



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

سؤالات موضوعی نهایی

((جبر و احتمال))

((فصل ۱))

پایه سوم رشته‌ی ریاضی

سال تحصیلی ۹۵-۹۴

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی متوسطه ی دوم استان خوزستان

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا

فصل اول جبر و احتمال

درک شهودی

۲۵- / شماره	۹۲ خرداد	۱ جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. شهود می تواند یک یا احساس بدون استدلال باشد.
-------------	----------	---

استدلال استقرایی

۲۵- / شماره	۸۹ شهریور	۱ جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. استدلال ، روش نتیجه گیری کلی بر مبنای مجموعه ی محدودی از مشاهدات است.
۲۵- / شماره	۹۱ دی	۲ جای خالی را با یکی از کلمات (شهودی ، تمثیلی ، استقرایی ، استنتاجی) کامل کنید. استدلال ، روش نتیجه گیری کلی بر مبنای مجموعه ی محدودی از مشاهدات است.
۲۵- / شماره	۹۴ دی	۳ جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. روش نتیجه گیری کلی بر مبنای مجموعه ی محدودی از مشاهدات، استدلال نامیده می شود.

استدلال استنتاجی

۱ شماره	۸۵ خرداد	۱ با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید مجموع سه عدد صحیح زوج متوالی مضربی از ۶ است.
۱ شماره	۸۵ شهریور	۲ با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید حاصل ضرب سه عدد صحیح زوج متوالی مضرب ۲۴ است.
۱۷۵- / شماره	۸۵ دی	۳ با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید حاصل ضرب دو عدد فرد یک عدد فرد است.
۱ شماره	۸۶ خرداد	۴ با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید که حاصل ضرب هر سه عدد زوج متوالی مضرب ۸ است.

سؤالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل اول درس جبر و احتمال پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۱ نمره	شهریور ۸۶	۵ به روش استدلال استنتاجی نشان دهید که حاصل جمع سه برابر هر عدد زوج با یک عدد فرد همواره فرد است.
۱ نمره	دی ۸۶	۶ با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید، اگر ۳ واحد به سه برابر عددی فرد اضافه کنیم، عدد حاصل مضرب ۶ می باشد.
۰/۷۵ نمره	خرداد ۸۷	۷ با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید اگر به مکعب عدد فردی یک واحد اضافه کنیم، عدد زوج به دست می آید.
۱ نمره	شهریور ۸۷	۸ با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید مجموع دو عدد فرد متوالی مضرب ۴ می باشد.
۱ نمره	دی ۸۷	۹ با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید ۳ برابر مربع یک عدد فرد منهای ۳، مضرب ۱۲ است.
۱ نمره	شهریور ۸۸	۱۰ با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد زوج متوالی، مضرب ۸ است.
۱ نمره	خرداد ۸۹	۱۱ با استدلال استنتاجی ثابت کنید که اگر مربع های دو عدد فرد را از هم کم کنیم، حاصل عدد زوجی خواهد بود.
۰/۲۵ نمره	شهریور ۸۹	۱۲ جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. هنگامی از استدلال استفاده می کنیم که مطمئن هستیم، نتیجه ی مسئله همیشه درست است.
۱ نمره	شهریور ۹۰	۱۳ با استدلال استنتاجی، نشان دهید حاصل ضرب دو عدد صحیح زوج متوالی، مضرب ۸ است.
۱ نمره	دی ۹۰	۱۴ با استدلال استنتاجی، ثابت کنید تفاضل مربعات دو عدد فرد همواره مضرب چهار است.
۱ نمره	شهریور ۹۱	۱۵ با استدلال استنتاجی، ثابت کنید که اگر x یک عدد صحیح و مضرب ۳ باشد، آنگاه $x(x + 3)$ مضرب ۱۸ است.

۱۶	دی ۹۱	جای خالی را با یکی از کلمات (شهودی ، تمثیلی ، استقرایی ، استنتاجی) کامل کنید. استدلال روش نتیجه گیری کلی با استفاده از حقایقی است که درستی آنها را پذیرفته ایم.
۱۷	خرداد ۹۳	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید مجموع مربعات هر دو عدد فرد همواره عددی زوج است.
۱۸	دی ۹۳	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید مجموع هر سه عدد طبیعی متوالی همواره مضربی از ۳ است.
۱۹	خرداد ۹۴	با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید، اگر به سه برابر عددی فرد یک واحد اضافه شود، عددی زوج بدست می آید.
۲۰	دی ۹۴	جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. اگر باران ببارد، زمین مرطوب می شود. الان باران می بارد. نتیجه : زمین است.
۲۱	دی ۹۴	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید، « مجموع دو عدد زوج، همواره عددی زوج است.»

قضیه های شرطی

۱	شهریور ۸۹	جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. احکامی که همیشه برقرار هستند را می نامند.
---	-----------	--

مثال نقض

۱	خرداد ۸۵	اگر a و b و c سه عدد گنگ باشند، آیا abc^2 یک عدد گنگ است؟ چرا؟
---	----------	--

سؤالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل اول درس جبر و احتمال پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۱ نمره	شهریور ۸۵	۲ کدام یک از عبارات زیر درست و کدام یک نادرست است. در صورت نادرست بودن یک مثال نقض پیدا کنید. الف : توان دوم یک عدد همیشه از آن عدد بزرگتر است. ب : اگر x گنگ باشد، آنگاه x^2 گویا است.
۰/۷۵ نمره	دی ۸۶	۳ آیا حکم مقابل برقرار است؟ چرا؟ اگر $(a-1)(b-1)=0$ آنگاه $a=1$ و $b=1$ می باشد.
۰/۵ نمره	شهریور ۸۷	۴ آیا حاصل ضرب دو عدد گنگ همواره گنگ است؟ چرا؟
۰/۵ نمره	دی ۸۷	۵ آیا مجموع دو عدد گنگ ، همواره عددی گنگ است؟ چرا؟
۰/۵ نمره	شهریور ۸۸	۶ اگر x گنگ باشد، آیا x^2 همواره گویا است؟ چرا؟
۰/۳۵ نمره	شهریور ۸۹	۷ جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. مثال نقض ، مثالی است که نشان می دهد نتیجه ی کلی است.
۰/۵ نمره	شهریور ۹۰	۸ اگر n یک عدد طبیعی باشد، آیا $3^n + 4$ یک عدد اول است؟ چرا؟
۱/۳۵ نمره	دی ۹۱	۹ کدام یک از عبارات زیر درست و کدام یک نادرست است؟ برای عبارت های نادرست مثال نقض بیاورید. الف) حاصل ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گویا است. ب) مربع هر عدد فرد به اضافه ی یک ، عددی زوج است. پ) برای هر عدد طبیعی n حاصل $3 + 2^n$ عددی اول است.

۱۰	دی ۹۲	برای احکام نادرست زیر مثال نقض بیاورید. الف) مجموع هر دو عدد گنگ ، عددی گنگ است. ب) برای هر عدد طبیعی n آنگاه $3^n + 2$ عددی اول است.
۱۱	خرداد ۹۳	درستی یا نادرستی حکم زیر را بنویسید. اگر نادرست است مثال نقض بیاورید. اگر n^2 مضرب ۳ باشد، آنگاه n نیز مضرب ۳ است.
۱۲	شهریور ۹۰	درستی یا نادرستی گزاره ی زیر را تعیین کنید. مثال نقض ، برای اثبات درستی یک قضیه ی کلی به کار می رود.
۱۳	دی ۹۳	قضیه ی شرطی « اگر a و b دو عدد گویا باشند، آنگاه $a + b$ گویا است.» را در نظر بگیرید. الف : عکس قضیه ی شرطی را بنویسید. ب : آیا عکس آن نیز یک قضیه ی شرطی است؟ چرا؟
۱۴	خرداد ۹۴	قضیه ی شرطی « اگر $x > 1$ آنگاه $ x > 1$ است.» را در نظر بگیرید. الف : عکس قضیه ی شرطی را بنویسید. ب : آیا عکس آن نیز یک قضیه ی شرطی است؟ در صورت نادرستی، مثال نقض بیاورید.

مشترک (استدلال استنتاجی و مثال نقض)

۱	شهریور ۸۶	کدام یک از عبارات زیر درست و کدام یک نادرست است. در صورت درست بودن آن را ثابت کنید و در صورت نادرست بودن یک مثال نقض پیدا کنید. الف) مربع هر عدد حقیقی از مکعب آن کوچکتر است. ب) حاصل ضرب هر دو عدد زوج، عددی زوج است.
۲	خرداد ۸۸	عبارت های زیر را در نظر بگیرید و دلیل درستی یا نادرستی هر یک را بنویسید. الف) اگر $x > 1$ آنگاه داریم: $4 - x^2 < 3$ ب) مکعب هر عدد فرد منهای یک ، عددی زوج است.

سؤالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل اول درس جبر و احتمال پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۲ نمره	دی ۸۸	<p>۳ با ذکر دلیل ، درستی یا نادرستی هر یک را بررسی کنید:</p> <p>الف) برای هر عدد حقیقی a ، داریم $a^2 < a^3$</p> <p>ب) مقدار عبارت $2^n + 1$ برای هر عدد طبیعی n ، همیشه عددی اول است.</p> <p>ج) حاصل ضرب هر دو عدد به صورت $6k + 5$ به صورت $6k' + 1$ می باشد.</p>
۲ نمره	دی ۸۹	<p>۴ با ذکر دلیل ، درستی یا نادرستی عبارات زیر را بررسی کنید:</p> <p>الف) توان سوم هر عدد حقیقی از توان دوم همان عدد بزرگتر است.</p> <p>ب) حاصل ضرب هر دو عدد گویا همیشه عددی گویا است.</p> <p>ج) اگر $xy = 0$ آنگاه $x = 0$ و $y = 0$.</p>
۱/۵ نمره	خرداد ۹۰	<p>۵ درستی یا نادرستی گزاره های زیر را با ذکر دلیل بررسی کنید:</p> <p>الف) به ازای هیچ دو عدد اول a و b ، عدد $a + b$ اول نیست.</p> <p>ب) اگر x فرد باشد، آنگاه $x(x + 2)$ هم فرد می باشد.</p>
۱/۷۵ نمره	خرداد ۹۱	<p>۶ کدام یک از عبارت های زیر درست و کدام یک نادرست است؟ (با ذکر دلیل)</p> <p>الف) اگر a و b دو عدد صحیح و فرد به طوری که هر دو مضربی از ۵ باشند، آنگاه مجموع آنها مضرب ۱۰ است.</p> <p>ب) اگر a یک عدد حقیقی و $a^2 > 0$ آنگاه $a > 0$ است.</p> <p>پ) اگر a و b و c اعداد طبیعی باشند، آنگاه $b\sqrt{ac}$ یک عدد گنگ است.</p>
۱/۳۵ نمره	شهریور ۹۳	<p>۷ کدام یک از عبارت های زیر درست است؟ احکام درست را اثبات کنید و برای رد احکام نادرست یک مثال نقض بیاورید.</p> <p>الف) توان دوم یک عدد همیشه از آن عدد بزرگتر است.</p> <p>ب) حاصل ضرب دو عدد صحیح زوج متوالی مضرب ۸ است.</p>

۱/۲۵ نمره	شهریور ۹۴	<p>کدام یک از احکام زیر درست است؟ احکام درست را اثبات کنید و برای رد احکام نادرست یک مثال نقض بیاورید.</p> <p>الف) اگر $x > 2$ ، آنگاه $x > \frac{5}{2}$</p> <p>ب) اگر x و y هر دو گویا باشند، آنگاه $x + y$ گویا است.</p>
۱ نمره	دی ۹۴	<p>کدام یک از احکام زیر درست و کدام یک نادرست است؟ برای احکام نادرست مثال نقض ارائه دهید.</p> <p>الف) هر دو زاویه ی متقابل به رأس با هم برابرند.</p> <p>ب) برای هر عدد طبیعی n حاصل $2^n + 1$ عددی اول است.</p>
۱/۷۵ نمره	خرداد ۹۵	<p>حکم درست را اثبات کرده و برای رد حکم نادرست مثال نقض ارائه دهید.</p> <p>الف) حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی، کوچکتر یا مساوی نصف مجموع مربع های آنها است.</p> <p>ب) حاصل جمع دو عدد گنگ ، عددی گنگ است.</p>

برهان خلف

۱ نمره	خرداد ۸۵	<p>اگر n عددی صحیح و n^2 فرد باشد. نشان دهید n نیز فرد است.</p>
۱ نمره	دی ۸۵	<p>می دانیم که $\sqrt{2}$ عدد گنگ است، ثابت کنید عدد $x = \sqrt{1 + \sqrt{2}}$ گنگ است.</p>
۱ نمره	خرداد ۸۶	<p>می دانیم که $\sqrt{5}$ عدد گنگ است. با استفاده از برهان خلف ثابت کنید عدد $x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{5}}$ نیز گنگ است.</p>
۱ نمره	شهریور ۸۶	<p>با استفاده از برهان خلف ثابت کنید، اگر n^2 مضربی از ۵ باشد، n نیز مضربی از ۵ است.</p>

سؤالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل اول درس جبر و احتمال پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۵	دی ۸۶	می دانیم که $\sqrt{7}$ عدد گنگ است، با استفاده از برهان خلف ثابت کنید عدد $\sqrt{3} + \sqrt{7}$ عددی گنگ است.
۶	خرداد ۸۷	می دانیم $\sqrt{3}$ و $\sqrt{7}$ اعدادی گنگ هستند. نشان دهید عدد $\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$ نیز عددی گنگ است.
۷	شهریور ۸۷	اگر n^3 مضرب ۵ باشد، نشان دهید n نیز مضرب ۵ است؟ (برهان خلف)
۸	دی ۸۷	اگر $\sqrt{5}$ و $\sqrt{7}$ دو عدد گنگ باشند. ثابت کنید $2\sqrt{5} + 3\sqrt{7}$ نیز عددی گنگ است. (برهان خلف)
۹	خرداد ۸۸	با استدلال برهان خلف ثابت کنید که اگر $\sqrt{3}$ عددی گنگ است، $2 + \sqrt{3}$ نیز عددی گنگ است.
۱۰	شهریور ۸۸	با استدلال برهان خلف ثابت کنید که : اگر $x \neq 1$ و $\frac{y^3}{2x} = 4$ آنگاه داریم : $y \neq 2$.
۱۱	دی ۸۸	با برهان خلف ، ثابت کنید که عدد $2\sqrt{3}$ گنگ است.
۱۲	خرداد ۸۹	b عددی گویا و $\sqrt{5}$ عددی گنگ است، با استدلال برهان خلف ثابت کنید $\sqrt{5} - b$ هم عددی گنگ است.
۱۳	شهریور ۸۹	با استفاده از برهان خلف ، ثابت کنید که $\sqrt{3}$ گنگ است.
۱۴	دی ۸۹	با استدلال برهان خلف ثابت کنید، اگر $\sqrt{7}$ عدد گنگ و x عدد گویا است آنگاه $x + \sqrt{7}$ عددی گنگ است.

۱۵	شهریور ۹۰	اگر n عدد طبیعی و $۳n + ۲$ عددی فرد باشد، با استدلال برهان خلف ، نشان دهید که n نیز عددی فرد است.
۱۶	دی ۹۰	می دانیم که $\sqrt{۲}$ و $\sqrt{۵}$ اعدادی گنگ هستند، با استدلال برهان خلف ثابت کنید $\sqrt{۵} + ۳\sqrt{۲}$ نیز گنگ است.
۱۷	خرداد ۹۱	با استفاده از برهان خلف ، ثابت کنید، اگر n یک عدد طبیعی و $۳ + ۵n$ زوج باشد، آنگاه n یک عدد فرد است.
۱۸	شهریور ۹۱	می دانیم که $\sqrt{۲}$ گنگ است، با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\sqrt{۲} + \sqrt[۳]{۱}$ نیز گنگ می باشد.
۱۹	دی ۹۱	با استفاده از برهان خلف ، ثابت کنید، اگر $\sqrt{۳}$ گنگ باشد، آنگاه $\sqrt{۲} + \sqrt{۳}$ نیز عددی گنگ است.
۲۰	خرداد ۹۲	با استفاده از برهان خلف ، نشان دهید $\sqrt{۲}$ عددی گنگ است.
۲۱	شهریور ۹۲	با استفاده از برهان خلف ، نشان دهید، اگر $n^۲$ عددی فرد باشد، آنگاه n نیز فرد است.
۲۲	دی ۹۲	با استفاده از برهان خلف ، ثابت کنید، اگر $\sqrt{۳}$ گنگ باشد، آنگاه $۲ + \sqrt{۳}$ نیز عددی گنگ است.
۲۳	شهریور ۹۳	با استفاده از برهان خلف ، ثابت کنید، اگر x و y دو عدد حقیقی و $x \neq ۳$ و $x + ۴y^۲ = ۷$ ، آنگاه $y \neq -۱$ است.
۲۴	دی ۹۳	با استفاده از برهان خلف ، ثابت کنید، اگر n عددی صحیح و $n^۲$ عددی فرد باشد، آنگاه n نیز فرد است.
۲۵	خرداد ۹۴	با استفاده از برهان خلف ، ثابت کنید، اگر x گویا و y گنگ باشد، آنگاه $x + y$ گنگ است.

شهریور ۹۴	شماره ۰/۷۵	۲۶	با استفاده از برهان خلف ، ثابت کنید که با فرض صحیح بودن n اگر n^2 زوج باشد، n نیز زوج است.
دی ۹۴	شماره ۱	۲۷	با استفاده از روش استدلالی برهان خلف ، ثابت کنید $\sqrt{3}$ عددی گنگ است.

اثبات بازگشتی

شهریور ۸۵	شماره ۱	۱	برای هر دو عدد حقیقی و مثبت x و y ثابت کنید. $xy \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2$
دی ۸۵	شماره ۱	۲	برای هر عدد حقیقی و مثبت a ثابت کنید: $a + \frac{1}{a} \geq 2$
خرداد ۸۶	شماره ۱	۳	به روش بازگشتی ثابت کنید : $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$
خرداد ۸۷	شماره ۱	۴	اگر a و b دو عدد مثبت باشند، ثابت کنید. $\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \geq \frac{4}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$
خرداد ۸۸	شماره ۰/۷۵	۵	اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، ثابت کنید که : $a^2 + b^2 \geq -4(a + b + 2)$
خرداد ۸۹	شماره ۱	۶	اگر a عددی حقیقی و منفی باشد، آنگاه ثابت کنید : $a + \frac{1}{a} < 2$
شهریور ۸۹	شماره ۱	۷	اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت باشند، ثابت کنید که رابطه ی زیر برقرار است: $\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

۸	دی ۸۹	اگر x و y دو عدد حقیقی و مثبت باشند، ثابت کنید رابطه ی زیر برقرار است: $xy \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2$
۹	خرداد ۹۰	ثابت کنید اگر a و b دو عدد حقیقی باشند که $a+b > 0$ آنگاه رابطه ی زیر برقرار می باشد. $\frac{a^3 + b^3}{a+b} \geq ab$
۱۰	دی ۹۰	اگر x و y دو عدد حقیقی مثبت باشند، درستی رابطه ی زیر را ثابت کنید: $x^4 + y^4 \geq x^3y + xy^3$
۱۱	خرداد ۹۱	اگر a و b و c سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید. $a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2(a+b+c)$
۱۲	شهریور ۹۱	اگر a و b اعداد حقیقی باشند، بطوری که $(ab < 0)$. ثابت کنید : $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \leq -2$
۱۳	دی ۹۱	اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید: $2a^2 + b^2 + 1 \geq 2a(1-b)$
۱۴	خرداد ۹۲	اگر x و y دو عدد حقیقی باشند، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید : $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$
۱۵	شهریور ۹۲	اگر x عددی حقیقی و مثبت باشد، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید: $x + \frac{1}{x} \geq 2$
۱۶	دی ۹۲	اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت باشند، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید: $\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a+b}$
۱۷	خرداد ۹۳	اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت باشند، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید: $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$

سؤالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل اول درس جبر و احتمال پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۱ نمره	شهریور ۹۳	اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، با استفاده از استدلال بازگشتی ثابت کنید: $a^2 + b^2 \geq 2(b-1)$	۱۸
۰/۷۵ نمره	دی ۹۳	اگر x و y دو عدد حقیقی مثبت باشند، با استفاده از استدلال بازگشتی رابطه ی زیر را ثابت کنید: $\frac{1}{2}(x+y) \geq \sqrt{xy}$	۱۹
۰/۷۵ نمره	خرداد ۹۴	اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، با استفاده از استدلال بازگشتی درستی رابطه ی زیر را ثابت کنید: $a^2 + 1 \geq b(2-b)$	۲۰
۱ نمره	شهریور ۹۴	با استفاده از اثبات بازگشتی، ثابت کنید، حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی کوچکتر یا مساوی نصف مجموع مربع ها آنها است.	۲۱

اصل استقرای ریاضی معمولی

۱/۷۵ نمره	خرداد ۸۵	با استفاده از اصل استقرای ریاضی ثابت کنید: $\frac{2}{3^1} + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \dots + \frac{2}{3^n} = 1 - \frac{1}{3^n} \quad (n \in N)$	۱
۱/۵ نمره	شهریور ۸۵	برای هر عدد طبیعی n با استفاده از استقرای ریاضی درستی رابطه ی زیر را ثابت کنید. $(1 + \sqrt{2})^n \geq 1 + \sqrt{2}n \quad (n \in N)$	۲
۱/۷۵ نمره	دی ۸۵	با استفاده از اصل استقرای ریاضی ثابت کنید: $\frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1} \quad (n \in N)$	۳
۱/۵ نمره	خرداد ۸۶	برای هر عدد طبیعی n با استفاده از اصل استقرای ریاضی ثابت کنید: $5^n - 4n - 1$ بر عدد ۱۶ بخش پذیر است.	۴

۱/۵ نمره	شهریور ۸۶	برای هر عدد طبیعی n با استفاده از اصل استقرای ریاضی ثابت کنید : $۳ + ۶ + ۹ + \dots + ۳n = \frac{۳(n^۲ + n)}{۲}$	۵
۱/۷۵ نمره	دی ۸۶	با استفاده از اصل استقرای ریاضی ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم: $\frac{۱}{۱ \times ۴} + \frac{۱}{۴ \times ۷} + \dots + \frac{۱}{(۳n - ۲)(۳n + ۱)} = \frac{n}{۳n + ۱}$	۶
۱/۵ نمره	خرداد ۸۷	با استفاده از اصل استقرای ریاضی ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n عدد $P_n = ۱۱^n - ۱$ بر عدد ۱۰ بخش پذیر است.	۷
۱/۷۵ نمره	شهریور ۸۷	به روش استقرا ریاضی ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم: $(۱ + \sqrt{۷})^n \geq ۱ + n\sqrt{۷}$	۸
۱/۷۵ نمره	دی ۸۷	به روش استقرا ریاضی ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم: $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{9}\right) \times \left(1 - \frac{1}{16}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right) = \frac{n+2}{2(n+1)}$	۹
۱/۵ نمره	خرداد ۸۸	با استفاده از استقرا ریاضی ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم: $\frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \dots + \frac{n-1}{n!} = 1 - \frac{1}{n!}$	۱۰
۱/۵ نمره	شهریور ۸۸	با استفاده از اصل استقرای ریاضی ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم: $۱ \times ۲^۱ + ۲ \times ۲^۲ + ۳ \times ۲^۳ + \dots + n \times ۲^n = (n-1) \times ۲^{n+1} + ۲$	۱۱
۱/۵ نمره	دی ۸۸	با استفاده از اصل استقرای ریاضی، درستی رابطه ی زیر را برای هر عدد طبیعی n ثابت کنید: $(۱ + \sqrt{۳})^n \geq ۱ + n\sqrt{۳}$	۱۲
۱/۵ نمره	خرداد ۸۹	با استفاده از اصل استقرای ریاضی ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم: $(۱ \times ۳) + (۲ \times ۵) + (۳ \times ۷) + \dots + (n \times (۲n + ۱)) = \frac{۴n^۳ + ۹n^۲ + ۵n}{۶}$	۱۳

نمره ۱	دی ۸۹	با استدلال استقراء ریاضی برای هر عدد طبیعی n ، درستی رابطه زیر را ثابت کنید. $\frac{2}{3^1} + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \dots + \frac{2}{3^n} = 1 - \frac{1}{3^n}$	۱۴
نمره ۱/۵	خرداد ۹۰	با استفاده از اصل استقرای ریاضی، ثابت کنید که رابطه ی زیر به ازای هر عدد طبیعی n برقرار است : $\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$	۱۵
نمره ۱/۵	شهریور ۹۰	با استدلال استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید که رابطه ی زیر برقرار است. $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$	۱۶
نمره ۱/۵	دی ۹۰	با استدلال استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید که رابطه ی زیر برقرار است. $\frac{1}{9 \times 11} + \frac{1}{11 \times 13} + \frac{1}{13 \times 15} + \dots + \frac{1}{(2n+7)(2n+9)} = \frac{n}{9(2n+9)}$	۱۷
نمره ۱/۲۵	خرداد ۹۱	با استدلال استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید: $(1 + \sqrt{3})^n \geq 1 + n\sqrt{3}$	۱۸
نمره ۱/۵	شهریور ۹۱	با استدلال استقرای ریاضی ، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید: $1 \times 2 + 2 \times 5 + \dots + n(3n-1) = n^2(n+1)$	۱۹
نمره ۱/۲۵	دی ۹۱	با استدلال استقرای ریاضی ، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n-2) = 2n^2$	۲۰
نمره ۱/۵	خرداد ۹۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی ، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$	۲۱
نمره ۱/۵	شهریور ۹۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی ، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید: $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$	۲۲

۱/۵ نمره	دی ۹۲	با استفاده از اصل استقرای ریاضی ، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید: $1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2$	۲۳
۱/۵ نمره	شهریور ۹۳	با استفاده از اصل استقرای ریاضی ، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید: $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$	۲۴
۱/۵ نمره	دی ۹۳	با استفاده از اصل استقرای ریاضی ، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$	۲۵
۱/۵ نمره	شهریور ۹۴	با استفاده از اصل استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید $7^n - 1$ بر ۶ بخشپذیر است.	۲۶
۱/۵ نمره	خرداد ۹۴	با استفاده از اصل استقرای ریاضی درستی رابطه ی زیر را ثابت کنید. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n} \quad (n \in N)$	۲۷
۱/۵ نمره	دی ۹۴	با استفاده از اصل استقرای ریاضی، ثابت کنید: $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + n \times (n + 1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3} : (n \in N)$	۲۸
۲ نمره	خرداد ۹۴	با استفاده از اصل استقرا، ثابت کنید: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2, \quad (n \in N)$	۲۹

اصل استقرای ریاضی تعمیم یافته

۱/۵ نمره	شهریور ۸۹	با استفاده از اصل استقرای ریاضی، به ازای هر عدد طبیعی $n \geq 2$ ثابت کنید: $1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n} > n$	۱
-------------	--------------	---	---

سؤالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل اول درس جبر و احتمال پایه ی سوم رشته ی فیزیک

۱/۷۵ نمره	خرداد ۹۳	با استفاده از اصل استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی $n > 6$ ثابت کنید: $n! > 3^n$	۲
--------------	-------------	---	---

اصل لانه کبوتری

۱ نمره	خرداد ۸۵	۱۰۰ طبیعی متمایز داریم، نشان دهید اگر این ۱۰۰ عدد را بر ۱۵ تقسیم کنیم، حداقل ۷ عدد دارای باقیمانده ی یکسانی بر ۱۵ هستند.	۱
۱ نمره	شهریور ۸۵	برای اینکه در یک مدرسه دست کم ۶ دانش آموز در یکی از ماه های سال متولد شده باشند، این مدرسه حداقل باید چند دانش آموز داشته باشد.	۲
۱ نمره	دی ۸۵	اگر ۱۰ نقطه داخل یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع واحد انتخاب شده باشد، ثابت کنید، حداقل ۲ نقطه وجود دارد که فاصله ی آنها کمتر از $\frac{1}{3}$ است.	۳
۱ نمره	خرداد ۸۶	درون یک مربع به ضلع واحد، ۱۰ نقطه انتخاب می کنیم، ثابت کنید حداقل فاصله ی دو نقطه از ده نقطه کمتر از $\frac{\sqrt{2}}{3}$ است.	۴
۱ نمره	شهریور ۸۶	شخصی برای مهمانی خود ۳۹ نفر را دعوت کرده است. حداقل چند نفر در این مهمانی هستند که روز تولد آنها یک روز هفته است.	۵
۱ نمره	دی ۸۶	دبیرستانی ۴۰۰ دانش آموز دارد، حداقل چند نفر وجود دارند که روز تولدشان در هفته یکسان است؟	۶
۱/۲۵ نمره	خرداد ۸۷	۵۰ ورزشکار مرد در رشته های فوتبال ، والیبال و بسکتبال از شهر های تهران، مشهد، اصفهان و بوشهر در یک اردوی ورزشی شرکت کرده اند. ثابت کنید حداقل ۵ ورزشکار هم رشته و هم شهری هستند.	۷
۱/۲۵ نمره	شهریور ۸۷	۹ نقطه درون دایره ای به شعاع واحد انتخاب می کنیم. ثابت کنید حداقل ۲ نقطه از آنها فاصله ای کمتر از واحد را دارند.	۸

تهیه کننده : جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی متوسطه ی دوم استان خوزستان

۱۳۵ نمره	دی ۸۷	هفت نقطه درون مستطیلی به ابعاد ۴ و ۶ متر انتخاب می کنیم. ثابت کنید، حداقل ۲ نقطه از آنها فاصله ای کمتر از $2\sqrt{2}$ متر را دارند.	۹
۱ نمره	خرداد ۸۸	هفت نقطه درون شش ضلعی منتظمی به طول ضلع ۱ انتخاب می کنیم، ثابت کنید فاصله ی دست کم دو تا از این نقطه ها از ۱ کمتر است.	۱۰
۱/۵ نمره	شهریور ۸۸	شرکت کنندگان در یک آزمون ریاضی ۱۰۲۵ نفر می باشند. آیا حداقل دو شرکت کننده یافت می شود که حرف اول نام و نام خانوادگی آنها به زبان فارسی یکسان باشد؟ چرا؟	۱۱
۱ نمره	دی ۸۸	۲۲ عدد طبیعی دلخواه را بر ۶ تقسیم می کنیم، نشان دهید حداقل ۴ عدد از آن ها باقی مانده ی مساوی خواهند داشت.	۱۲
۱ نمره	خرداد ۸۹	در یک مهمانی ۳۹ نفر حضور دارند، حداقل چند نفر از آنها روز تولدشان در یک روز از هفته می باشد و چرا؟	۱۳
۱/۵ نمره	شهریور ۸۹	اگر A یک زیر مجموعه ی ۲۷ عضوی از اعداد طبیعی باشد و اعضای A را بر عدد ۲۶ تقسیم کنیم، نشان دهید که حداقل دو عضو از این مجموعه دارای باقیمانده ی یکسانی بر ۲۶ هستند.	۱۴
۱ نمره	دی ۸۹	۱۰ نقطه را درون مربعی به ضلع واحد انتخاب می کنیم، ثابت کنید فاصله ی حداقل دو نقطه از آن ها کمتر از $\frac{\sqrt{2}}{3}$ است.	۱۵
۱ نمره	خرداد ۹۰	S یک زیر مجموعه ی ۶۵ عضوی از اعداد طبیعی است، اگر اعضای S را بر عدد ۱۶ تقسیم کنیم، نشان دهید دست کم ۵ عضو از S دارای باقیمانده ی یکسانی بر ۱۶ می باشند.	۱۶
۱/۳۵ نمره	شهریور ۹۰	نشان دهید که اگر هر زیر مجموعه ی ۶ عضوی از مجموعه ی $S = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ را در نظر بگیریم، حداقل دو عضو وجود دارد که مجموع آنها برابر ۱۰ باشد.	۱۷
۱ نمره	دی ۹۰	گروه خونی دانش آموزان یک کلاس ۳۱ نفری، A یا B یا O است، حداقل چند نفر از دانش آموزان گروه خونی یکسانی را دارند و چرا؟	۱۸

سؤالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل اول درس جبر و احتمال پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

انمره ۱	خرداد ۹۱	۵۰ عدد طبیعی متمایز را در نظر گرفته و هر یک از این اعداد را بر عدد ۲۴ تقسیم کرده ایم، حداقل چند تا از آنها باقی مانده ی یکسانی را بر ۲۴ خواهند داشت و چرا؟	۱۹
انمره ۱	شهریور ۹۱	مدرسه ای ۶۰۱ نفر دانش آموز دارد، حداقل چند نفر از آنها ماه تولدشان یکسان است و چرا؟	۲۰
انمره ۱	دی ۹۱	پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۲ مفروض اند، ثابت کنید حداقل فاصله ی دو نقطه از این پنج نقطه کمتر از $\sqrt{2}$ است.	۲۱
انمره ۱/۲۵	خرداد ۹۲	پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۲ مفروض اند، ثابت کنید حداقل فاصله ی دو نقطه از این پنج نقطه کمتر از $\sqrt{2}$ است.	۲۲
انمره ۱/۲۵	شهریور ۹۲	در یک کلاس ۳۰ نفری، حداقل چند دانش آموز در یک روز هفته متولد شده اند، چرا؟	۲۳
انمره ۱	دی ۹۲	پنج نقطه داخل مثلث متساوی الاضلاع به ضلع واحد مفروض اند، ثابت کنید، حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله ی آنها کمتر از $\frac{1}{2}$ است.	۲۴
انمره ۰/۲۵	خرداد ۹۳	یک مدرسه حداقل چه تعداد دانش آموز باید داشته باشد تا دست کم ۱۳ دانش آموز در یک ماه سال متولد شده باشند.	۲۵
انمره ۱	شهریور ۹۳	S یک زیر مجموعه ی ۴۰ عضوی از اعداد طبیعی است، اگر اعضای S را بر عدد ۳۹ تقسیم کنیم، نشان دهید حداقل دو عضو از این مجموعه دارای باقیمانده ی یکسانی بر ۳۹ هستند.	۲۶
انمره ۱	دی ۹۳	پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۲ واحد مفروض اند، ثابت کنید، حداقل فاصله ی دو نقطه از این پنج نقطه کمتر از $\sqrt{2}$ است.	۲۷
انمره ۰/۲۵	خرداد ۹۴	در یک کلاس ۳۰ نفر دانش آموز حضور دارند. حداقل چند نفر از دانش آموزان این کلاس در یک فصل از سال متولد شده اند، چرا؟	۲۸
انمره ۱	شهریور ۹۴	مثلث متساوی الاضلاع ABC به ضلع ۲ مفروض است. پنج نقطه را داخل مثلث در نظر می گیریم. نشان دهید حداقل دو نقطه وجود دارند که فاصله ی آنها کمتر از یک است.	۲۹

تهیه کننده : جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی متوسطه ی دوم استان خوزستان

۳۰	نشان دهید هر زیر مجموعه از مجموعه ی $S = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$ که دارای ۵ عضو باشد، حداقل ۲ عضو دارد که مجموع آنها برابر ۱۰ است.	دی ۹۴	۰/۷۵ نمره
۳۱	شرکت کنندگان در یک آزمون ریاضی ۳۰۷۳ نفر می باشند. حداقل چند شرکت کننده وجود دارد که حرف اول نام آنها به زبان فارسی یکسان و حرف اول نام خانوادگی آنها نیز یکسان است؟ دلیل ارائه کنید.	خرداد ۹۵	۱ نمره

سئوالات مشترک موضوعات مختلف

۱	در هر مورد نوع استدلالی ریاضی را مشخص کنید. الف) روش نتیجه گیری کلی با استفاده از حقایقی که درستی آن ها را پذیرفته ایم. ب) روش نتیجه گیری کلی بر مبنای مجموعه ی محدودی از مشاهدات است. ج) روش اثباتی که در آن با استفاده از درستی حکم به رابطه ی بدیهی یا فرض مسأله می رسیم و سپس نشان می دهیم که مراحل قابل برگشت می باشند.	خرداد ۹۵	۰/۷۵ نمره
---	---	----------	--------------

تهیه کننده : جابر عامری دبیر ریاضی شهرستان های اهواز و باوی

عضو گروه ریاضی متوسطه ی دوم استان خوزستان

سؤالات موضوعی نهایی

((جبر و احتمال))

((فصل ۲))

پایه سوم رشته‌ی ریاضی

سال تحصیلی ۹۵-۹۴

تهیه‌کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی متوسطه‌ی دوم استان خوزستان

فصل دوم جبر و احتمال

مفهوم مجموعه و روش های نمایش آن

۱	مجموعه ی مقابل را بصورت گزاره نما بنویسید. $A = \{0, 3, 8, 15, 24, \dots\}$	دی ۸۶	۰/۵ نمره
۲	مجموعه های زیر را به صورت ریاضی (گزاره نما) نشان دهید. $A = \{-1, 0, 1, 8, 27, \dots\}$ و $B = \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$	شهریور ۹۰	۱/۲۵ نمره

زیر مجموعه

۱	ثابت کنید مجموعه ی تهی زیر مجموعه ی همه ی مجموعه ها است.	دی ۸۷	۰/۵ نمره
۲	قضیه ی دو شرطی زیر را ثابت کنید: $A \subseteq B, B \subseteq A \Leftrightarrow A = B$	خرداد ۸۸	۱ نمره
۳	ثابت کنید مجموعه ی تهی زیر مجموعه ی تمامی مجموعه ها است. (۲ بار تکرار)	دی ۸۹	۰/۵ نمره
۴	اگر مجموعه ی $A = \{x, \{x\}, \{x, \{x\}\}$ باشد، کدام یک از عبارات زیر درست و کدامیک نادرست است؟ الف) $\{x\} \subseteq A$ ب) $\{\{x\}\} \in A$	خرداد ۹۰	۰/۵ نمره
۵	جای خالی را با یکی از گزینه های داخل پرانتز کامل کنید. اگر $B \subseteq A$ ولی، آنگاه B زیر مجموعه ی سره ی A نامیده می شود. ($B \neq A, B = A$)	شهریور ۹۳	۰/۲۵ نمره
۶	جای خالی را با یک عبارت مناسب کامل کنید. اگر $A \subseteq \Phi$ باشد، آنگاه مجموعه ی A برابر است.	خرداد ۹۴	۰/۳۵ نمره

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل دوم درس جبر و احتمال پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۲۵/۰۲۵ نمره	شهریور ۹۴	جای خالی را با یک عبارت مناسب کامل کنید. اگر مجموعه‌ی A دارای زیر مجموعه ی سره نباشد، در این صورت مجموعه‌ی A برابر است.	۷
۲۵/۰۲۵ نمره	دی ۹۴	جای خالی را با یک عبارت مناسب کامل کنید. تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه ی ۵ عضوی برابر با است.	۸
۲۵/۰۲۵ نمره	خرداد ۹۵	جای خالی را با یک عدد مناسب کامل کنید. مجموعه ی $A = \{ \{ \} , \{ \phi \} \}$ دارای زیر مجموعه است.	۹

مجموعه ی مرجع و متمم یک مجموعه

۲۵/۰۲۵ نمره	دی ۹۴	جای خالی را با یک عبارت مناسب کامل کنید. متمم مجموعه‌ی جهانی ، مجموعه‌ی است.	۱
----------------	-------	---	---

مجموعه های مساوی

			۱
--	--	--	---

مجموعه ی توانی

۲۵/۱ نمره	دی ۹۰	اگر $A = \{x^2 - 1 \mid x \in N, x < 4\}$ باشد. مجموعه ی A و مجموعه ی توانی A را با نوشتن عضو ها مشخص کنید.	۱
۱ نمره	شهریور ۹۳	اگر $A_n = \{m \in N \mid n - 1 < m < n + 1\}$ باشد، آنگاه مجموعه ی A_1 و مجموعه ی توانی A_1 را با نوشتن عضوها مشخص کنید.	۲

اعمال روی مجموعه ها

شهریور ۹۰	شماره ۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر $x \notin (A \cap B)$ آنگاه $x \in A'$ یا $x \in B'$	۱
خرداد ۹۳	شماره ۱/۲۵	مجموعه های $A = \{x x \in Z, x^2 < 1\}$ و $B = \{\frac{1-x}{2} x \in N, x \leq 2\}$ مفروضند. الف) مجموعه های A و B را با نوشتن عضوها مشخص کنید. ب) اعضای مجموعه $A \Delta B$ را مشخص کنید.	۲
دی ۹۳	شماره ۱	مجموعه های $A = \{\phi, 3\}$ و $B = \{\phi, \{\phi, 3\}\}$ مفروض اند: الف) مجموعه $A \cap B$ را با اعضاء مشخص کنید. ب) مجموعه A توانی را با اعضاء مشخص کنید.	۳
شهریور ۹۴	شماره ۰/۲۵	مجموعه های $A = \{\phi, 2\}$ و $B = \{\phi, \{2\}\}$ مفروض اند: الف) مجموعه $A - B$ را با نوشتن عضوها مشخص کنید. ب) مجموعه A توانی را با نوشتن عضوها مشخص کنید.	۴

جبر مجموعه ها (اجتماع ، اشتراک ، تفاضل و تفاضل متقارن)

خرداد ۸۵	شماره ۲	با استفاده از جبر مجموعه ها ثابت کنید. الف) $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup C') \cap (A \cup B') = A$ ب) اگر $A \subseteq B$ آنگاه $B' \subseteq A'$	۱
شهریور ۸۵	شماره ۱/۲۵	با استفاده از جبر مجموعه ها ثابت کنید. $(A \cup B) - B = A - B$	۲
دی ۸۵	شماره ۱/۲۵	با استفاده از جبر مجموعه ها ثابت کنید. $(A \cap B) - (B \cap C) = (A - B') - C$	۳
خرداد ۸۶	شماره ۱	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $A - (B \cap C \cap D) = (A - B) \cup (A - C) \cup (A - D)$	۴

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل دوم درس جبر و احتمال پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۱ نمره	شهریور ۸۶	درستی تساوی زیر را به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید. $A \cup (B - C) = (A \cup B) - (C - A)$	۵
۱ نمره	دی ۸۶	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $(A - B') \cup B = B$	۶
۱/۵ نمره	خرداد ۸۷	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $(A \cap B) - (A \cap C) = A \cap (B - C)$	۷
۱/۵ نمره	شهریور ۸۷	با استفاده از جبر مجموعه ها ثابت کنید: $(A - C) - (B - C) = (A - B) - C$	۸
۱ نمره	دی ۸۷	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید: $A - (B \cup C) = (A - C) - B$	۹
۱/۷۵ نمره	خرداد ۸۸	با استفاده از جبر مجموعه ها ثابت کنید: $[A \cap (A - B)'] \cup [B \cap (A' \cup B')] = B$	۱۰
۱/۵ نمره	شهریور ۸۸	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید: الف) $(B - A) \cup (A \cap B) = B$ ب) $(A \cap B \cap C)' = A' \cup B' \cup C'$	۱۱
۱/۵ نمره	دی ۸۸	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها درستی رابطه های زیر را ثابت کنید: الف) $B \subseteq A , B \subseteq A' \Rightarrow B = \Phi$ ب) $(A \cup B) - (B \cup C) = (A - B) - C$	۱۲
۱/۵ نمره	خرداد ۸۹	اگر A و B دو مجموعه باشند: الف) با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید: $A \Delta A' = U$ ب) اگر $A \subseteq B$ ثابت کنید $A \cup B = B$	۱۳

۲ نمره	شهریور ۸۹	اگر A و B دو مجموعه باشند: الف) با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها درستی تساوی زیر را ثابت کنید. $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A' \cup B')] = B$ ب) ثابت کنید $(A')' = A$	۱۴
۱/۵ نمره	دی ۸۹	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها درستی تساوی زیر را ثابت کنید. $(A \Delta B) \cup (A \cap B) = A \cup B$	۱۵
۱ نمره	خرداد ۹۰	اگر A و B و C هر کدام یک مجموعه باشند. با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید: $A - (A - B) = A \cap B$	۱۶
۱/۵ نمره	شهریور ۹۰	اگر A زیر مجموعه B باشد، با استفاده از قوانین مجموعه ها، درستی رابطه ی زیر را ثابت کنید. $B - (B - A) = A$	۱۷
۱/۲۵ نمره	دی ۹۰	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها درستی تساوی زیر را ثابت کنید. $(A - B) \cup (A \cap C) = A - (B - C)$	۱۸
۲ نمره	خرداد ۹۱	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، ثابت کنید. الف) $(C \cap A \cap B) \cup (A - C) \cup (A - B) = A$ ب) $A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A'$	۱۹
۱ نمره	شهریور ۹۱	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، ثابت کنید. $(A \cup B) - (B \cup C) = (A - B) - C$	۲۰
۱/۵ نمره	دی ۹۱	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، ثابت کنید: $(A - B) \cap (B - A) = \Phi$	۲۱
۱/۵ نمره	خرداد ۹۲	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، ثابت کنید: $(A \Delta B) \cup (A \cap B) = A \cup B$	۲۲
۱/۵ نمره	شهریور ۹۲	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، ثابت کنید: $A - B = A - (A \cap B)$	۲۳

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل دوم درس جبر و احتمال پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۱ نمره	دی ۹۲	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ، ثابت کنید: $(A \cup B) - A = B - A$	۲۴
۱ نمره	خرداد ۹۳	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ، ثابت کنید اگر $A \cap B = A \cap B$ آنگاه $A = B$.	۲۵
۱/۲۵ نمره	شهریور ۹۳	اگر A و B دو مجموعه باشند به طوری که $B \subseteq A$ به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $(A - B) \cup B = A$	۲۶
۱ نمره	دی ۹۳	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ، ثابت کنید: $A - (A \cap B) = A - B$	۲۷
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۴	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ، درستی رابطه ی زیر را ثابت کنید: $(A - B) \cup (A \cup B)' = B'$	۲۸
۱ نمره	شهریور ۹۴	با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ، ثابت کنید: $A - (B \cap C) = (A - B) \cup (A - C)$	۲۹
۱ نمره	دی ۹۴	اگر A و B دو مجموعه باشند، به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $A - (A \cap B) = A - B$	۳۰
۱/۵ نمره	خرداد ۹۵	اگر A و B دو مجموعه باشند، به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$	۳۱

زوج مرتب

۱ نمره	شهریور ۸۶	مقدار x و y را طوری تعیین کنید که دو زوج $(۱۵, x - y)$ و $(۳, x^۲ - y^۲)$ با هم برابر باشند.	۱
۱ نمره	دی ۸۶	مقدار x و y را چنان بیابید تا دو زوج مرتب $(۸, x^۲ - y^۲)$ و $(۱۶, x + y)$ مساوی باشند.	۲

۱ نمره	شهریور ۸۷	مقدار x و y را چنان بیابید تا دو زوج مرتب $(2^3x+y, 125)$ و $(64, 5^3y)$ مساوی باشند.	۳
۱ نمره	دی ۸۸	مقدار x و y را چنان بیابید که دو زوج مرتب $(2^4, x+y)$ و $(x^2 - y^2, 2^3)$ با یکدیگر مساوی باشند.	۴
۱ نمره	شهریور ۹۲	مقدار x و y را چنان بیابید که دو زوج مرتب $(x^2 - y^2, 3)$ و $(15, x - y)$ با هم برابر باشند. (تکرار با شهریور ۸۶)	۵
۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۵	جای خالی را با اعداد مناسب کامل کنید. دو زوج مرتب $(y^2 + 1, (x+2)^2)$ و $(0, 3)$ با هم برابرند. مقدار y برابر با است.	۶

ضرب دکارتی دو مجموعه

۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۲	جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. اگر مجموعه A دارای ۳ عضو باشد، مجموعه $A \times A$ دارای زیر مجموعه است.	۱
۱/۵ نمره	خرداد ۸۵	اگر $A = \{1, 2, 3, 4\}$ و $B = \{1, 4, 5\}$ باشند، عضوهای $A \times B - B^2$ را مشخص کنید و روی دستگاه محورهای مختصات رسم کنید.	۲
۱/۵ نمره	شهریور ۸۵	اگر $A = \{x x \in N, 1 < x \leq 3\}$ و $B = \{x x \in N, 1 \leq x \leq 2\}$ باشد. عضوهای مجموعه $A^2 - A \times B$ را مشخص کنید و نمودار آن را رسم کنید.	۳
۱ نمره	دی ۸۵	اگر $A = \{1, 2\}$ و $B = \{2, 3\}$ باشد. عضوهای مجموعه $A^2 - B^2$ را مشخص کنید.	۴

۱/۵ نمره	۸۶ خرداد	۵ اگر $A = \{2^k \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 2\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 < 10\}$ باشد. الف) عضوهای مجموعه $A^2 - B^2$ را مشخص کنید. ب) مجموعه $A^2 - B^2$ چند زیر مجموعه دارد؟
۱ نمره	۸۶ شهریور	۶ اگر $A = \{-2, -1, 0\}$ و $B = \{0, 1, 2\}$ دو مجموعه باشند. الف) $A \times B$ را مشخص کنید. ب) نمودار مختصاتی $A \times B$ را رسم کنید.
۱/۵ نمره	۸۶ دی	۷ اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^3 < 10\}$ و $B = \{2x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}, x \leq 1\}$ دو مجموعه باشند. الف) مجموعه های A و B را بصورت اعضاء بنویسید. ب) مجموعه $B \times A$ را مشخص کنید.
۱/۲۵ نمره	۸۷ خرداد	۸ مجموعه های $A = \{3^x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 2\}$ و $B = \{3x \mid x \in \mathbb{Z}, x < 2\}$ داده شده اند. الف) مجموعه های A و B را بصورت اعضاء مشخص کنید. ب) حاصل ضرب دکارتی $B \times A$ را تشکیل داده و نمودار آن را رسم کنید.
۱/۵ نمره	۸۷ شهریور	۹ اگر $A = \{x \mid x^2 - 5x + 4 = 0\}$ و $B = \{0, 1, 2\}$ دو مجموعه باشند. الف) مجموعه های A^2 و B^2 را بصورت اعضاء مشخص کنید. ب) مجموعه $B^2 - A^2$ را تشکیل دهید.
۱/۵ نمره	۸۷ دی	۱۰ اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{R}, x^2 + 2x = 8\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 \leq 4\}$ مفروض باشند، مجموعه $B \times A - A^2$ را مشخص کنید.
۱/۵ نمره	۸۸ شهریور	۱۱ مجموعه های $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 < x \leq 1\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^3 - 4x = 0\}$ را در نظر گرفته و سپس اعضاء $A^2 - A \times B$ را مشخص کنید.

۱/۵ نمره	دی ۸۸	مجموعه های $A = \{x x \in Z, x \geq -1, 2^x \leq 4\}$ و $B = \{y y \in N, y^2 \leq 4\}$ را در نظر گرفته، اعضای مجموعه $A \times B - B^2$ را به دست آورید و نمودار آن را رسم کنید.	۱۲
۱/۵ نمره	خرداد ۸۹	مجموعه های $A = \{2^x x \in Z, -1 \leq x \leq 1\}$ و $B = \{x x \in R, x^2 + x - 20 = 0\}$ مفروضند: الف) اعضای مجموعه های A و B را محاسبه کرده و سپس $B \times A$ را با اعضاء مشخص کنید. ب) نمودار $B \times A$ را در صفحه ی مختصاتی رسم کنید.	۱۳
۱/۵ نمره	دی ۸۹	اعضای دو مجموعه ی A و B را مشخص کرده و سپس اعضای $B \times A$ را محاسبه کنید. $A = \{3^k k \leq 1, k \in Z\}$ و $B = \{x \in N x^2 \leq 15\}$	۱۴
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۰	اگر A و B و C هر کدام یک مجموعه و $C \neq \Phi$ باشند. ثابت کنید: اگر $A \times C = B \times C$ آنگاه $A = B$	۱۵
۰/۲۵ نمره	شهریور ۹۰	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر $A \times B = \Phi$ آنگاه $A = \Phi$ و $B = \Phi$	۱۶
۲ نمره	خرداد ۹۱	مجموعه های $A = \{2^k k \in N, k \leq 2\}$ و $B = \{x^2 x \in N, x \leq 3\}$ مفروضند: الف) مجموعه های A و B را با نوشتن عضو ها مشخص کنید. ب) مجموعه ی $A \Delta B$ را با عضوهایش بنویسید. ج) مجموعه ی $(A \Delta B) \times A$ را مشخص کرده و سپس نمودار آن را رسم کنید.	۱۷

۲ نمره	دی ۹۱	مجموعه های $B = \{x \in N \mid x^2 \leq 4\}$ و $A = \{2k + 1 \mid k \in Z, -2 < k < 2\}$ مفروضند: الف) مجموعه های A و B را با نوشتن عضو ها مشخص کنید. ب) عضوهای مجموعه ی $A \Delta B$ را معین کنید. ج) اعضای مجموعه ی $(A \times B) - B^2$ را مشخص کنید.	۱۸
۱/۵ نمره	خرداد ۹۲	مجموعه های $A = \{2^x \mid x \in N, x < 3\}$ و $B = \{x \in Z \mid x \leq 1\}$ مفروضند: الف) مجموعه های A و B را با نوشتن عضو ها مشخص کنید. ب) مجموعه ی $B \times A$ را به صورت زوج های مرتب بنویسید.	۱۹
۱/۵ نمره	شهریور ۹۲	مجموعه های $A = \{1, 3\}$ و $B = \{-1, 0, 2\}$ مفروضند: الف) مجموعه های $A \times B$ را به صورت زوج های مرتب بنویسید. ب) نمودار $A \times B$ را رسم کنید.	۲۰
۱/۲۵ نمره	دی ۹۲	مجموعه های الف) مجموعه های $A = \{2^x \mid x \in N, x < 3\}$ و $B = \{x - 1 \mid x \in Z, -2 \leq x \leq 0\}$ مفروضند: ب) اعضای مجموعه ی $(A \times B) \cap (B \times A)$ را مشخص کنید.	۲۱
۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۳	حکم زیر درست است یا نادرست؟ اگر نادرست باشد، مثال نقض بیاورید. برای هر دو مجموعه ی دلخواه A و B داریم: $A \times B = B \times A$	۲۲
۱/۵ نمره	شهریور ۹۳	مجموعه های $A = \{1\}$ و $B = \{x \in Z \mid x^2 = x\}$ مفروضند: الف) مجموعه ی B را با نوشتن عضوها مشخص کنید. ب) اعضای مجموعه ی $(B \times A) - A^2$ را مشخص کنید و نمودار آن را در صفحه ی مختصات رسم کنید.	۲۳

۱/۲۵ نمره	دی ۹۳	مجموعه های $A = \{k^2 \mid k \in N, k \leq 2\}$ و $B = \{x \mid x \in Z, x^2 = x\}$ مفروض اند. الف) مجموعه های A و B را با نوشتن عضو ها مشخص کنید. ب) مجموعه های B^2 و $A \times B$ و $(A \times B) - B^2$ را با اعضا مشخص کنید.	۲۴
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۴	مجموعه های $A = \{1\}$ و $B = \{1, 2\}$ مفروض اند. الف) مجموعه های A^2 و $A \times B$ و $(A \times B) - A^2$ را با اعضا مشخص کنید. ب) نمودار مجموعه $(A \times B) - A^2$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.	۲۵
۱/۵ نمره	شهریور ۹۴	مجموعه های $A = \{2k + 1 \mid k \in Z, -2 < k \leq 0\}$ و $B = \{x \mid x \in N, x^2 \leq 2\}$ را در نظر بگیرید. الف) مجموعه های A و B را با نوشتن عضو ها مشخص کنید. ب) مجموعه های B^2 و $A \times B$ و $(A \times B) \cap B^2$ را با اعضا مشخص کنید.	۲۶
۱/۵ نمره	دی ۹۴	مجموعه های $A = \{x \in N \mid -2 \leq x < 4\}$ و $B = \{-3, 1, 3, 4, 7\}$ و $C = \{3, 4, 5, \dots, 9\}$ و $D = \{3, 0\}$ را در نظر بگیرید. الف) مجموعه A را با نوشتن اعضاء مشخص کنید. ب) اعضای $C - (D \cap B)$ را بنویسید. ج) نمودار D^2 را در صفحه مختصات رسم کنید.	۲۷
۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۵	جای خالی را با یک عدد مناسب کامل کنید. دو مجموعه $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ و $B = \{-3, -2, 1, 2, 3\}$ را در نظر بگیرید. مجموعه $A \times B$ دارای عضو است.	۲۸

مجموعه های پیوسته

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل دوم درس جبر و احتمال پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۱/۲۵ نمره	دی ۸۵	اگر $A_i = [-i, 4-i]$ و $i \in \{1, 2, 3\}$ آنگاه دو مجموعه ی $\bigcup_{i=1}^3 A_i$ و $\bigcap_{i=1}^3 A_i$ را مشخص کنید.	۱
۰/۱۵ نمره	دی ۸۵	اگر $A = \{x \mid x \in R, 0 \leq x^2 \leq 4\}$ و $B = \{x \mid x \in R, 0 \leq x \leq 7\}$ باشد، مجموعه- $A \times B$ ی را با رسم شکل نشان دهید.	۲
۱ نمره	خرداد ۸۸	اگر $A_n = \left[\frac{-1}{n}, \frac{2n-1}{n} \right]$ و $n \in N$ باشد، ابتدا A_1 و A_2 را مشخص کرده و سپس نمودار $A_1 \times A_2$ را رسم کنید.	۳
۰/۷۵ نمره	شهریور ۸۹	اگر $A = [-5, 2]$ و $B = (-\infty, -1)$ ، نمودار حاصل ضرب دکارتی $A \times B$ را رسم کنید.	۴
۰/۱۵ نمره	دی ۸۹	اگر $A_i = [-i, 4-i]$ و $i \in \{1, 2, 3, 4\}$ مطلوب است محاسبه ی الف) $\bigcap_{i=1}^4 A_i$ ب) $\bigcup_{i=1}^4 A_i$	۵
۱/۲۵ نمره	دی ۹۰	اگر مجموعه های A و B به صورت $A = \{x \in R \mid x^2 \leq 1\}$ و $B = \{x \in R \mid x \leq 2\}$ باشند، نمودار $A \times B$ را رسم کنید.	۶
۱/۲۵ نمره	شهریور ۹۱	اگر $A_n = \{x \in Z \mid -n \leq x \leq n\}$ و $n \in N$ مطلوب است: $A_2 - (A_1 \cap A_3)$	۷
۱ نمره	خرداد ۹۲	اگر $A_i = [-i, 2-i]$ و $i \in N$ باشد، مطلوب است: $\bigcap_{i=1}^4 A_i$ و $\bigcup_{i=1}^4 A_i$	۸
۰/۷۵ نمره	خرداد ۹۳	اگر $A = (-\infty, -1]$ و $B = [-2, 3]$ باشد. نمودار حاصل ضرب دکارتی $B \times A$ را رسم کنید.	۹
۰/۷۵ نمره	خرداد ۹۴	اگر $n \in N$ و $A_n = \{k \in Z \mid -n < k, 2^k < 2\}$ باشد، آنگاه: الف) مجموعه های A_1 و A_2 را با اعضاء مشخص کنید. ب) مجموعه ی $\bigcap_{i=1}^2 A_i$ را با اعضاء مشخص کنید.	۱۰

انمره	دی ۹۴	مجموعه های $A = [-3, 2]$ و $B = (-2, 1]$ را در نظر بگیرید. حاصلضرب دکارتی $B \times A$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.	۱۱
-------	-------	---	----

مفهوم افراز یک مجموعه

انمره	خرداد ۸۴	تمام افرازهای مجموعه $A = \{a, b, c\}$ را بنویسید.	۱
انمره - ۱/۳۵	خرداد ۹۴	جای خالی را با یک عبارت مناسب کامل کنید. اگر $A = \{1, 2, 3\}$ باشد، آنگاه مجموعه A دارای تعداد افراز است.	۲
انمره	خرداد ۹۵	چهار افراز متفاوت برای مجموعه $A = \{1, 2, 3\}$ بنویسید.	۳

مفهوم رابطه و نمودار آن

انمره	شهریور ۸۵	رابطه R روی مجموعه R به صورت $R = \{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4, x \leq y\}$ تعریف شده است. نمودار رابطه R را در دستگاه مختصات رسم کنید.	۱
انمره	شهریور ۸۶	نمودار رابطه $R = \{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4, y \leq x\}$ را رسم کنید.	۲
انمره ۱/۳۵	خرداد ۸۷	نمودار رابطه $R = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4, x - y \geq 1\}$ را رسم کنید.	۳
انمره	دی ۸۷	نمودار رابطه $R = \{(x, y) \mid x, y \in R, x \geq y^2, y \geq x^2\}$ را رسم کنید.	۴

۱ نمره	شهریور ۸۸	نمودار رابطه ی زیر را رسم کنید. $R = \{(x, y) x, y \in R, x^2 + y^2 \leq 9, y + x \geq 3\}$	۵
۱ نمره	خرداد ۸۹	نمودار رابطه ی زیر را رسم کنید. $R = \{(x, y) \in R^2 x - 2 \leq y \leq x + 1\}$	۶
۱ نمره	شهریور ۸۹	نمودار رابطه ی زیر را رسم کنید. $R = \{(x, y) \in R^2 x - y \leq 1\}$	۷
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۰	اگر $A = \{1, 2, 4\}$ و $B = \{2, 3, 5\}$ و R رابطه ای از A به روی B باشد که به صورت زیر تعریف شده است: $R = \{(x, y) \frac{x+y}{3} \in N\}$ ابتدا $A \times B$ را محاسبه کرده و سپس اعضای R را تعیین کنید.	۸
۰/۷۵ نمره	شهریور ۹۰	نمودار رابطه ی زیر را رسم کنید. $R = \{(x, y) x, y \in R, x^2 + y^2 \leq 4, y \leq x^2\}$	۹
۱/۷۵ نمره	شهریور ۹۱	اگر $A = \{2^n n \in N, n < 4\}$ و $B = \{2k + 1 k \in Z, k \leq 1\}$ دو مجموعه باشند. الف) مجموعه های A و B را با نوشتن عضو ها مشخص کنید و سپس $A \times B$ را بنویسید. ب) اگر R یک رابطه از A در B به صورت زیر باشد. $R = \{(x, y) \in A \times B x + y < 6\}$ عضو های رابطه ی R را مشخص کنید.	۱۰
۱/۳۵ نمره	دی ۹۲	رابطه ی $R = \{(x, y) x^2 + y^2 \leq 1, y \geq x\}$ روی R تعریف شده است، نمودار آن را رسم کنید.	۱۱
۱ نمره	خرداد ۹۳	اگر رابطه ی R بر روی $A = \{1, 2, 3, 4\}$ به صورت زیر تعریف شده باشد: $xRy \Leftrightarrow -10 \leq x + 5y \leq 10$ رابطه ی R را به صورت زوج های مرتب مشخص کنید.	۱۲

۱۳	دی ۹۳	رابطه‌ی $R = \{(x, y) \mid x \mid y\}$ روی مجموعه‌ی $A = \{۲, ۳, ۴\}$ تعریف شده است. رابطه‌ی R را به صورت زوج های مرتب نشان دهید.
۱۴	شهریور ۹۳	رابطه‌ی $R = \{(a, b) \mid a^2 \leq b\}$ روی مجموعه‌ی $A = \{۱, ۲, ۵\}$ تعریف شده است. کدام یک از گزینه های زیر نادرست است؟ الف) $۱R۲$ ب) $۲R۵$ ج) $(۵, ۱) \notin R$ د) $(۲, ۱) \in R$
۱۵	خرداد ۹۵	نمودار رابطه‌ی زیر را رسم کنید. $A = \{(x, y) \mid x, y \in R, x^2 + y^2 \leq ۱, y \geq x \}$

رابطه‌ی هم ارزی (نوع ۱)

۱	دی ۸۶	رابطه‌ی R روی R^2 به صورت مقابل تعریف می شود. $xRy \Leftrightarrow \sqrt[3]{x} + y = \sqrt[3]{y} + x$ ثابت کنید R یک رابطه‌ی هم ارزی است.
۲	خرداد ۸۷	رابطه‌ی R روی $R - \{۰\}$ چنین تعریف شده است. $xRy \Leftrightarrow xy > ۰$ الف) ثابت کنید R یک رابطه‌ی هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[-۲]$ را به دست آورید.
۳	خرداد ۸۸	رابطه‌ی R در Z به صورت $xRy \Leftrightarrow ۴ \mid x - y$ تعریف شده است. الف) ثابت کنید R یک رابطه‌ی هم ارزی است. ب) کلاس های هم ارزی آن را مشخص کنید.
۴	شهریور ۹۰	رابطه‌ی R در Z به صورت $aRb \Leftrightarrow a^2 + ۲b = b^2 + ۲a$ تعریف شده است. الف) ثابت کنید R یک رابطه‌ی هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[۲]$ را به دست آورید.

۱/۵ نمره	۹۳ خرداد	<p>۵ رابطه ی R روی Z به صورت $xRy \Leftrightarrow 4 x - y$ تعریف شده است.</p> <p>الف) ثابت کنید که R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب) رابطه ی R مجموعه ی Z را به چند کلاس هم ارزی افراز می کند؟</p>
۱/۵ نمره	۹۴ شهریور	<p>۶ رابطه ی R روی Z به صورت زیر تعریف شده است.</p> $mRn \Leftrightarrow m^2 + n = n^2 + m$ <p>الف) ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب) کلاس هم ارزی $[3]$ را مشخص کنید.</p>
۱/۵ نمره	۹۴ دی	<p>۷ رابطه ی R روی مجموعه ی $A = \{-1, 0, 3, 5\}$ به صورت زیر تعریف شده است.</p> $xRy \Leftrightarrow -1 \leq 2x + y \leq 2$ <p>الف) رابطه ی R را به صورت زوج های مرتب بنویسید.</p> <p>ب) آیا رابطه ی فوق تعدی است؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه دهید.</p>

رابطه ی هم ارزی (نوع ۲)

۲ نمره	۸۵ خرداد	<p>۱ رابطه ی R روی $Z \times Z$ به صورت $(a,b)R(c,d) \Leftrightarrow a^3 - d^3 = c^3 - b^3$ تعریف شده است.</p> <p>الف) ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب) کلاس هم ارزی $[(2,3)]$ را مشخص کنید.</p>
-----------	-------------	--

۱/۷۵ نمره	شهریور ۸۵	<p>رابطه ی R روی $Z - \{0\}$ به صورت مقابل تعریف شده است:</p> $(x, y)R(z, t) \Leftrightarrow \frac{x}{y^2} = \frac{z}{t^2}$ <p>الف) ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب) کلاس هم ارزی $[(3, 2)]$ را مشخص کنید.</p>	۲
۱/۵ نمره	دی ۸۵	<p>رابطه ی R روی $Z^2 - \{(0, 0)\}$ به صورت $x^2 t = z^2 y$ تعریف شده است.</p> <p>الف) ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب) کلاس هم ارزی $[(1, 5)]$ را مشخص کنید.</p>	۳
۲ نمره	خرداد ۸۶	<p>رابطه ی R روی $Z^2 - \{(0, 0)\}$ به صورت $\frac{a}{b^3} = \frac{c}{d^3}$ تعریف شده است.</p> <p>الف) نشان دهید R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب) کلاس هم ارزی $[(3, -1)]$ را تعیین کنید.</p>	۴
۱/۵ نمره	شهریور ۸۶	<p>رابطه ی R روی R^2 به صورت روبرو تعریف شده است:</p> $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow b - d = 2(a - c)$ <p>الف) نشان دهید R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب) کلاس هم ارزی $[(1, 2)]$ را تعیین کنید.</p>	۵
۱/۵ نمره	شهریور ۸۷	<p>رابطه ی R در Z^2 به صورت زیر تعریف شده است.</p> $(x, y)R(z, t) \Leftrightarrow x^2 - y = z^2 - t$ <p>الف) ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب) کلاس هم ارزی $[(1, 2)]$ را تعیین کنید.</p>	۶

۱/۵ نمره	دی ۸۷	<p>فرض کنیم $A = \{1, 2, 3\}$ و رابطه ی R در A^2 به صورت زیر تعریف شده باشد:</p> $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a^2 + b^2 = c^2 + d^2$ <p>الف) ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب) کلاس هم ارزی $[(3, 1)]$ را بیابید.</p>	۷
۱/۵ نمره	شهریور ۸۸	<p>رابطه ی R روی R^2 به صورت زیر تعریف شده است:</p> $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a^2 d = c^2 b$ <p>الف) ثابت کنید رابطه ی R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 2)]$ را مشخص کنید. آیا این کلاس یک مجموعه ی متناهی است؟</p>	۸
۱/۵ نمره	دی ۸۸	<p>رابطه ی R در R^2 به صورت زیر تعریف شده است.</p> $(x, y)R(z, t) \Leftrightarrow x^3 - t^2 = z^3 - y^2$ <p>الف) ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب) کلاس هم ارزی $[(-2, 3)]$ را تعیین کنید.</p>	۹
۱/۵ نمره	خرداد ۸۹	<p>رابطه ی R روی $Z^2 - \{(0, 0)\}$ به صورت زیر تعریف شده است.</p> $(x, y)R(z, t) \Leftrightarrow x^2 t = z^2 y$ <p>الف) ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 6)]$ را مشخص کنید.</p>	۱۰
۱/۷۵ نمره	شهریور ۸۹	<p>اگر داشته باشیم :</p> $(x, y)R(z, t) \Leftrightarrow y - t = 3(x - z)$ <p>الف) ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب) کلاس هم ارزی $[(1, 2)]$ را مشخص کنید.</p>	۱۱

۱/۵ نمره	دی ۸۹	<p>رابطه ی R در R^2 به صورت زیر تعریف شده است.</p> $(x, y)R(z, t) \Leftrightarrow x^2 + 5y = z^2 + 5t$ <p>الف) ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 2)]$ را تعیین کنید.</p>	۱۲
۱/۵ نمره	خرداد ۹۰	<p>رابطه ی R روی $R \times R - \{0\}$ به صورت مقابل تعریف شده است:</p> $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow \frac{2a - 3}{b} = \frac{2c - 3}{d}$ <p>الف) ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 7)]$ را مشخص کنید.</p>	۱۳
۱/۵ نمره	دی ۹۰	<p>اگر رابطه ی R روی $Z^2 - \{(0, 0)\}$ به صورت زیر تعریف شده است.</p> $(x, y)R(z, t) \Leftrightarrow x^2 t = z^2 y$ <p>الف) ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-2, 1)]$ را مشخص کنید.</p>	۱۴
۱/۵ نمره	خرداد ۹۱	<p>رابطه ی R در R^2 به صورت زیر تعریف شده است.</p> $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow ab = cd$ <p>الف) نشان دهید که این رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 2)]$ را تعیین کنید.</p>	۱۵
۱/۵ نمره	شهریور ۹۱	<p>رابطه ی R روی R^2 به صورت زیر تعریف شده است.</p> $(x, y)R(z, t) \Leftrightarrow x^2 - z^2 = y - t$ <p>الف) نشان دهید R یک رابطه ی هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 2)]$ را مشخص کنید.</p>	۱۶

۲ نمره	دی ۹۱	<p>۱۷</p> <p>رابطه ی R روی $Z^2 - \{(0,0)\}$ به صورت زیر تعریف شده است.</p> $(x, y)R(z, t) \Leftrightarrow x^2 + 5y^2 = z^2 + 5t^2$ <p>الف) ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب) کلاس هم ارزی $[(-2, 1)]$ را مشخص کنید.</p>
۱/۵ نمره	خرداد ۹۲	<p>۱۸</p> <p>رابطه ی R روی $Z^2 - \{(0,0)\}$ به صورت زیر تعریف شده است.</p> $(x, y)R(z, t) \Leftrightarrow xt = yz$ <p>الف) ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب) کلاس هم ارزی $[(-3, 2)]$ را مشخص کنید.</p>
۱/۵ نمره	شهریور ۹۲	<p>۱۹</p> <p>رابطه ی R روی Z^2 به صورت زیر تعریف شده است.</p> $(x, y)R(z, t) \Leftrightarrow y - t = 3(x - z)$ <p>الف) نشان دهید R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب) کلاس هم ارزی $[(2, 3)]$ را مشخص کنید.</p>
۲ نمره	دی ۹۲	<p>۲۰</p> <p>رابطه ی R روی $Z^2 - \{(0,0)\}$ به صورت زیر تعریف شده است:</p> $(x, y)R(z, t) \Leftrightarrow \frac{x}{y^2} = \frac{z}{t^2}$ <p>الف) ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب) کلاس هم ارزی $[(2, -1)]$ را مشخص کنید.</p>
۱/۵ نمره	شهریور ۹۳	<p>۲۱</p> <p>رابطه ی R روی Z^2 به صورت زیر تعریف شده است.</p> $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$ <p>الف) نشان دهید R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب) کلاس هم ارزی $[(-1, 0)]$ را مشخص کنید.</p>

۱/۵ نمره	دی ۹۳	<p>رابطه ی R روی R^2 به صورت زیر تعریف شده است.</p> $(a,b)R(c,d) \Leftrightarrow ab = cd$ <p>الف (نشان دهید R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب (کلاس هم ارزی $[(-1,2)]$ را مشخص کنید.</p>	۲۲
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۴	<p>رابطه ی R روی R^2 به صورت زیر تعریف شده است.</p> $(a,b)R(c,d) \Leftrightarrow a^2 + d = c^2 + b$ <p>الف (نشان دهید R یک رابطه ی هم ارزی است.</p> <p>ب (کلاس هم ارزی $[(-1,0)]$ را مشخص کنید.</p>	۲۳
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۵	<p>رابطه R بر روی R^2 به صورت روبرو تعریف شده است.</p> $(a,b)R(c,d) \Leftrightarrow a = c$ <p>الف) ثابت کنید R تعدی است.</p> <p>ب (رابطه ی R رابطه ی هم ارزی است. کلاس هم ارزی $[(2,1)]$ را بنویسید.</p>	۲۴

تهیه کننده :

جابر عامری

دبیر ریاضی شهرستان های اهواز و باوی و عضو گروه ریاضی استان خوزستان

www.mathtower.ir

سؤالات موضوعی نهایی

((جبر و احتمال))

((فصل ۳))

پایه سوم رشته‌ی ریاضی

سال تحصیلی ۹۵-۹۴

تهیه‌کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی متوسطه‌ی دوم استان خوزستان

فصل سوم جبر و احتمال

مفهوم آزمایش تصادفی

۰/۵ نمره	دی ۹۳	۱ کدام یک از پدیده های زیر تصادفی و کدام یک قطعی است؟ الف) تعداد اتومبیل هایی که در ساعت مشخص از مقابل مدرسه می گذرند. ب) افتادن سیب از درخت
-------------	----------	---

فضای نمونه ای و پیشامد تصادفی

نمره ۲	خرداد ۸۵	۱ یک سکه ی سالم را ۳ بار می اندازیم، مطلوب است : الف) فضای نمونه ای این تجربه ی تصادفی ب) پیشامد A آن که حداقل دو بار رو بیاید. ج) پیشامد B آن که فقط دو بار پشت بیاید. د) پیشامد $A \cap B'$ را مشخص کنید.
نمره ۲	شهریور ۸۵	۲ یک سکه و یک تاس سالم را با هم می اندازیم، مطلوب است تعیین : الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی ب) پیشامد A که تاس عدد زوج یا سکه رو بیاید. ج) پیشامد B که تاس عدد زوج و سکه رو بیاید. د) $A' \cup B'$
نمره ۲	دی ۸۵	۳ دو تاس را با هم می اندازیم مطلوب است تعیین : الف) پیشامد A که مجموع اعداد دو تاس ۷ باشد. ب) پیشامد B که عدد دو تاس زوج باشد. ج) پیشامد C که مجموع اعداد دو تاس کمتر از ۷ باشد.

<p>۲ نمره</p>	<p>خرداد ۸۶</p>	<p>۴ یک سکه را ۳ بار می اندازیم. مطلوب است تعیین: الف) فضای نمونه ای ب) پیشامد A که در آن لااقل ۲ بار رو بیاید. ج) پیشامد B که در آن هر سه بار سکه به یک طرف ظاهر شود. د) پیشامد $A\Delta B$</p>
<p>۲ نمره</p>	<p>شهریور ۸۶</p>	<p>۵ هر یک از اعداد زوج طبیعی کوچکتر یا مساوی ۲۰ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت ها یکی را به طور قرعه بر می داریم. مطلوب است تعیین : الف) فضای نمونه ای این تجربه ی تصادفی ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ۵ باشد. پ) پیشامد B که در آن عدد روی کارت کوچکتر از ۶ باشد. ت) پیشامد $A' \cap B$</p>
<p>۲ نمره</p>	<p>دی ۸۶</p>	<p>۶ هر یک از اعداد فرد طبیعی کوچکتر از ۱۸ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت ها به طور قرعه کاردی را بر می داریم. مطلوب است تعیین : الف) فضای نمونه ای ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ۳ باشد. ج) پیشامد B که در آن عدد روی کارت مجذور کامل باشد. د) پیشامد $A - B$</p>
<p>۲ نمره</p>	<p>خرداد ۸۷</p>	<p>۷ دو مکعب سالم را پرتاب می کنیم. مطلوب است تعیین : الف) تعداد اعضای فضای نمونه ای ب) پیشامد A که در آن مجموع اعداد رو شده ۸ شود. ج) پیشامد B که در آن حاصل ضرب اعداد رو شده مضرب ۱۵ شود. د) پیشامد $A - B$</p>

<p>شهریور ۸۷ نمره ۲</p>		<p>ارقام ۹ و ۰ و ۳ و ۵ را در نظر بگیرید، مطلوب است تعیین: الف) فضای نمونه ای S که شامل تمام اعداد دو رقمی بدون تکرار باشد. ب) پیشامد A آنکه اعداد دو رقمی مضرب ۵ باشد. ج) پیشامد B آنکه اعداد دو رقمی بزرگتر از ۵۰ باشد. د) پیشامد $A \cap B'$</p>	<p>۸</p>
<p>دی ۸۷ نمره ۲</p>		<p>یک تاس سالم را دو بار می اندازیم، مطلوب است تعیین: الف) پیشامد A آنکه عدد ظاهر شده در پرتاب اول ۳ باشد. ب) پیشامد B آنکه عدد ظاهر شده در هر دو پرتاب عددی اول باشد. ج) پیشامد C آنکه عدد ظاهر شده در هر دو پرتاب یکسان باشد. د) پیشامد آنکه C رخ دهد ولی B رخ ندهد.</p>	<p>۹</p>
<p>خرداد ۸۸ نمره ۲</p>		<p>چهار سکه را با هم پرتاب می کنیم. مطلوب است: الف) تعداد اعضای فضای نمونه ای این تجربه ی تصادفی ب) پیشامد A که در آن حداقل سه بار رو بیاید. ج) پیشامد B که در آن فقط یک بار پشت بیاید. د) پیشامد $A - B$ را بیابید.</p>	<p>۱۰</p>
<p>شهریور ۸۸ نمره ۲</p>		<p>یک تاس و سکه ی سالمی را با هم پرتاب می کنیم. مطلوب است: الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی ب) پیشامد A که در آن تاس عدد بزرگتر از ۳ بیاید. ج) پیشامد B که در آن سکه پشت بیاید. د) پیشامد $A - B$ را مشخص کنید.</p>	<p>۱۱</p>

<p>۲ نمیره</p>	<p>دی ۸۸</p>	<p>هر یک از اعداد دو رقمی متشکل از ارقام ۴ و ۳ و ۲ و ۱ (بدون تکرار ارقام) را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت ها یکی را به تصادف بر می داریم. مطلوب است تعیین:</p> <p>الف) فضای نمونه ای این تجربه ی تصادفی</p> <p>ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ۶ باشد.</p> <p>ج) پیشامد B که در آن عدد روی کارت اول باشد.</p> <p>د) پیشامد $A \cap B'$</p>	<p>۱۲</p>
<p>۲ نمیره</p>	<p>خرداد ۸۹</p>	<p>تاس سالمی را دو بار می اندازیم. مطلوب است:</p> <p>الف) تعداد اعضای فضای نمونه ای آن</p> <p>ب) پیشامد A که عدد ظاهر شده در هر دو پرتاب مساوی باشد.</p> <p>ج) پیشامد B که عدد ظاهر شده در هر دو پرتاب عددی اول باشد.</p> <p>د) پیشامد C که A رخ دهد ولی B رخ ندهد.</p>	<p>۱۳</p>
<p>۲ نمیره</p>	<p>شهریور ۸۹</p>	<p>کیسه ای دارای ۴ مهره یکسان است که ۲ تا سفید و ۲ تا قرمز هستند. از این کیسه ۲ مهره به تصادف خارج می کنیم. مطلوب است:</p> <p>الف) فضای نمونه ای مناسب برای ترکیب رنگ های مهره های خارج شده را بنویسید.</p> <p>ب) پیشامد A آنکه فقط یکی از مهره ها سفید باشد.</p> <p>ج) پیشامد B آنکه حداقل یکی از مهره ها قرمز باشد.</p> <p>د) پیشامد $A \cup B'$ را بیابید.</p>	<p>۱۴</p>
<p>۱ نمیره</p>	<p>دی ۸۹</p>	<p>اگر A و B و C، سه پیشامد از فضای نمونه ای S باشند، برای قسمت های الف و ب ابتدا یک عبارت مجموعه ای نوشته و سپس نمودار ون هر یک را رسم کنید.</p> <p>الف) فقط پیشامد B رخ دهد.</p> <p>ب) هر سه پیشامد با هم رخ دهند.</p>	<p>۱۵</p>

۱۶	تاس و سکه ی سالمی را با هم پرتاب می کنیم. مطلوب است: الف) پیشامد A آن که سکه رو یا تاس ۴ باشد. ب) پیشامد B آن که سکه رو و تاس ۴ باشد.	دی ۸۹	۱ نمره
۱۷	در قسمت های «الف» و «ب» داده شده ی زیر ، با عبارت مناسب جای خالی را تکمیل کنید و در قسمت «ج» با استفاده از یکی از واژه های داده شده گزاره ها را کامل کنید. الف) هر ، یک زیر مجموعه از فضای نمونه ای است. ب) در فضای نمونه ای پرتاب یک سکه و یک تاس سالم با یکدیگر، تعداد زیر مجموعه های فضای نمونه ای آن برابر است. ج) انتخاب یک نقطه از سطح یک دایره، آزمایشی از فضای نمونه ای و انتخاب تعداد محصولات معیوب یک کارخانه، آزمایشی از فضای نمونه ای است. (گسسته – پیوسته)	خرداد ۹۰	۱ نمره
۱۸	روی ۱۵ کارت یکسان، اعداد یک تا ۱۵ را نوشته ایم، کارتی را به تصادف خارج می کنیم: الف) پیشامد A را طوری بنویسید که عدد روی کارت مضرب ۳ یا اول باشد. ب) پیشامد B آن که عدد روی کارت فرد و اول باشد.	خرداد ۹۰	۱ نمره
۱۹	با اعداد طبیعی کوچکتر از ۶، اعداد دو رقمی می سازیم: الف) تعداد اعضای فضای نمونه ای این پیشامد تصادفی را بنویسید. ب) پیشامد A را طوری بنویسید که تمام اعضای آن ، اعداد زوج و کمتر از ۴۰ باشند. ج) پیشامد B را طوری بنویسید که تمام اعضای آن ، اعداد فرد و بیشتر از ۴۰ باشند.	شهریور ۹۰	
۲۰	دو تاس سالم را با هم پرتاب می کنیم. مطلوب است: الف) تعیین پیشامد A که عدد ظاهر شده روی یکی از تاسها مربع عدد ظاهر شده روی تاس دیگر باشد. ب) تعیین پیشامد B که دقیقاً روی یکی از تاس ها عدد ۴ ظاهر شده باشد. پ) $A \cap B$ را تعیین کنید. ت) $A - B$ را تعیین کنید.	دی ۹۰	۲ نمره

۲ نمره	خرداد ۹۱	<p>یک طرف سکه ی سالمی عدد «۱» و در طرف دیگر آن عدد «۲» نوشته ایم. این سکه را ۳ بار پرتاب می کنیم:</p> <p>الف) فضای نمونه ای این تجربه ی تصادفی را بنویسید.</p> <p>ب) پیشامد A که در آن مجموع اعداد ظاهر شده در پرتاب اول و دوم برابر ۳ باشد را مشخص کنید.</p> <p>پ) پیشامد B که در آن عدد ظاهر شده در پرتاب دوم برابر ۱ باشد را بنویسید.</p> <p>ت) پیشامد آن که B رخ دهد ولی A رخ ندهد را تعیین کنید.</p>	۲۱
۲ نمره	شهریور ۹۱	<p>یک سکه و یک تاس سالم را با هم پرتاب می کنیم.</p> <p>الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی را بنویسید.</p> <p>ب) پیشامد A که در آن سکه پشت و عدد تاس بزرگتر از ۳ باشد را مشخص کنید.</p> <p>پ) پیشامد B که در آن سکه رو و عدد تاس زوج باشد را بنویسید.</p> <p>ت) پیشامد $A' \cap B'$ را بنویسید.</p>	۲۲
۰/۵ نمره	دی ۹۱	<p>در عبارت های زیر فضای نمونه ای پیوسته و گسسته را مشخص نمایید.</p> <p>الف) فضای نمونه ای طول عمر یک لامپ</p> <p>ب) فضای نمونه ای پرتاب یک سکه و یک تاس</p>	۲۳
۱ نمره	دی ۹۱	<p>اگر A و B دو پیشامد معین باشند، پیشامد «تنها یکی از دو پیشامد A و B اتفاق بیفتد.» را با استفاده از نمودار ون نمایش دهید.</p>	۲۴
۰/۷۵ نمره	خرداد ۹۲	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) فضای نمونه ای پیوسته یک مجموعه ی متناهی به صورت بازه هایی از اعداد حقیقی و یا اشکال و احجام هندسی می باشند.</p> <p>ب) هر زیر مجموعه از فضای نمونه ای را یک پیشامد گوئیم.</p> <p>پ) پیشامد $A \cap B$ تنها وقتی حاصل می شود که یکی از دو پیشامد های A یا B اتفاق بیفتد.</p>	۲۵

۱ نمره	۹۲ خرداد	۲۶ اگر A و B دو پیشامد معین باشند، پیشامد « فقط پیشامد A اتفاق بیفتد.» را با استفاده از نمودار ون نمایش دهید.
۲ نمره	۹۲ شهریور	۲۷ تمام ترکیبات دو رقمی بدون تکرار، مجموعه ی اعداد $\{1,2,3\}$ را روی کارت های مختلف نوشته ایم (هر ترکیب روی یک کارت)، یک کارت را به طور تصادفی خارج می کنیم، مطلوب است: الف) فضای نمونه ای ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت زوج باشد. ج) پیشامد B که در آن روی کارت عددی اول باشد.
۳ نمره	۹۲ دی	۲۸ از بین اعداد طبیعی کوچکتر از ۲۰ یک عدد به تصادف انتخاب می کنیم. الف) فضای نمونه ای را بنویسید. ب) پیشامد A که در آن عدد انتخابی فرد باشد. پ) پیشامد B که در آن عدد انتخابی مضرب ۳ باشد. ت) پیشامد $A \Delta B$ را مشخص کنید.
۲ نمره	۹۳ خرداد	۲۹ در خانواده ای با سه فرزند: الف) فضای نمونه ای را بنویسید. ب) پیشامد A که در آن خانواده، حداکثر یک فرزند دختر باشند. پ) پیشامد B که در آن خانواده، فقط یک دختر باشد. ت) پیشامد $A' \cup B'$ را مشخص کنید.
۲۵/ نمره	۹۳ شهریور	۳۰ جای خالی را با یکی از گزینه های داخل پرانتز کامل کنید. اگر A و B دو پیشامد باشند، به طوری که $A \cap B = \Phi$ در این صورت دو پیشامد را می نامیم. (سازگار، ناسازگار)
۵/ نمره	۹۳ شهریور	۳۱ فرض کنید A و B و C ، سه پیشامد معین باشند، پیشامد « فقط پیشامد A اتفاق بیفتد» را با یک عبارت مجموعه ای مناسب بنویسید و آن را با استفاده از نمودار ون نشان دهید.

۱/۵ نمره	شهریور ۹۳	<p>۳۲ دو سکه را با هم پرتاب می کنیم. اگر هر دو سکه پشت بیاید آنگاه یک تاس را می ریزیم. مطلوب است.</p> <p>الف) فضای نمونه ای این تجربه ی تصادفی</p> <p>ب) پیشامد A که در آن دقیقاً هر دو سکه به پشت و عدد تاس بزرگتر از ۴ باشد.</p> <p>ج) پیشامد B که در آن حداقل یک سکه رو بیاید.</p>
۱/۵ نمره	دی ۹۳	<p>۳۳ از بین اعداد طبیعی زوج کوچکتر از ۱۲ ، یک عدد به تصادف انتخاب می کنیم.</p> <p>الف) فضای نمونه ای را بنویسید.</p> <p>ب) پیشامد A که در آن عدد انتخابی اول باشد.</p> <p>ج) پیشامد B که در آن عدد انتخابی مضرب ۳ باشد.</p> <p>د) پیشامد آنکه B اتفاق نیافتد.</p>
۱/۵ نمره	خرداد ۹۴	<p>۳۴ یک سکه سالم و یک تاس مخصوص داریم که به جای ارقام ۱ تا ۶ دو عدد ۱ ، دو عدد ۲ و دو عدد ۳ نمایش داده شده است. این دو را با هم می اندازیم، مطلوب است تعیین:</p> <p>الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی</p> <p>ب) پیشامد A که در آن تاس عدد زوج یا سکه رو بیاید.</p> <p>ج) پیشامد B که در آن تاس عدد زوج و سکه رو بیاید.</p>
۰/۵ نمره	خرداد ۹۴	<p>۳۵ با به کارگیری عبارت های مجموعه ای، فضای نمونه ای مرکب از تمام نقاط واقع بر محیط و داخل دایره ای به شعاع ۲ و به مرکز مبدأ مختصات را مشخص کنید.</p>
۰/۵ نمره	شهریور ۹۳	<p>۳۶ پیشامد B و A دو پیشامد معین باشند، پیشامد «پیشامد A و پیشامد B هر دو با هم اتفاق بیفتند» را با یک عبارت مجموعه ای مناسب بنویسید و آن را با استفاده از نمودار ون نشان دهید.</p>

شهریور ۹۴	نمونه ۱/۵	<p>هر یک از اعداد طبیعی فرد کوچکتر از ۱۲ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت ها یکی را به طور قرعه برمی داریم. مطلوب است:</p> <p>الف) فضای نمونه ای</p> <p>ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت بر ۳ بخش پذیر باشد.</p> <p>ج) پیشامد B که عدد روی کارت عددی اول و بزرگتر از ۵ باشد.</p>	۳۷
دی ۹۴	نمونه ۲	<p>سکه ای را پرتاب می کنیم. اگر سکه رو ظاهر شد، آنگاه تاس را می ریزیم و در غیر این صورت یک بار دیگر سکه را می اندازیم. مطلوب است:</p> <p>الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی</p> <p>ب) پیشامد A که در آن عدد ظاهر شده روی تاس زوج باشد.</p> <p>ج) پیشامد B که در آن حداقل یک بار پشت ظاهر شود.</p>	۳۸
خرداد ۹۵	نمونه ۰/۵	<p>اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه ای S باشند، با رسم نمودار ون ، پیشامد «تنها یکی از دو پیشامد A یا B اتفاق بیفتد.» را نمایش دهید.</p>	۳۹
خرداد ۹۵	نمونه ۰/۵	<p>سکه ای را یک بار پرتاب می کنیم. اگر سکه رو ظاهر شد، آنگاه تاس را می ریزیم. در غیر این صورت یک بار دیگر سکه را می اندازیم.</p> <p>الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی چند عضو دارد؟</p> <p>ب) پیشامد A که در آن عدد ظاهر شده روی تاس زوج باشد یا سکه پشت بیاید را با اعضا بنویسید.</p>	۴۰

تهیه کننده : جابر عامری عضو گروه ریاضی متوسطه ی دوّم استان خوزستان

سؤالات موضوعی نهایی

((جبر و احتمال))

((فصل ۴))

پایه سوم رشته‌ی ریاضی

سال تحصیلی ۹۴-۹۵

تهیه کننده: افشین ملاسعیدی

عضو گروه ریاضی متوسطه ی دوم استان خوزستان

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل چهارم درس جبر و احتمال پایه سوم رشته ی ریاضی فیزیک

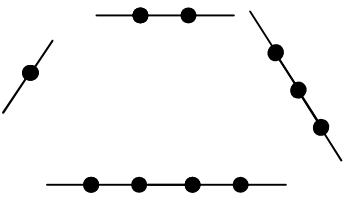
فصل چهارم : احتمال : اندازه گیری شانس

تپیه کننده : افسرین ملاسعیدی - عضو گروه ریاضی استان خوزستان

احتمال هم شانس در فضاهای گسسته

۱/۷۵	خرداد ۸۵	۱	عددی به تصادف از فضای نمونه ای $S = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ انتخاب می کنیم مطلوب است احتمال این که عدد انتخاب شده فرد یا کمتر از ۶ باشد .
۱	خرداد ۸۵	۲	در یک کلاس ۳۲ نفر دانش آموز در ۴ ردیف روی نیمکت نشسته اند به طور تصادفی ۲ نفر از دانش آموزان را انتخاب می کنیم . مطلوب است احتمال این که : (الف) هر دو از ردیف اول باشند . (ب) یکی از ردیف اول و یکی از ردیف دوم باشد .
۱/۲۵	شهریور ۸۵	۳	از بین ۵ دانش آموز سال اول و ۷ دانش آموز سال دوم به تصادف یک تیم چهار نفره انتخاب می کنیم مطلوب است محاسبه ی احتمال این که لااقل ۳ نفر آنها سال دوم باشد .
۱/۲۵	دیماه ۸۵	۴	۵ نفر زن و ۶ نفر مرد برای شغلی تقاضا کرده اند با این حال امکان استخدام تنها برای ۵ نفر از آنها وجود دارد مطلوب است محاسبه ی احتمال این که : (الف) ۳ زن و ۲ مرد انتخاب شوند . (ب) ۵ زن انتخاب شوند .
۱/۷۵	خرداد ۸۶	۵	از بین ۴ کارمند ۲ تکنسین و ۳ کارگر ، کمیته ای ۵ نفره تشکیل می دهیم . مطلوب است احتمال آن که : (الف) در کمیته کارگری وجود نداشته باشد . (ب) در کمیته حداکثر یک کارمند وجود داشته باشد .
۱/۷۵	شهریور ۸۶	۶	از بین ۱۲ دانشجو می خواهیم به طور تصادفی ۴ نفر را برای تشکیل تیم کوهنوردی دانشگاه انتخاب کنیم . اگر ۷ نفر از این دانشجویان در رشته فیزیک و ۵ نفر در رشته شیمی مشغول به تحصیل باشند ، مطلوب است احتمال آن که در این تیم : (الف) فقط یک دانشجوی رشته ی فیزیک باشد . (ب) حداقل ۳ نفر از آنها دانشجوی رشته ی فیزیک باشند .
۱/۵	دیماه ۸۶	۷	از یک سبد محتوی ۳ سیب فاسد و ۵ سیب سالم به تصادف ۲ سیب بیرون می آوریم . احتمال آن را بیابید که : (الف) هر دو سالم باشند . (ب) هر دو از یک نوع نباشند .
۱	خرداد ۸۷	۸	۵ دانش آموز در نظر می گیریم . احتمال این که روز تولد هیچ دو نفری از آنها یک روز هفته نباشد را مشخص کنید .
۱	خرداد ۸۷	۹	دوازده نقطه مطابق شکل زیر روی دو خط موازی قرار دارند . از این نقطه ها سه نقطه به تصادف انتخاب می کنیم احتمال این که سه نقطه راس های یک مثلث باشند را ، به دست آورید . 

تهیه کننده : افشین ملاسعیدی عضو گروه ریاضی مقطع متوسطه ی دوم استان خوزستان

۱	شهریور ۸۷	از میان ۵ پیچ و ۷ مهره که درون جعبه ای قرار دارند ۴ تای آنها را به تصادف خارج کرده ایم ، احتمال آن را بیابید که دو جفت پیچ و مهره داشته باشیم .	۱۰
۱/۵	دیماه ۸۷	یک جعبه محتوی ۱۰ لیوان می باشد که ۴ عدد آنها معیوب است . از این جعبه ۵ لیوان به تصادف بر می داریم ، مطلوب است محاسبه : (الف) احتمال آن که ۲ لیوان معیوب باشد . (ب) احتمال آن که تمام لیوان ها سالم باشند .	۱۱
۱/۵	خرداد ۸۸	می خواهیم یک تیم سه نفری از ۱۰ دانش آموز رشته تجربی و ۶ دانش آموز در رشته ریاضی انتخاب کنیم ، مطلوب است احتمال آن که : (الف) هر سه نفر رشته ریاضی باشند . (ب) دو نفر رشته تجربی و یک نفر رشته ریاضی باشند .	۱۲
۱/۵	شهریور ۸۸	یک کارت از میان ۳۰ کارت به شماره های ۱ تا ۳۰ را به تصادف بیرون می آوریم . احتمال آن را بیابید که : (الف) عدد روی کارت مضرب ۲ یا مضرب ۳ باشد . (ب) عدد روی کارت مضرب ۲ و مضرب ۳ باشد . <i>تکرار شده در : شهریور ۸۹</i>	۱۳
۱/۵	دیماه ۸۸	در کیسه ای ۵ مهره سفید و ۶ مهره قرمز موجود است ، از این کیسه دو مهره به تصادف و هم زمان خارج می کنیم ، مطلوب است احتمال آن که : (الف) هر دو مهره قرمز باشند . (ب) هر دو مهره هم رنگ باشند .	۱۴
۲	خرداد ۸۹	در جعبه ای ۶ مهره آبی و ۴ مهره سفید موجود است ، ۳ مهره به تصادف خارج می کنیم ، مطلوب است احتمال آن که : (الف) حداقل ۲ مهره آبی باشند . (ب) هیچ کدام از مهره ها آبی نباشند .	۱۵
۱/۵	شهریور ۸۹	از میان ۱۰ نقطه مطابق شکل زیر ، ۴ نقطه به تصادف انتخاب می کنیم ، احتمال آن را بیابید که با این ۴ نقطه یک چهار ضلعی ساخته شود که روی هر خط فقط یک راس آن قرار بگیرد . 	۱۶
۱/۵	دیماه ۸۹	۴ نفر را به تصادف انتخاب می کنیم ، مطلوب است محاسبه احتمال آن که روز تولد هیچ دو نفری از آنها در یک روز هفته نباشد .	۱۷
۱/۲۵	خرداد ۹۰	۴ نفر زن و ۶ نفر مرد ، برای تدریس درس ریاضی آموزشی تقاضا داده اند ، امکان استخدام تنها سه نفر از آن ها وجود دارد . مطلوب است محاسبه ی احتمال آن که حداقل دو نفر زن انتخاب شوند .	۱۸
۱/۵	خرداد ۹۰	از بین ۲ افسر و ۴ سرباز و ۳ منشی ، کمیته ای ۵ نفره تشکیل می دهیم . مطلوب است احتمال آن که : (الف) در کمیته ، منشی وجود نداشته باشد . (ب) در کمیته ، حداکثر یک سرباز وجود داشته باشد . (خارج کشور)	۱۹

سئوالات موضوعی فصل چهارم درس جبر و احتمال

۱/۵	شهریور ۹۰	می خواهیم یک تیم سه نفری از ۱۰ دانش آموز رشته تجربی و ۶ دانش آموز رشته ریاضی انتخاب کنیم ، مطلوب است احتمال آن که لااقل یک نفر رشته ریاضی باشد .	۲۰
۱/۵	شهریور ۹۰	از میان ۴ دانش آموز کلاس اول و ۵ دانش آموز کلاس دوم ، ۳ نفر به تصادف انتخاب می کنیم . مطلوب است : (الف) احتمال آن که هر سه نفر کلاس اول باشند. (ب) احتمال آن که یک نفر از آن ها کلاس دوم باشد . (خارج کشور)	۲۱
۱/۵	دیماه ۹۰	یک خانواده ۳ فرزند دارد : (الف) احتمال آن که حداقل ۲ فرزند دختر داشته باشد را تعیین کنید . (ب) احتمال آن که حداکثر یک دختر داشته باشد را بیابید .	۲۲
۱/۵	خرداد ۹۱	درون کیسه ای ۵ مهره ی سفید و ۶ مهره ی سیاه و ۴ مهره ی قرمز وجود دارد ، از این کیسه ۳ مهره با هم به تصادف خارج می کنیم ، مطلوب است : (الف) احتمال آن که دقیقاً ۲ تا از مهره های خارج شده سفید باشند . (ب) احتمال آن که مهره های خارج شده از ۳ رنگ مختلف باشند .	۲۳
۱/۵	خرداد ۹۱	یک کارت از میان ۵۰ کارت به شماره های ۱ تا ۵۰ را به تصادف بیرون می آوریم . احتمال آن را بیابید که : (الف) عدد روی کارت مضرب ۲ یا ۳ باشد . (ب) عدد روی کارت مضرب ۲ و مضرب ۳ باشد . (خارج کشور)	۲۴
۱/۵	شهریور ۹۱	کیسه ای شامل ۵ مهره ی سفید و ۶ مهره ی سیاه است . از این کیسه ۳ مهره با هم به تصادف بیرون می آوریم ، مطلوب است احتمال آن که حداقل ۲ مهره ی سفید خارج شده باشد .	۲۵
۲	دیماه ۹۱	سکه سالمی را پرتاب می کنیم اگر پشت بیاید ۲ بار دیگر سکه را پرتاب می کنیم و اگر رو بیاید تاس سالمی را می ریزیم ، مطلوب است احتمال آن که : (الف) تاس زوج بیاید . (ب) سکه فقط دو بار پشت بیاید .	۲۶
۱/۵	خرداد ۹۲	خانواده ای دارای سه فرزند است فضای نمونه ای را نوشته ، مطلوب است احتمال این که : (الف) حداقل دارای ۲ پسر باشد . (ب) فرزند اول دختر باشد .	۲۷
۱/۵	دیماه ۹۲	از یک سبد که شامل ۴ سیب سالم و ۶ سیب ناسالم است ، ۳ سیب با هم به تصادف بیرون می آوریم ، مطلوب است احتمال آن که یکی سالم و بقیه ناسالم باشند .	۲۸
۱/۵	خرداد ۹۳	از کیسه ای که شامل ۳ مهره آبی و ۴ مهره قرمز و یک مهره سفید است ، ۲ مهره با هم به تصادف بیرون می آوریم احتمال آن که مهره ها هم رنگ باشند چقدر است ؟	۲۹
۰/۷۵	شهریور ۹۳	۱۰ نفر را در نظر می گیریم ، احتمال این که روز تولد هیچ دو نفری از آنها یک روز نباشد را مشخص کنید . (سال را ۳۶۵ روز در نظر بگیرید)	۳۰

تهیه کننده: افشین ملاسعیدی عضو گروه ریاضی مقطع متوسطه ی دوم استان خوزستان

۱/۵	شهریور ۹۳	۵ نفر زن و ۷ نفر مرد برای شغلی تقاضا کرده اند . با این حال ، امکان استخدام تنها برای ۳ نفر از آنها وجود دارد . احتمال انتخاب ۳ نفر را در حالت های زیر پیدا کنید : (ساده کردن جواب ها الزامی نیست) الف) ۲ زن و یک مرد انتخاب شوند . ب) ۳ زن انتخاب شوند .	۳۱
۱/۵	دیماه ۹۳	اگر یک عدد چهار رقمی کمتر از ۵۰۰۰ به طور تصادفی با ترکیب ارقام ۹ و ۷ و ۵ و ۳ و ۱ به وجود آید ، احتمال این که عدد ساخته شده بر ۵ بخش پذیر باشد را پیدا کنید . (تکرار ارقام غیر مجاز است)	۳۲
۱/۲۵	خرداد ۹۴	یک کیسه محتوی ۵ مهره قرمز ، ۳ مهره سفید و ۴ مهره سبز است . دو مهره را به طور تصادفی از کیسه بیرون می آوریم . مطلوب است احتمال آن که فقط یک مهره قرمز باشد .	۳۳
۱/۵	خرداد ۹۴	در جعبه ای ۵ مهره سفید و ۳ مهره قرمز وجود دارد . سه مهره به تصادف بیرون می آوریم . الف) احتمال این که سه مهره هم رنگ نباشند را محاسبه کنید . ب) احتمال این که دو مهره سفید و یکی قرمز باشد را محاسبه کنید . (خارج کشور)	۳۴
۱/۵	شهریور ۹۴	از یک جعبه محتوی ۴ لامپ سالم و ۵ لامپ معیوب ، ۳ لامپ به طور تصادفی بیرون می آوریم . مطلوب است احتمال آن که : الف) هر سه لامپ سالم باشد . ب) حداقل دو لامپ سالم باشد .	۳۵
۱/۵	دیماه ۹۴	در ظرفی ۴ مهره سفید و ۳ مهره قرمز است . ۲ مهره به تصادف با هم بیرون می آوریم ، احتمال آن که حداکثر یکی از آن ها سفید باشد را محاسبه کنید .	۳۶
۱	دیماه ۹۴	با ارقام ۶ و ۵ و ۴ و ۳ و ۱ (بدون تکرار) عدد ۳ رقمی می سازیم . چقدر احتمال دارد که عددی زوج نوشته شود ؟	۳۷
۱/۲۵	خرداد ۹۵	دو تاس را با هم می ریزیم. احتمال آن را بیابید که مجموع اعداد ظاهر شده روی تاس ها برابر ۶ شود.	۳۸
۱	خرداد ۹۵	در ظرفی ۷ مهره قرمز و ۴ مهره سفید است. به تصادف ۲ مهره با هم بیرون می آوریم. احتمال آن که دو مهره هم رنگ باشند را محاسبه کنید.	۳۹

تهیه کننده: افشین ملاسعیدی عضو گروه ریاضی استان خوزستان

احتمال دو جمله ای

۱	دیماه ۸۶	تاسی را ۵ بار پرتاب می کنیم احتمال آن که سه بار عدد زوج بیاید چقدر است ؟	۱
۱	شهریور ۸۷	خانواده ای ۶ فرزند دارد احتمال آن را بیابید که دو فرزند خانواده پسر باشند .	۲

سئوالات موضوعی فصل چهارم درس جبر و احتمال

۰/۷۵	دیماه ۸۷	در یک آزمون ۱۵ سوالی که سوالات دارای پاسخ (بلی - خیر) می باشند ، مطلوب است احتمال آن که فردی به ۳ سوال پاسخ (بلی) داده باشد .	۳												
۱	خرداد ۸۸	تاس سالمی را ۸ بار می اندازیم ، احتمال آن را حساب کنید که حداقل ۶ بار عددی فرد آمده باشد .	۴												
۱	شهریور ۸۸	سه وجه مکعبی به رنگ زرد و سه وجه دیگر آن به رنگ سبز است . این مکعب را ۷ بار پرتاب کرده ایم ، احتمال آن که ۳ بار سبز آمده باشد را بیابید .	۵												
۱	دیماه ۸۸	مطالب زیر مربوط به دو روز بارش برف می باشد ، نمودار درختی را رسم کرده و جای خالی را با توجه به آن کامل کنید . <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>تعداد روزهای باریدن برف</td> <td>۲</td> <td>۱</td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td>تعداد امکان های مختلف</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۱</td> </tr> <tr> <td>احتمال</td> <td><input type="text"/></td> <td><input type="text"/></td> <td><input type="text"/></td> </tr> </table>	تعداد روزهای باریدن برف	۲	۱	۰	تعداد امکان های مختلف	۱	۲	۱	احتمال	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	۶
تعداد روزهای باریدن برف	۲	۱	۰												
تعداد امکان های مختلف	۱	۲	۱												
احتمال	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>												
۱	خرداد ۸۹	در مصاحبه تلویزیونی با مردم راجع به داشتن کامپیوتر شخصی ، از ۳۰ نفر تصادفی پرسیدند ، احتمال آن که ۲۵ نفر پاسخ مثبت داده باشند ، را محاسبه کنید .	۷												
۱	شهریور ۸۹	دانش آموزی به ۲۰ سوال دو گزینه ای به تصادف پاسخ می دهد ، احتمال آن را بیابید که به ۱۲ سوال پاسخ درست داده باشد .	۸												
۱	دیماه ۸۹	در خانواده های ۵ فرزندی ، مطلوب است محاسبه احتمال آن که ۲ فرزند پسر داشته باشند .	۹												
۰/۷۵	خرداد ۹۰	۵۰ درصد افراد جامعه ای با سواد هستند ، احتمال آن که از ۲۰ نفر آن ها ۶ نفر بیسواد بوده باشند را محاسبه نمایید .	۱۰												
۱	خرداد ۹۰	سکه ی سالمی را ۷ بار می ریزیم احتمال این که حداقل ۶ بار رو بیاید را محاسبه کنید . (خارج کشور)	۱۱												
۱/۵	شهریور ۹۰	تاسی را ۱۰ بار پرتاب می کنیم احتمال آن که ۳ بار عدد زوج ظاهر شود چه قدر است ؟ (خارج کشور)	۱۲												
۱	دیماه ۹۰	سکه ی سالمی را ۱۲ بار پرتاب می کنیم احتمال آن که ۷ بار پشت سکه ظاهر شود ، چقدر است ؟	۱۳												

تهیه کننده : افشین ملاسعیدی عضو گروه ریاضی مقطع متوسطه ی دوّم استان خوزستان

۰/۷۵	خرداد ۹۱	تاس سالمی را ۱۲ بار پرتاب می کنیم ، احتمال آن که ۴ بار عدد فرد روی تاس ظاهر شده باشد ، چقدر است ؟	۱۴
۰/۷۵	خرداد ۹۱	سکه سالمی را ۱۰ بار پرتاب می کنیم ، احتمال آن که ۶ بار پشت سکه ظاهر شده باشد را محاسبه کنید . (خارج کشور)	۱۵
۰/۷۵	شهریور ۹۱	آزمونی شامل ۱۵ سوال دو گزینه ای (درست- غلط) می باشد . دانش آموزی بطور تصادفی به همه سوالات این آزمون پاسخ می دهد ، احتمال آن که دقیقاً به ۷ سوال پاسخ درست داده باشد ، چقدر است ؟	۱۶
۱	دیماه ۹۱	تاس سالمی را ۱۰ بار پرتاب می کنیم ، احتمال آن که ۷ بار عدد روی تاس فرد ظاهر شده باشد ، چقدر است ؟	۱۷
۰/۷۵	شهریور ۹۲	تاس سالمی را ۵ بار پرتاب می کنیم مطلوب است احتمال آن که ۳ بار عدد زوج بیاید .	۱۸
۱	دیماه ۹۲	آزمونی شامل ۱۰ سوال دو گزینه ای (درست- غلط) می باشد . دانش آموزی بطور تصادفی به همه سوالات این آزمون پاسخ می دهد ، احتمال آن که دقیقاً به ۸ سوال پاسخ درست داده باشد ، چقدر است ؟ تکرار شده در : دیماه ۹۳	۱۹
۰/۷۵	خرداد ۹۳	تاس سالمی را ۸ بار می اندازیم ، احتمال آن که حداقل ۶ بار عددی اول ظاهر شود چقدر است؟	۲۰
۱/۵	خرداد ۹۴	نمودار درختی مربوط به حالات ممکن جنسیت فرزندان یک خانواده با دو فرزند را بنویسید . سپس جاهای خالی را با توجه به آن کامل کنید . (فرض می کنیم احتمال پسر بودن فرزند $\frac{1}{2}$ باشد) تعداد پسرها : ۰ ۱ ۲ تعداد حالات : <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> ۱ احتمال : <input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/> $\frac{1}{4}$	۲۱
۱	خرداد ۹۴	مکعب سالمی که سه وجه آن آبی و سه وجه دیگر آن را قرمز کرده ایم را ۱۰ بار پرتاب می کنیم . احتمال این که ۸ بار وجه رو شده آبی باشد را محاسبه کنید . (خارج کشور)	۲۲
۱	شهریور ۹۴	سکه سالمی را ۱۵ بار پرتاب می کنیم ، احتمال آن که ۷ بار بر آمد سکه رو باشد چقدر است ؟ (ساده کردن جواب الزامی نیست)	۲۳

سئوالات موضوعی فصل چهارم درس جبر و احتمال

۲۴	سکه ای را ۲۰ بار می اندازیم. احتمال آن که ۸ بار رو ظاهر شود را بیابید.	خرداد ۹۵	۱ نمره
----	--	----------	-----------

تهیه کننده: آقشهین ملاحمدی عضو گروه ریاضی استان خوزستان

احتمال غیر هم شانس در فضاهای گسسته و احتمال یک پیشامد اختیاری

۱	سه دانش آموز A و B و C با هم مسابقه دو میدانی می دهند. احتمال برنده شدن A و C یکسان ولی احتمال برنده شدن هر کدام سه برابر احتمال برنده شدن B است. احتمال آن که C یا B برنده شوند چقدر است؟	خرداد ۸۵	۱/۷۵
۲	اگر $S = \{a, b, c, d\}$ یک فضای نمونه ای باشد مطلوب است محاسبه $P(a')$ و $P(b')$ در صورتی که داشته باشیم: $P(a) = 2P(b)$ و $P(c) = P(d) = \frac{1}{4}$	شهریور ۸۵	۱/۷۵
۳	تاسی به گونه ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد زوج ۳ برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. در پرتاب این تاس احتمال آنکه عدد تاس کوچکتر از ۴ باشد چقدر است؟	دیماه ۸۵	۱/۵
۴	اگر $S = \{a, b, c, d\}$ و $P(\{a, b, c\}) = \frac{1}{3}$ و $P(\{a, b, d\}) = \frac{2}{3}$ آنگاه $P(\{a, b\})$ را به دست آورید.	خرداد ۸۶	۱/۲۵
۵	در یک شهرستان ۴ نفر کاندیدای انتخاب شهردار هستند. اگر بدانیم شانس انتخاب شدن A_1 دو برابر شانس انتخاب شدن A_2 و شانس انتخاب شدن A_3 دو برابر شانس انتخاب شدن A_4 است و A_2 و A_3 هم شانس باشند، احتمال این که A_1 انتخاب شود چقدر است؟	شهریور ۸۶	۱/۵
۶	سه دونه a و b و c مسابقه می دهند. اگر شانس برنده شدن a سه برابر شانس برنده شدن b و شانس برنده شدن b نصف شانس برنده شدن c باشد، احتمال این که a برنده نشود چقدر است؟	دیماه ۸۶	۱/۷۵
۷	چهار دونه a و b و c و d در یک مسابقه شرکت می کنند. فرض کنیم احتمال برنده شدن a سه برابر احتمال برنده شدن b و احتمال برنده شدن b و احتمال برنده شدن c و دونه های c و d هم شانس باشند. احتمال برنده شدن a یا b را به دست آورید.	خرداد ۸۷	۱/۵
۸	در فضای نمونه ای $S = \{a, b, c, d\}$ داریم: $P\{a, d\} = \frac{5}{7}$ و $P\{a, b, c\} = \frac{17}{35}$ و b و c هم شانس هستند، احتمال هر یک را بیابید.	شهریور ۸۷	۱/۵
۹	در یک کلاس، (احمد و علی و بهرام) داوطلب انتخاب نمایندگی کلاس می باشند، اگر احتمال انتخاب علی دو برابر احمد و احتمال انتخاب بهرام سه برابر علی باشد، احتمال انتخاب هر یک را بیابید.	دیماه ۸۷	۱/۵
۱۰	تاسی به گونه ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد اول، سه برابر احتمال وقوع هر عدد غیر اول است. اگر در پرتاب این تاس A پیشامد وقوع عدد کوچکتر از ۴ باشد، احتمال وقوع پیشامد A را محاسبه نمایید.	خرداد ۸۸	۱/۵

تهیه کننده: افشین ملاسعیدی عضو گروه ریاضی مقطع متوسطه ی دوم استان خوزستان

۱۱	شهریور ۸۸	۱/۵	در فضای نمونه ای $S = \{a, b, c\}$ اگر داشته باشیم $P\{a, b\} = 3P\{c\}$ ، در این صورت $P\{c\}$ را بیابید.
۱۲	دیماه ۸۸	۱/۲۵	اگر $S = \{a, b, c, d\}$ یک فضای نمونه ای باشد ، در صورتی که داشته باشیم : $P(a) = 2P(b)$ و $P(c) = P(d) = \frac{1}{4}$ ، مطلوب است محاسبه ی $P(b')$ و $P(a')$ تکرار شده در : شهریور ۹۰
۱۳	خرداد ۸۹	۱/۵	سه دونه a و b و c با هم مسابقه می دهند. احتمال بُرد a دو برابر احتمال بُرد b و احتمال بُرد b دو برابر احتمال بُرد c است . الف) احتمال بُرد a را بیابید . ب) احتمال آن که a یا b ببرند را محاسبه کنید .
۱۴	شهریور ۸۹	۱/۵	تاسی به گونه ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد زوج آن دو برابر احتمال وقوع هر عدد فرد آن است ، اگر در پرتاب این تاس ، A پیشامد وقوع عددی کوچکتر یا مساوی ۳ باشد ، $P(A)$ را محاسبه کنید .
۱۵	دیماه ۸۹	۱/۵	در فضای نمونه ای $S = \{a, b\}$ اگر $\frac{P(a)}{P(b)} = \frac{1}{7}$ مطلوب است محاسبه : $A = 3P(a) + \frac{1}{2}P(b)$
۱۶	خرداد ۹۰	۱/۵	اگر $S = \{1, 2, 3, 4\}$ فضای نمونه یک تجربه تصادفی باشد و داشته باشیم : $P(1) = 2P(2) = 3P(3) = 4P(4)$ مطلوب است محاسبه ی $P(1)$.
۱۷	خرداد ۹۰	۱/۵	سه تیر انداز a و b و c با هم مسابقه می دهند . فرض کنیم احتمال بُرد a دو برابر احتمال بُرد b و احتمال بُرد b دو برابر احتمال بُرد c است . مطلوب است احتمال بُرد هر کدام از تیر انداز ها . (خارج کشور)
۱۸	شهریور ۹۰	۱/۵	چهار دونه a و b و c و d با هم مسابقه می دهند . احتمال برنده شدن دونه a چهار برابر احتمال برنده شدن d و احتمال برنده شدن d دو برابر احتمال برنده شدن c است و احتمال برنده شدن c و b مساوی است . احتمال برنده شدن هر کدام از آن ها را به دست آورید . (خارج کشور)
۱۹	دیماه ۹۰	۱/۵	سه دونه به نام های A و B و C در یک مسابقه شرکت می کنند ، شانس برنده شدن A و B با هم برابر است و شانس بردن C ، دو برابر هر یک از آنها است . مطلوب است : الف) احتمال آن که C برنده شود. ب) احتمال آن که A یا C برنده شوند .
۲۰	خرداد ۹۱	۱/۲۵	سه دونه a و b و c در یک مسابقه شرکت می کنند ، احتمال برد a نصف احتمال برد b و احتمال برد b $\frac{1}{3}$ احتمال برد c است : الف) احتمال برد هر یک از دونه ها را بیابید . ب) احتمال آن که b یا c برنده شوند را تعیین کنید .
۲۱	خرداد ۹۱	۱/۵	تاسی به گونه ای ساخته شده که احتمال ظاهر شدن عددهای فرد ۵ برابر احتمال ظاهر شدن اعداد زوج است . احتمال ظاهر شدن هر یک از اعداد روی تاس را محاسبه کنید . (خارج کشور)

سئوالات موضوعی فصل چهارم درس جبر و احتمال

۱/۲۵	شهریور ۹۱	اگر فضای نمونه ای یک تجربه ی تصادفی باشد و داشته باشیم $P(d) = \frac{1}{8}$ و $P(c) = \frac{1}{4}$ و $P(a) = 3P(b)$ مطلوب است محاسبه ی $P(b)$ و $P(a')$.	۲۲
۱/۲۵	شهریور ۹۲	سه دونه A و B و C با هم مسابقه می دهند، اگر احتمال بُرد A با B برابر باشد و احتمال برد هر کدام از آنها ۲ برابر برد C باشد، احتمال آن که B یا C برنده شوند چقدر است؟	۲۳
۱/۲۵	دیماه ۹۲	اگر فضای نمونه ای یک تجربه ی تصادفی و $P(c) = \frac{1}{4}$ و $P(a) = 2P(b)$ باشد. مقادیر $P(b)$ و $P(a)$ را به دست آورید.	۲۴
۱/۲۵	خرداد ۹۳	اگر فضای نمونه ای یک تجربه ی تصادفی و $P(b) = \frac{1}{3}$ و $P(\{b,d\}) = \frac{1}{4}$ و $P(\{b,c\}) = \frac{2}{3}$ باشد آنگاه $P(a)$ را به دست آورید.	۲۵
۱/۵	شهریور ۹۳	تاسی به گونه ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد فرد سه برابر احتمال وقوع هر عدد زوج است. اگر در یک پرتاب این تاس، پیشامد $A = \{2,3\}$ باشد، $P(A)$ را بیابید.	۲۶
۱/۵	دیماه ۹۳	سه شناگر a و b و c با هم مسابقه می دهند. a و b دارای احتمال بردن مساوی هستند و شانس بردن هر کدام از آنها دو برابر c است. مطلوب است احتمال این که b یا c ببرد.	۲۷
۱/۵	خرداد ۹۴	اگر فضای نمونه ای یک آزمایش تصادفی $S = \{1,2,3\}$ باشد و $P(3) = 2P(2) = a$ و $P(1) = a^2$ ، مقدار a و $P(2)$ را به دست آورید.	۲۸
۱/۵	خرداد ۹۴	سه اسب a و b و c با هم مسابقه می دهند. فرض کنیم احتمال برد a دو برابر احتمال برد b و احتمال بُرد b دو برابر احتمال بُرد c است. الف) احتمال بُرد هر یک از اسب ها را به دست آورید. ب) احتمال آن که a یا b ببرند را محاسبه کنید. (خارج کشور)	۲۹
۱/۵	شهریور ۹۴	تاسی به گونه ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد کوچکتر از ۴، سه برابر احتمال وقوع هر عدد بزرگتر یا مساوی ۴ است. اگر در یک پرتاب این تاس A پیشامد وقوع عددی زوج باشد، $P(A)$ را بیابید.	۳۰
۱/۵	دیماه ۹۴	تاسی به گونه ای ساخته شده که احتمال وقوع اعداد اول ۲ برابر سایر اعداد است. این تاس را پرتاب می کنیم. احتمال آن که عدد ظاهر شده بیشتر از ۳ باشد را بیابید.	۳۱
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۵	سه اسب a و b و c با هم مسابقه می دهند. اسب های a و c دارای احتمال بردن مساوی هستند و شانس b ، دو برابر شانس بردن a است. احتمال آن که دو اسب a یا b ببرند را به دست آورید.	۳۲

احتمال در فضاهای پیوسته

۱/۵	خرداد ۸۵	نقطه ای به تصادف داخل مربعی به ضلع ۲ در نظر می گیریم . مطلوب است احتمال این که فاصله ی این نقطه از هر راس مربع کوچکتر از $\frac{1}{3}$ باشد .	۱
۱/۷۵	شهریور ۸۵	نقطه ی (x, y) را درون فضای نمونه ای $S = \{(x, y) \in R^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$ به تصادف انتخاب می کنیم احتمال این که نقطه ی مورد نظر در $A = \{(x, y) \in R^2 \mid x \leq y \leq y + 1\}$ باشد را تعیین کنید .	۲
۱/۷۵	دیماه ۸۵	دو عدد حقیقی از بازه $[0, 2]$ به تصادف انتخاب می کنیم . احتمال این که مجموع این دو عدد بین ۱ و ۳ باشد را تعیین کنید .	۳
۱/۵	خرداد ۸۶	فرض کنید دو قطعه چوب داریم که طول های آنها به ترتیب ۱ و 0.5 متر باشد . قطعه بزرگتر را بااره دو قسمت می کنیم که در نتیجه سه قطعه چوب حاصل می شود ، احتمال این که سه قطعه چوب تشکیل یک مثلث بدهند چقدر است ؟	۴
۲	شهریور ۸۶	دو عدد حقیقی از بازه $[0, 2]$ به تصادف انتخاب می کنیم . مطلوب است احتمال این که مجموع این دو عدد بین ۱ و ۲ باشد .	۵
۱/۲۵	دیماه ۸۶	سکه ای به شعاع یک سانتی متر را داخل مربعی به ضلع ۵ سانتی متر می اندازیم . احتمال آن را بیابید که سکه کاملاً داخل مربع قرار گیرد .	۶
۱/۵	خرداد ۸۷	نقطه ای به تصادف درون مثلث قائم الزاویه متساوی الساقینی که طول هر ساق آن ۳ سانتی متر است انتخاب می کنیم . مطلوب است محاسبه ی احتمال آن که فاصله ی این نقطه از هر راس مثلث بیشتر از ۱ سانتی متر باشد .	۷
۱/۵	شهریور ۸۷	نقطه ای به تصادف درون متوازی الاضلاعی به رئوس $A \begin{vmatrix} 0 \\ 3 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} 1 \\ 5 \end{vmatrix}$ و $C \begin{vmatrix} 5 \\ 5 \end{vmatrix}$ و $D \begin{vmatrix} 4 \\ 3 \end{vmatrix}$ انتخاب می کنیم ، احتمال آن را بیابید که داشته باشیم $x < 1$ یا $x > 3/5$.	۸
۱/۷۵	دیماه ۸۷	نقطه ای به تصادف از فضای نمونه ای $S = \{(x, y) \mid x, y \in R, 1 \leq x + y \leq 3\}$ انتخاب می کنیم ، مطلوب است احتمال آن که $x \leq 1$ و $y \leq 1$ باشد .	۹
۱/۵	خرداد ۸۸	اگر x و y دو عدد تصادفی از بازه حقیقی $[0, 2]$ باشند ، احتمال آن را بیابید که داشته باشیم : $2 \leq y + 2x \leq 4$	۱۰
۱/۵	شهریور ۸۸	دو عدد حقیقی x و y را به تصادف انتخاب می کنیم به طوری که $x \in [0, 3]$ و $y \in [-2, 0]$ ، مطلوب است احتمال آن که $ x + y \leq 1$.	۱۱

سئوالات موضوعی فصل چهارم درس جبر و احتمال

۱۲	دیماه ۸۸	۱/۵	نقطه ای به تصادف داخل مستطیلی به طول ۷ و عرض ۴ در نظر می گیریم ، مطلوب است احتمال این که فاصله ی این نقطه از هر راس بیشتر از ۱ باشد .
۱۳	خرداد ۸۹	۱	نقطه ای به تصادف داخل مربعی به ضلع ۴ انتخاب می کنیم ، اگر A پیشامد آن باشد که فاصله این نقطه تا مرکز مربع بیش تر از یک شود ، احتمال وقوع A را محاسبه کنید .
۱۴	دیماه ۸۹	۱/۵	یک نقطه بطور تصادفی درون یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۳ انتخاب می کنیم ، مطلوب است احتمال آن که فاصله آن نقطه از هر راس بیشتر از ۱ باشد .
۱۵	خرداد ۹۰	۱/۵	دو عدد حقیقی x و y را به تصادف از بازه $[0, 3]$ انتخاب می کنیم ، احتمال آن را حساب کنید که : الف) $x + y \leq 2$ ب) $x + y = 3$
۱۶	خرداد ۹۰	۱/۵	دو عدد حقیقی بین ۰ و ۲ به تصادف انتخاب می کنیم . مطلوب است احتمال آن که مجموع این دو عدد بین ۰/۵ و ۱/۵ باشد . (خارج کشور)
۱۷	شهریور ۹۰	۱/۵	یک نقطه بطور تصادفی درون یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۴ انتخاب می کنیم ، مطلوب است احتمال آن که فاصله آن نقطه از هر راس بیشتر از ۱ باشد .
۱۸	شهریور ۹۰	۲	دو عدد به تصادف در بازه ی $[-1, 2]$ انتخاب می کنیم . احتمال آن که مجموع آن ها بزرگتر یا مساوی ۲ باشد چه قدر است ؟ (خارج کشور)
۱۹	دیماه ۹۰	۲	یک نقطه به طور تصادفی درون یک مثلث با راس های $(0, 0)$ و $(3, 2)$ و $(4, 0)$ انتخاب می کنیم ، مطلوب است احتمال آن که طول نقطه انتخاب شده کمتر از ۲ باشد .
۲۰	خرداد ۹۱	۱/۵	تیری را به سمت هدفی مربعی شکل به ضلع ۴ پرتاب می کنیم . احتمال آن را بیابید که نقطه ی اصابت تیر درون دایره ای به شعاع ۰/۵ که مرکز آن منطبق بر مرکز مربع است ، قرار بگیرد .
۲۱	خرداد ۹۱	۱/۲۵	نقطه ی (x, y) را درون دایره $S = \{(x, y) \in R^2 \mid x^2 + y^2 \leq 25\}$ به تصادف انتخاب می کنیم احتمال این که نقطه ی انتخابی در $A = \{(x, y) \in S \mid x^2 + y^2 \geq 9\}$ باشد را تعیین کنید . (خارج کشور)
۲۲	شهریور ۹۱	۱/۵	دو عدد حقیقی به تصادف از بازه ی $[-1, 2]$ انتخاب می کنیم ، احتمال آن که مجموع این دو عدد مثبت باشد را محاسبه کنید .
۲۳	دیماه ۹۱	۲	دو عدد حقیقی بین ۰ و ۲ به تصادف انتخاب می کنیم . مطلوب است احتمال آن که مجموع این دو عدد بین ۱ و ۲ باشد .

تهیه کننده: افشین ملاسعیدی عضو گروه ریاضی مقطع متوسطه ی دوم استان خوزستان

۲	خرداد ۹۲	دو عدد حقیقی x و y را به تصادف از بازه $(1,3)$ انتخاب می کنیم . مطلوب است احتمال آن که مجموع دو عدد بین ۳ و ۴ باشد .	۲۴
۱/۵	شهریور ۹۲	نقطه ای درون مربعی به ضلع ۲ واحد در نظر می گیریم ، مطلوب است احتمال آن که فاصله آن نقطه از هر راس مربع بیشتر از $\frac{1}{3}$ باشد .	۲۵
۱/۷۵	دیماه ۹۲	دو عدد حقیقی بین ۰ و ۲ به تصادف انتخاب می کنیم . احتمال آن که نسبت این دو عدد کمتر از یک باشد را محاسبه کنید .	۲۶
۲	خرداد ۹۳	دو عدد حقیقی بین ۰ و ۲ به تصادف انتخاب می کنیم . احتمال آن که $ x - y < 1$ را محاسبه نمایید .	۲۷
۱/۵	شهریور ۹۳	بر روی مربع Q با مشخصات $\{ (x, y) \in R^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2 \}$ یک نقطه را به طور تصادفی انتخاب می کنیم ، مطلوب است احتمال این که فاصله این نقطه از هر راس مربع بیشتر از ۱ باشد .	۲۸
۱/۵	دیماه ۹۳	دو عدد حقیقی بین ۰ و ۲ به تصادف انتخاب می کنیم . مطلوب است احتمال آن که مجموع دو عدد بزرگتر یا مساوی ۱ باشد .	۲۹
۱/۲۵	خرداد ۹۴	یک نقطه به تصادفی درون مربعی به ضلع ۲ واحد در نظر می گیریم ، مطلوب است احتمال آن که فاصله آن نقطه از هر راس مربع بیشتر از ۱ واحد باشد .	۳۰
۱/۵	خرداد ۹۴	اگر دو عدد حقیقی به طور تصادفی بین ۰ و ۲ انتخاب شوند احتمال این که مجموع دو عدد بین ۱ و ۳ باشد را به دست آورید . (خارج کشور)	۳۱
۱/۵	شهریور ۹۴	دو عدد حقیقی x و y را در بازه $[-1,1]$ به تصادف انتخاب می کنیم . مطلوب است احتمال آن که $x^2 + y^2 \leq 1$ باشد .	۳۲
۱/۵	دیماه ۹۴	بر روی مستطیل $S = \{ (x, y) \mid -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \}$ یک نقطه را به طور تصادفی انتخاب می کنیم . احتمال این که داشته باشیم $\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}y \leq x - 1$ را به دست آورید .	۳۳
۱/۵	خرداد ۹۵	دو عدد x و y را به تصادف از بازه ی $[0,4]$ انتخاب می شوند. احتمال آن که $ x - y < 3$ باشد، را محاسبه کنید.	۳۴

تهیه کننده: افشین ملاسعیدی عضو گروه ریاضی استان خوزستان

قوانین احتمال

سئوالات موضوعی فصل چهارم درس جبر و احتمال

۱/۲۵	شهریور ۸۵	احتمال این که دانش آموزی در درس جبر و احتمال قبول شود ۳۴٪ و در درس حسابان قبول شود ۲۳٪ است و احتمال این که دست کم در یکی از این دو درس قبول شود ۳۸٪ است. احتمال این که این دانش آموز در هر دو درس قبول شود چقدر است؟	۱
۱	شهریور ۸۵	اگر داشته باشیم $A \subseteq B$ آنگاه ثابت کنید: $P(B - A) = P(B) - P(A)$ تکرار شده در: خرداد ۸۷	۲
۱/۵	دیماه ۸۵	اگر $P(A) = ۰/۳$ و $P(B') = ۰/۴$ و $P(A \cup B) = ۰/۷$ مطلوبست $P(A' \cap B')$. تکرار شده در: خرداد ۸۵	۳
۱	دیماه ۸۵	اگر نسبت احتمال قبول شدن علی به قبول نشدن علی $\frac{۲}{۳}$ باشد، آنگاه احتمال قبول شدن علی را تعیین کنید.	۴
۱/۵	خرداد ۸۶	از مجموعه اعداد $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ عددی به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال این که عدد انتخابی بر ۲ یا بر ۷ یا بر هر دو بخش پذیر باشد چقدر است؟	۵
۱	خرداد ۸۶	اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند، ثابت کنید: $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - ۱$ تکرار شده در: شهریور ۸۹ و دیماه ۹۲	۶
۱/۲۵	شهریور ۸۶	فرض می کنیم ۲۵٪ مردم یک شهر روزنامه الف و ۲۰٪ روزنامه ب و ۸٪ هر دو روزنامه را می خوانند. اگر شخصی به تصادف از اهالی این شهر انتخاب شود، احتمال این که هیچ یک از این روزنامه ها را <u>نخواند</u> چقدر است؟	۷
۱/۵	دیماه ۸۶	برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S ثابت کنید: $P(A' \cap B') - P(A \cap B) = ۱ - P(A) - P(B)$	۸
۱/۲۵	خرداد ۸۷	احتمال آن که در خانه ای یخچال باشد برابر $۰/۸۵$ و احتمال آن که هم یخچال و هم تلویزیون باشد $۰/۴$ و احتمال آن که حداقل یکی از دو وسیله یخچال و تلویزیون باشد $۰/۹۶$ می باشد. احتمال آن را بیابید که در این خانه: الف) تلویزیون باشد. ب) فقط یخچال باشد	۹
۰/۷۵	خرداد ۸۷	ثابت کنید که اگر داشته باشیم $A \subseteq B$ آنگاه $P(B - A) = P(B) - P(A)$	۱۰
۱	شهریور ۸۷	اگر A و B دو پیشامد باشند و داشته باشیم $P(A \cap B) = ۳P(B) = ۲P(A)$ ، مطلوب است $\frac{P(A \cup B)}{P(A \cap B)}$	۱۱
۱	شهریور ۸۷	برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S ثابت کنید: $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$ تکرار شده در: خرداد ۹۰ و دیماه ۹۱ و خرداد ۹۲	۱۲

تهیه کننده: افشین ملاسعیدی عضو گروه ریاضی مقطع متوسطه ی دوم استان خوزستان

۱۳	دیماه ۸۷	۱/۵	اگر $P(A') = \frac{1}{3}$ و $P(A \cup B) = 2P(B)$ و $P(A' \cup B') = \frac{1}{4}$ باشد، مطلوب است محاسبه $P(B)$.
۱۴	خرداد ۸۸	۱/۵	اگر دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S باشند و داشته باشیم: $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ و $P(A \cup B) = 0.8$ و $P(B) = 2P(A)$ ، مطلوب است محاسبه $P(A' \cap B')$.
۱۵	شهریور ۸۸	۱/۵	اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند، ثابت کنید: $P(A' \cup B) - P(A \cap B) = 1 - P(A)$
۱۶	دیماه ۸۸	۱/۲۵	اگر A و B دو پیشامد باشند به طوری که $A \subseteq B$ ، ثابت کنید: الف) $P(A) \leq P(B)$ ب) $P(B - A) = P(B) - P(A)$ تکرار شده در: دیماه ۹۰ و شهریور ۹۲
۱۷	خرداد ۸۹	۱/۵	اگر $P(A) = \frac{2}{5}$ و $P(B) = \frac{3}{5}$ و $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$ ، در این صورت $P(A \cap B')$ را محاسبه کنید.
۱۸	دیماه ۸۹	۱/۵	اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند، ثابت کنید رابطه زیر بر قرار است: $P(A' \cap B') = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$
۱۹	خرداد ۹۰	۱	احتمال آن که دانش آموزی در درس ریاضی قبول شود ۵۵ درصد و در درس شیمی قبول شود ۶۰ درصد است، اگر احتمال آن که حداقل در یکی از دو درس قبول شود ۷۵ درصد باشد، احتمال آن را بیابید که در هر دو درس قبول شود.
۲۰	خرداد ۹۰	۱/۵	برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S ثابت کنید: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (خارج کشور)
۲۱	شهریور ۹۰	۱/۵	از مجموعه اعداد $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ عددی به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال این که عدد انتخابی بر ۵ بخش پذیر باشد ولی بر ۳ بخش پذیر نباشد؟
۲۲	شهریور ۹۰	۰/۷۵	اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $P(A) = 0.2$ و $P(B) = 0.3$ و $P(A \cup B) = 0.4$ احتمال آن را محاسبه کنید که هر دو پیشامد A و B با هم اتفاق بیفتند.
۲۳	شهریور ۹۰	۰/۲۵	کدام یک از عبارات زیر درست و کدام یک نادرست است؟ د) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند به طوری که $A \subseteq B$ آنگاه داریم: $P(B - A) = P(B) - P(A)$
۲۴	شهریور ۹۰	۱/۵	اگر $P(A) = \frac{1}{2}$ و $P(B') = \frac{5}{8}$ و $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$ باشد، مقدار $P(A \cap B)$ را محاسبه کنید. (خارج کشور)

سئوالات موضوعی فصل چهارم درس جبر و احتمال

۱/۵	خرداد ۹۱	اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند بطوری که داشته باشیم $P(B) = \frac{1}{4}$ و $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ مطلوب است محاسبه ی $P(A - B)$.	۲۵
۱/۵	خرداد ۹۱	اگر $P(A \cup B) = \frac{6}{8}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ و $P(A') = \frac{3}{8}$ مطلوب است محاسبه ی : الف) $P(B)$ ب) $P(B - A)$ (خارج کشور)	۲۶
۲	شهریور ۹۱	از مجموعه ی اعداد $\{1, 2, \dots, 100\}$ عددی به تصادف انتخاب می کنیم : الف) احتمال آن که عدد انتخابی بر ۳ یا ۵ بخش پذیر باشد را بیابید . ب) احتمال آن که عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۵ بخش پذیر نباشد را بیابید .	۲۷
۲	شهریور ۹۲	از مجموعه اعداد $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ عددی به تصادف انتخاب می کنیم . احتمال این که عدد انتخابی بر ۳ یا ۵ یا بر هر دو بخش پذیر باشد چقدر است ؟	۲۸
۱/۵	خرداد ۹۳	از مجموعه اعداد $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ عددی به تصادف انتخاب می کنیم . احتمال این که عدد انتخابی بر ۴ بخش پذیر باشد ولی بر ۷ بخش پذیر نباشد ؟	۲۹
۱/۵	شهریور ۹۳	اگر $P(A) = \frac{2}{5}$ و $P(B') = \frac{3}{7}$ و $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ باشند ، مطلوب است : الف) $P(A \cup B)$ ب) $P(A - B)$	۳۰
۱/۵	دیماه ۹۳	احتمال این که شخصی ناراحتی کلیه داشته باشد $0/23$ و ناراحتی قلبی داشته باشد $0/24$ و دست کم یکی از این دو نوع بیماری را داشته باشد $0/38$ است . احتمال این که هر دو بیماری را دارا باشد ، چقدر است ؟	۳۱
۱/۵	خرداد ۹۴	اگر $P(B) = \frac{2}{3}$ و $P(A') = \frac{1}{5}$ و $P(A \cap B) = \frac{3}{5}$ باشد ، مطلوب است : الف) $P(A \cup B)$ ب) $P(A - B)$	۳۲
۱/۵	خرداد ۹۴	احتمال این که شخصی ناراحتی کلیه داشته باشد $0/35$ و ناراحتی قلبی داشته باشد $0/36$ و دست کم یکی از این دو نوع بیماری را داشته باشد $0/50$ است . احتمال این که هر دو بیماری را دارا باشد ، چقدر است ؟ (خارج کشور)	۳۳
۱/۲۵	شهریور ۹۴	برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S داریم $P(A) = P(B) = 1$. نشان دهید : $P(A \cap B) = 1$.	۳۴
۱/۵	دیماه ۹۴	در یک شرکت که ۵۰ کارمند دارد ۳۲ نفر آن ها مرد هستند و ۲۰ نفر دارای مدرک فوق لیسانس می باشند . ۱۱ نفر از این کارمندان مرد ، مدرک فوق لیسانس دارند . یک نفر به تصادف از بین کارمندان انتخاب می شود . احتمال آن که این فرد نه مرد بوده و نه مدرک فوق لیسانس داشته باشد را محاسبه کنید .	۳۵
۱ نمره	خرداد ۹۵	عددی به تصادف از مجموعه ی $S = \{1, 2, 3, \dots, 40\}$ انتخاب می کنیم. احتمال این که عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۵ بخش پذیر نباشد را بیابید.	۳۶

مزرع سپر فلک دیدم و داس مه نو یادم از کشته ی خویش آمد و هنگام درو

افشین ملاسعیدی

دبیر ریاضی شهرستان آبادان

و

عضو گروه ریاضی متوسطه ی دوّم استان خوزستان

پاسخ سوالات موضوعی نهایی

((جبر و احتمال))

((فصل اول))

پایه ی سوم رشته ریاضی و فیزیک

سال تحصیلی ۹۵-۹۴

تهیه کننده : افشین ملاسعیدی

عضو گروه ریاضی متوسطه دوم استان خوزستان

فصل اول : درک شهودی			
ردیف	پاسخ	تاریخ آزمون	بارم سوال
۱	دانش غریزی	۹۲ خرداد	۰/۲۵

فصل اول : استدلال استقرایی			
ردیف	پاسخ	تاریخ آزمون	بارم سوال
۱	استقرایی	۸۹ شهریور	۰/۲۵
۲	استقرایی	۹۱ دی	۰/۲۵
۳	استقرایی	۹۴ دی	۰/۲۵

فصل اول : استدلال استنتاجی			
ردیف	پاسخ	تاریخ آزمون	بارم سوال
۱	$x = 2k, y = 2k + 2, z = 2k + 4 \quad (0/25)$ $x + y + z = 2k + (2k + 2) + (2k + 4) = 6k + 6 = 6(k + 1) = 6k' \quad (0/25)$ $(0/25)$	۸۵ خرداد	۱
۲	$x = 2K, y = 2K + 2, z = 2K + 4, K \in Z \quad (0/25)$ $x.y.z = (2K)(2K + 2)(2K + 4) = 8(K)(K + 1)(K + 2) \quad (0/25)$ $K + 2, K + 1, K$ سه عدد صحیح متوالی هستند پس یکی از این سه عدد مضرب ۳ است پس $(0/25)$ $x.y.z = 8(3q) = 24q \quad (0/25)$	۸۵ شهریور	۱
۳	$x.y = (2K + 1)(2K' + 1)$ $x.y = 4KK' + 2K + 2K' + 1 \quad (0/25)$ $x.y = 2(2KK' + K + K') + 1 \quad (0/25)$	۸۵ دی	۰/۷۵
۴	$x = 2k$ $y = 2k + 2 \quad (0/25)$ $z = 2k + 4$ $x.y.z = 2k(2k + 2)(2k + 4) \quad (0/25)$ $= 2^3 k(k + 1)(k + 2) \quad (0/25)$ $= 8k' \quad (0/25)$	۸۶ خرداد	۱
۵	$x = 2k$ $(0/25) y = 2k' + 1 \Rightarrow 3x + y = 6k + 2k' + 1 = 2(3k + k') + 1 = 2k'' + 1$ $(0/25) \quad (0/25) \quad (0/25)$	۸۶ شهریور	۱
۶	$x = 2k + 1 \quad (0/25)$ $3x + 3 = 3(2k + 1) + 3 = 6k + 6 = 6(k + 1) = 6t \quad (0/25)$ $(0/25) \quad (0/25)$	۸۶ دی	۱
۷	$x = 2k + 1$ $x^2 + 1 = (2k + 1)^2 + 1 = 4k^2 + 4k + 1 + 1 = 4k^2 + 4k + 2 = 2(2k^2 + 2k + 1) = 2t$ $(0/25) \quad (0/25) \quad (0/25)$	۸۷ خرداد	۰/۷۵
۸	$x = 2k + 1$ $y = 2k + 3 \quad (0/25)$ $x + y = 2K + 1 + 2K + 3 = 4K + 4 = 4(K + 1) = 4t$ $(0/25) \quad (0/25) \quad (0/25)$	۸۷ شهریور	۱
۹	$x = 2k + 1 \rightarrow 3(2k + 1)^2 - 3 = 12k^2$ حکم: $(0/5)$ $3(4k^2 + 4k + 1) - 3 = 12k^2 + 12k = 12(k^2 + k) = 12k'$ $(0/5)$	۸۷ دی	۱
۱۰	$x = 2k, y = 2k + 2 \quad (0/25)$ فرض : $xy = 2k(2k + 2) = 4k^2 + 4k = 4k(k + 1) = 8k'$ حکم: $(0/25)$ $(0/5)$ حاصل ضرب دو عدد متوالی زوج است.	۸۸ شهریور	۱

۱	خرداد ۸۹	$\frac{(2k+1)^2 - (2k'+1)^2}{(0/25)} = \frac{(4k^2 + 4k + 1) - (4k'^2 + 4k' + 1)}{(0/25)} = \frac{2(2k^2 + 2k - 2k'^2 - 2k')}{(0/25)} = \frac{2A}{(0/25)}$	۱۱
۰/۲۵	شهریور ۸۹		استنتاجی ۱۲
۱	شهریور ۹۰	$(2K)(2K+2) = (4K^2 + 4K) = 4k(k+1) = 4(2K') = 8K' (0/25)$	۱۳
۱	دی ۹۰	$(2K+1)^2 - (2K'+1)^2 = 4K^2 + 4K + 1 - 4K'^2 - 4K' - 1 = 4(K^2 + K - K'^2 - K') = 4A (0/25)$	۱۴
۱	شهریور ۹۱	فرض: $x=3q$ $x(x+3) = 3q(3q+3) = 9q(q+1) = 9(2t) = 18t$ حکم: $x(x+3) = 18t$ ضرب دو عدد متوالی همیشه زوج است	۱۵
۰/۲۵	دی ۹۱		استنتاجی ۱۶
۱	خرداد ۹۳	$\left. \begin{array}{l} x = 2n+1 \\ y = 2m+1 \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 + y^2 = (2n+1)^2 + (2m+1)^2 = 2(2n^2 + 2n + 2m^2 + 2m + 1) = 2k (0/25)$	۱۷
۰/۷۵	دی ۹۳	$k + (k+1) + (k+2) (0/25) = 3k+3 (0/25) = 3(k+1) (0/25)$ مضرب ۳ است $k \in \mathbb{N}$	۱۸
۰/۷۵	خرداد ۹۴	عددی زوج است $2k+1 \xrightarrow{(0/25)} 2(2k+1)+1 (0/25) = 6k+4 = 2(3k+2) (0/25) = 2k' (0/25)$ $k \in \mathbb{Z}$	۱۹
۰/۲۵	دی ۹۴		مرطوب ۲۰
۰/۷۵	دی ۹۴	$a = 2k, b = 2k' (0/25) \Rightarrow a+b = 2k+2k' = 2(k+k') = 2k'' (0/25)$	۲۱

فصل اول : قضیه های شرطی

بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف
۰/۲۵	شهریور ۸۹		۱ قضایای کلی (قضیه)

فصل اول : مثال نقض

بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف
۰/۷۵	خرداد ۸۵	$\Rightarrow a = \sqrt{2}, b = 2\sqrt{2}, C = \sqrt{3} (0/25)$ $\Rightarrow abc^2 = \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times (\sqrt{3})^2 = 12 (0/25)$ خیر (۰/۲۵)	۱
۱	شهریور ۸۵	$x = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \quad x^2 < x (0/25)$ $x = \sqrt{3+\sqrt{5}} \Rightarrow x^2 = 3+\sqrt{5} (0/25)$ یک عدد گنگ است. (۰/۲۵)	۲ الف: نادرست (۰/۲۵) ب: نادرست (۰/۲۵)
۰/۷۵	دی ۸۶	راه حل اول: با مثال نقض حل می کنیم: $a=1, b=0 \rightarrow (a-1)(b-1) = (1-1)(0-1) = 0 (0/25)$ راه حل دوم: $(a-1)(b-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} a-1=0 \\ b-1=0 \end{cases} (0/25) \rightarrow a=1 \text{ یا } b=1 (0/5)$	۳
۰/۵	شهریور ۸۷	$\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5 \notin \mathbb{Q}' (0/5)$ خیر	۴
۰/۵	دی ۸۷	$a = \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow a+b = 1 \in \mathbb{Q} (0/25)$ خیر - مثال نقض (۰/۲۵)	۵
۰/۵	شهریور ۸۸	خیر و یک مثال نقض نوشته شود. $x = \sqrt[3]{2} \rightarrow x^2 = \sqrt[3]{4} \notin \mathbb{Q} (0/5)$	۶
۰/۲۵	شهریور ۸۹		نادرست ۷

۰/۵	شهریور ۹۰	خیر (۰/۲۵) ، $4+3^4=85 \Rightarrow n=4$ اول نیست . (۰/۲۵)	۸
۰/۲۵	شهریور ۹۰	نادرست	۹
۱/۲۵	دی ۹۱	الف) نادرست است. مثال نقض : $\sqrt[4]{2} \times \sqrt[4]{2} = \sqrt{2}$ ب) درست پ) نادرست است . مثال نقض : با فرض $n = 5$ داریم $3^5 + 3 = 35$ عدد اول نیست .	۱۰
۱	دی ۹۲	الف) گویا $-\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0$ (ب) اول نیست $n = 5 \Rightarrow 3^5 + 2 = 245$	۱۱
۰/۲۵	خرداد ۹۳	درست	۱۲
۰/۷۵	دی ۹۳	الف) عکس قضیه: اگر $a+b$ گویا باشد آنگاه a و b دو عدد گویا است . (۰/۲۵) ب) خیر (۰/۲۵) - مثال نقض (۰/۲۵)	۱۳
۰/۷۵	خرداد ۹۴	الف) عکس قضیه شرطی : اگر $ x > 1$ آنگاه $x > 1$ است . (۰/۲۵) ب) خیر (۰/۲۵) ، ارائه مثال نقض (۰/۲۵)	۱۴

فصل اول : مشترک (استدلال استنتاجی و مثال نقض)

بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف
۱/۲۵	شهریور ۸۶	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) $1^2 = 1^3$ (۰/۲۵) $x = 2k$ $xy = 4kk' = 2(2kk') = 2k''$ (۰/۵) $y = 2k'$	۱
۱/۲۵	خرداد ۸۸	الف) درست (۰/۵) ب) درست $x = 2k + 1 \rightarrow (2k+1)^3 - 1 = 8k^3 + 12k^2 + 6k + 1 - 1 = 2(4k^3 + 6k^2 + 3k) = 2k''$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۲
۲	دی ۸۸	الف) نادرست و مثال نقض $a=1 \Rightarrow 1 < 1$ (۰/۵) ب) نادرست و مثال نقض $n=3 \Rightarrow 2^3 + 1 = 9$ (۰/۵) ج) درست $\left. \begin{array}{l} x = 6k + 5 \\ y = 6k' + 5 \end{array} \right\} \Rightarrow xy = (6k + 5)(6k' + 5) =$ (۰/۲۵) $36kk' + 30k + 30k' + 25 = \Rightarrow 6(6kk' + 5k + 5k' + 4) + 1 = 6k'' + 1$ (۰/۷۵)	۳
۲	دی ۸۹	الف) نادرست (۰/۲۵) یک مثال نقض ارائه شود ، مثل $x=1$ (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) و آن را اثبات می کنیم : $\left. \begin{array}{l} \text{فرض} \\ x = \frac{a}{b} \in Q , y = \frac{c}{d} \in Q \\ \text{حکم} \\ xy = \frac{p}{q} \in Q \end{array} \right\} (۰/۲۵) \quad xy = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} = \frac{p}{q} (۰/۲۵)$ چون d, c, b, a همگی عدد صحیح هستند و اعداد صحیح نسبت به جمع و ضرب و تفریق بسته هستند پس q, p هم عدد صحیح بوده و همچنین $b \neq 0$ و $d \neq 0$ پس $bd = q \neq 0$ پس $\frac{p}{q} \in Q$ (۰/۲۵) ج) نادرست (۰/۲۵) یک مثال نقض ارائه شود ، مثل $xy = 0 \Leftrightarrow x = 4, y = 0$ (۰/۲۵)	۴
۱/۵	خرداد ۹۰	الف) نادرست (۰/۲۵) و مثال نقض : 2 و 3 هر دو اول هستند و $2+3=5$ هم اول است . (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) و استدلال استنتاجی : $(۰/۲۵) \quad x = 2k + 1 \Rightarrow (2k+1)(2k+3) = 4k^2 + 8k + 3 = 2(2k^2 + 4k + 1) + 1 = 2k'' + 1$ (۰/۲۵)	۵

۱/۲۵	۹۱ خرداد	$\left. \begin{array}{l} a = 5q \\ b = 5t \end{array} \right\} \Rightarrow a + b = 5q + 5t = 5(q + t) = 5(2k) = 10k$ <p>الف) درست است (۰/۲۵) جمع دو عدد فرد زوج است (۰/۲۵) الف) راه حل دوم: $\left. \begin{array}{l} a = 5(2t + 1) \\ b = 5(2t' + 1) \end{array} \right\} \Rightarrow a + b = 5(2t + 1) + 5(2t' + 1) = 10(t + t' + 1) = 10k \quad (۰/۲۵)$ ب) نادرست است. (۰/۲۵) $a = -3 < 0 \rightarrow a^2 = 9 > 0 \quad (۰/۲۵)$ پ) نادرست است. (۰/۲۵) $\left. \begin{array}{l} a = 2 \\ b = 5 \\ c = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow b\sqrt{ac} = 5\sqrt{4} = 10 \quad (۰/۲۵)$ گنگ نیست </p>	۶
۱/۲۵	۹۳ شهریور	$\left. \begin{array}{l} x = 2k \\ y = 2k + 2 \\ k \in Z \end{array} \right\} \Rightarrow xy = 2k(2k + 2) \quad (۰/۲۵) = \frac{4k(k + 1)}{2k'} \quad (۰/۲۵) = 2k' \quad (۰/۲۵)$ <p>الف) نادرست (۰/۲۵) - ارایه مثال نقض (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) </p>	۷
۱/۲۵	۹۴ شهریور	$\text{فرض: } \begin{cases} x = \frac{a}{b} \\ y = \frac{c}{d} \end{cases} \quad a, b, c, d \in Z, (b, d \neq 0)$ <p>الف) نادرست (۰/۲۵) - ارائه مثال نقض (۰/۲۵) ب) </p> $x + y = \frac{a}{b} + \frac{c}{d} \quad (۰/۲۵) = \frac{ad + bc}{bd} \quad (۰/۲۵)$ <p>صورت و مخرج کسر عددی صحیح است و $bd \neq 0$ در نتیجه $x + y$ گویا است. (۰/۲۵)</p>	۸
۱	۹۴ دی	<p>الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست. مثال نقض $n = 3$ آنگاه $2^3 + 1 = 9$ اول نیست (۰/۲۵)</p>	۹
۱/۲۵	۹۵ خرداد	$xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 2xy \leq x^2 + y^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq 0 \Rightarrow (x - y)^2 \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ <p>رابطه بدیهی است بنابراین تمامی مراحل بازگشت پذیر است. (۰/۲۵) ب) نادرست است. مثال نقض $-\sqrt{2} + \sqrt{2} = 0$ گنگ نیست. (۰/۲۵)</p>	۱۰

فصل اول: برهان خلف			
بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف
۱	۸۵ خرداد	$n = 2k \Rightarrow n^2 = 4k^2 \Rightarrow n^2 = 2(2k^2) \Rightarrow n^2 = 2t \quad (۰/۲۵)$ <p>فرض می کنیم که n زوج باشد (۰/۲۵) پس و این خلاف فرض است پس n فرد می باشد. (۰/۲۵)</p>	۱
۱	۸۵ دی	$\left\{ \begin{array}{l} a, b \in Z \\ b \neq 0 \end{array} \right. \quad \sqrt{1 + \sqrt{2}} = \frac{a}{b} \xrightarrow{\text{توان } 2} \quad (۰/۲۵) \quad 1 + \sqrt{2} = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{a^2}{b^2} - 1 \quad (۰/۲۵)$ <p>گویا = گنگ که این تناقض است پس حکم برقرار است (۰/۲۵)</p>	۲
۱	۸۶ خرداد	$\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}} = \frac{a}{b} \Rightarrow 2 + \sqrt{5} = \frac{a^3}{b^3} \Rightarrow \sqrt{5} = \frac{a^3}{b^3} - 2 \quad (۰/۵)$ <p>گویا = گنگ به تناقض رسیدیم پس $\sqrt[3]{2 + \sqrt{5}}$ گنگ است. (۰/۲۵)</p>	۳
۱	۸۶ شهریور	$n^2 = 5K \quad \text{حکم} \quad n = 5K' \quad (۰/۲۵)$ <p>حکم برقرار است \Rightarrow (تناقض) (۰/۲۵) $n^2 \neq 5K \quad (۰/۲۵) \Rightarrow n^2 \neq 5(5K')^2 \Rightarrow n^2 \neq 25(5K'^2) \Rightarrow n^2 \neq 125K'^2$ (۰/۵)</p>	۴

۱	دی ۸۶	$\sqrt{3+\sqrt{y}} \notin Q' \quad (./25) \rightarrow \sqrt{3+\sqrt{y}} \in Q \rightarrow \sqrt{3+\sqrt{y}} = \frac{a}{b} \quad (a, b) = 1 \quad (./25)$ <p>گویا = گنگ (./25) تناقض $\sqrt{y} = \frac{a^2}{b^2} - 3$</p> $\sqrt{3+\sqrt{y}} = \frac{a}{b} \rightarrow \sqrt{y} = \frac{a^2}{b^2} - 3$	۵
۱	خرداد ۸۷	$\frac{1}{\sqrt{y}+\sqrt{3}} \notin Q' \rightarrow \frac{1}{\sqrt{y}+\sqrt{3}} \in Q \rightarrow \frac{1}{\sqrt{y}+\sqrt{3}} = a \rightarrow \sqrt{y}+\sqrt{3} = \frac{1}{a} \quad (./25)$ $\sqrt{y} = \frac{1}{a} - \sqrt{3} \rightarrow y = \frac{1}{a^2} + 3 - \frac{2}{a}\sqrt{3} \rightarrow \frac{2}{a}\sqrt{3} = \frac{1}{a^2} - 4$ <p>گویا (./25) گنگ</p> <p>به تناقض رسیدیم پس $\frac{1}{\sqrt{y}+\sqrt{3}}$ عدد گنگ است</p>	۶
۱	شهریور ۸۷	<p>فرض خلف:</p> $n = 5k + r, \quad r \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (./25)$ $\rightarrow n^3 = 125k^3 + 75k^2r + 15kr^2 + r^3, \quad r^3 \in \{1, 8, 27, 64\} \quad (./25)$ $\rightarrow n^3 = 5(25k^3 + 15k^2r + 3kr^2) + r^3 = 5k' + r^3, \quad r^3 \neq 5q \quad (./25)$ <p>پس n^3 مضربی از ۵ نیست. (./25)</p>	۷
۱	دی ۸۷	$2\sqrt{5} + 3\sqrt{y} \notin Q' \Rightarrow 2\sqrt{5} + 3\sqrt{y} = \frac{a}{b} \in Q \Rightarrow 2\sqrt{5} = \frac{a}{b} - 3\sqrt{y} \Rightarrow$ $20 = \frac{a^2}{b^2} + 63 - 6\sqrt{y} \frac{a}{b} \Rightarrow 6\sqrt{y} \frac{a}{b} = \frac{a^2}{b^2} + 43 \quad (./25)$ <p>طرف راست رابطه مجموع دو عدد گویا عددی گویا است و طرف چپ رابطه عددی گنگ است. پس به تناقض رسیده و همان حکم اولیه درست است. (./25)</p>	۸
۱	خرداد ۸۸	$\sqrt{\sqrt{3}+2} \notin Q' \Rightarrow \sqrt{\sqrt{3}+2} = \frac{a}{b} \Rightarrow \sqrt{3}+2 = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{a^2}{b^2} - 2 \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{a^2 - 2b^2}{b^2}$ <p>به تناقض رسیده ایم و همان حکم اولیه برقرار است. (./25)</p>	۹
۱	شهریور ۸۸	<p>فرض خلف: فرض کنیم که $y = 2$، در این صورت داریم: (./25)</p> $\frac{8}{2x} = 4 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow (./5)$ <p>تناقض با فرض قضیه را دارد پس حکم اولیه برقرار است. (./5)</p>	۱۰
۱	دی ۸۸	<p>فرض خلف: فرض می کنیم $2\sqrt{3}$ گنگ نباشد. (./25) $(a, b) = 1, b, a$ نسبت به هم اولند.</p> $2\sqrt{3} = \frac{a}{b} \quad (./25) \Rightarrow 12 = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow a^2 = 12b^2 \Rightarrow a = 12k \quad (1) \quad (./25)$ $144k^2 = 12b^2 \Rightarrow b^2 = 12k^2 \Rightarrow b = 12k' \quad (2)$ <p>از (۱) و (۲) نتیجه می شود که b, a نسبت به یکدیگر اول نیستند و تناقض با تعریف اعداد گویا را دارد چون باید $(a, b) = 1$. (./25)</p>	۱۱
۱	خرداد ۸۹	<p>گویا = گنگ (./5) $\Rightarrow \sqrt{5} = \frac{p}{q} + b \Rightarrow \sqrt{5} - b = \frac{p}{q}$ فرض خلف</p> <p>جمع دو عدد گویا، عددی گویا است. (./25)</p> <p>به تناقض رسیده ایم، پس همان حکم اولیه برقرار است. (./25)</p>	۱۲
۱/۲۵	شهریور ۸۹	$\sqrt{3} \in Q \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{a}{b}, \quad (a, b) = 1 \Rightarrow 3 = \frac{a^2}{b^2} \Rightarrow a^2 = 3b^2 \Rightarrow (a = 3k)$ $\Rightarrow (3k)^2 = 3b^2 \Rightarrow 9k^2 = 3b^2 \Rightarrow (b = 3k') \Rightarrow (a, b) = 3$ <p>پس a, b هر دو مضربی از ۳ هستند و نسبت به هم اول نیستند، پس به تناقض رسیده و حکم اصلی درست است. (./25)</p>	۱۳

۰/۷۵	دی ۸۹	فرض $\sqrt{y} \in Q'$, $x \in Q$ } (۰/۲۵) حکم $x + \sqrt{y} \in Q'$ خلاف حکم $x + \sqrt{y} = \frac{a}{b} \in Q \Rightarrow \sqrt{y} = \frac{a}{b} - x \Rightarrow$ (۰/۲۵) تفریق دو گویا ، گویا است و مساوی گنگ نمی شود پس به تناقض رسیده یعنی حکم برقرار است. (۰/۲۵)	۱۴
۱	شهریور ۹۰	$n = 2k \Rightarrow 2(2k) + 2 = 4k + 2 = 2(2k + 1) = 2A$ خلاف حکم (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) به خلاف فرض رسیده ایم ، پس همان حکم داده شده صحیح است. (۰/۲۵)	۱۵
۱	دی ۹۰	$3\sqrt{2} + \sqrt{5} = a$ (گنگ نیست) $\Rightarrow 3\sqrt{2} + \sqrt{5} = a$ (گویا) $\Rightarrow \sqrt{5} = a - 3\sqrt{2} \Rightarrow$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $5 = a^2 + 18 - 6a\sqrt{2} \Rightarrow 6a\sqrt{2} = a^2 + 13 \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{a^2 + 13}{6a}$ (۰/۲۵) گویا \neq گنگ به تناقض رسیده ایم یعنی حکم اولیه درست است. (۰/۲۵)	۱۶
۰/۷۵	خرداد ۹۱	$n \neq 2k + 1 \Rightarrow n = 2k$ (۰/۲۵) خلاف حکم $5n + 3 = 5(2k) + 3 = 10k + 3 = 2(5k + 1) + 1 = 2q + 1$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) این تناقض نشان می دهد که فرض خلاف نادرست است.	۱۷
۱	شهریور ۹۱	فرض $\sqrt{2}$ گنگ: فرض خلاف $\sqrt{1 + \sqrt{2}} = a$ گویا $\Rightarrow 1 + \sqrt{2} = a^2 \Rightarrow \sqrt{2} = a^2 - 1$ (تناقض) (۰/۲۵) (۰/۲۵) گنگ گویا (۰/۲۵) تفریق دو عدد گویا همواره گویا است (این تناقض نشان می دهد که خلاف حکم برقرار نمی باشد) (۰/۲۵)	۱۸
۱	دی ۹۱	$\sqrt{2} + \sqrt{3} = a$ (گنگ نیست) $\Rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{3} = a$ (گویا) $\Rightarrow \sqrt{3} = a - \sqrt{2} \Rightarrow$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $3 = a^2 + 2 - 2a\sqrt{2} \Rightarrow 2a\sqrt{2} = a^2 - 1 \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{a^2 - 1}{2a}$ (۰/۲۵) گویا \neq گنگ به تناقض رسیده ایم یعنی حکم اولیه درست است. (۰/۲۵)	۱۹
۱/۲۵	خرداد ۹۲	اگر $\sqrt{2}$ گنگ نباشد پس گویاست بنابراین $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ که در آن p و $q \neq 0$ اعداد صحیحی می باشند که نسبت به هم اول هستند. (۰/۲۵) $\sqrt{2} = \frac{p}{q} \Rightarrow 2 = \frac{p^2}{q^2} \Rightarrow 2q^2 = p^2 \Rightarrow p^2$ زوج است p زوج است $p = 2k$ (۰/۵) $\Rightarrow p^2 = 4k^2$ $\Rightarrow 2q^2 = 4k^2 \Rightarrow q^2 = 2k^2 \Rightarrow q^2$ زوج است (۰/۲۵) $\Rightarrow q$ زوج است با فرض اول بودن p و q به تناقض رسیده ایم یعنی حکم اولیه درست است. (۰/۲۵)	۲۰
۱/۵	شهریور ۹۲	فرض می کنیم n فرد نباشد پس زوج است (فرض خلاف) (۰/۵) $n = 2k \Rightarrow n^2 = 4k^2 \Rightarrow n^2 = 2(2k^2) = 2k'$ (۰/۵) به تناقض رسیدیم پس فرض خلاف باطل و حکم صحیح است. (۰/۵)	۲۱
۱	دی ۹۲	$2 + \sqrt{3} = a$ (گنگ نیست) $\Rightarrow 2 + \sqrt{3} = a$ (گویا) $\Rightarrow \sqrt{3} = a - 2$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) یک عبارت گویا با عبارت گنگ برابر نیست بنابراین به تناقض رسیده ایم ، حکم اولیه درست است. (۰/۲۵)	۲۲
۰/۷۵	شهریور ۹۳	خلاف فرض مسأله است $x + 4(-1)^2 = 7 \Rightarrow x = 3$ (۰/۲۵) (فرض خلاف) $y = -1$ (۰/۲۵) پس فرض خلاف باطل و حکم $-1 \neq y$ برقرار است. (۰/۲۵) ص ۳۰	۲۳
۰/۷۵	دی ۹۳	$n = 2k$ (۰/۲۵) keZ زوج n فرد نباشد : فرض خلاف $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$ (۰/۲۵) زوج n^2 (مسأله) در نتیجه به تناقض رسیده ایم . پس فرض خلاف باطل و حکم برقرار است. (۰/۲۵) ص ۳۰	۲۴

۲۵	۱	۹۴ خرداد	فرض خلف: فرض می کنیم $(x+y)$ گنگ نباشد، بنابراین عددی گویا است. $(y = a + (-x))$ یا $(y = a - x)$ $\implies y = a - x$ (۰/۲۵) گویا $x + y = a$ می دانیم تفاضل (یا جمع) دو عدد گویا، عددی گویا است در نتیجه y گویاست. (۰/۲۵) که این خلاف فرض مسأله است. پس فرض خلف باطل و حکم برقرار است. (۰/۲۵)
۲۶	۰/۷۵	۹۴ شهریور	فرض کنیم n فرد باشد: $n = 2k + 1$ (۰/۲۵) ص ۲۸ $n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1$ (۰/۲۵) $= 2(2k^2 + 2k) + 1$ n^2 فرد می شود که خلاف فرض است. (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل و حکم برقرار است.
۲۷	۱	۹۴ دی	فرض خلف: فرض کنیم $\sqrt{3}$ عددی گویا باشد. $\sqrt{3} = \frac{a}{b}$ (۰/۲۵) a مضرب ۳ است $\implies a^2 = 3b^2$ $\implies a^2 = 3b^2$ است مضرب ۳ است $\implies a^2 = 3b^2$ است مضرب ۳ است $\implies a = 3k \implies 9k^2 = 3b^2 \implies b^2 = 3k^2$ است مضرب ۳ است $\implies b = 3m$ (۰/۲۵) تناقض $(a,b) \neq 1$ (۰/۲۵)

فصل اول: اثبات بازگشتی			
ردیف	پاسخ	تاریخ آزمون	بارم سوال
۱	$xy \leq \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 \implies xy \leq \frac{x^2 + y^2 + 2xy}{4}$ (۰/۲۵) $\implies 4xy \leq x^2 + y^2 + 2xy$ (۰/۲۵) بدیهی است $(x-y)^2 \geq 0$ (۰/۲۵) $\implies x^2 + y^2 - 2xy \geq 0$ (۰/۲۵)	۸۵ شهریور	۱
۲	طرفین این نامعادله را بر a تقسیم می کنیم $(a-1)^2 \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2a$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow \frac{a^2}{a} + \frac{1}{a} \geq \frac{2a}{a}$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow a + \frac{1}{a} \geq 2$ (۰/۲۵)	۸۵ دی	۱
۳	$2x^2 + 2y^2 + 2 \geq 2xy + 2x + 2y$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (x^2 - 2xy + y^2) + (x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (x-y)^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 0$ بدیهی است (۰/۵)	۸۶ خرداد	۱
۴	$\frac{\sqrt{b} + \sqrt{a}}{\sqrt{ab}} \geq \frac{4}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ (۰/۲۵) $\implies (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 \geq 4\sqrt{ab} \implies a + b + 2\sqrt{ab} \geq 4\sqrt{ab} \implies a + b - 2\sqrt{ab} \geq 0 \implies (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 \geq 0$ (۰/۲۵)	۸۷ خرداد	۱
۵	$a^2 + b^2 + 4(a+b+2) \geq 0 \Leftrightarrow (a^2 + 4a + 4) + (b^2 + 4b + 4) \geq 0 \Leftrightarrow (a+2)^2 + (b+2)^2 \geq 0$ (۰/۲۵) گزاره همواره درست و بر طبق استدلال برگشتی برقرار است.	۸۸ خرداد	۰/۷۵
۶	$a + \frac{1}{a} < 2 \Leftrightarrow a(a + \frac{1}{a}) > 2a \Leftrightarrow a^2 + 1 - 2a > 0 \Leftrightarrow (a-1)^2 > 0$ (۰/۲۵) گزاره همواره درست و بر طبق استدلال برگشتی حکم برقرار است (۰/۲۵)	۸۹ خرداد	۱
۷	$\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \Leftrightarrow \frac{a^3 + b^3}{a^2 b^2} \geq \frac{a+b}{ab} \Leftrightarrow \frac{(a+b)(a^2 - ab + b^2)}{ab} \geq a+b$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow a^2 - ab + b^2 \geq ab \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$ (۰/۲۵) گزاره همواره درست و بر طبق استدلال برگشتی و برگشت پذیر بودن روابط حکم درست است. (۰/۲۵)	۸۹ شهریور	۱
۸	$xy \leq \frac{x^2 + 2xy + y^2}{4} \Leftrightarrow (x-y)^2 \geq 0$ (۰/۲۵) گزاره همواره درست و بر طبق استدلال برگشتی درست است. (۰/۲۵)	۸۹ دی	۰/۷۵

۱/۵	۹۰ خرداد	$\frac{a^3 + b^3}{a + b} \geq ab \Leftrightarrow a^3 + b^3 \geq (a + b)ab \Leftrightarrow (a + b)(a^2 - ab + b^2) \geq (a + b)ab \Leftrightarrow$ $a^2 - ab + b^2 \geq ab \Leftrightarrow (a - b)^2 \geq 0 \quad (0/25)$ <p>بر طبق استدلال برگشتی چون به عبارت همواره درست رسیده ایم پس حکم برقرار است. (0/25)</p>	۹
۱	۹۰ دی	$x^4 + y^4 - x^2y^2 - xy^2 \geq 0 \Leftrightarrow x^2(x - y) - y^2(x - y) \geq 0 \Leftrightarrow (x - y)(x^2 - y^2) \geq 0$ $\Leftrightarrow (x - y)^2(x^2 + y^2 + xy) \geq 0$ <p>چون x و y مثبت هستند، به عبارت همواره درست رسیده و بر طبق استدلال برگشتی حکم گزشت است. (0/25)</p>	۱۰
۰/۷۵	۹۱ خرداد	$a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2a + 2b + 2c \Leftrightarrow$ $a^2 + b^2 + c^2 + 1 + 1 + 1 - 2a - 2b - 2c \geq 0 \Leftrightarrow (0/25)$ $(a^2 - 2a + 1) + (b^2 - 2b + 1) + (c^2 - 2c + 1) \geq 0 \Leftrightarrow (0/25)$ $(a - 1)^2 + (b - 1)^2 + (c - 1)^2 \geq 0$ <p>عبارت همواره درست است و بر طبق استدلال برگشتی برقرار می باشد. (0/25)</p>	۱۱
۱	۹۱ شهریور	$\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \leq -2 \Leftrightarrow \frac{a^2 + b^2}{ab} \leq -2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq -2ab \Leftrightarrow (a + b)^2 \geq 0$ <p>عبارت همواره درست است و تمام مراحل بازگشت پذیر می باشند. (0/25)</p>	۱۲
۱	۹۱ دی	$2a^2 + b^2 + 1 \geq 2(a - ba) \Rightarrow 2a^2 + b^2 + 1 + 2ab - 2a \geq 0 \Rightarrow (a - 1)^2 + (a + b)^2 \geq 0$ <p>درستی عبارت بدیهی است. بنابراین تمامی روابط برگشت پذیر است. (0/5)</p>	۱۳
۱/۲۵	۹۲ خرداد	$x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y \Rightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2 - 2xy - 2x - 2y \geq 0 \Rightarrow$ $(x - 1)^2 + (x - y)^2 + (y - 1)^2 \geq 0 \quad (0/5)$ <p>درستی عبارت بدیهی است. بنابراین تمامی روابط برگشت پذیر است. (0/25)</p>	۱۴
۱/۲۵	۹۲ شهریور	$x + \frac{1}{x} \geq 2 \Leftrightarrow x^2 + 1 \geq 2x \Rightarrow x^2 - 2x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 \geq 0 \quad (0/5)$ <p>درستی عبارت بدیهی است. بنابراین تمامی روابط برگشت پذیر است. (0/25)</p>	۱۵
۱	۹۲ دی	$\sqrt{a} + \sqrt{b} \geq \sqrt{a + b} \Rightarrow a + b + 2\sqrt{ab} \geq a + b \Rightarrow 2\sqrt{ab} \geq 0$ <p>درستی عبارت بدیهی است. بنابراین تمامی روابط برگشت پذیر است. (0/5)</p>	۱۶
۱/۲۵	۹۳ خرداد	$ab \leq \left(\frac{a + b}{2}\right)^2 \Leftrightarrow ab \leq \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} \Leftrightarrow (a - b)^2 \geq 0 \quad (0/5)$ <p>با توجه به اینکه عبارت فوق همواره درست است و بر طبق استدلال برگشتی تمامی روابط برگشت پذیر می باشد. (0/25)</p>	۱۷
۱	۹۳ شهریور	$a^2 + b^2 \geq 2(b - 1) \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2b - 2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2b + 2 \geq 0 \quad (0/25)$ $\Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2b + 1 + 1 \geq 0 \quad (0/25)$ $\Leftrightarrow a^2 + 1 + (b - 1)^2 \geq 0 \quad (0/25)$ <p>عبارت همواره درست است و تمام مراحل بازگشت پذیر می باشند. (0/25)</p>	۱۸
۰/۷۵	۹۳ دی	$\frac{1}{4}(x + y) \geq \sqrt{xy} \Leftrightarrow (x + y)^2 \geq (2\sqrt{xy})^2 \quad (0/25) \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2xy \geq 4xy \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq 0 \quad (0/25)$ <p>تمام روابط بالا برگشت پذیر است. (0/25)</p>	۱۹

۰/۷۵	خرداد ۹۴	$a^2 + 1 \geq b(2 - b) \Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2b - b^2 \Leftrightarrow a^2 + 1 - 2b + b^2 \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ $\Leftrightarrow a^2 + (1-b)^2 \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ درستی عبارت بدیهی است تمامی روابط برگشت پذیر می باشند در نتیجه حکم برقرار است. (۰/۲۵)	۲۰
۱	شهریور ۹۴	$a, b \leq \frac{a^2 + b^2}{2} \quad (۰/۲۵) \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 2ab \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ $\Leftrightarrow (a - b)^2 \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ به یک رابطه بدیهی رسیدیم و چون همه ی روابط برگشت پذیر است در نتیجه حکم برقرار است. (۰/۲۵)	۲۱

فصل اول : اصل استقرای ریاضی معمولی

بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف
۱/۷۵	خرداد ۸۵	$\begin{cases} P(1): \frac{2}{3} = 1 - \frac{1}{3} & \frac{2}{3} = \frac{2}{3} & (۰/۲۵) \\ P(K): \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \dots + \frac{2}{3^K} = 1 - \frac{1}{3^K} & (۰/۲۵) \\ P(K+1): \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \dots + \frac{2}{3^K} + \frac{2}{3^{K+1}} = 1 - \frac{1}{3^{K+1}} & (۰/۲۵) \end{cases}$ $\text{حکم استقرا} \quad \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{2}{3^3} + \dots + \frac{2}{3^K} + \frac{2}{3^{K+1}} = 1 - \frac{1}{3^{K+1}} \quad (۰/۲۵)$ $\text{طرف چپ حکم} = 1 - \frac{1}{3^K} + \frac{2}{3^{K+1}} = 1 + \frac{-3+2}{3^{K+1}} = 1 - \frac{1}{3^{K+1}} \quad (۰/۲۵)$	۱
۱/۵	شهریور ۸۵	$\begin{cases} P(1): (1+\sqrt{2})^1 \geq 1+\sqrt{2} & (۰/۲۵) \\ P(K): (1+\sqrt{2})^K \geq 1+\sqrt{2} K & (۰/۲۵) \\ P(K+1): (1+\sqrt{2})^{K+1} \geq 1+\sqrt{2}(K+1) & (۰/۲۵) \end{cases}$ <p style="text-align: center;">طرفین فرض استقرا را در عبارت $(1+\sqrt{2})$ ضرب می کنیم (۰/۲۵)</p> $(1+\sqrt{2})((1+\sqrt{2})^K \geq 1+\sqrt{2} K) \Rightarrow (1+\sqrt{2})^{K+1} \geq (1+\sqrt{2})(1+\sqrt{2} K) \geq 1+\sqrt{2}(K+1) \quad (۰/۲۵)$ $(1+\sqrt{2})(1+\sqrt{2} K) \geq 1+\sqrt{2}(K+1) \Rightarrow 1+\sqrt{2} K + \sqrt{2} + 2K \geq 1+\sqrt{2} K + \sqrt{2} \Rightarrow 2K \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">این نامعادله همواره برقرار است پس حکم برقرار است.</p>	۲
۱/۷۵	دی ۸۵	$\begin{cases} P(1): \frac{1}{1 \times 3} = \frac{1}{2+1} & \frac{1}{3} = \frac{1}{3} & (۰/۲۵) \\ P(K): \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{(2K-1)(2K+1)} = \frac{K}{2K+1} & (۰/۲۵) \\ P(K+1): \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \dots + \frac{1}{(2K-1)(2K+1)} + \frac{1}{(2K+1)(2K+3)} = \frac{K+1}{2K+3} & (۰/۲۵) \end{cases}$ $\text{طرف چپ حکم} = \frac{K}{(2K+1)} + \frac{1}{(2K+1)(2K+3)} = \frac{K(2K+3)+1}{(2K+1)(2K+3)} = \frac{2K^2 + 3K + 1}{(2K+1)(2K+3)} \quad (۰/۵)$ $= \frac{(2K^2 + 2K + K + 1)}{(2K+1)(2K+3)} = \frac{2K(K+1) + (K+1)}{(2K+1)(2K+3)} = \frac{(K+1)(2K+1)}{(2K+1)(2K+3)} = \frac{K+1}{2K+3} \quad (۰/۲۵)$	۳
۱/۵	خرداد ۸۶	$\begin{cases} P(1): 5^1 - 4 - 1 = 0 = 0 \times 16 & (۰/۲۵) \\ P(k): 5^k - 4k - 1 = 16m & (۰/۲۵) \\ P(k+1): 5^{k+1} - 4k - 5 = 16m' & (۰/۲۵) \end{cases}$ $5^{k+1} - 4k - 5 = 16m \times 5 \Rightarrow 5^{k+1} - 4K - 16k - 5 = 16m \times 5 \quad (۰/۵)$ $5^{k+1} - 4k - 5 = 16m \times 5 + 16k = 16(\delta m + k) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 5^{k+1} - 4k - 5 = 16m'$	۴

۱/۵	شهریور ۸۶	$P(1): 3 \times 1 = \frac{3(1^2 + 1)}{2} \Rightarrow 3 = 3(./25)$ $P(k): 3 + 6 + 9 + \dots + 3k = \frac{3(k^2 + k)}{2} (./25)$ $P(k+1): 3 + 6 + 9 + \dots + 3k + 3(k+1) = \frac{3((k+1)^2 + k + 1)}{2} = \frac{3(k+1)(k+2)}{2} (./25)$ <p>به طرفین فرض $3(k+1)$ می افزاییم:</p> $3 + 6 + 9 + \dots + 3k + 3(k+1) = \frac{3(k^2 + k)}{2} + 3(k+1) (./25)$ $= \frac{3k(k+1) + 6(k+1)}{2} = \frac{3(k+1)(k+2)}{2} = (./5)$ <p>طرف دوم حکم</p>	۵
۱/۲۵	دی ۸۶	$P(1): \frac{1}{1 \times 4} = \frac{1}{3(1)+1} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4} (./25)$ $P(k): \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \dots + \frac{1}{(3k-2)(3k+1)} = \frac{k}{3K+1} (./25)$ $P(k+1): \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \dots + \frac{1}{(3k+1)(3k+4)} = \frac{k+1}{3K+4} (./25)$ <p>به طرفین فرض جمله ی $(K+1)$ ام را اضافه می کنیم $(./25)$</p> $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \dots + \frac{1}{(3k+1)(3k+4)} = \frac{k}{3K+1} + \frac{1}{(3k+1)(3k+4)} =$ $\frac{3k^2 + 7k + 1}{(3k+1)(3k+4)} = \frac{(3k+1)(k+1)}{(3k+1)(3k+4)} = \frac{k+1}{3k+4} (./5)$	۶
۱/۵	خرداد ۸۷	$P(1): P_1 = 11^1 - 1 = 10 = 10 \cdot (1) (./25)$ $P(k): P_k = 11^k - 1 = 10 \cdot t \quad \text{فرض } (./25)$ $P(k+1): P_{k+1} = 11^{k+1} - 1 = 10 \cdot t' \quad \text{حکم } (./25)$ <p>طرفین فرض را در عدد ۱۱ ضرب می کنیم $(./25)$</p> $11^{k+1} - 11 = 10 \cdot (11t)$ $11^{k+1} - 1 - 10 = 10 \cdot (11t) \quad (./5)$ <p>حکم ثابت شد $11^{k+1} - 1 = 10 \cdot (11t + 1) = 10 \cdot t'$</p>	۷
۱/۲۵	شهریور ۸۷	$P(1): (1 + \sqrt{1})^1 \geq 1 + \sqrt{1} \rightarrow 1 + \sqrt{1} \geq 1 + \sqrt{1} (./25)$ $P(K): (1 + \sqrt{1})^K \geq 1 + \sqrt{1}K \quad \text{فرض } (./25)$ $P(K+1): (1 + \sqrt{1})^{K+1} \geq 1 + \sqrt{1}(K+1) \quad \text{حکم } (./25)$ <p>طرفین فرض را در $1 + \sqrt{1}$ ضرب می کنیم $(./25)$</p> $(1 + \sqrt{1})^{K+1} \geq (1 + \sqrt{1}K)(1 + \sqrt{1}) \stackrel{?}{\geq} 1 + \sqrt{1}(K+1) (./25)$ $1 + \sqrt{1} + \sqrt{1}K + \sqrt{1}K + \sqrt{1} \geq 1 + \sqrt{1}K + \sqrt{1}$ <p>بدیهی $\sqrt{1}K \geq 0$ پس $P(K+1)$ برقرار است $(./5)$</p>	۸
۱/۲۵	دی ۸۷	$p(1): 1 - \frac{1}{4} = \frac{1+2}{2+2} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{3}{4} (./25)$ $p(k): \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right) = \frac{k+2}{2k+2} \quad \text{فرض استقراء } (./25)$ $p(k+1): \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right) \left(1 - \frac{1}{(k+2)^2}\right) = \frac{k+3}{2k+4} \quad \text{حکم استقراء } (./25)$ $p(k+1): \left(\frac{k+2}{2k+2}\right) \left(1 - \frac{1}{(k+2)^2}\right) = \left(\frac{k+2}{2k+2}\right) \left(\frac{(k+2)^2 - 1}{(k+2)^2}\right) = \frac{k^2 + 2k + 3}{(2k+2)(k+2)} =$ $\frac{(k+3)(k+1)}{2(k+1)(k+2)} = \frac{k+3}{2k+4} \quad (1 \text{ نمره})$	۹

۱/۵	خرداد ۸۸	$P(1) = 0 = 1 - 1 \Rightarrow 0 = 0 \quad (./۲۵)$ $P(k) = \frac{0}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{k-1}{k!} = 1 - \frac{1}{k!} \quad (./۲۵)$ $P(k+1) = \frac{0}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{k-1}{k!} + \frac{k}{(k+1)!} = 1 - \frac{1}{(k+1)!} \quad (./۲۵)$ $P(k+1) = 1 - \frac{1}{k!} + \frac{k}{(k+1)!} = \frac{(k+1)! - (k+1) + k}{(k+1)!} = \frac{(k+1)! - 1}{(k+1)!} = 1 - \frac{1}{(k+1)!} \quad (./۲۵)$	۱۰
۱/۵	شهریور ۸۸	$P(1): 2 = 2 \quad (./۲۵)$ <p>شروع استقراء</p> $P(k): 1 \times 2^1 + 2 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + \dots + k \times 2^k = (k-1) \times 2^{k+1} + 2 \quad (./۲۵)$ <p>فرض استقراء</p> $P(k+1): 1 \times 2^1 + 2 \times 2^2 + 3 \times 2^3 + \dots + k \times 2^k + (k+1) \times 2^{k+1} = k \times 2^{k+2} + 2 \quad (./۵)$ <p>حکم استقراء</p> $(k-1) \times 2^{k+1} + 2 + (k+1) \times 2^{k+1} = 2k \times 2^{k+1} + 2 = k \times 2^{k+2} + 2 \quad (./۵)$ <p>طرف اول حکم</p>	۱۱
۱/۵	دی ۸۸	$P(1) = 1 + \sqrt{3} \geq 1 + \sqrt{3} \quad (./۲۵)$ <p>فرض $P(k) = (1 + \sqrt{3})^k \geq 1 + k\sqrt{3} \quad (./۲۵)$</p> <p>حکم $P(k+1) = (1 + \sqrt{3})^{k+1} \geq 1 + (k+1)\sqrt{3} \quad (./۲۵)$</p> <p>(./۲۵) طرفین فرض را در $1 + \sqrt{3}$ ضرب می کنیم.</p> $(1 + \sqrt{3})^{k+1} \geq (1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) \geq 1 + (k+1)\sqrt{3} \quad (./۲۵)$ $\geq 1 + \sqrt{3} + 3k + k\sqrt{3} \geq 1 + k\sqrt{3} + \sqrt{3}$ $\geq 3k \geq 0 \quad (./۲۵)$ <p>گزاره همواره درست است پس حکم هم درست خواهد بود.</p>	۱۲
۱/۵	خرداد ۸۹	$P(1): 3 = \frac{4+9+5}{6} \Rightarrow 3 = 3 \quad (./۲۵)$ <p>فرض استقراء $P(k): (1 \times 3) + (2 \times 5) + \dots + k(2k+1) = \frac{2k^2 + 9k + 5k}{6} \quad (./۲۵)$</p> <p>حکم استقراء $P(k+1): (1 \times 3) + (2 \times 5) + \dots + k(2k+1) + (k+1)(2k+3) =$</p> $\frac{2(k+1)^2 + 9(k+1) + 5(k+1)}{6} = \frac{2k^2 + 21k + 35k + 18}{6} \quad (./۵)$ <p>$P(k+1): \frac{2k^2 + 9k + 5k}{6} + (k+1)(2k+3) = \frac{2k^2 + 21k + 35k + 18}{6} \quad (./۵)$</p>	۱۳
۱	دی ۸۹	$P(1) = \frac{2}{3} = 1 - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \quad (./۲۵)$ <p>فرض استقراء $P(k) = \frac{2}{3^1} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^k} = 1 - \frac{1}{3^k} \quad (./۲۵)$</p> <p>حکم استقراء $P(k+1) = \frac{2}{3^1} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^k} + \frac{2}{3^{k+1}} = 1 - \frac{1}{3^{k+1}} \quad (./۲۵)$</p> $P(k+1) = 1 - \frac{1}{3^k} + \frac{2}{3^{k+1}} = 1 + \frac{-3+2}{3^{k+1}} = 1 - \frac{1}{3^{k+1}} \quad (./۲۵)$	۱۴

۱/۵	خرداد ۹۰	$p(1): \frac{1}{2} = 2 - \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad (./25)$ $\text{فرض استقراء } P(K): \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{k+2}{2^k} \quad (./25)$ $\text{حکم استقراء } P(K+1): \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{k}{2^k} + \frac{k+1}{2^{k+1}} = 2 - \frac{k+3}{2^{k+1}} \quad (./5)$ $p(k+1): \frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{k}{2^k} + \frac{k+1}{2^{k+1}} = 2 - \frac{k+2}{2^k} + \frac{k+1}{2^{k+1}} = 2 + \frac{-2k-4+k+1}{2^{k+1}} = 2 - \frac{k+3}{2^{k+1}}$ <p style="text-align: center;">(./25) (./25)</p>	۱۵
۱/۵	شهریور ۹۰	$P(1): 1^2 = \left(\frac{1(1)}{2}\right)^2 \Rightarrow 1 = 1 \quad (./25)$ $P(K): 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + K^2 = \left(\frac{K(K+1)}{2}\right)^2 \quad \text{فرض استقراء} \quad (./25)$ $P(K+1): 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + K^2 + (K+1)^2 = \left(\frac{(K+1)(K+2)}{2}\right)^2 \quad \text{حکم استقراء} \quad (./25)$ $P(K+1): \left(\frac{K(K+1)}{2}\right)^2 + (K+1)^2 = (K+1)^2 \left(\frac{K^2}{4} + K + 1\right) =$ <p style="text-align: center;">(./25) (./25)</p> $(K+1)^2 \left(\frac{K^2 + 4K + 4}{4}\right) = \left(\frac{(K+1)(K+2)}{2}\right)^2 \quad (./25)$	۱۶
۱/۵	دی ۹۰	$P(1): \frac{1}{9 \times 11} = \frac{1}{9 \times 11} \quad (./25)$ $\text{فرض استقراء } P(K): \frac{1}{9 \times 11} + \frac{1}{11 \times 13} + \frac{1}{13 \times 15} + \dots + \frac{1}{(2K+7)(2K+9)} = \frac{K}{9(2K+9)} \quad (./25)$ $\text{حکم استقراء } P(K+1): \frac{1}{9 \times 11} + \frac{1}{11 \times 13} + \frac{1}{13 \times 15} + \dots + \frac{1}{(2K+7)(2K+9)} +$ $\frac{1}{(2K+9)(2K+11)} = \frac{K+1}{9(2K+11)} \quad (./25)$ $P(K+1): \frac{K}{9(2K+9)} + \frac{1}{(2K+9)(2K+11)} = \frac{K(2K+11) + 9}{9(2K+9)(2K+11)} =$ <p style="text-align: center;">(./25) (./25)</p> $\frac{2K^2 + 11K + 9}{9(2K+9)(2K+11)} = \frac{(K+1)(2K+9)}{9(2K+9)(2K+11)} = \frac{K+1}{9(2K+11)} \quad (./25)$	۱۷
۱/۲۵	خرداد ۹۱	$p(1): 1 + \sqrt{3} \geq 1 + \sqrt{3} \quad (./25) \quad p(2): (1 + \sqrt{3})^2 \geq 1 + 2\sqrt{3}$ $p(k): (1 + \sqrt{3})^k \geq 1 + k\sqrt{3}$ $p(k+1): (1 + \sqrt{3})^{k+1} \geq 1 + (k+1)\sqrt{3} \quad (./25)$ <p style="text-align: center;">دو طرف فرض را در $1 + \sqrt{3}$ ضرب می کنیم.</p> $(1 + \sqrt{3})^k (1 + \sqrt{3}) \geq (1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) \quad (./25)$ $(1 + \sqrt{3})^{k+1} \geq (1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3})$ $(1 + k\sqrt{3})(1 + \sqrt{3}) \geq 1 + (k+1)\sqrt{3} \quad (./25)$ <p style="text-align: right;">باید ثابت کنیم:</p> $\Rightarrow 1 + \sqrt{3} + k\sqrt{3} + 3k \geq 1 + k\sqrt{3} + \sqrt{3} \Rightarrow 3k \geq 0 \quad (./25)$ <p style="text-align: right;">بدیهی است</p>	۱۸
۱/۵	شهریور ۹۱	$p(1): 1 \times 2 = 1^2(1+1) \quad (./25)$ $p(k): 1 \times 2 + 2 \times 5 + \dots + k(3k-1) = k^2(k+1) \quad (./25) \quad \text{فرض استقراء}$ $p(k+1): 1 \times 2 + 2 \times 5 + \dots + k(3k-1) + (k+1)(3k+2) = (k+1)^2(k+2) \quad (./25) \quad \text{حکم استقراء}$ $\text{طرف چپ حکم} = k^2(k+1) + (k+1)(3k+2) = (k+1)(k^2 + 3k + 2) = (k+1)(k+1)(k+2) =$ <p style="text-align: center;">(./25) (./5)</p> $(k+1)^2(k+2)$	۱۹

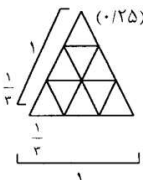
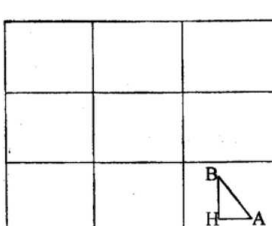
۱/۲۵	دی ۹۱	$P(1): 2 = 2(1)^2 \quad (./۲۵)$ فرض استقراء $P(K): 2 + 4 + 6 + \dots + (4k - 2) = 2k^2 \quad (./۲۵)$ حکم استقراء $P(K+1): 2 + 4 + 6 + \dots + (4k - 2) + (4k + 2) = 2(k+1)^2 \quad (./۲۵)$ $P(K+1): 2 + 4 + 6 + \dots + (4k - 2) + (4k + 2) = 2k^2 + (4k + 2) = 2(k^2 + 2k + 1) = 2(k+1)^2 \quad (./۲۵)$	۲۰
۱/۵	خرداد ۹۲	$P(1): 1^2 = \frac{1(1+1)(2+1)}{6} \Rightarrow 1 = 1 \quad (./۲۵)$ فرض استقراء $P(K): 1 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} \quad (./۲۵)$ حکم استقراء $P(K+1): 1 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6} \quad (./۲۵)$ $P(K+1): 1 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 = \frac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2 = \quad (./۲۵)$ $= \frac{k(k+1)(2k+1) + 6(k+1)^2}{6} = \frac{(k+1)(k(2k+1) + 6(k+1))}{6} = \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6} \quad (./۵)$	۲۱
۱/۵	شهریور ۹۲	$P(1): 1 = \frac{1(1+1)}{2} \Rightarrow 1 = 1 \quad (./۲۵)$ فرض استقراء $P(K): 1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2} \quad (./۲۵)$ حکم استقراء $P(K+1): 1 + 2 + 3 + \dots + k + (k+1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2} \quad (./۲۵)$ $P(K+1): 1 + 2 + 3 + \dots + k + (k+1) = \frac{k(k+1)}{2} + (k+1) = \quad (./۲۵)$ $= \frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2} = \frac{(k+1)(k+2)}{2} \quad (./۵)$	۲۲
۱/۵	دی ۹۲	$P(1): 1 = (1)^2 \quad (./۲۵)$ فرض استقراء $P(K): 1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) = k^2 \quad (./۲۵)$ حکم استقراء $P(K+1): 1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) + (2k + 1) = (k+1)^2 \quad (./۲۵)$ $P(K+1): 1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) + (2k + 1) = k^2 + (2k + 1) \quad (./۵)$ $= (k^2 + 2k + 1) = (k+1)^2 \quad (./۲۵)$	۲۳
۱/۵	شهریور ۹۳	درست است $P(1): \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1+1} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad (./۲۵)$ فرض استقراء $P(k): \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{k}{(k+1)} \quad (./۲۵) \quad k \in N$ حکم استقراء $P(k+1): \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2} \quad (./۲۵)$ به طرفین فرض $\frac{1}{(k+1)(k+2)}$ را اضافه می‌کنیم: $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} \quad (./۲۵) =$ $\frac{k^2 + 2k + 1}{(k+1)(k+2)} \quad (./۲۵) = \frac{(k+1)^2}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2} \quad (./۲۵)$ پس حکم برقرار است.	۲۴
۱/۵	دی ۹۳	درست است $P(1): 2 = 2 \times 1^2 \rightarrow 2 = 2 \quad (./۲۵)$ فرض استقراء $P(k): 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) = 2k^2 \quad , \quad k \in N \quad (./۲۵)$ حکم استقراء $P(k+1): 2 + 6 + 10 + \dots + (4k - 2) + (4(k+1) - 2) = 2(k+1)^2 \quad (./۲۵)$ اثبات $= 2k^2 \quad (./۲۵) + (4k + 2) = 2(k^2 + 2k + 1) \quad (./۲۵)$ $= 2(k+1)^2 \quad (./۲۵)$ پس حکم برقرار است.	۲۵

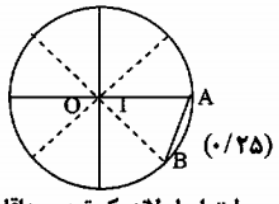
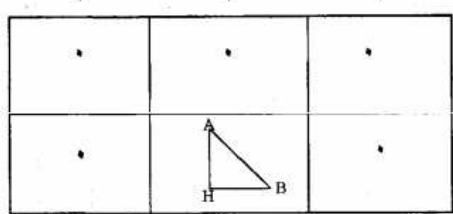
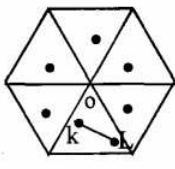
۱/۵	خرداد ۹۴	<p>(۰/۲۵) درست است $\frac{1}{p} = 1 - \frac{1}{p} \Rightarrow \frac{1}{p} = \frac{1}{p}$ $n=1$: آزمون استقراء</p> <p>(۰/۲۵) فرض استقراء $n=k$: $\frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} + \dots + \frac{1}{p^k} = 1 - \frac{1}{p^k}$</p> <p>(۰/۲۵) حکم استقراء $n=k+1$: $\frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} + \dots + \frac{1}{p^k} + \frac{1}{p^{k+1}} = 1 - \frac{1}{p^{k+1}}$</p> <p>به طرفین فرض استقراء $\frac{1}{p^{k+1}}$ را اضافه می نماییم.</p> <p>(۰/۲۵) $\frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} + \dots + \frac{1}{p^k} + \frac{1}{p^{k+1}} = 1 - \frac{1}{p^k} + \frac{1}{p^{k+1}}$ (۰/۲۵) $= 1 - \frac{p}{p^{k+1}} + \frac{1}{p^{k+1}}$ (۰/۲۵)</p> <p>بنابراین حکم استقراء برقرار است. $= 1 - \frac{1}{p^{k+1}}$ (۰/۲۵)</p>	۲۶
۱/۵	شهریور ۹۴	<p>(۰/۲۵) که بر ۶ بخش پذیر است پس درست است. $P(1): \gamma - 1 = 6 = 6 \times 1$ آزمون استقراء</p> <p>(۰/۲۵) فرض استقراء $P(K): \gamma^k - 1 = 6a, k \in N$</p> <p>(۰/۲۵) حکم استقراء $P(K+1): \gamma^{k+1} - 1 = 6a'$</p> <p>(۰/۲۵) $\Rightarrow \gamma(\gamma^k - 1) = \gamma \times 6a$ طرفین فرض استقراء را در γ ضرب می کنیم. اثبات</p> <p>(۰/۲۵) $\gamma^{k+1} - \gamma = \gamma \times 6a \rightarrow \gamma^{k+1} - 1 - 6 = \gamma \times 6a$</p> <p>بنابراین حکم برقرار است. $\gamma^{k+1} - 1 = 6(\gamma a + 1) = 6a'$ (۰/۲۵)</p>	۲۷
۱/۵	دی ۹۴	<p>(۰/۲۵) $n=1 \Rightarrow 1 \times 2 = \frac{1(1+1)(1+2)}{3} \Rightarrow 2=2$ مقدمه استقراء</p> <p>(۰/۲۵) فرض استقراء $n=k \Rightarrow 1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + k \times (k+1) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3}$</p> <p>(۰/۲۵) حکم استقراء $n=k+1 \Rightarrow 1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + k \times (k+1) + (k+1) \times (k+2) = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$</p> <p>$1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + k \times (k+1) + (k+1) \times (k+2) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3} + (k+1) \times (k+2) =$</p> <p>$\frac{k(k+1)(k+2) + 3(k+1)(k+2)}{3} = \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}$</p>	۲۸
۲	خرداد ۹۵	<p>(۰/۲۵) $n=1 \Rightarrow 1^2 = \frac{1 \times 2}{2} \Rightarrow 1=1$ مقدمه استقراء</p> <p>(۰/۲۵) فرض استقراء $n=k \Rightarrow 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 = \frac{k(k+1)}{2}$</p> <p>(۰/۲۵) حکم استقراء $n=k+1 \Rightarrow 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$</p> <p>$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + k^2 + (k+1)^2 = \frac{k(k+1)}{2} + (k+1)^2 = \frac{k^2(k+1)^2}{4} + (k+1)^2$</p> <p>$= \frac{(k+1)^2}{4} (k^2 + 4(k+1)) = \frac{(k+1)^2}{4} (k^2 + 4k + 4) = \frac{(k+1)^2 (k+2)^2}{4} = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$</p>	۲۹

فصل اول : اصل استقرای ریاضی تعمیم یافته

ردیف	پاسخ	تاریخ آزمون	بارم سوال
۱	$P(2): 1 + \sqrt{2} > 2 \quad (0/25)$ $P(k): 1 + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{k} > k \quad (0/25)$ <p>فرض استقراء</p> $P(k+1): 1 + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{k} + \sqrt{k+1} > k+1 \quad (0/25)$ <p>حکم استقراء</p> <p>به طرفین فرض $\sqrt{k+1}$ را اضافه می کنیم $(0/25)$</p> $1 + \sqrt{2} + \dots + \sqrt{k} + \sqrt{k+1} > \underbrace{k + \sqrt{k+1}}_{\sqrt{k+1} > 1} > k+1 \quad (0/25) \Rightarrow$ <p>این گزاره همواره درست چون $k \geq 2$ است، پس حکم برقرار می باشد. $(0/25)$</p>	شهریور ۸۹	۱/۵
۲	$p(y): y! > 3^y \quad (0/25)$ $p(k): K! > 3^k \quad (0/25)$ $P(k+1): (k+1)! > 3^{k+1} \quad (0/25)$ <p>دو طرف فرض را در $K+1$ ضرب می کنیم.</p> $K!(k+1) > 3^k(k+1) \quad (0/25)$ $(k+1)! > 3^k(k+1) \quad (0/25)$ $(0/25) \quad 3^k(k+1) > 3^{k+1}$ <p>باید ثابت کنیم:</p> $3^k(k+1) > 3^k \times 3 \rightarrow (k+1) > 3 \quad (0/25)$ <p>باتوجه به اینکه $k > 6$ است درستی عبارت فوق بدیهی است. $(0/25)$</p>	خرداد ۹۳	۱/۷۵

فصل اول : اصل لانه کبوتری

ردیف	پاسخ	تاریخ آزمون	بارم سوال
۱	<p>مجموعه باقیمانده های هر عدد طبیعی بر ۱۵ است (با ۱۵ عضو) $(0/25)$</p> <p>اگر اعضا s را به منزله کبوتر و اعضا r را به منزله لانه کبوتر در نظر بگیریم 15×100 طبق اصل لانه کبوتر $(0/25)$</p> $100 \mid \frac{15}{6} \quad (0/25) \quad 6+1=7 \quad (0/25)$ <p>پس حداقل ۷ عدد از این ۱۰۰ عدد طبیعی دارای باقیمانده یکسانی بر ۱۵ هستند.</p>	خرداد ۸۵	۱
۲	<p>دوازده ماه سال را لانه های کبوتر در نظر می گیریم برای اینکه در یکی از لانه ها ۶ کبوتر باشد باید در هر لانه حداقل ۵ کبوتر و در یکی از لانه ها ۶ کبوتر داشته باشیم $(0/25)$</p> $5 \times 12 = 60 \quad (0/25) \quad 60+1=61 \quad (0/25)$ <p>پس حداقل این مدرسه باید ۶۱ دانش آموز داشته باشد $(0/25)$</p>	شهریور ۸۵	۱
۳	<p>اضلاع مثلث رابه ۳ قسمت مساوی تقسیم می کنیم و مثلث اصلی را به ۹ مثلث متساوی الاضلاع به ضلع $\frac{1}{3}$ تقسیم می کنیم $(0/25)$ در این صورت ۱۰ نقطه را به منزله کبوتر و ۹ مثلث ایجاد شده را به منزله لانه کبوتر در نظر می گیریم که 9×100 $(0/25)$ پس طبق اصل لانه کبوتر اگر هر نقطه داخل یک مثلث قرار گیرد باید نقطه دهم هم داخل یکی از مثلث ها قرار بگیرد پس حداقل فاصله ۲ نقطه از این ۱۰ نقطه کمتر از $\frac{1}{3}$ است $(0/25)$</p> 	دی ۸۵	۱
۴	<p>بنابر اصل لانه کبوتری ده نقطه را به منزله ده کبوتر و ۹ قسمت را به عنوان لانه در نظر می گیریم چون $10 > 9$ پس طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو کبوتر درون یک لانه است. $(0/25)$</p>  $(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2$ $(AB)^2 < \frac{1}{9} + \frac{1}{9} \quad (0/25)$ $(AB)^2 < \frac{2}{9}$ $AB < \frac{\sqrt{2}}{3} \quad (0/25)$	خرداد ۸۶	۱

۱	شهریور ۸۶	اگر تعداد میهمان ها را کبوتر و تعداد روزهای هفته را لانه در نظر بگیریم (۰/۲۵) حداقل ۶ نفر هستند که روز تولد آنها یک روز هفته است. (۰/۲۵) $39 = 5 \times 7 + 4$ $5 + 1 = 6$ (۰/۲۵)	۵	
۱	دی ۸۶	طبق اصل لانه کبوتری ۴۰۰ نفر را تعداد کبوترها و ۷ روز هفته را تعداد لانه ها در نظر می گیریم (۰/۲۵) $400 \cdot \frac{7}{57} \rightarrow 57 + 1 = 58$ (۰/۵) $\frac{7}{57}$ (۰/۲۵) $m = 400$ کبوتر $n = 7$ لانه $m = 50$ کبوتر $n = 3$ لانه (رشته ها) (۰/۲۵) $m = 17$ کبوتر $n = 4$ لانه (شهرها) (۰/۲۵) $m = 50$ کبوتر $n = 3 \times 4 = 12$ لانه (۰/۵) شهر رشته	۶	
۱/۲۵	خرداد ۸۷	حد اقل هم رشته اند $50 = 3 \times 16 + 2$ (۰/۲۵) $16 + 1 = 17$ حد اقل هم شهری اند $17 = 4 \times 4 + 1$ (۰/۲۵) $4 + 1 = 5$ طبق اصل لانه ی کبوتری حد اقل ۵ نفر هم رشته و هم شهری هستند (۰/۲۵) (روش دوم) $50 = 4 \times 12 + 2$ (۰/۵) $4 + 1 = 5$ طبق اصل لانه ی کبوتری حد اقل ۵ نفر هم رشته و هم شهری هستند (۰/۲۵)	۷	
۱/۲۵	شهریور ۸۷	$\hat{O}_1 = 45^\circ$ $\hat{A} = \frac{180 - 45}{2} = 67.5 \Rightarrow \hat{A} > \hat{O}_1 \rightarrow OB = OA > AB$ (۰/۲۵) لانه $n = 8 \rightarrow 9 > 8$ کبوتر $m = 9$ (۰/۲۵) پس طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو کبوتر درون یک لانه است که فاصله ی آنها از $OA = 1$ کمتر می باشد. (۰/۲۵)	 (۰/۲۵)	۸
۱/۲۵	دی ۸۷	تعداد لانه ها = ۶ تعداد کبوترها = ۷ بر طبق اصل لانه کبوتری حد اقل ۳ نقطه درون یک مربع قرار می گیرند (۰/۲۵) $AB^2 = AH^2 + BH^2 < 2^2 + 2^2 \Rightarrow AB^2 < 8 \Rightarrow AB < 2\sqrt{2}$ (۰/۵) شکل (۰/۲۵)		۹
۱	خرداد ۸۸	تعداد کبوترها = ۷ نقطه تعداد لانه ها = ۶ مثلث (۰/۲۵) بر طبق اصل لانه کبوتر (۰/۲۵)، $(7 > 6)$ یعنی حداقل دو نقطه وجود دارد که درون مثلثی قرار دارد. (۰/۲۵) $kL < OD \Rightarrow kL < 1$		۱۰
۱/۵	شهریور ۸۸	نام خانوادگی و نام $32 \times 32 = 1024$ (۰/۵) تعداد لانه ها: $1025 > 1024 \Rightarrow$ (۰/۲۵) تعداد کبوترها: ۱۰۲۵ شرکت کننده در آزمون $1025 = 1 \times 1024 + 1$ (۰/۲۵) بر طبق اصل لانه کبوتر (۰/۲۵) حداقل دو شرکت کننده یافت می شود که حرف اول نام و نام خانوادگی آن ها یکسان باشد. (۰/۲۵)	۱۱	
۱	دی ۸۸	عدد طبیعی = ۲۲ تعداد کبوترها (۰/۲۵) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ باقیمانده بر ۶ = تعداد لانه ها $22 \div 6 \Rightarrow 22 = 3 \times 6 + 4$ $\frac{18}{4} \quad 3 + 1 = 4$ (۰/۲۵) بر طبق اصل لانه کبوتر حداقل ۴ عدد باقیمانده یکسانی را دارند. (۰/۵)	۱۲	
۱	خرداد ۸۹	(۰/۲۵) لانه = ۷ روز هفته و کبوتر = ۳۹ نفر $39 = 5 \times 7 + 4 \Rightarrow 5 + 1 = 6$ (۰/۵) محاسبه بر طبق اصل لانه کبوتر حداقل ۶ نفر روز تولدشان در یک روز هفته یکسان است. (۰/۲۵)	۱۳	

۰/۲۵	شهریور ۸۹	۲۷ عضو مجموعه A = تعداد کبوترها ، $\{0, 1, \dots, 25\}$ = باقیمانده های تقسیم بر ۲۶ = تعداد لانه ها (۰/۲۵) ۲۶ > ۲۷ بر طبق اصل لانه کبوتر حتماً حداقل دو عدد باقیمانده یکسانی بر ۲۶ را دارند. (۰/۲۵)	۱۴	
۱	دی ۸۹	بر طبق اصل لانه کبوتر ، ۱۰ نقطه = تعداد کبوترها و ۹ مربع = تعداد لانه ها $10 > 9$ پس حداقل ۲ نقطه درون یک مربع قرار دارند. (۰/۲۵) $AB^2 = AH^2 + BH^2 < \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9} \rightarrow AB < \frac{\sqrt{2}}{3}$ (۰/۲۵)	۱۵	
۱	خرداد ۹۰	مجموعه ۶۵ عضوی S = تعداد کبوترها (۰/۲۵) ، باقیمانده های تقسیم بر ۱۶ = $\{0, 1, 2, \dots, 15\}$ = تعداد لانه ها (۰/۲۵) بر طبق اصل لانه کبوتر (۰/۲۵) ، $65 = 4 \times 16 + 1 \Rightarrow 4 + 1 = 5$ ، پس حداقل ۵ عضو باقیمانده ی یکسانی بر ۱۶ دارند.	۱۶	
۱/۲۵	شهریور ۹۰	هر مجموعه A که ۶ عضوی انتخاب شود ، ۶ عضو = تعداد کبوترها (۰/۲۵) تعداد حالاتی که ۱۰ ایجاد می شود با استفاده از اعداد تکراری یا اعداد بی تکرار (۵ حالت) یا (۴ حالت) = تعداد لانه ها (۰/۵) $\{(1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6), (5, 5)\}$ یا $\{(1, 9), (2, 8), (3, 7), (4, 6)\}$ بر طبق اصل لانه کبوتر $6 > 5$ یا $6 > 4$ پس حداقل دو عضو با مجموع ۱۰ وجود دارد. (۰/۵)	۱۷	
۱	دی ۹۰	۳۱ نفر = کبوترهای مسئله (۰/۲۵) و ۳ گروه خونی A یا B یا O = لانه های مسئله (۰/۲۵) ، $31 = 3 \times 10 + 1$ (۰/۲۵) بر طبق اصل لانه کبوتر حداقل $10 + 1 = 11$ نفر گروه خونی یکسانی را خواهند داشت. (۰/۲۵)	۱۸	
۱	خرداد ۹۱	هر عدد یک کبوتر (۰/۲۵) $m = 50$ هر باقیمانده بر ۲۴ یک لانه (۰/۲۵) $n = 24$ طبق اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) $50 = 2 \times 24 + 2$ پس حداقل در یکی از لانه ها (۰/۲۵) $2 + 1 = 3$ کبوتر خواهد بود. یعنی حداقل ۳ عدد باقیمانده یکسان بر ۲۴ دارند.	۱۹	
۱	شهریور ۹۱	$m = 601$ = تعداد کبوتر (۰/۲۵) $601 = 50 \times 12 + 1$ (۰/۲۵) $n = 12$ = تعداد لانه طبق اصل لانه کبوتری حداقل در یکی از لانه ها $50 + 1 = 51$ کبوتر خواهد بود (۰/۲۵) ، یعنی حداقل ۵۱ دانش آموز ماه تولد یکسان را دارند. (۰/۲۵)	۲۰	
۱	دی ۹۱	سطح مربع را به ۴ مربع مساوی تقسیم می کنیم. ۴ مربع را ۴ لانه و ۵ نقطه را ۵ کبوتر در نظر می گیریم (۰/۲۵) ، بنابراین اصل لانه کبوتری حداقل دو تا از نقطه ها به یکی از مربع های کوچک تعلق دارند. (۰/۲۵) طول هر ضلع مربع کوچک یک واحد می باشد. با استفاده از قضیه فیثاغورس به دست می آید: $(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2$ (۰/۲۵) $(AB)^2 < 1^2 + 1^2 \Rightarrow (AB)^2 < 2 \Rightarrow AB < \sqrt{2}$ (۰/۲۵)		۲۱
۱/۲۵	خرداد ۹۲	سطح مربع را به ۴ مربع مساوی تقسیم می کنیم. ۴ مربع را ۴ لانه و ۵ نقطه را ۵ کبوتر در نظر می گیریم (۰/۲۵) چون $5 > 4$ بنابراین اصل لانه کبوتری حداقل دو تا از نقطه ها به یکی از مربع های کوچک تعلق دارند. (۰/۵) طول هر ضلع مربع کوچک یک واحد می باشد. با استفاده از قضیه فیثاغورس به دست می آید: $(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2$ (۰/۲۵) $(AB)^2 < 1^2 + 1^2 \Rightarrow (AB)^2 < 2 \Rightarrow AB < \sqrt{2}$ (۰/۲۵)		۲۲
۱/۲۵	شهریور ۹۲	اگر ۳۰ نفر دانش آموز به منزله کبوتران و روزهای هفته به منزله لانه ها باشند (۰/۲۵) بنا به اصل لانه کبوتری حداقل ۵ نفر از دانش آموزان در یک روز هفته متولد شده اند. (۰/۵) $30 \mid \begin{array}{l} 7 \\ \hline 4 \Rightarrow 4+1=5 \end{array}$ (۰/۵) $\frac{28}{2}$	۲۳	

۲۴	دی ۹۲	۱	<p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>  <p>سطح مثلث را به ۴ مثلث مساوی تقسیم می کنیم. ۴ مثلث را ۴ لانه و ۵ نقطه را ۵ کیبوتر در نظر می گیریم (۰/۲۵) بنابر اصل لانه کیبوتری حداقل دو تا از نقطه ها به یکی از مثلث های کوچک تعلق دارند. (۰/۲۵) طول هر ضلع مثلث کوچک $\frac{1}{4}$ می باشد. بنابر این حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله آنها کمتر از $\frac{1}{4}$ است. (۰/۲۵)</p>
۲۵	خرداد ۹۳	۰/۷۵	<p>تعداد کیبوتر $m =$ تعداد لانه $n = 12$ طبق اصل لانه کیبوتری حداقل در یکی از لانه ها $12 + 1 = 13$ کیبوتر است. (۰/۲۵) و همچنین (۰/۲۵) $m = (12 \times 12) + 1 = 145$ بنابر این در این مدرسه حداقل ۱۴۵ دانش آموز وجود دارد (۰/۲۵)</p>
۲۶	شهریور ۹۳	۱	<p>می دانیم مجموعه باقیمانده های هر عدد طبیعی بر ۳۹ به صورت $\{0, 1, 2, \dots, 38\}$ است. (۰/۲۵) اگر اعضای S (۴۰ نفر) را تعداد کیبوترها و تعداد باقیمانده (۳۹) را لانه کیبوترها در نظر بگیریم $(40 > 39)$ طبق اصل لانه کیبوتری حداقل دو عضو از این مجموعه وجود دارد که دارای باقیمانده یکسانی بر ۳۹ است. (۰/۲۵)</p>
۲۷	دی ۹۳	۱	<p>نقطه ۵ : کیبوتر ۴ مربع کوچک به ضلع ۱ واحد : ۴ لانه (۰/۲۵) $5 > 4$ ابتدا سطح مربع را به ۴ مربع مساوی به ضلع ۱ واحد تقسیم می کنیم (مطابق شکل روبرو) بنابر اصل لانه کیبوتری و روابط بالا حداقل دو نقطه درون یکی از مربع های کوچک واقع می شوند. داریم: (رسم شکل ۰/۲۵)</p>  <p>می دانیم فاصله دو نقطه درون مربع از قطر مربع کوچکتر است در نتیجه $AB < CD$. (۰/۲۵) $CD^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \rightarrow CD = \sqrt{2}$ (۰/۲۵)</p>
۲۸	خرداد ۹۴	۰/۷۵	<p>۴ فصل سال : ۴ لانه (۰/۲۵) ۳۰ دانش آموز : ۳۰ کیبوتر حداقل $7 + 1 = 8$ دانش آموز در یک فصل از سال متولد شده اند. (۰/۲۵)</p> $\begin{array}{r} 30 \overline{) 4} \\ \underline{28} \\ 2 \end{array}$
۲۹	شهریور ۹۴	۱	<p>رسم شکل (۰/۲۵)</p>  <p>سطح مثلث را به ۴ مثلث مساوی تقسیم می کنیم. ۴ مثلث را ۴ لانه و ۵ نقطه را ۵ کیبوتر در نظر می گیریم (۰/۲۵) بنابر اصل لانه کیبوتری حداقل دو تا از نقطه ها به یکی از مثلث های کوچک تعلق دارند. (۰/۲۵) طول هر ضلع مثلث کوچک ۱ می باشد. بنابر این حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله آنها کمتر از ۱ است. (۰/۲۵)</p>
۳۰	دی ۹۴	۰/۷۵	<p>اگر تعداد عضوهای زیر مجموعه را به منزله کیبوتر $m = 5$ در نظر بگیریم (۰/۲۵) و کیبوترها را تعداد مجموع هر دو عدد از S که به صورت زیر برابر ۱۰ می شود، $m = 4$ در نظر بگیریم (۰/۲۵) $\{1, 9\}, \{2, 8\}, \{3, 7\}, \{4, 6\}$ طبق اصل لانه کیبوتری (۰/۲۵) حداقل ۲ عضو وجود دارد که مجموعشان برابر ۱۰ می شود.</p>
۳۱	خرداد ۹۵	۱	<p>چون حرف اول نام ۳۲ حرف و حرف اول نام خانوادگی نیز ۳۲ حرف می تواند باشد، تعداد لانه ها برابر $32 \times 32 = 1024$ است. (۰/۲۵) از طرفی تعداد شرکت کنندگان (کیبوتر) برابر 3073 است. (۰/۲۵) طبق اصل لانه کیبوتری $1 + 1024 \times 3 = 3073$ (۰/۲۵)، حداقل $4 = 1 + 3$ شرکت کننده وجود دارند که حرف اول نام و نام خانوادگی آن ها یکی است. (۰/۲۵)</p>

فصل اول : سئوالات مشترک موضوعات مختلف

ردیف	پاسخ	تاریخ آزمون	بارم سوال
۱	(الف) استنتاجی (۰/۲۵) (ب) استقرایی (۰/۲۵) (ج) بازگشتی (۰/۲۵)	خرداد ۹۵	۰/۷۵

پاسخ سوالات موضوعی نهایی

((جبر و احتمال))

((فصل دوم))

پایه ی سوم رشته ریاضی و فیزیک

سال تحصیلی ۹۵-۹۴

تهیه کننده : افشین ملاسعیدی

عضو گروه ریاضی متوسطه دوم استان خوزستان

فصل دوم : مفهوم مجموعه و روش های نمایش آن

بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف
۰/۵	دی ۸۶	$A = \{x^2 - 1 \mid x \in \mathbb{N}\}$ (۰/۵)	۱
۱/۲۵	شهریور ۹۰	<p>حاصلضرب دو ریشه مجموع دو ریشه</p> $S = \dots, P = -2 \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - 2 = 0 \Rightarrow B = \{x \mid x^2 - 2 = 0\}$ <p>(۰/۵) (۰/۲۵)</p>	۲

فصل دوم : زیر مجموعه

بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف
۰/۵	دی ۸۷	پس x ای عضو تهی هست که عضو A نیست. و این تناقض با تعریف مجموعه تهی (که خالی است)، دارد. (۰/۵)	۱
۱	خرداد ۸۸	اثبات: اگر $A \subseteq B$ تمام اعضای A در B قرار دارند و اگر $B \subseteq A$ تمام اعضای B در A قرار دارند پس $A = B$. (۰/۵) $A \subseteq B, B \subseteq A$ فرض، $A = B$ حکم	۲
۰/۵	دی ۸۹	مجموعه دلخواه را A در نظر بگیریم به برهان خلف $\phi \notin A$ (۰/۲۵) پس باید ϕ عضوی داشته باشد که در A نیست و این تناقض با تعریف تهی را دارد. (۰/۲۵)	۳
۰/۵	خرداد ۹۰	هر قسمت (۰/۲۵)	۴
۰/۲۵	شهریور ۹۳	$B \neq A$	۵
۰/۲۵	خرداد ۹۴	$A = \emptyset$	۶
۰/۲۵	شهریور ۹۴	$A = \emptyset$	۷
۰/۲۵	دی ۹۴	۳۲	۸
۰/۲۵	خرداد ۹۵	۴	۹

فصل دوم : مجموعه ی مرجع و متمم یک مجموعه

بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف
۰/۲۵	دی ۹۴	تهی	۱

فصل دوم : مجموعه های مساوی

بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف

فصل دوم : مجموعه ی توانی

بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف
۱/۲۵	دی ۹۰	$A = \{0, 3, 8\}$ (۰/۵) $P(A) = \{\emptyset, \{3\}, \{8\}, \{0, 3\}, \{0, 8\}, \{3, 8\}, \emptyset, \{0, 3, 8\}\}$ (۰/۷۵)	۱
۱	شهریور ۹۳	$A_1 = \{m \in \mathbb{N} \mid 0 < m < 2\}$ (۰/۲۵) = $\{1\}$ (۰/۲۵) $P(A_1) = \{\emptyset, \{1\}\}$ (۰/۵)	۲

فصل دوم : اعمال روی مجموعه ها

بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف
۰/۲۵	شهریور ۹۰	درست	۱
۱/۲۵	خرداد ۹۳	$A = \{0\}$ (۰/۲۵) , $B = \left\{0, -\frac{1}{2}\right\}$ (۰/۲۵) (الف) $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = \left\{0, -\frac{1}{2}\right\} - \{0\} = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ (۰/۲۵) (ب)	۲
۱	دی ۹۳	$A \cap B = \{\emptyset\}$ (۰/۲۵) (الف) $P(A) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{2\}, A\}$ (سه مورد صحیح ۵/ نمره و یک یاد مورد صحیح ۲۵/ نمره) (ب)	۳
۰/۷۵	شهریور ۹۴	$A - B = \{2\}$ (الف) (۰/۲۵) $P(A) = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{2\}, A\}$ (ب) (۰/۵) (هر دو عضو مجموعه (۰/۲۵))	۴

فصل دوم : جبر مجموعه ها (اجتماع ، اشتراک ، تفاضل و تفاضل متقارن)

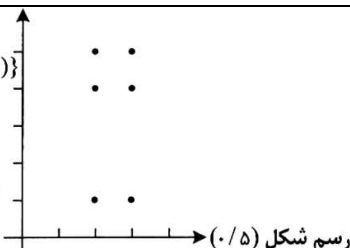
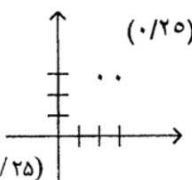
بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف
۲	خرداد ۸۵	الف) $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup C') \cap (A \cup B') = [(A \cup B) \cup (C \cap C')] \cap (A \cup B')$ (۰/۲۵) $= [(A \cup B) \cup \emptyset] \cap (A \cup B')$ (۰/۲۵) $= (A \cup B) \cap (A \cup B')$ (۰/۲۵) $= A \cup (B \cap B')$ (۰/۲۵) $= A \cup \emptyset = A$ (۰/۲۵) راه اول : ب) $A \subset B \Rightarrow A \cap B = A \Rightarrow (A \cap B)' = A' \Rightarrow A' \cup B' = A' \Rightarrow B' \subset A'$ (۰/۲۵) $A \subset B \Rightarrow A \cup B = B \Rightarrow (A \cup B)' = B' \Rightarrow A' \cap B' = B' \Rightarrow B' \subset A'$ (۰/۲۵) راه دوم :	۱
۱/۲۵	شهریور ۸۵	$A - B = (A \cup B) - B$ طرف اول $(A \cup B) \cap B' =$ (۰/۲۵) $(A \cap B') \cup (B \cap B') =$ (۰/۵) $(A \cap B') \cup \emptyset =$ (۰/۲۵) $A \cap B' =$ (۰/۲۵) طرف دوم = $A - B$	۲
۱/۲۵	دی ۸۵	طرف اول = $(A \cap B) - (B \cap C) =$ $(A \cap B) \cap (B \cap C)'$ (۰/۲۵) = $(A \cap B) \cap (B' \cup C')$ (۰/۲۵) = $[(A \cap B) \cap B'] \cup [(A \cap B) \cap C']$ (۰/۲۵) = $[A \cap (B \cap B')] \cup [(A \cap B) \cap C']$ (۰/۲۵) = طرف دوم = $\emptyset \cup [(A \cap B) \cap C'] = (A \cap B) \cap C' = (A - B') - C$ (۰/۲۵)	۳

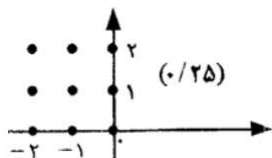
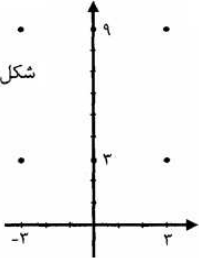
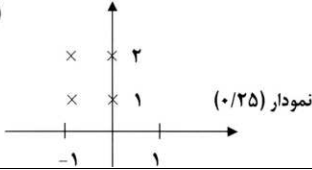
۱	خرداد ۸۶	$\text{طرف اول} = A \cap (B \cap C \cap D)' = [A \cap (B' \cup C' \cup D')] = \quad (./\delta)$ $(A \cap B') \cup (A \cap C') \cup (A \cap D') = (A - B) \cup (A - C) \cup (A - D) \quad (./\delta)$	۴
۱	شهریور ۸۶	$\text{طرف راست} = (A \cup B) \cap (C - A)' = (A \cup B) \cap (C \cap A)' = (A \cup B) \cap (C' \cup A) = \quad (./\gamma\delta)$ $A \cup (B \cap C') = A \cup (B - C) \quad (./\gamma\delta)$ <p>طرف چپ (./\gamma\delta)</p>	۵
۱	دی ۸۶	$(A - B') \cup B = (A \cap B) \cup B = B \quad (./\gamma\delta)$ $A \cap B \subset B \quad \text{می دانیم} \quad (./\gamma\delta)$	۶
۱/۵	خرداد ۸۷	$(A \cap B) - (A \cap C) = (A \cap B) \cap (A \cap C)' = (A \cap B) \cap (A' \cup C') = \quad (./\gamma\delta)$ $B \cap [(A \cap A') \cup (A \cap C')] = B \cap [\emptyset \cup (A \cap C')] = B \cap (A \cap C') = \quad (./\gamma\delta)$ $A \cap (B \cap C') = A \cap (B - C) \quad (./\gamma\delta)$	۷
۱/۵	شهریور ۸۷	$(A - C) - (B - C) = (A \cap C') \cap (B \cap C)' = (A \cap C') \cap (B' \cup C) = \quad (./\gamma\delta)$ $A \cap (C' \cap (B' \cup C)) = A \cap \left((C' \cap B') \cup (C' \cap C) \right) = A \cap (C' \cap B') = \quad (./\gamma\delta)$ $(./\gamma\delta) = A \cap (B' \cap C') = (A \cap B') \cap C' = (A - B) - C \quad (./\gamma\delta)$	۸
۱	دی ۸۷	$A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)' = A \cap (B' \cap C') = (A \cap C') \cap B' = (A - C) - B \quad (./\gamma\delta)$	۹
۱/۷۵	خرداد ۸۸	$[A \cap (A \cap B')] \cup [B \cap (A' \cup B')] = [A \cap (A' \cup B)] \cup [(B \cap A') \cup (B \cap B')] = \quad (./\gamma\delta)$ $[(A \cap A') \cup (A \cap B)] \cup (B \cap A') = (A \cap B) \cup (B \cap A') = B \cap (A \cup A') = B \cap U = B \quad (./\gamma\delta)$	۱۰
۱/۵	شهریور ۸۸	<p>الف $(B - A) \cup (A \cap B) = (B \cap A') \cup (A \cap B) = B \cap (A \cup A') = B \cap U = B \quad (./\gamma\delta)$</p> <p>ب $(A \cap B \cap C)' = ((A \cap B) \cap C)' = (A \cap B)' \cup C' = A' \cup B' \cup C' \quad (./\gamma\delta)$</p>	۱۱
۱/۵	دی ۸۸	<p>الف $B \subseteq A \Rightarrow B \cap B \subseteq A \cap A' \Rightarrow B \subseteq \phi \quad (۱) \quad (./\gamma\delta)$</p> <p>$B \subseteq A' \Rightarrow \phi \subseteq B \quad (۲) \Rightarrow B = \phi \quad (./\gamma\delta)$</p> <p>ب $(A \cup B) - (B \cup C) = (A - B) - C$</p> $(A \cup B) \cap (B \cup C)' = (A \cup B) \cap [B' \cap C'] = [(A \cup B) \cap B'] \cap C' = \left[(A \cap B') \cup \underbrace{(B \cap B')}_{\phi} \right] \cap C' = (A - B) - C \quad (./\gamma\delta)$	۱۲
۱/۵	خرداد ۸۹	<p>الف $(A - A') \cup (A' - A) = (A \cap A) \cup (A' \cap A') = A \cup A' = U \quad (./\gamma\delta)$</p> <p>ب $(A \cup B) \subset C, B \subset (A \cup B) \quad (۱) \quad (۲)$</p> <p>باید ثابت کنیم، هر دو طرف زیر مجموعه‌ی یکدیگرند. رابطه (۲) بدیهی است (./\gamma\delta)</p> $x \in A \cup B \Rightarrow x \in A \vee x \in B$ <p style="text-align: center;">↓ اثبات رابطه (۱)</p> $A \subseteq B \Rightarrow x \in B \quad (./\delta)$	۱۳
۲	شهریور ۸۹	<p>الف $[A \cap (A' \cup B)] \cup [B \cap (A' \cup B')] = [(A \cap A') \cup (A \cap B)] \cup [(B \cap A') \cup (B \cap B')] = \quad (./\gamma\delta)$</p> $[\phi \cup (A \cap B)] \cup [(B \cap A') \cup \phi] = (A \cap B) \cup (B \cap A') = B \cap (A \cup A') = B \cap U = B \quad (./\gamma\delta)$ <p>ب $(A')' = \{x \mid x \in U, x \notin A'\} = \{x \mid x \in U, x \in A\} = A \quad (./\delta)$</p>	۱۴
۱/۵	دی ۸۹	$(A - B) \cup (B - A) \cup (A \cap B) = (A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) \quad (./\gamma\delta)$ $= (A \cap B') \cup (A \cap B) \cup (B - A) = A \cap (B' \cup B) \cup (B - A) = \quad (./\gamma\delta)$ $A \cup (B \cap A') = (A \cup B) \cap (A \cup A') = A \cup B \quad (./\gamma\delta)$	۱۵

۱	۹۰ خرداد	$A - (A - B) = A \cap (A \cap B)' = A \cap (A' \cup B) = (A \cap A') \cup (A \cap B) = \emptyset \cup (A \cap B) = A \cap B$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) طبق فرض	۱۶
۱/۵	۹۰ شهریور	$B - (B - A) = B - (B \cap A') = B \cap (B \cap A')' = B \cap (B' \cup A) = (B \cap B') \cup (B \cap A) = \emptyset \cup (B \cap A) = A$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) طبق فرض $A \subseteq B$	۱۷
۱/۲۵	۹۰ دی	$(A - B) \cup (A \cap C) = (A \cap B') \cup (A \cap C) = A \cap (B' \cup C) =$ $A \cap (B \cap C)' = A - (B \cap C) = A - (B - C)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱۸
۲	۹۱ خرداد	الف $(C \cap A \cap B) \cup (A - C) \cup (A - B) = (C \cap A \cap B) \cup (A \cap C)' \cup (A \cap B)' =$ $A \cap [(C \cap B) \cup (C' \cup B')] = A \cap [(C \cap B) \cup (C \cap B)'] = A \cap U = A$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) ب) $A \subseteq B \Rightarrow (A \cup B) = B$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (A \cup B)' = B'$ (۰/۲۵) \Rightarrow $A' \cap B' = B'$ (۰/۲۵) $\Rightarrow B' \subseteq A'$ (۰/۲۵)	۱۹
۱	۹۱ شهریور	$(A \cup B) - (B \cup C) = (A \cup B) \cap (B \cup C)' = (A \cup B) \cap (B' \cap C') = [(A \cup B) \cap B'] \cap C' =$ $[(A \cap B') \cup \emptyset] \cap C' = (A \cap B') \cap C' = (A - B) - C$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۲۰
۱/۵	۹۱ دی	$(A - B) \cap (B - A) = (A \cap B') \cap (B \cap A') = (A \cap A') \cap (B \cap B') = \Phi$ (۰/۵) (۰/۵) (۰/۵)	۲۱
۱/۵	۹۲ خرداد	$[(A - B) \cup (B - A)] \cup (A \cap B) = [(A \cap B') \cup (B \cap A')] \cup (A \cap B) =$ $(A \cap B') \cup [(B \cap (A \cup A'))] = (A \cap B') \cup B = (A \cup B) \cap (B \cup B') = (A \cup B)$ (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۲۲
۱/۵	۹۲ شهریور	$A - (A \cap B) = A \cap (A \cap B)' = A \cap (A' \cup B') = (A \cap A') \cup (A \cap B') =$ $\Phi \cup (A \cap B') = (A \cap B') = (A - B)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۲۳
۱	۹۲ دی	$(A \cup B) - A = (A \cup B) \cap A' = (A \cap A') \cup (B \cap A') = \Phi \cup (B - A) = B - A$ (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۲۴
۱	۹۳ خرداد	$(A \cap B) \subseteq A$ $B \subseteq (A \cup B) \Rightarrow B \subseteq (A \cap B)$ $\Rightarrow B \subseteq A$ (۰/۵) (۰/۲۵) $A \subseteq B$ به همین ترتیب ثابت میشود: بنابراین: $A = B$ (۰/۲۵)	۲۵
۱/۲۵	۹۳ شهریور	$(A - B) \cup B = (A \cap B') \cup B$ (۰/۲۵) $= (A \cup B) \cap (B' \cup B)$ (۰/۲۵) $= (A \cup B) \cap M$ (۰/۲۵) $= A \cup B$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) چون $B \subseteq A$ در نتیجه $A \cup B = A$ است. (۰/۲۵)	۲۶
۱	۹۳ دی	$A - (A \cap B) = A \cap (A \cap B)'$ (۰/۲۵) $= A \cap (A' \cup B')$ (۰/۲۵) $= (A \cap A') \cup (A \cap B')$ (۰/۲۵) $= \emptyset \cup (A - B) = A - B$ (۰/۲۵)	۲۷
۱/۲۵	۹۴ خرداد	$(A - B) \cup (A \cup B)' = (A \cap B') \cup (A' \cap B')$ (۰/۵) $= (A \cup A') \cap B'$ (۰/۲۵) $= U \cap B' = B'$ (۰/۲۵)	۲۸
۱	۹۴ شهریور	$A - (B \cap C) = A \cap (B \cap C)'$ (۰/۲۵) $= A \cap (B' \cup C')$ (۰/۲۵) $= (A \cap B') \cup (A \cap C')$ (۰/۲۵) $= (A - B) \cup (A - C)$ (۰/۲۵)	۲۹
۱	۹۴ دی	$A - (A \cap B) = A \cap (A \cap B)' = A \cap (A' \cup B') = (A \cap A') \cup (A \cap B') = \emptyset \cup (A - B) = A - B$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) توزیع پذیری قانون دمرگان تعریف تفاضل	۳۰
۱/۵	۹۴ شهریور	$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = (A \cap B') \cup (B \cap A') = ((A \cap B') \cup B) \cap ((A \cap B') \cup A')$ $= ((A \cup B) \cap (B \cup B')) \cap ((A' \cup B') \cap (A \cup A')) = (A \cup B) \cap (A \cap B)' = (A \cup B) - (A \cap B)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۳۱

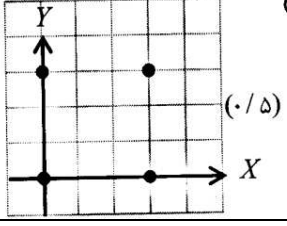
فصل دوم : زوج مرتب			
ردیف	پاسخ	تاریخ آزمون	بارم سوال
۱	$\begin{cases} x-y=3 \\ x^2-y^2=15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-y=3 \\ x+y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases} \quad (0/25)$	شهریور ۸۶	۱
۲	$(x^2-y^2, 8) = (16, x+y) \rightarrow \begin{cases} x^2-y^2=16 \\ x+y=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x-y)(x+y)=16 \\ x+y=8 \end{cases}$ $\begin{cases} x-y=2 \\ x+y=8 \end{cases} \xrightarrow{(-/25)} \begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases} \quad (0/25)$	دی ۸۶	۱
۳	$\begin{cases} 2^3x+y=64 \\ 5^2y=125 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2^3x+y=2^6 \\ 5^2y=5^3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2^3x+y=6 \\ 2y=3 \rightarrow y=1 \quad (0/25) \end{cases} \rightarrow 2^3x+1=6 \rightarrow x=\frac{5}{8} \quad (0/25)$	شهریور ۸۷	۱
۴	$\begin{cases} x^2-y^2=16 \\ x+y=8 \end{cases} \Rightarrow (x+y)(x-y)=16 \Rightarrow 8(x-y)=16 \Rightarrow x-y=2$ $\begin{cases} x-y=2 \\ x+y=8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=3 \end{cases} \quad (0/25)$	دی ۸۸	۱
۵	$\begin{cases} x^2-y^2=15 \\ x-y=3 \end{cases} \Rightarrow (x-y)(x+y)=15 \Rightarrow 3(x+y)=15 \Rightarrow x+y=5 \quad (0/5)$ $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases} \quad (0/25)$	شهریور ۹۲	۱
۶		خرداد ۹۵	۰/۲۵

$$y = \pm 2$$

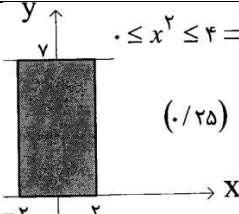
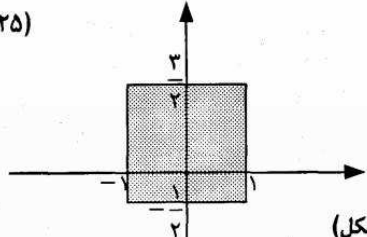
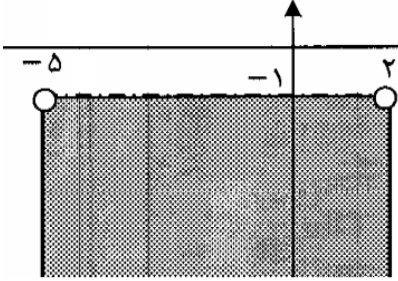
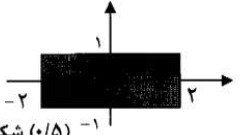
فصل دوم : ضرب دکارتی			
ردیف	پاسخ	تاریخ آزمون	بارم سوال
۱	۲۹	خرداد ۹۲	۰/۲۵
۲	$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$ $A \times B = \{(1,1), (1,4), (1,5), (2,1), (2,4), (2,5), (3,1), (3,4), (3,5), (4,1), (4,4), (4,5)\}$ $B^2 = \{(x, y) \mid x \in B, y \in B\} \quad (0/25)$ $B^2 = B \times B = \{(1,1), (1,4), (1,5), (4,1), (4,4), (4,5), (5,1), (5,4), (5,5)\} \quad (0/25)$ $A \times B - B^2 = \{(2,1), (2,4), (2,5), (3,1), (3,4), (3,5)\} \quad (0/5)$ 	خرداد ۸۵	۱/۵
۳	$A = \{2, 3\} \quad (0/25) \quad B = \{1, 2\} \quad (0/25)$ $A^2 = \{(x, y) \mid x \in A, y \in A\} \quad A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}$ $A^2 = A \times A = \{(2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\} \quad (0/25)$ $A \times B = \{(2,1), (2,2), (3,1), (3,2)\} \quad (0/25) \quad A^2 - A \times B = \{(2,3), (3,3)\} \quad (0/25)$ 	شهریور ۸۵	۱/۵
۴	$A^2 = \{(x, y) \mid x \in A, y \in A\} \quad A^2 = A \times A = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\} \quad (0/25)$ $B^2 = B \times B = \{(2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\} \quad (0/25) \quad A^2 - B^2 = \{(1,1), (1,2), (2,1)\} \quad (0/5)$	دی ۸۵	۱
۵	$A = \{2, 4\} \quad B = \{1, 2, 3\} \quad (0/25)$ $\text{الف) } A^2 = \{(2, 2), (2, 4), (4, 2), (4, 4)\} \quad (0/25)$ $B^2 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\} \quad (0/5)$ $A^2 - B^2 = \{(2, 4), (4, 2), (4, 4)\} \quad (0/25)$ $\text{ب) } 2^2 = 4 \quad (0/25)$	خرداد ۸۶	۱/۵

۱	شهریور ۸۶	$A \times B = \{(-۲,۰), (-۲,۱), (-۲,۲), (-۱,۰), (-۱,۱), (-۱,۲), (۰,۰), (۰,۱), (۰,۲)\}$ (۰/۷۵) 	۶
۱/۵	دی ۸۶	الف) $A = \{۱, ۲\}$ (۰/۲۵) $B = \{-۱, ۱, ۳\}$ (۰/۵) ب) $B \times A = \{(-۱, ۱), (-۱, ۲), (۱, ۱), (۱, ۲), (۳, ۱), (۳, ۲)\}$ (۰/۷۵)	۷
۱/۲۵	خرداد ۸۷	$A = \{۳, ۹\}$ (۰/۲۵) $B = \{-۳, ۰, ۳\}$ (۰/۲۵) $B \times A = \{(-۳, ۳), (-۳, ۹), (۰, ۳), (۰, ۹), (۳, ۳), (۳, ۹)\}$ (۰/۵) شکل (۰/۲۵) 	۸
۱/۵	شهریور ۸۷	$x^۲ - ۵x + ۴ = ۰ \rightarrow (x-۱)(x-۴) = ۰ \rightarrow x = ۱, x = ۴$ $A = \{۱, ۴\}$ (۰/۵) $A^۲ = \{(۱, ۱), (۱, ۴), (۴, ۱), (۴, ۴)\}$ (۰/۲۵) $B^۲ = \{(۰, ۰), (۰, ۱), (۰, ۲), (۱, ۰), (۱, ۱), (۱, ۲), (۲, ۰), (۲, ۱), (۲, ۲)\}$ (۰/۵) $B^۲ - A^۲ = \{(۰, ۰), (۰, ۱), (۰, ۲), (۱, ۰), (۱, ۲), (۲, ۰), (۲, ۱), (۲, ۲)\}$ (۰/۲۵)	۹
۱/۵	دی ۸۷	$A = \{-۴, ۲\}$, $B = \{۱, ۲\}$ $B \times A = \{(۱, -۴), (۱, ۲), (۲, -۴), (۲, ۲)\}$ (۰/۵) $A^۲ = A \times A = \{(-۴, -۴), (-۴, ۲), (۲, -۴), (۲, ۲)\}$ (۰/۵) $B \times A - A^۲ = \{(۱, -۴), (۱, ۲)\}$ (۰/۵)	۱۰
۱/۵	شهریور ۸۸	$A = \{-۱, ۰, ۱\}$ و $B = \{۰, ۲, -۲\}$ $A^۲ = \{(-۱, -۱), (-۱, ۰), (-۱, ۱), (۱, ۱), (۱, ۰), (۱, -۱), (۰, ۰), (۰, ۱), (۰, -۱)\}$ (۰/۵) $A \times B = \{(-۱, ۰), (-۱, ۲), (-۱, -۲), (۰, ۰), (۰, ۲), (۰, -۲), (۱, ۰), (۱, ۲), (۱, -۲)\}$ (۰/۵) $A^۲ - A \times B = \{(-۱, -۱), (-۱, ۱), (۱, ۱), (۱, -۱), (۰, ۱), (۰, -۱)\}$ (۰/۵)	۱۱
۱/۵	دی ۸۸	$A = \{-۱, ۰, ۱, ۲\}$ $B = \{۱, ۲\}$ $A \times B = \{(-۱, ۱), (-۱, ۲), (۰, ۱), (۰, ۲), (۱, ۱), (۱, ۲), (۲, ۱), (۲, ۲)\}$ (۰/۵) $B^۲ = \{(۱, ۱), (۱, ۲), (۲, ۱), (۲, ۲)\}$ (۰/۲۵) $A \times B - B^۲ = \{(-۱, ۱), (-۱, ۲), (۰, ۱), (۰, ۲)\}$ (۰/۵) نمودار (۰/۲۵) 	۱۲
۱/۵	خرداد ۸۹	الف) $A = \{\frac{۱}{۲}, ۱, ۲\}$ (۰/۲۵) $B = \{-۵, ۴\}$ (۰/۲۵) $B \times A = \{(-۵, \frac{۱}{۲}), (-۵, ۱), (-۵, ۲), (۴, \frac{۱}{۲}), (۴, ۱), (۴, ۲)\}$ (۰/۵) ب) رسم شکل (۰/۵)	۱۳
۱/۵	دی ۸۹	$A = \{۱, ۲, ۳\}$ (۰/۲۵) , $B = \{\frac{۱}{۳}, ۱, ۳\}$ (۰/۵) $B \times A = \{(\frac{۱}{۳}, ۱), (\frac{۱}{۳}, ۲), (\frac{۱}{۳}, ۳), (۱, ۱), (۱, ۲), (۱, ۳), (۳, ۱), (۳, ۲), (۳, ۳)\}$ (۰/۷۵)	۱۴

		<p>راه حل اول: اثبات با برهان خلف (۰/۲۵)</p> $A \neq B \Rightarrow \exists x, y: x \in A, y \in B, x \neq y, C \neq \emptyset \Rightarrow z \in C \quad (۰/۵)$ $\Rightarrow (x, z) \in A \times C, (y, z) \in B \times C, (x, z) \neq (y, z)$ <p>$\Rightarrow A \times C \neq B \times C \quad (۰/۵)$ که این متناقض با فرض می باشد.</p> <hr/> <p>راه حل دوم: $\forall x \in A, y \in C \Rightarrow (x, y) \in A \times C \stackrel{A \times C = B \times C}{\Rightarrow} (x, y) \in B \times C \quad (۰/۲۵)$</p> $\Rightarrow x \in B, y \in C \Rightarrow A \subseteq B \quad (I) \quad (۰/۲۵)$ $\forall x \in B, y \in C \Rightarrow (x, y) \in B \times C \stackrel{A \times C = B \times C}{\Rightarrow} (x, y) \in A \times C \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow x \in A, y \in C \Rightarrow B \subseteq A \quad (II) \quad (۰/۲۵) \quad (I), (II) \Rightarrow A = B \quad (۰/۲۵)$	۱۵
۰/۲۵	۹۰ شهریور	نادرست	۱۶
۲	۹۱ خرداد	<p>$A = \{۲, ۴\} \quad (۰/۲۵), \quad B = \{۱, ۴, ۹\} \quad (۰/۲۵)$</p> $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = \{۲, ۴, ۱, ۹\} - \{۴\} = \{۲, ۱, ۹\} \quad (۰/۵)$ $(A \Delta B) \times A = \{۲, ۱, ۹\} \times \{۲, ۴\} = \{(۲, ۲), (۲, ۴), (۱, ۲), (۱, ۴), (۹, ۲), (۹, ۴)\} \quad (۰/۵)$ <p>رسم نمودار مختصاتی آن (۰/۵)</p>	۱۷
۲	۹۱ دی	<p>الف) $A = \{-۱, ۱, ۳\} \quad (۰/۵)$</p> <p>ب) $A \Delta B = \{-۱, ۲, ۳\} \quad (۰/۵)$</p> <p>پ) $B^2 - (A \times B) = \{(۲, ۱), (۲, ۲)\} \quad (۰/۵)$</p>	۱۸
۱/۵	۹۲ خرداد	<p>الف) $A = \{۲, ۴\} \quad (۰/۵) \quad B = \{-۱, ۰, ۱\} \quad (۰/۵)$</p> <p>ب) $B \times A = \{(-۱, ۲), (۰, ۲), (۱, ۲), (-۱, ۴), (۰, ۴), (۱, ۴)\} \quad (۰/۵)$</p>	۱۹
۱/۵	۹۲ شهریور	<p>الف) $A \times B = \{(۳, ۲), (۳, ۰), (۳, -۱), (۱, ۲), (۱, ۰), (۱, -۱)\} \quad (۰/۷۵)$</p> <p>رسم (۰/۷۵)</p>	۲۰
۱/۲۵	۹۲ دی	<p>الف) $A = \{۲, ۴\} \quad (۰/۲۵) \quad B = \{۱, ۲, ۳\} \quad (۰/۲۵)$</p> $(A \times B) \cap (B \times A) = \{(۲, ۱), (۲, ۲), (۲, ۳), (۴, ۱), (۴, ۲), (۴, ۳)\} \cap \{(۱, ۲), (۱, ۴), (۲, ۲), (۲, ۴), (۳, ۲), (۳, ۴)\} = \{(۲, ۲)\} \quad (۰/۲۵)$ <p>ب) $(A \times B) \cap (B \times A) = \{(۲, ۲)\} \quad (۰/۲۵)$</p>	۲۱
۰/۲۵	۹۳ خرداد	<p>$A = \{۱\}, \quad B = \{۲\} \Rightarrow A \times B = \{(۱, ۲)\}, \quad B \times A = \{(۲, ۱)\} \Rightarrow A \times B \neq B \times A$ نادرست است</p>	۲۲
۱/۵	۹۳ شهریور	<p>الف) $B = \{۰, ۱\} \quad (۰/۵)$</p> $A^2 = \{(۱, ۱)\} \quad (۰/۲۵)$ <p>ب) $B \times A = \{(۰, ۱), (۱, ۱)\} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow (B \times A) - A^2 = \{(۰, ۱)\} \quad (۰/۲۵)$</p> <p>رسم نمودار (۰/۲۵)</p>	۲۳
۱/۲۵	۹۳ دی	<p>$A = \{۱, ۴\} \quad (۰/۲۵) \quad B = \{۰, ۱\} \quad (۰/۲۵)$</p> $A \times B = \{(۱, ۰), (۱, ۱), (۴, ۰), (۴, ۱)\} \quad (۰/۲۵)$ $B^2 = \{(۰, ۰), (۰, ۱), (۱, ۰), (۱, ۱)\} \quad (۰/۲۵)$ $A \times B - B^2 = \{(۴, ۰), (۴, ۱)\} \quad (۰/۲۵)$	۲۴
۱/۲۵	۹۴ خرداد	<p>الف) $A^2 = A \times A = \{(۱, ۱)\} \quad (۰/۲۵)$</p> <p>ب) $(۰/۲۵)$</p> $A \times B = \{(۱, ۱), (۱, ۲)\} \quad (۰/۵)$ $(A \times B) - A^2 = \{(۱, ۲)\} \quad (۰/۲۵)$	۲۵

۱/۵	شهریور ۹۴	الف) $A = \{-1, 1\}$ (۰/۲۵) $B = \{1\}$ (۰/۲۵) ب) $B^c = \{(1, 1)\}$ (۰/۲۵) , $A \times B = \{(-1, 1), (1, 1)\}$ (۰/۵) $(A \times B) \cap B^c = \{(1, 1)\}$ (۰/۲۵)	۲۶
۱/۵	دی ۹۴	الف) $A = \{1, 2, 3\}$ (۰/۵) ب) $D \cap B = \{3\}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow C - (D \cap B) = \{4, 5, \dots, 9\}$ (۰/۲۵) ج)	۲۷
۰/۲۵	خرداد ۹۵	 (۰/۵)	۲۸
$4 \times 5 = 20$			

فصل دوم : مجموعه های پیوسته

بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف
۱/۲۵	دی ۸۵	$i=1 \Rightarrow A_1 = [-1, 4-1] = [-1, 3]$ (۰/۲۵) $i=2 \Rightarrow A_2 = [-2, 4-2] = [-2, 2]$ (۰/۲۵) $i=3 \Rightarrow A_3 = [-3, 4-3] = [-3, 1]$ (۰/۲۵) $\bigcap_{i=1}^3 A_i = A_1 \cap A_2 \cap A_3 = [-1, 1]$ (۰/۲۵) $\bigcup_{i=1}^3 A_i = A_1 \cup A_2 \cup A_3 = [-3, 3]$ (۰/۲۵)	۱
۰/۵	دی ۸۵	$x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$ (۰/۲۵)  (۰/۲۵)	۲
۱	خرداد ۸۸	$A_1 = [-1, 1]$ (۰/۲۵) , $A_2 = [\frac{-1}{2}, \frac{3}{2}]$ (۰/۲۵)  (شکل ۰/۵)	۳
۰/۲۵	شهریور ۸۹	مشخص کردن قسمت A و B هر قسمت (۰/۲۵) مشخص شدن محل مشترک $A \times B$ (۰/۲۵) 	۴
۰/۵	دی ۸۹	الف) $\bigcap_{i=1}^4 A_i = [-1, 0]$ (۰/۲۵) ب) $\bigcup_{i=1}^4 A_i = [-4, 3]$ (۰/۲۵)	۵
۱/۲۵	دی ۹۰	مشخص کردن A $-1 \leq y \leq 1$ (۰/۲۵) مشخص کردن B $-2 \leq x \leq 2$ (۰/۲۵) رسم نمودار کامل و مشخص کردن $B \times A$ (۰/۲۵)  (شکل ۰/۵)	۶
۱/۲۵	شهریور ۹۱	$A_1 = \{-1, 0, 1\}$ (۰/۲۵) $A_1 \cap A_2 = \{-1, 0, 1\}$ (۰/۲۵) $A_2 = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ (۰/۲۵) $A_2 - (A_1 \cap A_2) = \{-2, 2\}$ (۰/۲۵) $A_3 = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ (۰/۲۵)	۷

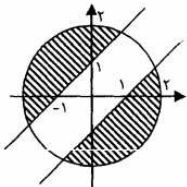
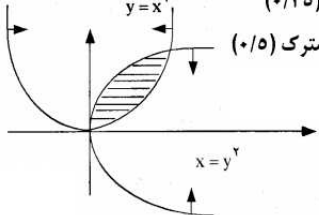
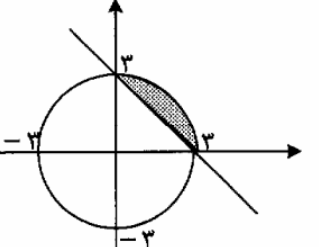
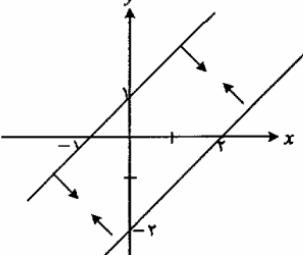
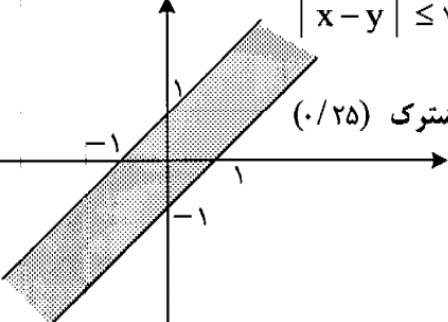
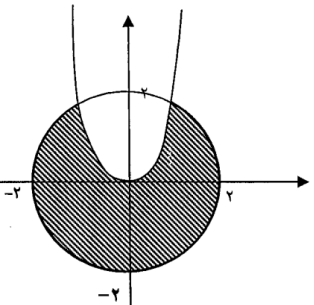
۱	۹۲ خرداد	$A_1 = [-1, 1]$ $A_2 = [-2, 0]$ $A_3 = [-3, -1]$ $A_4 = [-4, -2]$ (۰/۵) $\bigcup_{i=1}^4 A_i = [-4, 1]$ (۰/۲۵) $\bigcap_{i=1}^4 A_i = \emptyset$ (۰/۲۵)	۸
۰/۷۵	۹۳ خرداد		۹
۰/۷۵	۹۴ خرداد	الف) $A_1 = \{k \in \mathbb{Z} \mid -1 < k, 2^k < 2\} = \{0\}$ (۰/۲۵) $A_2 = \{k \in \mathbb{Z} \mid -2 < k, 2^k < 2\} = \{-1, 0\}$ (۰/۲۵) ب) $\bigcap_{i=1}^2 A_i = A_1 \cap A_2 = \{0\}$ (۰/۲۵)	۱۰
۱	۹۴ دی	 نمایش مجموعه ها هر یک (۰/۲۵) ناحیه هاشور زده (۰/۵)	۱۱

فصل دوم : مفهوم افراز یک مجموعه

بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف
۱	۸۶ خرداد	$\{a\}, \{b\}, \{c\}$ (۰/۲۵) $\{a\}, \{b, c\}$ $\{b\}, \{a, c\}$ $\{c\}, \{a, b\}$ (۰/۵) $\{a, b, c\}$ (۰/۲۵)	۱
۰/۲۵	۹۴ خرداد		۵
۱	۹۵ خرداد	$\{1\}, \{2\}, \{3\}$ و $\{1, 2\}, \{2, 3\}$ و $\{1, 3\}, \{2\}$ و $\{2, 3\}, \{1\}$ و $\{1, 2, 3\}$ باید ۴ افراز از ۵ افراز نوشته شود. هر یک از افرازها (۰/۲۵)	۳

فصل دوم : مفهوم رابطه و نمودار آن

بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف
۱	شهریور ۸۵	$x^2 + y^2 = 4$ $x \leq y$ $x = y$	۱
۱	شهریور ۸۶	دایره به مرکز (۰, ۰) و شعاع ۲ $x^2 + y^2 \leq 4$ (۰/۲۵) نیمساز ربع اول و سوم $y = x$ (۰/۲۵) 	۲

۱/۲۵	۸۷ خرداد	$x - y \geq 1 \quad x - y = 1$ $x - y \leq -1 \quad x - y = -1$ شکل (۰/۲۵) هاشور جواب (۰/۲۵) رسم دایره (۰/۲۵)		۳
۱	دی ۸۷	کشیدن هر نمودار (۰/۲۵) و تعیین قسمت مشترک (۰/۵)		۴
۱	شهریور ۸۸	رسم دایره (۰/۲۵) رسم خط (۰/۲۵) محل مشترک (۰/۵)		۵
۱	خرداد ۸۹	رسم هر خط (۰/۲۵) $y = x + 1$ $y = x - 2$ رسم کامل نمودار و مشخص کردن قسمت مشترک (۰/۵)		۶
۱	شهریور ۸۹	$ x - y \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x - y \leq 1$ (۰/۲۵) رسم هر خط (۰/۲۵) و ناحیه مشترک (۰/۲۵)		۷
۱/۲۵	خرداد ۹۰	هر سه زوج مرتب نوشته شده (۰/۲۵) در کل (۰/۷۵) $A \times B = \{(1,2), (1,3), (1,5), (2,2), (2,3), (2,5), (4,2), (4,3), (4,5)\}$ $R = \{(1,2), (1,5), (4,2), (4,5)\}$ (۰/۵)		۸
۰/۷۵	شهریور ۹۰	رسم دایره (۰/۲۵) رسم سهمی (۰/۲۵) مشخص شدن ناحیه مشترک (۰/۲۵)		۹
۱/۷۵	شهریور ۹۱	الف) $A = \{2, 4, 8\}$ (۰/۲۵) , $B = \{-1, 1, 3\}$ (۰/۲۵) $A \times B = \{(2,-1), (2,1), (2,3), (4,-1), (4,1), (4,3), (8,-1), (8,1), (8,3)\}$ (هر سه زوج نوشته شده (۰/۲۵)) ب) $R = \{(2,-1), (2,1), (2,3), (4,-1), (4,1)\}$ (۰/۵)		۱۰

۱/۲۵	دی ۹۲	<p>رسم هر نمودار، (۰/۵) تعیین ناحیه سایه دار، (۰/۲۵)</p>	۱۱
۱	خرداد ۹۳	$R = \{(1,1), (2,1), (3,1), (4,1)\}$	۱۲
۰/۷۵	دی ۹۳	$R = \{(2,2), (2,4), (3,3), (4,4)\}$ سه مورد صحیح ۰/۵، نمره و یک یاد مورد صحیح ۰/۲۵ نمره	۱۳
۰/۵	شهریور ۹۴	گزینه "د" نادرست است.	۱۴
۰/۷۵	خرداد ۹۵	<p>نمودار هر یک (۰/۲۵)، ناحیه هاشور زده (۰/۲۵)</p>	۱۵

فصل دوم: رابطه‌ی هم ارزی نوع (۱)

بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف
۱/۵	دی ۸۶	$xRx \rightarrow \sqrt{x} + x = \sqrt{x} + x$ (۰/۲۵) $xRy \rightarrow \sqrt{x} + y = \sqrt{y} + x \rightarrow \sqrt{y} + x = \sqrt{x} + y \rightarrow yRx$ (۰/۵) $\left\{ \begin{array}{l} xRy \\ , \\ yRz \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x} + y = \sqrt{y} + x \\ \sqrt{y} + z = \sqrt{z} + y \end{array} \right. \\ xRz$ $\sqrt{x} + y + \sqrt{y} + z = \sqrt{y} + x + \sqrt{z} + y \rightarrow \sqrt{x} + z = \sqrt{z} + x \rightarrow xRz$ (۰/۵) چون سه شرط بازتابی، تقارنی و تعدی را دارد پس هم ارزی است. (۰/۲۵)	۱
۱/۵	خرداد ۸۷	$xRx \rightarrow xx > 0 \rightarrow x^2 > 0$ بدیهی (بازتابی) (۰/۲۵) $xRy \rightarrow xy > 0 \rightarrow yx > 0 \rightarrow yRx$ (تقارنی) (۰/۲۵) $\left\{ \begin{array}{l} xRy \\ , \\ yRz \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} xy > 0 \\ \rightarrow y^2(xz) > 0 \rightarrow xz > 0 \rightarrow xRz \text{ (ترایبایی) (۰/۵)} \\ yz > 0 \end{array} \right.$ $xR(-2) \rightarrow (-2)X > 0 \rightarrow X < 0$ (تمام اعداد حقیقی منفی) (۰/۵)	۲
۱/۷۵	خرداد ۸۸	$(x R y) \Leftrightarrow x - y = \varphi k$ $(x R x) \Rightarrow x - x = \varphi k \Rightarrow 0 = \varphi k$ (۰/۲۵) رابطه بازتابی $(x R y) \Rightarrow (y R x)$ $x R y \Rightarrow x - y = \varphi k \Rightarrow y - x = -\varphi k = \varphi(-k) = \varphi k'$ (۰/۲۵) رابطه تقارنی $(x R y), (y R z) \Rightarrow (x R z)$ $x R y \Rightarrow x - y = \varphi k$ $y R z \Rightarrow y - z = \varphi k' \Rightarrow x - z = \varphi(k + k') = \varphi k'' \Rightarrow (x R z)$ (۰/۵) رابطه تعدی هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است. (۰/۲۵) (ب) چهار کلاس هم ارزی $[0], [1], [2], [3]$ را دارد. (۰/۵)	۳

۱/۵	شهریور ۹۰	<p>۱) $aRa \Rightarrow a^r + ra = a^r + ra$ رابطه بازتابی (۰/۲۵)</p> <p>۲) $aRb \Rightarrow bRa$</p> <p>$a^r + rb = b^r + ra \Rightarrow b^r + ra = a^r + rb \Rightarrow bRa$ رابطه تقارنی (۰/۲۵)</p> <p>۳) $(aRb \text{ و } bRc) \Rightarrow aRc$</p> <p>$a^r + rb = b^r + ra$ $b^r + rc = c^r + rb$ $\Rightarrow a^r + rc = c^r + ra \Rightarrow aRc$ رابطه تعدی (۰/۵)</p> <p>این دو رابطه را جمع می کنیم.</p> <p>هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است.</p> <p>$[r] = \{x \mid xRx\} \Rightarrow \{x \mid x^r + r = r + rx\} = \{0, r\}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۴
۱/۵	خرداد ۹۳	<p>الف)</p> <p>$\forall x \in Z, xRx \Rightarrow \exists x-x \Rightarrow \exists 0$ رابطه بازتابی (۰/۲۵)</p> <p>ب)</p> <p>$xRy \Rightarrow \exists x-y \Rightarrow \exists -(y-x) \Rightarrow \exists y-x \Rightarrow yRx$ رابطه تقارنی (۰/۲۵)</p> <p>ج)</p> <p>$xRy \Rightarrow \exists x-y \Rightarrow x-y = rk$ $yRz \Rightarrow \exists y-z \Rightarrow y-z = rk'$ $\Rightarrow x-z = r(k+k') = rk'' \Rightarrow xRz$ (۰/۲۵) رابطه تعدی است.</p> <p>رابطه هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است. (۰/۲۵)</p> <p>رابطه مجموعه اعداد صحیح را به \mathbb{Z} کلاس هم ارزی افزایش می کند. (۰/۲۵)</p>	۵
۱/۵	شهریور ۹۴	<p>برقرار است. (۰/۲۵) $\forall m \in Z : mRm \Leftrightarrow m^r + m = m^r + m$ بازتابی (الف)</p> <p>تقارنی: $mRn \Rightarrow m^r + n = n^r + m \Rightarrow n^r + m = m^r + n \Rightarrow nRm$ (۰/۲۵)</p> <p>تعدی: $\begin{cases} mRn \Rightarrow m^r + n = n^r + m \\ nRt \Rightarrow n^r + t = t^r + n \end{cases}$ (۰/۲۵)</p> <p>$m^r + t = t^r + m \Rightarrow mRt$ (۰/۲۵) باجمع طرفین تساوی</p> <p>بنابر این R یک رابطه هم ارزی است.</p> <p>ب) $[r] = \{x \in Z \mid xRx\}$ (۰/۲۵)</p> <p>$x^r + r = r + x$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x^r - x - r = 0$</p>	۶
۱/۵	دی ۹۴	<p>الف) هر مورد (۰/۲۵) $R = \{(0,0), (0,-1), (-1,3)\}$</p> <p>ب) خیر. (۰/۲۵) زیرا $(0,-1), (-1,3) \in R$ ولی $(0,3) \notin R$ (۰/۲۵)</p>	۷

فصل دوم: رابطه ی هم ارزی نوع (۲)

بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف
۲	خرداد ۹۴	<p>$(a,b)R(a,b) \Leftrightarrow a^r - b^r = a^r - b^r$ (۱) (۰/۲۵)</p> <p>$\begin{cases} (a,b)R(c,d) \Rightarrow (c,d)R(a,b) \\ a^r - d^r = c^r - b^r \Rightarrow c^r - b^r = a^r - d^r \end{cases}$ (۲) (۰/۵)</p> <p>$(a,b)R(c,d) \text{ و } (c,d)R(e,f) \Rightarrow (a,b)R(e,f)$</p> <p>$\begin{cases} a^r - d^r = c^r - b^r \\ + \\ \Rightarrow a^r - f^r = e^r - b^r \end{cases}$ (۰/۵) (۳)</p> <p>$c^r - f^r = e^r - d^r$</p> <p>از ۱ و ۳ نتیجه می گیریم R یک رابطه ی هم ارزی است (۰/۲۵)</p> <p>$[(r,r)] = \{(x,y) \mid (x,y)R(r,r)\}$ (۰/۲۵) $= \{x^r - r^r = r^r - y^r\} = \{x^r + y^r = 3r^r\}$ (۰/۲۵)</p>	۱

۱/۷۵	شهریور ۸۵	<p>بازتابی $(x, y)R(x, y) \Leftrightarrow \frac{x}{y^r} = \frac{x}{y^r}$ (./۲۵)</p> <p>تقارنی $\begin{cases} (x, y)R(z, t) \Rightarrow (z, t)R(x, y) & (./۲۵) \\ \frac{x}{y^r} = \frac{z}{t^r} \Rightarrow \frac{z}{t^r} = \frac{x}{y^r} & (./۲۵) \end{cases}$</p> <p>تراپایی $\begin{cases} (x, y)R(z, t) \text{ و } (z, t)R(e, f) \Rightarrow (x, y)R(e, f) & (./۲۵) \\ \frac{x}{y^r} = \frac{z}{t^r} \Rightarrow \frac{x}{y^r} = \frac{e}{f^r} & (./۲۵) \\ \frac{z}{t^r} = \frac{e}{f^r} \end{cases}$</p> <p>نتیجه می گیریم R یک رابطه هم ارزی است. $(x, y)R(r, r) \Rightarrow \frac{x}{y^r} = \frac{r}{r} \Rightarrow rx = ry^r$ (./.)</p>	۲
۱/۵	دی ۸۵	<p>$(x, y)R(x, y) \Leftrightarrow x^r y = x^r y$ (./۲۵)</p> <p>$\begin{cases} (x, y)R(z, t) \Rightarrow (z, t)R(x, y) \\ x^r t = z^r y \Rightarrow z^r y = x^r t & (./۲۵) \end{cases}$</p> <p>$(x, y)R(z, t) \text{ و } (z, t)R(e, f) \Rightarrow (x, y)R(e, f)$ (./۲۵)</p> <p>$\begin{cases} x^r t = z^r y \xrightarrow{\times} x^r t z^r f = z^r y e^r t \rightarrow x^r f = e^r y & (./۲۵) \\ z^r f = e^r t \end{cases}$</p> <p>نتیجه می گیریم که R یک رابطه هم ارزی است</p> <p>$[(1,5)] = \{(x, y) \mid (x, y)R(1,5)\} \text{ (./۲۵)} = \{\Delta x^r = (1)(y)\} = \{y = \Delta x^r\}$ (./۲۵)</p>	۳
۲	خرداد ۸۶	<p>۱) $(a, b)R(a, b) \Leftrightarrow \frac{a}{b^r} = \frac{a}{b^r}$ (./۲۵)</p> <p>۲) $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow \frac{a}{b^r} = \frac{c}{d^r} \Rightarrow \frac{c}{d^r} = \frac{a}{b^r} \Rightarrow (c, d)R(a, b)$ (./۵)</p> <p>۳) $\begin{cases} (a, b)R(c, d) \Rightarrow \frac{a}{b^r} = \frac{c}{d^r} \\ (c, d)R(e, f) \Rightarrow \frac{c}{d^r} = \frac{e}{f^r} \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b^r} = \frac{e}{f^r} \Rightarrow (a, b)R(e, f)$ (./۵)</p> <p>چون R هر سه خاصیت بازتابی، تقارنی و تراپایی را دارد پس R هم ارزی است. (./۲۵)</p> <p>$[(r, -1)] = \{(x, y) \mid (x, y)R(r, -1)\}$ (./۲۵)</p> <p>$\frac{x}{y^r} = \frac{r}{(-1)^r} \Rightarrow x = -ry^r$ (./۲۵)</p>	۴
۱/۵	شهریور ۸۶	<p>خاصیت انعکاسی برقرار است. $\forall (a, b) \in R^r \quad (a, b)R(a, b) \Leftrightarrow b - b = r(a - a) \Leftrightarrow 0 = 0$ (./۲۵)</p> <p>خاصیت تقارنی برقرار است. $\forall (a, b), (c, d) \in R^r \quad (a, b)R(c, d) \Leftrightarrow (c, d)R(a, b)$ $(a, b)R(c, d) \Leftrightarrow b - d = r(a - c) \Leftrightarrow d - b = r(c - a) \Leftrightarrow (c, d)R(a, b)$ (./۲۵)</p> <p>خاصیت تراپایی برقرار است. $\forall (a, b), (c, d), (e, f) \in R^r \quad \begin{cases} (a, b)R(c, d) \Leftrightarrow b - d = r(a - c) \\ (c, d)R(e, f) \Leftrightarrow d - f = r(c - e) \end{cases}$ (./۵) $b - d + d - f = r(a - c) + r(c - e) \Rightarrow b - f = r(a - e) \Rightarrow (a, b)R(e, f)$</p> <p>پس R یک رابطه هم ارزی است.</p> <p>$[(1, r)] = \{(x, y) \mid (x, y)R(1, r)\} = \{(x, y) \mid y - r = r(x - 1)\} = \{(x, y) \mid y = rx\}$ (./۵)</p>	۵
۱/۵	شهریور ۸۷	<p>بازتابی $(x, y)R(x, y) \rightarrow x^r - y = x^r - y$ (./۲۵)</p> <p>تقارنی $(x, y)R(z, t) \rightarrow x^r - y = z^r - t \rightarrow z^r - t = x^r - y \rightarrow (z, t)R(x, y)$ (./۲۵)</p> <p>تراگذری $\begin{cases} (x, y)R(z, t) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x^r - y = z^r - t \rightarrow x^r - y = e^r - f \rightarrow (x, y)R(e, f) \\ z^r - t = e^r - f \end{array} \right. & (./۵) \end{cases}$</p> <p>پس R یک رابطه هم ارزی است.</p> <p>$(x, y)R(1, 2) \rightarrow x^r - y = 1^r - 2 \rightarrow y = x^r + 1$ (./۵)</p>	۶

۱/۵	دی ۸۷	$(a, b) R(a, b) \Rightarrow a^{\sqrt{}} + b^{\sqrt{}} = a^{\sqrt{}} + b^{\sqrt{}}$ رابطه ی بازتابی (۰/۲۵) $(a, b) R(c, d) \Rightarrow (c, d) R(a, b)$ $a^{\sqrt{}} + b^{\sqrt{}} = c^{\sqrt{}} + d^{\sqrt{}} \Rightarrow c^{\sqrt{}} + d^{\sqrt{}} = a^{\sqrt{}} + b^{\sqrt{}} \Rightarrow (c, d) R(a, b)$ رابطه ی تقارنی (۰/۲۵) $(a, b) R(c, d), (c, d) R(e, f) \Rightarrow (a, b) R(e, f)$ $a^{\sqrt{}} + b^{\sqrt{}} = c^{\sqrt{}} + d^{\sqrt{}}$ رابطه ی تعدی (۰/۵) $c^{\sqrt{}} + d^{\sqrt{}} = e^{\sqrt{}} + f^{\sqrt{}} \Rightarrow a^{\sqrt{}} + b^{\sqrt{}} = e^{\sqrt{}} + f^{\sqrt{}} \Rightarrow (a, b) R(e, f)$ هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است. $A^{\sqrt{}} = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 2), (3, 3)\}$ $[(3, 1)] = \{(x, y) (x, y) R(3, 1)\} \Rightarrow x^{\sqrt{}} + y^{\sqrt{}} = 9 + 1 = 10$ $[(3, 1)] = \{(3, 1), (1, 3)\}$ (۰/۵)	۷
۱/۵	شهریور ۸۸	۱) $(a, b) R(a, b) \Rightarrow a^{\sqrt{}} b = a^{\sqrt{}} b$ رابطه بازتابی (۰/۲۵) ۲) $(a, b) R(c, d) \Rightarrow (c, d) R(a, b)$ $(a, b) R(c, d) \Rightarrow a^{\sqrt{}} d = c^{\sqrt{}} b \Rightarrow c^{\sqrt{}} b = a^{\sqrt{}} d \Rightarrow (c, d) R(a, b)$ (۰/۲۵) رابطه تقارنی ۳) $\left. \begin{array}{l} (a, b) R(c, d) \\ (c, d) R(e, f) \end{array} \right\} \Rightarrow (a, b) R(e, f)$ $(a, b) R(c, d) \Rightarrow a^{\sqrt{}} d = c^{\sqrt{}} b$ $\Rightarrow a^{\sqrt{}} f = e^{\sqrt{}} b \Rightarrow (a, b) R(e, f)$ (۰/۵) رابطه تعدی دو رابطه را ضرب و ساده کنیم $(c, d) R(e, f) \Rightarrow c^{\sqrt{}} f = e^{\sqrt{}} d$ چون هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است. خبر این یک کلاس نامتناهی است. (۰/۵) $[(-1, 2)] = \{(x, y) (x, y) R(-1, 2)\} \Rightarrow y = 2x^{\sqrt{}}$ (۰/۵)	۸
۱/۵	دی ۸۸	۱) $(x, y) R(x, y) \Rightarrow x^{\sqrt{}} - y^{\sqrt{}} = x^{\sqrt{}} - y^{\sqrt{}}$ رابطه ی بازتابی (۰/۲۵) ۲) $(x, y) R(z, t) \Rightarrow (z, t) R(x, y)$ $(x, y) R(z, t) \Rightarrow x^{\sqrt{}} - t^{\sqrt{}} = z^{\sqrt{}} - y^{\sqrt{}} \Rightarrow z^{\sqrt{}} - y^{\sqrt{}} = x^{\sqrt{}} - t^{\sqrt{}} \Rightarrow (z, t) R(x, y)$ (۰/۲۵) رابطه ی تقارنی ۳) $\left. \begin{array}{l} (x, y) R(z, t) \Rightarrow x^{\sqrt{}} - t^{\sqrt{}} = z^{\sqrt{}} - y^{\sqrt{}} \\ (z, t) R(e, f) \Rightarrow z^{\sqrt{}} - f^{\sqrt{}} = e^{\sqrt{}} - t^{\sqrt{}} \end{array} \right\} \Rightarrow x^{\sqrt{}} - f^{\sqrt{}} = e^{\sqrt{}} - y^{\sqrt{}} \Rightarrow (x, y) R(e, f)$ (۰/۵) رابطه ی تعدی $[(-2, 3)] = \{(x, y) (x, y) R(-2, 3)\}$ (۰/۲۵) $x^{\sqrt{}} - 9 = -8 - y^{\sqrt{}} \Rightarrow x^{\sqrt{}} + y^{\sqrt{}} = 1$ (۰/۲۵) تمام نقاطی که در این رابطه صدق کنند کلاس هم ارزی خواهند بود.	۹
۱/۵	خرداد ۸۹	الف) $(x, y) R(x, y) \Rightarrow x^{\sqrt{}} y = x^{\sqrt{}} y$ رابطه بازتابی (۰/۲۵) ب) $(x, y) R(z, t) \Rightarrow (z, t) R(x, y)$ $x^{\sqrt{}} t = z^{\sqrt{}} y \Rightarrow z^{\sqrt{}} y = x^{\sqrt{}} t$ رابطه تقارنی (۰/۲۵) ج) $(x, y) R(z, t), (z, t) R(e, f) \Rightarrow (x, y) R(e, f)$ دو رابطه در هم ضرب می شوند. $\left\{ \begin{array}{l} x^{\sqrt{}} t = z^{\sqrt{}} y \\ z^{\sqrt{}} f = e^{\sqrt{}} t \end{array} \right. \Rightarrow x^{\sqrt{}} f = e^{\sqrt{}} y \Rightarrow (x, y) R(e, f)$ (۰/۵) رابطه تعدی هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است. $[(-1, 6)] = \{(x, y) (x, y) R(-1, 6)\} \Rightarrow 6x^{\sqrt{}} = (-1)^{\sqrt{}} y \Rightarrow y = 6x^{\sqrt{}}$ (۰/۵)	۱۰

۱/۷۵	شهریور ۸۹	الف) رابطه بازتابی (۰/۲۵) $(x, y) R (x, y) \Rightarrow y - y = r(x - x) \Rightarrow 0 = 0$ $(x, y) R (z, t) \Rightarrow (z, t) R (x, y)$ $(x, y) R (z, t) \Rightarrow y - t = r(x - z) \Rightarrow -(t - y) = -r(z - x) \Rightarrow t - y = r(z - x) \Rightarrow$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) رابطه تقارنی (z, t) R (x, y) (x, y) R (e, f) (z, t) R (x, y) $(x, y) R (z, t) \Rightarrow y - t = r(x - z)$ $(z, t) R (e, f) \Rightarrow t - f = r(z - e)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) رابطه تعدی (x, y) R (e, f) $y - f = r(x - e) \Rightarrow (x, y) R (e, f)$ چون هر سه خاصیت را دارد، پس رابطه هم ارزی است. ب) $[(1, 2)] = \{(x, y) \mid (x, y) R (1, 2)\} \Rightarrow y - 2 = r(x - 1) \Rightarrow y = rx - 1$ (۰/۵)	۱۱
۱/۵	دی ۸۹	الف) رابطه بازتابی (۰/۲۵) $(x, y) R (x, y) \Rightarrow x^r + \delta y = x^r + \delta y$ $(x, y) R (z, t) \Rightarrow (z, t) R (x, y)$ $(x, y) R (z, t) \Rightarrow x^r + \delta y = z^r + \delta t \Rightarrow z^r + \delta t = x^r + \delta y \Rightarrow (z, t) R (x, y)$ (۰/۲۵) رابطه تقارنی $(x, y) R (z, t), (z, t) R (e, f) \Rightarrow (x, y) R (e, f)$ $(x, y) R (z, t) \Rightarrow x^r + \delta y = z^r + \delta t$ $(z, t) R (e, f) \Rightarrow z^r + \delta t = e^r + \delta f$ $\Rightarrow x^r + \delta y = e^r + \delta f \Rightarrow (x, y) R (e, f)$ (۰/۵) رابطه تعدی ب) $[(-1, 2)] = \{(x, y) \mid (x, y) R (-1, 2)\}$ (۰/۲۵) $x^r + \delta y = (-1)^r + \delta \times 2$ $x^r + \delta y = 11$ $x^r + \delta y - 11 = 0$ (۰/۲۵)	۱۲
۱/۵	خرداد ۹۰	الف) رابطه بازتابی (۰/۲۵) $(a, b) R (a, b) \Rightarrow \frac{2a - 3}{b} = \frac{2a - 3}{b}$ ب) $(a, b) R (c, d) \Rightarrow (c, d) R (a, b)$ $(a, b) R (c, d) \Rightarrow \frac{2a - 3}{b} = \frac{2c - 3}{d} \Rightarrow \frac{2c - 3}{d} = \frac{2a - 3}{b} \Rightarrow (c, d) R (a, b)$ (۰/۲۵) رابطه تقارنی ج) $(a, b) R (c, d), (c, d) R (e, f) \Rightarrow (a, b) R (e, f)$ $(a, b) R (c, d) \Rightarrow \frac{2a - 3}{b} = \frac{2c - 3}{d}$ $(c, d) R (e, f) \Rightarrow \frac{2c - 3}{d} = \frac{2e - 3}{f}$ $\Rightarrow \frac{2a - 3}{b} = \frac{2e - 3}{f} \Rightarrow (a, b) R (e, f)$ (۰/۲۵) رابطه تعدی هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است. (۰/۲۵) $[(-1, 7)] = \{(x, y) \mid (x, y) R (-1, 7)\} \Rightarrow \frac{2x - 3}{y} = \frac{2(-1) - 3}{7} \Rightarrow y = \frac{-14}{5}x + \frac{21}{5}$ (۰/۵)	۱۳
۱/۷۵	دی ۹۰	بازتابی است. (۰/۲۵) $(x, y) R (x, y) \Rightarrow x^r y = x^r y$ تقارنی است (۰/۲۵) $(x, y) R (z, t) \Rightarrow x^r t = z^r y \Rightarrow z^r y = x^r t \Rightarrow (z, t) R (x, y)$ تعدی است (۰/۵) $(x, y) R (z, t) \Rightarrow x^r t = z^r y$ $(z, t) R (e, f) \Rightarrow z^r f = e^r t$ $\Rightarrow x^r f = e^r y \Rightarrow (x, y) R (e, f)$ پس رابطه هم ارزی است (۰/۲۵) ب) $[(-2, 1)] = \{(x, y) \in Z^r - \{(\cdot, \cdot)\} \mid (x, y) R (-2, 1)\} = \{(x, y) \mid x^r = 4y\}$ (۰/۲۵)	۱۴

۱/۵	خرداد ۹۱	<p>الف) $\forall (a,b) \in R^{\mathbb{Z}}, (a,b)R(a,b) \Rightarrow ab = ab$ رابطه ی بازتابی (۰/۲۵)</p> <p>$(a,b)R(c,d) \Rightarrow (c,d)R(a,b)$</p> <p>$(a,b)R(c,d) \Rightarrow ab = cd \Rightarrow cd = ab \Rightarrow (c,d)R(a,b)$ رابطه ی تقارنی (۰/۲۵)</p> <p>$\left. \begin{matrix} (a,b)R(c,d) \\ (c,d)R(e,f) \end{matrix} \right\} \Rightarrow (a,b)R(e,f)$</p> <p>$\left. \begin{matrix} ab = cd \\ cd = ef \end{matrix} \right\} \Rightarrow ab = ef \Rightarrow (a,b)R(e,f)$ رابطه تعدی (۰/۵)</p> <p>هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است.</p> <p>ب) $[(-۱,۲)] = \{(x,y) (x,y)R(-۱,۲)\} \Rightarrow \{(x,y) xy = -۲\}$ (۰/۲۵)</p>	۱۵
۱/۵	شهریور ۹۱	<p>الف) $\forall (x,y) \in R^{\mathbb{Z}}, (x,y)R(x,y) \Rightarrow x^{\mathbb{Z}} - x^{\mathbb{Z}} = y - y$ رابطه ی بازتابی (۰/۲۵)</p> <p>$(x,y)R(z,t) \Rightarrow (z,t)R(x,y)$</p> <p>$(x,y)R(z,t) \Rightarrow x^{\mathbb{Z}} - z^{\mathbb{Z}} = y - t \Rightarrow z^{\mathbb{Z}} - x^{\mathbb{Z}} = t - y \Rightarrow (z,t)R(x,y)$ رابطه ی تقارنی (۰/۲۵)</p> <p>$\left. \begin{matrix} (x,y)R(z,t) \\ (z,t)R(e,f) \end{matrix} \right\} \Rightarrow (x,y)R(e,f)$</p> <p>$\left. \begin{matrix} x^{\mathbb{Z}} - z^{\mathbb{Z}} = y - t \\ z^{\mathbb{Z}} - e^{\mathbb{Z}} = t - f \end{matrix} \right\} \Rightarrow x^{\mathbb{Z}} - e^{\mathbb{Z}} = y - f \Rightarrow (x,y)R(e,f)$ رابطه ی تعدی (۰/۵)</p> <p>هر سه خاصیت را دارد پس هم ارزی است.</p> <p>ب) $[(-۱,۲)] = \{(x,y) (x,y)R(-۱,۲)\} \Rightarrow \{(x,y) x^{\mathbb{Z}} - 1 = y - ۲\} = \{(x,y) y = x^{\mathbb{Z}} + ۱\}$ (۰/۲۵)</p>	۱۶
۲	دی ۹۱	<p>بازتابی است. (۰/۲۵) $۱) (x,y)R(x,y) \Rightarrow x^{\mathbb{Z}} + \delta y^{\mathbb{Z}} = x^{\mathbb{Z}} + \delta y^{\mathbb{Z}}$</p> <p>تقارنی است (۰/۲۵) $۲) (x,y)R(z,t) \Rightarrow x^{\mathbb{Z}} + \delta y^{\mathbb{Z}} = z^{\mathbb{Z}} + \delta t^{\mathbb{Z}} \Rightarrow z^{\mathbb{Z}} + \delta t^{\mathbb{Z}} = x^{\mathbb{Z}} + \delta y^{\mathbb{Z}} \Rightarrow (z,t)R(x,y)$</p> <p>تعدی است (۰/۵) $۳) \left\{ \begin{matrix} (x,y)R(z,t) \Rightarrow x^{\mathbb{Z}} + \delta y^{\mathbb{Z}} = z^{\mathbb{Z}} + \delta t^{\mathbb{Z}} \\ (z,t)R(e,f) \Rightarrow z^{\mathbb{Z}} + \delta t^{\mathbb{Z}} = e^{\mathbb{Z}} + \delta f^{\mathbb{Z}} \end{matrix} \right\} \Rightarrow x^{\mathbb{Z}} + \delta y^{\mathbb{Z}} = e^{\mathbb{Z}} + \delta f^{\mathbb{Z}} \Rightarrow (x,y)R(e,f)$</p> <p>پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵)</p> <p>ب) $[(-۲,۱)] = \{(x,y) \in Z^{\mathbb{Z}} - \{(0,0)\} (x,y)R(-۲,۱)\} = \{(x,y) x^{\mathbb{Z}} + \delta y^{\mathbb{Z}} = ۹\}$ (۰/۲۵)</p>	۱۷
۱/۵	خرداد ۹۲	<p>$(x,y)R(z,t) \Leftrightarrow xt = yz$</p> <p>بازتابی است. (۰/۲۵) $۱) (x,y)R(x,y) \Rightarrow xy = xy$</p> <p>تقارنی است (۰/۲۵) $۲) (x,y)R(z,t) \Rightarrow xt = yz \Rightarrow zy = tx \Rightarrow (z,t)R(x,y)$</p> <p>تعدی است (۰/۲۵) $۳) \left\{ \begin{matrix} (x,y)R(z,t) \Rightarrow xt = yz \\ (z,t)R(e,f) \Rightarrow zf = te \end{matrix} \right\} \Rightarrow (xt)(zf) = (yz)(te) \Rightarrow xf = ye \Rightarrow (x,y)R(e,f)$</p> <p>پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵)</p> <p>ب) $[(-۳,۲)] = \{(x,y) \in Z - \{(0,0)\} (x,y)R(-۳,۲)\} = \{(x,y) ۲x = -۳y \Rightarrow y = \frac{-۲}{۳}x\}$ (۰/۵)</p>	۱۸

۱/۵	شهریور ۹۲	$(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow (y-t) = 3(x-z)$ ۱) بازتابی. $(x, y) R(x, y) \Rightarrow (y-y) = 3(x-x)$ (۰/۲۵) ۲) تقارنی $(x, y) R(z, t) \Rightarrow (y-t) = 3(x-z) \Rightarrow (t-y) = 3(z-x) \Rightarrow (z, t) R(x, y)$ (۰/۲۵) $\left\{ \begin{array}{l} (x, y) R(z, t) \Rightarrow (y-t) = 3(x-z) \\ (z, t) R(e, f) \Rightarrow (t-f) = 3(z-e) \end{array} \right\} \Rightarrow y-t+t-f = 3(x-z) + 3(z-e) \Rightarrow$ $(y-f) = 3(x-e) \Rightarrow (x, y) R(e, f)$ تعدی (۰/۲۵) پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵) ب) $[(3, 3)] = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x, y) R(3, 3)\} = \{(x, y) \mid y-3 = 3(x-3) \Rightarrow y = 3x-3\}$ (۰/۵)	۱۹
۲	دی ۹۲	۱) بازتابی است. $(x, y) R(x, y) \Rightarrow \frac{x}{y^2} = \frac{x}{y^2}$ (۰/۲۵) ۲) تقارنی است (۰/۲۵) $(x, y) R(z, t) \Rightarrow \frac{x}{y^2} = \frac{z}{t^2} \Rightarrow \frac{z}{t^2} = \frac{x}{y^2} \Rightarrow (z, t) R(x, y)$ ۳) تعدی است (۰/۵) $\left\{ \begin{array}{l} (x, y) R(z, t) \Rightarrow \frac{x}{y^2} = \frac{z}{t^2} \\ (z, t) R(e, f) \Rightarrow \frac{z}{t^2} = \frac{e}{f^2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x}{y^2} = \frac{e}{f^2} \Rightarrow (x, y) R(e, f)$ پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵) ب) $[(2, -1)] = \{(x, y) \in \mathbb{Z}^2 - \{(0,0)\} \mid (x, y) R(2, -1)\} = \{(x, y) \mid x = 2y^2\}$ (۰/۲۵)	۲۰
۱/۵	شهریور ۹۳	الف) ۱) بازتابی است (۰/۲۵) $\forall (a,b) \in \mathbb{R}^2, (a,b) R(a,b) \Leftrightarrow a+b = b+a$ ۲) تقارنی است (۰/۲۵) $(a,b) R(c,d) \Rightarrow a+d=b+c \Rightarrow c+b=d+a \Rightarrow (c,d) R(a,b)$ ۳) تراپایی است (۰/۲۵) $\left\{ \begin{array}{l} (a,b) R(c,d) \Rightarrow a+d=b+c \\ (c,d) R(e,f) \Rightarrow c+f=d+e \end{array} \right\} \Rightarrow a+f=b+e \Rightarrow (a,b) R(e,f)$ پس رابطه R هم ارزی است (۰/۲۵) ب) $[(-1, *)] = \{(a,b) \in \mathbb{R}^2 \mid (a,b) R(-1, *)\}$ (۰/۲۵) $a+* = b-1$ (۰/۲۵)	۲۱
۱/۵	دی ۹۳	الف) بازتابی: $(a,b) R(a,b) \Leftrightarrow a b = ab$ (۰/۲۵) تقارنی: $(a,b) R(c,d) \Rightarrow ab=cd \Rightarrow cd=ab \Rightarrow (c,d) R(a,b)$ (۰/۲۵) تراپایی: $\left\{ \begin{array}{l} (a,b) R(c,d) \Rightarrow ab=cd \\ (c,d) R(e,f) \Rightarrow cd=ef \end{array} \right\} \Rightarrow ab=ef \Rightarrow (a,b) R(e,f)$ (۰/۲۵) در نتیجه یک رابطه هم ارزی است (۰/۲۵) ب) $[(-1, 2)] = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 \mid (a, b) R(-1, 2)\}$ (۰/۲۵) $ab = -2$ (۰/۲۵)	۲۲
۱/۷۵	خرداد ۹۴	برقرار است (۰/۲۵) $\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2 : (a, b) R(a, b) \Leftrightarrow a^2 + b = a^2 + b$ تقارنی: $(a, b) R(c, d) \Rightarrow a^2 + d = c^2 + b \Rightarrow c^2 + b = a^2 + d \Rightarrow (c, d) R(a, b)$ (۰/۲۵) تعدی: $\left\{ \begin{array}{l} (a, b) R(c, d) \Rightarrow a^2 + d = c^2 + b \\ (c, d) R(e, f) \Rightarrow c^2 + f = e^2 + d \end{array} \right\} \Rightarrow a^2 + f = e^2 + b \Rightarrow (a, b) R(e, f)$ (۰/۲۵) با جمع طرفین تساوی (۰/۲۵) در نتیجه یک رابطه هم ارزی است. (۰/۲۵) ب) $[(-1, 0)] = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 \mid (a, b) R(-1, 0)\}$ (۰/۲۵) $a^2 + 0 = (-1)^2 + b$ (۰/۲۵)	۲۳

۱/۲۵	خرداد ۹۵	$(a,b)R(c,d) , (c,d)R(e,f) \Rightarrow (a,b)R(e,f) ?$ (الف) $a=c (\cdot/۲۵) , c=e (\cdot/۲۵) \Rightarrow a=e (\cdot/۲۵)$ $[(۲,۱)] = \underbrace{\{(a,b) \mid (a,b)R(۲,۱)\}}_{(\cdot/۲۵)} = \{(a,b) \mid a=۲\} (\cdot/۲۵)$ (ب)	۲۴
------	----------	--	----

پاسخ سوالات موضوعی نهایی

((جبر و احتمال))

((فصل سوم))

پایه ی سوم رشته ریاضی و فیزیک

سال تحصیلی ۹۵-۹۴

تهیه کننده : افشین ملاسعیدی

عضو گروه ریاضی متوسطه دوم استان خوزستان

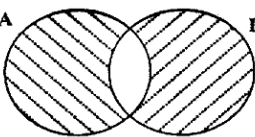
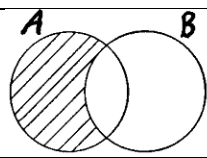
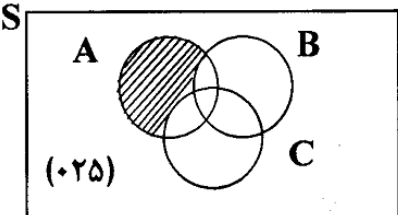
فصل سوم : مفهوم آزمایش تصادفی

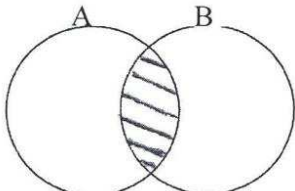
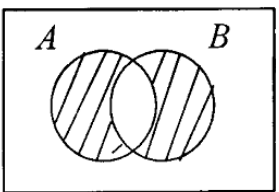
ردیف	پاسخ	تاریخ آزمون	بارم سوال
۱	الف) پدیده ی تصادفی ب) پدیده ی قطعی	دی ۹۳	۰/۵

فصل سوم : فضای نمونه ای و پیشامد تصادفی

ردیف	پاسخ	تاریخ آزمون	بارم سوال
۱	الف) $S = \{(پ, پ), (پ, ر), (پ, پ), (پ, ر), (پ, پ), (پ, ر), (پ, پ), (پ, ر), (پ, پ), (پ, ر)\}$ (۰/۵) ب) $A = \{(ر, ر), (پ, ر), (پ, پ), (پ, ر)\}$ (۰/۵) ج) $B = \{(پ, پ), (پ, ر), (پ, پ), (پ, ر)\}$ (۰/۵) د) $B' = \{(پ, پ), (پ, ر), (پ, پ), (پ, ر), (پ, پ), (پ, ر), (پ, پ), (پ, ر)\}$ (۰/۲۵) $A \cap B' = \{(ر, ر), (پ, ر), (پ, پ), (پ, ر)\}$ (۰/۲۵) $A \cap B' = A$ (یا می توان نوشت $A \cap B' = A$)	خرداد ۸۵	۲
۲	الف) $S = \{(پ, ۱), (پ, ۲), (پ, ۳), (پ, ۴), (پ, ۵), (پ, ۶), (پ, ۱), (پ, ۲), (پ, ۳), (پ, ۴), (پ, ۵), (پ, ۶)\}$ (۰/۵) ب) $A = \{(ر, ۲), (ر, ۴), (ر, ۶), (پ, ۲), (پ, ۴), (پ, ۶), (ر, ۱), (ر, ۳), (ر, ۵)\}$ (۰/۵) ج) $B = \{(ر, ۳), (ر, ۴), (ر, ۶)\}$ (۰/۲۵) د) $A' = \{(پ, ۱), (پ, ۳), (پ, ۵)\}$ (۰/۲۵) $B' = \{(پ, ۱), (پ, ۳), (پ, ۵), (پ, ۲), (پ, ۴), (پ, ۶), (پ, ۱), (پ, ۳), (پ, ۵)\}$ (۰/۲۵) $A' \cup B' = \{(پ, ۱), (پ, ۳), (پ, ۵), (پ, ۲), (پ, ۴), (پ, ۶), (پ, ۱), (پ, ۳), (پ, ۵)\}$ (۰/۲۵)	شهریور ۸۵	۲
۳	الف) $A = \{(۱, ۶), (۶, ۱), (۲, ۵), (۵, ۲), (۳, ۴), (۴, ۳)\}$ (۰/۵) ب) $B = \{(۲, ۲), (۲, ۴), (۲, ۶), (۴, ۲), (۴, ۴), (۴, ۶), (۶, ۲), (۶, ۴), (۶, ۶)\}$ (۰/۷۵) ج) $C = \{(۱, ۱), (۱, ۲), (۱, ۳), (۱, ۴), (۱, ۵), (۲, ۱), (۲, ۲), (۲, ۳), (۲, ۴), (۳, ۱), (۳, ۲), (۳, ۳), (۴, ۱), (۴, ۲), (۵, ۱)\}$ (۰/۷۵)	دی ۸۵	۲
۴	الف) $S = \{(پ, پ), (پ, ر), (پ, پ), (پ, ر), (پ, پ), (پ, ر), (پ, پ), (پ, ر), (پ, پ), (پ, ر), (پ, پ), (پ, ر)\}$ (۰/۵) ب) $A = \{(پ, ر), (پ, ر), (پ, ر), (پ, ر)\}$ (۰/۵) ج) $B = \{(پ, پ), (پ, ر), (پ, ر)\}$ (۰/۵) د) $A \Delta B = \{(پ, ر), (پ, ر), (پ, ر), (پ, پ)\}$ (۰/۵)	خرداد ۸۶	۲
۵	الف) $S = \{۲, ۴, ۶, ۸, ۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۶, ۱۸, ۲۰\}$ (۰/۵) ب) $A = \{۱۰, ۲۰\}$ (۰/۵) پ) $B = \{۲, ۴\}$ (۰/۲۵) ت) $A' = \{۲, ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۱۴, ۱۶, ۱۸\}$ $A' \cap B = \{۲, ۴\}$ (۰/۷۵)	شهریور ۸۶	۲
۶	الف) $S = \{۱, ۳, ۵, ۷, ۹, ۱۱, ۱۳, ۱۵, ۱۷\}$ (۰/۵) ب) $A = \{۳, ۹, ۱۵\}$ (۰/۵) ج) $B = \{۱, ۹\}$ (۰/۵) د) $A - B = \{۳, ۱۵\}$ (۰/۵)	دی ۸۶	۲
۷	$n(s) = ۶ \times ۶ = ۳۶$ (۰/۲۵) $A = \{(۲, ۶), (۳, ۵), (۴, ۴), (۵, ۳), (۶, ۲)\}$ (۰/۵) $B = \{(۳, ۵), (۵, ۳), (۵, ۶), (۶, ۵)\}$ (۰/۷۵) $A - B = \{(۲, ۶), (۴, ۴), (۶, ۲)\}$ (۰/۵)	خرداد ۸۷	۲
۸	(۰/۵) $S = \{۳۰, ۳۵, ۳۹, ۵۰, ۵۳, ۵۹, ۹۰, ۹۳, ۹۵\}$ (۰/۵) $A = \{۳۰, ۳۵, ۵۰, ۹۰, ۹۵\}$ (۰/۵) $B = \{۵۳, ۵۹, ۹۰, ۹۳, ۹۵\}$ (۰/۲۵) $B' = \{۳۰, ۳۵, ۳۹, ۵۰\}$ (۰/۲۵) $A \cap B' = \{۳۰, ۳۵, ۵۰\}$	شهریور ۸۷	۲
۹	$A = \{(۳, ۱), (۳, ۲), (۳, ۳), (۳, ۴), (۳, ۵), (۳, ۶)\}$ (۰/۵) $B = \{(۲, ۲), (۲, ۳), (۲, ۵), (۳, ۲), (۳, ۳), (۳, ۵), (۵, ۲), (۵, ۳), (۵, ۵)\}$ (۰/۵) $C = \{(۱, ۱), (۲, ۲), (۳, ۳), (۴, ۴), (۵, ۵), (۶, ۶)\}$ (۰/۵) $C - B = \{(۱, ۱), (۴, ۴), (۶, ۶)\}$ (۰/۵)	دی ۸۷	۲

۲	خرداد ۸۸	الف) $n(S) = 2^4 = 16$ (۰/۵) ب) $A = \{(ر,ر,ر,ر), (ر,ر,ر,پ), (ر,ر,پ,ر), (ر,ر,پ,پ), (ر,پ,ر,ر), (ر,پ,ر,پ), (ر,پ,پ,ر), (ر,پ,پ,پ)\}$ (۰/۵) ج) $B = \{(ر,ر,ر,ر), (ر,ر,ر,پ), (ر,ر,پ,ر), (ر,ر,پ,پ), (ر,پ,ر,ر), (ر,پ,ر,پ), (ر,پ,پ,ر), (ر,پ,پ,پ)\}$ (۰/۵) د) $A - B = \{(ر,ر,ر,ر)\}$ (۰/۵)	۱۰
۲	شهریور ۸۸	الف) $S = \{(ر, ۱), (ر, ۲), (ر, ۳), (ر, ۴), (ر, ۵), (ر, ۶), (پ, ۱), (پ, ۲), (پ, ۳), (پ, ۴), (پ, ۵), (پ, ۶)\}$ (۰/۵) ب) $A = \{(ر, ۴), (ر, ۵), (ر, ۶), (پ, ۴), (پ, ۵), (پ, ۶)\}$ (۰/۵) ج) $B = \{(پ, ۱), (پ, ۲), (پ, ۳), (پ, ۴), (پ, ۵), (پ, ۶)\}$ (۰/۵) د) $A - B = \{(ر, ۴), (ر, ۵), (ر, ۶)\}$ (۰/۵)	۱۱
۲	دی ۸۸	$S = \{۱۲, ۱۳, ۱۴, ۲۱, ۲۳, ۲۴, ۳۱, ۳۲, ۳۴, ۴۱, ۴۲, ۴۳\}$ (۰/۵) $A = \{۱۲, ۲۴, ۴۲\}$ (۰/۲۵) $B = \{۱۳, ۲۳, ۳۱, ۴۱, ۴۳\}$ (۰/۲۵) $B' = \{۱۲, ۱۴, ۲۱, ۲۴, ۳۲, ۳۴, ۴۲\}$ (۰/۵) $A \cap B' = \{۱۲, ۲۴, ۴۲\}$ (۰/۵)	الف) ۱۲ ب) ۱۲ ج) ۱۲ د) ۱۲
۲	خرداد ۸۹	الف) $n(S) = 36$ (۰/۲۵) ب) $A = \{(۱,۱), (۲,۲), (۳,۳), (۴,۴), (۵,۵), (۶,۶)\}$ (۰/۵) ج) $B = \{(۲,۳), (۳,۲), (۲,۵), (۵,۲), (۳,۵), (۵,۳), (۲,۲), (۳,۳), (۵,۵)\}$ (۰/۷۵) د) $C = A - B = \{(۱,۱), (۴,۴), (۶,۶)\}$ (۰/۵)	۱۳
۲	شهریور ۸۹	$S = \{(ق, ق, ق), (ق, ق, و), (ق, و, ق), (ق, و, س), (و, ق, ق), (و, ق, و), (و, و, ق), (و, و, س), (س, ق, ق), (س, ق, و), (س, و, ق), (س, و, س), (س, س, ق), (س, س, و)\}$ (۰/۵) $A = \{(س, و, ق), (س, ق, و)\}$ (۰/۵) $B = \{(ق, ق, ق), (ق, ق, و), (ق, و, ق), (ق, و, س)\}$ (۰/۵) $A \cup B' = \{(س, و, س), (س, و, ق), (س, ق, و), (س, ق, س)\}$ (۰/۵)	۱۴
۱	دی ۸۹	الف) $B - (A \cup C)$ (۰/۲۵) ب) $A \cap B \cap C$ (۰/۲۵)	۱۵
۱	دی ۸۹	$A = \{(ر, ۱), (ر, ۲), (ر, ۳), (ر, ۴), (ر, ۵), (ر, ۶), (پ, ۴)\}$ $B = \{(ر, ۴)\}$ (۰/۲۵)	۱۶
۱	خرداد ۹۰	الف) پیشامد یا برآمد (ب) ۲۱۲ ج) پیوسته - گسسته هر قسمت (۰/۲۵)	۱۷
۱	خرداد ۹۰	$A = \{۳, ۶, ۹, ۱۲, ۱۵, ۲, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳\}$ (۰/۵) $B = \{۳, ۵, ۷, ۱۱, ۱۳\}$ (۰/۵)	۱۸
۲	شهریور ۹۰	الف) $n(S) = 25$ (۰/۵) ب) هر دو عضو نوشته شده ۰/۲۵ نمره دارد. ج) $A = \{۱۲, ۱۴, ۲۲, ۲۴, ۳۲, ۳۴\}$ (۰/۷۵) $B = \{۴۱, ۴۳, ۴۵, ۵۱, ۵۳, ۵۵\}$ (۰/۷۵)	۱۹

۲	دی ۹۰	الف) $A = \{(1, 1), (2, 4), (4, 2)\}$ (۰/۵) ب) $B = \{(1, 4), (2, 4), (3, 4), (5, 4), (6, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 5), (4, 6)\}$ (۰/۷۵) پ) $A \cap B = \{(2, 4), (4, 2)\}$ (۰/۵) ت) $A - B = \{(1, 1)\}$ (۰/۲۵)	۲۰
۲	خرداد ۹۱	الف) $S = \{(1, 1, 1), (1, 1, 2), (1, 2, 1), (2, 1, 1), (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1), (2, 2, 2)\}$ (۰/۷۵) ب) $A = \{(1, 2, 1), (1, 2, 2), (2, 1, 1), (2, 1, 2)\}$ (۰/۵) پ) $B = \{(1, 1, 1), (1, 1, 2), (2, 1, 1), (2, 1, 2)\}$ (۰/۵) ت) $B - A = \{(1, 1, 1), (1, 1, 2)\}$ (۰/۲۵)	۲۱
۲	شهریور ۹۱	الف) $S = \left\{ \begin{array}{l} (ر, ۱), (ر, ۲), (ر, ۳), (ر, ۴), (ر, ۵), (ر, ۶) \\ (پ, ۱), (پ, ۲), (پ, ۳), (پ, ۴), (پ, ۵), (پ, ۶) \end{array} \right\}$ (۰/۵) ب) $A = \{(پ, ۴), (پ, ۵), (پ, ۶)\}$ (۰/۵) پ) $B = \{(ر, ۲), (ر, ۴), (ر, ۶)\}$ (۰/۵) ت) $A' \cap B' = (A \cup B)' = \{(پ, ۱), (پ, ۲), (پ, ۳), (ر, ۱), (ر, ۳), (ر, ۵)\}$ (۰/۵)	۲۲
۰/۵	دی ۹۱	الف) پیوسته ب) گسسته	۲۳
۱	دی ۹۱		۲۴
۰/۷۵	خرداد ۹۲	الف) نادرست ب) درست پ) نادرست	۲۵
۱	خرداد ۹۲		۲۶
۲	شهریور ۹۲	الف) $S = \{۱۲, ۱۳, ۲۱, ۳۱, ۲۳, ۳۲\}$ (۰/۵) ب) $A = \{۱۲, ۳۲\}$ (۰/۷۵) ج) $B = \{۱۳, ۳۱, ۲۳\}$ (۰/۷۵)	۲۷
۲	دی ۹۲	الف) $S = \{۱, ۲, \dots, ۱۹\}$ (۰/۲۵) ب) $A = \{۱, ۳, ۵, \dots, ۱۹\}$ (۰/۲۵) پ) $B = \{۳, ۶, ۹, ۱۲, ۱۵, ۱۸\}$ (۰/۲۵) ت) $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B) = \{۱, ۳, ۵, ۶, ۷, ۹, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۵, ۱۷, ۱۸, ۱۹\} - \{۳, ۹, ۱۵\} = \{۱, ۵, ۶, ۷, ۱۱, ۱۲, ۱۳, ۱۷, ۱۸, ۱۹\}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)	۲۸
۲	خرداد ۹۳	$S = \{(d, d, d), (d, d, p), (d, p, d), (p, d, d), (p, p, p), (p, d, p), (d, p, p), (p, p, d)\}$ (۰/۵) $A = \{(p, p, p), (p, d, p), (d, p, p), (p, p, d)\}$ (۰/۵) $B = \{(p, d, p), (d, p, p), (p, p, d)\}$ (۰/۵) $A' \cup B' = \{(d, d, d), (d, d, p), (d, p, d), (p, d, d), (p, p, p)\}$ (۰/۵)	۲۹
۰/۲۵	شهریور ۹۳	ناسازگار	۳۰
۰/۵	شهریور ۹۳	$A - (B \cup C)$ (۰/۲۵) 	۳۱

۱/۵	شهریور ۹۳	الف) $S = \left\{ \overbrace{((r,r), (r,p), (r,p)),}^{(۰/۲۵)} \overbrace{((p,p,۱), (p,p,۲), (p,p,۳), (p,p,۴), (p,p,۵), (p,p,۶))}^{(۰/۲۵)} \right\}$ ب) $A = \{(p,p,۵), (p,p,۶)\}$ (۰/۵) ج) $B = \{(r,r), (r,p), (r,p)\}$ (۰/۵)	۳۲
۱/۵	دی ۹۳	الف) $S = \{۲, ۴, ۶, ۸, ۱۰\}$ (۰/۵) ب) $A = \{۲\}$ (۰/۲۵) ج) $B = \{۶\}$ (۰/۲۵) د) $B' = \{۲, ۴, ۸, ۱۰\}$ (۰/۵)	۳۳
۱/۵	خرداد ۹۴	الف) $S = \{(۱, r), (۱, p), (۲, r), (۲, p), (۳, r), (۳, p)\}$ (هر دو مورد صحیح ۰/۲۵) ب) $A = \{(۲, r), (۲, p), (۱, r), (۳, r)\}$ (هر دو مورد صحیح ۰/۲۵) ج) $B = \{(۲, r)\}$ (۰/۲۵)	۳۴
۰/۵	خرداد ۹۴	نامساوی (۰/۲۵) و تساوی (۰/۲۵) $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 x^2 + y^2 \leq 4\}$ (۰/۵)	۳۵
۰/۵	شهریور ۹۴	 (۰/۲۵) $A \cap B$ (۰/۲۵)	۳۶
۱/۵	شهریور ۹۴	الف) $S = \{۱, ۳, ۵, ۷, ۹, ۱۱\}$ (۰/۵) ب) $A = \{۳, ۹\}$ (۰/۵) ج) $B = \{۷, ۱۱\}$ (۰/۵)	۳۷
۲	دی ۹۴	الف) $S = \underbrace{\{(r, ۱), (r, ۲), (r, ۳), (r, ۴), (r, ۵), (r, ۶)\}}_{(۰/۱۵)}, \underbrace{\{(p, p), (p, p)\}}_{(۰/۲۵)}$ ب) $A = \{(r, ۲), (r, ۴), (r, ۶)\}$ (۰/۱۵) ج) $B = \{(p, r), (p, p)\}$ (۰/۱۵)	۳۸
۰/۵	خرداد ۹۵	 (۰/۵)	۳۹
۱/۵	خرداد ۹۵	الف) ۸ عضو. (۰/۲۵) ب) $A = \{(r, ۲), (r, ۴), (r, ۶), (p, p), (p, r)\}$ (۱/۲۵)	۴۰

پاسخ سوالات موضوعی نهایی

((جبر و احتمال))

((فصل چهارم))

پایه ی سوم رشته ریاضی و فیزیک

سال تحصیلی ۹۵-۹۴

تهیه کننده : افشین ملاسعیدی

عضو گروه ریاضی متوسطه دوم استان خوزستان

فصل چهارم: احتمال هم شانس در فضاهای گسسته

بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف
۱/۷۵	خرداد ۸۵	<p>راه اول:</p> $s = \{1, 2, 3, \dots, 10\} \quad n(s) = 10 \quad (./۲۵) \quad A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \quad (./۲۵) \quad B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad (./۲۵)$ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7, 9\} \quad (./۲۵) \quad n(A \cup B) = 7 \quad (./۲۵) \quad P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(s)} = \frac{7}{10} \quad (./۵)$ <p>راه دوم:</p> $A = \{1, 3, 5, 7, 9\} \quad P(A) = \frac{5}{10} \quad (./۲۵) \quad B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \quad P(B) = \frac{5}{10} \quad (./۲۵)$ $A \cap B = \{1, 3, 5\} \quad (./۲۵) \quad P(A \cap B) = \frac{3}{10} \quad (./۲۵) \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (./۲۵)$ $P(A \cup B) = \frac{5}{10} + \frac{5}{10} - \frac{3}{10} = \frac{7}{10} \quad (./۵)$	۱
۱	خرداد ۸۵	$n(s) = \binom{32}{2} \quad (./۲۵)$ <p>الف) $P(A) = \frac{\binom{8}{2}}{\binom{32}{2}} \quad (./۲۵)$</p> <p>ب) $P(B) = \frac{\binom{8}{1} \binom{8}{1}}{\binom{32}{2}} \quad (./۵)$</p>	۲
۱/۲۵	شهریور ۸۵	$n(s) = \binom{12}{4} \quad (./۲۵)$ $n(A) = \binom{7}{3} \binom{5}{1} + \binom{7}{4} \binom{5}{0} \quad (./۵)$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{\binom{7}{3} \binom{5}{1} + \binom{7}{4} \binom{5}{0}}{\binom{12}{4}} \quad (./۵)$	۳
۱/۲۵	دی ۸۵	<p>الف) $P(A) = \frac{\binom{5}{3} \binom{6}{2}}{\binom{11}{5}} = \frac{25}{77} \quad (./۷۵)$</p> <p>ب) $P(B) = \frac{\binom{5}{5} \binom{6}{0}}{\binom{11}{5}} = \frac{1}{462} \quad (./۵)$</p>	۴
۱/۷۵	خرداد ۸۶	<p>الف) $p(A) = \frac{\binom{6}{5}}{\binom{9}{5}} = \frac{6}{126} = \frac{1}{21} \quad (./۷۵)$</p> <p>ب) $p(B) = \frac{\binom{4}{1} \binom{5}{4} + \binom{4}{0} \binom{5}{5}}{\binom{9}{5}} = \frac{4 \times 5 + 1 \times 1}{126} = \frac{21}{126} = \frac{1}{6} \quad (۱)$</p>	۵
۱/۷۵	شهریور ۸۶	<p>الف) $p(A) = \frac{\binom{7}{1} \binom{5}{3}}{\binom{12}{4}} = \frac{7 \times 10}{495} = \frac{70}{495} \quad (./۷۵)$</p> <p>ب) $p(B) = \frac{\binom{7}{3} \binom{5}{1} + \binom{7}{4}}{\binom{12}{4}} = \frac{35 \times 5 + 35}{495} = \frac{210}{495} \quad (۱)$</p>	۶

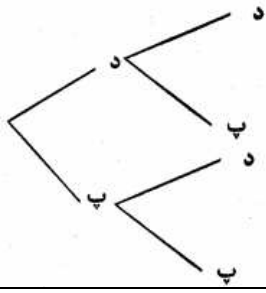
۱/۵	دی ۸۶	الف) $P(A) = \frac{\binom{5}{2}}{\binom{8}{2}} = \frac{10}{28} = \frac{5}{14}$ (۰/۷۵) ب) $P(B) = \frac{\binom{5}{1}\binom{3}{1}}{\binom{8}{2}} = \frac{5 \times 3}{28} = \frac{15}{28}$ (۰/۷۵)	۷
۱	خرداد ۸۷	$p(A) = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3}{7^5} = \frac{360}{2401}$ (۱)	۸
۱	خرداد ۸۷	$P(A) = \frac{\binom{5}{1}\binom{7}{2} + \binom{5}{2}\binom{7}{1}}{\binom{12}{3}} = \frac{5 \times 21 + 10 \times 7}{220} = \frac{175}{220} = \frac{35}{44}$ (۰/۵)	۹
۱	شهریور ۸۷	$P(A) = \frac{\binom{5}{2}\binom{7}{2}}{\binom{12}{4}} = \frac{10 \times 21}{495} = \frac{14}{33}$ (۰/۵)	۱۰
۱/۵	دی ۸۷	$n(S) = \binom{10}{5} = 252$ (۰/۵) ۶ لیوان سالم و ۴ لیوان معیوب الف) $n(A) = \binom{6}{3} \times \binom{4}{2} = 120$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{120}{252} = \frac{10}{21}$ (۰/۲۵) ب) $n(B) = \binom{6}{5} = 6$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{6}{252} = \frac{1}{42}$ (۰/۲۵)	۱۱
۱/۵	خرداد ۸۸	$n(s) = \binom{16}{3} = 560$ (۰/۲۵) ب) $P(B) = \frac{\binom{10}{2}\binom{6}{1}}{\binom{16}{3}} = \frac{27}{56}$ (۰/۷۵) ، الف) $P(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{\binom{6}{3}}{\binom{16}{3}} = \frac{1}{28}$ (۰/۵)	۱۲
۱/۵	شهریور ۸۸	الف) $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 3, 9, 15, 21, 27\}$ $\rightarrow p(A) = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$ (۰/۷۵) ب) $B = \{6, 12, 18, 24, 30\} \rightarrow p(B) = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$ (۰/۷۵)	۱۳
۱/۵	دی ۸۸	الف) $p(A) = \frac{C(6,2)}{C(11,2)} = \frac{15}{55} = \frac{3}{11}$ (۰/۲۵) ب) $p(B) = \frac{C(6,2)}{C(11,2)} + \frac{C(5,2)}{C(11,2)} = \frac{3}{11} + \frac{10}{55} = \frac{3}{11} + \frac{2}{11} = \frac{5}{11}$ (۰/۲۵)	۱۴
۲	خرداد ۸۹	الف) $p(A) = \frac{\binom{6}{2}\binom{4}{1} + \binom{6}{3}}{\binom{10}{3}} = \frac{15 \times 4 + 20}{120} = \frac{2}{3}$ (۰/۲۵) ب) $p(B) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{10}{2}} = \frac{6}{45} = \frac{2}{15}$ (۰/۲۵) (هیچ کدام مهره آبی = هر سه مهره سفید) = $\frac{4}{120} = \frac{1}{30}$ (۰/۲۵)	۱۵
۱/۵	شهریور ۸۹	هر قسمت نوشته شده صورت کسر (۰/۲۵) $P(A) = \frac{\binom{1}{1}\binom{2}{1}\binom{3}{1}\binom{4}{1}}{\binom{10}{4}} = \frac{24}{210} = \frac{4}{35}$ (۰/۲۵)	۱۶

۱/۵	دی ۸۹	$P(A) = \frac{۷ \times ۶ \times ۵ \times ۴}{۳}$ صورت کسر هر قسمت (۰/۲۵) و مخرج کسر (۰/۵)	۱۷
۱/۲۵	خرداد ۹۰	$p(A) = \frac{\binom{۴}{۲} \binom{۶}{۱} + \binom{۴}{۳}}{\binom{۱۰}{۳}} = \frac{۴۰}{۱۲۰} = \frac{۱}{۳}$ (۰/۲۵)	۱۸
۱/۵	خرداد ۹۰ خارج کشور	الف) $P = \frac{\binom{۶}{۵}}{\binom{۹}{۵}}$ ب) $P = \frac{\binom{۴}{۱} \times \binom{۵}{۴} + \binom{۵}{۵}}{\binom{۹}{۵}}$	۱۹
۱/۵	شهریور ۹۰	$P(A) = \frac{\binom{۶}{۱} \binom{۱۰}{۲} + \binom{۶}{۲} \binom{۱۰}{۱} + \binom{۶}{۳}}{\binom{۱۶}{۳}} = \frac{۴۴۰}{۵۶۰} = \frac{۱۱}{۱۴}$ (۰/۲۵) صورت کسر هر قسمت نوشته شده ۰/۲۵ نمره و مخرج کسر ۰/۵ نمره داده شود.	۲۰
۱/۵	شهریور ۹۰ خارج کشور	الف) $P = \frac{\binom{۴}{۳}}{\binom{۹}{۳}}$ ب) $P = \frac{\binom{۵}{۱} \times \binom{۴}{۲}}{\binom{۹}{۳}}$	۲۱
۱/۵	دی ۹۰	$n(S) = ۲^۲ = ۸$ (۰/۲۵) الف) $n(A) = \binom{۳}{۲} + \binom{۳}{۱} = ۳ + ۱ = ۴$ (۰/۵) $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) ب) $n(B) = \binom{۳}{۱} + \binom{۳}{۲} = ۳ + ۱ = ۴$ (۰/۲۵) $p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵)	۲۲
۱/۵	خرداد ۹۱	الف) $p(A) = \frac{C(۵,۲) \times C(۱۰,۱)}{C(۱۵,۳)} = \frac{۱۰۰}{۴۵۵} = \frac{۲۰}{۹۱}$ (۰/۲۵) ب) $p(B) = \frac{C(۵,۱) \times C(۶,۱) \times C(۴,۱)}{C(۱۵,۳)} = \frac{۱۲۰}{۴۵۵} = \frac{۲۴}{۹۱}$ (۰/۲۵)	۲۳
۱/۵	خرداد ۹۱	مشابه سوال ۱۳ (شهریور ۸۸)	۲۴
۱/۵	شهریور ۹۱	$n(S) = \binom{۱۱}{۳} = ۱۶۵$ (۰/۲۵) $n(A) = \binom{۵}{۲} \binom{۶}{۱} + \binom{۵}{۳} = ۷۰$ (۰/۷۵) $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۷۰}{۱۶۵} = \frac{۱۴}{۳۳}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p(A) = \frac{۷۰}{۱۶۵} = \frac{۱۴}{۳۳}$ (۰/۲۵)	۲۵
۲	دی ۹۱	$S = \{۱R, ۲R, ۳R, ۴R, ۵R, ۶R, PRR, PRP, PPR, PPP\} \Rightarrow n(S) = ۱۰$ (۰/۵) $A = \{۲R, ۴R, ۶R\} \Rightarrow n(A) = ۳ \Rightarrow p(A) = \frac{۳}{۱۰}$ (۰/۷۵) $B = \{PPR, PRP\} \Rightarrow n(B) = ۲ \Rightarrow P(B) = \frac{۲}{۱۰} = \frac{۱}{۵}$ (۰/۷۵)	۲۶

۱/۵	خرداد ۹۲	$S = \{ddd, ddp, dpd, pdd, ppp, ppd, pdp, dpp\} \Rightarrow n(S) = 8 \quad (./\delta)$ $A = \{ppp, ppd, pdp, dpp\} \Rightarrow n(A) = 4 \Rightarrow P(A) = \frac{4}{8} \quad (./\delta)$ $B = \{ddd, ddp, dpd, dpp\} \Rightarrow n(B) = 4 \Rightarrow P(B) = \frac{4}{8} \quad (./\delta)$	۲۷
۱/۵	دی ۹۲	$n(S) = \binom{10}{3} = 120 \quad (./\gamma\delta)$ $n(A) = \binom{4}{1} \times \binom{6}{2} = 60 \quad (./\gamma\delta)$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (./\gamma\delta) \Rightarrow P(A) = \frac{60}{120} = \frac{1}{2} \quad (./\gamma\delta)$	۲۸
۱/۵	خرداد ۹۳	$P(A) = \frac{C(4,2) + C(3,2)}{C(8,2)} = \frac{9}{28} \quad (./\gamma\delta)$	۲۹
۰/۷۵	شهریور ۹۳	$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (./\gamma\delta) = \frac{365 \times 364 \times \dots \times (365-10+1)}{365^{10}} \quad (./\gamma\delta)$	۳۰
۱/۵	شهریور ۹۳	$n(S) = \binom{12}{3} \quad (./\gamma\delta)$ الف) $P(A) = \frac{\binom{5}{2} \times \binom{7}{1}}{\binom{12}{3}} \quad (./\delta) = \frac{70}{220} = \frac{7}{22}$ ب) $P(B) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{12}{3}} \quad (./\gamma\delta) = \frac{10}{220} = \frac{1}{22}$	۳۱
۱/۵	دی ۹۳	$n(S) = 2 \times 4 \times 3 \times 2 = 48 \quad (./\delta)$ $n(A) = 2 \times 3 \times 2 \times 1 = 12 \quad (./\delta)$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (./\gamma\delta) = \frac{12}{48} = \frac{1}{4} \quad (./\gamma\delta)$	۳۲
۱/۲۵	خرداد ۹۴	$n(S) = \binom{12}{2} = 66 \quad (./\delta)$ $n(A) = \binom{5}{1} \times \binom{7}{1} = 35 \quad (./\gamma\delta)$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (./\gamma\delta) = \frac{35}{66} \quad (./\gamma\delta)$	۳۳
۱/۵	خرداد ۹۴ خارج کشور	الف) $P = \frac{\binom{3}{1} \times \binom{5}{2} + \binom{3}{2} \times \binom{5}{1}}{\binom{8}{3}}$ ب) $P = \frac{\binom{3}{1} \times \binom{5}{2}}{\binom{8}{3}}$	۳۴
۱/۵	شهریور ۹۴	الف) $n(S) = \binom{9}{2} = \frac{9!}{2! \times 7!} = 36 \quad (./\gamma\delta)$ $n(A) = \binom{7}{2} \quad (./\gamma\delta)$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{7}{2}}{36} \quad (./\gamma\delta) = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$ ب) $n(B) = \binom{4}{2} \times \binom{5}{1} \quad (./\gamma\delta) + \binom{4}{1} \times \binom{5}{2} \quad (./\gamma\delta) = 24$ $P(B) = \frac{24}{36} \quad (./\gamma\delta) = \frac{2}{3}$	۳۵
۱/۵	دی ۹۴	$n(S) = \binom{7}{2} \quad (./\gamma\delta)$ $n(A) = \binom{4}{0} \times \binom{3}{2} + \binom{4}{1} \times \binom{3}{1} \quad (i) \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (./\gamma\delta) = \frac{15}{21}$	۳۶
۱	دی ۹۴	$n(S) = 5 \times 4 \times 3 = 60 \quad (./\gamma\delta)$ $n(A) = 4 \times 3 \times 2 = 24 \quad (./\delta) \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad (./\gamma\delta) = \frac{2}{5}$	۳۷
۱/۲۵	خرداد ۹۵	$n(S) = 36 \quad (./\gamma\delta)$ $A = \{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\} \quad (./\gamma\delta) \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{36} \quad (./\gamma\delta)$	۳۸
۱	خرداد ۹۵	$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{7}{2} \quad (./\gamma\delta) + \binom{4}{2} \quad (./\gamma\delta)}{\binom{11}{2} \quad (./\gamma\delta)} = \frac{27}{55}$	۳۹

فصل چهارم: احتمال دو جمله ای

ردیف	پاسخ	تاریخ آزمون	بارم سوال
۱	$P = \frac{\binom{5}{2}}{2^5} = \frac{5}{16}$	دی ۸۶	۱
۲	$P(A) = \frac{\binom{6}{2}}{2^6} = \frac{15}{64} \quad (0/25)$	شهریور ۸۷	۱
۳	$P = \frac{\binom{15}{2}}{2^{15}}$	دی ۸۷	۰/۷۵
۴	$P(A) = \frac{\binom{8}{6}}{2^8} + \frac{\binom{8}{7}}{2^8} + \frac{\binom{8}{8}}{2^8} = \frac{28}{256} + \frac{8}{256} + \frac{1}{256} = \frac{37}{256} \quad (0/25)$	خرداد ۸۸	۱
۵	$p(A) = \frac{\binom{7}{2} (0/5)}{2^7 (0/5)} = \frac{25}{128}$	شهریور ۸۸	۱
۶	جای خالی به ترتیب برابر است با: $\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}, \frac{1}{4}$ رسم نمودار درختی (۰/۲۵) هر قسمت جواب (۰/۲۵)	دی ۸۸	۱
۷	$p(A) = \frac{\binom{30}{25} (0/5)}{2^{30} (0/5)}$	خرداد ۸۹	۱
۸	$P(A) = \frac{\binom{20}{12} (0/5)}{2^{20} (0/5)}$	شهریور ۸۹	۱
۹	$P(A) = \frac{\binom{5}{2}}{2^5}$ صورت کسر (۰/۵) و مخرج کسر (۰/۵)	دی ۸۹	۱
۱۰	$p(A) = \frac{\binom{20}{6} (0/5)}{2^{20} (0/25)}$	خرداد ۹۰	۰/۷۵
۱۱	$P = \frac{\binom{7}{6} + \binom{7}{7}}{2^7} = \frac{7+1}{2^7} = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{16}$	خرداد ۹۰ خارج کشور	۱
۱۲	$P = \frac{\binom{10}{3}}{2^{10}} = \frac{120}{1024} = \frac{15}{128}$	شهریور ۹۰ خارج کشور	۱/۵
۱۳	$P = \frac{\binom{n}{k}}{2^n} = \frac{\binom{12}{7}}{2^{12}}$ صورت و مخرج کسر هر قسمت (۰/۵)	دی ۹۰	۱

۰/۷۵	۹۱ خرداد	$p(A) = \frac{\binom{n}{k}}{2^n} = \frac{\binom{12}{4}}{2^{12}}$	۱۴
۰/۷۵	۹۱ خرداد	$p(A) = \frac{\binom{10}{6}}{2^{10}} = \frac{210}{1024}$	۱۵
۰/۷۵	۹۱ شهریور	$p(A) = \frac{\binom{n}{k}}{2^n} = \frac{\binom{15}{7}}{2^{15}}$	۱۶
۱	دی ماه ۹۱	$P = \frac{\binom{n}{k}}{2^n} = \frac{\binom{10}{7}}{2^{10}}$ صورت و مخرج کسر هر قسمت (۰/۵)	۱۷
۰/۷۵	۹۲ شهریور	$p(A) = \frac{\binom{5}{3}}{2^5} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$	۱۸
۱	دی ماه ۹۲	$P = \frac{\binom{n}{k}}{2^n} = \frac{\binom{10}{8}}{2^{10}}$	۱۹
۰/۷۵	۹۳ خرداد	$p(A) = \frac{\binom{n}{k}}{2^n} = \frac{\binom{6}{6} + \binom{6}{5} + \binom{6}{4}}{2^6}$	۲۰
۱/۵	۹۴ خرداد	رسم نمودار درختی (۰/۵):  تعداد پسرها: ۱ تعداد حالات: ۲ احتمال: $\frac{1}{4}$ ص ۹۴ (هر مورد صحیح ۰/۲۵)	۲۱
۱	۹۴ خرداد	$p(A) = \frac{\binom{10}{8}}{2^{10}} = \frac{45}{1024}$	۲۲
۱	۹۴ شهریور	$P(\text{بارروبیاید}) = \frac{\binom{15}{7} (0/25)}{2^{15} (0/25)} (0/5)$	۲۳
۱ نمره	۹۵ خرداد	$P(A) = \frac{\binom{20}{8} (0/5)}{2^{20} (0/5)}$	۲۴

فصل چهارم: احتمال غیر هم شانس در فضاهای گسسته و احتمال یک پیشامد اختیاری

ردیف	پاسخ	تاریخ آزمون	بارم سوال
۱	$P(A) = P(C) = 3P(B) \quad (./25)$ $P(A) + P(B) + P(C) = 1 \quad (./25) \Rightarrow 3P(B) + P(B) + 3P(B) = 1 \quad (./25)$ $7P(B) = 1 \Rightarrow P(B) = \frac{1}{7} \quad (./25) \quad P(A) = P(C) = 3\left(\frac{1}{7}\right) = \frac{3}{7} \quad (./25)$ $P(B \cup C) = P(B) + P(C) = \frac{1}{7} + \frac{3}{7} = \frac{4}{7} \quad (./5)$	خرداد ۸۵	۱/۷۵
۲	$P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1 \quad (./25)$ $2P(b) + P(b) + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1 \quad (./25)$ $3P(b) + \frac{1}{2} = 1$ $2P(b) = \frac{1}{2} \quad P(b) = \frac{1}{6} \quad (./5)$ $P(a) = 2P(b) = 2\left(\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{3} \quad (./25)$ $P(a') = 1 - P(a) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \quad (./25)$ $P(b') = 1 - P(b) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \quad (./25)$	شهریور ۸۵	۱/۷۵
۳	$P(1) = P(2) = P(5) = \omega \quad P(3) = P(4) = P(6) = 3\omega \quad (./25)$ $P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6) = 1 \quad (./25)$ $\omega + 2\omega + \omega + 3\omega + \omega + 3\omega = 1 \Rightarrow 12\omega = 1 \Rightarrow \omega = \frac{1}{12} \quad (./25) \quad P(1) = P(2) = P(5) = \frac{1}{12} \quad (./25)$ $P(3) = P(4) = P(6) = 3\left(\frac{1}{12}\right) = \frac{1}{4} \quad (./25) \quad P(A) = P(1) + P(2) + P(3) = \frac{1}{12} + \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \quad (./25)$	دیماه ۸۵	۱/۵
۴	$p\{a, b, c\} + p\{d\} = 1$ $p\{d\} = 1 - p\{a, b, c\} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ $p\{a, b\} = \frac{2}{3} - p\{d\} = \frac{2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$	خرداد ۸۶	۱/۲۵
۵	$p(A_1) + p(A_2) + p(A_3) + p(A_4) = 1 \quad (./25)$ $p(A_2) = 2p(A_4)$ $p(A_1) = 2p(A_2) = 4p(A_4) \quad (./5)$ $p(A_3) = 2p(A_4)$ $4p(A_4) + 2p(A_4) + 2p(A_4) + p(A_4) = 1 \quad (./25)$ $p(A_4) = \frac{1}{9} \quad (./25) \quad p(A_1) = 4p(A_4) = \frac{4}{9}$	شهریور ۸۶	۱/۵

۱/۷۵	دیماه ۸۶	$p(a) = 3p(b) \quad (./ ۲۵)$ $p(b) = \frac{1}{3}p(c) \rightarrow 3p(b) = p(c) \quad (./ ۲۵)$ $p(a) + p(b) + p(c) = 1 \quad (./ ۲۵)$ $3p(b) + p(b) + 3p(b) = 1 \quad (./ ۲۵) \rightarrow p(b) = \frac{1}{6} \quad (./ ۲۵)$ $p(a) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad (./ ۲۵) \quad p(a') = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad (./ ۲۵)$	۶
۱/۵	خرداد ۸۷	$P(a) = 3P(b)$ $p(b) = \frac{1}{3}p(c) \rightarrow p(c) = 3p(b) \quad (./ ۵)$ $p(c) = p(d)$ $p(b) = w$ $p(a) + p(b) + p(c) + p(d) = 1 \quad (./ ۲۵) \quad 3w + w + 3w + 3w = 1 \rightarrow w = \frac{1}{8} \quad (./ ۵)$ $p(a) + p(d) = 3w + 3w = 6w = \frac{6}{8} \quad (./ ۲۵)$	۷
۱/۵	شهریور ۸۷	$(./ ۲۵) \quad P(a) + P(b) + P(c) + P(d) = 1$ $(./ ۲۵) \quad P(a) + P(b) + P(c) = \frac{17}{25} \rightarrow P(d) = 1 - \frac{17}{25} = \frac{8}{25} \quad (./ ۲۵)$ $P(a) + P(d) = \frac{5}{5} \rightarrow P(a) = \frac{5}{5} - \frac{8}{25} = \frac{7}{25} = \frac{1}{4} \quad (./ ۲۵)$ $P(b) = P(c) \rightarrow 3P(b) + \frac{5}{5} = 1 \rightarrow 3P(b) = 1 - \frac{5}{5} = \frac{0}{5} \rightarrow P(b) = P(c) = \frac{1}{5} \quad (./ ۲۵)$	۸
۱/۵	دیماه ۸۷	$p(\text{احمد}) + p(\text{علی}) + p(\text{بهرام}) = 1 \rightarrow 3x + 2x + x = 1 \rightarrow 6x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{6} \quad (./ ۲۵)$ $p(\text{علی}) = 2p(\text{احمد}) = 2x$ $p(\text{بهرام}) = 3p(\text{علی}) = 3x$ $p(\text{احمد}) = x = \frac{1}{6} \quad (./ ۲۵) \quad p(\text{علی}) = \frac{2}{6} \quad (./ ۲۵) \quad p(\text{بهرام}) = \frac{3}{6} \quad (./ ۲۵)$	۹
۱/۵	خرداد ۸۸	$P(۲) = P(۳) = P(۵) = 3x \quad (./ ۲۵)$ $P(۱) = P(۴) + P(۶) = x \quad (./ ۲۵) \Rightarrow 3x + 3x + 3x + x + x + x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{12} \quad (./ ۵)$ $A = \{1, 2, 3\} \rightarrow P(A) = x + 3x + 3x = 7x = \frac{7}{12} \quad (./ ۵)$	۱۰
۱/۵	شهریور ۸۸	$p\{a, b\} = 3p\{c\} \Rightarrow p\{a\} + p\{b\} = 3p\{c\} \quad (./ ۵)$ $p\{a\} + p\{b\} + p\{c\} = 1 \Rightarrow 3p\{c\} + p\{c\} = 1 \Rightarrow p\{c\} = \frac{1}{4} \quad (./ ۵)$	۱۱
۱/۷۵	دیماه ۸۸	$p(a) = 3p(b) = 2x \quad p(a) + p(b) + p(c) + p(d) = 1 \quad (./ ۲۵)$ $p(b) = x \quad (./ ۲۵) \quad 2x + x + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$ $p(c) = p(d) = \frac{1}{4} \quad 2x = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{1}{4} \quad (./ ۲۵)$ $p(a) = \frac{1}{2} \quad (./ ۲۵) \quad p(b) = \frac{1}{4} \quad (./ ۲۵)$ $p(a') = \frac{1}{2} \quad (./ ۲۵) \quad p(b') = \frac{3}{4} \quad (./ ۲۵)$	۱۲
۱/۵	خرداد ۸۹	$P(a) = 2P(b) = 4x \quad p(a) + p(b) + p(c) = 1$ $p(b) = 2P(c) = 2x \quad 4x + 2x + x = 1$ $p(c) = x \quad (./ ۵) \quad x = \frac{1}{7} \quad (./ ۵)$ $\text{الف} \quad p(a) = \frac{4}{7} \quad (./ ۲۵) \quad \text{ب} \quad p\{a, b\} = \frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7} \quad (./ ۲۵)$	۱۳

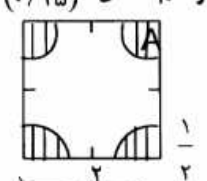
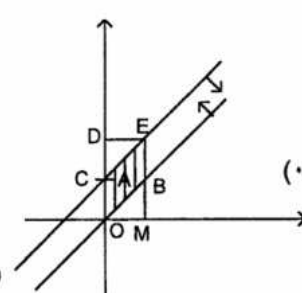
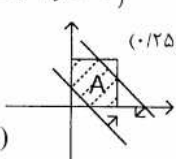
۱/۵	شهریور ۸۹	$P(۲) = P(۴) = P(۶) = ۲x \quad (./۵)$ $P(۱) = P(۳) = P(۵) = x$ $P(۱) + P(۲) + \dots + P(۶) = ۱ \Rightarrow ۹x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۹} \quad (./۵)$ $A = \{۱, ۲, ۳\} \Rightarrow P(A) = x + ۲x + x = ۴x = \frac{۴}{۹} \quad (./۵)$	۱۴
۱/۵	دیماه ۸۹	$p(a) = \frac{۱}{۷} p(b) \quad , \quad p(a) + p(b) = ۱ \Rightarrow \frac{۱}{۷} p(b) + p(b) = ۱ \Rightarrow$ $(./۲۵)$ $p(b) = \frac{۷}{۸} \quad (./۲۵) \quad \text{و} \quad p(a) = \frac{۱}{۸} \quad (./۲۵)$ $A = ۳p(a) + \frac{۱}{۲} p(b) = \frac{۳}{۸} + \frac{۷}{۱۶} = \frac{۱۳}{۱۶} \quad (./۲۵)$	۱۵
۱/۵	خرداد ۹۰	$P(۱) = ۲P(۲) = ۳P(۳) = ۴P(۴)$ $(./۲۵) \quad (./۲۵) \quad (./۲۵) \quad (./۲۵) \quad \frac{۴}{۳}x$ $p(۴) = x \rightarrow P(۱) = ۴x, p(۲) = ۲x, p(۳) = \frac{۴}{۳}x$ $(./۲۵)$ $p(۱) + p(۲) + p(۳) + p(۴) = ۱ \Rightarrow ۴x + ۲x + \frac{۴}{۳}x + x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۳}{۲۵} \Rightarrow p(۱) = \frac{۱۲}{۲۵} \quad (./۲۵)$	۱۶
۱/۵	خرداد ۹۰	$p(a) = ۲p(b) = ۴p(c) \xrightarrow{p(c)=x}$ $p(a) + p(b) + p(c) = ۴x + ۲x + x = ۱ \rightarrow x = \frac{۱}{۷}$ $\rightarrow \begin{cases} p(a) = ۴x = \frac{۴}{۷} \\ p(b) = ۲x = \frac{۲}{۷} \\ p(c) = x = \frac{۱}{۷} \end{cases}$	۱۷
۱/۵	شهریور ۹۰	$p(b) = p(c) = x \rightarrow p(d) = ۲x, \quad p(a) = ۴(۲x) = ۸x$ $\rightarrow p(a) + p(b) + p(c) + p(d) = ۱ \rightarrow ۸x + ۲x + x + x = ۱ \rightarrow x = \frac{۱}{۱۲}$ $\rightarrow \begin{cases} p(a) = ۸x = \frac{۸}{۱۲} \\ p(b) = x = \frac{۱}{۱۲} \\ p(c) = x = \frac{۱}{۱۲} \\ p(d) = ۲x = \frac{۲}{۱۲} \end{cases}$	۱۸

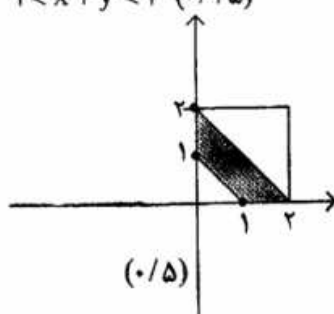
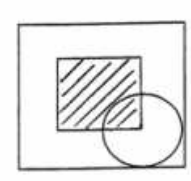
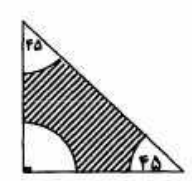
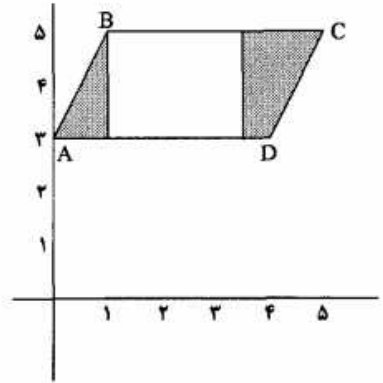
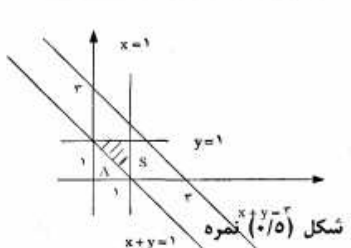
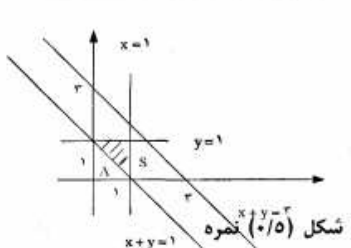
۱/۵	دیماه ۹۰	$P(A) = P(B) \quad (./۲۵)$ $P(C) = ۲P(A) = ۲P(B) \quad (./۲۵)$ $P(A) + P(B) + P(C) = ۱ \quad (./۲۵)$ $P(A) + P(A) + ۲P(A) = ۱ \Rightarrow ۴P(A) = ۱ \Rightarrow P(A) = \frac{۱}{۴} \quad (./۲۵) \quad \text{(الف)}$ $P(C) = ۲P(A) = \frac{۲}{۴} = \frac{۱}{۲} \quad (./۲۵)$ $P(\{A, C\}) = P(A) + P(C) = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۴} \quad (./۲۵) \quad \text{(ب)}$	۱۹
۱/۷۵	خرداد ۹۱	$p(a) + p(b) + p(c) = ۱ \quad (./۲۵)$ $p(a) = \frac{۱}{۲} p(b)$ $p(b) = \frac{۱}{۳} p(c)$ $p(c) = x$ $\frac{۱}{۶}x + \frac{۱}{۳}x + x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۶}{۹} \quad (./۲۵)$ الف) $p(a) = \frac{۱}{۹}$, $p(b) = \frac{۲}{۹}$, $p(c) = \frac{۶}{۹}$ (./۲۵) (./۲۵) (./۲۵) ب) $p\{b, c\} = p(b) + p(c) = \frac{۲}{۹} + \frac{۶}{۹} = \frac{۸}{۹}$ (./۲۵) (./۲۵)	۲۰
۱/۵	خرداد ۹۱	$p(۱) + p(۲) + p(۳) + p(۴) + p(۵) + p(۶) = ۱$ $۵x + x + ۵x + x + ۵x + x = ۱ \rightarrow x = \frac{۱}{۱۸}$ $\rightarrow \begin{cases} p(۲) + p(۴) + p(۶) = x = \frac{۱}{۱۸} \\ p(۱) + p(۳) + p(۵) = ۵x = \frac{۵}{۱۸} \end{cases}$	۲۱
۱/۲۵	شهریور ۹۱	$p(a) + p(b) + p(c) + p(d) = ۱ \quad (./۲۵)$ $۲p(b) + p(b) + \frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۸} = ۱ \Rightarrow p(b) = \frac{۳}{۳۲} \quad (./۲۵)$ $p(a) = \frac{۹}{۳۲} \Rightarrow p(a') = ۱ - \frac{۹}{۳۲} = \frac{۲۳}{۳۲} \quad (./۲۵)$	۲۲
۱/۲۵	شهریور ۹۲	$P(C) = x$ $P(A) = P(B) = ۲x \quad (./۲۵)$ $P(A) + P(B) + P(C) = ۱ \Rightarrow ۲x + ۲x + x = ۱ \Rightarrow x = \frac{۱}{۵} \Rightarrow P(A) = \frac{۲}{۵}, P(B) = \frac{۲}{۵}, P(C) = \frac{۱}{۵}$ (./۲۵) (./۲۵) $P(B \cup C) = \frac{۲}{۵} + \frac{۱}{۵} = \frac{۳}{۵} \quad (./۵)$	۲۳
۱/۲۵	دیماه ۹۲	$p(a) + p(b) + p(c) = ۱ \quad (./۲۵)$ $۲p(b) + p(b) + \frac{۱}{۴} = ۱ \Rightarrow p(b) = \frac{۱}{۴} \Rightarrow p(a) = \frac{۱}{۲}$ (./۵) (./۲۵) (./۲۵)	۲۴

۱/۲۵	خرداد ۹۳	$p(\{b, c\}) = \frac{2}{3} \Rightarrow p(b) + p(c) = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} + p(c) = \frac{2}{3} \Rightarrow p(c) = \frac{1}{3} \quad (./۲۵)$ $p(\{b, d\}) = \frac{1}{3} \Rightarrow p(b) + p(d) = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} + p(d) = \frac{1}{3} \Rightarrow p(d) = \frac{1}{6} \quad (./۲۵)$ $p(a) + p(b) + p(c) + p(d) = 1 \Rightarrow p(a) = 1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) \Rightarrow p(a) = \frac{1}{6} \quad (./۲۵)$	۲۵
۱/۵	شهریور ۹۳	$\left. \begin{array}{l} p(۱) = p(۲) = p(۳) = ۳a \\ p(۴) = p(۵) = p(۶) = a \end{array} \right\} (./۵)$ $p(۱) + p(۲) + p(۳) + p(۴) + p(۵) + p(۶) = 1 \quad (./۲۵)$ $۳a + a + ۳a + a + ۳a + a = 1$	۲۶
۱/۵	دیماه ۹۳	$S = \{a, b, c\}$ $p(a) = p(b) = 2p(c) \quad (./۲۵)$ $p(a) + p(b) + p(c) = 1 \quad (./۲۵)$ $2p(c) + 2p(c) + p(c) = 1 \Rightarrow p(c) = \frac{1}{5} \quad (./۲۵)$ $p(a) = p(b) = \frac{2}{5} \quad (./۲۵)$ $p(\{b, c\}) = p(b) + p(c) \quad (./۲۵) = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5} \quad (./۲۵)$	۲۷
۱/۵	خرداد ۹۴	$p(۱) + p(۲) + p(۳) = 1 \xrightarrow{(. / ۲۵)} a^2 + \frac{a}{2} + a = 1$ $2a^2 + 3a - 2 = 0 \quad (./۲۵) \left\{ \begin{array}{l} a = 1/2 \quad (./۲۵) \rightarrow p(۲) = 1/4 \quad (./۲۵) \\ a = -2 \quad (./۲۵) \end{array} \right. \quad (./۲۵) \text{ (طبق اصل احتمال)}$ <p>غیر قابل قبول</p>	۲۸
۱/۵	خرداد ۹۴	$p(a) = 2p(b) = 4p(c) \xrightarrow{p(c)=x}$ $p(a) + p(b) + p(c) = 4x + 2x + x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{7}$ $\rightarrow \begin{cases} p(a) = 4x = \frac{4}{7} \\ p(b) = 2x = \frac{2}{7} \\ p(c) = x = \frac{1}{7} \end{cases} \quad \text{و} \quad p(a) + p(b) = 4x + 2x = 6x = \frac{6}{7}$	۲۹
۱/۵	شهریور ۹۴	$\left\{ \begin{array}{l} P(۱) = P(۲) = P(۳) = 3\omega \\ P(۴) = P(۵) = P(۶) = \omega \end{array} \right. \quad (./۵) \quad \text{ص ۹۹}$ $P(۱) + P(۲) + P(۳) + P(۴) + P(۵) + P(۶) = 1 \quad (./۲۵) \Rightarrow 12\omega = 1$ $\Rightarrow \omega = \frac{1}{12} \quad (./۲۵)$ $P(A) = P(۲) + P(۴) + P(۶) \quad (./۲۵) = \frac{3}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{5}{12} \quad (./۲۵)$	۳۰

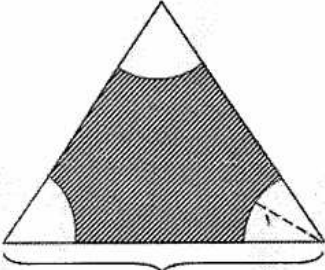
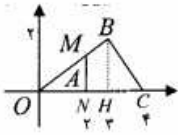
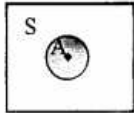
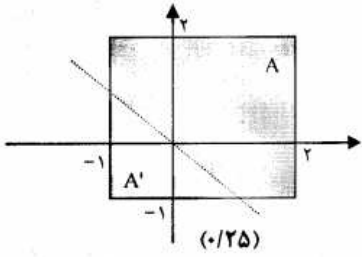
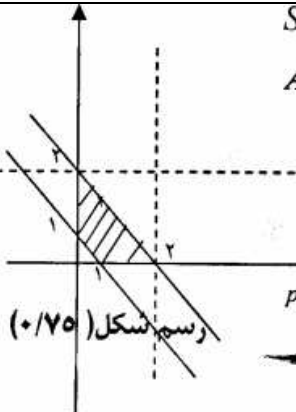
۱/۵	دیماه ۹۴	$P(۱) = P(۴) = P(۶) = a \quad (./۲۵)$ $P(۲) = P(۳) = P(۵) = ۲a \quad (./۲۵)$ $a + ۲a + ۲a + a + ۲a + a = ۱ \Rightarrow a = \frac{۱}{۹} \quad (./۲۵) \Rightarrow P(A) = \underbrace{P(۴) + P(۵) + P(۶)}_{(./۲۵)} = \frac{۴}{۹} \quad (./۲۵)$	۳۱
۱/۲۵ نمره	۹۵ خرداد	$P(a) = P(c), P(b) = ۲P(a) \Rightarrow P(a) = \frac{۱}{۴} \quad (./۲۵), P(b) = \frac{۱}{۲} \quad (./۲۵)$ $P(a) + P(b) + P(c) = ۱ \quad (./۲۵)$ $P(a \cup b) = \frac{P(a) + P(b)}{(./۲۵)} = \frac{۳}{۴} \quad (./۲۵)$	۳۲

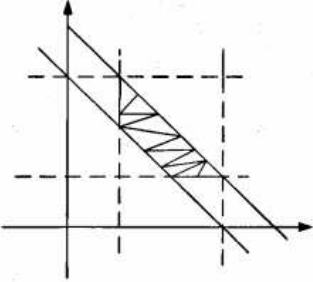
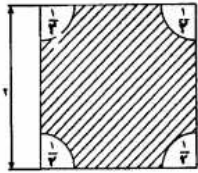
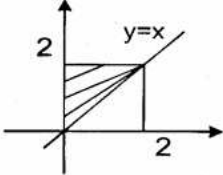
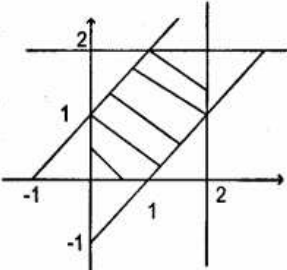
فصل چهارم: احتمال در فضاهای پیوسته

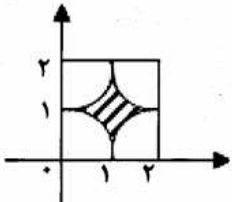
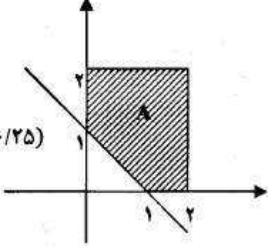
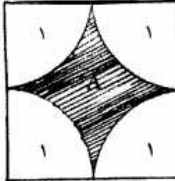
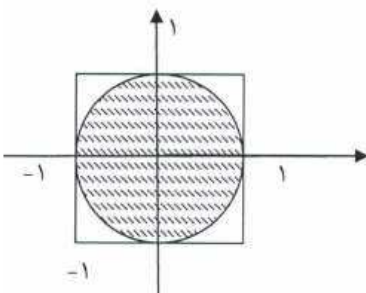
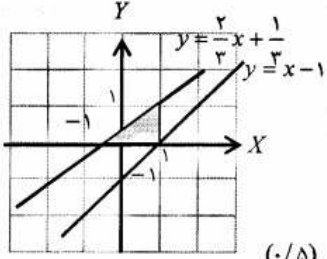
بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف
۱/۵	۸۵ خرداد	$a(s) = ۲ \times ۲ = ۴ \quad (./۲۵)$ $a(A) = a(\text{قطاع } ۴) = a(\text{دایره}) = \pi R^۲ = \pi \left(\frac{۱}{۲}\right)^۲ = \frac{\pi}{۴} \quad (./۵)$ $P(A) = \frac{a(A)}{a(s)} = \frac{\frac{\pi}{۴}}{۴} = \frac{\pi}{۱۶} \quad (./۵)$	۱ رسم شکل (./۲۵) 
۱/۷۵	۸۵ شهریور	$S = [۰,۱] \times [۰,۲]$ $\begin{cases} x \leq y & (۰,۰) & (۱,۱) & (./۲۵) \\ y \leq x+۱ & (۰,۱) & (-۱,۰) & (./۲۵) \end{cases}$ $a(s) = ۱ \times ۲ = ۲ \quad (./۲۵)$ $a(A) = a(s) - [a(OMB) + a(CDE)]$ $a(A) = ۲ - \left[\frac{۱ \times ۱}{۲} + \frac{۱ \times ۱}{۲} \right] \quad (./۵)$ $a(A) = ۲ - ۱ = ۱ \quad (./۲۵) \quad P(A) = \frac{a(A)}{a(s)} = \frac{۱}{۲} \quad (./۲۵)$	۲ 
۱/۷۵	دیماه ۸۵	$S = \{(x, y) \in R^۲ \mid ۰ \leq x \leq ۲, ۰ \leq y \leq ۲\}$ $A = \{(x, y) \in R^۲ \mid ۱ \leq x+y \leq ۳\}$ $a(s) = ۲ \times ۲ = ۴ \quad (./۲۵) \quad \begin{cases} x+y \geq ۱ & (./۲۵) \\ x+y \leq ۳ & (./۲۵) \end{cases}$ $a(A) = ۴ - \left(\frac{۱ \times ۱}{۲} + \frac{۱ \times ۱}{۲} \right) = ۴ - \left(\frac{۱}{۲} + \frac{۱}{۲} \right) = ۳ \quad (./۵) \quad P(A) = \frac{a(A)}{a(s)} = \frac{۳}{۴} \quad (./۵)$	۳ 
۱/۵	۸۶ خرداد	<p>فرض می کنیم قطعه چوب ۱ متری در نقطه E بریده شود که به فاصله X از یک سر چوب قرار دارد. بنابراین فضای نمونه ای را می توان خط AB به طول ۱ متر در نظر گرفت (./۲۵)</p> <p style="text-align: center;">$\frac{.۵}{A \quad E \quad B \quad C \quad D}$</p> <p>برای اینکه سه پاره خط AE، EB، CD، تشکیل یک مثلث بدهند باید طول هر پاره خط از مجموع طولهای دو پاره خط دیگر کمتر شود.</p> $AE + EB > CD \Rightarrow ۱ - x + x > \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۱ > \frac{۱}{۲}$ $AE + CD > EB \Rightarrow ۱ - x + \frac{۱}{۲} > x \Rightarrow \frac{۳}{۲} > ۲x \Rightarrow \frac{۳}{۴} > x \quad (./۷۵)$ $EB + CD > AE \Rightarrow x + \frac{۱}{۲} > ۱ - x \Rightarrow ۲x > \frac{۱}{۲} \Rightarrow x > \frac{۱}{۴}$ $A = \left\{ x \mid \frac{۱}{۴} < x < \frac{۳}{۴} \right\} \xrightarrow{(./۲۵)} P(A) = \frac{L(A)}{L(S)} = \frac{\frac{۱}{۲}}{۱} = \frac{۱}{۲} \quad (./۲۵)$	۴

۲	شهریور ۸۶	$1 < x + y < 2$ (۰/۲۵)  (۰/۵)	$a_s = 2 \times 2 = 4$ (۰/۲۵) $a_A = 4 - \left(\frac{2 \times 2}{2} + \frac{1 \times 1}{2}\right)$ $a_A = 4 - \frac{5}{2} = \frac{3}{2}$ (۰/۵) $P(A) = \frac{a_A}{a_s} = \frac{\frac{3}{2}}{4} = \frac{3}{8}$ (۰/۵)	۵
۱/۲۵	دیماه ۸۶	$a_s = a^r = \Delta^r = 25$ (۰/۲۵) $a_A = a^r = 3^r = 9$ (۰/۲۵) $P(A) = \frac{a_A}{a_s} = \frac{9}{25}$ (۰/۵)	 (۰/۲۵)	۶
۱/۵	خرداد ۸۷	$a_s = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2}$ (۰/۲۵) $a_A = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} \times \pi \times 1^2 = \frac{9-\pi}{2}$ (۰/۲۵) $P(A) = \frac{a_A}{a_s} = \frac{\frac{9-\pi}{2}}{\frac{9}{2}} = \frac{9-\pi}{9}$ (۰/۵)	<p>از مساحت مثلث مساحت نیم دایره کم می شود (۰/۲۵)</p>  شکل (۰/۲۵)	۷
۱/۵	شهریور ۸۷	 شکل (۰/۵)	$x > 3/5$ یا $x < 1$	۸
۱/۲۵	دیماه ۸۷	$a_s = 4 \times 2 = 8$ (۰/۲۵) $a_A = 8 - 2/5 \times 2 = 3$ (۰/۲۵) یا $\left(a_A = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 + \frac{1}{2} \times 2 \times (0/5 + 1/5)\right) = 3$ (۰/۲۵) $P(A) = \frac{a_A}{a_s} = \frac{3}{8}$ (۰/۲۵)	 شکل (۰/۵)	۹
۱/۲۵	دیماه ۸۷	 شکل (۰/۵)	$a(S) =$ بی نهایت (۰/۵) $a(A) = \frac{1 \times 1}{2} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $P(A) = \frac{a(A)}{a(S)} = 0$ (۰/۵)	۹

۱/۵	خرداد ۸۸	$y+2x=4 \qquad y+2x=2$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>x</td><td>y</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۰</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>x</td><td>y</td></tr> <tr><td>۰</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۰</td></tr> </table> $P(A) = \frac{S_A}{S_S} = \frac{4 - (\frac{2 \times 1}{2} + \frac{2 \times 1}{2})}{4} = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۰/۵) شکل</p>	x	y	۲	۰	۱	۲	x	y	۰	۲	۱	۰	۱۰
x	y														
۲	۰														
۱	۲														
x	y														
۰	۲														
۱	۰														
۱/۵	شهریور ۸۸	$ x+y \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x+y \leq 1$ $p(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{6 - (\frac{1}{2} + 2)}{\frac{6}{2}} = \frac{5}{6} = \frac{5}{12} \quad (۰/۵)$ <p style="text-align: center;">(۰/۵) شکل</p>	۱۱												
۱/۵	دیماه ۸۸	$p(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{28 - \pi}{4 \times 4} = \frac{28 - \pi}{16} = 1 - \frac{\pi}{16} \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۱) نموده (۰/۲۵) نمودار</p>	۱۲												
۱	خرداد ۸۹	$p(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{16 - \pi}{16} \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۰/۵) شکل S</p>	۱۳												
۱/۵	دیماه ۸۹	$P(A) = \frac{a(A)}{a(S)} = \frac{9\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}}{\frac{9\sqrt{3}}{4}} = 1 - \frac{2\pi}{9\sqrt{3}} \quad (۰/۵)$ <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	۱۴												
۱/۵	خرداد ۹۰	$p(A) = \frac{9 - 2}{9} = \frac{7}{9} \quad (الف) \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: center;">(۰/۵) شکل</p> <p style="text-align: center;">(ب) $P(B) = \frac{0}{9} = 0$ چون خط مساحتی ندارد. (۰/۲۵) شکل (۰/۲۵)</p>	۱۵												
۱/۵	خرداد ۹۰		۱۶												

۱/۵	شهریور ۹۰	 <p>شکل ۰/۲۵</p>	$P(A) = \frac{a(A)}{a(S)} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 - \frac{\pi}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{4} a^2} = \frac{4\sqrt{3} - \pi}{4\sqrt{3}}$ <p>(۰/۲۵)</p>	۱۷
۲	شهریور ۹۰			۱۸
۲	دیماه ۹۰	 <p>شکل (۰/۵)</p>	$a(S) = \frac{4 \times 2}{2} = 4 \quad (۰/۵)$ $MN \parallel BH \Rightarrow \frac{MN}{BH} = \frac{ON}{OH} \Rightarrow \frac{MN}{2} = \frac{2}{2} \Rightarrow MN = \frac{4}{2} \quad (۰/۲۵)$ $a(A) = \frac{ON \times MN}{2} = \frac{2 \times \frac{4}{2}}{2} = \frac{4}{2} \quad (۰/۵)$ $P(A) = \frac{a(A)}{a(S)} = \frac{\frac{4}{2}}{4} = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$	۱۹
۱/۵	خرداد ۹۱	 <p>شکل (۰/۵)</p>	$P(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{\frac{1}{4} \pi}{16} = \frac{\pi}{64}$ <p>(۰/۲۵)</p>	۲۰
۱/۷۵	خرداد ۹۱			۲۱
۱/۵	شهریور ۹۱	$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 2\}$ $A = \{(x, y) \in S \mid x + y > 0\} \quad (۰/۲۵)$ $a_S = 9 \quad (۰/۲۵)$ $a_{A'} = \frac{2 \times 2}{2} = 2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a_A = 9 - 2 = 7 \quad (۰/۲۵)$ $P(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{7}{9} \quad (۰/۲۵)$	 <p>(۰/۲۵)</p>	۲۲
۲	دیماه ۹۱	 <p>رسم شکل (۰/۷۵)</p>	$S = \{(x, y) \mid 0 < x < 2, 0 < y < 2\} \quad (۰/۲۵)$ $A = \{(x, y) \mid 1 < x + y < 2\} \quad (۰/۲۵)$ $P(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{4} = \frac{\frac{3}{2}}{4} = \frac{3}{8} \quad (۰/۷۵)$	۲۳

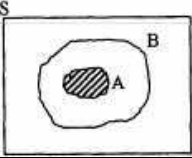
۲	خرداد ۹۲	$S = \{(x, y) \mid 1 < x < 3, 1 < y < 3\} \quad (0/25)$ $A = \{(x, y) \mid 3 < x + y < 4\} \quad (0/25)$  $P(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{4 - (\frac{1}{2} + 2)}{4} = \frac{\frac{3}{2}}{4} = \frac{3}{8} \quad (0/25)$ <p>رسم شکل (0/25)</p>	۲۴
۱/۵	شهریور ۹۲	<p>در چهار گوشه مربع چهار ربع دایره به شعاع $\frac{1}{2}$ و به مرکز راس های مربع داریم که دایره ای به شعاع $\frac{1}{2}$ را تشکیل می دهند: (0/5)</p>  $a_S = 2 \times 2 = 4 \quad (0/25)$ $a_A = 4 - (4 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \pi) = 4 - \frac{\pi}{2} \quad (0/25)$ $P(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{4 - \frac{\pi}{2}}{4} = \frac{16 - \pi}{16} \quad (0/5)$	۲۵
۱/۷۵	دیماه ۹۲	$S = \{(x, y) \mid 0 < x < 2, 0 < y < 2\} \quad (0/25)$ $A = \{(x, y) \mid \frac{x}{y} < 1\} \quad (0/25)$ $P(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad (0/5)$  <p>رسم شکل (0/25)</p>	۲۶
۲	خرداد ۹۳	$S = \{(x, y) \mid 0 < x < 2, 0 < y < 2\} \quad (0/25)$ $A = \{(x, y) \mid -1 < x - y < 1\} \quad (0/25)$  $P(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{4 - (\frac{1}{2} + \frac{1}{2})}{4} = \frac{3}{4} \quad (0/25)$ <p>رسم شکل (0/5)</p>	۲۷

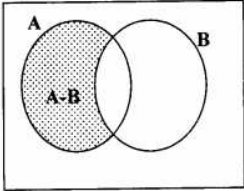
۱/۵	شهریور ۹۳	$a_S = (2)^2 = 4 \quad (0/25)$ $a_A = 4 - \pi(1)^2 = 4 - \pi \quad (0/25)$ $P(A) = \frac{a_A}{a_S} \quad (0/25) = \frac{4 - \pi}{4} \quad (0/25)$		۲۸
		<p>رسم مربع در دستگاه محورهای مختصات (۰/۲۵)</p> <p>ناحیه‌ی سایه زده شده (۰/۲۵)</p>		
۱/۵	دیماه ۹۳	$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ $a_S = 2 \times 2 = 4$ مساحت مربع (۰/۲۵) $A = \{(x, y) \in S \mid 1 \leq x + y\} \Rightarrow a_A = \text{مساحت مثلث سفید} - \text{مساحت مثلث سفید} \Rightarrow a_A = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2} \quad (0/25)$ $p(A) = \frac{a_A}{a_S} \quad (0/25) = \frac{7/2}{4} = \frac{7}{8} \quad (0/25)$		۲۹
۱/۲۵	خرداد ۹۴	$a_S = \text{مساحت مربع} = 2 \times 2 = 4 \quad (0/25)$ 1 مساحت دایره به شعاع ۱ $= \pi \quad (0/25)$ $a_A = 4 - \pi \quad (0/25)$ مساحت دایره به شعاع ۱ - مساحت مربع $p(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{4 - \pi}{4} \quad (0/25)$		۳۰
			<p>رسم شکل (۰/۲۵) ص ۱۰۹</p>	
۱/۵	خرداد ۹۴			۳۱
۱/۵	شهریور ۹۴	$a_S = 2 \times 2 = 4 \quad (0/25)$ مساحت مربع به ضلع ۲ $a_A = \pi R^2 = \pi \times 1 = \pi \quad (0/25)$ مساحت دایره ای به شعاع ۱ $P(A) = \frac{a_A}{a_S} \quad (0/25) = \frac{\pi}{4} \quad (0/25)$		۳۲
		<p>رسم فضای نمونه (۰/۲۵)</p> <p>رسم پیشامد (۰/۲۵)</p> <p>ص ۱۰۲ و ۱۰۸</p>		
۱/۵	دیماه ۹۴	$a_S = 2 \times 1 = 2 \quad (0/25)$, $a_A = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{3}{2} = \frac{3}{4} \quad (0/25) \Rightarrow$ $P(a) = \frac{3}{4} = \frac{3}{8} \quad (0/5)$		۳۳
			<p>صفحه ۱۰۷</p>	

نمره ۱/۵	خرداد ۹۵	تمرین صفحه ۱۰۹ $a_S = ۱۶ \quad (۰/۲۵)$ $a_A = ۱۶ - ۲ \times (\frac{1}{۲} \times ۱ \times ۱) \quad (۰/۲۵)$ $P(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{۱۵}{۱۶} \quad (۰/۲۵)$		۳۴
----------	----------	--	--	----

فصل چهارم: قوانین احتمال

بارم سوال	تاریخ آزمون	پاسخ	ردیف	
۱/۲۵	شهریور ۸۵	$P(A) = ۰/۳۴ \quad P(B) = ۰/۲۳ \quad P(A \cup B) = ۰/۳۸ \quad (۰/۲۵)$ $P(A \cap B) = ?$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (۰/۲۵)$ $۰/۳۸ = ۰/۳۴ + ۰/۲۳ - P(A \cap B)$ $P(A \cap B) = ۰/۳۴ + ۰/۲۳ - ۰/۳۸ \quad (۰/۲۵)$ $P(A \cap B) = ۰/۵۷ - ۰/۳۸ \quad (۰/۲۵)$ $P(A \cap B) = ۰/۱۹ \quad (۰/۲۵)$	۱	
۱	شهریور ۸۵	با استفاده از شکل می دانیم $B = (B - A) \cup A \quad (۰/۲۵)$ $P(B) = P((B - A) \cup A) \quad (۰/۲۵)$ $P(B) = P(B - A) + P(A) \quad (۰/۲۵)$ $P(B - A) = P(B) - P(A) \quad (۰/۲۵)$		۲
۱/۵	دیماه ۸۵	$P(B) = ۱ - P(B') = ۱ - ۰/۴ = ۰/۶ \quad (۰/۲۵)$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (۰/۲۵)$ $۰/۷ = ۰/۳ + ۰/۶ - P(A \cap B)$ $P(A \cap B) = ۰/۲ \quad (۰/۲۵)$ $P(A' \cap B') = ۱ - P(A) - P(B) + P(A \cap B) \quad (۰/۲۵)$ $P(A' \cap B') = ۱ - ۰/۳ - ۰/۶ + ۰/۲ = ۰/۳ \quad (۰/۵)$	راه اول: راه دوم:	۳
۱	دیماه ۸۵	$\frac{P(A)}{P(A')} = \frac{۲}{۳} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \frac{P(A)}{۱ - P(A)} = \frac{۲}{۳} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow$ $۳P(A) = ۲ - ۲P(A) \Rightarrow ۵P(A) = ۲ \quad P(A) = \frac{۲}{۵} \quad (۰/۵)$	۴	
۱/۵	خرداد ۸۶	$A: \text{پیشامد بخش پذیر بودن عدد انتخابی بر } ۲ \Rightarrow P(A) = \frac{\left[\frac{۱۰۰۰}{۲} \right]}{۱۰۰۰} = \frac{۵۰۰}{۱۰۰۰} \quad (۰/۲۵)$ $B: \text{پیشامد بخش پذیر بودن عدد انتخابی بر } ۷ \Rightarrow P(B) = \frac{\left[\frac{۱۰۰۰}{۷} \right]}{۱۰۰۰} = \frac{۱۴۲}{۱۰۰۰} \quad (۰/۲۵)$ $\text{چون } (۲, ۷) = ۱ \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{\left[\frac{۱۰۰۰}{۱۴} \right]}{۱۰۰۰} = \frac{۷۱}{۱۰۰۰} \quad (۰/۵)$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{۵۰۰}{۱۰۰۰} + \frac{۱۴۲}{۱۰۰۰} - \frac{۷۱}{۱۰۰۰} = \frac{۵۷۱}{۱۰۰۰} \quad (۰/۵)$	۵	

۱	خرداد ۸۶	$P(A \cup B) \leq 1 \Rightarrow 1 - P(A \cup B) \geq 0 \quad (./25)$ $1 - \left(P(A) + P(B) - P(A \cap B) \right) \geq 0 \quad (./5)$ $\Rightarrow P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - 1 \quad (./25)$	۶
۱/۷۵	شهریور ۸۶	$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \quad (./25)$ $p(A \cup B) = 0.25 + 0.20 - 0.08 = 0.37 \quad (./75)$ $p(A \cup B)' = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0.37 = 0.63 \quad (./75)$	۷
۱/۵	دیماه ۸۶	$p(A' \cap B') - p(A \cap B) = p(A \cup B)' - p(A \cap B) \quad (./5)$ $= 1 - p(A \cup B) - p(A \cap B) \quad (./5)$ $= 1 - p(A) - p(B) + p(A \cap B) - p(A \cap B) \quad (./25)$ $= 1 - p(A) - p(B) \quad (./25)$	۸
۱/۲۵	خرداد ۸۷	$p(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (./25) \quad 0.96 = 0.85 + P(B) - 0.4 \quad (./25)$ $P(B) = 0.51 \quad (./25)$ $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0.85 - 0.4 = 0.45 \quad \text{فقط بخمال} \quad (./5)$	۹
۰/۷۵	خرداد ۸۷	 <p>می دانیم که $B = (B - A) \cup A$ و با استفاده از شکل (./25) مجموعه های A و $B - A$ از هم جدا هستند بنابراین داریم $P(B) = P(B - A) + P(A)$ (./25) $P(B - A) = P(B) - P(A)$ (./25)</p>	۱۰
۱	شهریور ۸۷	$P(A) = \frac{3}{4} P(A \cap B)$ $P(B) = \frac{3}{4} P(A \cap B) \quad (./25)$ $\frac{P(A \cup B)}{P(A \cap B)} = \frac{P(A) + P(B) - P(A \cap B)}{P(A \cap B)} = \frac{\frac{3}{4} P(A \cap B) + \frac{3}{4} P(A \cap B) - P(A \cap B)}{P(A \cap B)}$ $= \frac{\frac{2}{4} P(A \cap B)}{P(A \cap B)} = \frac{1}{2} \quad (./25)$	۱۱
۱	شهریور ۸۷	$(A \cap B') \cap (A \cap B) = A \cap (B' \cap B) = A \cap \phi = \phi$ از هم جدا هستند (./25) $(A \cap B') \cup (A \cap B) = A \cap (B' \cup B) = A \cap U = A$ (./25) $P(A \cap B') + P(A \cap B) = P(A) \rightarrow P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) \quad (./25)$	۱۲
۱/۵	دیماه ۸۷	$p(A' \cup B') = p(A \cap B)' = 1 - p(A \cap B) = \frac{1}{4} \Rightarrow p(A \cap B) = \frac{3}{4}$ (./25) $p(A') = \frac{1}{4} \Rightarrow p(A) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad (./25)$ $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow \frac{1}{4} p(B) = \frac{3}{4} + p(B) - \frac{3}{4} \Rightarrow p(B) = \frac{1}{4}$ (./25)	۱۳
۱/۵	خرداد ۸۸	$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) =$ (./25) $1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] = 1 - [P(A) + P(B) - P(A) \times P(B)] =$ (./25) $1 - [0.4 + 0.8 - 0.32] = 1 - 0.88 = 0.12 \quad (./25)$	۱۴
۱/۵	شهریور ۸۸	$p(A' \cup B) - p(A \cap B) = p(A') + p(B) - p(A' \cap B) - p(A \cap B) =$ (./5) $p(A') + p(B) - p(B) + p(A \cap B) - p(A \cap B) = 1 - p(A)$ (./5)	۱۵

۱/۲۵	دیماه ۸۸	<p>داریم:</p> $\left. \begin{aligned} (B-A) \cup A = B \\ (B-A) \cap A = \phi \end{aligned} \right\} \Rightarrow p[(B-A) \cup A] = p(B) \quad (./۲۵)$ $p(B-A) + p(A) = p(B) \quad (./۲۵) \Rightarrow p(B) \geq p(A) \quad (./۲۵)$ $p(B-A) = p(B) - p(A) \quad (./۲۵)$	۱۶
۱/۵	خرداد ۸۹	$p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) = \frac{1}{5} \quad (./۲۵)$ $p(A \cap B') = p(A - B) = p(A) - p(A \cap B) = \frac{1}{5} \quad (./۲۵)$	۱۷
۱/۵	دیماه ۸۹	$P(A' \cap B') = p(A \cup B)' = 1 - p(A \cup B) =$ $1 - [p(A) + p(B) - p(A \cap B)] = 1 - p(A) - p(B) + p(A \cap B)$	۱۸
۱	خرداد ۹۰	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (./۵) \quad ۰/۷۵ = ۰/۵۵ + ۰/۶۰ - P(A \cap B)$ $P(A \cap B) = ۰/۴۰ \quad (./۵)$	۱۹
۱/۵	خرداد ۹۰	$A \cap B' = A - B \Rightarrow A = (A \cap B') \cup (A \cap B) \Rightarrow P(A) = P(A \cap B') + P(A \cap B) \Rightarrow$ $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B) \quad (./۲۵)$ <p>(A ∩ B), (A - B) دو پیشامد متمایز و از هم جدا هستند. (./۲۵)</p>  <p>شکل (./۲۵)</p>	۲۰
۱/۵	شهریور ۹۰	$A = 3 \text{ بخش پذیری بر } 3 \Rightarrow P(A) = \frac{\lfloor \frac{1000}{3} \rfloor}{1000} = \frac{333}{1000}$ $B = 5 \text{ بخش پذیری بر } 5 \Rightarrow P(B) = \frac{\lfloor \frac{1000}{5} \rfloor}{1000} = \frac{200}{1000} \quad (./۲۵)$ $P(A \cap B) = \frac{\lfloor \frac{1000}{15} \rfloor}{1000} = \frac{66}{1000} \quad (./۵)$ $P(A' \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{200}{1000} - \frac{66}{1000} = \frac{134}{1000} \quad (./۲۵)$	۲۱
۰/۷۵	شهریور ۹۰	<p>تشخیص پیدا کردن اشتراک دو پیشامد ۰/۲۵ نمره دارد.</p> $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \Rightarrow P(A \cap B) = ۰/۲ + ۰/۳ - ۰/۴ = ۰/۱$	۲۲
۰/۲۵	شهریور ۹۰	درست	۲۳
۱/۵	شهریور ۹۰		۲۴

۱/۵	خرداد ۹۱	$P(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \quad (./۲۵)$ $\frac{۲}{۳} = p(A) - p(A \cap B) + \frac{۱}{۴} \quad (./۲۵)$ $\frac{۲}{۳} = p(A - B) + \frac{۱}{۴} \Rightarrow p(A - B) = \frac{۲}{۳} - \frac{۱}{۴} = \frac{۵}{۱۲} \quad (./۲۵)$	۲۵
۱/۵	خرداد ۹۱		۲۶
۲	شهریور ۹۱	<p>A: عدد مضرب ۳ باشد $n(S) = ۱۰۰۰ \quad (./۲۵) \quad n(A) = \left[\frac{۱۰۰۰}{۳} \right] = ۳۳۳ \quad (./۲۵)$</p> <p>B: عدد مضرب ۵ باشد $n(B) = \left[\frac{۱۰۰۰}{۵} \right] = ۲۰۰ \quad (./۲۵) \quad n(A \cap B) = \left[\frac{۱۰۰۰}{۱۵} \right] = ۶۶ \quad (./۲۵)$</p> <p>الف</p> $P(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \quad (./۲۵)$ $p(A \cup B) = \frac{۳۳۳}{۱۰۰۰} + \frac{۲۰۰}{۱۰۰۰} - \frac{۶۶}{۱۰۰۰} = \frac{۴۶۷}{۱۰۰۰} \quad (./۲۵)$ <p>ب</p> $p(A - B) = p(A) - p(A \cap B) \quad (./۲۵)$ $p(A - B) = \frac{۳۳۳}{۱۰۰۰} - \frac{۶۶}{۱۰۰۰} = \frac{۲۶۷}{۱۰۰۰} \quad (./۲۵)$	۲۷
۲	شهریور ۹۲	<p>اگر A پیشامد بخش پذیر بودن عدد انتخابی بر ۳ و B پیشامد بخش پذیر بودن عدد انتخابی بر ۵ باشد آنگاه:</p> $\left. \begin{aligned} P(A) &= \frac{۳۳۳}{۱۰۰۰} \quad (./۵) \\ P(B) &= \frac{۲۰۰}{۱۰۰۰} \quad (./۵) \\ P(A \cap B) &= \frac{۶۶}{۱۰۰۰} \quad (./۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad (./۲۵)$ $P(A \cup B) = \frac{۳۳۳}{۱۰۰۰} + \frac{۲۰۰}{۱۰۰۰} - \frac{۶۶}{۱۰۰۰} = \frac{۴۶۷}{۱۰۰۰} \quad (./۲۵)$	۲۸
۱/۵	خرداد ۹۳	$n(A \cap B) = \left[\frac{۱۰۰۰}{۲۸} \right] = ۳۵ \quad (./۲۵) \quad n(A) = \left[\frac{۱۰۰۰}{۴} \right] = ۲۵۰ \quad (./۲۵)$ $P(A \cap B') = p(A) - p(A \cap B) \quad (./۲۵) \Rightarrow P(A \cap B') = \frac{۲۵۰}{۱۰۰۰} - \frac{۳۵}{۱۰۰۰} = \frac{۲۱۵}{۱۰۰۰} \quad (./۲۵)$	۲۹
۱/۵	شهریور ۹۳	<p>الف) $P(B) = 1 - p(B') \quad (./۲۵) = 1 - \frac{۳}{۷} = \frac{۴}{۷} \quad (./۲۵)$</p> $P(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \quad (./۲۵) = \frac{۲}{۵} + \frac{۴}{۷} - \frac{۱}{۵} = \frac{۲۷}{۳۵} \quad (./۲۵)$ <p>ب) $p(A - B) = P(A) - P(A \cap B) \quad (./۲۵) = \frac{۲}{۵} - \frac{۱}{۵} = \frac{۱}{۵} \quad (./۲۵)$</p>	۳۰
۱/۵	دیماه ۹۳	<p>فرض: $p(A) = ۰/۲۳$, $p(B) = ۰/۲۴$, $p(A \cup B) = ۰/۳۸ \quad (هر مورد ۰/۲۵)$</p> $p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B) \quad (./۵) = ۰/۲۳ + ۰/۲۴ - ۰/۳۸ = ۰/۰۹ \quad (./۲۵)$	۳۱

۱/۵	خرداد ۹۴	الف) $p(A') = \frac{1}{5}$ $p(A) = 1 - p(A') \text{ (./۲۵)} = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5} \text{ (./۲۵)}$ $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \text{ (./۲۵)} = \frac{4}{5} + \frac{2}{3} - \frac{2}{5} = \frac{12}{15} \text{ (./۲۵)}$ ب) $p(A - B) = p(A) - p(A \cap B) \text{ (./۲۵)} = \frac{4}{5} - \frac{2}{5} = \frac{2}{5} \text{ (./۲۵)}$	۳۲
۱/۵	خرداد ۹۴		۳۳
۱/۲۵	شهریور ۹۴	می دانیم: $P(A \cap B) \leq 1 \text{ (./۲۵)}$ می دانیم: $P(A \cup B) \leq 1 \text{ (./۲۵)} \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \leq 1 \text{ (./۲۵)}$ $\Rightarrow 1 + 1 - P(A \cap B) \leq 1 \Rightarrow P(A \cap B) \geq 1 \text{ (./۲۵)}$ بنابراین: $P(A \cap B) \leq 1$ و $P(A \cap B) \geq 1 \Rightarrow P(A \cap B) = 1 \text{ (./۲۵)}$ ص ۱۲۱	۳۴
۱/۵	دیماه ۹۴	صفحه ۱۲۱ $P(A) = \frac{32}{50} \text{ (./۲۵)}$, $P(B) = \frac{20}{50} \text{ (./۲۵)}$, $P(A \cap B) = \frac{11}{50} \text{ (./۲۵)}$ $P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B)) = 1 - \frac{41}{50} = \frac{9}{50} \text{ (./۲۵)}$	۳۵
۱ نمره	خرداد ۹۵	صفحه ۱۲۰ $P(A) = \frac{\left[\frac{40}{3} \right]}{40} = \frac{13}{40} \text{ (./۲۵)}$, $P(A \cap B) = \frac{\left[\frac{40}{15} \right]}{40} \cdot \frac{2}{40} \text{ (./۲۵)} \Rightarrow P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{11}{40} \text{ (./۲۵)}$	۳۶