



**سایت ویژه ریاضیات** [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

**درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات**

**دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور**

**دانلود نرم افزارهای ریاضیات**

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>      (@riazisara)



## تاریخ آزمون ۱۳۹۴۰۸۲۲

ریاضی ، حسابان ، - ۱۳۹۴۰۸۲۲

۷۱- معادله‌ی  $\frac{x-2}{x^2-1} - \frac{x+2}{x+1} = \frac{5}{2-2x}$  چند جواب دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۷۲- اگر نقطه‌ی ماکزیمم نمودار تابع  $y = mx^2 - (m-2)x - \frac{9}{4}$  در ناحیه‌ی چهارم باشد. حدود  $m$  کدام است؟

(۱)  $m < 0$  (۲)  $-1 < m < 0$ (۳)  $-4 < m < 0$  (۴)  $-4 < m < -1$ 

شما پاسخ نداده اید

۷۳- معادله‌ی  $\sqrt{x^2-9} + 4\sqrt{4-x^2} = 8$  چند جواب دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۷۴- در یک دنباله‌ی هندسی نامتناهی مجموع همه‌ی جملات، ثلث مجموع جملات ردیف فرد است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$ (۳)  $-\frac{2}{3}$  (۴)  $-\frac{1}{3}$ 

شما پاسخ نداده اید

۷۵- در بسط  $(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt[5]{x}})^{23}$  چه توان‌های صحیحی برای متغیر  $x$  وجود دارد؟

(۱) ۳ و ۵- (۲) ۵ و ۳-

(۳) ۵- و ۳- (۴) ۳ و ۲

شما پاسخ نداده اید

۷۶- چندجمله‌ای  $P(x) = x^3 + ax + b - 4$  بر  $(x-1)^2$  بخش پذیر است. باقی مانده‌ی تقسیم  $P(x)$  بر  $x+1$  کدام است؟

- ۲ (۱)
- ۴ (۳)
- ۲ (۲)
- ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۷۷- معادله‌ی  $\sqrt{x+1} = \sin x + 1$  چند جواب حقیقی دارد؟

- ۱ (۱)
- ۳ (۳)
- ۲ (۲)
- ۴ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۷۸- معادله‌ی  $|(x^2 - x)(x - 3)| = x - 3$  چند جواب حقیقی دارد؟

- ۱ (۲)
- ۲ (۳)
- ۱ صفر
- ۳ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۷۹- اگر مجموعه جواب نامعادله‌ی  $|x^2 - 6x| \geq \frac{x}{3} + \frac{k}{4}$  اعداد حقیقی باشد، حداکثر مقدار  $k$  کدام است؟

- ۲ (۱)
- ۴ (۳)
- ۳ (۲)
- ۵ (۴)

شما پاسخ نداده اید

۸۰- اگر  $|x - y| < |x| + |y|$ ، آن گاه عبارت  $A = \frac{x}{|x|} - \frac{y}{|y|}$  چند مقدار مختلف می تواند داشته باشد؟

- ۱ (۱)
- ۳ (۳)
- ۲ (۲)
- بی شمار (۴)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- مثال نقض حدس کلی زیر، کدام گزینه است؟

«چهارضلعی که دو ضلع آن برابر و دو ضلع دیگر آن موازی باشند، متوازی الاضلاع است.»

(۱) مستطیل (۲) دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه

(۳) دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین (۴) لوزی

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- کدام گزینه، یک قضیه‌ی دوشرطی نیست؟

(۱) متوازی‌الاضلاعی که دو ضلع مجاورش برابرند، لوزی است.

(۲) مربع، مستطیلی است که طول اقطارش برابر است.

(۳) هر دوزنقه، اگر متساوی‌الساقین باشد، دو قطر آن برابرند.

(۴) مثلثی که نیمساز یک زاویه‌ی آن، میانه‌ی ضلع مقابل به آن زاویه است، متساوی‌الساقین است.

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- نقطه‌ی P داخل مثلثی به اضلاع ۷، ۵ و ۳ قرار دارد. مجموع فاصله‌ی نقطه‌ی P از سه رأس این مثلث، کدام عدد می‌تواند باشد؟

(۱) ۶ (۲) ۷/۵

(۳) ۱۰ (۴) ۱۵

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- حدود x کدام باشد تا  $x+3$ ،  $2x+1$  و  $5x-3$  اضلاع یک مثلث باشند؟

(۱)  $\frac{5}{6} < x < 3$  (۲)  $\frac{6}{4} < x < 3$

(۳)  $\frac{6}{5} < x < \frac{10}{3}$  (۴)  $\frac{5}{6} < x < \frac{7}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- در فرایند ساخت برف دانه‌ی کخ مطابق شکل‌های زیر، تعداد پاره‌خطها در مرحله‌ی چهارم، چند برابر تعداد پاره‌خطها در مرحله‌ی دوم است؟

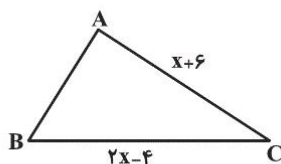


(۱) ۱۶ (۲) ۹

(۳) ۴ (۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- در شکل روبه‌رو، اگر  $۲ < x < ۶$ ، آن‌گاه کدام رابطه الزاماً صحیح است؟



(۲)  $\hat{A} > \hat{B}$

(۱)  $\hat{B} > \hat{A}$

(۴)  $\hat{C} > \hat{B}$

(۳)  $\hat{B} > \hat{C}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- در یک چندضلعی محدب، اندازه‌ی سه زاویه‌ی داخلی  $۱۵^\circ$ ،  $۱۶^\circ$  و  $۱۷^\circ$  و اندازه‌ی هر کدام از زاویه‌های داخلی دیگر  $۱۶۵^\circ$  است. تعداد قطرهای این

چندضلعی کدام است؟

(۲) ۱۸۹

(۱) ۲۰۹

(۴) ۲۳۰

(۳) ۲۵۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- در مثلث  $ABC$  ( $AB = AC$ )، نقطه‌ی  $D$  طوری روی ضلع  $BC$  واقع است که  $BD < CD$ . کدام رابطه لزوماً برقرار نیست؟

(۲)  $\hat{ADB} > \hat{DAC}$

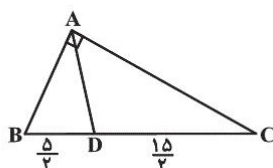
(۱)  $\hat{BAD} < \hat{DAC}$

(۴)  $\hat{ADC} > \hat{ADB}$

(۳)  $\hat{ADC} > \hat{DAB}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- در مثلث قائم‌الزاویه‌ی زیر، نیمساز وارد بر وتر، روی وتر قطعاتی به‌طول  $\frac{۱۵}{۲}$  و  $\frac{۵}{۲}$  ایجاد می‌کند. مساحت مثلث  $ABC$  کدام است؟



(۲) ۱۵

(۱)  $۱۲/۵$

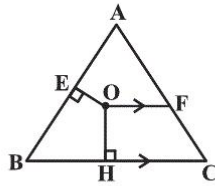
(۴) ۲۵

(۳) ۳۰

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- در شکل زیر،  $ABC$  مثلثی متساوی الاضلاع به طول ضلع  $8\sqrt{3}$  است. اگر  $OE = 2$ ،  $OH = 4$  و  $OF \parallel BC$ ، آن گاه طول پاره خط  $OF$  کدام

است؟



(۲) ۴

(۱) ۵

(۴)  $4\sqrt{3}$

(۳)  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

شما پاسخ نداده اید

## ریاضی، جبر و احتمال، - ۱۳۹۴۰۸۲۲

۱۳۱- در اثبات حکم  $(n \geq m)$  و  $3^n > n^3$ ، شروع استقرا از ... است و نامساوی بدیهی ... به کار می‌رود.

(۲)  $3k^3 > (k+1)^3$ ،  $m = 1$

(۱)  $(k+1)^3 > k^3$ ،  $m = 1$

(۴)  $(k+1)^3 > k^3$ ،  $m = 4$

(۳)  $3k^3 > (k+1)^3$ ،  $m = 4$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۲- حاصل عبارت  $\frac{1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 10 \times 11}{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2}$  کدام است؟

(۲)  $\frac{8}{9}$

(۱)  $\frac{11}{10}$

(۴)  $\frac{10}{9}$

(۳)  $\frac{9}{8}$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۳- کدام یک از عبارت‌های زیر دارای مثال نقض نیست؟

(۱) اگر  $x$  و  $y$  گنگ باشند،  $x + y$  گنگ است.

(۲) اگر  $x$  و  $y$  گنگ باشند،  $xy$  گنگ است.

(۳) اگر  $x$  گنگ و  $y$  گویا باشد،  $xy$  گویا است.

(۴) اگر  $x$  گنگ و  $y$  گویا باشد،  $x + y$  گنگ است.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- اگر  $x$  یک عدد طبیعی سه رقمی و مضرب ۳ باشد،  $x(x+3)$  همواره مضربی از کدام عدد است؟

(۲) ۱۵

(۱) ۱۲

(۴) ۲۴

(۳) ۱۸

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- «اگر  $n^2$  مضرب ۳ باشد،  $n$  نیز مضرب ۳ است.»  $(n \in \mathbb{Z})$

این گزاره‌ی شرطی درست ... و عکس آن ... است.

(۲) نیست، درست

(۱) است، درست

(۴) است، نادرست

(۳) نیست، نادرست

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- در اثبات نامساوی  $-\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \leq -2$  به روش بازگشتی، شرط برقراری نامساوی و رابطه‌ی بدیهی که در آخر به آن می‌رسیم، به ترتیب کدام‌اند؟

(۲)  $ab < 0$  باشد،  $(a+b)^2 \geq 0$

(۱)  $a$  و  $b$  منفی باشند،  $(a+b)^2 \geq 0$

(۴)  $ab < 0$  باشد،  $(a-b)^2 \geq 0$

(۳)  $a$  و  $b$  منفی باشند،  $(a-b)^2 \geq 0$

۱۳۷- اگر اعداد  $n = 6k + 1$  و  $m$ ، دو عدد اول باشند به گونه‌ای که  $m > n$ ، آن گاه حداقل اختلاف  $m$  و  $n$  کدام است؟ ( $k \in \mathbb{N}$ )

- (۱) ۴  
(۲) ۳  
(۳) ۲  
(۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۳۸- کدام گزینه‌ی زیر مثال نقض دارد؟

- (۱) هر مربع یک لوزی است.  
(۲) هر عدد اول و بزرگ‌تر از ۲ فرد است.  
(۳) هر مثلث متساوی‌الاضلاع، متساوی الساقین است.  
(۴) توان سوم هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از توان دوم آن است.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- به حاصل ضرب ۴ عدد طبیعی دو رقمی متوالی دلخواه، یک واحد اضافه کرده‌ایم. عدد حاصل لزوماً چگونه است؟

- (۱) اول  
(۲) زوج  
(۳) مضرب ۳  
(۴) مربع کامل

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- کدام یک از گزینه‌های زیر حکم کلی است؟

- (۱) اگر  $ab = 0$ ، آن گاه  $a = 0$  و  $b = 0$ . ( $a, b \in \mathbb{R}$ )  
(۲) هر دو زاویه‌ی مساوی، متقابل به رأس هستند.  
(۳) حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی، کوچک‌تر یا مساوی نصف مجموع مربع‌های آن‌هاست.  
(۴) مربع هیچ عدد صحیحی صفر نیست.

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، - ۱۳۹۴۰۸۲۲

۹۱- معادله‌ی  $\frac{x-2}{x^2-1} - \frac{x+2}{x+1} = \frac{5}{2-2x}$  چند جواب دارد؟

- (۱) صفر  
(۲) ۱  
(۳) ۲  
(۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۹۲- اگر نقطه‌ی ماکزیمم نمودار تابع  $y = mx^2 - (m-2)x - \frac{9}{4}$  در ناحیه‌ی چهارم باشد. حدود  $m$  کدام است؟

- (۱)  $m < 0$   
(۲)  $-1 < m < 0$   
(۳)  $-4 < m < 0$   
(۴)  $-4 < m < -1$

شما پاسخ نداده اید

۹۳- معادله‌ی  $\sqrt{x^2-9} + 4\sqrt{4-x^2} = 8$  چند جواب دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

۹۴- در یک دنباله‌ی هندسی نامتناهی مجموع همه‌ی جملات، ثلث مجموع جملات ردیف فرد است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

(۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{1}{3}$

(۳)  $-\frac{2}{3}$  (۴)  $-\frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۹۵- در بسط  $(\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt[5]{x}})^{23}$  چه توان‌های صحیحی برای متغیر  $x$  وجود دارد؟

(۱) ۳ و ۵- (۲) ۵ و ۳-

(۳) ۵- و ۳- (۴) ۳ و ۲

شما پاسخ نداده اید

۹۶- چندجمله‌ای  $P(x) = x^3 + ax + b - 4$  بر  $(x-1)^2$  بخش‌پذیر است. باقی‌مانده‌ی تقسیم  $P(x)$  بر  $x+1$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲) -۲

(۳) ۴ (۴) -۴

شما پاسخ نداده اید

۹۷- به‌ازای چند عدد طبیعی  $k$ ، معادله‌ی  $x^4 - 2x^2 + k - 3 = 0$ ، فقط دارای دو جواب حقیقی است؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۹۸- مقدار کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عبارت  $x^3 - x^2 - x - 2$  و  $x^2 - 7x + 10$  به‌ازای  $x=1$  کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۶

(۳) ۱۰ (۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید



۹۹- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  جواب‌های معادله‌ی  $\sqrt{2}x^2 - \frac{x}{\sqrt{2}+1} - 1 = 0$  باشند و  $\alpha > \beta$ ، آن‌گاه حاصل عبارت  $\alpha^3 + 4\beta^2$  کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۳

(۳) ۴

(۴) ۸

شما پاسخ نداده اید

۱۰۰- اگر  $a + 3b + 9c = 0$ ، آن‌گاه یکی از جواب‌های معادله‌ی درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  همواره کدام است؟

(۱)  $-\frac{b}{3a}$

(۲)  $\frac{c}{3a}$

(۳)  $\frac{3c}{a}$

(۴)  $-\frac{3b}{a}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، - ۱۳۹۴۰۸۲۲

۱۲۱- مثال نقض حدس کلی زیر کدام گزینه است؟

«چهارضلعی که دو ضلع آن برابر و دو ضلع دیگر آن موازی باشند، متوازی‌الاضلاع است.»

(۱) مستطیل

(۲) دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه

(۳) دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین

(۴) لوزی

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- کدام گزینه، یک قضیه‌ی دوشروطی نیست؟

(۱) متوازی‌الاضلاعی که دو ضلع مجاورش برابرند، لوزی است.

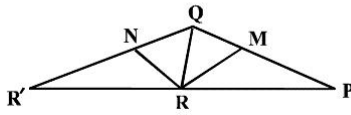
(۲) مربع، مستطیلی است که طول اقطارش برابر است.

(۳) هر دوزنقه، اگر متساوی‌الساقین باشد، دو قطر آن برابرند.

(۴) مثلثی که نیمساز یک زاویه‌ی آن میانه‌ی ضلع مقابل به آن زاویه است، متساوی‌الساقین است.

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- در مثلث متساوی الساقین PQR به اضلاع  $PQ = PR = 6$  و  $QR = 2$ ، مطابق شکل، ضلع PR را به اندازه‌ی خودش امتداد می‌دهیم تا به نقطه‌ی R' برسیم. نیمساز زاویه‌های PRQ و QRR'، به ترتیب پاره‌خط‌های PQ و QR' را در نقاط M و N قطع می‌کنند. طول پاره‌خط MN کدام است؟



۱/۵ (۲)

۲ (۱)

۳ (۴)

۴ (۳)

شما پاسخ نداده اید

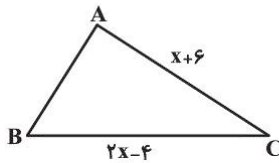
۱۲۴- در شکل روبه‌رو، اگر  $2 < x < 6$  باشد، کدام رابطه الزاماً صحیح است؟

$\hat{A} > \hat{B}$  (۲)

$\hat{B} > \hat{A}$  (۱)

$\hat{C} > \hat{B}$  (۴)

$\hat{B} > \hat{C}$  (۳)



شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- در مثلثی به اضلاع ۶، ۸ و ۱۰ واحد، نیمساز کوچک‌ترین زاویه‌ی خارجی آن، امتداد بزرگ‌ترین ضلع مثلث را قطع می‌کند، مساحت مثلثی که در خارج

مثلث اصلی تشکیل می‌شود، کدام است؟

۴۸ (۲)

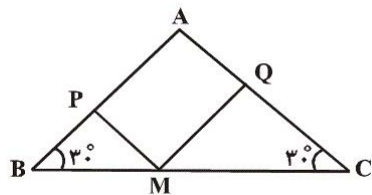
۷۲ (۱)

۹۶ (۴)

۳۶ (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- از نقطه‌ی M روی قاعده‌ی مثلث متساوی الساقین ABC ( $\hat{B} = \hat{C} = 30^\circ$ )، مطابق شکل، دو خط به موازات AB و AC رسم می‌کنیم تا آن‌ها را به



ترتیب در P و Q قطع کنند. اگر محیط چهار ضلعی APMQ برابر  $4\sqrt{3}$  باشد، طول BC کدام است؟

۶ (۲)

۳ (۱)

$2\sqrt{3}$  (۴)

$\sqrt{3}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- در چهارضلعی ABCD قطر AC نیمساز زاویه‌های A و C هم هست. اگر محل برخورد نیمسازهای زاویه‌های B و D را با قطر AC به ترتیب O

و O' بنامیم، طول OO' کدام است؟

$\frac{AC}{4}$  (۲)

$\frac{AC}{2}$  (۱)

صفر (۴)

$\frac{AC}{3}$  (۳)

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- در دوزنقه‌ی  $ABCD$ ،  $\hat{C} = \hat{D} = 60^\circ$  و  $CD = 12$  و  $AB = 6$  و  $AB \parallel CD$ . مساحت چهارضلعی حاصل از برخورد نیمسازهای درونی این دوزنقه

کدام است؟

(۲)  $9\sqrt{3}$

(۱)  $3\sqrt{3}$

(۴) ۹

(۳) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- مربعی به ضلع واحد را در نظر می‌گیریم. هر ضلع آن را به ۳ قسمت مساوی تقسیم می‌کنیم. روی پاره خط وسطی یک مثلث متساوی‌الاضلاع می‌سازیم،

سپس آن پاره‌خط را حذف می‌کنیم و این فرایند را روی اضلاع شکل حاصل ادامه می‌دهیم. اگر محیط شکل حاصل در مرحله‌ی هفدهم به‌صورت  $\frac{2^m}{3^k}$  باشد،

$m + k$  کدام است؟



(۱) ۳۵

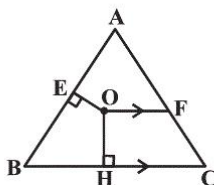
(۲) ۵۱

(۳) ۳۶

(۴) ۵۳

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- در شکل زیر،  $ABC$  مثلثی متساوی‌الاضلاع به طول ضلع  $8\sqrt{3}$  است. اگر  $OE = 2$ ،  $OH = 4$  و  $OF \parallel BC$ ، آن‌گاه طول پاره‌خط  $OF$  کدام است؟



(۲) ۴

(۱) ۵

(۴)  $4\sqrt{3}$

(۳)  $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان-گواه ، - ۱۳۹۴۰۸۲۲

۸۱- نقطه‌ی  $M(\alpha, \beta)$  روی خط  $y = 2x + 1$ ، از دو نقطه‌ی  $A(3, 0)$  و  $B(-1, 0)$  به یک فاصله است.  $\alpha + \beta$  کدام است؟

(۲) ۳

(۱) ۲

(۴) ۵

(۳) ۴

شما پاسخ نداده اید

۸۲- ۵۰۰ کیلوگرم محلول آب نمک ۵٪ جرمی داریم و می‌خواهیم آن‌را به محلول آب‌نمک ۷٪ جرمی تبدیل کنیم، اگر ۱۰ کیلوگرم نمک به محلول بیافزاییم،

آنگاه باید:

(۱) ۱۰ کیلوگرم آب نیز به آن بیافزاییم. (۲) ۱۰ کیلوگرم از آب آن‌را تبخیر کنیم.

(۳) ۲۰ کیلوگرم آب نیز به آن بیافزاییم. (۴) ۲۰ کیلوگرم از آب آن‌را تبخیر کنیم.

شما پاسخ نداده اید

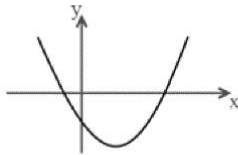
۸۳- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله‌ی  $4x^2 - 3x - 4 = 0$  باشند، مجموعه جواب‌های کدام معادله، به صورت  $\left\{ \frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1 \right\}$  است؟

(۱)  $4x^2 - 5x + 1 = 0$  (۲)  $4x^2 - 3x + 1 = 0$

(۳)  $4x^2 - 5x - 1 = 0$  (۴)  $4x^2 - 3x - 1 = 0$

شما پاسخ نداده اید

۸۴- در شکل زیر، نمودار سهمی به معادله‌ی  $P(x) = ax^2 + bx + c$  داده شده است. کدام گزینه صحیح است؟



(۱)  $b - c > 0$

(۲)  $b + c > 0$

(۳)  $abc < 0$

(۴)  $abc > 0$

شما پاسخ نداده اید

۸۵- اگر در بسط  $(1+x)^n$ ، ضریب‌های  $x$ ،  $x^2$  و  $x^3$  به ترتیب جمله‌های متوالی یک دنباله‌ی حسابی باشند، آنگاه مقدار  $n$  کدام است؟

(۱) ۷ (۲) ۹

(۳) ۱۱ (۴) ۱۳

شما پاسخ نداده اید

۸۶- اگر چندجمله‌ای  $f(x-1)$  بر  $x-9$  بخش‌پذیر باشد، چندجمله‌ای  $f(x^3)$  بر کدام عبارت همواره بخش‌پذیر است؟

(۱)  $x-4$  (۲)  $x-8$

(۳)  $x-2$  (۴)  $x+4$

شما پاسخ نداده اید

۸۷- نمودار تابع  $y = 4 - |x|$  در بازه‌ی  $(a, b)$  بالاتر از خط به معادله‌ی  $2y + x = 5$  قرار دارد. بزرگ‌ترین مقدار  $b - a$  کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۴

(۳) ۵ (۴) ۶

۸۸- مجموعه جواب نامعادله ی  $\left| \frac{x-2}{2x+1} \right| > 1$  ، به صورت کدام گزینه است؟

(۱)  $(-3, -\frac{1}{3}) \cup (-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$  (۲)  $(-2, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, 1)$

(۳)  $(-3, -\frac{1}{2})$  (۴)  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$

شما پاسخ نداده اید

۸۹- معادله ی  $\frac{1}{x} = 2x - 2 + x^2$  چند جواب منفی دارد؟

(۱) صفر (۲) یک

(۳) دو (۴) سه

شما پاسخ نداده اید

۹۰- اگر  $x^2 < x$  ، آنگاه حاصل  $A = \sqrt{x^2 + x - 2x\sqrt{x}} + \sqrt{1 + x - 2\sqrt{x}}$  کدام است؟

(۱)  $1 - \sqrt{x}$  (۲)  $1 + \sqrt{x}$

(۳)  $1 - x$  (۴)  $1 + x$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، حسابان گواه-سوالات موازی ، - ۱۳۹۴۰۸۲۲

۱۰۱- نقطه ی  $M(\alpha, \beta)$  روی خط  $y = 2x + 1$  ، از دو نقطه ی  $A(3, 0)$  و  $B(-1, 0)$  به یک فاصله است.  $\alpha + \beta$  کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۳

(۳) ۴ (۴) ۵

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲-۵۰۰ کیلوگرم محلول آب نمک ۵٪ جرمی داریم و می‌خواهیم آن‌را به محلول آب‌نمک ۷٪ جرمی تبدیل کنیم، اگر ۱۰ کیلوگرم نمک به محلول بیافزاییم،

آنگاه باید:

(۱) ۱۰ کیلوگرم آب نیز به آن بیافزاییم. (۲) ۱۰ کیلوگرم از آب آن را تبخیر کنیم.

(۳) ۲۰ کیلوگرم آب نیز به آن بیافزاییم. (۴) ۲۰ کیلوگرم از آب آن را تبخیر کنیم.

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه‌های معادله  $4x^2 - 3x - 4 = 0$  باشند، مجموعه جواب‌های کدام معادله، به صورت  $\left\{ \frac{1}{\alpha} + 1, \frac{1}{\beta} + 1 \right\}$  است؟

(۱)  $4x^2 - 5x + 1 = 0$  (۲)  $4x^2 - 3x + 1 = 0$

(۳)  $4x^2 - 5x - 1 = 0$  (۴)  $4x^2 - 3x - 1 = 0$

شما پاسخ نداده اید

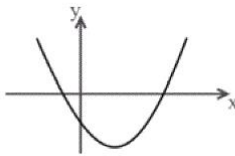
۱۰۴- در شکل زیر، نمودار سهمی به معادله  $P(x) = ax^2 + bx + c$  داده شده است. کدام گزینه صحیح است؟

(۱)  $b - c > 0$

(۲)  $b + c > 0$

(۳)  $abc < 0$

(۴)  $abc > 0$



شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر در بسط  $(1+x)^n$ ، ضریب‌های  $x$ ،  $x^2$  و به‌ترتیب جمله‌های متوالی یک دنباله‌ی حسابی باشند، آنگاه مقدار  $n$  کدام است؟

(۱) ۷ (۲) ۹

(۳) ۱۱ (۴) ۱۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر چندجمله‌ای  $f(x-1)$  بر  $x-9$  بخش‌پذیر باشد، چندجمله‌ای  $f(x^3)$  بر کدام عبارت همواره بخش‌پذیر است؟

(۱)  $x-4$  (۲)  $x-8$

(۳)  $x-2$  (۴)  $x+4$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر معادله  $\frac{3-x}{x+3} + \frac{x+1}{x-3} = \frac{ax+b}{x^2-9}$ ، دارای بی‌شمار جواب باشد،  $a+b$  کدام است؟

(۱) ۴ (۲) ۱۶

(۳) ۹ (۴) صفر

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- منحنی به معادله ی  $y = (x-1)(x^2 - ax + a)$  محور x ها را فقط در یک نقطه قطع می کند. مجموعه ی مقادیر a به کدام صورت است؟

- (۱)  $-4 < a < 0$

(۲)  $0 < a < 2$

(۳)  $0 < a < 4$

(۴)  $a > 4$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- در یک دنباله ی حسابی، جمله ی هفتم نصف جمله ی سوم است. مجموع چند جمله ی اول از این دنباله، صفر است؟

- (۱) ۱۸

(۲) ۱۹

(۳) ۲۰

(۴) ۲۱

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- معادله ی  $0 = 3x - 2 + \sqrt{4x - 3}$  از نظر تعداد جواب ها، چگونه است؟

- (۱) یک جواب دارد.

(۲) دو جواب هم علامت دارد.

(۳) دو جواب با علامت مخالف دارد.

(۴) جواب ندارد.

شما پاسخ نداده اید



ریاضی ، حسابان ، - ۱۳۹۴۰۸۲۲

-۷۱

(کانون املایی)

$$\frac{x-2}{(x-1)(x+1)} - \frac{x+2}{x+1} + \frac{5}{2(x-1)} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{2(x-2) - 2(x+2)(x-1) + 5(x+1)}{2(x-1)(x+1)} = 0$$

$$\xrightarrow{x \neq \pm 1} 2x - 4 - 2x^2 - 2x + 4 + 5x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 5x - 5 = 0$$

چون  $\Delta > 0$  است، پس معادله دو جواب حقیقی دارد. دقت کنید که ۱ و ۱- در معادله‌ی بالا صدق نمی‌کنند.

(مسئله‌های ۲۴ تا ۲۷)

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☒ ۴ ☐

-۷۲

(کانون املایی)

می‌دانیم رأس سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  نقطه‌ی  $S = (-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$

است. شرط این که تابع درجه دوم  $y = ax^2 + bx + c$  دارای ماکزیمم باشد این است که  $a < 0$  باشد. پس داریم: (۱)  $a < 0 \Rightarrow m < 0$   
چون نقطه‌ی  $S$  در ناحیه‌ی چهارم است، پس طول آن مثبت و عرض آن منفی است.

$$-\frac{b}{2a} > 0 \xrightarrow{a < 0} b > 0 \Rightarrow -(m-2) > 0 \Rightarrow m-2 < 0 \Rightarrow m < 2 \quad (2)$$

$$-\frac{\Delta}{4a} < 0 \xrightarrow{a < 0} \Delta < 0 \Rightarrow (m-2)^2 + 9m < 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 5m + 4 < 0 \Rightarrow -4 < m < -1 \quad (3)$$

از اشتراک شرایط (۱)، (۲) و (۳) داریم:

(مسئله‌های ۱۸، ۱۹)

۱ ☐ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☒

-۷۳

(امیرحسین افشار)

$$x^2 - 9 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 9 \Rightarrow x \geq 3 \text{ یا } x \leq -3$$

$$4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$$

اشتراک دامنه‌ها تهی است. بنابراین معادله جواب ندارد.

(مسئله‌های ۲۸ تا ۳۱)

۱ ☒ ۲ ☐ ۳ ☐ ۴ ☐



-۷۴

(میثم همزه لونی)

چون دنباله‌ی هندسی نامتناهی است و مجموع‌ها عددی مشخص هستند،

$$\text{پس: } S = \frac{a_1}{1-q} = \text{مجموع همه‌ی جملات}$$

$$S' = \frac{a_1}{1-q^2} = \text{مجموع همه‌ی جملات ردیف فرد}$$

دقت کنید که جملات ردیف فرد به صورت  $a_1, a_3, \dots$  هستند، در نتیجه

$$\text{جمله‌ی اول } a_1 \text{ و قدرنسبت برابر } q^2 = \frac{a_3}{a_1} \text{ است.}$$

از آن‌جا که مجموع همه جملات ثلث مجموع جملات ردیف فرد است.

$$\frac{\frac{a_1}{1-q}}{\frac{a_1}{1-q^2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1-q^2}{1-q} = \frac{1}{3}$$

بنابراین:

۴

۳ ✓

۲

۱

-۷۵

(شراره شوسواریان)

$$\binom{n}{r} (a)^{n-r} (b)^r \text{ به صورت } (a+b)^n \text{ می‌دانیم هر جمله‌ی بسط}$$

می‌باشد که در آن ۱- (شماره جمله)  $r$  است.

بنابراین جملات بسط داده شده به صورت زیر می‌باشد:

$$\binom{23}{r} (\sqrt[3]{x})^{23-r} \left(\frac{-1}{\sqrt[5]{x}}\right)^r = \binom{23}{r} x^{\frac{23-r}{3}} \times (-x)^{\frac{-r}{5}}$$

برای آن که توان  $x$ ، عدد صحیح باشد، باید  $r$  مضرب ۵ و  $23-r$  مضرب۳ باشد. در محدوده‌ی  $0 \leq r \leq 23$ ، برای  $r=5$  و  $r=20$  شرط‌هایموردنظر برقرار است. حال توان  $x$  را در جملات موردنظر به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} r=5 \Rightarrow x^{\frac{23-5}{3}} \times x^{\frac{-5}{5}} = x^{6-1} = x^5 \\ r=20 \Rightarrow x^{\frac{23-20}{3}} \times x^{\frac{-20}{5}} = x^{1-4} = x^{-3} \end{cases}$$

(مسلمان - صفحه‌های ۸ و ۱۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

1

(محمد مصطفیٰ ابراہیمی)

(مسلمانان - صفه های ۳۱ تا ۳۹)

1

-۷۸

(شراره شوساریان)

چون  $(x-3)$  با یک قدرمطلق مساوی شده است، باید نامنفی باشد:

$$x-3 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$$

$$|x^2 - x| |x-3| = x-3 \Rightarrow x=3 \text{ یا } |x^2 - x| = 1$$

$$\frac{x^2 - x = \pm 1}{x^2 - x = -1} \rightarrow x^2 - x = 1$$

جواب ندارد:  $x^2 - x = -1$

$$x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \quad (1)$$

جواب‌های (۱) با شرط  $x \geq 3$  اشتراک ندارند، پس فقط  $x=3$  قابل قبول است.

(مسابقه - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۹)

۴

۳

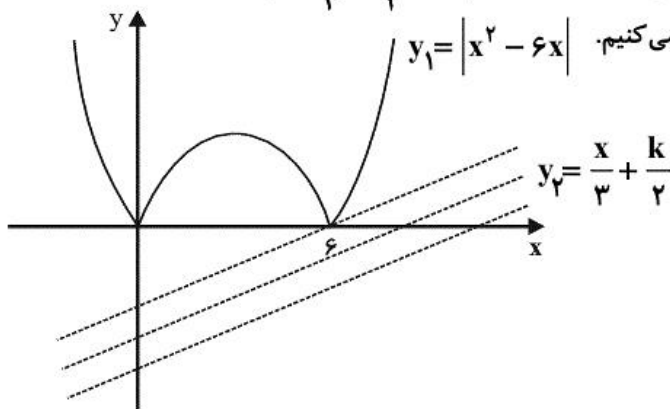
۲ ✓

۱

-۷۹

(ممدطاهر شعاعی)

نمودار دو تابع  $y_1 = |x^2 - 6x|$  و  $y_2 = \frac{x}{3} + \frac{k}{2}$  را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم.



مطابق شکل بالا، برای آن که نامعادله  $|x^2 - 6x| \geq \frac{x}{3} + \frac{k}{2}$  به‌ازای

مجموعه اعداد حقیقی برقرار باشد، باید عرض خط  $y_2 = \frac{x}{3} + \frac{k}{2}$  به‌ازای  $x=6$  کوچک‌تر یا مساوی صفر باشد. بنابراین حداکثر مقدار  $k$  وقتی است که خط از نقطه  $(6, 0)$  بگذرد.

$$0 = \frac{6}{3} + \frac{k}{2} \Rightarrow \frac{k}{2} = -2 \Rightarrow k = -4$$

(مسابقه - صفحه‌های ۴۱ و ۴۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۸۰

(کاظم ایلالی)

نامساوی داده شده را به صورت  $|x + (-y)| < |x| + |-y|$  می‌نویسیم. بنابراین با توجه به نامساوی نامثلثی باید داشته باشیم  $x(-y) < 0$  یعنی  $xy > 0$ . پس  $x$  و  $y$  هم علامت هستند و داریم:

$$x, y > 0 \Rightarrow A = \frac{x}{x} - \frac{y}{y} = 0$$

$$x, y < 0 \Rightarrow A = \frac{x}{-x} - \frac{y}{-y} = 0$$

(مسابقه - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵، ۳۹ و ۴۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

ریاضی ، هندسه ی ۲ ، - ۱۳۹۴۰۸۲۲

-۱۱۱

(رسول مفسنی منش)

ذوزنقه ی متساوی الساقین، یک چهارضلعی است که دو ضلع برابر و دو ضلع موازی دارد ولی متوازی الاضلاع نیست.

(هندسه ۲- صفحه های ۱۴ و ۱۵)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۱۲

(رسول مفسنی منش)

می دانیم مربع، مستطیلی است که دو ضلع مجاورش با هم برابر باشد، ولی برابری قطرهای مستطیل، نمی تواند دلیلی بر برابری اضلاع آن باشد، زیرا قطرهای مستطیل در همه حال با هم برابرند.

(هندسه ۲- صفحه های ۱۶ تا ۱۸)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۱۳

(میثا عباسی)

می دانیم مجموع فاصله های هر نقطه داخل مثلث از سه رأس مثلث، بیش تر از نصف محیط و کم تر از محیط است، بنابراین اگر مجموع فاصله های هر نقطه داخل مثلث از سه رأس را برابر  $d$  فرض کنیم، داریم:

$$\frac{3+5+7}{2} < d < 15 \Rightarrow 7/5 < d < 15$$

با توجه به گزینه ها فقط گزینه ی «۳» می تواند مقدار قابل قبولی برای  $d$  باشد.

(هندسه ۲- صفحه های ۲۱، ۲۲، ۲۵ و ۲۶)

۴

۳✓

۲

۱

طبق قضیه‌ی نامساوی مثلث داریم:

$$5x - 3 < (2x + 1) + (x + 3) \Rightarrow 2x < 7 \Rightarrow x < \frac{7}{2}$$

$$2x + 1 < (5x - 3) + (x + 3) \Rightarrow 1 < 4x \Rightarrow x > \frac{1}{4}$$

☐ ۴ ✓

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

با توجه به این‌که در هر مرحله، هر یک از پاره‌خط‌های مرحله‌ی قبل به ۴

پاره‌خط کوچک‌تر تبدیل می‌شود، تعداد پاره‌خط‌ها در مرحله‌ی  $(n+1)$

۴ برابر تعداد پاره‌خط‌ها در مرحله‌ی  $n$  ام است. بنابراین تعداد

پاره‌خط‌ها در مرحله‌ی چهارم،  $4^2 = 16$  برابر تعداد پاره‌خط‌ها در

مرحله‌ی دوم است. (هنر سه ۲- فعالیت ۱-۸- صفحه‌های ۸ و ۹)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱ ✓

با توجه به این که  $۰.۲ < x < ۶$  داریم:

$$\left. \begin{array}{l} AC = x + ۶ \\ ۸ < x + ۶ < ۱۲ \end{array} \right\} \Rightarrow ۸ < AC < ۱۲$$

$$\left. \begin{array}{l} BC = ۲x - ۴ \\ ۰ < ۲x - ۴ < ۸ \end{array} \right\} \Rightarrow ۰ < BC < ۸$$

$$\Rightarrow BC < AC \Rightarrow \hat{A} < \hat{B}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۴

۳

۲

۱ ✓

(معمراطهر شعاعی)

-۱۱۷

می‌دانیم مجموع زوایای خارجی هر چندضلعی محدب، برابر  $۳۶۰^\circ$  است.

چون اندازه‌ی زاویه‌های داخلی  $۱۵۰^\circ$ ،  $۱۶۰^\circ$ ،  $۱۷۰^\circ$ ،  $۱۶۵^\circ$  و  $۱۶۵^\circ$  ...

می‌باشد، زاویه‌های خارجی  $۳۰^\circ$ ،  $۲۰^\circ$ ،  $۱۰^\circ$ ،  $۱۵^\circ$  و  $۱۵^\circ$  ... هستند؛

داریم:

$$۳۰^\circ + ۲۰^\circ + ۱۰^\circ + \underbrace{۱۵^\circ + ۱۵^\circ + \dots + ۱۵^\circ}_{(n-۳)} = ۳۶۰^\circ$$

$$\Rightarrow ۶۰^\circ + ۱۵^\circ (n-۳) = ۳۶۰^\circ \Rightarrow n-۳ = \frac{۳۰۰^\circ}{۱۵^\circ} = ۲۰ \Rightarrow n = ۲۳$$

$$\text{تعداد قطرها} = \frac{n(n-۳)}{۲} = \frac{۲۳ \times ۲۰}{۲} = ۲۳۰$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۹ و ۱۰)

۴ ✓

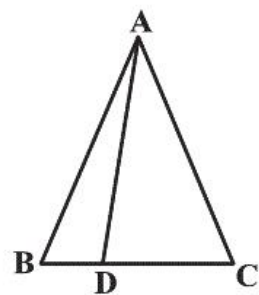
۳

۲

۱

(رسول مفسنی منش)

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \\ AD = AD \\ BD < CD \end{array} \right\} \rightarrow \hat{B}AD < \hat{D}AC$$



$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}DC = \hat{B}AD + \hat{B} \\ \hat{A}DB = \hat{D}AC + \hat{C} \end{array} \right\} \xrightarrow{\hat{B}=\hat{C}} \hat{A}DC < \hat{A}DB$$

بنابراین، گزینه‌ی «۴» نادرست است و لزوماً برقرار نیست.

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۲۷ و ۲۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{15}{2}} = \frac{1}{3} \Rightarrow AC = 3AB \quad (1)$$

از طرفی  $ABC$ ، یک مثلث قائم‌الزاویه است که در آن طبق قضیه‌ی

فیثاغورس داریم:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \xrightarrow{(1)} AB^2 + (3AB)^2 = 100$$

$$10AB^2 = 100 \Rightarrow AB = \sqrt{10}$$

$$\Rightarrow AC = 3\sqrt{10}$$

حال با داشتن اضلاع قائمه، مساحت را به دست می‌آوریم:

$$S = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{\sqrt{10} \times 3\sqrt{10}}{2} = 15$$

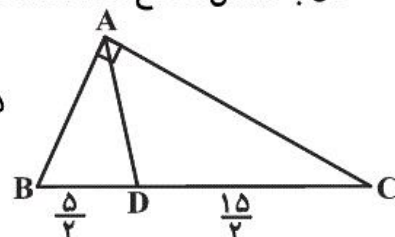
(هنر سه ۲- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

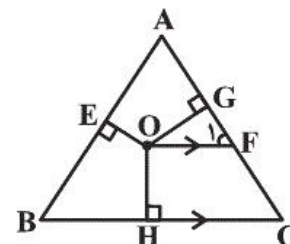


عمود OG را بر ضلع AC رسم می‌کنیم. می‌دانیم:

طول ارتفاع مثلث  $OE + OH + OG =$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times (\text{طول ضلع مثلث})$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8\sqrt{3} = 12 \Rightarrow 2 + 4 + OG = 12 \Rightarrow OG = 6$$



چون  $OF \parallel BC$  است، بنابراین  $\hat{F}_1 = \hat{C} = 60^\circ$  است. در مثلث

قائم‌الزاویه  $OGF$ ،  $OG$  که ضلع روبه‌رو به زاویه  $60^\circ$  است،

برابر  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  وتر می‌باشد، بنابراین:

$$OG = \frac{\sqrt{3}}{2} OF \Rightarrow 6 = \frac{\sqrt{3}}{2} OF \Rightarrow OF = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

(هندسه ۲ - صفحه ۲۱)

۴ ✓

۳

۲

۱



-۱۳۱

(سروش موئینی)

شروع این استقراء از  $m = 4$  است:

$$3^4 > 4^3$$

$$(81 > 64)$$

دقت کنید که حکم برای  $n = 3$  درست نیست.

نامساوی بدیهی را با تقسیم حکم و فرض به دست می آوریم:

$$\frac{P(k+1)}{P(k)} \Rightarrow \frac{3^{k+1}}{3^k} > \frac{(k+1)^3}{k^3}$$

$$\Rightarrow 3 > \frac{(k+1)^3}{k^3} \Rightarrow 3k^3 > (k+1)^3$$

(پيرواحتمال - صفحه های ۹ تا ۱۲)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۳۲

(میلاد جعفری)

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \xrightarrow{n=10}$$

$$1^2 + 2^2 + \dots + 10^2 = \frac{10(10+1)(20+1)}{6} = \frac{10 \times 11 \times 21}{6} = 35 \times 11$$

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 10 \times 11$$

$$= (1 \times 1 + 1) + (2 \times 2 + 2) + (3 \times 3 + 3) + \dots + (10 \times 10 + 10)$$

$$= \underbrace{1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2}_{35 \times 11} + \underbrace{1 + 2 + 3 + \dots + 10}_{\frac{10(11)}{2} = 5 \times 11} = 40 \times 11$$

پس حاصل نسبت آن ها  $\frac{40}{35}$  یا  $\frac{8}{7}$  است.

(پيرواحتمال - صفحه های ۱۱ و ۱۲)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۳۳

(سیدوید زوالفقاری)

 $x = \sqrt{2}$  و  $y = -\sqrt{2}$  مثال نقضی برای گزینه های ۱ و ۲ می باشدو  $x = \sqrt{2}$  و  $y = 1$  نیز مثال نقض گزینه ی «۳» می باشد، در

حالی که گزینه ی «۴» توسط برهان خلف اثبات می شود، پس مثال

نقض ندارد.

(پيرواحتمال - صفحه های ۱۷ تا ۱۹ و ۲۸)

۴✓

۳

۲

۱

۱۳۴-

(میلاد جعفری)

$x$  مضرب ۳ است، پس به جای آن  $3k$  قرار می‌دهیم.

$$\xrightarrow{x=3k} x(x+3) = 3k(3k+3) = 3k \times 3(k+1) = 9k(k+1)$$

حالا  $k(k+1)$  ضرب ۲ عدد متوالی است که حتماً زوج خواهد بود؛ پس به جای  $k(k+1)$  عبارت  $2q$  را قرار می‌دهیم:

$$9(2q) = 18q$$

پس عبارت موردنظر، مضرب ۱۸ است.

(پیرواحتمال - صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

۴

۳✓

۲

۱

۱۳۵-

(سروش موئینی)

هم خود گزاره و هم عکس آن در اعداد صحیح درست‌اند.

(پیرواحتمال - صفحه‌های ۲۰ و ۲۱)

۴

۳

۲

۱✓

۱۳۶-

(میلاد جعفری)

$$\begin{cases} x > 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} \geq 2 \\ x < 0 \Rightarrow x + \frac{1}{x} \leq -2 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b} < 0 \Rightarrow ab < 0$$

$$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \leq -2 \Rightarrow \frac{a^2 + b^2}{ab} \leq -2 \xrightarrow[\text{است تغییر علامت}]{\text{ضرب در } ab \text{ چون منفی}}$$

$$a^2 + b^2 \geq -2ab \Rightarrow (a+b)^2 \geq 0$$

(پیرواحتمال - صفحه‌های ۲۱ تا ۲۳)

۴

۳

۲✓

۱

۱۳۷-

(امیرحسین ابومضوب)

هر عدد اول بزرگ‌تر از ۳ را می‌توان به یکی از دو فرم  $6k+1$  یا  $6k+5$  ( $k \in W$ ) نمایش داد. واضح است که اعداد طبیعی به فرم  $6k$ ،  $6k+2$  و  $6k+4$  ( $k \in W$ ) همگی مضرب ۲ و در نتیجه مرکب هستند (به غیر از عدد ۲) و اعداد طبیعی به فرم  $6k+3$  ( $k \in W$ ) همگی مضرب ۳ و در نتیجه مرکب می‌باشند (به غیر از عدد ۳). بنابراین اگر عدد  $6k+1$  ( $k \in N$ ) عددی اول باشد، کوچک‌ترین عدد اول بزرگ‌تر از آن می‌تواند به صورت  $6k+5$  باشد که حداقل ۴ واحد از آن بزرگ‌تر است.

(پیرواحتمال - مشابه تمرین ۹ - صفحه‌ی ۲۸)

۴

۳

۲

۱✓

۱۳۸-

(سراسری ریاضی - ۸۰)

گزینه ۴ به ازای  $n = ۱$  برقرار نیست.

(پیرواختمال - صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۳۹-

(سروش مؤینی)

$$\begin{aligned} n(n+1)(n+2)(n+3)+1 &= n(n+3)(n+1)(n+2)+1 \\ &= (n^2+3n)(n^2+3n+2)+1 = (n^2+3n)^2+2(n^2+3n)+1 \\ &= (n^2+3n+1)^2 \end{aligned}$$

بنابراین عدد حاصل همواره مربع کامل است.

(پیرواختمال - صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۱۴۰-

(نیلوفر زنگی آبادی)

با توجه به تمرین ۸ صفحه‌ی ۲۵ کتاب درسی، گزینه‌های «۱»، «۲» و «۴» همگی با مثال نقض رد می‌شوند ولی گزینه‌ی «۳» حکم کلی است و درستی آن به وسیله‌ی اثبات بازگشتی ثابت می‌شود.

(پیرواختمال - مشابه تمرین ۸ - صفحه‌ی ۲۵)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

ریاضی ، حسابان-سوالات موازی ، - ۱۳۹۴۰۸۲۲

۹۱-

(کاظم اهلایی)

$$\begin{aligned} \frac{x-2}{(x-1)(x+1)} - \frac{x+2}{x+1} + \frac{5}{2(x-1)} &= 0 \\ \Rightarrow \frac{2(x-2) - 2(x+2)(x-1) + 5(x+1)}{2(x-1)(x+1)} &= 0 \\ \xrightarrow{x \neq \pm 1} 2x - 4 - 2x^2 - 2x + 4 + 5x + 5 &= 0 \\ \Rightarrow 2x^2 - 5x - 5 &= 0 \end{aligned}$$

چون  $\Delta > 0$  است، پس معادله دو جواب حقیقی دارد. دقت کنید که ۱ و ۱- در معادله‌ی بالا صدق نمی‌کنند.

(حسابان - صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۹۲-

(کافه ابلالی)

می‌دانیم رأس سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  نقطه‌ی  $S = (-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$

است. شرط این که تابع درجه دوم  $y = ax^2 + bx + c$  دارای ماکزیمم باشد این است که  $a < 0$  باشد. پس داریم: (۱)  $a < 0 \Rightarrow m < 0$   
چون نقطه‌ی  $S$  در ناحیه‌ی چهارم است، پس طول آن مثبت و عرض آن منفی است.

$$-\frac{b}{2a} > 0 \xrightarrow{a < 0} b > 0 \Rightarrow -(m-2) > 0 \Rightarrow m-2 < 0 \Rightarrow m < 2 \quad (2)$$

$$-\frac{\Delta}{4a} < 0 \xrightarrow{a < 0} \Delta < 0 \Rightarrow (m-2)^2 + 9m < 0$$

$$\Rightarrow m^2 + 5m + 4 < 0 \Rightarrow -4 < m < -1 \quad (3)$$

از اشتراک شرایط (۱)، (۲) و (۳) داریم:  $-4 < m < -1$

(مسئله‌های ۱۸ و ۱۹)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۹۳-

(امیر حسین افشار)

$$x^2 - 9 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 9 \Rightarrow x \geq 3 \text{ یا } x \leq -3$$

$$4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$$

اشتراک دامنه‌ها تهی است. بنابراین معادله جواب ندارد.

(مسئله‌های ۲۸ تا ۳۱)

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

۹۴-

(میثم ممزه‌لونی)

چون دنباله‌ی هندسی نامتناهی است و مجموع‌ها عددی مشخص هستند،

پس:  $S = \frac{a_1}{1-q} =$  مجموع همه‌ی جملات

$$S' = \frac{a_1}{1-q^2} =$$
 مجموع همه‌ی جملات ردیف فرد

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

می‌دانیم هر جمله‌ی بسط  $(a+b)^n$  به صورت  $\binom{n}{r}(a)^{n-r}(b)^r$

می‌باشد که در آن  $r$  (شماره جمله)  $r=1$  است.

بنابراین جملات بسط داده شده به صورت زیر می‌باشد:

$$\binom{23}{r}(\sqrt[3]{x})^{23-r}\left(\frac{-1}{\sqrt[5]{x}}\right)^r = \binom{23}{r}x^{\frac{23-r}{3}} \times (-x)^{\frac{-r}{5}}$$

برای آن که توان  $x$ ، عدد صحیح باشد، باید  $r$  مضرب  $5$  و  $23-r$  مضرب  $3$  باشد. در محدوده‌ی  $0 \leq r \leq 23$ ، برای  $r=5$  و  $r=20$  شرط‌های موردنظر برقرار است. حال توان  $x$  را در جملات موردنظر به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} r=5 \Rightarrow x^{\frac{23-5}{3}} \times x^{-\frac{5}{5}} = x^{6-1} = x^5 \\ r=20 \Rightarrow x^{\frac{23-20}{3}} \times x^{-\frac{20}{5}} = x^{1-4} = x^{-3} \end{cases}$$

☐ ۴
☐ ۳
☒ ۲
☐ ۱

$P(x)$  بر  $(x-1)^2$  بخش پذیر است، بنابراین باقی مانده‌ی  $P(x)$  بر  $(x-1)^2$  برابر با صفر است. تقسیم را انجام می‌دهیم و باقی مانده را برابر با صفر قرار می‌دهیم تا  $a$  و  $b$  به دست آیند.

$$\begin{array}{r} x^3 + ax + b - 4 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - 2x + 1 \\ x + 2 \end{array} \right. \\ \underline{-x^3 + 2x^2 - x} \phantom{- 4} \\ 2x^2 + (a-1)x + b - 4 \\ \underline{-2x^2 + 4x - 2} \\ (a+3)x + (b-6) \end{array}$$

می‌بایست  $(a+3)x + (b-6) = 0x + 0$  باشد، در نتیجه  $a+3=0$  و  $b-6=0$  یعنی  $a=-3$  و  $b=6$ . با جای گذاری  $a$  و  $b$  در عبارت

$P(x)$ ، داریم:

☐ ۴
☒ ۳
☐ ۲
☐ ۱

(کافهم اچلائی)

با فرض  $t = x^2$  و جای گذاری در معادله ی اصلی، خواهیم داشت:

$$t^2 - 2t + k - 3 = 0 \quad (1)$$

اگر معادله ی (۱) دارای دو جواب مختلف‌العلامت باشد یا دارای جواب مضاعف مثبت باشد، معادله ی اولیه فقط دارای دو جواب حقیقی به صورت  $x = \pm\sqrt{t}$  خواهد بود.

پس داریم:

$$\begin{cases} \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow k - 3 < 0 \Rightarrow k < 3 \\ \Delta = 0, -\frac{b}{2a} > 0 \Rightarrow 4 - 4(k - 3) = 0 \Rightarrow k = 4 \end{cases}$$

بنابراین به‌ازای اعداد طبیعی  $k = 1$ ،  $k = 2$  و  $k = 4$  معادله فقط

دارای دو جواب حقیقی است. (مسئله‌بان - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

۴

۳✓

۲

۱

(شیب شفیع)

تجزیه ی عبارت  $x^2 - 7x + 10$  به صورت  $(x - 2)(x - 5)$  است. جواب‌های ۲ و ۵ را در عبارت درجه ی ۳ امتحان می‌کنیم. به‌ازای  $x = 2$  حاصل صفر می‌شود پس چندجمله ی مورد نظر بر  $(x - 2)$  بخش پذیر است.

$$x^3 - x^2 - x - 2 = (x - 2)(x^2 + x + 1) \xrightarrow{x=1} (-1) \times 3 \times (-4) = 12$$

(مسئله‌بان، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴✓

۳

۲

۱

(کافهم اچلائی)

معادله را به صورت  $\sqrt{2}x^2 - (\sqrt{2} - 1)x - 1 = 0$  می‌نویسیم. با توجه به این که مجموع ضرایب معادله صفر است، پس یکی از ریشه‌ها برابر با ۱ و دیگری  $\frac{c}{a}$  است.

$$\alpha = 1, \beta = \frac{-1}{\sqrt{2}}$$

$$\alpha^3 + 4\beta^2 = 1 + 4\left(\frac{1}{2}\right) = 3$$

بنابراین داریم:

(مسئله‌بان - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳

۲✓

۱

-۱۰۰

(سیر متمرکز، رفوی پور)

$$a + 3b + 9c = 0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{9} + \frac{b}{3} + c = 0 \\ ax^2 + bx + c = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{مقایسه}} x_1 = \frac{1}{3}$$

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی ، هندسه ۲- سوالات موازی ، - ۱۳۹۴۰۸۲۲

-۱۲۱

(رسول مفسنی منش)

ذوزنقه‌ی متساوی الساقین، یک چهارضلعی است که دو ضلع آن برابر و دو

ضلع دیگر آن موازی است ولی متوازی الاضلاع نیست.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۲۲

(رسول مفسنی منش)

می‌دانیم مربع، مستطیلی است که دو ضلع مجاورش با هم برابر باشد، ولی

برابری قطرهای مستطیل، نمی‌تواند دلیلی بر برابری اضلاع آن باشد، زیرا

قطرهای مستطیل در همه حال با هم برابرند.

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸)

۴

۳

۲ ✓

۱

۱۲۳-

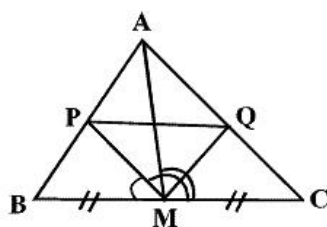
(فسین فایلو)

نکته‌ی درسی: اگر در مثلث دلخواه  $ABC$ ، میانه‌ی  $AM$  و نیمسازهای

دو زاویه‌ی  $AMB$  و  $AMC$  را رسم کنیم تا این دو نیمساز، اضلاع  $AB$

و  $AC$  را به ترتیب در  $P$  و  $Q$  قطع کنند، دو خط  $PQ$  و  $BC$  با هم

موازی‌اند.



$$\left\{ \begin{array}{l} BM = CM \\ \hat{AMB} \text{ نیمساز } MP \Rightarrow PQ \parallel BC \\ \hat{AMC} \text{ نیمساز } MQ \end{array} \right.$$

مطابق شکل در مثلث  $QR'P$ ،  $QR$ ، میانه‌ی وارد بر ضلع  $PR'$  است،

بنابراین پاره‌خط  $MN$ ، با ضلع  $PR'$  موازی است.

۴ ✓

۳

۲

۱

۱۲۴-

(رسول مفسنی‌منش)

با توجه به این که  $۲ < x < ۶$ ، داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} AC = x + ۶ \\ ۸ < x + ۶ < ۱۲ \end{array} \right\} \Rightarrow ۸ < AC < ۱۲ \\ \left. \begin{array}{l} BC = ۲x - ۴ \\ ۰ < ۲x - ۴ < ۸ \end{array} \right\} \Rightarrow ۰ < BC < ۸ \end{array} \right\} \Rightarrow ۰ < BC < ۸ < AC < ۱۲ \\ \Rightarrow BC < AC \Rightarrow \hat{A} < \hat{B}$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۴

۳

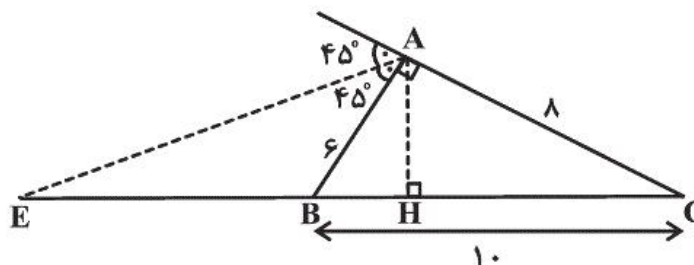
۲

۱ ✓



مثلثی به اضلاع ۶، ۸ و ۱۰ قائم‌الزاویه است. مطابق شکل، نیم‌ساز کوچک‌ترین زاویه‌ی خارجی، وتر مثلث را در نقطه‌ی E قطع می‌کند،

داریم:



$$\Rightarrow \frac{BE}{CE} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BE}{AB} = \frac{CE}{AC} \Rightarrow \frac{BE}{6} = \frac{CE}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{BE}{3} = \frac{CE}{4} = k \Rightarrow \begin{cases} BE = 3k \\ CE = 4k \end{cases}$$

$$BC = 4k - 3k = k$$

مثلث‌های ABC و ABE در رأس A هم‌ارتفاع هستند پس نسبت مساحت آن‌ها برابر نسبت قاعده‌هاشان است، داریم:

$$\frac{S(\triangle ABE)}{S(\triangle ABC)} = \frac{BE}{BC} \Rightarrow S(\triangle ABE) = \frac{6 \times 8}{2} \times \frac{3k}{k} = 72$$

(هنر سه ۲- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

نکته‌ی درسی: اگر از یک نقطه‌ی اختیاری روی قاعده‌ی یک مثلث متساوی‌الساقین، دو خط به موازات دو ساق رسم کنیم تا آن‌ها را قطع کند، مجموع طول پاره‌خط‌های ایجاد شده برابر طول ساق مثلث خواهد بود.

چهارضلعی  $APMQ$  متوازی‌الاضلاع است ( $AP \parallel MQ$  و  $AQ \parallel MP$ ).

با توجه به نکته‌ی بالا، داریم:

$$MP + MQ = AB = AC \xrightarrow[\substack{AQ=MP \\ AP=MQ}]{} \quad$$

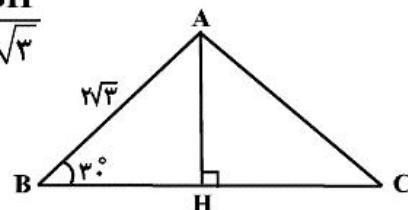
$$APMQ \text{ محیط} = AP + PM + MQ + QA = 2AB = 2AC$$

$$\Rightarrow AB = AC = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

در مثلث  $ABC$ ، ارتفاع  $AH$  را رسم می‌کنیم، داریم:

$$\triangle ABH : \cos 30^\circ = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BH}{2\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow BH = 3 \Rightarrow BC = 2BH = 6$$



(هنر سه ۲، صفحه‌های ۲۱ و ۲۲)

۴

۳

۲✓

۱

۱۲۷-

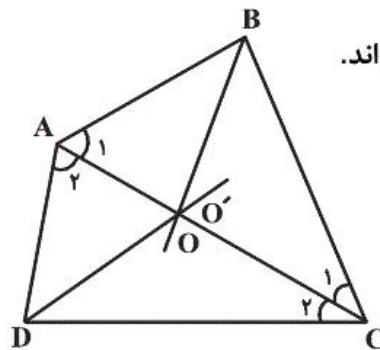
(مفسر مفسرگری)

با توجه به این که AC نیمساز زوایای A و C است، دو مثلث ABC

و ADC همنهشت اند (ضض) پس  $AB = AD$  و  $BC = CD$ . پس

نسبت پاره‌هایی که O و O' روی AC ایجاد می‌کنند یکسان

است، بنابراین این دو نقطه بر هم منطبق‌اند.



(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

۱۲۸-

(مفسر مفسرگری)

اگر از A و B دو عمود بر قاعده‌ی

DC وارد کنیم، مثلث‌های قائم‌الزاویه‌ای

ایجاد می‌شوند که در آن‌ها ضلع روبه‌رو

$$\frac{CD - AB}{2} = 3 \text{ برابر } 30^\circ \text{ به زاویه‌ی}$$

است. پس وتر این مثلث‌ها یعنی ساق‌های دوزنقه برابر ۶ می‌باشد.

$$\left. \begin{array}{l} \Delta DN \Rightarrow AN = 6 \\ \text{متساوی‌الاضلاع} \end{array} \right\} \Rightarrow EN = 3$$

$$AE = AD \sin \hat{D}_1 = 6 \times \sin 30^\circ = 3$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta MDC : \frac{MD}{\sin 30^\circ} = \frac{12}{\sin 120^\circ} \Rightarrow MD = 4\sqrt{3} \\ DE = AD \sin \hat{A}_1 = 6 \times \sin 60^\circ = 3\sqrt{3} \end{array} \right\} \Rightarrow EM = \sqrt{3}$$

$$S_{MFNE} = 2S_{\Delta EMN} = 2\left(\frac{3 \times \sqrt{3}}{2}\right) = 3\sqrt{3}$$

(هندسه ۲- صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

(معمدها هر شعاعی)

مرحله	۰	۱	۲	۳
محیط	$4 \times \left(\frac{4}{3}\right)^0$	$4 \times \frac{4}{3}$	$4 \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3}$	$4 \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3} \times \frac{4}{3}$
شکل		$4 \times \left(\frac{4}{3}\right)^1$	$4 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2$	$4 \times \left(\frac{4}{3}\right)^3$

$$\text{محیط شکل در مرحله ی } ۱۷ \text{ ام} = 4 \times \left(\frac{4}{3}\right)^{17} = 2^2 \times \frac{2^{34}}{3^{17}} = \frac{2^{36}}{3^{17}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 36 \\ k = 17 \end{cases}$$

$$m + k = 36 + 17 = 53$$

۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۳۰

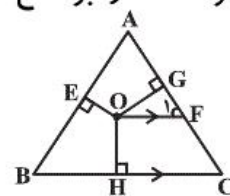
(معمدهای ناظمی)

عمود OG را بر ضلع AC رسم می کنیم. می دانیم:

طول ارتفاع مثلث  $OE + OH + OG =$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times (\text{طول ضلع مثلث})$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8\sqrt{3} = 12 \Rightarrow 2 + 4 + OG = 12 \Rightarrow OG = 6$$



چون  $OF \parallel BC$  است، بنابراین  $\hat{F}_1 = \hat{C} = 60^\circ$  است. در مثلث

قائم الزاویه ی OGF، OG که ضلع روبه رو به زاویه ی  $60^\circ$  است،

برابر  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  وتر می باشد، بنابراین:

$$OG = \frac{\sqrt{3}}{2} OF \Rightarrow 6 = \frac{\sqrt{3}}{2} OF \Rightarrow OF = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

(هندسه ۲ - صفحه ی ۲۱)

۴ ✓

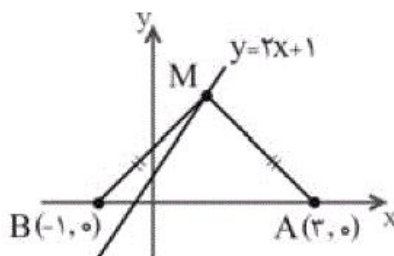
۳

۲

۱

(کتاب آبی حسابان - صفحه ی ۳۷ - سؤال ۲۹۰)

-۸۱



چون نقطه ی  $M(\alpha, \beta)$  روی خط  $y = 2x + 1$  قرار دارد، پس مختصاتش در آن صدق می کند، یعنی  $\beta = 2\alpha + 1$  می باشد. حال با فرمول فاصله ی دو نقطه از یکدیگر،  $AM$  و  $BM$  را محاسبه کرده و مساوی هم قرار می دهیم:

۴

۳ ✓

۲

۱

(کتاب آبی حسابان - صفحه ی ۳۵ - سؤال ۲۷۰)

-۸۲

کیلوگرم  $25 = 500 \times \frac{5}{100}$  = مقدار نمک محلول در آب نمک اولیه

$$\frac{25 + 10}{500 + 10 + x} = \frac{7}{100} \Rightarrow \frac{35}{510 + x} = \frac{7}{100} \Rightarrow \frac{5}{510 + x} = \frac{1}{100} \Rightarrow 500 = 510 + x \Rightarrow x = -10$$

باید ۱۰ کیلوگرم از آب آن را تبخیر کنیم. (حسابان - صفحه های ۲۴ تا ۲۷)

۴

۳

۲ ✓

۱

(سراسری ریاضی - ۹۲)

-۸۳

با توجه به این که  $\alpha$  و  $\beta$  جواب های معادله ی  $2x^2 - 3x - 4 = 0$  است،

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{3}{2}, \alpha\beta = \frac{c}{a} = -2 \quad (*)$$

داریم:

چون جواب های معادله ی مطلوب  $1 + \frac{1}{\alpha}$  و  $1 + \frac{1}{\beta}$  هستند، خواهیم داشت:

$$S = \frac{1}{\alpha} + 1 + \frac{1}{\beta} + 1 = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 2 \stackrel{(*)}{=} \frac{\frac{3}{2}}{-2} + 2 = \frac{5}{4}$$

$$P = \left( \frac{1}{\alpha} + 1 \right) \left( \frac{1}{\beta} + 1 \right) = \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + 1$$

$$= \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 1 \stackrel{(*)}{=} \frac{1}{-2} + \frac{\frac{3}{2}}{-2} + 1 = -\frac{1}{4}$$

پس با توجه به رابطه ی  $x^2 - Sx + P = 0$  معادله ی مورد نظر به صورت

$$x^2 - \frac{5}{4}x - \frac{1}{4} = 0 \xrightarrow{\times(4)} 4x^2 - 5x - 1 = 0$$

زیر خواهد بود:

۴

۳ ✓

۲

۱

۸۴-

(کتاب آبی مسابان- صفحه ی ۲۹- سؤال ۲۱۳)

چون نمودار  $P(x)$  دارای مینیمم است، پس  $a > 0$  است. همچنین معادله دو جواب مختلف علامت دارد. پس حاصل ضرب ریشه ها منفی است

یعنی  $0 < x_1 x_2 = \frac{c}{a}$  و چون  $a > 0$  است، بنابراین باید  $c < 0$  باشد. چون

طول رأس مثبت است در نتیجه  $-\frac{b}{2a} > 0$  می باشد و چون  $a > 0$  است،

باید  $b < 0$  باشد، بنابراین  $abc > 0$  می باشد. (مسابان- صفحه های ۱۵ تا ۱۹)

☒ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☐ ۱

۸۵-

(کتاب آبی مسابان- صفحه ی ۲۰- سؤال ۱۲۱)

ضریب های  $x$ ،  $x^2$  و  $x^3$  در بسط  $(1+x)^n$ ، به ترتیب  $\binom{n}{1}$ ،  $\binom{n}{2}$  و

$\binom{n}{3}$  است. پس با توجه به فرض سؤال، داریم:

☐ ۴

☐ ۳

☐ ۲

☒ ۱

۸۶-

(کتاب آبی مسابان- صفحه ی ۱۷- سؤال ۸۷)

$$f(x-1) = (x-9)Q(x)$$

با تبدیل  $u = x-1$ ، داریم:

$$f(u) = (u-8)Q(u+1)$$

$$u = y^3 \Rightarrow f(y^3) = (y^3-8)Q(y^3+1)$$

$$\Rightarrow f(y^3) = (y-2)(y^2+2y+4)Q(y^3+1)$$

(مسابان- صفحه های ۶ تا ۸)

☐ ۴

☒ ۳

☐ ۲

☐ ۱

معادله‌ی خط را به صورت  $y_1 = \frac{5-x}{2}$  بازنویسی می‌کنیم. باید بازه‌ی  $(a, b)$  را طوری بیابیم که نامعادله‌ی زیر برقرار باشد:

$$4 - |x| > \frac{5-x}{2}$$

لذا داریم:

$$\text{الف) } x \geq 0 : 4 - x > \frac{5-x}{2} \Rightarrow 8 - 2x > 5 - x \Rightarrow x < 3$$

$$0 \leq x < 3 \quad (1)$$

$$\text{ب) } x < 0 : 4 + x > \frac{5-x}{2} \Rightarrow 8 + 2x > 5 - x$$

$$\Rightarrow 3x > -3 \Rightarrow x > -1$$

$$\Rightarrow -1 < x < 0 \quad (2)$$

پس:

بنابراین مجموعه‌ی جواب نامعادله، اجتماع (۱) و (۲) است:

$$\text{مجموعه‌ی جواب} = (-1, 0) \cup [0, 3) = (-1, 3)$$

در نتیجه بیشترین مقدار  $b - a = 3 - (-1) = 4$  خواهد بود.

۴

۳

۲ ✓

۱

$$\left| \frac{x-2}{2x+1} \right| > 1 \Rightarrow \frac{|x-2|}{|2x+1|} > 1$$

با فرض  $x \neq -\frac{1}{2}$ ، طرفین نامعادله‌ی اخیر را در  $|2x+1|$  (که با در نظر گرفتن این فرض، عددی مثبت است) ضرب می‌کنیم، در این صورت:

$$|x-2| > |2x+1|$$

می‌توانیم طرفین نامعادله‌ی اخیر را که هر دو نامنفی هستند، به توان دو

$$\text{برسانیم: } (x-2)^2 > (2x+1)^2 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 > 4x^2 + 4x + 1$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 8x - 3 < 0 \Rightarrow (x+3)(3x-1) < 0 \Rightarrow -3 < x < \frac{1}{3}$$

۴

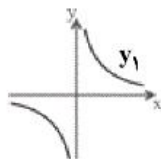
۳

۲

۱ ✓

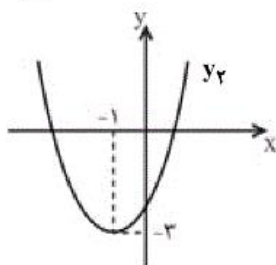
(کتاب آبی حسابان - صفحه ۴۵ - سؤال ۳۸۵)

برای بدست آوردن تعداد جوابهای معادله‌ی داده شده باید ابتدا نمودارهای  $y_1 = \frac{1}{x}$  و  $y_2 = x^2 + 2x - 2$  را رسم کنیم و برای رسم کردن تابع  $y_2$  با استفاده از انتقال، آن را به مربع کامل تبدیل می‌کنیم.

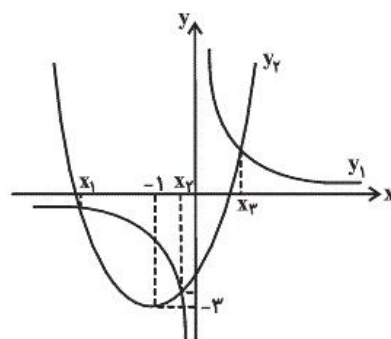


نمودار  $y_1 = \frac{1}{x}$  بصورت تابع هموگرافیک مقابل است:

$$y_2 = x^2 + 2x - 2 = x^2 + 2x + 1 - 3 = (x+1)^2 - 3$$



برای رسم نمودار  $y_2$  ابتدا نمودار  $y = x^2$  را یک واحد به چپ و سپس سه واحد به پایین انتقال می‌دهیم. بنابراین خواهیم داشت:



حال با رسم نمودارهای  $y_1$  و  $y_2$  در یک دستگاه مختصات، مشاهده می‌شود که این دو تابع یکدیگر را در سه نقطه قطع می‌کنند، که دو نقطه به طول منفی و یک نقطه به طول مثبت است. پس معادله‌ی داده شده دارای دو جواب منفی  $x_1$  و  $x_2$  و یک جواب مثبت  $x_3$  است.

(مسابان - صفحه‌های ۳۱ تا ۳۳)

۴

۳ ✓

۲

۱

(آزمایشی سنش تهری - ۹۰)

با حل نامعادله‌ی  $x^2 - x < 0$ ، به مجموعه جواب  $0 < x < 1$  خواهیم رسید. حال عبارت‌های زیر رادیکال‌ها را خلاصه می‌کنیم:

$$A = \sqrt{(\sqrt{x})^2 - 2x\sqrt{x} + x^2} + \sqrt{1 + (\sqrt{x})^2} - 2\sqrt{x}$$

با استفاده از اتحاد مربع دوجمله‌ای داریم:

$$\Rightarrow A = \sqrt{(\sqrt{x} - x)^2} + \sqrt{(1 - \sqrt{x})^2}$$

$$\begin{aligned} |u| &= \sqrt{u^2} \\ &= \underbrace{|\sqrt{x} - x|}_{\text{مثبت}} + \underbrace{|1 - \sqrt{x}|}_{\text{مثبت}} \end{aligned}$$

وقتی  $0 < x < 1$  آنگاه  $\sqrt{x} < 1$  و  $\sqrt{x} > x$  خواهد بود، لذا:

$$\Rightarrow A = (\sqrt{x} - x) + (1 - \sqrt{x}) = 1 - x$$

(مسابان - صفحه‌های ۳۳ تا ۳۵)

۴

۳ ✓

۲

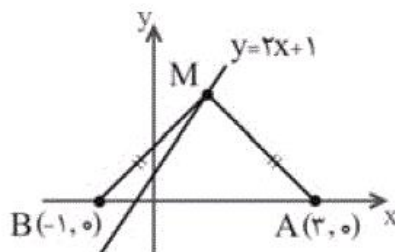
۱



آزمون شاهد (گواه)

۱۰۱-

(کتاب آبی حسابان- صفحه ۳۷- سؤال ۲۹۰)



چون نقطه‌ی  $M(\alpha, \beta)$  روی خط  $y = 2x + 1$  قرار دارد، پس مختصاتش در آن صدق می‌کند، یعنی  $\beta = 2\alpha + 1$  می‌باشد. حال با فرمول فاصله‌ی دو نقطه از یکدیگر،  $AM$  و  $BM$  را محاسبه کرده و مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$AM = BM \Rightarrow \sqrt{(\alpha - 3)^2 + (\beta - 0)^2} = \sqrt{(\alpha + 1)^2 + (\beta - 0)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{توان دو}} (\alpha - 3)^2 + \beta^2 = (\alpha + 1)^2 + \beta^2$$

$$\Rightarrow \alpha^2 - 6\alpha + 9 = \alpha^2 + 2\alpha + 1 \Rightarrow 8\alpha = 8$$

$$\Rightarrow \alpha = 1 \Rightarrow \beta = 2\alpha + 1 = 2(1) + 1 = 3$$

$$\Rightarrow M(\alpha, \beta) = M(1, 3) \Rightarrow \alpha + \beta = 4$$

راه حل تستی: نقطه‌ی تقاطع عمود منصف خط  $AB$  و خط  $y = 2x + 1$

(حسابان- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

جواب است.

۴

۳✓

۲

۱

۱۰۲-

(کتاب آبی حسابان- صفحه ۳۵- سؤال ۲۷۰)

$$\text{کیلوگرم } ۲۵ = ۵۰۰ \times \frac{۵}{۱۰۰} = \text{مقدار نمک محلول در آب نمک اولیه}$$

$$\frac{۲۵ + ۱۰}{۵۰۰ + ۱۰ + x} = \frac{۷}{۱۰۰} \Rightarrow \frac{۳۵}{۵۱۰ + x} = \frac{۷}{۱۰۰} \Rightarrow \frac{۵}{۵۱۰ + x} = \frac{۱}{۱۰۰}$$

$$\Rightarrow ۵۰۰ = ۵۱۰ + x \Rightarrow x = -۱۰$$

باید ۱۰ کیلوگرم از آب آنرا تبخیر کنیم.

(حسابان- صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

۴

۳

۲✓

۱

۱۰۳-

(سراسری ریاضی - ۹۲)

با توجه به این که  $\alpha$  و  $\beta$  جواب‌های معادله‌ی  $2x^2 - 3x - 4 = 0$  است،

داریم:  $\alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$ ,  $\alpha\beta = \frac{c}{a} = -2$  (\*)

چون جواب‌های معادله‌ی مطلوب  $\frac{1}{\alpha} + 1$  و  $\frac{1}{\beta} + 1$  هستند، خواهیم داشت:

$$S = \frac{1}{\alpha} + 1 + \frac{1}{\beta} + 1 = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} + 2 \stackrel{(*)}{=} \frac{\frac{3}{2}}{-2} + 2 = \frac{5}{4}$$

$$P = \left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)\left(\frac{1}{\beta} + 1\right) = \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + 1$$

۴

۳ ✓

۲

۱

۱۰۴-

(کتاب آبی حسابان - صفحه‌ی ۲۹ - سؤال ۲۱۳)

چون نمودار  $P(x)$  دارای مینیمم است، پس  $a > 0$  است. همچنین معادله

دو جواب مختلف‌العلامت دارد. پس حاصل‌ضرب ریشه‌ها منفی است

یعنی  $0 < \frac{c}{a} = x_1 x_2$  و چون  $a > 0$  است، بنابراین باید  $c < 0$  باشد. چون

طول رأس مثبت است در نتیجه  $-\frac{b}{2a} > 0$  می‌باشد و چون  $a > 0$  است،

باید  $b < 0$  باشد، بنابراین  $abc > 0$  می‌باشد.

(حسابان - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۰۵

(کتاب آبی مسابان- صفحه ی ۲۰- سؤال ۱۲۱)

ضریب های  $x$ ،  $x^2$  و  $x^3$  در بسط  $(1+x)^n$ ، به ترتیب  $\binom{n}{1}$ ،  $\binom{n}{2}$  و  $\binom{n}{3}$  است. پس با توجه به فرض سؤال، داریم:

$$\binom{n}{1} + \binom{n}{2} = 2\binom{n}{2} \Rightarrow n + \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = n(n-1)$$

$$\xrightarrow{n \neq 0} 1 + \frac{(n-1)(n-2)}{6} = n-1 \Rightarrow n^2 - 9n + 14 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n=2 & \text{غیر قابل قبول} \\ n=7 & \text{قابل قبول} \end{cases}$$

توجه کنید که  $n=2$  قابل قبول نیست، زیرا در عبارت  $(1+x)^2$  بیشترین درجه ی  $x$  برابر ۲ است و عبارت شامل  $x^3$  وجود ندارد.

(مسابان- صفحه های ۸ تا ۱۱)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۰۶

(کتاب آبی مسابان- صفحه ی ۱۷- سؤال ۸۷)

$$f(x-1) = (x-9)Q(x)$$

$$f(u) = (u-8)Q(u+1) \quad \text{با تبدیل } u = x-1, \text{ داریم:}$$

$$u = y^3 \Rightarrow f(y^3) = (y^3-8)Q(y^3+1)$$

$$\Rightarrow f(y^3) = (y-2)(y^2+2y+4)Q(y^3+1)$$

(مسابان- صفحه های ۶ تا ۸)

۴

۳✓

۲

۱

-۱۰۷

(کتاب آبی مسابان- صفحه ی ۳۴- سؤال ۲۶۱)

$$\frac{(3-x)(x-3) + (x+1)(x+3)}{x^2-9} = \frac{ax+b}{x^2-9}$$

$$\xrightarrow{x \neq \pm 3} -x^2 + 6x - 9 + x^2 + 4x + 3 = ax + b$$

$$\Rightarrow 10x - 6 = ax + b$$

اگر  $a=10$  و  $b=-6$  باشد، تساوی به ازای هر  $x$  حقیقی به جز  $x=3$

و  $x=-3$  برقرار است و معادله بی شمار جواب دارد، پس  $a+b=4$ .

(مسابان- صفحه های ۲۳ تا ۲۷)

۴

۳

۲

۱✓

-۱۰۸

(سراسری ریاضی - ۸۳)

در صورت سوال گفته شده تابع محور  $x$  ها را فقط در یک نقطه قطع

می‌کند، پس معادله‌ی  $(x^2 - ax + a)(x - 1) = 0$  تنها یک جواب دارد،

$$(x - 1)(x^2 - ax + a) = 0 \Rightarrow x = 1 \quad \text{اما:}$$

پس تنها جواب معادله،  $x = 1$  است. لذا معادله‌ی  $x^2 - ax + a = 0$  یا

باید جواب مضاعف  $x = 1$  داشته باشد یا فاقد جواب حقیقی باشد. چون

$x = 1$  در معادله‌ی  $x^2 - ax + a = 0$  صدق نمی‌کند، پس معادله

نمی‌تواند جواب  $x = 1$  داشته باشد. بنابراین فاقد جواب خواهد بود،

یعنی  $\Delta < 0$ ، پس:

$$\Delta = a^2 - 4a < 0 \Rightarrow 0 < a < 4$$

(مسئله‌ها - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

-۱۰۹

(سراسری تهرانی خارج از کشور - ۸۸)

جمله‌ی هفتم، نصف جمله‌ی سوم است، پس:

$$a_7 = \frac{1}{2} a_3 \Rightarrow a_1 + 6d = \frac{1}{2} (a_1 + 2d)$$

$$\Rightarrow 2a_1 + 12d = a_1 + 2d \Rightarrow a_1 = -10d \quad (۱)$$

باید  $S_n = 0$  باشد و داریم  $S_n = \frac{n}{2} (2a_1 + (n-1)d)$ ، پس:

$$\frac{n}{2} (2(-10d) + (n-1)d) = 0$$

$$\Rightarrow -20d + nd - d = 0 \Rightarrow -21d = -nd \Rightarrow n = 21$$

(مسئله‌ها - صفحه‌های ۲ تا ۴)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۱۰

(سراسری تهرانی خارج از کشور - ۸۷)

حدود متغیر معادله از شرط  $4x - 3 \geq 0$  به دست می‌آید، پس  $x \geq \frac{3}{4}$

است. از طرفی به ازای  $x \geq \frac{3}{4}$ ، عبارت  $3x - 2$  همواره مثبت است، در

نتیجه سمت چپ معادله همواره مثبت است، پس معادله جواب ندارد.

(مسئله‌ها - صفحه‌های ۲۸ تا ۳۱)

۴ ✓

۳

۲

۱