۱۰۱- در چند عدد سه‌رقمی، ارقام مجاور، متمایزند؟

۱) ۵۷۶ ۲) ۶۴۸ ۳) ۷۲۹ ۴) ۷۲۰

۱۰۲- احتمال این‌که شخصی گروه خونی A^+ داشته باشد، ۰/۲ و احتمال این‌که ناراحتی قلبی داشته باشد، ۰/۳ است. احتمال این‌که این شخص ناراحتی قلبی یا گروه خونی A^+ داشته باشد کدام است؟

۱) ۰/۴۴ ۲) ۰/۴۶ ۳) ۰/۴۸ ۴) ۰/۵

۱۰۳- احتمال به هدف زدن یک تیر توسط تیرانداز ۰/۳ می‌باشد. او آن‌قدر شلیک می‌کند تا به هدف بزند. احتمال آن‌که بیش از ۳ شلیک لازم باشد چه‌قدر است؟

۱) ۰/۳۴۰ ۲) ۰/۳۴۳ ۳) ۰/۳۴۸ ۴) ۰/۳۳۴

۱۰۴- در ظرفی ۲ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی قرمز قرار دارد. ۴ مرتبه مهره‌ای از ظرف خارج کرده و پس از مشاهده به ظرف برمی‌گردانیم. با چه احتمالی تعداد مهره‌های سفید و قرمز خارج شده از ظرف با هم برابر است؟

۱) $\frac{۱۰۸}{۶۲۵}$ ۲) $\frac{۲۱۶}{۶۲۵}$ ۳) $\frac{۳۲۴}{۶۲۵}$ ۴) $\frac{۵۴}{۶۲۵}$

۱۰۵- در خانواده‌ای با شش فرزند با چه احتمالی آخرین فرزند، سومین پسر خانواده است؟

۱) $\frac{۱}{۳۲}$ ۲) $\frac{۳}{۳۲}$ ۳) $\frac{۵}{۳۲}$ ۴) $\frac{۷}{۳۲}$

۱۰۶- در یک اتوبوس ۵ مرد و ۴ زن وجود دارد. این اتوبوس شروع به حرکت می‌کند. اگر ۱ نفر در ایستگاه اوّل، ۱ نفر در ایستگاه دوم و مابقی در آخرین ایستگاه پیاده شوند، احتمال آن‌که همه‌ی مردها در یک ایستگاه پیاده شده باشند، کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۰۷- در جعبه‌ای ۴ مهره‌ی سفید، ۳ مهره‌ی سبز و ۲ مهره‌ی قرمز وجود دارد. از این جعبه سه مهره به‌تصادف، پی‌درپی و بدون جای‌گذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که مهره‌های اوّل و سوم هم‌رنگ نباشند، کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۱۸}$ ۲) $\frac{۱۳}{۱۸}$

۳) $\frac{۷}{۱۸}$ ۴) $\frac{۱۱}{۱۸}$

۱۰۸- ۴ نفر در یک کلاس حضور دارند. چه‌قدر احتمال دارد که هیچ دو نفری از آن‌ها در یک روز از هفته متولد نشده باشند؟

۱) $\frac{۲۴۲}{۳۴۳}$ ۲) $\frac{۲۱۰}{۳۴۳}$

۳) $\frac{۲۱۱}{۳۴۳}$ ۴) $\frac{۱۲۰}{۳۴۳}$

۱۰۹- ۶۰ درصد افراد جامعه‌ای را زنان تشکیل می‌دهند. ۷۰ درصد از مردان و ۲۰ درصد از زنان مبتلا به چاقی هستند. اگر ۳ نفر از این جامعه انتخاب کنیم، احتمال آن‌که حداقل ۲ نفر مبتلا به چاقی باشند، چه‌قدر است؟

۱) ۰/۳۶

۲) ۰/۶۴

۳) ۰/۴۲۲۵

۴) ۰/۳۵۲

۱۱۰-جدول توزیع احتمال یک متغیر تصادفی به‌صورت زیر است. مقدار $P(X \neq ۱)$ کدام است؟

x	۰	۱	۲	۳	۴
$P(X=x)$	$\frac{a}{۸}$	$\frac{a}{۴}$	$\frac{a}{۲}$	a	۲a

۱) $\frac{۲}{۳۱}$

۲) $\frac{۸}{۳۱}$

۳) $\frac{۲۹}{۳۱}$

۴) $\frac{۲۰}{۳۱}$

√ رياضي ، رياضي پايه ، ،

۱۱۱- بهترین روش جمع‌آوری داده‌ها در بررسی‌های زیر، به‌ترتیب کدام است؟

الف) میزان تحصیلات افراد جویای کار درسال گذشته

ب) مهم‌ترین عامل پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان

۱) مشاهده و ثبت وقایع - آزمایش

۲) داده‌های از پیش تهیه‌شده - پرسش‌نامه

۳) مشاهده و ثبت وقایع - پرسش‌نامه

۴) داده‌های از پیش تهیه‌شده - آزمایش

۱۱۲- متغیر تصادفی «طول مکالمات تلفنی یک اداره» از چه نوعی است؟

۱) کمی پیوسته

۲) کمی گسسته

۳) کیفی ترتیبی

۴) کیفی اسمی

۱۱۳- نمودار ساقه و برگ داده‌های آماری زیر را با نمودار جعبه‌ای نمایش می‌دهیم. اگر داده‌های داخل جعبه را در ۴ طبقه دسته‌بندی کنیم، طول هر دسته کدام است؟

ساقه	برگ
۴	۰ ۱ ۲ ۲ ۴ ۵ ۷
۵	۰ ۰ ۱ ۱ ۳ ۴ ۶ ۹
۶	۱ ۲ ۳ ۴ ۴ ۶ ۷ ۷ ۸

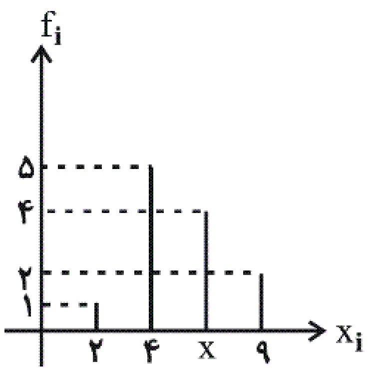
۱) ۳

۲) ۴

۳) ۵

۴) ۶

۱۱۴- نمودار میله‌ای تعدادی داده‌ی آماری دسته‌بندی شده به صورت زیر است. اگر میانگین این داده‌ها $\frac{۱}{۲}$ واحد از میانه بیش‌تر باشد، x کدام است؟



۱) ۵

۲) ۶

۳) ۷

۴) ۸

۱۱۵- جدول زیر، زاویه‌ی مرکزی هر دسته در داده‌های پیوسته‌ی دسته‌بندی شده را نشان می‌دهد. میانگین داده‌ها کدام است؟

حدود دسته‌ها	[۲,۶)	[۶,۱۰)	[۱۰,۱۴)	[۱۴,۱۸]
زاویه‌ی مرکزی	۷۲°	α	۱۴۴°	۳۶°

۱) ۹/۴

۲) ۹/۵

۳) ۹/۶

۴) ۹/۷

۱۱۶- اگر در جدول فراوانی تجمعی داده‌های آماری زیر، میانگین a باشد، با اضافه کردن سه داده‌ی a ، $\frac{۳a}{۴}$ و $a-۲$ ، زاویه‌ی مرکزی نظیر دسته‌ی [۱۱,۱۳) در نمودار دایره‌ای چند درجه زیاد می‌شود؟

دسته‌ها	[۷,۹)	[۹,۱۱)	[۱۱,۱۳)	[۱۳,۱۵]
فراوانی تجمعی	۲	۷	۱۲	۲۱

۱) $\frac{۳۰}{۷}$ ۲) $\frac{۱۵}{۷}$ ۳) $\frac{۷}{۱۵}$ ۴) $\frac{۷}{۳۰}$

۱۱۷- اگر انحراف معیار داده‌های $-\frac{۱}{۲}x_۱+۲, -\frac{۱}{۲}x_۲+۲, \dots, -\frac{۱}{۲}x_n+۲$ ، برابر ۱/۲ باشد، انحراف معیار داده‌های $x_۱, x_۲, \dots, x_n$ کدام است؟

۱) ۰/۸ ۲) ۲/۴

۳) ۳/۲ ۴) ۴/۸

۱۱۸- واریانس ۵ داده‌ی آماری برابر صفر است. اگر سه داده‌ی ۱۰,۸,۵ را به داده‌ها اضافه کنیم، میانگین داده‌ها ۶ می‌شود. واریانس کل ۸ داده کدام است؟

۱) ۳/۷۵ ۲) ۳/۲۵

۳) ۳/۴ ۴) ۳/۵

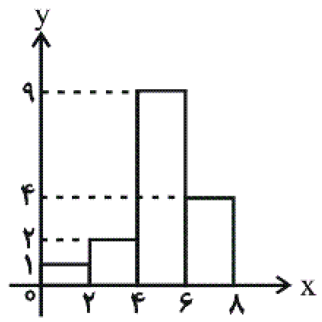
۱۱۹-میانگین و ضریب تغییرات داده‌های $\{x_1, x_2, x_3, 5\}$ برابر ۸ و ۰/۵ است. مجموع مجذور داده‌های $\{x_1, x_2, x_3\}$ کدام است؟

۱) ۳۲۴   ۲) ۳۲۰

۳) ۲۷۰   ۴) ۲۹۵

۱۲۰- در شکل زیر، نمودار مستطیلی یک سری داده‌ی آماری پیوسته‌ی دسته‌بندی شده، رسم شده است.

ضریب تغییرات داده‌ها کدام است؟



۱) $\frac{1}{\sqrt{10}}$

۲) $\frac{2}{\sqrt{10}}$

۳) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

۴) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

√ رياضي ، رياضي پايه ـ گواه ، ،

۱۲۱-در رسم نمودار درصد فراوانی تجمعی داده‌های پیوسته دسته‌بندی شده، دو نقطه‌ی متوالی (۴۴ , ۵۵) و (۴۷ , ۶۷) از روی جدول رسم شده‌اند. اگر فراوانی کل ۷۵ باشد، چند داده بین ۴۴ و ۴۷ قرار دارد؟

۱) ۸   ۲) ۹

۳) ۱۰   ۴) ۱۲

۱۲۲-در جدول فراوانی تجمعی داده‌های دسته‌بندی شده به شکل زیر، زاویه‌ی مرکزی متناسب با فراوانی مطلق دسته‌ی وسط در نمودار دایره‌ای ۹۰ درجه است. فراوانی مطلق دسته‌ی چهارم کدام است؟

حدود دسته	۱۴ – ۱۲	۱۶ – ۱۴	۱۸ – ۱۶	۲۰ – ۱۸	۲۲ – ۲۰
فراوانی تجمعی	۶	۱۷	x	۴۸	۶۰

۱) ۱۴ ۲) ۱۵

۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۱۲۳-در ۲۵ داده‌ی آماری، میانگین و انحراف معیار به‌ترتیب ۳۰ و ۸ می‌باشد. اگر داده‌های ناجور ۱۰، ۱۵، ۴۵ و ۵۰، از بین آن‌ها حذف شوند، واریانس داده‌های باقی‌مانده، کدام است؟

۱) ۱۴/۷۲ ۲) ۱۴/۸۱

۳) ۱۵/۳۳ ۴) ۱۶/۶۶

۱۲۴-در جدول فراوانی زیر، اگر میانگین داده‌ها ۱۸/۴ باشد، در نمودار دایره‌ای زاویه‌ی مربوط به بازه‌ی [۲۱ ,۲۵) چند درجه است؟

حدود دسته	۱۳–۹	۱۷–۱۳	۲۱–۱۷	۲۵–۲۱	۲۹–۲۵
فراوانی مطلق	۳	۴	۷	x	۱

۱) ۶۰

۲) ۷۵

۳) ۸۰

۴) ۹۰

۱۲۵-میانگین محیط مربع‌هایی برابر ۸۴ و میانگین مساحت این مربع‌ها ۴۹۰ می‌باشند. ضریب تغییرات در طول ضلع این مربع‌ها کدام است؟

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۳

۳) ۰/۲۸ ۴) ۰/۳۳

۱۲۶-اگر x متغیر کمی باشد، از اطلاعات جدول زیر، ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟

$x_i - ۱۲$	−۳	−۲	−۱	۰	۱	۲
f_i	۱	۳	۱	۳	۶	۲

۱) $\frac{۱}{۱۲}$

۲) $\frac{۱}{۸}$

۳) $\frac{۱}{۶}$

۴) $\frac{۱}{۴}$

۱۲۷-اگر داده‌های آماری ۱۱، ۱۵، ۱۷، ۱۶، ۱۴، ۹، ۱۱، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۱۴ را با نمودار جعبه‌ای نشان دهیم، انحراف معیار داده‌های داخل جعبه تقریباً کدام است؟

۱) ۱/۱

۲) ۱/۲

۳) ۱/۲۵

۴) ۱/۳

۱۲۸-نمودار ساقه و برگ زیر، درصد نمرات قبولی یک کلاس است. اگر این نمرات به ۵ گروه دسته‌بندی شوند، در نمودار میله‌ای فراوانی نسبی، بلندی میله‌ی نظیر داده‌ی ۷۷/۵، کدام است؟

ساقه	برگ				
۶	۰	۲	۴	۷	۹
۷	۲	۳	۳	۵	۶
۸	۱	۴	۵	۵	۸
۹	۰	۱	۳	۳	۵

۱) ۰/۱

۲) ۰/۱۵

۳) ۰/۲

۴) ۰/۲۵

۱۲۹-شرکتی ۱۶۰ کارمند دارد که مدارک تحصیلی آنان با ۶ کد متمایز مشخص شده‌اند. در نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مرکزی هر گروه با واحد درجه مطابق جدول زیر است. تعداد کارکنان با کد ۴ کدام است؟

کد	۱	۲	۳	۴	۵	۶
زاویه‌ی مرکزی	۲۷	۴۵	۹۹	α	۵۴	۱۸

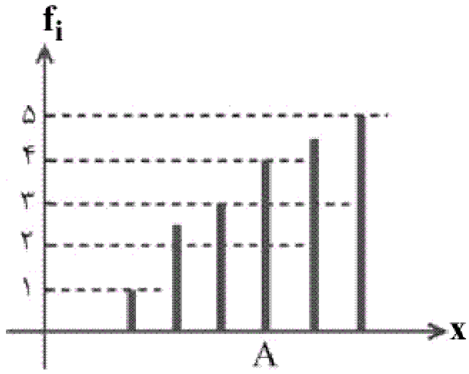
۱) ۵۲

۲) ۵۴

۳) ۵۶

۴) ۵۸

۱۳۰-در مقایسه‌ی سطح زیر کشت غله‌ای در شش استان، نمودار میله‌ای زیر رسم شده است. در نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مرکزی متناظر استان A چند درجه است؟ (قسمت غیر صحیح هر دو میله ۰/۵ است.)



۱) ۶۴

۲) ۷۲

۳) ۸۰

۴) ۹۶

۱۰۱- (رسول محسنی‌منش)

در تشکیل عدد مورد نظر صدگان ۹ حالت دارد (همه‌ی ارقام به جز صفر)، دهگان صفر می‌تواند باشد ولی رقمی که در صدگان استفاده شده نباید در دهگان استفاده شود، پس دهگان هم ۹ حالت دارد. به همین ترتیب یکان نیز ۹ حالت دارد. پس تعداد اعداد برابر است با: $۹\times۹\times۹=۷۲۹$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۸۰ تا ۱۸۶)

۱۰۲- (بهرام طالبی)

$P(A)=۰/۲$: احتمال داشتن گروه خونی A^+

$P(B)=۰/۳$: احتمال داشتن ناراحتی قلبی

احتمال این‌که شخص ناراحتی قلبی یا گروه خونی A^+ داشته باشد برابر است با:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$

چون دو پیشامد A و B مستقل‌اند، پس:

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A)\times P(B)$$

$$=۰/۲+۰/۳-۰/۲\times۰/۳=۰/۴۴$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵، ۷ و ۸)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲ تا ۷ و ۱۳)

۱۰۳- (محمدمهدی محسن‌زاده‌طبری)

برای این‌که بیش از سه پرتاب لازم باشد، باید پرتاب‌های اوّل، دوم و سوم به هدف اصابت نکند. بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P=۰/۷\times۰/۷\times۰/۷=۰/۳۴۳$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲ تا ۸)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲ تا ۷ و ۱۳ تا ۱۹)

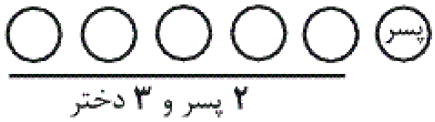
۱۰۴– *(سعید زوبیری)*

$$P(A)=\binom{۴}{۲}\left(\frac{۲}{۵}\right)^{۲}\left(\frac{۳}{۵}\right)^{۲}=۶\times\frac{۴}{۲۵}\times\frac{۹}{۲۵}=\frac{۲۱۶}{۶۲۵}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲ تا ۵، ۷ و ۸)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲ تا ۷)

۱۰۵– *(یغما کلانتریان)*



$$\Rightarrow P(A)=\frac{\binom{۵}{۲}}{۲^{۵}}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۱۰}{۳۲}\times\frac{۱}{۲}=\frac{۵}{۳۲}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲ تا ۵، ۷، ۸ و ۱۵ تا ۱۹)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲ تا ۷)

برای به‌دست آوردن تعداد اعضای پیشامد مطلوب، بایستی بدانیم که مسلماً مطابق شرایط مسأله در ایستگاه اوّل و دوم، باید زن پیاده شده باشد. پس داریم:

$$n(A)=\binom{۴}{۱}\binom{۳}{۱}\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{۴}{۱}\binom{۳}{۱}}{\binom{۹}{۱}\binom{۸}{۱}}=\frac{۴\times۳}{۹\times۸}=\frac{۱}{۶}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲ تا ۵)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲ تا ۷)

۱۰۷- (میثم حمزه‌لویی)

چون رنگ مهره‌ی دوم اهمیتی ندارد، پس:

$$\mathbf{P}(\text{مهره‌های اوّل و دوم هم‌رنگ نباشند}) = \mathbf{P}(\text{مهره‌ی اوّل و سوم هم‌رنگ نباشند})$$

$$= ۱ - \mathbf{P}(\text{مهره‌های اوّل و دوم هم‌رنگ باشند})$$

$$= ۱ - (\mathbf{P}(\text{هر دو سفید}) + \mathbf{P}(\text{هر دو سبز}) + \mathbf{P}(\text{هر دو قرمز}))$$

$$= ۱ - ((\frac{۴}{۹} \times \frac{۳}{۸}) + (\frac{۳}{۹} \times \frac{۲}{۸}) + (\frac{۲}{۹} \times \frac{۱}{۸}))$$

$$= ۱ - (\frac{۱۲}{۷۲} + \frac{۶}{۷۲} + \frac{۲}{۷۲}) = ۱ - (\frac{۲۰}{۷۲}) = \frac{۵۲}{۷۲} = \frac{۱۳}{۱۸}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱ تا ۵ و ۷)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲ تا ۷)

۱۰۸- (محمدصادق نیک‌کار)

احتمال این‌که نفر اوّل در یک روز از هفته متولّد شده باشد برابر $\frac{۷}{۷}$ است. نفر دوم نباید در روزی که نفر اوّل متولّد شده است، به دنیا آمده باشد. پس احتمال نفر دوم $\frac{۶}{۷}$ است. به همین ترتیب سایر احتمال‌ها قابل محاسبه است. پس:

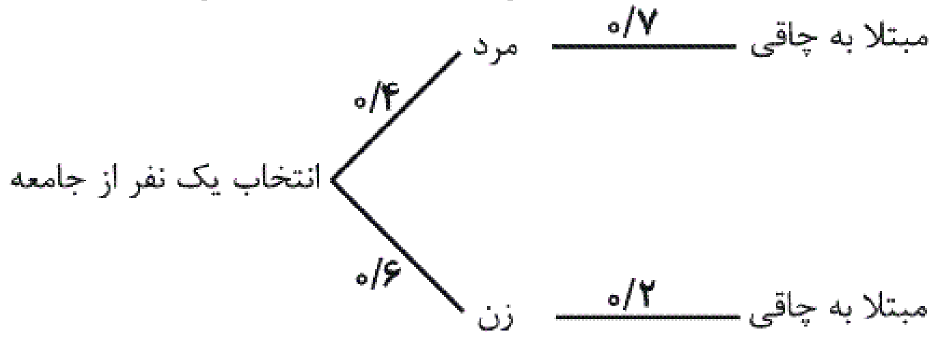
$$\mathbf{P} = \frac{۷}{۷} \times \frac{۶}{۷} \times \frac{۵}{۷} \times \frac{۴}{۷} = \frac{۱۲۰}{۳۴۳}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱ تا ۵)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲ تا ۷)

۱۰۹- *(محمدمصطفی ابراهیمی)*

اوّل احتمال آن‌که فردی مبتلا به چاقی باشد را حساب می‌کنیم:



احتمال آن‌که فردی مبتلا به چاقی باشد برابر است با:

$$۰/۴ \times ۰/۷ + ۰/۶ \times ۰/۲ = ۰/۴$$

بنابراین:

$$P(\text{حداقل دو نفر از سه نفر مبتلا به چاقی باشند})$$

$$= P(\text{دو نفر مبتلا به چاقی باشند}) + P(\text{سه نفر مبتلا به چاقی باشند})$$

$$= \binom{۳}{۲}(۰/۴)^{۲}(۰/۶) + \binom{۳}{۳}(۰/۴)^{۳} = ۳(۰/۴)^{۲}(۰/۶) + (۰/۴)^{۳}$$

۱۱۰- *(حسین اسفینی)*

می‌دانیم مجموع کل مقادیر احتمال در جدول توزیع احتمال برابر یک است. پس داریم:

$$\frac{a}{۸} + \frac{a}{۴} + \frac{a}{۲} + a + ۲a = ۱ \xrightarrow{\times ۸} a + ۲a + ۴a + ۸a + ۱۶a = ۸$$

$$\Rightarrow ۳۱a = ۸ \Rightarrow a = \frac{۸}{۳۱} \quad (*)$$

حال برای محاسبه‌ی $P(X \neq ۱)$ ، از فرمول زیر استفاده می‌کنیم:

$$P(X \neq ۱) = ۱ - P(X = ۱) = ۱ - \frac{a}{۴} \xrightarrow{(*)} ۱ - \frac{\frac{۸}{۳۱}}{۴} = ۱ - \frac{۲}{۳۱} = \frac{۲۹}{۳۱}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱ تا ۵ و ۱۴ تا ۱۹)

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۲ تا ۷)

√ رياضي ، رياضي پايه ، ،

۱۱۱- (مهدی ملارمضانی)

چون تحصیلات افراد جویای کار در سال گذشته را می‌خواهیم بررسی کنیم باید از داده‌های از پیش تهیه شده استفاده کنیم. هم‌چنین برای تعیین مهم‌ترین عامل پیشرفت تحصیلی دانش‌آموزان باید از طریق پرسش‌نامه از خود دانش‌آموزان اطلاعات جمع‌آوری کنیم. *(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)*

۱۱۲- (میثم حمزه‌لویی)

طول مکالمات تلفنی از جنس زمان و در نتیجه یک متغیر کمی پیوسته است.

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۹)

۱۱۳- (حسین اسفینی)

تعداد داده‌ها ۲۴ است. پس Q_1 برابر $\frac{۴۵+۴۷}{۲}=۴۶$ و Q_3 برابر $\frac{۶۳+۶۴}{۲}=۶۳/۵$ است.

بنابراین داده‌های داخل جعبه عبارت‌اند از:

۴۷,۵۰,۵۰,۵۱,۵۱,۵۳,۵۴,۵۶,۵۹,۶۱,۶۲,۶۳

حال دامنه‌ی تغییرات را یافته و سپس طول دسته را می‌یابیم:

$$R=۶۳-۴۷=۱۶ \Rightarrow C=\frac{R}{k}=\frac{۱۶}{۴}=۴$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹، ۹۶ تا ۱۰۳، ۱۲۰ و ۱۲۱)

با توجه به جدول:

		داده‌ی ششم	داده‌ی هفتم	
x_i	۲	۴	x	۹
f_i	۱	۵	۴	۲

$$\underbrace{1+5}_{\text{جمع}=6}$$

$$\Rightarrow \text{میانه} = \frac{x_6 + x_7}{2} = \frac{4+x}{2}$$

از طرفی میانگین برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{1(2)+5(4)+4(x)+2(9)}{1+5+4+2} = \frac{40+4x}{12}$$

$$= \frac{4(10+x)}{12} = \frac{10+x}{3}$$

از آن‌جا که میانگین $\frac{1}{2}$ واحد از میانه بیش‌تر است، بنابراین:

$$\frac{10+x}{3} = \frac{4+x}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{10+x}{3} = \frac{5+x}{2} \Rightarrow 20+2x = 15+3x \Rightarrow x = 5$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰، ۱۱۶ تا ۱۱۹ و ۱۲۵ تا ۱۳۵)

۱۱۵– (میثم حمزه‌لویی)

اول باید α را محاسبه کنیم. مجموع زاویه‌های مرکزی باید 360° باشد، بنابراین:

$$72^\circ + \alpha + 144^\circ + 36^\circ = 360^\circ \Rightarrow \alpha = 108^\circ$$

از طرفی می‌دانیم در نمودار دایره‌ای: $\alpha_i = \frac{f_i}{n} \times 360^\circ$

$$\Rightarrow \frac{\alpha_i}{360^\circ} = \frac{f_i}{n} = \text{فراوانی نسبی}$$

پس می‌توانیم از روی جدول داده شده و با تقسیم زوایای مرکزی بر 360°، جدول فراوانی نسبی را بیابیم:

حدود دسته‌ها	[۲,۶)	[۶,۱۰)	[۱۰,۱۴)	[۱۴,۱۸]
فراوانی نسبی	$\frac{2}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{1}{10}$
مرکز دسته	۴	۸	۱۲	۱۶

حال میانگین را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \Sigma(\text{فراوانی نسبی} \times \text{مرکز دسته})$$

$$\Rightarrow \bar{x} = 4\left(\frac{2}{10}\right) + 8\left(\frac{3}{10}\right) + 12\left(\frac{4}{10}\right) + 16\left(\frac{1}{10}\right)$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{8}{10} + \frac{24}{10} + \frac{48}{10} + \frac{16}{10} = \frac{8+24+48+16}{10}$$

۱۱۶– *(حسین اسفینی)*

ابتدا میانگین **a** را می‌یابیم:

مرکز دسته	۸	۱۰	۱۲	۱۴
فراوانی مطلق	۲	۵	۵	۹

$$\Rightarrow a=\frac{۲\times ۸+۵\times ۱۰+۵\times ۱۲+۹\times ۱۴}{۲+۵+۵+۹}=\frac{۲۵۲}{۲۱}=۱۲$$

پس سه داده‌ی اضافه شده برابر ۱۲، $۹=\frac{۳\times ۱۲}{۴}$ و $۱۲-۲=۱۰$ است که در این صورت جدول به‌صورت زیر در می‌آید:

حدود دسته‌ها	[۷,۹)	[۹,۱۱)	[۱۱,۱۳)	[۱۳,۱۵]
فراوانی مطلق	۲	۷	۶	۹

حال زاویه‌ی مرکزی نظیر دسته‌ی [۱۱,۱۳) را در دو حالت قدیم و جدید به‌دست می‌آوریم:

$$\alpha_{\text{قدیم}}=\frac{۵}{۲۱}\times ۳۶۰^\circ\ ,\ \alpha_{\text{جدید}}=\frac{۶}{۲۴}\times ۳۶۰^\circ$$

$$\text{مقدار زاویه‌ی اضافه شده}=\frac{۶}{۲۴}\times ۳۶۰^\circ-\frac{۵}{۲۱}\times ۳۶۰^\circ=(\frac{۱}{۴}-\frac{۵}{۲۱})۳۶۰^\circ$$

$$=\frac{۲۱-۲۰}{۸۴}\times ۳۶۰^\circ=\frac{۳۰^\circ}{۷}$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۴۶، ۴۹، ۵۳ تا ۵۷ و ۹۲ تا ۹۵)

۱۱۷- (میثم حمزه‌لویی)

کم یا اضافه‌کردن یک عدد ثابت تأثیری در انحراف معیار ندارد. از داده‌ها دو واحد کم می‌کنیم:

$$-\frac{۱}{۲}x_۱, -\frac{۱}{۲}x_۲, \dots, -\frac{۱}{۲}x_n$$: داده‌های جدید

انحراف معیار این داده‌ها هم برابر ۱/۲ است.

حال برای این‌که به داده‌های $x_۱, x_۲, \dots, x_n$ برسیم، باید داده‌ها را ۲- برابر کنیم. در این حالت انحراف معیار $۲ = |-۲|$ برابر می‌شود. پس انحراف معیار داده‌های $x_۱, x_۲, \dots, x_n$ برابر $۲ \times ۱/۲ = ۲/۴$ است.

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۵۳ تا ۱۵۶)

حال واریانس ۸ داده‌ی ۵,۵,۵,۵,۵,۵,۸,۱۰ را محاسبه می‌کنیم. میانگین داده‌ها که برابر ۶ است، بنابراین با توجه به این‌که ۶ تا ۵ داریم:

$$\sigma^۲ = \frac{۶(۵-۶)^۲ + (۸-۶)^۲ + (۱۰-۶)^۲}{۸}$$

$$\Rightarrow \sigma^۲ = \frac{۶+۴+۱۶}{۸} = \frac{۲۶}{۸} = \frac{۱۳}{۴} = ۳/۲۵$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۲۵ و ۱۴۸ تا ۱۵۲)

۱۱۹- (امیرحسین ابومحبوب)

می‌دانیم:

$$CV = \frac{\sigma}{\overline{x}}$$

$$\begin{cases} CV = ۰/۵ \\ \overline{x} = ۸ \end{cases} \Rightarrow ۰/۵ = \frac{\sigma}{۸} \Rightarrow \sigma = ۴$$

حال با کمک رابطه‌ی $\sigma^۲ = \frac{\Sigma x_i^۲}{n} - \overline{x}^۲$ خواهیم داشت:

$$۴^۲ = \frac{x_۱^۲ + x_۲^۲ + x_۳^۲ + ۵^۲}{۴} - ۸^۲$$

$$\Rightarrow ۱۶ = \frac{x_۱^۲ + x_۲^۲ + x_۳^۲ + ۲۵}{۴} - ۶۴$$

$$۸۰ = \frac{x_۱^۲ + x_۲^۲ + x_۳^۲ + ۲۵}{۴}$$

$$\Rightarrow ۳۲۰ = x_۱^۲ + x_۲^۲ + x_۳^۲ + ۲۵$$

$$\Rightarrow x_۱^۲ + x_۲^۲ + x_۳^۲ = ۲۹۵$$

پس مجموع مجذور داده‌های $\{x_۱, x_۲, x_۳\}$ برابر ۲۹۵ است.

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۲۵ و ۱۴۸ تا ۱۶۰)

۱۲۰- (فرهاد حامی)

جدول مربوط به این نمودار به صورت زیر است:

حدود دسته	$[۰,۲)$	$[۲,۴)$	$[۴,۶)$	$[۶,۸]$
فراوانی	۱	۲	۹	۴
مرکز دسته	۱	۳	۵	۷

ابتدا میانگین را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{میانگین} = \frac{۱(۱)+۲(۳)+۹(۵)+۴(۷)}{۱+۲+۹+۴} = \frac{۱+۶+۴۵+۲۸}{۱۶} = \frac{۸۰}{۱۶} = ۵$$

حال واریانس و در نتیجه انحراف معیار را می‌یابیم:

$$\sigma^۲ = \frac{۱(۱-۵)^۲+۲(۳-۵)^۲+۹(۵-۵)^۲+۴(۷-۵)^۲}{۱+۲+۹+۴}$$

$$\Rightarrow \sigma^۲ = \frac{۱۶+۸+۰+۱۶}{۱۶} = ۲/۵ \Rightarrow \sigma = \sqrt{۲/۵}$$

در نهایت ضریب تغییرات را محاسبه می‌کنیم:

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{۲/۵}}{۵} = \frac{\sqrt{۲۵\times ۰/۱}}{۵} = \frac{۵\times\sqrt{۰/۱}}{۵} = \sqrt{۰/۱} = \frac{۱}{\sqrt{۱۰}}$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۴۶، ۴۹، ۵۳ تا ۵۷ و ۱۴۸ تا ۱۶۰)

√ رياضي ، رياضي پايه ـ گواه ، ،

۱۲۱- *(سراسری ریاضی خارج از کشور- ۸۸)*

دقت کنید که در صورت سؤال گفته شده نمودار درصد فراوانی تجمعی، پس درصد فراوانی نسبی بین داده‌های ۴۴ تا ۴۷ برابر است با:

درصد فراوانی نسبی بین ۴۴ تا ۴۷ $= 67\% - 55\% = 12\%$

از آنجایی که کل داده‌ها ۷۵ است، پس:

$$\text{درصد فراوانی نسبی بین ۴۴ تا ۴۷} = \frac{\text{تعداد داده‌های دسته}}{\text{کل داده‌ها}} \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{12}{100} = \frac{\text{تعداد داده‌های دسته}}{75}$$

$$\Rightarrow \text{تعداد داده‌های دسته} = \frac{12}{100} \times 75 = 9$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۵۳ تا ۶۲)

۱۲۲– (سراسری ریاضی خارج از کشور– ۸۵)

از آنجایی که $f_n = F_n - F_{n-1}$ که در آن f_n فراوانی مطلق دسته‌ی nام و F_n فراوانی تجمعی دسته‌ی nام است، پس:

$$f_4 = F_4 - F_3$$

باید F_3، یعنی فراوانی تجمعی دسته‌ی سوم یعنی x را بیابیم. خواهیم داشت:

$$f_3 = F_3 - F_2 \Rightarrow f_3 = x - 17$$

از رابطه‌ی محاسبه‌ی زاویه در نمودار دایره‌ای داریم:

$$\alpha_i = \frac{f_i}{N} \times 360^\circ \Rightarrow \alpha_3 = \frac{f_3}{N} \times 360^\circ$$

پس:

$$\alpha_3 = 90^\circ = \frac{x-17}{60} \times 360^\circ \Rightarrow \frac{x-17}{60} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 4x - 68 = 60 \Rightarrow x = \frac{128}{4} = 32$$

بنابراین $x = F_3 = 32$، لذا:

$$f_4 = F_4 - F_3 = 48 - 32 = 16$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۵۳ تا ۵۷ و ۹۲ تا ۹۵)

-۱۲۳

(سراسری تجربی - ۹۳)

$$\bar{x} = \frac{x_۱ + x_۲ + \ldots + x_{۲۱} + ۱۰ + ۱۵ + ۴۵ + ۵۰}{۲۵} = ۳۰$$

$$\rightarrow x_۱ + x_۲ + \ldots + x_{۲۱} + ۱۲۰ = ۷۵۰$$

$$\rightarrow x_۱ + x_۲ + \ldots + x_{۲۱} = ۶۳۰$$

$$\rightarrow \bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{x_۱ + x_۲ + \ldots + x_{۲۱}}{۲۱} = \frac{۶۳۰}{۲۱} = ۳۰$$

$$\sigma^۲ = \frac{\sum_{i=۱}^{۲۵} (x_i - \bar{x})^۲}{۲۵} \xrightarrow{\sigma=۸} ۶۴ \Rightarrow \sum_{i=۱}^{۲۵} (x_i - \bar{x})^۲ = ۱۶۰۰$$

اما مجموع مربعات انحراف از میانگین چهار داده‌ی ناجور برابر است با:

$$(۱۰ - ۳۰)^۲ + (۱۵ - ۳۰)^۲ + (۴۵ - ۳۰)^۲ + (۵۰ - ۳۰)^۲ = ۱۲۵۰$$

۱۲۴- (سراسری تجربی - ۹۰)

با توجه به حدود دسته‌ها، طول دسته‌ها برابر ۴ است، پس مرکز دسته‌ها عبارت‌اند از:

$$x_1 = \frac{9+13}{2} = 11 \quad \text{و} \quad x_2 = 11+4 = 15$$

$$x_3 = 15+4 = 19 \quad \text{و} \quad x_4 = 19+4 = 23$$

$$x_5 = 23+4 = 27$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \frac{11\times 3 + 15\times 4 + 19\times 7 + 23\times x + 27\times 1}{3+4+7+x+1} = 18/4$$

$$\Rightarrow 33+60+133+23x+27 = (15+x)\times 18/4$$

$$\Rightarrow 253+23x = 276+18/4x \Rightarrow 23x - 18/4x = 276-253$$

$$\Rightarrow 4/6x = 23 \Rightarrow x = \frac{23}{4/6} = 5$$

$$\Rightarrow N = \sum_{i=1}^{n} f_i = 3+4+7+5+1 = 20$$

با توجه به فرمول زاویه‌ی مرکزی در نمودار دایره‌ای داریم:

$$\theta_i = \frac{f_i}{N}\times 360^\circ \Rightarrow \theta_4 = \frac{5}{20}\times 360^\circ = 90^\circ$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹، ۵۳ تا ۵۷، ۹۲، ۹۳و ۱۳۰ تا ۱۳۳)

۱۲۵- *(سراسری تجربی خارج از کشور - ۹۲)*

ابتدا میانگین اضلاع را می‌یابیم:

$$\overline{x} = \frac{۸۴}{۴} = ۲۱$$

$$\sigma^۲ = \frac{\sum_{i=۱}^{n} x_i^۲}{n} - \overline{x}^۲ = ۴۹۰ - ۴۴۱ = ۴۹ \Rightarrow \sigma = ۷$$

اما ضریب تغییرات برابر است با تقسیم انحراف معیار بر میانگین، بنابراین:

$$CV = \frac{\sigma}{\overline{x}} = \frac{۷}{۲۱} \simeq ۰/۳۳$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۲۵ و ۱۴۸ تا ۱۵۸)

۱۲۶- *(سراسری تجربی خارج از کشور- ۸۶)*

از آنجایی که ضریب تغییرات از رابطه‌ی $CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}$ بدست می‌آید، پس باید میانگین و انحراف معیار را بیابیم، از آنجایی که از هر داده ۱۲ واحد کم شده است، پس $y_i = x_i - ۱۲$، آنگاه $\bar{y}=\bar{x}-۱۲$ و $\sigma_y=\sigma_x$، پس:

$$\bar{y}=\frac{\sum f_i y_i}{\sum f_i}=\frac{۱(-۳)+۳(-۲)+۱(-۱)+۳(۰)+۶(۱)+۲(۲)}{۱+۳+۱+۳+۶+۲}$$

$$\bar{y}=\frac{-۳-۶-۱+۰+۶+۴}{۱۶}=\frac{۰}{۱۶}=۰$$

$$\Rightarrow \bar{y}=\bar{x}-۱۲=۰ \Rightarrow \bar{x}=۱۲$$

اما:

$$\sigma_y=\sqrt{\frac{\sum f_i(y_i-\bar{y})^۲}{\sum f_i}}=\sqrt{\frac{\sum f_i(x_i-۱۲)^۲}{۱۶}}$$

$$\Rightarrow \sigma_y=\sqrt{\frac{۱(-۳)^۲+۳(-۲)^۲+۱(-۱)^۲+۶(۱)^۲+۲(۲)^۲}{۱۶}}$$

$$\Rightarrow \sigma_y=\sqrt{\frac{۹+۱۲+۱+۶+۸}{۱۶}}=\sqrt{\frac{۳۶}{۱۶}}=\frac{۳}{۲}$$

$$\xrightarrow{\sigma_y=\sigma_x} \sigma_x=\frac{۳}{۲}$$

پس:

$$CV=\frac{\sigma_x}{\bar{x}}=\frac{\frac{۳}{۲}}{۱۲}=\frac{۱}{۸}$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۳۰ تا ۱۳۳ و ۱۴۸ تا ۱۵۸)

بنابراین با توجه به فرمول $\sigma^{۲} = \frac{\sum_{i=۱}^{n} (x_i - \bar{x})^{۲}}{n}$ خواهیم داشت:

$$\sigma^{۲} = \frac{(۱-۳)^{۲} + (۳-۳)^{۲} + (۳-۳)^{۲} + (۴-۳)^{۲} + (۴-۳)^{۲}}{۵}$$

$$\sigma^{۲} = \frac{۶}{۵} = ۱/۲$$

لذا:

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{\sigma^{۲}} = \sqrt{۱/۲} \approx ۱/۱$$

(دقت کنید که $(۱/۱)^{۲} = ۱/۲۱$ پس $\sqrt{۱/۲} \approx ۱/۱$)

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۲۰، ۱۲۱، ۱۲۵ و ۱۴۸ تا ۱۵۳)

۱۲۸- *(سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۳)*

طول دسته‌ها، برابر است با دامنه‌ی تغییرات، تقسیم بر تعداد دسته‌ها، پس:

طول دسته‌ها : $C = \frac{۹۵ - ۶۰}{۵} = ۷$

پس دسته‌ها عبارت‌اند از:

$$[۶۰ , ۶۷) , [۶۷ , ۷۴) , [۷۴ , ۸۱) , [۸۱ , ۸۸) , [۸۸ , ۹۵]$$

$\downarrow$

۷۷/۵ : مرکز دسته

با توجه به نمودار سؤال، دو داده‌ی ۷۵ و ۷۶ در دسته‌ی $[۷۴ , ۸۱)$ که مرکز آن ۷۷/۵ است، قرار می‌گیرند؛ از طرفی در این جدول بیست داده وجود دارد، پس فراوانی نسبی دسته‌ی به مرکز ۷۷/۵ برابر است با $۰/۱ = \frac{۲}{۲۰}$.

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۴۶ تا ۴۹، ۵۶، ۷۸ و ۹۶ تا ۱۰۳)

۱۲۹- (سراسری تجربی خارج از کشور- ۹۰)

مجموع زوایای مرکزی در نمودار دایره‌ای، ۳۶۰ درجه است، پس:

$$۲۷^\circ + ۴۵^\circ + ۹۹^\circ + \alpha + ۵۴^\circ + ۱۸^\circ = ۳۶۰^\circ \Rightarrow \alpha = ۱۱۷^\circ$$

از طرفی اگر α، زاویه‌ی متناظر با دسته‌ی با فراوانی f، در N داده‌ی آماری دسته‌بندی شده باشد، آن‌گاه:

$$\alpha = \frac{f_۴}{N} \times ۳۶۰^\circ \Rightarrow ۱۱۷^\circ = \frac{f_۴}{۱۶۰} \times ۳۶۰^\circ \Rightarrow f_۴ = \frac{۱۶۰ \times ۱۱۷^\circ}{۳۶۰} = ۵۲$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۱۳۰- (سراسری تجربی - ۹۰)

ابتدا مجموع فراوانی‌ها (ارتفاع میله‌ها) که تعداد کل داده‌ها را نشان می‌دهد، به‌دست می‌آوریم:

$$n = \Sigma f_i = ۱ + ۲/۵ + ۳ + ۴ + ۴/۵ + ۵ = ۲۰$$

با توجه به فرمول زاویه‌ی مرکزی در نمودار دایره‌ای داریم:

$$\theta_i = \frac{f_i}{n} \times ۳۶۰^\circ \Rightarrow \theta_A = \frac{۴}{۲۰} \times ۳۶۰^\circ = ۷۲^\circ$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۷۸ تا ۸۰، ۹۲ و ۹۳)