-

(سعید مدیر فراسانی)

$$\left(\frac{2}{\sqrt{x}} + 2\sqrt{x} + 2\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} - 4\right) = 0$$

۴ ✓

۳

۲

۱

۱۲۰-

(مهری ملایر مشانی)

به خاطر وجود $\sqrt{x-2}$ ، باید $x-2 \geq 0$ و در نتیجه $x \geq 2$.

$$x(x^2 - 3)\sqrt{x-2} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \sqrt{x-2} = 0 \Rightarrow x-2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

جواب‌های $x = 0$ و $x = \pm\sqrt{3}$ در شرط $x \geq 2$ صدق نمی‌کنند. پس معادله، یک جواب دارد.

(حسابان - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

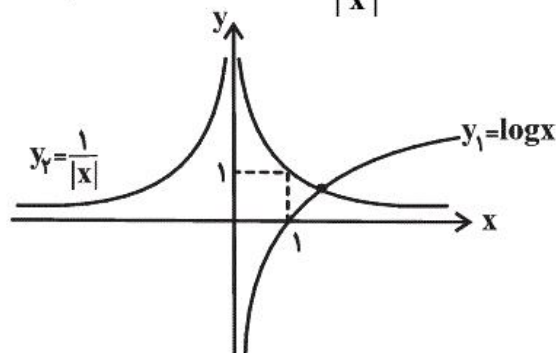
ریاضی، حسابان-سوالات موازی، حل معادلات به روش هندسی، محاسبات جبری، معادلات و نامعادلات -
۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۱۸-

(قاسم کتابچی)

$$|x| \log x = 1 \Rightarrow \log x = \frac{1}{|x|}$$

هر کدام از توابع $y_1 = \log x$ و $y_2 = \frac{1}{|x|}$ را جداگانه رسم می‌کنیم.



مطابق شکل مشخص است که دو تابع یک‌دیگر را فقط در یک نقطه قطع می‌کنند.

(حسابان - صفحه‌های ۳۱ تا ۳۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۰۳

(معمدمصطفی ابراهیمی)

$$\frac{x^3 + 2x^2 - 1}{x} = 1 \Rightarrow \frac{x^3}{x} + \frac{2x^2}{x} - \frac{1}{x} = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x^2 + 2x - 1 = \frac{1}{x}$$

هر کدام از توابع $y_1 = x^2 + 2x - 1$ و $y_2 = \frac{1}{x}$ را جداگانه رسم

می‌کنیم تا تعداد جواب‌ها را پیدا کنیم. $y_1 = x^2 + 2x - 1$ همان

$$y_1 = (x+1)^2 - 2 \text{ است.}$$

۴ ✓

۳

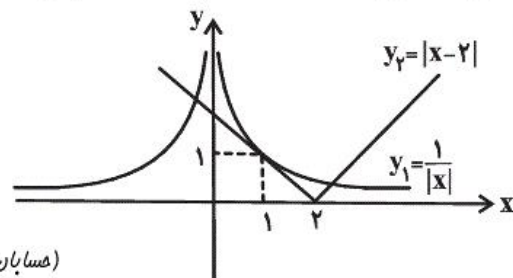
۲

۱

-۱۱۶

(معمدمصطفی ابراهیمی)

هر یک از توابع $y_1 = \frac{1}{|x|}$ و $y_2 = |x-2|$ را رسم می‌کنیم. مطابق شکل این دو تابع، ۳ نقطه‌ی مشترک دارند، پس معادله سه جواب متمایز دارد.



(حسابان - صفحه‌های ۳۱ تا ۳۹)

۴

۳ ✓

۲

۱

با توجه به خواص قدرمطلق، داریم:

$$a < 0 < b \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \Rightarrow |a| = -a \\ b > 0 \Rightarrow |b| = b \\ a - b < 0 \Rightarrow |a - b| = b - a \end{cases}$$

$$b^2 < a^2 \Rightarrow b^2 - a^2 < 0 \Rightarrow (b - a)(b + a) < 0 \xrightarrow{b-a > 0}$$

$$a + b < 0 \Rightarrow |a + b| = -a - b$$

$$\frac{|a - b| - |a|}{|a + b| + |b|} = \frac{b - a + a}{-a - b + b} = -\frac{b}{a}$$

در نتیجه، داریم:

(حسابان - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، معادلات قدرمطلق ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

$$|\underbrace{x^2 - 3x + 2}_f| = |\underbrace{3x - x^2 - 2}_{-f}| \Rightarrow |f| = -f$$

معادله‌ی فوق وقتی برقرار است که $f \leq 0$ باشد:

$$x^2 - 3x + 2 \leq 0 \Rightarrow (x - 1)(x - 2) \leq 0 \Rightarrow 1 \leq x \leq 2$$

بی‌شمار عدد حقیقی در بازه‌ی فوق وجود دارد.

(حسابان - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، نامعادلات کسری، گنگ و قدمطلق ، محاسبات جبری ، معادلات و نامعادلات - ۱۳۹۴۰۹۰۶

-۱۱۰

(معمدمصطفی ابراهیمی)

$$y = \frac{x}{x^2 + 2} = \frac{1}{x + \frac{2}{x}}$$

توجه کنید:

برای مقادیر منفی a و b داریم $a + b \leq -2\sqrt{ab}$ پس $x + \frac{2}{x} \leq -2\sqrt{2}$ است.

وقتی که x منفی باشد مقدار مخرج کسر $(x + \frac{2}{x})$ هم منفی خواهد بود. کمترین مقدار کسر صورت سؤال وقتی است که مخرج بیشترین مقدارش را

$$y = \frac{1}{x + \frac{2}{x}} \Rightarrow y_{\min} = \frac{1}{-2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{4}$$

داشته باشد در نتیجه:

(مسئله‌های ۱۸ تا ۲۴، ۳۹ و ۴۰)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۰۶

(معمدطاهر شعاعی)

جواب به دست آمده را با محدوده‌ی در نظر گرفته شده برای x اشتراک می‌گیریم. داریم:

$$\xrightarrow{x > 1} 2 | x + x - 1 | = | x - x - 1 | \Rightarrow 2 | 2x - 1 | = 1$$

$$\Rightarrow 2x - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{4} \xrightarrow{\text{اشتراک با } x > 1} \{ \}$$

$$\xrightarrow{-1 \leq x \leq 1} 2 | x - x + 1 | = | x - x - 1 | \Rightarrow 2 = 1 \quad \text{تناقض}$$

$$\xrightarrow{x < -1} 2 | x - x + 1 | = | x + x + 1 |$$

$$\Rightarrow 2 = | 2x + 1 | \xrightarrow{x < -1} 2 = -2x - 1 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

پس، تنها جواب معادله $x = -\frac{3}{2}$ است.

(مسئله‌های ۳۳ تا ۳۹)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

-۱۰۴

(مهمدرمضقی ابراهیمی)

$$\begin{aligned} ||x-3|-4| \leq 1 &\Rightarrow -1 \leq |x-3|-4 \leq 1 \\ &\Rightarrow 3 \leq |x-3| \leq 5 \\ &\Rightarrow \begin{cases} 3 \leq x-3 \leq 5 \Rightarrow 6 \leq x \leq 8 \\ -5 \leq x-3 \leq -3 \Rightarrow -2 \leq x \leq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

اعداد صحیح صفر و -۱، -۲، ۶، ۷ و ۸ در نامعادله‌ی فوق صدق می‌کنند.

توجه کنید که برای حل نامعادله، از این نکته استفاده کردیم که اگر $b > a > 0$ باشند و $a < |x| < b$ باشد، آن‌گاه $a < x < b$ یا

$-b < x < -a$ است. (مسئله‌بان - صفحه‌های ۳۹ و ۴۰)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۱۳

(امیرحسین افشار)

در بازه‌های مختلف نامعادله را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{x > 3} & |x-2-x+3+4| < 5 \Rightarrow 5 < 5 \quad \text{تناقض} \\ \xrightarrow{2 \leq x \leq 3} & |x-2+x-3+4| < 5 \Rightarrow |2x-1| < 5 \\ \xrightarrow{3 \leq 2x-1 \leq 5} & 2x-1 < 5 \Rightarrow x < 3 \quad \text{اشتراک با} \\ & 2 \leq x \leq 3 \end{aligned}$$

$$2 \leq x < 3 \quad (1)$$

$$\xrightarrow{x < 2} |-x+2+x-3+4| < 5$$

$$\Rightarrow 3 < 5 \quad \text{همواره برقرار است} \quad \xrightarrow{x < 2} x < 2 \quad (2)$$

$$x < 3 \quad \text{اجتماع (۱)، (۲)}$$

(مسئله‌بان - صفحه‌های ۳۹ و ۴۰)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۱۹

(فریدون ساعتی)

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{x-1+2\sqrt{x-1}+1} - \sqrt{x-1-2\sqrt{x-1}+1} \\ &\Rightarrow A = \sqrt{(\sqrt{x-1})^2 + 2\sqrt{x-1} + 1} - \sqrt{(\sqrt{x-1})^2 - 2\sqrt{x-1} + 1} \\ &\Rightarrow A = \sqrt{(\sqrt{x-1}+1)^2} - \sqrt{(\sqrt{x-1}-1)^2} \\ &\Rightarrow A = \sqrt{x-1}+1 - |\sqrt{x-1}-1| \\ \xrightarrow{1 \leq x \leq 2} & \sqrt{x-1}+1 + \sqrt{x-1}-1 = 2\sqrt{x-1} \\ 1 \leq x \leq 2 &\Rightarrow 0 \leq x-1 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{x-1} \leq 1 \\ &\Rightarrow 0 \leq 2\sqrt{x-1} \leq 2 \Rightarrow 0 \leq A \leq 2 \end{aligned}$$

(مسئله‌بان - صفحه‌های ۲۸، ۳۱، ۳۹ و ۴۰)

۴

۳

۲ ✓

۱

-۱۰۵

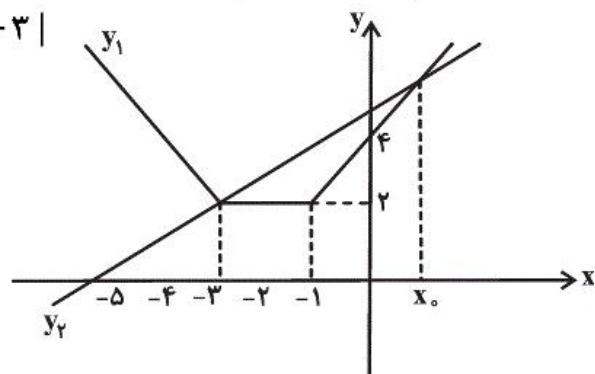
(سعید مدیرفراسانی)

$$|x+1| + |x+3| - x \leq 5 \Rightarrow \underbrace{|x+1| + |x+3|}_{y_1} \leq \underbrace{x+5}_{y_2}$$

نمودارهای y_1 و y_2 را رسم می‌کنیم. مجموعه جواب، ناحیه‌ای می‌باشد که نمودار y_1 زیر نمودار y_2 باشد.

$$y_1 = |x+1| + |x+3|$$

$$y_2 = x+5$$



نقطه‌ی $(-3, 2)$ یک نقطه‌ی برخورد دو نمودار است و نقطه‌ی دیگر نقطه‌ای به طول $x_0 > 0$ است در نتیجه بازه $[-3, x_0]$ مجموعه جواب مسئله است که برای پیدا کردن x_0 دو نمودار را قطع می‌دهیم:

$$|x+1| + |x+3| = x+5 \xrightarrow{x_0 > 0 \rightarrow x > 0}$$

$$x+1+x+3 = x+5 \Rightarrow x=1$$

$$\Rightarrow x \in [-3, 1] \Rightarrow a = -3 \text{ و } b = 1$$

$$\Rightarrow b+a = 1-3 = -2$$

(مسابقه - صفحه‌های ۳۱ و ۳۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

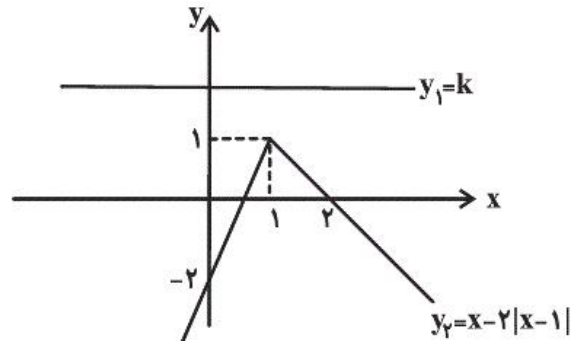
۱۰۲-

(کظم املانی)

نامعادله را به صورت $x - 2 |x - 1| > k$ می نویسیم. پس نمودار توابع $y_1 = k$ و $y_2 = x - 2 |x - 1|$ را رسم می کنیم.

اگر $x \geq 1$: $y_2 = -x + 2$

اگر $x < 1$: $y_2 = 3x - 2$



واضح است که نامعادله در صورتی جواب دارد که $k < 1$ باشد تا اعدادی یافت شوند که به ازای آن ها نمودار $y_2 = x - 2 |x - 1|$ بالاتر از نمودار $y_1 = k$ قرار گیرد.

(مسابان - صفحه های ۴۱ و ۴۲)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، استدلال استقرایی و تعریف های اولیه ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۰۶

۱۳۱-

(محمد ابراهیم گیتی زاده)

مراحل اثبات غیر مستقیم یا برهان خلف (صفحه ی ۲۳ کتاب درسی)

(هندسه ی ۲ - صفحه های ۲۲ و ۲۳)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

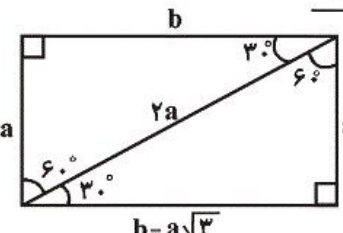
☐ ۱

۱۳۳-

(معمراطهر شعاعی)

بنا به فرض، قطر مستطیل با یک ضلع آن زاویه‌ی 30° می‌سازد، پس اندازه‌ی اضلاع مستطیل به صورت a و $b = a\sqrt{3}$ است. از برخورد نیم‌سازهای زاویه‌های داخلی هر مستطیل به اضلاع a و b یک مربع پدید می‌آید که مساحت آن برابر است با $\frac{1}{2}(b-a)^2$ ، در نتیجه:

$$\frac{\text{مساحت مربع ایجاد شده}}{\text{مساحت مستطیل}} = \frac{\frac{1}{2}(a\sqrt{3}-a)^2}{a \times a\sqrt{3}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}(4-2\sqrt{3})}{\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} - 1$$


(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۲ و ۲۱)

۴

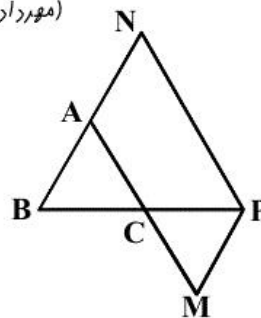
۳

۲✓

۱

۱۳۴-

(مهردار ملونری)



مطابق شکل مقابل داریم:

$$BP = 2CP \Rightarrow BC + CP = 2CP$$

$$\Rightarrow BC = CP = 4$$

۴

۳

۲✓

۱

۱۳۷-

(مسئله هندسی)

$$\frac{AF}{FC} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6} \Rightarrow \frac{AF}{AF+FC} = \frac{5}{5+6}$$

$$\frac{AF}{11} = \frac{5}{11} \Rightarrow AF = 5$$

$$\Delta ABF : OA \text{ نیمساز است} \Rightarrow \frac{OF}{BO} = \frac{AF}{AB} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

(هندسه ۲ - صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۳۸-

(مسئله هندسی)

با دو بار استفاده از قضیه نیمسازها، در مثلث‌های BEC و ABC

داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta BEC : DE \text{ نیمساز} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{BE}{EC} \\ \Delta ABC : AD \text{ نیمساز} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{BE}{EC} = \frac{AB}{AC}$$

۴

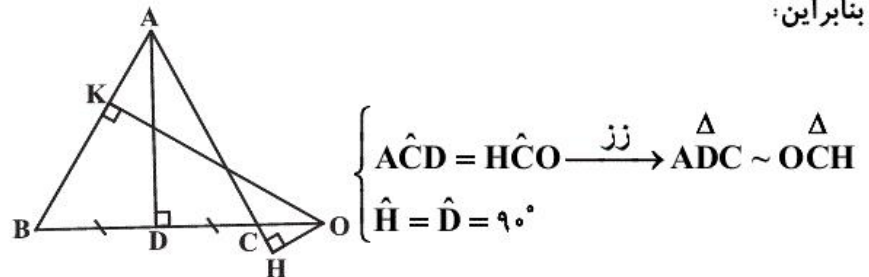
۳

۲

۱ ✓

با رسم ارتفاع AD، مثلث ADC با مثلث COH متشابه می‌شود،

بنابراین:



$$\Rightarrow \frac{AD}{OH} = \frac{AC}{OC} \Rightarrow \frac{AD}{4} = \frac{10}{5} \Rightarrow AD = 8$$

در مثلث قائم‌الزاویه ADC داریم:

$$DC^2 = AC^2 - AD^2 = 10^2 - 8^2 = 36 \Rightarrow DC = 6$$

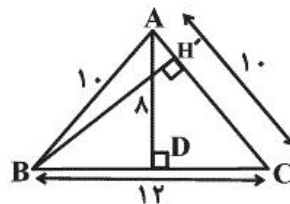
$$\Rightarrow BC = 2DC = 12$$

از طرفی می‌دانیم حاصل $OK - OH$ برابر است با طول ارتفاع وارد بر

ساق که در شکل، همان پاره خط BH' است، پس باید اندازه‌ی BH' را

محاسبه کنیم و بدین منظور مساحت مثلث ABC را به دو روش

محاسبه می‌کنیم:



$$S = \frac{AD \times BC}{2} = \frac{BH' \times AC}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{8 \times 12}{2} = \frac{BH' \times 10}{2} \Rightarrow BH' = 9.6$$

$$BH' = OK - OH \Rightarrow 9.6 = OK - 4 \Rightarrow OK = 13.6$$

(هندسه ۲ - صفحه‌ی ۲۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

با توجه به این که مجموع فواصل هر نقطه درون مثلث متساوی الاضلاع تا اضلاع آن برابر ارتفاع مثلث است، داریم:

$$h = 2 + 2 + 2 = 6 = \frac{\sqrt{3}}{2} a \Rightarrow a = 4\sqrt{3}$$

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} (4\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3}$$

(هندسه ۲ - صفحه ۲۱)

۴ ✓

۳

۲

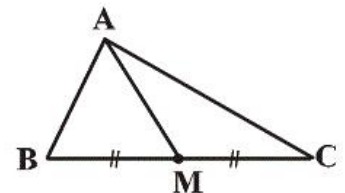
۱

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، قضیه ی حمار ، استدلال در هندسه - ۱۳۹۴۰۹۰۶

نکته (تمرین ۹ صفحه ی ۲۹ کتاب درسی): در مثلث ABC ، اگر AM ،

میانه ی وارد بر ضلع BC باشد، آنگاه:

$$\frac{|AC - AB|}{2} < AM < \frac{AC + AB}{2}$$



$$\Rightarrow \frac{|AC - 4|}{2} < 5 < \frac{AC + 4}{2} \Rightarrow 6 < AC < 14$$

(هندسه ی ۲ - صفحه ی ۲۹)

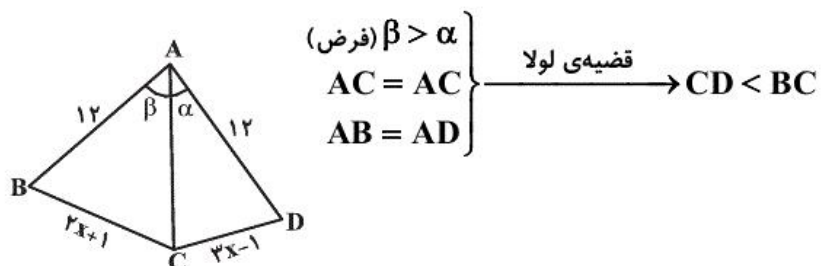
۴

۳

۲ ✓

۱

(ممدراطهر شعاعی)



$$3x - 1 < 2x + 1 \Rightarrow x < 2$$

$$ABCD \text{ محیط} = 24 + 5x \xrightarrow{x < 2} ABCD \text{ محیط} < 34$$

پس بیش ترین مقدار طبیعی ممکن برای محیط چهارضلعی ABCD برابر ۳۳ است.

(هنر سه ۲- صفحه های ۲۷ و ۲۸)

۴

۳✓

۲

۱

(ممد ابراهیم گیتی زاده)

چون $\hat{A} = 60^\circ$ و مثلث ABC متساوی الاضلاع نیست، یکی از دو زاویه ی

دیگر بزرگ تر از 60° و دیگری کوچک تر از 60° است.

$$\hat{C} > \hat{B} \Rightarrow \hat{C} > \hat{A} > \hat{B} \Rightarrow AB > BC > AC$$

(هنر سه ی ۲- صفحه ی ۲۰)

۴

۳

۲✓

۱