



درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

و...

سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

۱۳۱- کدام یک از مجموعه‌های زیر دارای زیر مجموعه‌ی سره‌ی ناتهی است؟

$$\{x \in \mathbb{N} \mid 4x^2 - 16x + 15 < 0\} \quad (۲) \quad \{x \in \mathbb{N} \mid 5x^2 + 3x = 8\} \quad (۱)$$

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid x^4 - x^2 = 12\} \quad (۴) \quad \{x \in \mathbb{Z} \mid x^3 + x = 12\} \quad (۳)$$

۱۳۲- اگر $A = \{a, b, \{a\}, \{a, b\}\}$ ، مجموعه $P(A) - A$ چند زیر مجموعه‌ی سره‌ی ناتهی دارد؟

$$2^{16} - 2 \quad (۴) \quad 2^{16} - 1 \quad (۳) \quad 2^{14} - 1 \quad (۲) \quad 2^{14} - 2 \quad (۱)$$

۱۳۳- متمم $A \cup (A' - B)'$ نسبت به مجموعه جهانی کدام است؟

$$A' \cap B' \quad (۴) \quad A \cup B \quad (۳) \quad B - A \quad (۲) \quad A - B \quad (۱)$$

۱۳۴- مجموعه‌ی $A_n = \{x \mid x \in \mathbb{R}, \frac{n-1}{2} \leq x \leq n\}$ (n عدد طبیعی است) را در نظر می‌گیریم. مجموعه‌ی

$$\bigcup_{n=1}^9 A_n \quad \text{کدام است؟}$$

$$[0, 9] \quad (۲) \quad [0, 9] \quad \text{به جز اعداد طبیعی} \quad (۱)$$

$$\emptyset \quad (۴) \quad [\frac{1}{2}, 9] \quad (۳)$$

۱۳۵- اگر A و B دو مجموعه‌ی غیرتهی و $A \cap B' = B \cap A'$ ، آنگاه مجموعه‌ی $A - (A \Delta B)$ کدام است؟

$$B' \quad (۴) \quad A - B \quad (۳) \quad A \quad (۲) \quad \emptyset \quad (۱)$$

۱۳۶- حاصل $(A \cap B) - ((A \cup B) \cap [B \cup (B \cap C)])$ کدام است؟

$$A - B \quad (۴) \quad B - A \quad (۳) \quad \emptyset \quad (۲) \quad B \quad (۱)$$

۱۳۷- اگر $A \subseteq B \subseteq C$ ، آنگاه $(A \Delta B) \Delta C$ برابر کدام مجموعه است؟

$$B - (A - C) \quad (۲) \quad A - (B - C) \quad (۱)$$

$$B - (C - A) \quad (۴) \quad C - (B - A) \quad (۳)$$

۱۳۸- اگر $A \subseteq B \subseteq C$ و تعداد اعضای مجموعه‌های A ، B و C به ترتیب ۶، ۹ و ۱۳ باشد، آنگاه تعداد اعضای

مجموعه‌ی $(C - A) \cup (C - B)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

۱۳۹- کدام یک از مجموعه‌های زیر با بقیه فرق دارد؟

- (۱) $(A \cup B) - B$ (۲) $B' - A'$ (۳) $(A \Delta B) \Delta A$ (۴) $B \Delta (A \cup B)$

۱۴۰- اگر تعداد اعضای مجموعه‌ی A برابر ۷ و تعداد اعضای تفاضل متقارن A و B برابر ۵ باشد، اختلاف میان

حداکثر و حداقل تعداد اعضای B کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۱۰

✓ ریاضی ، دیفرانسیل و انتگرال ، ،

۸۱- اگر y_1 و y_2 هر دو وارون عدد حقیقی x باشند و داشته باشیم

$$y_1 = y_1 \times 1 = y_1(xy_2) = (y_1x)y_2 = 1 \times y_2 = y_2$$

(۱) شرکت پذیری (۲) وجود عضو همانی ضرب

(۳) وجود عضو وارون (۴) جابه‌جایی

۸۲- اگر $0 < a < 1$ و $r_1 < r_2$ آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

$$(1) a^{r_1} < a^{r_2} \quad (2) a^{-r_1} < a^{-r_2}$$

$$(3) a^{2r_2} < a^{r_1} \quad (4) a^{2r_1} < a^{r_2}$$

۸۳- اگر به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ نامساوی $|x| \leq x^2 - 12 < |x| + \frac{1}{n}$ برقرار باشد، چند مقدار صحیح برای x وجود

دارد؟

۱ (۲)

صفر (۱)

۳ (۴)

۲ (۳)

۸۴- حاصل عبارت $3\sqrt{0.4} + 5\sqrt{0.17}$ کدام است؟

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{2}{3}$ (۱)

$\frac{8}{3}$ (۴)

۲ (۳)

۸۵- اگر $\frac{b}{a} = \frac{1}{8}$ باشد، $a + b$ کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۸۶- یک پنج ضلعی منتظم به ضلع گویا مفروض است. در این صورت قطر این پنج ضلعی کدام گزینه می تواند

باشد؟

$\frac{5}{(\sqrt{5}-1)}$ (۲)

$\frac{2}{(\sqrt{5}+1)}$ (۱)

$\frac{4}{(5+\sqrt{5})}$ (۴)

$\frac{1}{2(\sqrt{5}+1)}$ (۳)

۸۷- در بسط اعشاری عدد گویای $A = \frac{3}{23} + \frac{2}{113} - \frac{1}{3}$ ، مجموع ارقام دوره‌ی گردش، کدام است؟

۳ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)

۸۸- اگر a عدد اعشاری بی‌پایان و غیرمتناوب و b عدد اعشاری متناوب باشد، کدام یک از اعداد زیر قطعاً گنگ خواهد بود؟ ([] ، علامت جزء صحیح است).

$b(a+1) + 2a + 2$ (۲)

$3ab - a$ (۱)

$a^2 + b^2$ (۴)

$[a] + b$ (۳)

۸۹- اگر $\log \alpha$ عددی گویا و $\log \beta$ عددی گنگ باشد، کدام یک از اعداد زیر الزاماً گنگ است؟

$\log(\alpha - \beta)$ (۲)

$\log(\alpha + \beta)$ (۱)

$(\log \alpha)^{\log \beta}$ (۴)

$\log(\alpha \beta)$ (۳)

۹۰- از نامساوی‌های $0 < a < b$ و $0 < c < d$ کدام گزینه‌ی زیر نتیجه نمی‌شود؟

$\frac{a}{d} < \frac{b}{c}$ (۲)

$a - d < b - c$ (۱)

$c - 2b < d - a$ (۴)

$c + 2b < d + a$ (۳)

۹۱- اگر $x < 5$ باشد، بیشترین مقدار $x + \frac{1}{x-5}$ کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{5}{2}$ (۳)

۳ (۲)

$\frac{7}{2}$ (۱)

۹۲- اشتراک تمام همسایگی‌های متقارن عدد -1 به شعاع $\frac{3}{n}$ کدام است؟ $(n \in \mathbb{N})$

(۱) $(-2, 0)$ (۲) $(-4, 2)$

(۳) $\{-1\}$ (۴) $(-2, 4)$

۹۳- اگر معادله‌ی $|3 - |x - 1|| = k - 2$ دقیقاً سه جواب داشته باشد، مقدار k کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۲

(۳) ۴ (۴) ۵

۹۴- اگر $f(x) = \text{Min}\{|x|, 2 - |x - 1|\}$ ، آنگاه بیشترین مقدار تابع $f(x)$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۹۵- اگر مجموعه جواب معادله‌ی $|x^2 - x| + x^2 = |x|$ برابر $|x - \alpha| < \beta$ باشد، α, β کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{2}$ (۴) صفر

۹۶- مساحت محصور بین نمودار $y = |x - 1| + 2|x - 3| - 5$ و محور x ‌ها کدام است؟

(۱) $4/\sqrt{3}$ (۲) $4/\sqrt{6}$

(۳) $5/\sqrt{6}$ (۴) $5/\sqrt{3}$

۹۷- همسایگی متقارن به مرکز $-\frac{11}{12}$ و شعاع $\frac{17}{12}$ زیر مجموعه‌ای از همسایگی به مرکز صفر و شعاع δ است. در

این صورت، حداقل δ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{7}{2}$

(۳) $\frac{3}{7}$ (۴) $\frac{7}{3}$

۹۸- اگر $1 \leq x \leq 2$ باشد، آن گاه $A = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$ در کدام بازه قرار دارد؟

(۱) $[1, 3]$ (۲) $[0, 2]$

(۳) $[0, 1]$ (۴) $[2, 4]$

۹۹- اگر مجموعه جواب نامعادله $|x^2 - 6x| \geq \frac{x}{3} + \frac{k}{2}$ اعداد حقیقی باشد، حداکثر مقدار k کدام است؟

(۱) -2 (۲) -3

(۳) -4 (۴) -5

۱۰۰- بازه‌ی متقارن (a, b) شامل ۷ عدد صحیح است اگر نقطه‌ی میانی این بازه $\frac{4}{3}$ باشد، $\max(b-a)$ کدام است؟

(۱) $3\frac{2}{3}$ (۲) $7\frac{1}{3}$

(۳) $3\frac{1}{3}$ (۴) $7\frac{2}{3}$

۱۱۱- نقطه‌ای به ارتفاع ۳ واقع بر صفحه‌ی yz ، قرینه‌ی $A = (b, 3, a)$ نسبت به $B = (1, -1, 3)$ است. حاصل $a + b$ ، چند واحد از عرض این نقطه بیشتر است؟

- (۱) -۵ (۲) ۵ (۳) ۰ (۴) ۱۰

۱۱۲- اگر $a = i - j - 2k$ و بردارهای b و c به ترتیب تصویر a بر محور y ها و قرینه a نسبت به محور z باشند طول بردار $b - c$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) ۳ (۴) $2\sqrt{3}$

۱۱۳- اگر برآیند سه بردار $a = \frac{2}{3}i - 3j + (2 - 3m)k$ و $b = \frac{1}{3}i + mj - nk$ و $c = 2k$ یک بردار یکه در جهت محور x ها باشد، مقدار $m + n$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۸ (۳) -۲ (۴) -۸

۱۱۴- بردار a به طول $\sqrt{6}$ واحد در قسمت مثبت محورهای مختصات قرار دارد و $e_a = (\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}, m)$ بردار جهت آن می‌باشد. بردار a کدام است؟

- (۱) $(\sqrt{3}, \sqrt{2}, 1)$ (۲) $(2, 1, 1)$ (۳) $(\sqrt{2}, \sqrt{3}, 1)$ (۴) $(1, 2, 1)$

۱۱۵- اگر زاویه‌ی بین بردارهای a و b برابر α و زاویه بین بردارهای $e_a - e_b$ و b برابر 3α باشد، زاویه‌ی بین بردارهای $e_a + e_b$ و a کدام است؟

- (۱) 18° (۲) 20° (۳) 22° (۴) 24°

۱۱۶- سه بردار غیرصفر a ، b و c مفروضند، اگر زاویه‌ی بین a و b ، 30° باشد و $b \perp (c - a)$ و $a \perp (b - c)$ باشد، در این صورت چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

- (۱) $(a + b) \perp (a - c)$ (۲) $c \perp (a - b)$ (۳) $b = a$ (۴) $(a + b) \perp c$

۱۱۷- بردار a با محور x ها زاویه‌ی 45° می‌سازد. بردار a کدام یک از بردارهای زیر می‌تواند باشد، تا زاویه‌ی آن با دو محور y و z ، مکمل یکدیگر باشند؟

- (۱) $(\sqrt{2}, 1, 1)$ (۲) $(2, -\sqrt{3}, \sqrt{3})$
(۳) $(2, -1, 1)$ (۴) $(2, \sqrt{2}, -\sqrt{2})$

۱۱۸- اگر a ، b و c سه بردار باشند به طوری که $a + b + c = 0$ و $|a| = 3$ ، $|b| = 5$ و $|c| = 7$ باشد، آن گاه اندازه‌ی تصویر قائم بردار a بر امتداد بردار b کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۱۱۹- حاصل $2\cos\alpha + \cos\beta + 2\cos\gamma$ حداکثر چه قدر است؟ (α ، β و γ زاویه‌های بردار با محورهای مختصات هستند)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۳

۱۲۰- قرینه‌ی بردار $a = j + 3k$ نسبت به راستای بردار b ، بردار $a'' = -3i - j$ می‌باشد. با فرض $|b| = \sqrt{2}$ ، بردار b کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $-i - k$ (۲) $i - k$ (۳) $j + k$ (۴) $j - k$

✓ ریاضی، ریاضیات گسسته،

۱۲۱- از بین ۶ کتاب متمایز فیزیک و ۴ کتاب متمایز شیمی، به چند طریق می‌توان ۴ کتاب به فردی هدیه داد به طوری که حداقل ۳ کتاب فیزیک، در میان هدایا باشد؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۹۵ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۴۰

۱۲۲- در یک ساختمان ۶ طبقه، ۶ زوج جوان زندگی می‌کنند. به چند طریق می‌توان یک هیئت مدیره‌ی ۴ نفره تشکیل داد که در آن فقط یک زوج وجود داشته باشند؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۴۰ (۴) ۳۲۰

۱۲۳- پنج صندلی دور یک میز گرد قرار دارند. به چند طریق چهار نفر می‌توانند روی این صندلی‌ها بنشینند؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۶ (۳) ۲۴ (۴) ۱۲۰

۱۲۴- مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ چند زیر مجموعه‌ی ۶ عضوی شامل همه اعداد اول یک رقمی و فاقد عدد ۱ دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۹

۱۲۵- با ارقام ۱, ۲, ۳, ..., ۹ به چند طریق می‌توان یک عدد چهار رقمی با ارقام متمایز ساخت به گونه‌ای که شامل دقیقاً ۲ رقم فرد باشد؟

- (۱) ۷۲۰ (۲) ۱۴۴۰ (۳) ۱۲۰۰ (۴) ۹۶۰

۱۲۶- با ارقام ۱, ۲, ۳, ۵, ۷, ۸ چند عدد سه رقمی زوج می‌توان نوشت که در آن‌ها یکان < دهگان < صدگان، باشد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۱۰

۱۲۷- اگر ۳ سیب و ۴ پرتقال داشته باشیم و بخواهیم در طول هفت روز، روزی یکی از این میوه‌ها را مصرف کنیم، چند حالت مختلف ممکن است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۳۵ (۳) ۷۰ (۴) ۱۰۵

۱۲۸- از بین ۷ نفر که a، b و c نیز بین آن‌ها هستند، به چند طریق می‌توان یک تیم ۴ نفره تشکیل داد که حتماً عضو تیم باشد و از بین b و c، حداکثر یکی انتخاب شود؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۲ (۳) ۲۴ (۴) ۱۰

۱۲۹- در چند جایگشت از حروف AABBCDD عبارت ABCD ظاهر می‌شود؟

- (۱) ۱۱۹ (۲) ۱۲۰ (۳) ۱۱۸ (۴) ۱۱۵

۱۳۰- در چند جایگشت از حروف کلمه karaj، بین حروف k و r دقیقاً یک حرف قرار دارد؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

۱۰۱- در یک دنباله‌ی هندسی با قدر نسبت $\frac{1}{3}$ ، حد مجموع جملات ردیف زوج از حد مجموع جملات ردیف فرد،

$\frac{1}{8}$ کمتر است. جمله‌ی اول دنباله کدام است؟

(۲) $\frac{1}{9}$

(۱) $\frac{1}{3}$

(۴) $\frac{1}{12}$

(۳) $\frac{1}{6}$

۱۰۲- دنباله‌ی زیر به چه عددی نزدیک می‌شود؟

$8^{0.6}, 8^{0.66}, 8^{0.666}, 8^{0.6666}, \dots$

(۲) ۴

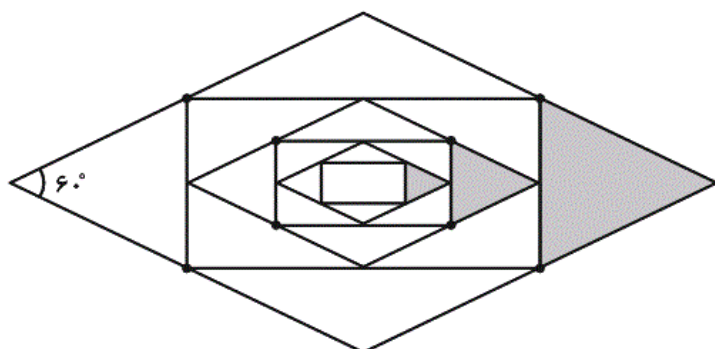
(۱) $2\sqrt[3]{2}$

(۴) $2\sqrt[3]{4}$

(۳) ۱۶

۱۰۳- در لوزی زیر به ضلع ۴، وسط‌های اضلاع را متوالیاً به هم وصل کرده‌ایم تا مستطیلی تشکیل شود و با تکرار این

کار یک لوزی دیگر ایجاد کرده‌ایم. با ادامه‌ی این کار، حد مجموع مساحت‌های رنگ شده کدام است؟



(۱) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$

(۲) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

(۳) ۲

(۴) ۳

۱۰۴- اگر به هر یک از اعداد ۲، ۶ و ۱۳ (به ترتیب از راست به چپ) مقدار ثابتی اضافه شود، اعداد حاصل تشکیل

دنباله‌ی هندسی می‌دهند. در این حالت قدر نسبت دنباله‌ی هندسی حاصل کدام است؟

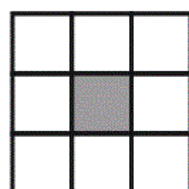
(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) ۱

(۴) $\frac{7}{4}$

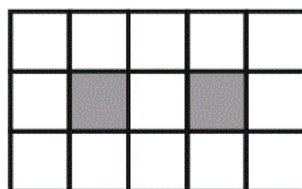
(۳) $\frac{9}{4}$

۱۰۵- با توجه به شکل‌های زیر در چه مرحله‌ای $\frac{7}{43}$ شکل، رنگی است؟



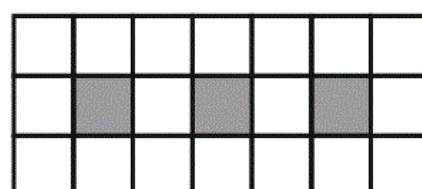
(۱)

(۴) ۲۱



(۲)

(۳) ۱۷



(۳)

(۲) ۱۳

(۱) ۲۰

۱۰۶- در یک دنباله‌ی هندسی صعودی، اگر مجموع سه جمله‌ی دوم تا چهارم برابر با ۳ و مجموع سه جمله‌ی چهارم

تا ششم برابر با ۲۴۳ باشد، جمله‌ی شانزدهم، چند برابر جمله‌ی هفتم است؟

$$3^7 \quad (1) \qquad 3^{12} \quad (2)$$

$$3^{18} \quad (3) \qquad 3^{27} \quad (4)$$

۱۰۷- در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی هفتم از جمله‌ی یازدهم ۱۲ واحد بیشتر است. مجموع چهار جمله‌ی دوم این

دنباله چند واحد از مجموع چهار جمله‌ی اول بیشتر است؟

$$48 \quad (1) \qquad -48 \quad (2)$$

$$36 \quad (3) \qquad -36 \quad (4)$$

۱۰۸- اگر a_n جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی با قدرنسبت ۲ باشد، در این صورت k در رابطه‌ی $a_{36} - a_1 = ka_{23}$

کدام است؟

$$46 \quad (1) \qquad 104 \quad (2) \qquad 92 \quad (3) \qquad 69 \quad (4)$$

۱۰۹- اگر در یک دنباله حسابی غیرصفر، جمله‌ی نهم برابر صفر باشد، جملات اول، پنجم و n ام این دنباله‌ی حسابی

تشکیل یک دنباله‌ی هندسی می‌دهند. در این صورت n کدام است؟

$$7 \quad (1) \qquad 9 \quad (2) \qquad 11 \quad (3) \qquad 13 \quad (4)$$

۱۱۰- مجموع سه جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی متناهی ۳ و مجموع سه جمله‌ی آخر آن ۱۶۵ است. اگر مجموع

تمام جملات دنباله ۳۳۶ باشد، جمله‌ی اول آن کدام است؟

۵ (۴)

۶ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

۱۳۱-

(معمودرضا اسلامی)

مجموعه‌هایی که بیش از یک عضو دارند، دارای زیر مجموعه‌ی سره‌ی ناتهی هستند. گزینه‌های ۱ و ۲، مجموعه‌های تک عضوی و گزینه‌ی (۳)، مجموعه‌ی تهی هستند، در صورتی که مجموعه‌ی مربوط به گزینه‌ی (۴) دو عضو دارد و دارای زیر مجموعه‌ی سره‌ی ناتهی خواهد بود:

{۱} : گزینه‌ی (۱) {۲} : گزینه‌ی (۲)

{ } : گزینه‌ی (۳) {-۲, ۲} : گزینه‌ی (۴)

(جبر و احتمال، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۱)

۱۳۲-

(رسول ممسنی‌منش)

$P(A)$ ، ۱۶ عضوی است که با A در دو عضو $\{a\}$ و $\{a, b\}$ مشترک هستند، پس $P(A) - A$ دارای ۱۴ عضو است، در نتیجه دارای $2^{14} - 2$ زیر مجموعه‌ی سره‌ی ناتهی است.

(جبر و احتمال، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲)

۱۳۳-

(سروش موثینی)

$$\begin{aligned} A \cup (A' - B')' &= A \cup (A' \cap B)' \\ &= A \cup (A \cup B') = (A \cup A) \cup B' = A \cup B' \end{aligned}$$

و متمم آن می‌شود $A' \cap B$ یا همان $B - A$.

(جبر و احتمال، صفحه‌های ۴۴ تا ۵۴)

-۱۳۴

(مهندس فاطمی)

$$A_1 = [0, 1]$$

$$A_2 = \left[\frac{1}{2}, 2\right]$$

$$A_3 = [1, 3]$$

\vdots

$$A_9 = [4, 9]$$

ملاحظه می شود اجتماع هر دو بازه متوالی هر دو مجموعه را در بر می گیرد در نتیجه اجتماع ۹ تا مجموعه از کمترین عدد یعنی صفر تا بیشترین عدد یعنی ۹ است.

(پیرواقتمال، صفحه های ۴۶ تا ۴۹ و ۵۶)

-۱۳۵

(امیرحسین ابومحبوب)

$$A \cap B' = B \cap A' \Rightarrow A - B = B - A$$

$$\Rightarrow A = B \Rightarrow A \Delta B = \emptyset$$

$$A - (A \Delta B) = A - \emptyset = A$$

(پیرواقتمال، صفحه های ۴۶ تا ۵۷)

-۱۳۶

(علیرضا شریف فطیعی)

$$(A \cap B) - \left((A \cup B) \cap \underbrace{[B \cup (B \cap C)]}_B \right)$$

$$(A \cap B) - \underbrace{[(A \cup B) \cap B]}_B$$

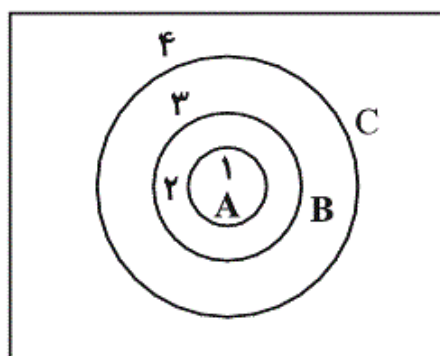
$$= (A \cap B) - B = \emptyset$$

نکته: طبق قاعده‌ی جذب $B \cup (B \cap C) = B$ و $(A \cup B) \cap B = B$ است.

(پیرواحتمال، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۴)

-۱۳۷

(رسول مصنی منش)



چون $A \subseteq B$ ، پس $(A \Delta B) = B - A$ و از طرفی با توجه به شماره‌گذاری
 $(B - A) \Delta C = \{2\} \Delta \{1, 2, 3\} = \{1, 3\}$
 یعنی فقط از C قسمت ۲ را باید کم کنیم
 که همان $C - (B - A)$ است.

(پیرواحتمال، صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

-۱۳۸

(امیرحسین ابومصوب)

$$A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A' \Rightarrow C \cap B' \subseteq C \cap A'$$

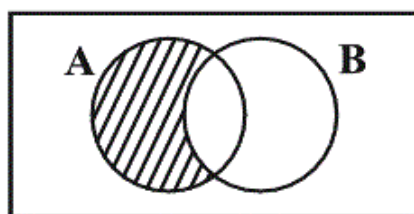
$$\Rightarrow C - B \subseteq C - A \Rightarrow (C - A) \cup (C - B) = C - A$$

$$|C - A| = |C| - |A \cap C| = |C| - |A| = ۱۳ - ۶ = ۷$$

(پیرواحتمال، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۷)

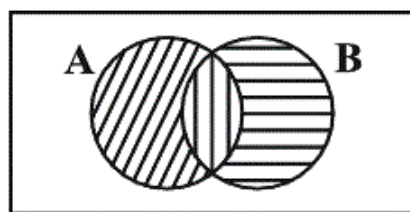
۱۳۹-

(سروش موئینی)



با دقت به نمودار ون، حاصل گزینه‌های ۱ و ۲ و ۴ همگی $A - B$ است.

$$(A \cup B) - B = B' - A' = B \Delta (A \cup B) = A - B$$



اما حاصل $(A \Delta B) \Delta A$ برابر B است:

$$(A \Delta B) \Delta A = B$$

(پیرواحتمال، صفحه‌های ۴۶ تا ۵۷)

۱۴۰-

(امیرحسین ابومحبوب)

حداکثر تعداد اعضای B زمانی است که $A \subseteq B$ و در نتیجه $|A \Delta B| = |B| - |A|$ یعنی $\max |B| = ۱۲$.

حداقل تعداد اعضای B زمانی است که $B \subseteq A$ و در نتیجه $|A \Delta B| = |A| - |B|$ یعنی $\min |B| = ۲$.

$$\max |B| - \min |B| = ۱۲ - ۲ = ۱۰$$

(پیرواحتمال، صفحه‌های ۵۵ و ۵۶)

۷ ریاضی، دیفرانسیل و انتگرال،

۸۱-

(محمودرضا اسلامی)

در $y_1 = y_1 \times ۱$ از عضو همانی ضرب (۱) استفاده شده است. وقتی به جای یک، xy_2 قرار داده‌ایم از ویژگی وجود عضو وارون استفاده کرده‌ایم. و در نهایت در تساوی $y_1(xy_2) = (y_1x)y_2$ از خاصیت شرکت‌پذیری استفاده کرده‌ایم.

(دیفرانسیل - صفحه‌ی ۶)

-۸۲

(آرش مصطفی زاده)

تابع $y = a^x$ با فرض $0 < a < 1$ نزولی است، پس:

$$r_1 < r_2 \Rightarrow a^{r_1} > a^{r_2} \Rightarrow \frac{1}{a^{r_1}} < \frac{1}{a^{r_2}} \Rightarrow a^{-r_1} < a^{-r_2}$$

(دیفرانسیل - صفحه ی ۱۲)

-۸۳

(حمید علیناز)

$$0 \leq x^2 - |x| - 12 < \frac{1}{n} = \varepsilon \Rightarrow |x|^2 - |x| - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (|x| + 3)(|x| - 4) = 0 \xrightarrow{|x|+3 \neq 0} |x| - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 4$$

توجه:

$$|x|^2 = x^2$$

(دیفرانسیل - مشابه تمرین ۹ - صفحه ی ۱۷)

-۸۴

(سعید زوارقی)

$$\begin{cases} 0.1\overline{7} = \frac{17-1}{900} = \frac{16}{900} = \frac{4}{225} \\ 0.\overline{4} = \frac{4}{9} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{\frac{4}{9}} + 5\sqrt{\frac{4}{225}} = 2 + \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$$

(دیفرانسیل - صفحه های ۷ و ۸)

-۸۵

(محمدرضا شوکتی بیرق)

$$\cdot / \lambda a = \frac{b}{6} \Rightarrow \frac{\lambda a - 8}{90} = \frac{b}{6} \Rightarrow \frac{\lambda 0 + a - 8}{90} = \frac{b}{6}$$

$$\Rightarrow a = 3(5b - 24) \Rightarrow a \text{ مضرب } 3 \text{ است.}$$

به ازای $a = 0, 6, 9$ جوابی برای b به دست نمی آید. اما به ازای $a = 3$ خواهیم داشت، $b = 5$ و بنابراین $a + b = 8$.

(دیفرانسیل - صفحه های ۷ و ۸)

-۸۶

(عمید علیراده)

در هر پنج ضلعی منتظم به ضلع a و قطر d داریم $\frac{d}{a} = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \in Q'$ بنابراین

می توان نتیجه گرفت d عددی گنگ است و مقدارش $d = a \times \frac{(\sqrt{5}+1)}{2}$.

گزینه ۲ را می توان به این صورت نوشت:

$$\frac{5}{(\sqrt{5}-1)} \times \frac{(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}+1)} = \frac{5(\sqrt{5}+1)}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{(\sqrt{5}+1)}{2}$$

(دیفرانسیل - مشابه تمرین ۱۰ - صفحه ی ۱۷)

-۸۷

(محمود رضا اسلامی)

$$\begin{array}{r} 3 / 232323 \dots \\ + 2 / 113131 \dots \\ \hline 5 / 345454 \dots \end{array} \quad \text{و} \quad \begin{array}{r} 5 / 345454 \dots \\ - 1 / 333333 \dots \\ \hline 4 / 012121 \dots \end{array}$$

$$\Rightarrow A = 5 / 345 - 1 / 3 = 4 / 012$$

توجه: این سوال را اگر به صورت اعشاری یعنی به صورت فوق، جمع و تفریق انجام دهیم، راحت تر قابل حل است.

(دیفرانسیل - صفحه های ۷ و ۸)

-۸۸

(حبیب شفیعی)

با توجه به صورت سؤال، a یک عدد گنگ و b یک عدد گویا است.

$$3ab - a = a(3b - 1) \quad \text{گزینه (۱): به ازای } b = \frac{1}{3} \text{ گویا می شود:}$$

$$b(a + 1) + 2(a + 1) = (a + 1) \times (b + 2) \quad \text{گزینه (۲):}$$

فقط به ازای $b = -2$ گویا می شود، که -2 عدد اعشاری متناوب نیست. یعنی این عدد همواره گنگ است.

گزینه (۳): $[a]$ همواره گویا است. بنابراین $[a] + b$ نیز گویا می شود.

$$\text{گزینه (۴): به ازای } b = \frac{1}{3} \text{ و } a = \sqrt{2} \text{ گویا می شود.}$$

(دیفرانسیل - صفحه های ۳ تا ۷)

$(\log \alpha)^{\log \beta}$ نیز می‌تواند گویا یا گنگ باشد:

$$\begin{cases} \alpha = 1.1 \Rightarrow \log \alpha = 1.0 \in \mathbb{Q} \\ \beta = 5 \Rightarrow \log \beta = \log 5 \notin \mathbb{Q} \end{cases} \Rightarrow (\log \alpha)^{\log \beta} = 1.0^{\log 5} = 5 \in \mathbb{Q}$$

و اگر $\alpha = 5$ و $\beta = 1.1$ باشد، $(\log \alpha)^{\log \beta}$ گنگ می‌شود.

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۸ و ۹)

(مهم‌رضا شوکتی بیرق)

-۹۰

با فرض $a = c = 1$ و $d = 2$ و $b = 5$ ، ملاحظه می‌شود که گزینه‌ی ۳ نادرست خواهد بود.

گزینه‌ی ۱: $\begin{cases} 0 < a < b \\ 0 < c < d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < b \\ -d < -c \end{cases} \Rightarrow a - d < b - c$

گزینه‌ی ۲: $\begin{cases} 0 < a < b \\ 0 < c < d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 < a < b \\ 0 < \frac{1}{d} < \frac{1}{c} \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب}} 0 < \frac{a}{d} < \frac{b}{c}$

گزینه‌ی ۴: $\begin{cases} a - d < b - c \\ 0 < b \end{cases} \begin{matrix} \text{طبق گزینه ۱} \\ \text{طبق فرض} \end{matrix} \Rightarrow a - d < 2b - c$

$$\Rightarrow c - 2b < d - a$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

-۹۱

(سعید مدیر فراسانی)

$$A < 0 \Rightarrow A + \frac{1}{A} \leq -2$$

$$x < 5 \Rightarrow x - 5 < 0 \Rightarrow \frac{1}{x-5} < 0$$

$$x + \frac{1}{x-5} = x - 5 + \underbrace{\frac{1}{x-5} + 5}_{\text{کوچتر یا مساوی } (-2)} \leq -2 + 5 \leq 3 \Rightarrow \text{بیشترین مقدار} = 3$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵)

(علی اصغر تنها)

-۹۲

با قرار دادن اعداد طبیعی بجای n همسایگی‌های متقارن را می‌نویسیم:

$$I_1 = \left(-1 - \frac{3}{1}, -1 + \frac{3}{1}\right) = (-4, 2)$$

$$I_2 = \left(-1 - \frac{3}{2}, -1 + \frac{3}{2}\right) = \left(-\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

⋮

$$I_{100} = \left(-1 - \frac{3}{100}, -1 + \frac{3}{100}\right) = \left(-1.03, -0.97\right)$$

⋮

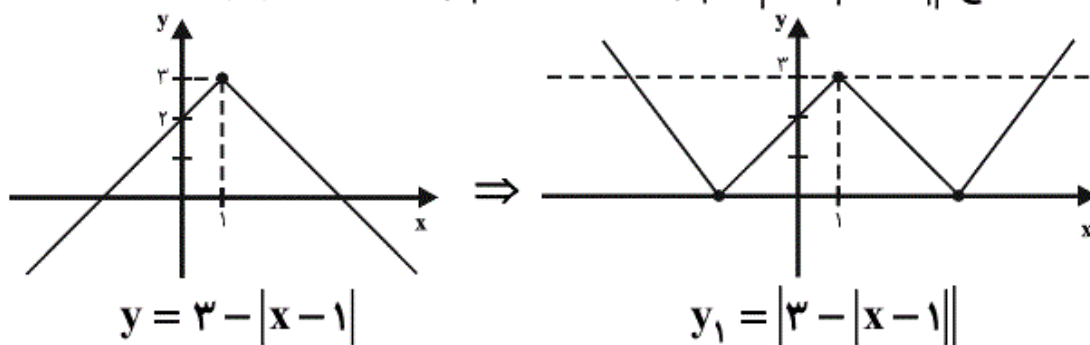
نقطه‌ی میانی همسایگی‌های متقارن در تمام همسایگی‌ها قرار دارد.

$$\Rightarrow \bigcap_{n=1}^{\infty} I_n = \{-1\}$$

(دیفرانسیل - صفحه‌ی ۱۲)

(سپروس نقییری)

باید دو تابع $y_1 = |3 - |x - 1||$ و $y_2 = k - 2$ در سه نقطه برخورد داشته باشند.



اگر قرار باشد y_1 و y_2 در سه نقطه برخورد داشته باشند، باید:

$$k - 2 = 3 \Rightarrow k = 5$$

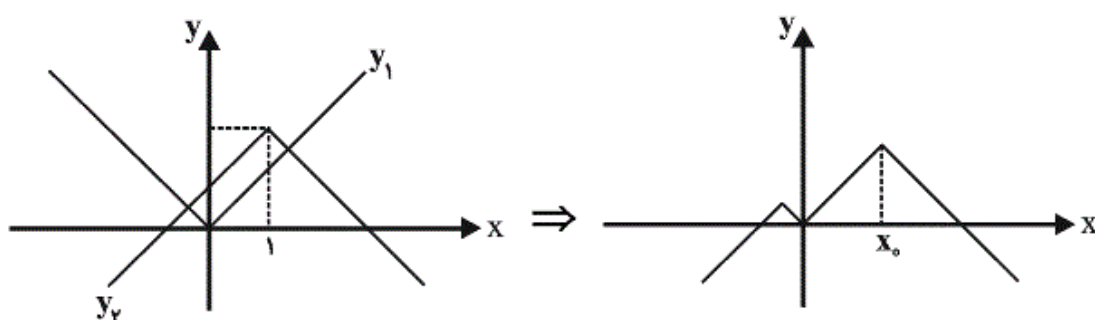
(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

(عمید زرین کفش)

به مفهوم $\text{Min}\{a,b\}$ توجه کنید:

$$\text{Min}\{a,b\} = \begin{cases} b & , a \geq b \\ a & , a < b \end{cases}$$

این موضوع را می‌توانیم برای دو تابع نیز تعمیم دهیم، برای رسم $f(x) = \text{Min}\{|x|, 2 - |x - 1|\}$ ، ابتدا هر کدام از دو تابع $y_1 = |x|$ و $y_2 = 2 - |x - 1|$ را رسم کرده و سپس با توجه به تعریف Min ، در فاصله‌ای که y_1 پایین‌تر یا مساوی y_2 است، نمودار y_1 و در هر بازه‌ای که y_1 بالاتر یا مساوی y_2 است، نمودار y_2 را رسم می‌کنیم، لذا:



با توجه به نمودار دیده می‌شود که ماکزیمم تابع در بازه‌ی $x > 1$ ، در نقطه‌ای به طول x_0 اتفاق می‌افتد، لذا محل تلاقی دو تابع را به ازای $x > 1$ می‌یابیم:

$$|x| = 2 - |x - 1| \xrightarrow{x > 1} x = 2 - x + 1 \Rightarrow x_0 = \frac{3}{2}$$

بنابراین ماکزیمم f برابر است با:

$$\text{Max } f = f\left(\frac{3}{2}\right) = \text{Min}\left\{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\} = \frac{3}{2}$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

-۹۵

(سعید زوارقی)

می‌دانیم $|a - b| \leq |a| + |b|$ و حالت تساوی زمانی رخ می‌دهد که $ab < 0$ باشد. پس داریم:

$$|x^2 - x| + x^2 = |x| \Rightarrow |x^2 - x| + |x^2| = |x|$$

از طرفی معادله را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\Rightarrow \left| \underbrace{x^2 - x}_b \right| + \left| \underbrace{x^2}_a \right| = \left| \underbrace{x^2}_a - \underbrace{(x^2 - x)}_b \right|$$

$$\Rightarrow x^2(x^2 - x) < 0$$

$$\xrightarrow{x^2 \geq 0} x(x - 1) < 0$$

$$\Rightarrow 0 < x < 1 \Rightarrow \left| x - \frac{1+0}{2} \right| < \frac{1-0}{2}$$

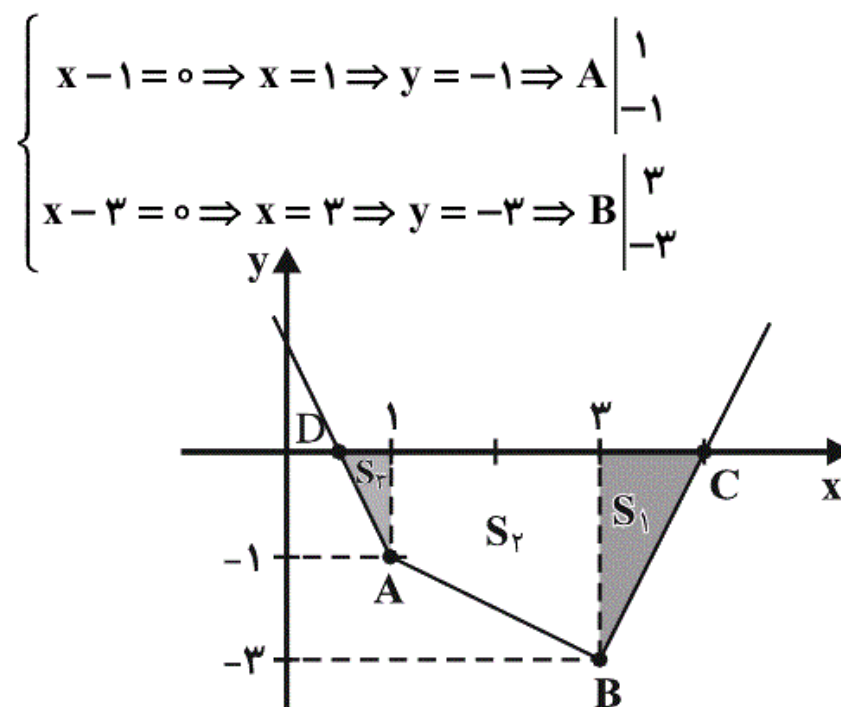
با توجه به $|x - \alpha| < \beta$ داریم:

$$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha \cdot \beta = \frac{1}{4}$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۲ تا ۱۶)

(معمودرضا اسلامی)

ابتدا ریشه‌های داخل قدرمطلق را به دست می‌آوریم و با استفاده از آن‌ها نمودار تابع را رسم می‌کنیم.



برای به دست آوردن محل برخورد نمودار با محور x ها به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$x > 3: y = x - 1 + 2(x - 3) - 5 = 3x - 12 = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow C \begin{vmatrix} 4 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$x < 1: y = -(x - 1) - 2(x - 3) - 5 = -3x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \Rightarrow D \begin{vmatrix} \frac{2}{3} \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\begin{cases} S_1 = \frac{3 \times (4 - 3)}{2} = \frac{3}{2} \\ S_2 = \frac{(1 + 3)(3 - 1)}{2} = 4 \Rightarrow \begin{matrix} \text{مساحت} \\ \text{محصور} \end{matrix} = 4 + \frac{1}{6} + \frac{3}{2} = 4 + \frac{5}{3} = \frac{17}{3} \\ S_3 = \frac{1 \times (1 - \frac{2}{3})}{2} = \frac{1}{6} \end{cases}$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۶)

(معمدرضا شوکتی بیرق)

فرض کنیم همسایگی مورد نظر بازه‌ی (a, b) باشد. در این صورت می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \frac{b+a}{2} = -\frac{11}{12} \\ \frac{b-a}{2} = \frac{17}{12} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{7}{3} \\ b = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \text{Min}\delta = \text{Max}\left\{\left|-\frac{7}{3}\right|, \left|\frac{1}{2}\right|\right\} = \frac{7}{3}$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۲ تا ۱۵ و تمرین ۸، صفحه‌ی ۱۷ - حسابان صفحه‌ی ۱۴۰)

$$= \sqrt{(\sqrt{x}-1)^2 + 2\sqrt{x}-1+1} - \sqrt{(\sqrt{x}-1)^2 - 2\sqrt{x}-1+1}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{(\sqrt{x}-1+1)^2} - \sqrt{(\sqrt{x}-1-1)^2}$$

$$= |\sqrt{x}-1+1| - |\sqrt{x}-1-1|$$

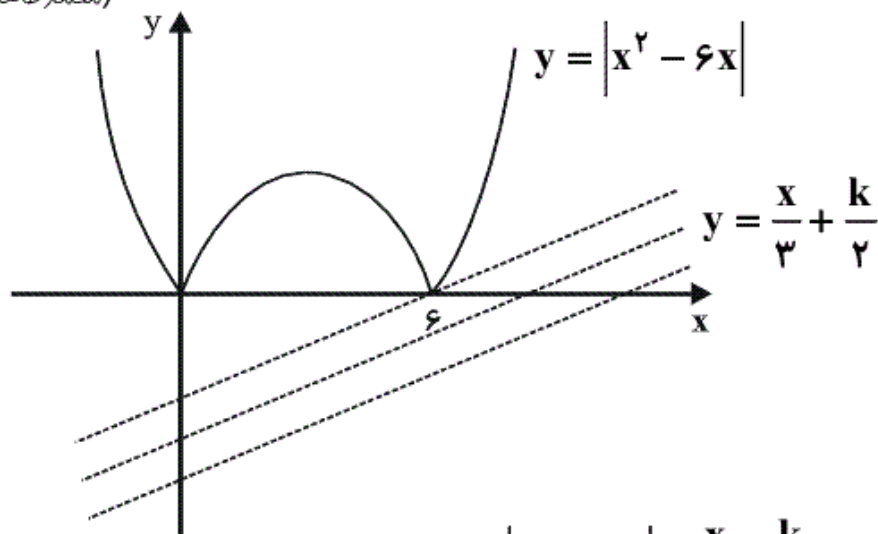
$$\underline{\underline{1 \leq x \leq 2}} \quad \sqrt{x}-1+1 + \sqrt{x}-1-1 = 2\sqrt{x}-1$$

$$1 \leq x \leq 2 \Rightarrow 0 \leq x-1 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \sqrt{x}-1 \leq 1$$

$$0 \leq 2\sqrt{x}-1 \leq 2 \Rightarrow 0 \leq A \leq 2$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

(مممراطهر شعاعی)



نامعادله $|x^2 - 6x| \geq \frac{x}{3} + \frac{k}{2}$ وقتی جوابش اعداد حقیقی است که خط

$y = \frac{x}{3} + \frac{k}{2}$ از نقطه $(6, 0)$ بگذرد یا هر خط دیگر موازی آن که زیر خط

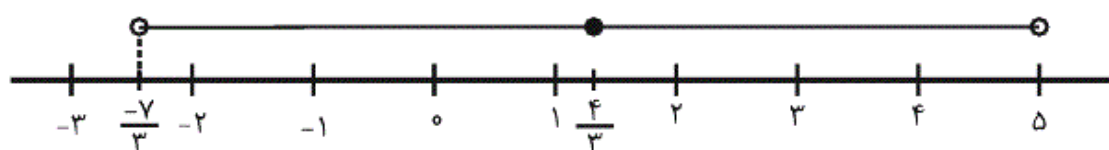
مذکور قرار گیرد. بنابراین حداکثر مقدار k وقتی است که خط از نقطه $(6, 0)$ بگذرد.

$$0 = \frac{6}{3} + \frac{k}{2} \Rightarrow \frac{k}{2} = -2 \Rightarrow k = -4$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

(هادی پلور)

بازه‌ای متقارن به مرکز $\frac{4}{3}$ در نظر بگیرید. اگر طول این بازه (شعاع) در ابتدا بسیار کوچک باشد و سپس این طول افزایش یابد، به ترتیب اعداد صحیح $1, 2, 3, 4, 5$ را در برمی‌گیرد. چون بازه باز است و بیش‌ترین طول بازه را می‌خواهیم. طول بازه را همچنان افزایش می‌دهیم تا انتهای بازه روی ۵ قرار گیرد. بنابراین $b = 5$ است.



$$\max(\overbrace{b-a}^{\text{طول بازه}}) = 2(\overbrace{b-\frac{4}{3}}^{\text{شعاع بازه}}) = 2\left(\frac{11}{3}\right) = \frac{22}{3} = 7\frac{1}{3}$$

(دیفرانسیل - صفحه‌های ۱۲ تا ۱۴)

✓ ریاضی ، هندسه ی تحلیلی ، ،

-۱۱۱

(رضا عباسی اصل)

مختصات نقطه مورد نظر بصورت $A'(\circ, y, ۳)$ است و خواهیم داشت:

$$x_B = \frac{x_A + x_{A'}}{۲} \Rightarrow ۱ = \frac{b + \circ}{۲} \Rightarrow b = ۲$$

$$y_B = \frac{y_A + y_{A'}}{۲} \Rightarrow -۱ = \frac{۳ + y}{۲} \Rightarrow y = -۵$$

$$z_B = \frac{z_A + z_{A'}}{۲} \Rightarrow ۳ = \frac{a + ۳}{۲} \Rightarrow a = ۳$$

$$(a + b) - y = ۵ - (-۵) = ۱۰$$

(هندسه تحلیلی - صفحه‌های ۴ تا ۶)

-۱۱۲

(سروش موئینی)

$$a = (۱, -۱, -۲)$$

$$\left. \begin{aligned} b &= \text{تصویر } a \text{ روی } y \text{ ها} = (\circ, -۱, \circ) \\ c &= \text{قرینه } a \text{ نسبت به } z \text{ ها} = (-۱, ۱, -۲) \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$b - c = (۱, -۲, ۲)$$

$$\Rightarrow |b - c| = \sqrt{۱ + ۴ + ۴} = ۳$$

(هندسه تحلیلی - صفحه‌های ۴ تا ۱۰)

-۱۱۳

(عباس اسدی امیرآبادی)

برآیند سه بردار، مجموع آن بردارها است و در جهت محور X ها نیز می باشد پس باید ضریب i برابر یک و ضریب j و k صفر شوند.
داریم:

$$a + b + c = (1, m - 3, 4 - 3m - n)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m - 3 = 0 \Rightarrow m = 3 \\ 4 - 3m - n = 0 \Rightarrow n = -5 \end{cases}$$

$$m + n = -2$$

(هندسه تحلیلی - صفحه های ۷ تا ۱۲)

-۱۱۴

(معمد ابراهیم کیتی زاده)

$$|e_a| = 1 \Rightarrow \sqrt{\frac{2}{4} + \frac{3}{9} + m^2} = 1 \quad m > 0 \Rightarrow m = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

$$a = |a|e_a = \sqrt{6} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{6}}{6} \right) = (\sqrt{3}, \sqrt{2}, 1)$$

(هندسه تحلیلی - صفحه های ۸ تا ۱۳)

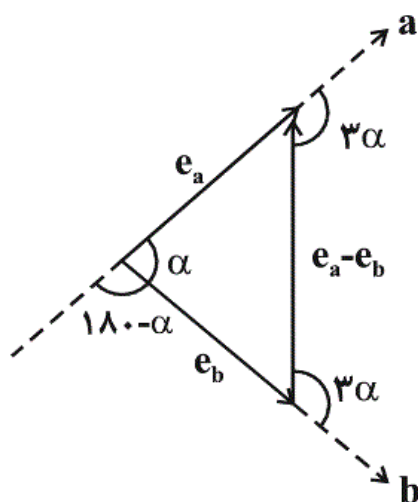
(رضا عباسی اصل)

در شکل مقابل $|e_a| = |e_b| = 1$ ، پس مثلث متساوی الساقین است و خواهیم

داشت: (مجموع زوایای خارجی یک مثلث برابر 360° است)

$$(180^\circ - \alpha) + 3\alpha + 3\alpha = 360^\circ$$

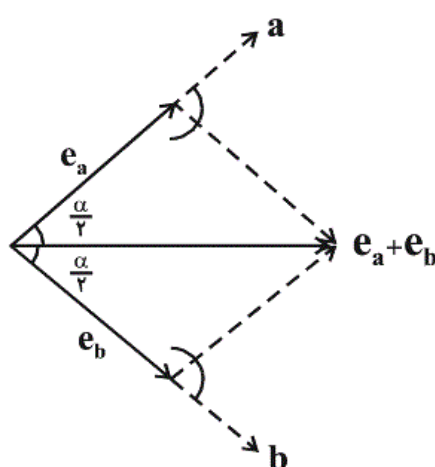
$$5\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 36^\circ$$



همچنین در شکل زیر چهار ضلعی لوزی است پس قطر آن نیمساز است و بنابراین

زاویه بین $e_a + e_b$ و a برابر است با:

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{36^\circ}{2} = 18^\circ$$



(هندسه تحلیلی - صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

وقتی دو بردار بر هم عمود هستند، ضرب داخلی آنها صفر است و داریم:

$$\begin{aligned} a \perp (b - c) &\Rightarrow a \cdot (b - c) = 0 \Rightarrow a \cdot b = a \cdot c \\ b \perp (c - a) &\Rightarrow b \cdot (c - a) = 0 \Rightarrow b \cdot c = b \cdot a \end{aligned} \Rightarrow a \cdot c = b \cdot c$$

اکنون با توجه به رابطه‌ی به‌دست آمده داریم:

$$a \cdot c - b \cdot c = 0 \Rightarrow (a - b) \cdot c = 0$$

طبق فرض، بردار c مخالف صفر است و همچنین بردارهای a و b در یک

راستا نیستند (چون با هم زاویه‌ی 30° می‌سازند)، بنابراین بردارهای a و b

نمی‌توانند مساوی هم باشند پس $a - b \neq 0$ ، در نتیجه $c \perp a - b$

(هندسه تحلیلی - صفحه‌های ۱۵ تا ۱۷)

-۱۱۷

(امیرحسین ابومصوب)

برای این که زاویه‌ی بردار با دو محور Y و Z ، مکمل یکدیگر باشند، لازم است تا مؤلفه‌های Y و Z در بردار، قرینه‌ی هم باشند. حال اگر زاویه‌ی بردار با محور X ها را با α نشان دهیم، داریم:

$$\text{گزینه ی ۲: } \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{10}}$$

$$\text{گزینه ی ۳: } \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$\text{گزینه ی ۴: } \cos \alpha = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$$

(هندسه تحلیلی - صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

-۱۱۸

(محمدرضا شجاعی)

$$a + b + c = 0 \Rightarrow a + b = -c$$

$$|a + b|^2 = |c|^2 \Rightarrow |a|^2 + |b|^2 + 2a.b = |c|^2$$

بنا به فرض $|a| = 3$ ، $|b| = 5$ و $|c| = 7$ در نتیجه:

$$3^2 + 5^2 + 2a.b = 7^2 \Rightarrow 9 + 25 + 2a.b = 49$$

$$\Rightarrow a.b = \frac{15}{2}$$

اندازه‌ی تصویر بردار a روی امتداد بردار b برابر است با:

$$|a'| = \frac{|a.b|}{|b|} = \frac{\frac{15}{2}}{5} = \frac{3}{2}$$

(هندسه تحلیلی - صفحه‌های ۱۴ تا ۲۰)

(سروش موئینی)

دو بردار $a = (2, 1, 2)$ و $b = (\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$ را در نظر می‌گیریم،

طبق نامساوی کوشی - شوارتز داریم:

$$a \cdot b \leq |a| |b|$$

$$\Rightarrow 2 \cos \alpha + \cos \beta + 2 \cos \gamma \leq \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma}$$

$$\Rightarrow 2 \cos \alpha + \cos \beta + 2 \cos \gamma \leq 3$$

نکته: اگر α ، β و γ ، زاویه‌های یک بردار با محورهای مختصات باشند، آن‌گاه

بردار $(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$ ، برداری یکه است.

(هندسه تحلیلی - صفحه‌ی ۲۴)

(عادل مرتضوی)

$$a'' = 2a' - a \Rightarrow a' = \frac{a'' + a}{2} = \frac{-3}{2}i + \frac{3}{2}k$$

می‌دانیم که بردار a' در راستای بردار b است بنابراین می‌توان نوشت:

$$b = ra' \Rightarrow b = \frac{-3}{2}ri + \frac{3}{2}rk$$

$$|b| = \sqrt{\frac{9}{4}r^2 + \frac{9}{4}r^2} \Rightarrow \sqrt{2} = |r| \times \frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow |r| = \frac{2}{3} \Rightarrow r = \pm \frac{2}{3}$$

بنابراین بردار b به یکی از دو صورت زیر است:

$$b = -i + k \quad \text{یا} \quad b = i - k$$

(هندسه تحلیلی - صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

✓ ریاضی، ریاضیات گسسته، ،

-۱۲۱

(رسول معینی منش)

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} = 20 \times 4 + 15 \times 1 = 95$$

\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow
 ۳ تا ۶ ۱ شیمی ۴ تا ۶ صفر شیمی

(ریاضیات گسسته - صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

-۱۲۲

(مسین فابیو)

۳ طبقه دارای نماینده هستند پس ابتدا به $\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} = 20$ طریق آن‌ها را انتخاب می‌کنیم، یکی از این ۳ طبقه باید هر دو نفرشان انتخاب شوند پس ۳ حالت دارد و در ۲ خانواده‌ی دیگر یا فقط زن یا فقط شوهر در هیئت مدیره خواهد بود پس هر کدام ۲ حالت دارند:

$$\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} \times 3 \times 2 \times 2 = 20 \times 3 \times 2 \times 2 = 240.$$

(ریاضی ۲ - مشابه تمرین ۲ - صفحه‌ی ۱۸۹)

-۱۲۳

(سیدامیر ستوده)

اگر یک فرد دیگر غیر از این چهار نفر، همراه آن‌ها دور میز گرد بنشیند، این کار به $24 = (5-1)!$ طرق ممکن است. حال اگر فرد، میز را ترک کند، خواسته‌ی مسأله برآورده می‌شود.

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۸۶)

-۱۲۴

(سروش موئینی)

باید ۷,۵,۳,۲ در زیر مجموعه‌ی مورد نظر باشند و ۱ در آن نباشد. چون زیر مجموعه‌ی ۶ عضوی می‌خواهیم، باید دو عضو دیگر از بین اعداد مرکب، یعنی دو تا

از اعداد ۹,۸,۶,۴ را هم برداریم. تعداد حالت‌ها $\binom{4}{2} = 6$ است.

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

-۱۲۵

(امیرحسین ابومصوب)

از میان ۵ رقم فرد موجود، ۲ رقم و از میان ۴ رقم زوج موجود، ۲ رقم را انتخاب می‌کنیم و سپس ۴ رقم انتخاب شده را در کنار هم قرار می‌دهیم. تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\binom{5}{2} \times \binom{4}{2} \times 4! = 10 \times 6 \times 24 = 1440.$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۹۰)

-۱۲۶

(رسول مصنی‌منش)

چون عدد زوج است باید یکانش ۲ باشد یا ۸. عدد ۲ نمی‌تواند به عنوان رقم یکان انتخاب شود چون باید یکان از دو رقم قبلش بزرگتر باشد. پس یکان فقط ۸ است. حالا از بین ۷, ۵, ۳, ۱, ۲، دو رقم باید انتخاب کنیم که این کار

$$\binom{5}{2} = 10 \text{ راه دارد. هر دو عدد هم که انتخاب شوند رقم بزرگتر دهگان و رقم}$$

کوچکتر صدگان خواهد بود. پس کلاً ۱۰ تا عدد به این شکل می‌توان نوشت.

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

۱۲۷-

(سید امیر ستوده)

از بین روزهای هفته، سه روز انتخاب می‌کنیم تا در آن روزها سیب بخوریم و در

چهار روز دیگر پرتقال می‌خوریم. این کار به $\binom{7}{3} = 35$ طریق ممکن است.

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

۱۲۸-

(مسین فابیلو)

حالت‌هایی که a و b و c با هم هستند. حالت‌هایی که a هست.

$$\binom{6}{3} - \binom{4}{1} = 20 - 4 = 16$$

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۸۶ تا ۱۹۰)

۱۲۹-

(سید امیر ستوده)

تعداد جایگشت‌های $ABCD$ \overline{ABCD} برابر با $5! = 120$ است البته یک

حالت $ABCD$ \overline{ABCD} دوبار شمرده شده است. بنابراین تعداد

جایگشت‌های مورد نظر برابر با $5! - 1 = 119$ است.

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۸۶)

۱۳۰-

(رسول مفسنی منش)

دو حالت وجود دارد:

۱) a بین k و r باشد.

kar aj

↓

→ جایگشت‌ها $= 3! \times 2 = 12$

۲ حالت برای r, k

۲) j بین k و r باشد.

rjk aa

↓

→ جایگشت‌ها $= \frac{3!}{2!} \times 2 = 6$

۲ حالت برای r, k

پس در مجموع ۱۸ حالت وجود دارد.

(ریاضی ۲ - صفحه‌های ۱۸۲ تا ۱۸۶)

✓ ریاضی ، ریاضی پایه ، ،

«کاظم اجلالی»

۱۰۱-

اگر جمله‌ی اول را a فرض کنیم، داریم:

$$a, \frac{a}{3}, \frac{a}{9}, \frac{a}{27}, \frac{a}{81}, \dots$$

$$\frac{\frac{a}{3}}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{3a}{8}$$

حد مجموع جملات ردیف زوج برابر است با:

$$\frac{\frac{a}{9}}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{9a}{8}$$

حد مجموع جملات ردیف فرد برابر است با:

پس داریم:

$$\frac{3a}{8} = \frac{9a}{8} - \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{6a}{8} = \frac{1}{8} \Rightarrow a = \frac{1}{6}$$

(مسابان، صفحه‌های ۲ تا ۶)

«عمید زرین‌کفش»

۱۰۲-

می‌دانیم دنباله‌ی زیر به عدد $\frac{2}{3}$ نزدیک می‌شود.

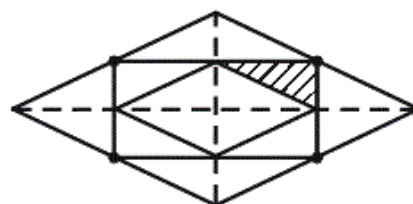
$$0.6, 0.66, 0.666, \dots, 0.6666 \dots 66$$

$$\frac{2}{8^3} = \left(\frac{2}{8}\right)^3 = \frac{2^3}{2^3} = 2^2 = 4$$

پس دنباله‌ی صورت سؤال به عدد ۴ نزدیک می‌شود.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

$$S_1 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 4 = \sqrt{3}$$



برای بدست آوردن اندازه‌ی ضلع مثلث دوم به طریق زیر عمل می‌کنیم:
ضلع مثلث اول برابر ۲ بوده بنابراین ضلع کوچکتر در مثلث قائم‌الزاویه
مشخص شده، نصف آن و برابر ۱ است.

با توجه به این که در این مثلث قائم‌الزاویه دو زاویه دیگر 30° و 60°
هستند، ضلع بزرگتر زاویه قائمه برابر $\sqrt{3}$ خواهد بود.
و با استفاده از قضیه فیثاغورث:

$$(1)^2 + (\sqrt{3})^2 = (2)^2$$

بنابراین ضلع مثلث دوم برابر ۱ می‌باشد.

$$S_2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 1^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

⋮

مساحت قسمت‌های رنگ شده در هر مرحله، تشکیل یک دنباله هندسی با قدر

نسبت $\frac{1}{4}$ می‌دهد. بنابراین:

$$\Rightarrow \text{مجموع مساحت مثلث‌های رنگ شده} = \frac{S_1}{1-q} = \frac{\sqrt{3}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

(مساحت، صفحه‌های ۲ تا ۶)

« حسن نصرتی ناهوک »

$$\underbrace{۲+a}_x, \underbrace{۶+a}_y, \underbrace{۱۳+a}_z \xrightarrow{\text{دنباله‌ی هندسی}} y^۲ = xz$$

$$\Rightarrow (۶+a)^۲ = (۲+a)(۱۳+a)$$

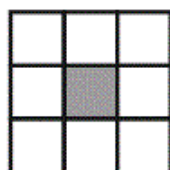
$$۳۶+۱۲a+a^۲ = ۲۶+۱۵a+a^۲$$

$$\Rightarrow ۳a = ۱۰ \Rightarrow a = \frac{۱۰}{۳} \Rightarrow \frac{۱۶}{۳}, \frac{۲۸}{۳}, \frac{۴۹}{۳} \Rightarrow q = \frac{\frac{۲۸}{۳}}{\frac{۱۶}{۳}} = \frac{۷}{۴}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

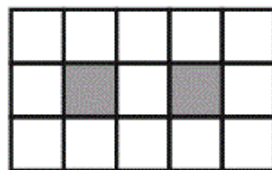
«هاری پلور»

با توجه به شکل‌ها داریم:



(۱)

$$\frac{1}{9}$$



(۲)

$$\frac{2}{15}$$



(۳)

$$\frac{3}{21}$$

پس جمله n ام به شکل:

$$a_n = \frac{n}{3 + 6n}$$

می‌باشد.

حال معادله‌ی زیر را حل می‌کنیم تا بدانیم در چه مرحله‌ای $\frac{7}{43}$ شکل رنگی است:

$$\frac{n}{3 + 6n} = \frac{7}{43} \Rightarrow 43n = 21 + 42n \Rightarrow n = 21$$

پس در نتیجه مرحله‌ی ۲۱ است.

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱ تا ۴)

سه جمله‌ی چهارم تا ششم
 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, \dots$

سه جمله‌ی دوم تا چهارم

$$\frac{a_2 + a_3 + a_4}{a_4 + a_5 + a_6} = \frac{3}{243} = \frac{1}{81} \Rightarrow \frac{a_1 q^1 + a_1 q^2 + a_1 q^3}{a_1 q^3 + a_1 q^4 + a_1 q^5} = \frac{1}{81}$$

$$\Rightarrow \frac{a_1 q(1 + q + q^2)}{a_1 q^3(1 + q + q^2)} = \frac{1}{81} \Rightarrow q^2 = 3^4$$

$$\Rightarrow q = \pm 3^2 \xrightarrow{\text{دنباله صعودی}} q = 3^2$$

$$\Rightarrow \frac{a_{16}}{a_7} = \frac{a_1 q^{15}}{a_1 q^6} = q^9 = (3^2)^9 = 3^{18}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳ و حسابان، صفحه‌های ۲ تا ۶)

«حسن نصرتی ناهوک»

$$a_7 = a_{11} + 12 \Rightarrow a_7 - a_{11} = 12$$

$$\Rightarrow (a_1 + 6d) - (a_1 + 1 \cdot d) = 12 \Rightarrow -4d = 12 \Rightarrow d = -3$$

مجموع چهار جمله اول - مجموع چهار جمله دوم

$$= a_5 + a_6 + a_7 + a_8 - (a_1 + a_2 + a_3 + a_4)$$

$$= 4a + 22d - (4a + 6d) = 16d = 16 \times (-3) = -48$$

(ریاضی ۲، صفحه های ۶ تا ۱۰ و حسابان، صفحه های ۲ تا ۴)

$$d = ۲$$

$$a_{۲۳} = a_1 + ۲۲d = a_1 + ۴۴$$

$$a_{۳۶} = a_1 + ۳۵d = a_1 + ۷۰$$

$$a_{۱۰} = a_1 + ۹d = a_1 + ۱۸$$

$$a_{۳۶}^۲ - a_{۱۰}^۲ = (a_1 + ۷۰)^۲ - (a_1 + ۱۸)^۲$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} (a_1 + ۷۰ + a_1 + ۱۸) \times (a_1 + ۷۰ - a_1 - ۱۸)$$

$$= (۲a_1 + ۸۸)(۵۲) = ۲ \times ۵۲ \times (a_1 + ۴۴)$$

$$= ۱۰۴(a_1 + ۴۴) = ۱۰۴a_{۲۳} \Rightarrow k = ۱۰۴$$

(ریاضی ۲، صفحه های ۶ تا ۱۰)

در دنباله‌ی حسابی جمله‌ی نهم برابر صفر است:

$$a + (9 - 1)d = 0 \Rightarrow a + 8d = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{a}{d} = -8}$$

از طرفی سه جمله‌ی اول و پنجم و n ام تشکیل یک دنباله‌ی هندسی می‌دهند.

داریم:

$$a, a + (5 - 1)d, a + (n - 1)d$$

$$\Rightarrow (a + 4d)^2 = a(a + (n - 1)d)$$

$$\Rightarrow \cancel{a^2} + 8ad + 16d^2 = \cancel{a^2} + (n - 1)ad$$

$$16d^2 = (n - 1)ad - 8ad$$

$$\Rightarrow 16d^2 = (n - 9)ad \xrightarrow{d \neq 0} 16d = (n - 9)a$$

$$\Rightarrow \frac{16}{n - 9} = \frac{a}{d} \xrightarrow{\frac{a}{d} = -8} \frac{16}{n - 9} = -8$$

$$\Rightarrow \frac{-2}{n - 9} = 1 \Rightarrow n - 9 = -2 \Rightarrow n = 7$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n$$

می‌دانیم $a_1 + a_n = a_2 + a_{n-1} = a_3 + a_{n-2}$ پس داریم:

$$\underbrace{a_1 + a_2 + a_3}_3 + \underbrace{a_{n-2} + a_{n-1} + a_n}_{165} = 3(a_1 + a_n) = 168$$

$$\Rightarrow a_1 + a_n = 56$$

و می‌دانیم $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ است، پس داریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(\overbrace{a_1 + a_n}^{56}) = 336 \rightarrow \frac{n}{2} = 6 \rightarrow n = 12$$

$$\rightarrow \begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 3 \\ a_1 + a_{11} + a_{12} = 165 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3a + 3d = 3 \\ 3a + 3 \cdot d = 165 \end{cases} \rightarrow a = -5$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۴ تا ۱۰ و حسابان، صفحه‌های ۲ تا ۴)