



درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

۱۰۱- در چند جایگشت پنج حرفی از حروف کلمه ی CLEAR، حروف C و R کنار هم قرار دارند؟

(۲) ۷۲

(۱) ۳۶

(۴) ۲۴

(۳) ۴۸

۱۰۲- از بین ۵ دانشجوی سال اولی ، ۴ دانشجوی سال دومی و ۳ دانشجوی سال سومی سه نفر به تصادف انتخاب

می کنیم. احتمال این که تنها یک دانشجوی سال دومی و حداکثر ۱ دانشجوی سال اولی انتخاب شود، کدام

است؟

(۲) $\frac{۲۳}{۵۵}$

(۱) $\frac{۱۸}{۵۵}$

(۴) $\frac{۳۷}{۵۵}$

(۳) $\frac{۳۲}{۵۵}$

۱۰۳- در ظرف A، ۵ مهره ی زرد و ۳ مهره ی نارنجی و در ظرف B، ۴ مهره ی زرد و ۲ مهره ی نارنجی وجود دارد.

از هر یک از ظرف ها، ۲ مهره خارج می کنیم. چه قدر احتمال دارد که تمام مهره های خارج شده هم رنگ

نباشند؟

(۲) ۰/۸۰

(۱) ۰/۸۵

(۴) ۰/۷۰

(۳) ۰/۷۵

۱۰۴- احتمال این که شخصی دارای ناراحتی کلیه باشد، ۲۵٪ است و احتمال این که او ناراحتی قلبی داشته باشد،

۲۰٪ است. احتمال آن که دقیقاً یکی از دو ناراحتی را داشته باشد، کدام است؟

(۱) ۱۰٪ (۲) ۲۵٪

(۳) ۳۵٪ (۴) ۴۵٪

۱۰۵- در جامعه‌ای نسبت زنان به مردان ۳ به ۲ می‌باشد. اگر ۴۰ درصد مردان و ۵۰ درصد زنان تحصیلات داشته

باشند و یک نفر انتخاب شود، احتمال آن که این نفر زن یا تحصیل کرده باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{19}{25}$ (۲) $\frac{21}{25}$

(۳) $\frac{69}{250}$ (۴) $\frac{7}{25}$

۱۰۶- کلمه‌ی پنج حرفی با حروف کلمه‌ی «حفاظت» می‌نویسیم. احتمال این که در این کلمه حرف وسط نقطه‌دار

باشد، کدام است؟

(۱) ۴/۰ (۲) ۶/۰

(۳) ۵/۰ (۴) ۳/۰

۱۰۷- مطالعات ژنتیکی نشان داده است که ۴۰ درصد ژن‌های تعیین‌کننده‌ی عامل RH خون منفی‌اند. احتمال

این‌که در خانواده‌ای دومین فرزند با RH منفی، فرزند سوم خانواده باشد تقریباً ^۲ کدام است؟

(۲) ۰/۰۴۳

(۱) ۰/۴۸

(۴) ۰/۳۸

(۳) ۰/۳۴

۱۰۸- در پرتاب سه تاس متمایز اگر اعداد رو شده متمایز باشند، احتمال این‌که اعداد متوالی باشند کدام است؟

(۲) ۰/۳

(۱) ۰/۲

(۴) ۰/۲۵

(۳) ۰/۳۵

۱۰۹- در یک آپارتمان ۸ زوج زندگی می‌کنند. قرار است یک شورای ۶ نفره تشکیل شود. به چند طریق می‌توان

این شورا را انتخاب کرد به‌طوری‌که فقط ۲ زوج زن و شوهر در شورا حضور داشته باشند؟

(۲) ۸۰۰۸

(۱) ۱۶۸۰

(۴) ۱۸۴۸

(۳) ۴۰۰۴

۱۱۰- اگر $P(A|B') = P(B) = 0/2$ ، آن گاه $P(A-B)$ کدام است؟

(۲) $0/13$

(۱) $0/16$

(۴) $0/04$

(۳) $0/26$

۷ ریاضی ، ریاضی پایه ، ،

۱۲۱- متغیر «مرحله‌ی برداشت محصول» از چه نوعی است؟

(۲) کیفی ترتیبی

(۱) کیفی اسمی

(۴) کمی پیوسته

(۳) کمی گسسته

۱۲۲- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

(۱) اندازه‌گیری مهم‌ترین بخش آمار است.

(۲) در دسترس نبودن تمام اعضای جامعه از مشکلات سرشماری است.

(۳) یکی از روش‌های جمع‌آوری داده، مشاهده است.

(۴) هدف از نمونه‌گیری، مطالعه‌ی شناخت جامعه است.

۱۲۳- شرکت‌کنندگان یک مسابقه از ۱۰ تا ۲۰ شماره‌گذاری شده‌اند. برای انتخاب تصادفی یکی از این

شرکت‌کنندگان، از ماشین حساب استفاده شده است. اگر ماشین حساب عدد $0/672$ را نمایش

دهد، شرکت‌کننده با کدام شماره انتخاب می‌شود؟

(۲) ۱۶

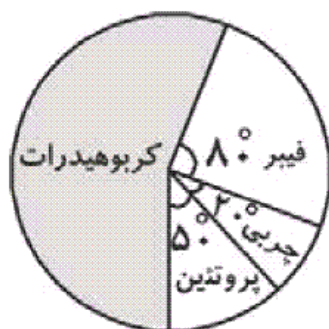
(۱) ۱۵

(۴) ۱۸

(۳) ۱۷

۱۲۴- نمودار دایره‌ای زیر سهم وزنی ترکیبات تشکیل‌دهنده‌ی یک بسته غذای کنسرو شده را نشان

می‌دهد. چند گرم کربوهیدرات در بسته‌ی ۴۸۰ گرمی از این محصول وجود دارد؟



(۱) ۲۸۰

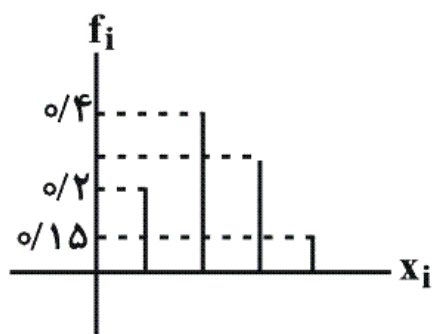
(۲) ۳۰۰

(۳) ۲۵۰

(۴) ۲۴۰

۱۲۵- نمودار میله‌ای فراوانی نسبی ۲۴ داده‌ی آماری به‌صورت زیر است. فراوانی مطلق دسته‌ی سوم کدام

است؟



(۱) ۴

(۲) ۵

(۳) ۶

(۴) ۸

۱۲۶- جدول فراوانی تجمعی تعدادی داده‌ی آماری به‌صورت زیر است. اگر زاویه‌ی مرکزی هریک از

دسته‌های سوم و آخر در نمودار دایره‌ای ۹۰° باشد، فراوانی مطلق دسته‌ی سوم کدام است؟

مرکز دسته	۲	۵	۸	۱۱	۱۴
فراوانی تجمعی	۵	y	۱۸	۲۱	x

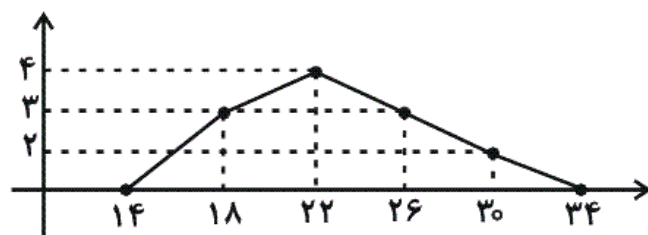
(۲) ۸

(۱) ۷

(۴) ۱۲

(۳) ۱۰

۱۲۷- با توجه به نمودار چندبر فراوانی زیر، اگر سه داده‌ی ۱۸، ۱۶ و ۲۰ به داده‌ها اضافه شود، فراوانی



نسبی دسته‌ی دوم چه تغییری می‌کند؟

(۱) $\frac{1}{12}$ زیاد می‌شود. (۲) $\frac{1}{3}$ کم می‌شود.

(۳) $\frac{1}{6}$ زیاد می‌شود. (۴) تغییر نمی‌کند.

۱۲۸- اطلاعات مربوط به دو دسته‌ای ۳ در دسته‌بندی تعدادی داده‌ی آماری که در دسته‌هایی با طول‌های

مساوی دسته‌بندی شده‌اند، به‌صورت زیر است. با توجه به جدول، کران بالای دسته‌ی چهارم کدام

دسته‌ها	مرکز دسته
$[a, b)$	۴
$[d, c)$	d

است؟

(۱) ۱۶ (۲) ۱۸

(۳) ۱۱ (۴) ۱۵

۱۲۹- داده‌های آماری دو رقمی با نمودار ساقه و برگ زیر را در ۷ طبقه دسته‌بندی می‌کنیم. اگر ۳۵ درصد

داده‌ها کم‌تر از ۲۲ و ۵۵ درصد داده‌ها بیش‌تر یا مساوی ۲۶ باشند، کدام گزینه صحیح است؟

ساقه	برگ						
۱	۰	۱	۱	۲	۴	۸	۹
۲	x	y	z	۸	۸	۹	
۳	۰	۰	۱	۴	۶	۸	۸

(۱) x و y در یک دسته هستند.

(۲) y و z در یک دسته هستند.

(۳) x و y، z در یک دسته هستند.

(۴) x و y، z در دسته‌های متفاوت هستند.

۱۳۰- مساحت زیر نمودار مستطیلی تعدادی داده که در دسته‌هایی با طول مساوی دسته‌بندی شده‌اند، ۱۸۰

است. اگر فراوانی نسبی دسته‌ی دوم برابر $0/2$ و فراوانی مطلق همین دسته برابر ۶ باشد، آنگاه طول

هر دسته کدام است؟

۶ (۱)	۱۲ (۲)
۳ (۳)	۹ (۴)

۷/ ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی- گواه ، ،

۱۱۱- چند عدد چهار رقمی با ارقام متمایز و فرد، بزرگتر از ۳۰۰۰ وجود دارد؟

۷۲ (۱)	۸۴ (۲)
۹۶ (۳)	۱۰۸ (۴)

۱۱۲- از هر یک از مدارس A ، B ، C ، D و E ، چهار نفر به اردوگاه دانش‌آموزی دعوت شده‌اند. به چند طریق

می‌توان سه دانش‌آموز که دو به دو غیر هم مدرسه باشند، انتخاب کرد؟

۱۶۰ (۱)	۳۲۰ (۲)
۴۸۰ (۳)	۶۴۰ (۴)

۱۱۳- تعداد جایگشت‌های حروف کلمه‌ی SYSTEM به‌طوری که S ها کنار هم نباشند، کدام است؟

۲۱۶ (۲)

۱۸۰ (۱)

۳۶۰ (۴)

۲۴۰ (۳)

۱۱۴- در کیسه‌ای ۵ مهره با شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره‌ها را به طور تصادفی پی‌درپی بدون جای‌گذاری

خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره با شماره‌ی فرد متوالی^۱ خارج نمی‌شوند؟

۰/۱۵ (۲)

۰/۱ (۱)

۰/۲۵ (۴)

۰/۲ (۳)

۱۱۵- شش گوی یکسان با شماره‌های ۱ تا ۶ در یک ظرف قرار دارند. به تصادف دو گوی از آن‌ها برمی‌داریم. با

کدام احتمال جمع اعداد این دو گوی کم‌تر از ۶ است؟

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{4}{15}$ (۱)

$\frac{5}{12}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

۱۱۶- در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۳ موش سیاه نگهداری می‌شوند. به تصادفتوالیا^۲ سه موش از بین آنها

انتخاب می‌شود. با کدام احتمال، اولین موش سفید و سومین موش سیاه است؟

$\frac{17}{56}$ (۲)

$\frac{11}{56}$ (۱)

$\frac{15}{56}$ (۴)

$\frac{13}{56}$ (۳)

۱۱۷- ظرف A دارای ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه است و هر یک از دو ظرف یکسان B و C دارای ۶ مهره

سفید و ۳ مهره سیاه است. به تصادف یکی از سه ظرف را انتخاب کرده و ۴ مهره از آن خارج می‌کنیم. با

کدام احتمال، دو مهره از مهره‌های خارج شده، سفید است؟

$$(1) \frac{25}{63} \quad (2) \frac{26}{63}$$

$$(3) \frac{10}{21} \quad (4) \frac{11}{21}$$

۱۱۸- در بین چهار دانش‌آموز یک کلاس که بر یک نیمکت نشسته باشند، با کدام احتمال ماه تولد حداقل دو نفر

از آن‌ها یکسان است؟

$$(1) \frac{19}{48} \quad (2) \frac{41}{96}$$

$$(3) \frac{23}{48} \quad (4) \frac{55}{96}$$

۱۱۹- دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار هر دو عدد رو شده زوج باشند. با کدام احتمال،

حداکثر در سه پرتاب این نتیجه حاصل می‌شود؟

$$(1) \frac{27}{64} \quad (2) \frac{37}{64}$$

$$(3) \frac{19}{32} \quad (4) \frac{39}{64}$$

۱۲۰- در جعبه‌ای ۷ مهره‌ی سفید، ۵ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی قرمز موجود است. به تصادف ۴ مهره از آن بیرون

می‌آوریم. با کدام احتمال یک مهره‌ی قرمز و حداقل ۲ مهره‌ی سفید، خارج شده است؟

$$\frac{25}{77} \quad (2)$$

$$\frac{30}{91} \quad (1)$$

$$\frac{50}{143} \quad (4)$$

$$\frac{40}{143} \quad (3)$$

-۱۰۱

(مهم صاردق نیک کار)

برای این که C و R کنار هم باشند، حروف C و R را یک دسته می کنیم.

L و E و A و R و C

پس ۴ دسته داریم که به ۴! حالت جابه جا می شوند. از طرفی در داخل دسته ی در نظر گرفته شده، C و R می توانند با هم جابه جا شوند. بنابراین:

$$۴۸ = ۲۴ \times ۲ = ۴! \times ۲! = \text{تعداد کل حالت ها}$$

(ریاضی ۲، صفحه های ۱۸۰ تا ۱۸۶)

-۱۰۲

(مهم صاردق نیک کار)

$$n(S) = \binom{۵+۴+۳}{۳} = \binom{۱۲}{۳} = ۲۲۰$$

برای این که یک دانشجوی سال دومی و حداکثر یک دانشجوی سال اولی انتخاب شود باید یکی از حالت های زیر رخ دهد:

دو سومی و یک دومی یا یک سومی، یک دومی ، یک اولی

$$\Rightarrow P(A) = \frac{\binom{۵}{۱} \binom{۴}{۱} \binom{۳}{۱}}{۲۲۰} + \frac{\binom{۴}{۱} \binom{۳}{۲}}{۲۲۰}$$

$$= \frac{۶۰+۱۲}{۲۲۰} = \frac{۷۲}{۲۲۰} = \frac{۱۸}{۵۵}$$

(ریاضی ۳، صفحه های ۹ و ۱۰)

(رسول مومنی منش)

محاسبه‌ی احتمال این که مهره‌های خارج شده از هر دو ظرف هم‌رنگ باشند، راحت‌تر است، بنابراین ابتدا آن را محاسبه کنیم:

$$\frac{\binom{5}{2}}{\binom{8}{2}} \times \frac{\binom{4}{2}}{\binom{6}{2}} + \frac{\binom{3}{2}}{\binom{8}{2}} \times \frac{\binom{2}{2}}{\binom{6}{2}} = \frac{60+3}{28 \times 15} = \frac{63}{28 \times 15} = \frac{3}{20} = 0/15$$

چهار مهره‌ی زرد چهار مهره‌ی نارنجی

پس احتمال این که این اتفاق نیفتد، برابر است با: $1 - 0/15 = 0/85$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷ تا ۱۰)

$$P[(A - B) \cup (B - A)]$$

$$\begin{aligned} &= P(A - B) + P(B - A) - P(\overbrace{(A - B) \cap (B - A)}^{\emptyset}) \\ &= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) \\ &= \frac{25}{100} + \frac{20}{100} - \frac{10}{100} = \frac{35}{100} = 35\% \end{aligned}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۷ تا ۱۱)

(سید عادل رضا مرتضوی)

$$\frac{n(\text{زن})}{n(\text{مرد})} = \frac{3}{2} \Rightarrow n(\text{مرد}) = \frac{2}{3}n(\text{زن}) \Rightarrow P(\text{مرد}) = \frac{2}{3}P(\text{زن})$$

$$P(\text{مرد}) + P(\text{زن}) = 1 \Rightarrow \begin{cases} P(\text{مرد}) = \frac{2}{5} \\ P(\text{زن}) = \frac{3}{5} \end{cases}$$

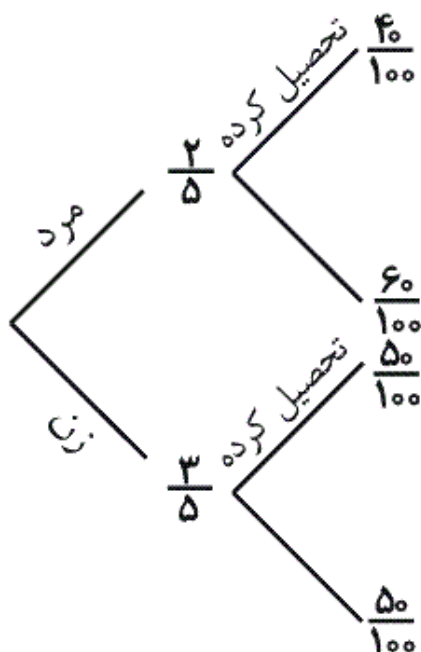
$P(\text{تحصیل کرده یا زن باشد}) =$

$P(\text{زن و تحصیل کرده باشد}) - P(\text{تحصیل کرده باشد}) + P(\text{زن باشد})$

$$= \frac{3}{5} + \left(\frac{2}{5} \times \frac{40}{100} + \frac{3}{5} \times \frac{50}{100} \right) - \frac{3}{5} \times \frac{50}{100}$$

$$= \frac{300 + 230 - 150}{500} = \frac{380}{500} = \frac{19}{25}$$

برای محاسبه‌ی احتمال این که فرد تحصیل کرده باشد، به ساختار درختی زیر توجه فرمایید:



(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۴، ۵، ۱۲ و ۱۳)

-۱۰۶

(فرهاد وفایی)

فضای نمونه‌ای برابر $5! = 120$ است. حال تعداد کلمه‌هایی که حرف وسط آن‌ها نقطه‌دار است را می‌یابیم: (دقت کنید که سه حرف نقطه‌دار داریم).

$$\underline{4} \times \underline{3} \times \underline{3} \times \underline{2} \times \underline{1} = 72$$

↓
نقطه‌دار

بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P(A) = \frac{72}{120} = \frac{3}{5} = 0.6$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱ تا ۴)

-۱۰۷

(میثم ممزه‌لویی)

می‌دانیم برای آن‌که فردی دارای RH منفی باشد لازم است که دو ژن منفی داشته باشد:

$$P(\text{هر دو ژن منفی}) = P(\text{RH منفی})$$

$$= P(\text{یک ژن منفی})P(\text{یک ژن منفی})$$

$$= 0.4 \times 0.4 = 0.16$$

حال برای محاسبه‌ی احتمال این‌که در خانواده‌ای دومین فرزند با RH منفی، فرزند سوم خانواده باشد، داریم:

$$P(\text{RH سومی منفی و RH دومی منفی و RH اولی مثبت})$$

$$+ P(\text{RH سومی منفی و RH دومی مثبت و RH اولی منفی})$$

$$= (1 - 0.16)(0.16)(0.16) + (0.16)(1 - 0.16)(0.16)$$

$$= 2(0.84)(0.16)(0.16) = 0.043008 \simeq 0.043$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۴ تا ۷)

-۱۰۸

(هسین هاپیلو)

فضای نمونه‌ای با توجه به متمایز بودن اعداد روشدهی سه تاس برابر است با:

$$n(S) = 6 \times 5 \times 4$$

برای این که اعداد رو شده متوالی باشند باید یکی از حالت‌های $(1, 2, 3)$ ، $(2, 3, 4)$ ، $(3, 4, 5)$ و $(4, 5, 6)$ رخ دهد. در هر حالت باید جابه‌جایی اعداد تاس‌ها را نیز در نظر بگیریم. بنابراین:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4 \times 3!}{6 \times 5 \times 4} = \frac{6}{30} = \frac{1}{5} = 0.2$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱ تا ۴)

-۱۰۹

(سید عادل مرتضوی)

۲ زوج زن و شوهر را به عنوان عضو شورا در نظر می‌گیریم:

$$\begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}$$

حال برای دو عضو باقی‌مانده از ۶ زوج دیگر، ۲ زوج انتخاب و از هر زوج یکی از زن و شوهرها را انتخاب می‌کنیم، یعنی:

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

تعداد حالت‌ها: $\begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = 28 \times 15 \times 2 \times 2 = 1680$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

-۱۱۰

(هسین هاپیلو)

$$P(A | B') = \frac{P(A \cap B')}{P(B')} = \frac{P(A - B)}{1 - P(B)} = 0.2$$

$$\Rightarrow \frac{P(A - B)}{1 - 0.2} = 0.2 \Rightarrow P(A - B) = 0.16$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۴، ۵ و ۸ تا ۱۱)

۱۲۱-

(بهرام طالبی)

متغیر «مرحله‌ی برداشت محصول» چون قابل اندازه‌گیری نیست، پس کیفی است. از طرفی چون مراحل قبل از آن باید طی شود تا به برداشت محصول رسید، پس کیفی ترتیبی است.

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹)

۱۲۲-

(آرش رحیمی)

نمونه‌گیری مهم‌ترین بخش آمار است. سایر گزینه‌ها صحیح هستند.

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱ و ۲۷)

۱۲۳-

(بابک سادات)

$$۱۱ = ۱ + ۱۰ - ۲۰ = \text{اندازه‌ی جامعه}$$

$$۱۱ \times ۰ / ۶۷۲ = ۷ / ۳۹۲ \xrightarrow{\text{حذف قسمت اعشاری}} ۷ \xrightarrow{\text{افزودن یک واحد}} ۷ + ۱ = ۸$$

پس هشتمین عضو جامعه باید انتخاب شود که عدد ۱۷ است.

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

$$\frac{۲۱۰^{\circ}}{۳۶۰^{\circ}} \times ۴۸۰ = \frac{۷}{۱۲} \times ۴۸۰ = ۲۸۰ \text{ گرم}$$

(آمار و مدل‌سازی، مشابه تمرین ۸، صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

(هسین فایلو)

فراوانی نسبی دسته‌ی سوم را نداریم. از آن جا که مجموع فراوانی‌های نسبی همواره برابر یک است، بنابراین:

$$0/2 + 0/4 + x + 0/15 = 1$$

$$\Rightarrow \text{فراوانی نسبی دسته‌ی سوم} : x = 0/25 \Rightarrow \frac{f_3}{n} = 0/25 = \frac{1}{4}$$

چون تعداد کل داده‌ها ۲۴ است، بنابراین:

$$\frac{f_3}{24} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{فراوانی مطلق دسته‌ی سوم} : f_3 = 6$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۵۳، ۵۶ و ۷۱)

(بهرام طالبی)

می‌دانیم فراوانی تجمعی دسته‌ی آخر برابر تعداد کل داده‌هاست، پس تعداد کل داده‌ها برابر x است. با توجه به جدول، جدول فراوانی مطلق به‌صورت زیر است:

مرکز دسته	۲	۵	۸	۱۱	۱۴
فراوانی مطلق	۵	$y - ۵$	$۱۸ - y$	۳	$x - ۲۱$

زاویه‌ی مرکزی دسته‌ی آخر برابر ۹۰° است پس:

$$\alpha_5 = \frac{f_5}{n} \times 360^\circ \Rightarrow 90^\circ = \frac{x - 21}{x} \times 360^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{x - 21}{x} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4x - 84 = x \Rightarrow 3x = 84$$

$$\Rightarrow x = 28 \Rightarrow n = 28$$

از طرفی زاویه‌ی مرکزی دسته‌ی سوم هم ۹۰° است، پس:

$$\alpha_3 = \frac{f_3}{n} \times 360^\circ \Rightarrow 90^\circ = \frac{18 - y}{28} \times 360^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{18 - y}{28} = \frac{1}{4} \Rightarrow 18 - y = 7 \Rightarrow y = 11$$

$$\Rightarrow 18 - y = 7 = \text{فراوانی مطلق دسته‌ی سوم}$$

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۵۳، ۵۷، ۹۲ و ۹۳)

(فهردهار نامی)

نقطه‌های اول و آخر جزء دسته‌ها نیستند. پس مرکز دسته‌ی اول ۱۸ است. چون فاصله‌ی دو مرکز دسته‌ی متوالی ۴ می‌باشد پس طول دسته ۴ است. در نتیجه کران پایین دسته‌ی اول برابر است با:

$$= \frac{\text{طول دسته}}{۲} - \text{مرکز دسته‌ی اول} = \text{کران پایین دسته‌ی اول}$$

$$۱۸ - \frac{۴}{۲} = ۱۶$$

در نتیجه دسته‌ها به صورت زیر هستند:

حدود دسته	[۱۶,۲۰)	[۲۰,۲۴)	[۲۴,۲۸)	[۲۸,۳۲]
فراوانی مطلق	۳	۴	۳	۲

با توجه به جدول، فراوانی نسبی دسته‌ی دوم برابر است با:

$$\text{فراوانی نسبی دسته‌ی دوم} = \frac{۴}{۳+۴+۳+۲} = \frac{۴}{۱۲} = \frac{۱}{۳}$$

حال با اضافه کردن سه داده‌ی ۱۸، ۱۶ و ۲۰ جدول به صورت زیر تغییر می‌کند:

حدود دسته	[۱۶,۲۰)	[۲۰,۲۴)	[۲۴,۲۸)	[۲۸,۳۲]
فراوانی مطلق	۵	۵	۳	۲

در این حالت:

$$\text{فراوانی نسبی دسته‌ی دوم} = \frac{۵}{۵+۵+۳+۲} = \frac{۵}{۱۵} = \frac{۱}{۳}$$

همان طور که می‌بینید فراوانی نسبی تغییری نمی‌کند.

(آمار و مدل سازی، صفحه‌های ۵۶، ۱۸ و ۱۹)

(میثم همزه لویی)

کران بالای دسته‌ی اول برابر کران پایین دسته‌ی دوم است، پس:

$$b = 5$$

پس در دسته‌ی اول داریم:

$$\frac{a+b}{2} = \text{مرکز دسته} \Rightarrow \frac{a+5}{2} = 4 \Rightarrow a = 3$$

بنابراین دسته‌ی اول به صورت $(3, 5)$ و در نتیجه طول دسته برابر ۲ است.

برای یافتن کران بالای دسته‌ی چهارم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

(طول دسته $+3$ کران بالای دسته‌ی اول = کران بالای دسته‌ی چهارم)

$$\Rightarrow \text{کران بالای دسته‌ی چهارم} = b + 3(2) = 5 + 3(2) = 11$$

(آمار و مدل سازی، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۰)

(میثم همزه لویی)

با توجه به جدول کمترین داده برابر ۱۰ و بیشترین داده برابر ۳۸ است، پس:

$$۳۸ - ۱۰ = ۲۸ = \text{دامنه ی تغییرات}$$

چون تعداد دسته ها ۷ تاست، پس:

$$\Rightarrow \text{طول دسته} = \frac{۲۸}{۷} = ۴$$

در نتیجه دسته ها به صورت زیر هستند:

دسته ها	[۱۰,۱۴)	[۱۴,۱۸)	[۱۸,۲۲)	[۲۲,۲۶)	[۲۶,۳۰)	[۳۰,۳۴)	[۳۴,۳۸]
فراوانی	۴	۱	?	?	?	۳	۴
مطلق	۳۵ درصد داده ها				۵۵ درصد داده ها		

چون تعداد کل داده ها ۲۰ تاست و ۵۵ درصد داده ها (یعنی ۱۱ تا از داده ها) بزرگتر یا مساوی ۲۶ هستند، پس:

$$۴ = \text{فراوانی دسته ی پنجم} \Rightarrow ۱۱ = ۴ + ۳ + \text{فراوانی دسته ی پنجم}$$

چون در این دسته، داده های ۲۸، ۲۸ و ۲۹ قرار دارند پس باید Z نیز در این دسته باشد. از طرفی ۳۵ درصد داده ها کم تر از ۲۲ هستند (یعنی ۷ داده) پس:

$$۲ = \text{فراوانی مطلق دسته ی سوم} \Rightarrow ۷ = \text{فراوانی مطلق دسته ی سوم} + ۱ + ۴$$

چون در دسته ی سوم داده های ۱۸ و ۱۹ نیز قرار دارند، پس X و Y به این دسته تعلق ندارند. در نتیجه X و Y در یک دسته (دسته ی وسط) قرار دارند.

(آمار و مدل سازی، صفحه های ۴۶ تا ۵۰، ۵۶ و ۹۶ تا ۹۹)

۱۳۰-

(بهرام طالبی)

اگر تعداد کل داده‌ها را با n نشان دهیم، داریم:

$$\text{فراوانی مطلق دسته‌ی دوم} = \frac{\text{فراوانی نسبی دسته‌ی دوم}}{n} \Rightarrow \frac{6}{n} = \frac{0.2}{1} \Rightarrow n = 30$$

نکته: اگر n داده‌ی آماری را در دسته‌هایی به طول c دسته‌بندی کنیم، آنگاه مساحت زیر نمودار مستطیلی این داده‌ها، برابر با nc خواهد بود.

$$S = nc \Rightarrow 180 = 30c \Rightarrow c = 6$$

با توجه به نکته‌ی بالا، داریم:

(آمار و مدل‌سازی، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۶ و ۸۲، ۸۳)

۷. ریاضی، ریاضی پیش‌دانشگاهی- گواه ، ،

۱۱۱-

(سراسری تهرانی - ۹۰)

ارقامی که می‌توان به کار برد، باید از مجموعه‌ی $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ انتخاب شود؛ با توجه به این که عدد مذکور باید بزرگ‌تر از ۳۰۰۰ باشد، رقم هزارگان باید از میان یکی از اعداد ۳، ۵، ۷ و ۹ انتخاب شود، پس ۴ حالت برای آن وجود دارد، در رقم صدگان عدد ۱ نیز می‌تواند قرار بگیرد و چون ارقام عدد ساخته شده باید متمایز باشند، برای رقم صدگان نیز چهار حالت وجود دارد و در نتیجه برای رقم‌های دهگان و یکان به ترتیب سه و دو حالت وجود دارد، پس:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 4 & 4 & 3 & 2 \\ \hline \end{array} \xrightarrow{\text{اصل ضرب}} \text{تعداد حالت‌ها} = 4 \times 4 \times 3 \times 2 = 96$$

↑

یکی از اعداد ۳، ۵، ۷ و ۹

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۷۶ تا ۱۸۳)

۱۱۲-

(سراسری تهری - ۹۲)

ابتدا از میان پنج مدرسه ی A, B, C, D و E ، سه تا را انتخاب می کنیم،

این کار به $\binom{5}{3}$ حالت امکان پذیر است؛ حال برای انتخاب دانش آموز از هر کدام از این سه مدرسه، چهار حالت امکان پذیر است، یعنی با مشخص بودن مدارس، $4^3 = 4 \times 4 \times 4$ حالت برای انتخاب دانش آموزان وجود دارد.

$$\binom{5}{3} \times 4^3 = 10 \times 64 = 640$$

(ریاضی ۲، صفحه های ۱۸۰ تا ۱۸۱)

۱۱۳-

(سراسری تهری خارج کشور - ۹۲)

حروف کلمه ی **SYSTEM** در کنار هم تشکیل ۶ شیء می دهند که دوتای آنها تکراری هستند، پس تعداد جایگشت های آنها در کنار هم برابر است

با $\frac{6!}{2!}$. اگر دو حرف **S** را در کنار هم یک شیء در نظر بگیریم این شیء با

حروف دیگر کلمه ی **SYSTEM** تشکیل ۵ شیء متمایز می دهند و بنابراین در کنار هم ۵! جایگشت دارند. بنابراین با توجه به اصل متمم، تعداد جایگشت هایی از حروف کلمه ی **SYSTEM** که در آنها دو حرف **S** کنار هم نیستند، برابر است با:

$$\frac{6!}{2!} - 5! = \frac{5! \times 6}{2} - 5! = 5! \times \left(\frac{6}{2} - 1 \right) = 5! \times 2 = 120 \times 2 = 240$$

(ریاضی ۲، صفحه های ۱۷۶ تا ۱۸۳)

-۱۱۴

(سراسری تهرپی - ۹۲)

اگر هیچ شرطی اعمال نشود، برای خارج کردن مهره‌ی اول، پنج حالت، مهره‌ی دوم، چهار حالت، مهره‌ی سوم، سه حالت، مهره‌ی چهارم، دو حالت و برای خارج کردن مهره‌ی پنجم یک حالت وجود دارد، پس با توجه به اصل ضرب، فضای نمونه‌ای در این سؤال $n(S) = 5!$ عضو دارد.

برای آنکه دو مهره با شماره‌ی فرد بطور متوالی خارج نشوند، باید مهره‌ها بصورت یک در میان فرد و زوج خارج شوند، توجه کنید که مهره‌ی اول نمی‌تواند زوج باشد، زیرا در اینصورت قطعاً دو مهره‌ی آخر فرد خواهند بود، بنابراین مهره‌ی اول باید فرد باشد و برای آن سه حالت وجود دارد، مهره‌ی

-۱۱۵

(سراسری ریاضی - ۸۶)

$A = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3)\}$ پیشامد مطلوب

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{\binom{4}{2}} = \frac{4}{15}$$

(ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ و ۷)

-۱۱۶

(سراسری تهرپی - ۸۸)

دو حالت داریم:

۱- موش اول سفید، موش دوم سفید، موش سوم سیاه:

$$P_1 = \left(\frac{5}{3+5}\right) \left(\frac{4}{3+4}\right) \left(\frac{3}{3+3}\right) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{5}{28}$$

۲- موش اول سفید، موش دوم سیاه، موش سوم سیاه:

$$P_2 = \left(\frac{5}{3+5}\right) \left(\frac{3}{3+4}\right) \left(\frac{2}{2+4}\right) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{5}{56}$$

پس احتمال مورد نظر برابر است با:

$$P = P_1 + P_2 = \frac{5}{28} + \frac{5}{56} = \frac{10}{56} + \frac{5}{56} = \frac{15}{56}$$

دقت کنید که چون موش‌ها ^{متوالیاً} انتخاب شده‌اند، یعنی یکی یکی انتخاب شده‌اند، پس در هر انتخاب یکی از تعداد کل کم می‌شود.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸ تا ۱۱)

-۱۱۷

(سراسری تهرپی - ۹۳)

دقت کنید که چون می‌خواهیم احتمال آن را بیابیم که ۲ مهره از ۴ مهره‌ی انتخابی سفید باشد بنابراین باید ۲ مهره‌ی دیگر سیاه باشند و چون سه ظرف داریم، احتمال انتخاب هر یک از ۳ ظرف $\frac{1}{3}$ است. احتمال آنکه از هر ظرف ۲ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی سفید خارج شود را پیدا می‌کنیم.

$\frac{1}{3}$ انتخاب ظرف A	$\frac{\binom{4}{2}\binom{5}{2}}{\binom{9}{4}} = \frac{6 \times 10}{126}$
$\frac{1}{3}$ انتخاب ظرف B	$\frac{\binom{6}{2}\binom{3}{2}}{\binom{9}{4}} = \frac{15 \times 3}{126}$
$\frac{1}{3}$ انتخاب ظرف C	$\frac{\binom{6}{2}\binom{3}{2}}{\binom{9}{4}} = \frac{15 \times 3}{126}$

-۱۱۸

(سراسری تهرپی خارج از کشور - ۹۲)

احتمال آنکه ماه تولد این ۴ نفر متفاوت باشد، برابر است با:

$$\frac{12}{12} \times \frac{11}{12} \times \frac{10}{12} \times \frac{9}{12} = \frac{55}{96}$$

متمم پیشامد آنکه «ماه تولد حداقل دو نفر از ۴ نفر یکسان باشد» آن است که «ماه تولد هر ۴ نفر متفاوت باشد»، پس با توجه به خواص پیشامد متمم، می‌توان نوشت:

$$P = 1 - \frac{55}{96} = \frac{41}{96}$$

احتمال مورد نظر

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۳ تا ۸)

(سراسری تهرانی - ۹۱)

ابتدا توجه کنید که در هر بار پرتاب هر تاس، احتمال زوج آمدن عدد رو شده برابر $\frac{۳}{۴} = \frac{۱}{۲}$ است.

سه حالت مطلوب امکان پذیر است که با توجه به مستقل بودن پرتاب تاس ها از هم، می توان نوشت:

$$P_1 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \quad (۱) \text{ در پرتاب اول، هر دو تاس زوج بیایند:}$$

(۲) در پرتاب دوم، برای اولین بار هر دو تاس زوج بیایند:

$$P_2 = \underbrace{\left(1 - \frac{1}{4}\right)}_{\text{هر دو زوج}} \underbrace{\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)}_{\text{پرتاب اول}} = \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$$

(۳) در پرتاب سوم، برای اولین بار هر دو تاس زوج بیایند:

$$P_3 = \underbrace{\left(1 - \frac{1}{4}\right)}_{\text{هر دو زوج}} \underbrace{\left(1 - \frac{1}{4}\right)}_{\text{هر دو زوج}} \underbrace{\left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)}_{\text{پرتاب دوم}} = \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{9}{64}$$

چون سه حالت بالا ناسازگارند، پس:

$$\Rightarrow P = P_1 + P_2 + P_3$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} = \frac{16}{64} + \frac{12}{64} + \frac{9}{64} = \frac{16+12+9}{64} = \frac{37}{64}$$

(ریاضی عمومی، صفحه های ۱ تا ۸)

(سراسری تجربی خارج از کشور - ۹۴)

$P_{\text{کل}} = P(\text{۱ مهره ی قرمز، ۲ مهره ی سفید، ۱ مهره ی سیاه})$

$+ P(\text{۱ مهره ی قرمز، ۳ مهره ی سفید})$

$$= \frac{\binom{2}{1} \binom{7}{2} \binom{5}{1}}{\binom{14}{4}} + \frac{\binom{2}{1} \binom{7}{3}}{\binom{14}{4}} = \frac{2 \times \frac{7 \times 6}{2} \times 5 + 2 \times \frac{7!}{3! \times 4!}}{\frac{14!}{4! \times 10!}}$$

$$= \frac{7 \times 6 \times 5 + 2 \times \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2}}{14 \times 13 \times 12 \times 11 \div (4 \times 3 \times 2)}$$

$$P_{\text{کل}} = \frac{210 + 70}{7 \times 13 \times 11} = \frac{40}{13 \times 11} = \frac{40}{143}$$

(ریاضی ۳، صفحه های ۱۱۵۲)