

سؤالات

موضوعی نهایی

# درس حسابان

(( فصل اوّل ))

پایه ی سوّم رشته ی ریاضی

سال تحصیلی ۹۵-۹۴

تهیه کننده : جابر عامری

دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

## فصل اول حسابان

### مجموع جملات دنباله ی حسابی

۱ نمره	شهریور ۹۰	در دنباله ی حسابی ... و ۱۴ و ۱۰ و ۶ و ۲ حداقل چند جمله را باید جمع کنیم تا حاصل از ۲۰۰ بیشتر شود.	۱
۱ نمره	دی ۹۱	مجموع بیست جمله ی اول دنباله ی حسابی زیر را بیابید. .... و ۱- و ۳- و ۵-	۲
۱ نمره	شهریور ۹۲	در دنباله ی حسابی زیر ، مجموع بیست جمله ی اول دنباله را بیابید. .... و ۵ و ۰ و ۵-	۳
۰/۷۵ نمره	دی ۹۳	در دنباله ی حسابی .... و ۱۵ و ۹ و ۳ حداقل چند جمله ی آن را باید جمع کنیم تا حاصل از ۳۰۰ بیشتر شود.	۴

### مجموع جملات دنباله ی هندسی

۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۰	توپی در اختیار داریم که از هر ارتفاعی که رها شود، پس از به زمین خوردن به اندازه ی $\frac{1}{3}$ ارتفاع اولیه ی خود بالا می رود. فرض کنید این توپ را از زمین به هوا پرتاب کرده ایم تا به ارتفاع ۵ متری برسد، می خواهیم بدانیم پس از شروع پرتاب تا زمان ایستادن ، این توپ چقدر مسافت طی می کند؟	۱
۰/۷۵ نمره	خرداد ۹۱	در دنباله ی هندسی نامتناهی زیر ، مجموع تمام جملات را بیابید. $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{9}$ و $\frac{1}{27}$ ....	۲
۱ نمره	خرداد ۹۴	یک مثلث با محیط $P$ در نظر بگیرید. وسط های اضلاع آن را به هم وصل کنید و مثلث کوچکتر جدیدی بسازید. این عمل را مجدداً روی مثلث کوچکتر انجام دهید. این عمل را به طور متوالی انجام دهید. مجموع محیط های مثلث های به دست آمده چقدر است؟ (با احتساب مثلث اولیه)	۳

تهیه کننده : جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی متوسطه ی دوم استان خوزستان

۴	گزینه ی صحیح را انتخاب کنید.	مجموع ... $\frac{1}{۲۷} + \frac{1}{۹} + \frac{1}{۳} + ۱$ برابر با .... است. (الف) $\frac{۳}{۲}$ (ب) $\frac{۲}{۳}$	شهریور ۹۴	۱/۳۵ نمره
۵	طول ضلع مربعی ۱ متر است. ابتدا نیمی از مساحت آن را رنگ می کنیم. سپس نیمی از مساحت باقی مانده را رنگ می کنیم. به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت باقی مانده از مرحله ی قبل را رنگ می کنیم. تعیین کنید که پس از چند مرحله حداقل ۹۹ درصد سطح مربع رنگ شده است؟		دی ۹۴	۱ نمره

عبارت های جبری

۱	$P(x)$ یک چند جمله ای درجه ی ۲ است و ضریب جمله ی دارای بزرگترین توان در آن برابر یک است. $P(x)$ را به گونه ای تعیین کنید که در شرایط رو برو صدق کند. $P(۱) = ۱$ و $P(۲) = ۳$	خرداد ۹۲	۱ نمره
---	---	----------	--------

تقسیم چند جمله ای ها و بخش پذیری

۱	مقادیر $m$ و $n$ را چنان به دست آورید که چند جمله ای $x^2 + mx + n$ بر $x - ۲$ و $x + ۱$ بخش پذیر باشد.	دی ۸۹	۱/۵ نمره
۲	مقدار $k$ را چنان بیابید که چند جمله ای $P(x) = ۲x^3 - kx^2 - x + ۳$ بر $x + ۱$ بخش پذیر باشد.	خرداد ۹۰	۰/۷۵ نمره
۳	مقدار $a$ را چنان بیابید که جواب معادله ی $x^3 - ۲x^2 + ax + ۲ = ۰$ برابر ۲ باشد، سپس جواب های دیگر معادله را به دست آورید.	دی ۹۰	۱ نمره
۴	مقدار $m$ را چنان بیابید که چند جمله ای $P(x) = ۳x^3 - ۲x + ۲m$ بر $x - ۲$ بخش پذیر باشد.	شهریور ۹۱	۱ نمره

سئالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل اول درس حسابان پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۰/۷۵ نمره	دی ۹۲	اگر باقی مانده ی تقسیم چند جمله ای $P(x) = 2x^4 + mx + 2$ بر $x + 1$ برابر ۲ باشد، باقی مانده ی تقسیم آن بر $x - 1$ را بیابید.	۵
۰/۷۵ نمره	خرداد ۹۳	مقدار $m$ را چنان بیابید که چند جمله ای $P(x) = 2x^3 - mx^2 + 2x + 1$ بر $2x + 1$ بخش پذیر باشد.	۶
۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۴	جای خالی را با عدد مناسب پر کنید. باقی مانده ی تقسیم $P(x) = 5x^3 + 2x^2 - x + 4$ بر $x + 1$ برابر است با ..... است.	۷
۰/۲۵ نمره	شهریور ۹۴	گزینه ی صحیح را انتخاب کنید. باقی مانده ی تقسیم $P(x) = x^3 - 4x^2 + 2$ بر $2x + 1$ برابر با ..... است. الف) $\frac{7}{8}$ ب) $\frac{9}{8}$	۸
۰/۲۵ نمره	دی ۹۴	جای خالی را با عدد مناسب پر کنید. اگر چند جمله ای $5x^2 - 5x + m - 7$ بر $x - 2$ بخش پذیر باشد، مقدار $m$ برابر با ..... است.	۹

بسط دو جمله ای غیاث الدین جمشید کاشانی

۰/۷۵ نمره	شهریور ۹۰	حاصل عبارت $(1 - \frac{2}{x})^5$ را بدست آورید.	۱
۰/۵ نمره	شهریور ۹۲	جمله ی سوم بسط $(2x - 1)^7$ برابر است با .....	۲
۱/۲۵ نمره	شهریور ۹۳	حاصل عبارت $(x - 2)^4$ را به دست آورید.	۳
۰/۷۵ نمره	دی ۹۳	جمله ی سوم بسط $(x + \frac{2}{x})^5$ را بنویسید.	۴

( صفحه ی ۴ )

۵	جای خالی را با عدد مناسب پر کنید. مجموع ضرایب بسط دوجمله ای $(3x - 1)^6$ برابر ..... است.	خرداد ۹۴	۲۵ - نمره
---	--	----------	-----------

### اتحاد های جبری

۱	به کمک اتحاد ها، عبارت زیر را ساده کنید. $A = \frac{(x^5 + 1)(x - 1)}{x^2 - 1}$	دی ۹۱	نمره ۱
---	--	-------	--------

### بزرگترین مقسوم علیه مشترک و کوچکترین مضرب مشترک اعداد

۱	۱۴۴ لیتر آب میوه ، ۴۵ لیتر شیر و ۶۳ لیتر دوغ در شیشه هایی با حجم یکسان بسته بندی شده اند. حداقل تعداد شیشه ها را بیابید؟ (گنجایش شیشه ها را بر حسب لیتر ، عدد طبیعی فرض کنید).	خرداد ۹۱	۷۵ - نمره
۲	سه زنگ در یک کارخانه برای موارد مختلف زده می شوند. اولین زنگ هر ۱۸ دقیقه یک بار، دومین زنگ در هر ۲۴ دقیقه یک بار و سومین زنگ هر ۳۲ دقیقه یک بار زده می شود. بعد از اولین بار که هر سه زنگ با هم زده شوند، حداقل چند دقیقه باید بگذرد تا آنها دوباره با هم زده شوند.	شهریور ۹۲	نمره ۱

### بزرگترین مقسوم علیه مشترک و کوچکترین مضرب مشترک چند جمله ای ها

۱	گزینه ی صحیح را انتخاب کنید. ک . م . م دو عبارت $16ab^3$ و $16ab^2$ برابر با .... است. الف) $16ab^2$ ب) $16ab^3$	شهریور ۹۴	۲۵ - نمره
---	---	-----------	-----------

### معادلات درجه ی ۲

سوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل اول درس حسابان پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۱/۲۵ نمره	۹۳ خرداد	۱ محیط یک زمین مستطیل شکل ۱۸ متر و مساحت آن ۱۴ متر مربع است. اندازه ی طول و عرض این زمین را تعیین کنید.
--------------	-------------	--

مجموع و حاصل ضرب ریشه های معادله ی درجه ی ۲

۰/۵ نمره	۹۱ خرداد	۱ جای خالی را با عبارت ریاضی مناسب پر کنید. اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه های معادله ی درجه ی دوم $ax^2 + bx + c = 0$ باشند. ریشه های معادله ی درجه ی دوم $cx^2 + bx + a = 0$ برابرند با ..... و ..... . ( $c \neq 0$ )
۱/۲۵ نمره	۹۲ دی	۲ در معادله ی $2x^2 - 8x + m = 0$ اگر یکی از جواب ها دو واحد از جواب دیگر بزرگتر باشد، مقدار $m$ و هر دو جواب را پیدا کنید.
۱/۵ نمره	۹۳ دی	۳ اگر $\alpha$ و $\beta$ ریشه های معادله ی درجه ی دوم $4x^2 - 5x - 5 = 0$ باشد. معادله ای بنویسید که ریشه های آن $2\alpha$ و $2\beta$ باشد.
۱/۲۵ نمره	۹۴ شهریور	۴ بدون حل معادله و با استفاده از $S$ و $P$ و $\Delta$ در وجود و علامت جواب های معادله $x^2 + x - 5 = 0$ بحث کنید.
۰/۲۵ نمره	۹۴ دی	۵ جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. معادله ی درجه ی دومی که ریشه های آن $1 \pm \sqrt{2}$ است. به صورت ..... می باشد.

حل معادلات به روش تغییر متغیر

۱/۲۵ نمره	۹۱ دی	۱ معادله ی زیر را حل کنید. $\left(\frac{x^2}{3} - 2\right)^2 - 11\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) + 10 = 0$
۱/۲۵ نمره	۹۲ شهریور	۲ معادله ی $(x^2 - 1)^4 + (x^2 - 1)^2 - 2 = 0$ را حل کنید.

### عبارت های گویا

۱	حاصل عبارت زیر ار به ساده ترین صورت بنویسید.
۱ نمره	دی ۹۴
$\frac{a+5}{a-1} - \frac{6}{a^2+a+1} - \frac{6(a^2+2)}{a^3-1}$	

### معادلات گویا

۱	جای خالی را با عبارت ریاضی مناسب پر کنید.
۵/۰ نمره	۹۱ خرداد
<p>مجموعه ی جواب معادله ی <math>\frac{x}{x-3} + \frac{3}{x-1} = 5</math> برابر است با .....</p>	
۲	معادله ی $\frac{5}{x} - \frac{4}{x(x-2)} = \frac{x-4}{x-2}$ را حل کنید.
۱ نمره	۹۴ خرداد

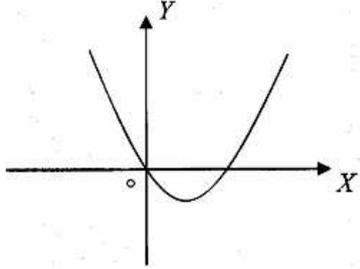
### معادلات گنگ

۱	نقطه ای روی خط $y = 2x$ بیابید که از دو نقطه ی $A(1,1)$ و $B(3,-1)$ به یک فاصله باشد.
۱/۵ نمره	دی ۸۹
۲	عدد صحیحی را بیابید که جمع آن با جذرش برابر ۶ باشد.
۱/۲۵ نمره	دی ۹۰
۳	معادله ی زیر را حل کنید.
۵/۰ نمره	۹۱ شهریور
$2\sqrt{x} = \sqrt{3x+9}$	
۴	جای خالی را با عبارت ریاضی مناسب پر کنید.
۵/۰ نمره	۹۲ خرداد
<p>مجموعه ی جواب معادله ی <math>x + \sqrt{x} = 6</math> برابر است با .....</p>	
۵	جای خالی را با عدد مناسب پر کنید.
۵/۰ نمره	۹۳ خرداد
<p>جواب معادله ی <math>\sqrt{2-x^2} = x</math> برابر ..... می باشد.</p>	

۶	معادله ی رادیکالی $x - 3 = \sqrt{1+x} + 2$ را حل کنید.	شهریور ۹۴	۱ نمره
---	--	-----------	--------

تابع درجه ی دوم و ماگزیمم و مینیمم آن

۱	در شکل زیر نمودار سهمی به معادله ی $P(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. ضرایب $a$ و $b$ و $c$ را تعیین کنید.	شهریور ۹۰	۱/۲۵ نمره
۲	بیشترین مقدار تابع $f(x) = -x^2 + 4x + 1$ را تعیین کنید.	دی ۹۰	۰/۷۵ نمره
۳	در شکل زیر ، سهمی به معادله ی $f(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. علامت $a$ و $b$ و $c$ و تعداد ریشه های معادله ی $ax^2 + bx + c = 0$ را تعیین کنید.	شهریور ۹۱	۱ نمره
۴	در شکل زیر ، سهمی به معادله ی $f(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. علامت $a$ و $b$ و $c$ و تعداد ریشه های معادله ی $ax^2 + bx + c = 0$ را تعیین کنید.	خرداد ۹۱	۱ نمره

شماره ۰/۷۵	شهرنور ۹۳	<p>شکل زیر نمودار تابع <math>f(x) = ax^2 + bx + c</math> است.</p> <p>الف) علامت <math>a</math> و <math>b</math> را تعیین کنید.</p> <p>ب) مقدار <math>c</math> را بیابید.</p> 	۵
شماره ۰/۲۵	خرداد ۹۴	<p>جای خالی را با عدد مناسب پر کنید.</p> <p>کمترین مقدار تابع <math>f(x) = 3x^2 - 12x + 1</math> برابر با ..... است.</p>	۶

### قدرمطلق و ویژگی های آن

شماره ۰/۷۵	خرداد ۹۰	<p>برای هر دو عدد حقیقی <math>a</math> و <math>b</math> ثابت کنید:</p> $ a + b  \leq  a  +  b $	۱
شماره ۰/۷۵	دی ۹۱	<p>با فرض اینکه <math>a</math> و <math>b</math> دو عدد حقیقی باشند، نشان دهید:</p> $ ab  =  a   b $	۲

### تابع قدر مطلق

شماره ۱	دی ۹۰	<p>به کمک تعیین علامت عبارت داخل قدر مطلق ، ضابطه ی <math>f(x) = x x - 2 </math> را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید.</p>	۱
شماره ۰/۵	خرداد ۹۱	<p>جای خالی را با عبارت ریاضی مناسب پر کنید.</p> <p>اگر <math>x \leq 1</math> باشد. ضابطه ی تابع <math> x - 3  +  x - 1  = y</math> بدون استفاده از قدرمطلق برابر است با .....</p>	۲
شماره ۱/۳۵	خرداد ۹۴	<p>ابتدا ضابطه ی تابع <math> x - 1  +  2 - x  = y</math> را بدون استفاده از قدرمطلق بنویسید. سپس نمودار آن را رسم کنید.</p>	۳

### معادلات قدرمطلق

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل اول درس حسابان پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۱ نمره	شهریور ۹۳	معادله ی $  x -2 =3$ را حل کنید.
-----------	-----------	----------------------------------

نامعادلات قدرمطلق

۱ نمره ۰/۷۵	دی ۹۲	نامعادله ی $ 2x-1  < 1$ را حل کنید.
----------------	-------	-------------------------------------

معادلات و نامعادلات قدرمطلق

۱ نمره	دی ۹۳	جاهای خالی را با عدد یا عبارت ریاضی مناسب پر کنید. الف) جواب های معادله ی $ x+1 =4$ برابر با ..... و ..... است. ب) مجموعه ی جواب نامعادله ی $ 2x-1  \leq 7$ بازه ی ..... است.
-----------	-------	---

حل معادلات به روش هندسی

۱ نمره	خرداد ۹۱	معادله ی $x^2 - 2x - 1 = \sqrt{1-x}$ را با روش هندسی حل کنید.
۲ نمره ۱/۲۵	شهریور ۹۲	معادله ی $\sqrt{x+1} = x-1$ را به روش هندسی حل کنید و جواب آن را مشخص کنید.
۳ نمره ۱/۲۵	دی ۹۲	معادله ی $\sqrt{x+1} = x^2 + 2x + 1$ را به روش هندسی حل کرده و جواب آن را در صورت وجود به دست آورید.
۴ نمره ۱/۵	خرداد ۹۳	معادله ی $x + \frac{x}{ x } = 3$ را به روش هندسی حل کنید.
۵ نمره ۱/۵	دی ۹۴	به روش هندسی و جبری معادله ی $ x  = \sqrt{2+x}$ را حل نمایید.

حل نامعادلات به روش هندسی

تهیه کننده : جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی متوسطه ی دوم استان خوزستان

۱/۵ نمره	دی ۸۹	نامعادله ی $x^2 <  x $ را به روش هندسی حل کنید.	۱
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۰	نامعادله ی $ x-1  \leq \sqrt{x-1}$ را با روش هندسی حل کنید.	۲
۱ نمره	شهریور ۹۰	نامعادله ی $\frac{1}{x} \leq \sqrt{x}$ را با روش هندسی حل کنید و مجموعه ی جواب آن را به دست آورید.	۳
۱/۲۵ نمره	شهریور ۹۱	نامعادله ی $ x  \leq x^2$ را با روش هندسی حل کنید.	۴
۱/۵ نمره	خرداد ۹۲	نامعادله ی $ x  +  x-1  \leq 3$ را با روش هندسی حل کنید.	۵
۱ نمره	شهریور ۹۴	به روش هندسی نامعادله ی $ x  < x+1$ را حل کرده و مجموعه جواب را به صورت بازه نشان دهید.	۶

تهیه کننده : جابر عامری عضو گروه ریاضی متوسطه ی دوم استان خوزستان

مجموع جملات دنباله ی حسابی

شهریور ۹۰	$S = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \frac{n[۴ + (n-1)۴]}{2} > ۲۰۰ \quad (۰/۲۵)$ $۴n^2 > ۴۰۰ \quad (۰/۲۵) \Rightarrow n > ۱۰ \Rightarrow \text{حداقل ۱۱ جمله باید جمع کنیم}$	۱
دی ۹۱	$s_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) \quad (۰/۲۵) \rightarrow s_{۲۰} = \frac{۲۰}{2}(2(-۵) + (۲۰-1)۲) \quad (۰/۵) \rightarrow$ $s_{۲۰} = ۲۸۰ \quad (۰/۲۵)$	۲
شهریور ۹۲	$s_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] \quad (۰/۲۵) \rightarrow s_{۲۰} = \frac{۲۰}{2}[2(-۵) + ۱۹ \times ۵] = ۸۵۰ \quad (۰/۷۵)$	۳
دی ۹۳	<p>حداقل باید ۱۱ جمله جمع شود. (۰/۲۵)</p> $S_n = \frac{n}{2}(۳ \times ۲ + ۶(n-1)) > ۳۰۰ \quad (۰/۲۵) \Rightarrow n^2 > ۱۰۰ \Rightarrow n > ۱۰ \quad (۰/۲۵)$	۴
	مجموع جملات دنباله ی هندسی	
خرداد ۹۰	<p>ارتفاع توپ قبل از <math>n</math> امین برخورد با زمین را <math>A_n</math> می نامیم. روشن است که</p> $A_1 = ۵, A_2 = \frac{۵}{۳}, A_3 = \frac{۵}{۹}, \dots, A_n = \frac{۵}{۳^{n-1}}, \dots \quad (۰/۲۵)$ <p>بنابر این مسافت طی شده توسط توپ بین هر دو برخورد متوالی توپ با زمین عبارت است از:</p> $۱۰, \frac{۱۰}{۳}, \frac{۱۰}{۹}, \dots, \frac{۱۰}{۳^{n-1}}, \dots \quad (۰/۲۵) \quad a = ۱۰, q = \frac{۱}{۳} \Rightarrow s_n = \frac{a}{1-q} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow s_n = \frac{۱۰}{1-\frac{۱}{۳}} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow$ $s_n = ۱۵ \quad (۰/۲۵)$	۱

خرداد ۹۱	$\text{مجموع تمام جملات} = \frac{a}{1-q} = \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} \quad (./\ 5) = \frac{1}{2} (./\ 25)$	۲
خرداد ۹۴	<p>دنباله هندسی با <math>q = \frac{1}{2}</math> ، <math>(./\ 25)</math> ، دنباله ی محیط مثلث ها <math>P, \frac{1}{2}P, \frac{1}{4}P, \dots (./\ 25)</math> ، <math>S_p = \frac{P}{1-\frac{1}{2}} = 2P (./\ 5)</math></p> <p>مسائل صفحه ی ۵</p>	۳
شهریور ۹۴	$\frac{3}{2} \text{ (الف)}$	۴
	$\text{عبارت های جبری}$	
خرداد ۹۲	$p(x) = x^2 + bx + c \Rightarrow \begin{cases} p(1) = 1 + b + c = 1 \\ p(2) = 4 + 2b + c = 3 \end{cases} (./\ 25) \rightarrow \begin{cases} b + c = 0 \\ 2b + c = -1 \end{cases} \rightarrow$ $b = -1 (./\ 25)$ ، $c = 1 (./\ 25) \rightarrow p(x) = x^2 - x + 1 (./\ 25)$	۱
	$\text{تقسیم چند جمله ای ها و بخش پذیری}$	
دی ۸۹	$\begin{cases} x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 & (./\ 25) \\ x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 & (./\ 25) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4 + 2m + n = 0 & (./\ 25) \\ 1 - m + n = 0 & (./\ 25) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m = -1 & (./\ 25) \\ n = -2 & (./\ 25) \end{cases}$	۱
خرداد ۹۰	$p(-1) = 0 (./\ 25) \Rightarrow 2(-1)^2 - k(-1)^2 - (-1) + 3 = 0 (./\ 25) \Rightarrow k = 2 (./\ 25)$	۲
دی ۹۰	$(2)^3 - 2(2)^2 + a(2) + 2 = 0 \rightarrow a = -1 (./\ 25)$ $x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \rightarrow (x-2)(x^2-1) = 0 (./\ 25) \rightarrow x = -1 (./\ 25) , x = 1 (./\ 25)$	۳

شهریور ۹۱	$x - 2 = 0 \quad (0/25) \rightarrow x = 2$ $P(2) = 3(2)^2 - 2(2) + 2m = 20 + 2m \quad (0/25)$ $20 + 2m = 0 \quad (0/25) \rightarrow m = -10 \quad (0/25)$	۴
دی ۹۲	$P(-1) = 2 - m + 2 = 2 \quad (0/25) \Rightarrow m = 2 \quad (0/25) \Rightarrow P(1) = 6 \quad (0/25)$	۵
خرداد ۹۳	$P\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow -\frac{1}{4} - \frac{1}{4}m - 1 + 1 = 0 \quad (0/25) \Rightarrow m = -1 \quad (0/25)$	۶
خرداد ۹۴	الف) ۲ (۰/۲۵)	۷
شهریور ۹۴	الف) $\frac{7}{8}$ (۰/۲۵)	۸
	بسط دو جمله ای غیاث الدین جمشید کاشانی	
شهریور ۹۰	$\left(1 - \frac{2}{x}\right)^5 = 1 - 5\left(\frac{2}{x}\right) + 10\left(\frac{2}{x}\right)^2 - 10\left(\frac{2}{x}\right)^3 + 5\left(\frac{2}{x}\right)^4 - \left(\frac{2}{x}\right)^5$	هر دو جمله (۰/۲۵)
شهریور ۹۲	$21 \times (2x)^5 \quad (0/5)$	۲
شهریور ۹۳	$(x-2)^4 = x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 32x + 16$	هر جمله (۰/۲۵)
دی ۹۳	$40 \times x$	(۰/۵) (۰/۲۵)

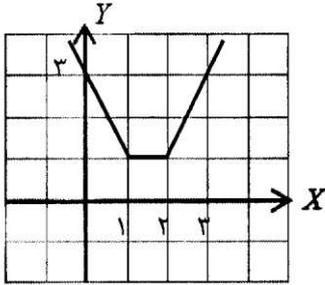
خرداد ۹۴	(ب) $2^6$ (۰/۲۵)	۵
	اتحادهای جبری	
دی ۹۱	$A = \frac{(x+1)(x^6 - x^3 + x^2 - x + 1)(x-1) (۰/۵)}{(x-1)(x+1) (۰/۲۵)} = x^6 - x^3 + x^2 - x + 1 (۰/۲۵)$	۱
	بزرگترین مقسوم علیه مشترک و کوچکترین مضرب مشترک اعداد	
خرداد ۹۱	$\left. \begin{array}{l} 144 = 3^2 \times 2^4 \\ 45 = 3^2 \times 5 \\ 63 = 3^2 \times 7 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{م.م.ب} = 3^2 (۰/۵) \quad \text{و} \quad \text{تعداد شیشه ها} = 2^4 + 5 + 7 = 28 (۰/۲۵)$	۱
شهریور ۹۳	$18 = 2 \times 3^2 (۰/۲۵), 24 = 2^3 \times 3 (۰/۲۵), 32 = 2^5 (۰/۲۵)$ ک.م.م اعداد بالا برابر ۲۸۸ است. بنابراین حداقل ۲۸۸ دقیقه باید بگذرد. (۰/۲۵)	۲
	بزرگترین مقسوم علیه مشترک و کوچکترین مضرب مشترک چند جمله ای ها	
شهریور ۹۴	(ب) $16ab^3$ (۰/۲۵)	۱
	معادلات درجه ی ۲	
خرداد ۹۳	فرض کنیم $a$ طول و $b$ عرض مستطیل باشد. $2(a+b) = 18 \Rightarrow S = a+b = 9 (۰/۲۵), P = a \times b = 14 (۰/۲۵) \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 (۰/۲۵)$ $(x-7)(x-2) = 0 \Rightarrow b = 2 (۰/۲۵), a = 7 (۰/۲۵)$	۱
	مجموع و حاصل ضرب ریشه های معادله ی درجه ی ۲	

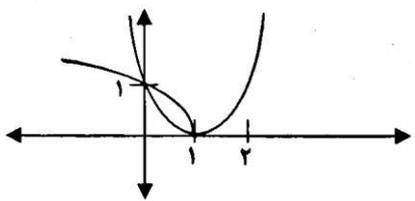
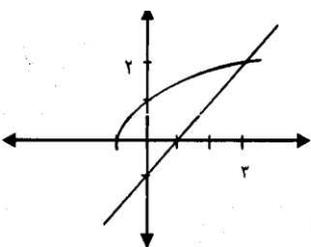
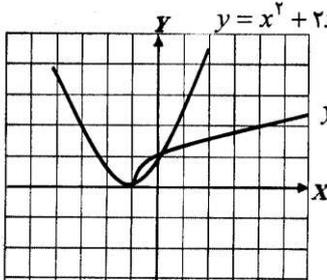
خرداد ۹۱	$\frac{1}{\alpha} (0/25), \frac{1}{\beta} (0/25) (د$	۱
دی ۹۲	$\alpha = 2 + \beta, S = 4 (0/25)$ $S = \alpha + \beta = 2 + 2\beta (0/25) \Rightarrow 4 = 2 + 2\beta \Rightarrow \beta = 1 (0/25) \Rightarrow \alpha = 3 (0/25), m = 6 (0/25)$	۲
دی ۹۳	$\alpha + \beta = \frac{5}{4} (0/25) \Rightarrow S = 2\alpha + 2\beta = 2(\alpha + \beta) = \frac{5}{2} (0/25) \Rightarrow x^2 - \frac{5}{2}x - 5 = 0 (0/25)$ $\alpha \times \beta = -\frac{5}{4} (0/25) \Rightarrow P = 2\alpha \times 2\beta = 4\alpha \times \beta = -5 (0/5)$	۳
شهریور ۹۴	$\Delta = 21 > 0 \Rightarrow$ ریشه دارد $(0/25), P = -5 < 0 (0/25) \Rightarrow$ ریشه مختلف علامت $(0/25)$ $S = -1 < 0 (0/25) \Rightarrow$ ریشه بزرگتر منفی $(0/25)$ مشابه سوال ۷ مسائل صفحه ۲۷	۴
<b>حل معادلات به روش تغییر متغیر</b>		
دی ۹۱	$\frac{x^2}{3} - 2 = t (0/25) \rightarrow t^2 - 11t + 10 = 0 \rightarrow$ $(t-10)(t-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} t=10 (0/25) \rightarrow x = \pm 6 (0/25) \\ t=1 (0/25) \rightarrow x = \pm 3 (0/25) \end{cases}$	۱
شهریور ۹۲	$(x^2 - 1)^2 = t (0/25) \quad t^2 + t - 2 = 0 (0/25) \rightarrow \begin{cases} (x^2 - 1)^2 = 1 \rightarrow \begin{cases} x^2 = 2 \rightarrow x = \pm\sqrt{2} (0/25) \\ x^2 = 0 \rightarrow x = 0 (0/25) \end{cases} \\ (x^2 - 1)^2 = -2 \text{ جواب ندارد } (0/25) \end{cases}$	۲
<b>معادلات گویا</b>		

خرداد ۹۱	الف (۰/۵) $= \left\{ 4, \frac{3}{2} \right\}$ مجموعه جواب	۱
خرداد ۹۴	$\frac{5(x-2)-2}{x(x-2)} = \frac{x-2}{x-2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 5x-14=x^2-4x \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x^2-9x+14=0$ $\Rightarrow x=2 \text{ غ قی } (۰/۲۵)$ $\Rightarrow x=7 \quad (۰/۲۵)$	تمرین در کلاس صفحه ۲۷ ۲
معادلات گنگ		
دی ۸۹	<p>اگر این نقطه را M بنامیم چون روی خط <math>y = 2x</math> قرار دارد، مختصات M باید به شکل <math>M(a, 2a)</math> باشد (۰/۲۵) از طرفی:</p> $AM = \sqrt{(a-1)^2 + (2a-1)^2} = \sqrt{(a-3)^2 + (2a+1)^2} = BM \quad (۰/۵)$ $5a^2 - 6a + 2 = 5a^2 - 2a + 10 \quad (۰/۲۵)$ $a = -2 \quad (۰/۲۵) \quad M(-2, -4) \quad (۰/۲۵)$	۱
دی ۹۰	$x + \sqrt{x} = 6 \quad (۰/۲۵) \quad (\sqrt{x})^2 = (6-x)^2 \quad (۰/۲۵) \rightarrow x = 36 - 12x + x^2$ $\rightarrow x^2 - 12x + 36 = 0 \rightarrow (x-9)(x-4) \quad (۰/۲۵) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=4 \\ x=9 \end{cases}$	قابل قبول (۰/۲۵) غیر قابل قبول (۰/۲۵) ۲
شهریور ۹۱	$(2\sqrt{x})^2 = (\sqrt{3x+9})^2 \quad (۰/۲۵) \rightarrow 4x = 3x+9 \quad (۰/۲۵) \rightarrow x=9$	۳
خرداد ۹۲	الف (۰/۵) $= \{4\}$ مجموعه جواب	۴
خرداد ۹۳	الف <u>د</u> (۰/۵)	۵

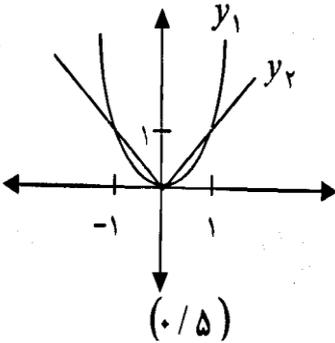
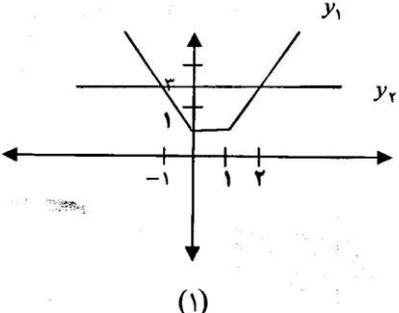
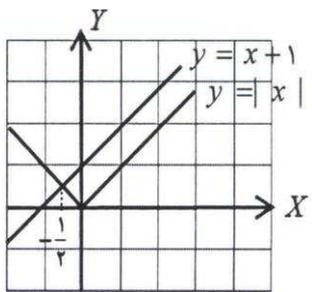
شهریور ۹۴	$\sqrt{1+x} = x-5 \Rightarrow$ $1+x = x^2 - 10x + 25 \quad (0/25) \Rightarrow x^2 - 11x + 24 = 0 \Rightarrow$ $x = 8 \quad (0/25)$ $x = 3 \quad (0/25) \quad \text{غ غ ق} \quad (0/25)$	۶
	تابع درجه ی دوم و ماگزیمم و مینیمم آن	
شهریور ۹۰	$(0,1) \Rightarrow P(0) = 0+0+0+c=1 \Rightarrow c=1 \quad (0/25)$ $(2,-1) \Rightarrow P(2) = 4a+2b+1=-1 \Rightarrow 4a+2b=-2 \quad (0/25)$ $x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow -b-4a=0 \quad (0/25)$ $\begin{cases} 4a+2b=-2 \\ -b-4a=0 \end{cases} \Rightarrow b=-2 \quad (0/25) , a=\frac{1}{4} \quad (0/25)$	۱
دی ۹۰	$x = \frac{-b}{2a} \quad (0/25) \rightarrow x = \frac{-4}{-2} = 2 \quad (0/25) \quad y = -4+8+1=5 \quad (0/25) \quad \text{بیشترین مقدار}$	۲
شهریور ۹۱	$a > 0 \quad (0/25) , b < 0 \quad (0/25) , c > 0 \quad (0/25)$	۳
خرداد ۹۲	$a < 0 \quad (0/25) \quad b < 0 \quad (0/25) \quad c < 0 \quad (0/25)$ <p>نمودار محور طول ها را در دو نقطه قطع می کند در نتیجه معادله دو جواب دارد. (0/25)</p>	۴
شهریور ۹۳	$(الف) a > 0, b < 0 \quad (0/5) \quad (ب) c = 0 \quad (0/25)$	۵
خرداد ۹۴	$(ج) -11 \quad (0/25)$	۶

قدر مطلق و ویژگی های آن

<p>۹۰ خرداد</p>	$- a  \leq a \leq  a , - b  \leq b \leq  b  \quad (./25) \Rightarrow -( a + b ) \leq a+b \leq  a + b  \quad (./25) \Rightarrow  a+b  \leq  a + b  \quad (./25)$	<p>۱</p>				
<p>۹۱ دی</p>	$ ab  = \sqrt{a^2 b^2} = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b^2} =  a   b $	<p>۲</p>				
<p>تابع قدر مطلق</p>						
<p>۹۰ دی</p>	$x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>2</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>p</math></td> <td style="padding: 5px;">-   0   +</td> </tr> </table> $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 2 \\ -x^2 + 2x & x < 2 \end{cases} \quad (./5)$ <p style="text-align: center;">(./5)</p>	$x$	$2$	$p$	-   0   +	<p>۱</p>
$x$	$2$					
$p$	-   0   +					
<p>۹۱ خرداد</p>	<p style="text-align: right;"><math>y = 4 - 2x \quad (./5) \quad (ب)</math></p>	<p>۲</p>				
<p>۹۴ خرداد</p>	$y = \begin{cases} -2x + 3 & x < 1 \quad (./25) \\ 1 & 1 \leq x < 2 \quad (./25) \\ 2x - 3 & x \geq 2 \quad (./25) \end{cases}$ <p>مسائل صفحه ۳۵</p>  <p style="text-align: right;">(./5)</p>	<p>۳</p>				
<p>معادلات قدر مطلق</p>						
<p>۹۳ شهریور</p>	$ x  - 2 = 3 \quad (./25) \Rightarrow  x  = 5 \Rightarrow x = \pm 5 \quad (./25)$ $ x  - 2 = -3 \quad (./25) \Rightarrow  x  = -1 \quad \text{غیر ممکن} \quad (./25)$	<p>۱</p>				

	<b>نامعادلات قدر مطلقى</b>	
دی ۹۲	$-1 < 2x - 1 < 1 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 0 < 2x < 2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 0 < x < 1 \quad (۰/۲۵)$	۱
	<b>معادلات و نامعادلات قدر مطلقى</b>	
دی ۹۳	الف) $-5, 3 \quad (۰/۵)$ ب) $[-3, 4] \quad (۰/۵)$	۱
	<b>حل معادلات به روش هندسى</b>	
خرداد ۹۱	$f(x) = \sqrt{1-x}$ , $g(x) = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$  جواب های معادله : $A(0, 1) \quad (۰/۲۵)$ , $B(1, 0) \quad (۰/۲۵)$ $(۰/۵)$	۱
شهریور ۹۲	 جواب : $x=3 \quad (۰/۵)$ $(۰/۷۵)$	۲
	 $y = x^2 + 2x + 1 \quad (۰/۵)$ $y = \sqrt{x+1} \quad (۰/۲۵)$ $x=0 \quad (۰/۲۵)$ , $x=-1 \quad (۰/۲۵)$	۳

<p>۹۳ خرداد</p>	<p> <math>f(x) = x + \frac{x}{ x } = \begin{cases} x+1 &amp; x &gt; 0 \\ x-1 &amp; x &lt; 0 \end{cases}</math> , <math>g(x) = 3</math> </p> <p>جواب: <math>x = 2</math> (۰/۲۵)</p>	<p>۴</p>
<p>حل نامعادلات به روش هندسی</p>		
<p>۸۹ دی</p>	<p>نمودار توابع <math>y_1 =  x </math> و <math>y_2 = x^2</math> را رسم می کنیم باید مجموعه نقاطی را تعیین کنیم که در آن نقاط نمودار <math>y_1</math> زیر نمودار <math>y_2</math> واقع شده باشد (۰/۲۵) اجتماع دو بازه <math>(1, +\infty)</math> و <math>(-\infty, -1)</math> مجموعه جواب نامعادله است. (۰/۲۵) رسم نمودار نمره (۰/۵)</p>	<p>۱</p>
<p>۹۰ خرداد</p>	<p>نمودار توابع <math>y_1 = \sqrt{x-1}</math> و <math>y_2 =  x-1 </math> را رسم می کنیم. مجموعه جواب ، مجموعه نقاطی است که در آن نقاط نمودار <math>y_1</math> زیر نمودار <math>y_2</math> واقع شده باشد دو نمودار نقطه ی مشترکی داشته باشند. (۰/۲۵)</p> <p>با توجه به شکل رسم شده <math>\{1\} \cup [2, +\infty)</math> = مجموعه جواب می باشد. (۰/۲۵) رسم شکل (۰/۷۵)</p>	<p>۲</p>
<p>شهریور ۹۰</p>	<p> رسم نمودار <math>y = \frac{1}{x}</math> (۰/۵)  رسم نمودار <math>y = \sqrt{x}</math> (۰/۲۵)  (۰/۲۵) <math>[1, +\infty)</math> = مجموعه جواب </p>	<p>۳</p>

<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">شهریور ۹۱</p>	 <p> نمودارهای دو تابع <math>y_1 = x^2</math> و <math>y_2 =  x </math> را در یک دستگاه مختصات رسم می کنیم. در بازه <math>-1 \leq x \leq 1</math>، نمودار <math>y_1</math> پایین تر یا مساوی نمودار <math>y_2</math> قرار گرفته است. بنابراین:</p> <p>مجموعه جواب نامعادله <math>(0/5)</math> <math>[-1, 1]</math>:</p>	<p style="text-align: center;">۴</p>
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">خرداد ۹۲</p>	<p><math>y_1 =  x  +  x - 1 </math>      <math>y_2 = 3</math></p>  <p>از برخورد نمودار دو تابع <math>y_1</math> و <math>y_2</math> جواب های <math>x = -1</math> و <math>x = 2</math> به دست می آیند. پس مجموعه ی جواب برابر است با <math>(0/5)</math> <math>[-1, 2]</math></p>	<p style="text-align: center;">۵</p>
<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">شهریور ۹۴</p>	<p><math>\mathbb{C} = (-\infty, -\frac{1}{2})</math>      <math>(0/5)</math></p> <p>مسائل صفحه ۴۲</p>  <p style="text-align: right;"><math>(0/5)</math></p>	<p style="text-align: center;">۶</p>

تهیه کننده: احمد عیروش کلاس سوم ریاضی دبیرستان امام حسین (ع) باوی

سؤالات  
موضوعی نهایی

# درس حسابان

پایه ی سوّم رشته ی ریاضی

(( فصل دوّم ))

سال تحصیلی ۹۵-۹۴

تهیه کننده : جابر عامری

دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

فصل دوم حسابان

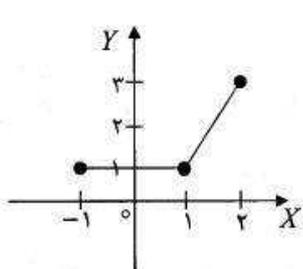
تابع و مفهوم آن

۱ نمره	۹۰ خرداد	مساحت مثلث قائم الزاویه ای ۴ سانتی متر مربع است، طول وتر این مثلث را به عنوان تابعی از یک ضلع آن به دست آورید.	۱
-----------	-------------	--	---

تساوی دو تابع

۱/۳۵ نمره	۹۰ دی	آیا دو تابع $f(x) = \frac{x^2}{1 + \sqrt{1 + x^2}}$ و $g(x) = \sqrt{1 + x^2} - 1$ با هم مساویند؟ چرا؟	۱
۰/۷۵ نمره	۹۲ خرداد	آیا دو تابع زیر با هم مساویند؟ چرا؟ $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 25}{x - 5} & x \neq 5 \\ 6 & x = 5 \end{cases}$ و $g(x) = x + 5$	۲
۰/۷۵ نمره	۹۴ خرداد	آیا دو تابع زیر مساویند؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه کنید. $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2 - x} \\ g(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x - 1} \end{cases}$	۳

توابع چند ضابطه ای

۱ نمره	۹۳ دی	<p>ضابطه ی تابع <math>f</math> که نمودار آن در زیر آمده است را بیابید.</p> 	۱
-----------	----------	--	---

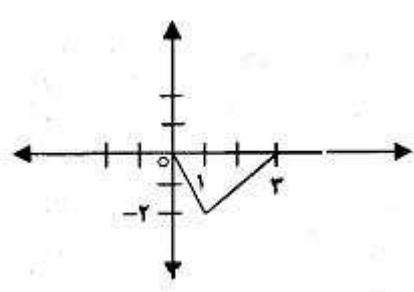
### معادلات و توابع

شهریور ۹۳	شماره ۰/۷۵	۱ آیا در معادله $x^2 - y^2 = 1$ ، می توان $y$ را به صورت تابعی از $x$ مشخص کرد؟ برای پاسخ خود دلیل بیاورید.
-----------	------------	---

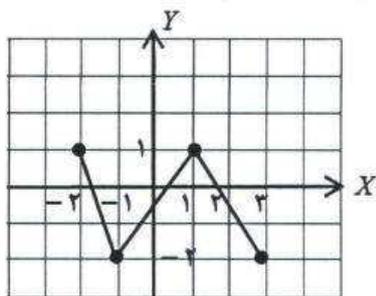
### رسم نمودار تابع

شهریور ۹۰	شماره ۱/۲۵	۱ تابع $y =  1 - x  - 3$ را به صورت یک تابع چند ضابطه ای بنویسید و نمودار آن را رسم کنید، سپس به کمک نمودار برد آن را معلوم کنید.
دی ۹۰	شماره ۱/۲۵	۲ نمودار تابع زیر را رسم کنید، سپس دامنه و برد آن را مشخص کنید. $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 0 \\ -2 & 0 < x < 1 \\ 2x + 1 & x \geq 1 \end{cases}$
دی ۹۲	شماره ۱/۲۵	۳ نمودار تابع زیر را رسم کنید، سپس دامنه و برد آن را تعیین کنید. $f(x) = \begin{cases} 2 + x & x \leq 0 \\ x^2 & x > 0 \end{cases}$

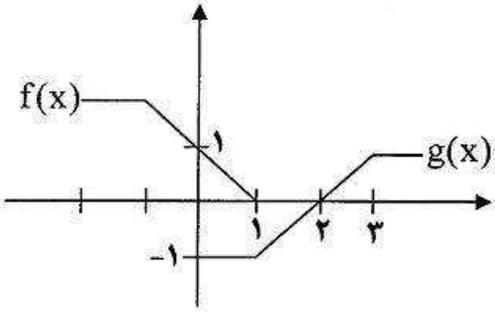
### رسم نمودار به کمک ویژگی های تبدیلات

خرداد ۹۱	شماره ۱/۲۵	۱ در زیر نمودار تابع $y = f(x)$ رسم شده است. با استفاده از انتقال ، ابتدا نمودار تابع $y = f(x - 3)$ را رسم کرده و سپس نمودار تابع $y = -2f(x - 3)$ را رسم کنید. 
----------	------------	---

۱ نمره	دی ۹۱	ابتدا نمودار تابع $f(x) =  x - 3 $ را در بازه ی $[2, 4]$ رسم کنید. سپس به کمک آن، نمودار تابع $f(-x)$ را رسم کنید.	۲
۱ نمره	خرداد ۹۲	ابتدا نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را رسم نموده و سپس با استفاده از آن نمودار تابع $g(x) = -2f(x) - 1$ را رسم کنید.	۳
۱/۳۵ نمره	شهریور ۹۳	ابتدا نمودار تابع $f(x) =  x - 1 $ را با دامنه ی $[0, 2]$ رسم کنید. سپس نمودار تابع $y = f(x) + 1$ را رسم کرده و برد آن را به دست آورید.	۴
۰/۳۵ نمره	خرداد ۹۴	گزینه ی مناسب را انتخاب کنید. تابع $y = f(x)$ با دامنه ی $[-2, 1]$ را در نظر بگیرید. دامنه ی تابع $g(x) = -2f(2x) + 1$ بازه ی ..... است. الف) $[-4, 2]$ ب) $[-1, \frac{1}{2}]$	۵
۰/۷۵ نمره	شهریور ۹۴	نمودار تابع $y = f(x)$ به شکل مقابل است. با استفاده از انتقال، نمودار تابع $y = f(\frac{1}{2}x) + 1$ را رسم کنید.	۶



اعمال روی توابع و ترکیب توابع

۱/۵ نمره	دی ۸۹	اگر $f = \{(3,4), (7,8), (5,2)\}$ و $g = \{(1,3), (-2,7), (5,9)\}$ باشد، آنگاه $f + g$ و $fog$ را حساب کنید.	۱
۱/۷۵ نمره	خرداد ۹۰	اگر $f(x) = 3x - 2$ و $g(x) = \frac{1}{x-3}$ باشد، آنگاه حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. الف) $(3f + 2g)(4)$ ب) $D_{fog}$	۲
۰/۷۵ نمره	شهریور ۹۰	با استفاده از نمودار توابع $f$ و $g$ در شکل روبرو عبارات داده شده را محاسبه کنید. الف) $(f + g)(1)$ ب) $(fog)(2)$ 	۳
۱/۵ نمره	دی ۹۰	اگر $f = \{(0,1), (1,2), (3,4)\}$ و $g = \{(-2,1), (0,0), (1,5), (3,3)\}$ دو تابع باشند. الف) مقدار $(f + g)(1)$ را به دست آورید. ب) تابع $\frac{f}{g}$ را به صورت زوج های مرتب مشخص کنید. ج) دامنه ی تابع $fog$ را تعیین کنید.	۴
۱ نمره	خرداد ۹۱	اگر $f(x) = \sqrt{x-3}$ و $g = \{(0,4), (3,2), (5,6)\}$ دو تابع باشند: الف: تابع $fog$ را به صورت زوج های مرتب بنویسید.      ب: دامنه ی تابع $\frac{f}{g}$ را بنویسید.	۵
۱/۷۵ نمره	شهریور ۹۱	اگر $f(x) = \frac{3}{x-2}$ و $g(x) = \frac{4}{x}$ باشد، آنگاه حاصل عبارت های زیر را به دست آورید. الف) $(\frac{2f}{g})(4)$ ب) $D_{fog}$	۶

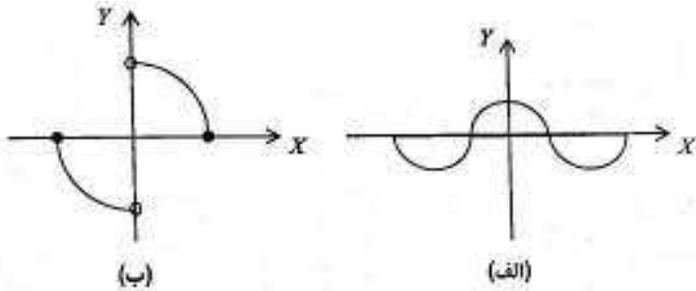
۱۷۵ نمره	دی ۹۱	اگر $f = \{(4,5), (6,3), (7,1)\}$ و $g = \{(3,4), (6,0), (4,6)\}$ دو تابع باشند. الف: توابع $\frac{f}{g}$ و $fog$ را به صورت زوج های مرتب بنویسید. ب: مقدار $(2f + g)(4)$ را بیابید.	۷
۱۷۵ نمره	خرداد ۹۲	اگر $f(x) = \frac{1}{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x-3}$ دو تابع باشند: الف: مقدار $3(f - g)(4)$ را به دست آورید. (ب) دامنه ی تابع $fog$ را بیابید.	۸
۱ نمره	شهریور ۹۲	اگر $f = \{(1,1), (2,2), (3,3)\}$ و $g = \{(1,2), (3,5)\}$ دو تابع باشند: الف: تابع $f + g$ را به صورت زوج های مرتب بنویسید. ب: مقدار $(gof)(3)$ را بیابید.	۹
۱۷۵ نمره	دی ۹۲	دو تابع $f(x) = x - 1$ و $g(x) = \sqrt{x + 2}$ را در نظر بگیرید. الف) دامنه ی تابع $gof$ را بدون محاسبه ی $(gof)(x)$ به دست آورید. ب) ضابطه ی $gof$ را بدست آورید. ج) مقدار $(\frac{f}{g})(2)$ را محاسبه کنید.	۱۰
۱ نمره	خرداد ۹۳	دو تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ و $g(x) = \sqrt{x+4}$ را در نظر بگیرید. الف) مقدار $(f + g)(0)$ را بدست آورید. ب) دامنه ی $\frac{f}{g}$ را تعیین کنید.	۱۱
۱ نمره	خرداد ۹۳	اگر $f(x) = x^2 + 2x + 2$ باشد، تابع $g(x)$ را به گونه ای مشخص کنید که $(fog)(x) = x^2 - 4x + 5$ باشد.	۱۲

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل دوم درس حسابان پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۱ نمره	شهریور ۹۳	دو تابع $f = \{(1,3), (-2,5), (0,7), (3,-4)\}$ و $g = \{(1,4), (3,1), (0,0), (5,-2)\}$ را در نظر بگیرید. الف) تابع $f \times g$ را به صورت زوج مرتب بنویسید. ب) مقدار $(fog)(0)$ را به دست آورید.	۱۳
۱/۲۵ نمره	دی ۹۳	اگر $f(x) = \frac{1}{x} - 1$ و $g(x) = \frac{1}{x+2}$ باشند. دامنه ی تابع $gof$ را تعیین کنید.	۱۴
۱/۵ نمره	خرداد ۹۴	اگر $f = \{(0,2), (1,-1), (3,-\frac{1}{4}), (-2,3), (-1,0)\}$ و $g = \{(2, \sqrt{2}), (-1,2), (\frac{1}{4}, 3), (1, \frac{3}{2})\}$ باشند. الف) تابع $2f - g$ را به صورت مجموعه ای از زوج های مرتب بنویسید. ب) تابع $gof$ را به دست آورید. ج) مقدار $(\frac{f}{g})(1)$ را محاسبه کنید.	۱۵
۱/۲۵ نمره	شهریور ۹۴	دو تابع $f(x) = \sqrt{x} + 2$ و $g(x) = \frac{1}{x-4}$ را در نظر بگیرید. الف) دامنه ی تابع $\frac{f}{g}$ را به دست آورید. ب) مقدار $(fog)(5)$ را محاسبه کنید.	۱۶
۱ نمره	دی ۹۴	برای دو تابع $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$ و $g(x) = \frac{2}{x}$ بدون نوشتن ضابطه، دامنه ی $fog$ را به دست آورید.	۱۷

توابع زوج و توابع فرد

۱ نمره	دی ۸۹	زوج یا فرد بودن تابع $f(x) = x\sqrt{27 - 3x^2}$ را معلوم کنید.	۱
-----------	-------	--	---

۱ نمره	شهریور ۹۰	زوج یا فرد بودن تابع $f(x) = \frac{x^3 - 3x}{x^2 - 1}$ را معلوم کنید.	۲
۱ نمره	شهریور ۹۱	زوج یا فرد بودن تابع $f(x) = 3x + \sin x$ را مشخص کنید.	۳
۱/۲۵ نمره	دی ۹۱	زوج یا فرد بودن تابع $f(x) = x^2 + \cos x$ را معلوم کنید.	۴
۰/۵ نمره	خرداد ۹۳	زوج یا فرد بودن توابعی که نمودار آنها در زیر آمده است را مشخص کنید. 	۵
۱ نمره	دی ۹۳	زوج یا فرد بودن تابع $f(x) = \frac{x^3 - 3x}{2x^4 + x^2}$ را مشخص کنید.	۶
۰/۲۵ نمره	خرداد ۹۴	گزینه ی مناسب را انتخاب کنید. تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ..... است. (الف) زوج (ب) فرد	۷
نمره	پور	زوج یا فرد بودن تابع $f(x) = x^3 - \sin x$ را بررسی کنید.	۸

### توابع صعودی و نزولی

۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۰	نمودار تابع زیر را رسم کنید و سپس بازه هایی که در آنها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید. $f(x) = \begin{cases} x+1 & x < -2 \\ 1 & -2 < x < 1 \\ -2x & x > 1 \end{cases}$	۱
--------------	----------	--	---

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل دوم درس حسابان پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۰/۷۵ نمره	۹۱ خرداد	<p>۲ تابع زیر در بازه ی ..... صعودی اکید و در بازه ی ..... نزولی اکید و در بازه ی ..... ثابت است.</p>
۱/۵ نمره	۹۲ شهریور	<p>۳ ابتدا نمودار تابع زیر را رسم کنید، سپس بازه هایی را که در آن تابع ، صعودی اکید، نزولی اکید یا ثابت است را مشخص کنید.</p> $f(x) = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ 1 & 0 \leq x \leq 1 \\ x - 1 & x > 1 \end{cases}$
۰/۲۵ نمره	۹۴ خرداد	<p>۴ گزینه ی مناسب را انتخاب کنید. تابع <math>y = x^2 - 1</math> در بازه ی <math>(-\infty, 0)</math> ..... است. الف) نزولی      ب) صعودی</p>
۰/۲۵ نمره	۹۴ دی	<p>۵ جای خالی را با عدد و یا عبارت مناسب پر کنید. تابع <math>y =  x  + 1</math> در بازه ی ..... صعودی است.</p>
۱/۲۵ نمره	۹۴ دی	<p>۶ با توجه به شکل داده شده ی زیر : الف) ضابطه ی تابع را بنویسید. ب) تابع در چه بازه هایی صعودی یا نزولی یا ثابت است؟ ج) نمودار را به گونه ای تکمیل کنید که نمودار جدید یک تابع زوج را نمایش دهد.</p>

توابع یک به یک

۱ نمره	۸۹ دی	<p>۱ ثابت کنید تابع <math>f(x) = \frac{x-1}{x}</math> یک به یک است.</p>
-----------	----------	---

۱ نمره	۹۳ خرداد	۲ آیا تابع $f(x) = x^2 - 2x$ یک به یک است؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه دهید.
-----------	-------------	---

### تابع وارون

۱ نمره	۹۰ شهریور	۱ اگر $f(x) = 4x - 3$ و $g(x) = x + 2$ ، تابع $(g \circ f)^{-1}$ را حساب کنید.
۱ نمره	۹۱ خرداد	۲ اگر $x \geq 2$ ثابت کنید که تابع $f(x) = (x - 2)^2$ وارون پذیر است. سپس وارون آن را بنویسید.
۱/۵ نمره	۹۲ شهریور	۳ وارون پذیری تابع زیر را بررسی کنید و در صورت وارون پذیر بودن تابع، ضابطه ی وارون آن را به دست آورید. $f(x) = \sqrt{x + 3} - 5$
۱/۵ نمره	۹۲ دی	۴ جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید. وارون تابع $y = x^3$ می شود .....
۱/۷۵ نمره	۹۳ دی	۵ ضابطه ی وارون تابع $f(x) = \sqrt{2x + 3}$ را به دست آورید.
۱ نمره	۹۴ خرداد	۶ به کمک رسم نمودار، ثابت کنید تابع زیر وارون پذیر نیست. $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ -x - 1 & x < 0 \end{cases}$
۱ نمره	۹۴ شهریور	۷ تحقیق کنید که آیا دو تابع $f(x) = \frac{1}{x} + 3$ و $g(x) = \frac{1}{x - 3}$ وارون یکدیگرند؟

سئالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل دوم درس حسابان پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۸	یک به یک بودن تابع $y = (x + 2)^3 - 2$ را بررسی کرده و وارون آن را بدست آورید.	دی ۹۴	نمره ۱/۲۵
---	--	-------	-----------

توابع متناوب

۱	جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید. دوره ی تناوب تابع $y = \sin 3x$ برابر با ..... است.	دی ۹۲	نمره ۰/۲۵
---	---	-------	-----------

توابع پله ای و توابع جزء صحیح

۱	اگر $f(x) = [x + 2]$ باشد، در این صورت حاصل $f(1 - \sqrt{2})$ چقدر است؟	دی ۸۹	نمره ۰/۵
۲	نمودار تابع $y = [x] + 2$ را در بازه ی $[-1, 2]$ رسم کنید.	شهریور ۹۱	نمره ۰/۲۵
۳	جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید. مقدار تابع $f(x) = [x + 1]$ را به ازای $x = \sqrt{2}$ برابر ..... می باشد.	دی ۹۲	نمره ۰/۲۵
۴	نمودار تابع $f(x) = [2x]$ را در بازه ی $[0, 1]$ رسم کنید.	شهریور ۹۳	نمره ۱
۵	جای خالی را با عبارت یا عدد مناسب پر کنید. اگر $f(x) = [x + 1]$ باشد. حاصل $f(\sqrt{3} - 1)$ برابر با ..... است.	دی ۹۴	نمره ۰/۲۵

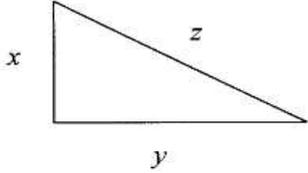
تهیه کننده :

جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی متوسطه ی دوّم استان خوزستان

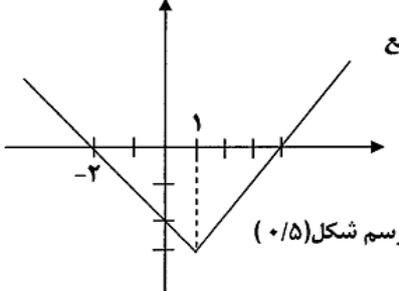
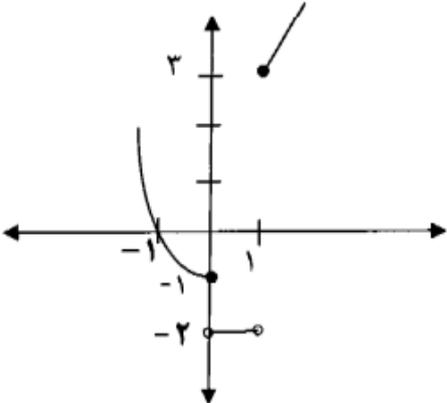
( صفحه ی ۱۱ )

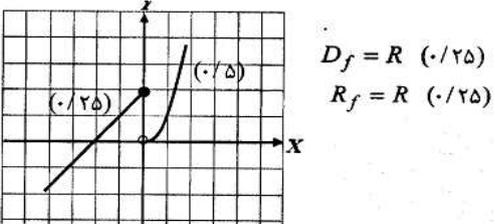
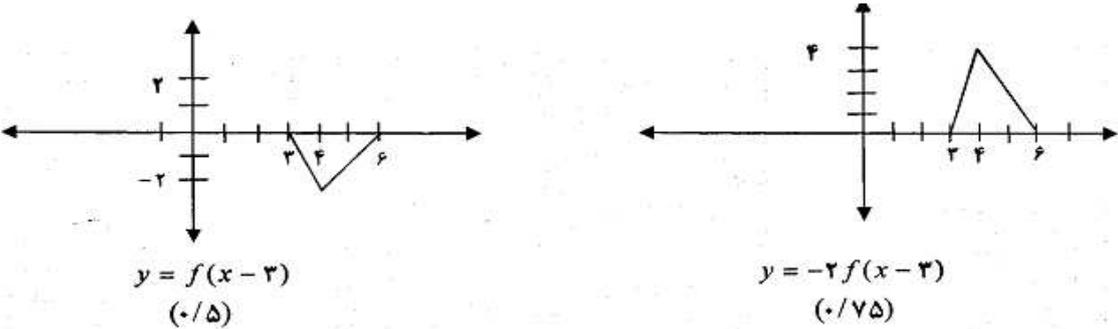
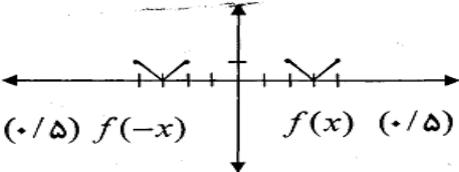
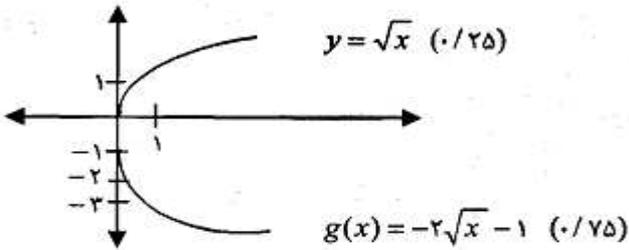
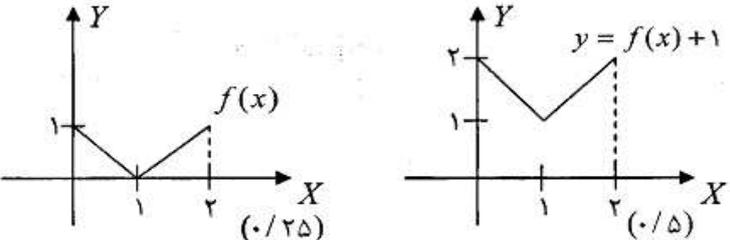


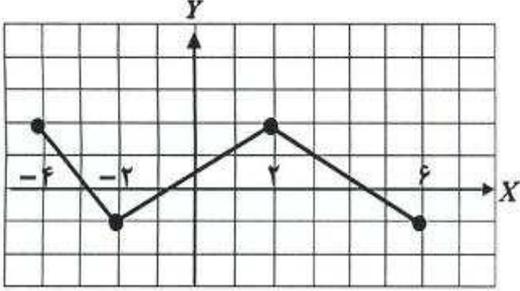
تابع و مفهوم آن

<p>۹۰ خرداد</p>	$\frac{1}{2}xy = 4 \text{ (./۲۵)} \Rightarrow y = \frac{8}{x} \text{ (./۲۵)} \Rightarrow z^2 = x^2 + y^2 \text{ (./۲۵)} \Rightarrow z = \sqrt{x^2 + \frac{64}{x^2}} \text{ (./۲۵)}$ 	<p>۱</p>
	<p>تساوی دو تابع</p>	
<p>۹۰ دی</p>	$f(x) = \frac{x^2}{1 + \sqrt{1+x^2}} \times \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{\sqrt{1+x^2}-1} = \frac{x^2(\sqrt{1+x^2}-1)}{x^2} = g(x) \text{ (./۵)}$ $D_g : 1+x^2 \geq 0 \rightarrow D_g = R \text{ (./۲۵)}$ $D_f : \begin{cases} 1+x^2 \geq 0 \\ 1+\sqrt{1+x^2} \neq 0 \rightarrow \sqrt{1+x^2} \neq -1 \end{cases} \Rightarrow D_f = R \text{ (./۲۵)}$ <p>پس دو تابع مساویند. (./۲۵)</p>	<p>۱</p>
<p>۹۲ خرداد</p>	$\begin{cases} f(5) = 6 \\ g(5) = 10 \end{cases} \text{ (./۵)}$ <p>دو تابع مساوی نیستند. (./۲۵)</p>	<p>۲</p>
<p>۹۴ خرداد</p>	$D_f = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty) \text{ (./۲۵)}, \quad D_g = [1, +\infty) \text{ (./۲۵)}$ <p>مساوی نیستند. زیرا دامنه ها برابر نیستند. (./۲۵) مسائل صفحه ۵۳</p>	<p>۳</p>

توابع چند جمله ای

دی ۹۳	$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & (0/5) \quad 1 < x \leq 2 \quad (0/25) \\ 1 & -1 \leq x \leq 1 \quad (0/25) \end{cases}$ <p>(تمرین در کلاس صفحه ۵۱)</p>	۱
	<p>معدلات و توابع</p>	
شهریور ۹۳	<p>روش اول: خیر (۰/۲۵) زیرا (۰/۲۵) <math>y = \pm\sqrt{x^2 - 1}</math> <math>y^2 = x^2 - 1 \Rightarrow</math> بنابراین برای یک مقدار <math>x</math> دو مقدار برای <math>y</math> به دست می آید. (۰/۲۵)</p> <p>روش دوم: خیر (۰/۲۵) زیرا به ازای <math>x = 2</math> (۰/۲۵)، دو مقدار <math>\pm\sqrt{3}</math> برای <math>y</math> به دست می آید. (۰/۲۵)</p>	۱
	<p>رسم نمودار تابع</p>	
شهریور ۹۰	$y = \begin{cases} x-4 & x \geq 1 \\ -x-2 & x < 1 \end{cases} \quad (0/5)$  <p>برد تابع: <math>[-3, +\infty)</math> (۰/۲۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۵)</p>	۱
دی ۹۰	$D_f = R \quad (0/25)$ $R_f = [-1, +\infty) \cup \{-2\} \quad (0/25)$  <p>(۰/۲۵)</p>	۲

دی ۹۲	 <p> <math>D_f = R \text{ (0/2.5)}</math>  <math>R_f = R \text{ (0/2.5)}</math> </p>	۳
	<p>رسم نمودار به کمک ویژگی های تبدیلات</p>	
خرداد ۹۱	 <p> <math>y = f(x-3) \text{ (0/5)}</math> </p> <p> <math>y = -2f(x-3) \text{ (0/7.5)}</math> </p>	۱
دی ۹۱	 <p> <math>f(-x) \text{ (0/5)}</math> </p> <p> <math>f(x) \text{ (0/5)}</math> </p>	۲
خرداد ۹۲	 <p> <math>y = \sqrt{x} \text{ (0/2.5)}</math> </p> <p> <math>g(x) = -2\sqrt{x} - 1 \text{ (0/7.5)}</math> </p>	۳
شهریور ۹۳	 <p> <math>y = f(x) + 1</math> </p> <p> <math>R_{f(x)+1} = [1, 2] \text{ (0/5)}</math> </p>	۴

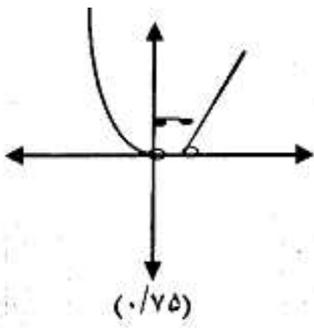
خرداد ۹۴	<p style="text-align: right;">(ب) <math>[1, \frac{1}{2}]</math></p>	۵
شهریور ۹۴	<p style="text-align: right;">مشابه تمرین در کلاس صفحه ۶۱</p> <p style="text-align: right;">(دو برابر کردن دامنه: <math>(0/5)</math> و ۱ واحد انتقال به بالا: <math>(0/25)</math>)</p> 	۶
<b>اعمال روی توابع و ترکیب توابع</b>		
دی ۸۹	$(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(3) = 4 \quad (0/25)$ $(f \circ g)(-2) = f(g(-2)) = f(7) = 8 \quad (0/25)$ $f \circ g = \{(1, 4), (-2, 8)\} \quad (0/5)$ $(f + g)(5) = f(5) + g(5) = 2 + 9 = 11 \quad (0/25) \rightarrow f + g = \{(5, 11)\} \quad (0/25)$	۱
خرداد ۹۰	<p>الف) <math>(3f + 2g)_{(3)} = 3f(3) + 2g(3) \quad (0/25) \Rightarrow (3f + 2g)_{(3)} = 32 \quad (0/5)</math></p> <p>ب) <math>D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} \quad (0/25) \quad D_{f \circ g} = \left\{x \neq 3 \mid \frac{1}{x-3} \in R\right\} \quad (0/5) \quad D_{f \circ g} = R - \{3\} \quad (0/25)</math></p>	۲
شهریور ۹۰	<p>الف) <math>(f + g)(1) = f(1) + g(1) = 0 + (-1) = -1 \quad (0/25)</math></p> <p>ب) <math>(f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(0) = 1 \quad (0/25)</math></p>	۳
دی ۹۰	<p>الف) <math>(f + g)(1) = f(1) + g(1) = 2 + 5 = 7 \quad (0/5)</math></p> <p>ب) <math>\frac{f}{g} = \left\{ \left(1, \frac{2}{5}\right), \left(3, \frac{4}{3}\right) \right\} \quad (0/5)</math></p> <p>ج) <math>D_{f \circ g} = \{-2, 0, 3\} \quad (0/5)</math></p>	۴

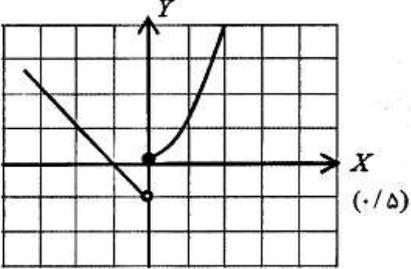
خرداد ۹۱	<p>الف) <math>f \circ g = \{(0, 1), (5, \sqrt{2})\}</math> (۰/۵)</p> <p>ب) <math>D_{\frac{f}{g}} = \{3, 5\}</math> (۰/۵)</p>	۵
شهریور ۹۱	<p><math>\frac{2f(4)}{g(4)} = \frac{2 \times \frac{3}{2}}{1} = 3</math> (۰/۷۵)</p> <p><math>D_f = \mathbb{R} - \{2\}</math> , <math>D_g = \mathbb{R} - \{0\}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}</math> (۰/۲۵) <math>\rightarrow D_{f \circ g} = \{x \neq 0 \mid \frac{4}{x} \neq 2\} = \mathbb{R} - \{0, 2\}</math> (۰/۵)</p>	۶
دی ۹۱	<p>الف) <math>\frac{f}{g} = \left\{ \left( 4, \frac{5}{6} \right) \right\}</math> (۰/۵)      <math>f \circ g = \{(3, 5), (4, 3)\}</math> (۰/۵)</p> <p>ب) <math>2f(4) + g(4) = 2 \times 5 + 6 = 16</math> (۰/۷۵)</p>	۷
خرداد ۹۲	<p>الف) <math>3(f(4) - g(4)) = 3\left(\frac{1}{3} - 1\right) = -2</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>\begin{cases} D_f = \mathbb{R} - \{1\} \\ D_g = [3, +\infty) \end{cases}</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}</math> (۰/۲۵) <math>\rightarrow</math></p> <p><math>D_{f \circ g} = \{x \in [3, +\infty) \mid \sqrt{x-3} \neq 1\} = \{x \in [3, +\infty) \mid x \neq 4\} = [3, 4) \cup (4, +\infty)</math> (۰/۲۵)</p>	۸
شهریور ۹۲	<p>الف) <math>f + g = \{(1, 3), (3, 8)\}</math> (۰/۵)</p> <p>ب) <math>(g \circ f)(2) = g(2) = 5</math> (۰/۵)</p>	۹

دی ۹۲	$D_f = R \text{ (./۲۵)}, D_g = [-۲, +\infty) \text{ (./۲۵)}$ <p>الف) <math>D_{g \circ f} = \underbrace{\{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}}_{\text{(./۲۵)}} \Rightarrow x-1 \geq -۲ \text{ (./۲۵)} \Rightarrow D_{g \circ f} = [-۱, +\infty) \text{ (./۲۵)}</math></p> <p>ب) <math>g(f(x)) = \sqrt{x-1+۲} = \sqrt{x+1} \text{ (./۲۵)}</math>      ج) <math>\frac{f(۲)}{g(۲)} = \frac{1}{۲} \text{ (./۲۵)}</math></p>	۱۰
خرداد ۹۳	<p>الف) <math>(f+g)(۰) = \frac{۳}{۲} \text{ (./۲۵)}</math></p> <p>ب) <math>D_f = R - \{۲\} \text{ (./۲۵)}, D_g = [-۴, +\infty) \text{ (./۲۵)} \Rightarrow D_{\frac{f}{g}} = (-۴, +\infty) - \{۲\} \text{ (./۲۵)}</math></p>	۱۱
خرداد ۹۳	$g^r(x) + ۲g(x) + ۲ = x^r - ۴x + ۵ \text{ (./۲۵)} \Rightarrow g^r(x) + ۲g(x) + ۱ = x^r - ۴x + ۴ \text{ (./۲۵)}$ $\Rightarrow (g(x) + ۱)^r = (x - ۲)^r \text{ (./۲۵)} \Rightarrow g(x) = \pm(x - ۲) - ۱ \text{ (./۲۵)}$	۱۲
شهریور ۹۳	<p>الف) <math>f \times g = \{(1, 1۲), (۳, -۴), (۰, ۰)\} \text{ (./۷۵)}</math>      ب) <math>f \circ g(۰) = ۷ \text{ (./۲۵)}</math></p>	۱۳
دی ۹۳	$D_f = R - \{۰\} \text{ (./۲۵)}$ $D_g = R - \{-۲\} \text{ (./۲۵)} \Rightarrow D_{g \circ f} = \underbrace{\{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}}_{\text{(./۲۵)}} = \{x \in R - \{۰\} \mid \underbrace{\frac{1}{x} - 1 \neq -۲}}_{x \neq -1 \text{ (./۲۵)}}\} = R - \{۰, -1\} \text{ (./۲۵)}$	۱۴
خرداد ۹۴	<p>الف) <math>۲f - g = \{(1, -\frac{۷}{۲}), (-1, -۲)\} \text{ (./۵)}</math> مسائل صفحه ۷۴      ب) <math>g \circ f = \{(۰, \sqrt{۲}), (1, ۲)\} \text{ (./۵)}</math></p> <p>ج) <math>(\frac{f}{g})(1) = -\frac{۲}{۳} \text{ (./۵)}</math> مسائل صفحه ۷۵</p>	۱۵

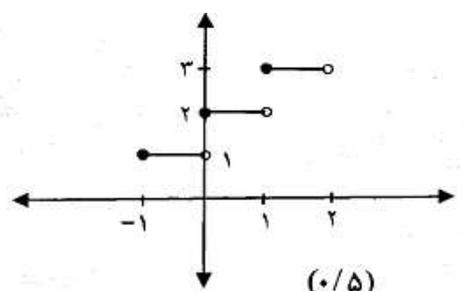
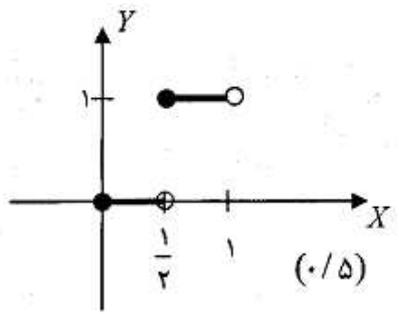
شهریور ۹۴	<p>الف) <math>D_f = [0, +\infty)</math> (۰/۲۵)  <math>D_g = R - \{4\}</math> (۰/۲۵) ، <math>D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = [0, +\infty) - \{4\}</math> یا <math>[0, 4) \cup (4, +\infty)</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>f(g(5)) = \underbrace{f(1)}_{(۰/۲۵)} = ۳</math> (۰/۲۵)</p> <p>مسائل ۲ و ۳ صفحه ۷۴</p>	۱۶
<b>توابع زوج و توابع فرد</b>		
دی ۸۹	<p>تابع فرد است زیرا دامنه تابع متقارن است (۰/۵) و از طرفی:</p> $f(-x) = (-x)\sqrt{۲۷ - ۳(-x)^۲} = -x\sqrt{۲۷ - ۳x^۲} = -f(x)$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱
شهریور ۹۰	$f(-x) = \frac{(-x)^۳ - ۳(-x)}{(-x)^۲ - ۱} (۰/۲۵) \Rightarrow f(-x) = \frac{-x^۳ + ۳x}{x^۲ - ۱}$ $f(-x) = \frac{-(x^۳ - ۳x)}{x^۲ - ۱} (۰/۲۵) = -f(x) (۰/۲۵) \Rightarrow \text{تابع فرد است (۰/۲۵)}$	۲
شهریور ۹۱	$D_f = R (۰/۲۵)$ $f(-x) = ۳(-x) + \sin(-x) = -(۳x + \sin x) = -f(x) (۰/۵) \rightarrow \text{تابع فرد است (۰/۲۵)}$	۳
دی ۹۱	<p>دامنه متقارن : <math>D_f = R</math> (۰/۲۵)</p> $f(-x) = (-x)^۲ + \cos(-x) = x^۲ + \cos x = f(x) (۰/۷۵) \rightarrow$ <p>تابع زوج است (۰/۲۵)</p>	۴

خرداد ۹۳	الف) زوج (۰/۲۵) ب) فرد (۰/۲۵)	۵
دی ۹۳	$D_f = R - \{0\} \quad (۰/۲۵)$ $D_g = R - \{-2\} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow D_{g \circ f} = \underbrace{\{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}}_{(۰/۲۵)} = \{x \in R - \{0\} \mid \underbrace{\frac{1}{x} - 1}_{x \neq -1} \neq -2\} = R - \{0, -1\} \quad (۰/۲۵)$	۶
خرداد ۹۴	ب) فرد	۷
شهریور ۹۴	<p>صفحه ۸۳</p> <p><math>D = R</math> دامنه متقارن (۰/۲۵)</p> <p><math>f(-x) = \underbrace{(-x)^r - \sin(-x)}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{-x^r + \sin x}_{(۰/۲۵)} = -(x^r - \sin x) = -f(x) \Rightarrow</math> تابع فرد است (۰/۲۵)</p>	۸
	توابع صعودی و نزولی	
خرداد ۹۰	<p>رسم شکل (۰/۵)</p> <p>تابع <math>f</math> در <math>(-\infty, -2)</math> صعودی اکید و در <math>(-2, 1)</math> ثابت و در <math>(1, +\infty)</math> نزولی اکید است. (۰/۷۵)</p>	۱
خرداد ۹۱	ج) $[0, 2]$ (۰/۲۵) صعودی اکید $[5, +\infty)$ (۰/۲۵) نزولی اکید $[2, 5]$ (۰/۲۵) ثابت	۲

شهریور ۹۲	 <p>در بازه ی <math>(1, +\infty)</math> صعودی اکید (۰/۲۵)  در بازه ی <math>(-\infty, 0)</math> نزولی اکید (۰/۲۵)  در بازه ی <math>[0, 1]</math> ثابت (۰/۲۵)</p>	۳
خرداد ۹۴	الف) نزولی	۴
توابع یک به یک		
دی ۸۹	$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow \frac{x_1 - 1}{x_1} = \frac{x_2 - 1}{x_2} \Rightarrow x_1 x_2 - x_2 = x_1 x_2 - x_1 \Rightarrow x_1 = x_2$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)                      (۰/۵)                      (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">پس تابع یک به یک است.</p>	۱
خرداد ۹۳	$f(0) = 0$ (۰/۲۵) , $f(2) = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ (۰/۵) یک به یک نیست	۲
تابع وارون		
شهریور ۹۰	$y = (g \circ f)(x) = g(f(x)) = 4x - 3 + 2 = 4x - 1$ (۰/۲۵) $x = \frac{y+1}{4} \Rightarrow y = \frac{x+1}{4} \Rightarrow (g \circ f)^{-1}(x) = \frac{x+1}{4}$ (۰/۵)	۱
خرداد ۹۱	$f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow (x_1 - 2)^2 = (x_2 - 2)^2 \Rightarrow (x_1 - 2) = (x_2 - 2) \Rightarrow x_1 = x_2$ (۰/۲۵) $y = (x - 2)^2 \Rightarrow \sqrt{y} = (x - 2) \Rightarrow \sqrt{y} + 2 = x$ (۰/۲۵) $x = \sqrt{y} + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x} + 2$ (۰/۲۵)	۲

شهریور ۹۲	$D_f = x \geq -۳$ یک به یک است $f(x_1) = f(x_2) \rightarrow \sqrt{x_1+۳} - ۵ = \sqrt{x_2+۳} - ۵ \rightarrow \sqrt{x_1+۳} = \sqrt{x_2+۳} \rightarrow x_1 = x_2$ (۰/۷۵) $y = \sqrt{x+۳} - ۵ \rightarrow y+۵ = \sqrt{x+۳} \rightarrow (y+۵)^۲ = x+۳ \rightarrow (y+۵)^۲ - ۳ = x \rightarrow f^{-1}(x) = (x+۵)^۲ - ۳$ (۰/۷۵)	۳
دی ۹۲	$f^{-1}(x) = \sqrt[۳]{x}$ (۰/۵)	۴
دی ۹۳	$y = \sqrt{۲x+۳} \Rightarrow ۲x = y^۲ - ۳$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = \frac{y^۲ - ۳}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{۱}{۲}x^۲ - \frac{۳}{۲}$ (۰/۲۵)	۵
خرداد ۹۴	 <p>یک به یک نیست. (۰/۲۵) بنابراین وارون پذیر نیست. (۰/۲۵)</p> <p>مسائل صفحه‌ی ۹۵</p>	۶
شهریور ۹۴	$(f \circ g)(x) = \frac{1}{\frac{1}{x-۳} + ۳} = x - ۳ + ۳ = x \Rightarrow (f \circ g)(x) = x$ (۰/۲۵) روش اول: این دو تابع وارون یکدیگرند. (۰/۲۵) زیرا: $(g \circ f)(x) = \frac{1}{(\frac{1}{x} + ۳) - ۳} = \frac{1}{\frac{1}{x}} = x \Rightarrow (g \circ f)(x) = x$ (۰/۲۵) روش دوم: این دو تابع وارون یکدیگرند. (۰/۲۵) زیرا: تابع ۱-۱ است. (۰/۲۵) $\Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_1} = \frac{1}{x_2} \Rightarrow \frac{1}{x_1} + ۳ = \frac{1}{x_2} + ۳ \Rightarrow \frac{1}{x_1} = \frac{1}{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$ $y = \frac{1}{x} + ۳ \Rightarrow \frac{1}{x} = y - ۳$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = \frac{1}{y-۳} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{x-۳} = g(x)$ (۰/۲۵)	۷

توابع متناوب

دی ۹۲	$\frac{2\pi}{3} \text{ (الف)}$	۱	
	توابع پله ای و توابع جزء صحیح		
دی ۸۹	$f(x) = [x + 2] \Rightarrow f(1 - \sqrt{2}) = [1 - \sqrt{2}] + 2 = 1$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱	
شهریور ۹۱	$-1 \leq x < 0 \quad y = 1 \text{ (۰/۲۵)}$ $0 \leq x < 1 \quad y = 2 \text{ (۰/۲۵)}$ $1 \leq x < 2 \quad y = 3 \text{ (۰/۲۵)}$		۲
دی ۹۲	ب) ۲ (۰/۲۵)	۳	
شهریور ۹۳	$0 \leq x < 1 \Rightarrow 0 \leq 2x < 2$ $0 \leq 2x < 1 \Rightarrow y = [2x] = 0, \quad 0 \leq x < \frac{1}{2} \text{ (۰/۲۵)}$ $1 \leq 2x < 2 \Rightarrow y = [2x] = 1, \quad \frac{1}{2} \leq x < 1 \text{ (۰/۲۵)}$		۴

تهیه کننده: احمد عیروش کلاس سوم ریاضی دبیرستان امام حسین (ع) باوی

سؤالات

موضوعی نهایی

# درس حسابان

(( فصل سوّم ))

پایه ی سوّم رشته ی ریاضی

سال تحصیلی ۹۵-۹۴

تهیه کننده : جابر عامری

دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

فصل سوم حسابان

اتحاد های مثلثاتی

نمبره	نوبت برگزاری	متن سؤال	نمبره
نمبره ۱/۲۵	شهریور ۹۰	اگر $\alpha$ و $\beta$ زاویه هایی در ربع سوم باشند و $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ و $\cos \beta = -\frac{5}{13}$ مقدار $\sin(\alpha + \beta)$ را محاسبه کنید.	۱
نمبره ۱/۲۵	دی ۹۰	نشان دهید برای هر زاویه ی $\alpha$ داریم: $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$	۲
نمبره ۰/۷۵	دی ۹۲	نشان دهید برای هر زاویه ی $\alpha$ داریم: $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$	۳
نمبره ۱	دی ۹۱	فرمول $\sin 2\alpha$ را از فرمول $\sin(\alpha + \beta)$ به دست آورید.	۴
نمبره ۱/۵	دی ۸۹	درستی اتحاد $\sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$ را ثابت کنید.	۵
نمبره ۱/۲۵	خرداد ۹۰	درستی اتحاد $\sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sin x + \cos x$ را ثابت کنید.	۶
نمبره ۱	خرداد ۹۱	سینوس زاویه ی $22/5^\circ$ را حساب کنید.	۷
نمبره ۱/۲۵	شهریور ۹۱	درستی اتحاد زیر را ثابت کنید. $\cos 2x = \frac{1 - \tan^2 x}{1 + \tan^2 x}$	۸
نمبره ۱	خرداد ۹۲	درستی اتحاد $\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin(x + \frac{\pi}{4})$ را ثابت کنید.	۹

تهیه کننده: جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه استان خوزستان

۱۰	مقدار $\sin 75^\circ$ را بدست آورید.	شهریور ۹۲	نمره ۱
۱۱	مقدار کسینوس $15^\circ$ را حساب کنید.	شهریور ۹۳	نمره ۰/۷۵
۱۲	مقدار تانژانت $105^\circ$ را حساب کنید.	دی ۹۳	نمره ۱
۱۳	عبارت $\sin(x+h) - \sin x$ را به حاصل ضرب تبدیل کنید.	خرداد ۹۳	نمره ۰/۷۵
۱۴	اگر $\alpha$ زیایه ای حاده و $\beta$ زاویه ای منفرجه باشند و $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و $\cos \beta = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ مقدار $\cos(\alpha - \beta)$ را محاسبه کنید.	خرداد ۹۴	نمره ۱
۱۵	نشان دهید برای هر زاویه ی $\alpha$ داریم: $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$	شهریور ۹۴	نمره ۱
۱۶	با استفاده از فرمول های $\sin(\alpha + \beta)$ و $\sin(\alpha - \beta)$ نشان دهید: $\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta))$	دی ۹۴	نمره ۱

تعیین کمان (معکوس مثلثاتی)

ردیف	متن سؤال	نوبت برگزاری	نمره
۱	مقدار $\tan^{-1}(-1)$ را حساب کنید.	دی ۸۹	نمره ۰/۵
۲	مقدار $\cos^{-1}(\sin \frac{\pi}{8})$ را حساب کنید.	خرداد ۹۰	نمره ۱

سؤالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل سوم درس حسابان پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

شهریور ۹۰	شهریور ۹۰	مقدار $\cos(\tan^{-1}(-\sqrt{3}))$ را حساب کنید.	۳
دی ۹۰	دی ۹۰	مقدار $\tan^{-1}(\sin \frac{\pi}{2})$ را حساب کنید.	۴
خرداد ۹۱	خرداد ۹۱	مقدار $\cos(\tan^{-1} \frac{3}{4})$ را حساب کنید.	۵
شهریور ۹۱	شهریور ۹۱	مقدار $\sin^{-1}(\sin \frac{4\pi}{3})$ را حساب کنید.	۶
دی ۹۱	دی ۹۱	مقدار $\sin^{-1}(\cos \frac{\pi}{3})$ را حساب کنید.	۷
خرداد ۹۲	خرداد ۹۲	مقدار $\sin(\cos^{-1}(\frac{3}{5}))$ را حساب کنید.	۸
شهریور ۹۲	شهریور ۹۲	مقدار $\sin^{-1}(\tan \frac{\pi}{4})$ را بیابید.	۹
دی ۹۲	دی ۹۲	مقدار $\sin^{-1}(\sin \frac{4\pi}{3})$ را حساب کنید.	۱۰
خرداد ۹۳	خرداد ۹۳	مقدار $\sin^{-1}(\sin \frac{5\pi}{4})$ را حساب کنید.	۱۱
شهریور ۹۳	شهریور ۹۳	مقدار $\cos^{-1}(\sin \frac{\pi}{8})$ را حساب کنید. (تکراری)	۱۲
دی ۹۳	دی ۹۳	مقدار $\cos^{-1}(-\frac{1}{2})$ را حساب کنید.	۱۳
خرداد ۹۴	خرداد ۹۴	مقدار $\tan^{-1}(\tan \frac{4\pi}{3})$ را حساب کنید.	۱۴

انصره	شهریور ۹۴	مقدار $\sin^{-1}\left(\cos\frac{2\pi}{9}\right)$ را حساب کنید.	۱۵
نصره - ۱۷۵	دی ۹۴	حاصل $\cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ را به دست آورید.	۱۶

### معادلات مثلثاتی

نمره	نوبت برگزاری	متن سؤال	ردیف
انصره ۱	دی ۸۹	معادله ی $\tan x - \tan 2x = 0$ را حل کنید.	۱
نصره ۱/۲۵	شهریور ۹۰	معادله ی $\tan x \tan 2x = 1$ را حل کنید.	۲
نصره ۱/۲۵	دی ۹۰	معادله ی $\sin x + \cos x = 1$ را حل کنید.	۳
نصره ۱/۲۵	خرداد ۹۱	کلیه ی جواب های معادله ی $2\cos^2 x - \cos x = 0$ را تعیین کنید.	۴
انصره ۱	شهریور ۹۱	معادله ی زیر را حل کنید. $2\sin x - \sqrt{2} = 0$	۵
نصره ۱/۲۵	دی ۹۱	کلیه ی جواب های معادله ی مثلثاتی $\cos^2 x - 3\cos x + 2 = 0$ را تعیین کنید.	۶
نصره ۱/۲۵	خرداد ۹۲	کلیه ی جواب های معادله ی مثلثاتی $\sin 2x - \sqrt{3}\cos x = 0$ را تعیین کنید.	۷

سؤالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل سوم درس حسابان پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۱/۲۵ نمره	شهریور ۹۲	معادله ی مثلثاتی زیر را حل کنید. $\sin x - \cos x = 1$	۸
۱/۲۵ نمره	دی ۹۲	معادله ی $\sin 5x = \sin 2x$ را حل کنید.	۹
۱/۵ نمره	خرداد ۹۳	معادله ی مثلثاتی $2 \sin^2 x + 9 \cos x + 3 = 0$ را حل کنید.	۱۰
۱/۵ نمره	شهریور ۹۳	معادله ی $\sin 2x - \sqrt{3} \cos x = 0$ را حل کنید. (تکراری)	۱۱
۱/۵ نمره	دی ۹۳	معادله ی مثلثاتی $2 \sin^2 x - \sin x = 0$ را حل کرده و جوابهایی که در بازه ی $[0, 2\pi]$ هستند را تعیین کنید.	۱۲
۰/۷۵ نمره	خرداد ۹۰	در مثلثی که طول اضلاع آن ۱ و ۳ و $\sqrt{7}$ باشد، زاویه ی روبرو به ضلع به طول $\sqrt{7}$ چقدر است؟	۱۳
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۴	معادله ی مثلثاتی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را حل کنید.	۱۴
۱ نمره	شهریور ۹۴	معادله ی مثلثاتی $\sin^2 x = \cos^2 x + 1$ را حل کنید.	۱۵
۱/۲۵ نمره	دی ۹۴	معادله ی $2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$ را حل کنید.	۱۶

توابع مثلثاتی

نمره	نوبت برگزاری	متن سؤال	ردیف
------	--------------	----------	------

			۱
--	--	--	---

توابع معکوس مثلثاتی

نمبره	نوبت برگزاری	متن سؤال	رتبه
			۱

تهیه کننده: جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی دوره ی دوم متوسطه استان خوزستان

اتحاد های مثلثاتی

شهریور ۹۰	$\sin \alpha = \frac{-4}{5} \Rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{16}{25}} = -\frac{3}{5} \quad (./25)$ $\cos \beta = \frac{-5}{13} \Rightarrow \sin \beta = -\sqrt{1 - \cos^2 \beta} = -\sqrt{1 - \frac{25}{169}} = -\frac{12}{13} \quad (./25)$ $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = \left(\frac{-4}{5}\right)\left(\frac{-5}{13}\right) + \left(\frac{-3}{5}\right)\left(\frac{-12}{13}\right) = \frac{56}{65} \quad (./25)$	۱
دی ۹۰	$\cos 2\alpha = \cos(\alpha + \alpha) = \cos \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \alpha \quad (./5)$ $= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad (./25) = \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) \quad (./25) = 2\cos^2 \alpha - 1 \quad (./25)$	۲
دی ۹۲	$\cos 2\alpha = \underbrace{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}_{(./25)} = \underbrace{(1 - \sin^2 \alpha) - \sin^2 \alpha}_{(./25)} = 1 - 2\sin^2 \alpha \quad (./25)$	۳
دی ۹۱	$\sin 2\alpha = \sin(\alpha + \alpha) = \sin \alpha \cos \alpha + \sin \alpha \cos \alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	۴
دی ۸۹	$\frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x} = \frac{\frac{2 \sin x}{\cos x}}{\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}} = \frac{2 \sin x \cos^2 x}{\cos x} = 2 \sin x \cos x = \sin 2x$ <p style="text-align: center;">(./5)                      (./5)                      (./25)                      (./25)</p>	۵
خرداد ۹۰	$\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \left(\sin x \cos \frac{\pi}{4} + \cos x \sin \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \left(\sin x \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \cos x \times \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \sin x + \cos x$ <p style="text-align: center;">(./5)                      (./5)                      (./25)</p>	۶

خرداد ۹۱	$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \Rightarrow \cos 45^\circ = 1 - 2\sin^2 22/5^\circ \quad (./25) \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 - 2\sin^2 22/5^\circ \quad (./25) \Rightarrow$ $2\sin^2 22/5^\circ = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sin^2 22/5^\circ = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \quad (./25) \Rightarrow \sin 22/5^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2} \quad (./25)$	۷
شهریور ۹۱	$\frac{1 - \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}}{1 + \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}} \stackrel{(. / 25)}{=} \frac{\frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x}}{\frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}} \stackrel{(. / 25)}{=} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos^2 x + \sin^2 x} \stackrel{(. / 25)}{=} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{1} \stackrel{(. / 25)}{=} \cos 2x \quad (./25)$	۸
خرداد ۹۲	$\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \left( \underbrace{\sin x \cos \frac{\pi}{4}}_{(. / 25)} + \underbrace{\cos x \sin \frac{\pi}{4}}_{(. / 25)} \right) = \sqrt{2} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2} \cos x \right) =$ $\underbrace{\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}}_{(. / 25)} (\sin x + \cos x) = \sin x + \cos x \quad (./25)$	۹
شهریور ۹۲	$\sin 75^\circ = \sin(30^\circ + 45^\circ) = \sin 30^\circ \times \cos 45^\circ + \sin 45^\circ \times \cos 30^\circ \quad (./5)$ $= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \quad (./5)$	۱۰
شهریور ۹۳	$\cos 30^\circ = 2\cos^2 15^\circ - 1 \quad (./25) \Rightarrow 2\cos^2 15^\circ = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$ $\cos^2 15^\circ = \frac{\sqrt{3} + 2}{4} \quad (./25) \Rightarrow \cos 15^\circ = \frac{\sqrt{\sqrt{3} + 2}}{2} \quad (./25)$	۱۱
دی ۹۳	$\tan 105^\circ = \underbrace{\tan(45^\circ + 60^\circ)}_{(. / 25)} = \frac{\tan 45^\circ + \tan 60^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 60^\circ} = \frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}} \quad (./25)$	۱۲

خرداد ۹۳	$\sin(x+h) + \underbrace{\sin(-x)}_{(./\text{۲۵})} = \underbrace{2\sin\frac{h}{2}}_{(./\text{۲۵})} \times \underbrace{\cos\frac{2x+h}{2}}_{(./\text{۲۵})}$	۱۳
خرداد ۹۴	$\cos\alpha = \frac{4}{5} (./\text{۲۵}), \sin\beta = \frac{\sqrt{2}}{2} (./\text{۲۵}) \Rightarrow \cos(\alpha-\beta) = \underbrace{\cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta}_{(./\text{۲۵})} = -\frac{\sqrt{2}}{10} (./\text{۲۵})$	۱۴
شهریور ۹۴	<p style="text-align: right;">روش اول:</p> $\frac{1+\cos 2\alpha}{2} = \frac{1+(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha)}{2} (./\text{۲۵})$ $= \frac{(1-\sin^2\alpha) + \cos^2\alpha}{2} = \frac{\cos^2\alpha + \cos^2\alpha}{2} (./\text{۲۵}) = \frac{2\cos^2\alpha}{2} (./\text{۲۵}) = \cos^2\alpha (./\text{۲۵})$ <p style="text-align: right;">روش دوم:</p> $\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 (./\text{۵}) \Rightarrow 2\cos^2\alpha = 1 + \cos 2\alpha (./\text{۲۵}) \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} (./\text{۲۵})$	۱۵
<b>تعیین کمان (معکوس مثلثاتی)</b>		
دی ۸۹	<p>چون <math>\frac{-\pi}{4}</math> زاویه ای در بازه <math>(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2})</math> است از طرفی <math>\tan\left(\frac{-\pi}{4}\right) = -1</math> پس <math>\tan^{-1}(-1) = \frac{-\pi}{4} (./\text{۲۵})</math></p>	۱
خرداد ۹۰	$\cos^{-1}\left(\cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{8}\right)\right) = \cos^{-1}\left(\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)\right) = \frac{3\pi}{8}$ <p style="text-align: center;">(./۵)                      (./۲۵)                      (./۲۵)</p>	۲
شهریور ۹۰	$\cos(\tan^{-1}(-\sqrt{3})) = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} (./\text{۲۵})$ <p style="text-align: center;">(./۲۵)</p>	۳

دی ۹۰	$\tan^{-1}(1) \quad (./\ ۲۵) = \frac{\pi}{۴} \quad (./\ ۲۵)$	۴
خرداد ۹۱	$\tan^{-1}\left(\frac{۳}{۴}\right) = \alpha \rightarrow \tan \alpha = \frac{۳}{۴} \quad (./\ ۲۵) \quad \cos\left(\tan^{-1}\frac{۳}{۴}\right) = \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{9}{16}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{25}{16}}} = \frac{1}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{5} \quad (./\ ۵)$	۵
شهریور ۹۱	$\sin \frac{۴\pi}{۳} = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{۳}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{۲} \quad (./\ ۲۵) \quad \sin^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{۲}\right) = -\frac{\pi}{۳} \quad (./\ ۵)$	۶
دی ۹۱	$\cos \frac{\pi}{۳} = \frac{1}{۲} \quad (./\ ۲۵) \rightarrow \sin^{-1}\left(\frac{1}{۲}\right) = \frac{\pi}{۶} \quad (./\ ۵)$	۷
خرداد ۹۲	$\cos^{-1}\left(\frac{۳}{۵}\right) = \alpha \rightarrow \cos \alpha = \frac{۳}{۵} \quad (./\ ۲۵) \rightarrow \sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{۳}{۵}\right)\right) = \sin \alpha = \sqrt{1-\frac{9}{25}} = \frac{۴}{5} \quad (./\ ۵)$	۸
شهریور ۹۲	$\tan \frac{\pi}{۴} = 1 \quad (./\ ۲۵) \rightarrow \sin^{-1}(1) = \frac{\pi}{۲} \quad (./\ ۵)$	۹
دی ۹۲	$\sin^{-1}\left(\underbrace{\sin\left(\pi + \frac{\pi}{۳}\right)}_{(./\ ۲۵)}\right) = \sin^{-1}\left(\underbrace{-\frac{\sqrt{3}}{۲}}_{(./\ ۲۵)}\right) = -\frac{\pi}{۳} \quad (./\ ۵)$	۱۰
خرداد ۹۳	$\sin^{-1}\left(\underbrace{-\sin \frac{\pi}{۴}}_{(./\ ۲۵)}\right) = \sin^{-1}\left(\underbrace{-\frac{\sqrt{2}}{۲}}_{(./\ ۲۵)}\right) = -\frac{\pi}{۴} \quad (./\ ۲۵)$	۱۱

شهریور ۹۳	$\cos^{-1}\left(\sin \frac{\pi}{8}\right) = \alpha \Rightarrow \cos \alpha = \sin \frac{\pi}{8} \quad (./\text{ر۵}), \cos \alpha = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{8}\right) \quad (./\text{ر۵}) \Rightarrow \alpha = \frac{3\pi}{8} \quad (./\text{ر۵})$	۱۲
دی ۹۳	$\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = \alpha \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{1}{2} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) \quad (./\text{ر۵}) \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi}{3} \quad (./\text{ر۵})$	۱۳
خرداد ۹۴	$\tan \frac{4\pi}{3} = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3} \quad (./\text{ر۵}) \Rightarrow \tan^{-1}(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3} \quad (./\text{ر۵})$	۱۴
شهریور ۹۴	$\sin^{-1}\left(\cos \frac{2\pi}{9}\right) = \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \cos \frac{2\pi}{9} = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi}{9}\right) = \sin \frac{5\pi}{18} \Rightarrow \alpha = \frac{5\pi}{18} \quad (./\text{ر۵})$	۱۵
	<b>معادلات مثلثاتی</b>	
دی ۸۹	$\tan x = \tan 2x \Rightarrow 2x = k\pi + x \Rightarrow x = k\pi$ (./ر۵)                      (./ر۵)                      (./ر۵)	۱
شهریور ۹۰	$\tan x \tan 2x = 1 \Rightarrow \tan 2x = \frac{1}{\tan x} = \cot x \Rightarrow \tan 2x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \quad (./\text{ر۵})$ $2x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \quad (./\text{ر۵})$	۲

دی ۹۰	$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \quad (./\ 25) \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (./\ 25)$ $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{4} \quad (./\ 25) \Rightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (./\ 5)$	۳
خرداد ۹۱	$\cos x (2\cos x - 1) = 0 \quad (./\ 25) \rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \quad (./\ 25) \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (./\ 25) \\ 2\cos x - 1 = 0 \quad (./\ 25) \rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \end{cases} \quad (./\ 25)$	۴
شهریور ۹۱	$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (./\ 25) \rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{4} \quad (./\ 25) \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (./\ 25) \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \quad (./\ 25) \end{cases}$	۵
دی ۹۱	$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = 1 \quad (./\ 25) \rightarrow \begin{cases} \cos x = 2 \quad (./\ 25) \quad \text{غیر قابل قبول} \quad (./\ 25) \\ \cos x = 1 \quad (./\ 25) \rightarrow \{x = 2k\pi \quad (./\ 25)\} \end{cases}$	۶
خرداد ۹۲	$2\sin x \cos x - \sqrt{3} \cos x = 0 \quad (./\ 25) \rightarrow$ $\cos x (2\sin x - \sqrt{3}) = 0 \quad (./\ 25) \rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (./\ 25) \\ \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (./\ 25) \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \quad (./\ 25) \end{cases} \end{cases}$	۷

شهریور ۹۲	$\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1 \quad (./\ 25) \rightarrow$ $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (./\ 25) \rightarrow \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{4} \quad (./\ 25) \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (./\ 25) \\ x = 2k\pi + \pi \quad (./\ 25) \end{cases}$	۸
دی ۹۲	$\Delta x = 2k\pi + 2x \quad (./\ 25) \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{2} \quad (./\ 25)$ $\Delta x = 2k\pi + (\pi - 2x) \quad (./\ 25) \Rightarrow 2x = (2k+1)\pi \quad (./\ 25) \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{2} \quad (./\ 25)$	۹
خرداد ۹۳	$2(1 - \cos^2 x) + 9 \cos x + 2 = 0 \quad (./\ 25) \Rightarrow 2 \cos^2 x - 9 \cos x - 5 = 0 \Rightarrow \cos x = 5 \quad (./\ 5)$ $\cos x = -\frac{1}{2} \quad (./\ 25) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \quad (./\ 25) \\ x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \quad (./\ 25) \end{cases}$	۱۰
شهریور ۹۳	$2 \sin x \cos x - \sqrt{2} \cos x = 0 \quad (./\ 25) \Rightarrow \cos x = 0 \quad (./\ 25) \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (./\ 25)$ $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (./\ 25) \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad (./\ 25), x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \quad (./\ 25)$	۱۱
دی ۹۳	$\sin x (2 \sin x - 1) = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \quad (./\ 25) \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi \quad (./\ 25)$ $\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad (./\ 25) \Rightarrow x = \frac{\pi}{6} \quad (./\ 25), x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \quad (./\ 25) \Rightarrow x = \frac{5\pi}{6} \quad (./\ 25)$	۱۲
خرداد ۹۰	$\sqrt{y^2} = 1^2 + 3^2 - 2 \times 1 \times 3 \times \cos \theta \quad (./\ 25) \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{3} \quad (./\ 25) \Rightarrow \theta = 60 \quad (./\ 25)$	۱۳

خرداد ۹۴	$2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \quad (./25) \Rightarrow \cos x(2\cos x - 1) = 0 \quad (./25)$ $\cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (./25)$ $\Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \quad (./25) \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (./25)$	۱۴
شهریور ۹۴	$1 - \cos^2 x = \cos^2 x + 1 \quad (./25) \Rightarrow 2\cos^2 x = 0 \quad (./25) \Rightarrow \cos x = 0 \quad (./25) \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (./25)$	۱۵

تهیه کننده: احمد عچرش کلاس سوم ریاضی دبیرستان امام حسین (ع) باوی

سؤالات  
موضوعی نهایی

# درس حسابان

(( فصل چهارم ))

پایه ی سوم رشته ی ریاضی

سال تحصیلی ۹۵-۹۴

تهیه کننده : جابر عامری

عضو گروه ریاضی متوسطه ی دوم استان خوزستان

### فصل چهارم حسابان

#### مفهوم همسایگی یک نقطه

ردیف	متن سؤال	نوبت برگزاری	نمره
۱			

#### مفهوم حد توابع

ردیف	متن سؤال	نوبت برگزاری	نمره
۱	نمودار تابعی را رسم کنید که در یک همسایگی ۳ تعریف شده باشد و در این نقطه حد داشته باشد، ولی حد آن غیر از مقدار تابع در ۳ باشد.	خرداد ۹۰	۱ نمره
۲	نمودار تابعی را رسم کنید که تابع در ۲ تعریف نشده باشد ولی در یک همسایگی محذوف ۲ تعریف شده باشد و در این نقطه حد داشته باشد.	شهریور ۹۰	۰/۷۵ نمره
۳	نمودار تابعی را رسم کنید که در یک همسایگی ۲- تعریف شده باشد و در این نقطه ، حد داشته باشد و حد تابع برابر مقدار تابع در ۲- باشد.	شهریور ۹۲	۱ نمره
۴	نمودار تابعی را رسم کنید که در یک همسایگی راست ۲ تعریف شده باشد ولی در هیچ همسایگی چپ ۲ تعریف نشده باشد و در این نقطه حد داشته باشد.	خرداد ۹۱	۰/۷۵ نمره

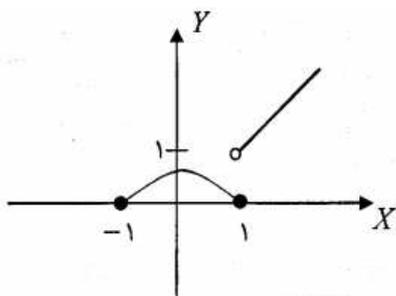
۱/۲۵ نمره	دی ۹۳	با تکمیل جدول زیر، مقدار حد تابع $f(x) = \begin{cases} x+1 & x < 1 \\ 2x & x > 1 \end{cases}$ را در نقطه ی $x=1$ به دست آورید.	۵
		$\begin{array}{c ccccccc} x & 0/99 & 0/999 & \rightarrow & 1 & \leftarrow & 1/001 & 1/01 \\ \hline f(x) & & & & & \rightarrow & ? & \leftarrow \end{array}$	
۰/۷۵ نمره	خرداد ۹۴	نمودار تابعی را رسم کنید که در نقطه ی $-2$ تعریف شده و در این نقطه حد داشته ولی حد آن غیر از مقدار تابع در این نقطه باشد.	۶

### حد چپ و راست و وجود حد

نمره	نوبت برگزاری	متن سؤال	ن.ب.
۱ نمره	دی ۹۰	با رسم نمودار تابع $y = \sqrt{1-x} + 1$ وجود حد را در اطراف نقطه ی $x=1$ بررسی کنید.	۱
۱/۲۵ نمره	شهریور ۹۱	با رسم نمودار تابع زیر در اطراف نقطه ی داده شده، وجود حد و حد راست و حد چپ را در نقطه ی $x=1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} x-2 & x < 1 \\ 2x & x > 1 \end{cases}$	۲
۰/۷۵ نمره	دی ۹۱	حد تابع $y = \sqrt{2-x}$ را در نقطه ی $x=2$ در صورت وجود به دست آورید.	۳
۱ نمره	خرداد ۹۲	حد تابع $y = \frac{1}{[x]-3}$ را در نقطه ی $x=3$ در صورت وجود به دست آورید.	۴
۱ نمره	دی ۹۲	با رسم نمودار تابع $y = \sqrt{x-2} + 1$ مقدار حد را در اطراف نقطه ی $x=2$ بررسی کنید.	۵

سئالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل چهارم درس حسابان پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۶	آیا تابع $f(x) = x - [x]$ در $x = 1$ حد دارد؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه دهید.	خرداد ۹۳	نمره ۰/۷۵
۷	با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ ، مقادیر خواسته شده را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ د) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$	شهریور ۹۳	نمره ۱
۸	حد راست و حد چپ تابع $f(x) = x - [x]$ را در $x = 2$ محاسبه کنید.	شهریور ۹۴	نمره ۱



فضایای حد

ردیف	متن سؤال	نوبت برگزاری	نمره
۱	حد تابع $y = x \sin \frac{1}{x}$ را در نقطه ی $x = 0$ بدست آورید.	دی ۹۴	نمره ۱

محاسبه ی حد توابع

ردیف	متن سؤال	نوبت برگزاری	نمره

( صفحه ی ۴ )

۲ نمره	دی ۸۹	حد توابع زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$	۱
۱/۷۵ نمره	خرداد ۹۰	حد توابع زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{3x^2 - 12}$	۲
۲/۵ نمره	شهریور ۹۰	حد توابع زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^2 - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{2x} - 2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{\sin \frac{x}{2}}$	۳
۲ نمره	دی ۹۰	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{[x] - 3}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x + 2}{x^2 - 1}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{1 - \cos x}$	۴
۲/۲۵ نمره	خرداد ۹۱	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 16}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3^+} (x - [x])$ ج) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}$	۵
۲ نمره	شهریور ۹۱	حد توابع زیر را در صورت وجود، محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 3x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{1 - \cos 2x}$	۶
۲/۲۵ نمره	دی ۹۱	حد توابع زیر را در صورت وجود، محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \sqrt{x+1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 1}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} - 2}{x^2 - 4}$	۷
۲ نمره	خرداد ۹۲	حد توابع زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{3x^2}$	۸

سئالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل چهارم درس حسابان پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۲ نمره	شهریور ۹۲	حد توابع زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - x - 6}$	۹
۲ نمره	دی ۹۲	حد توابع زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{x^2 - 9}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - 3 \cos 2x}{x^2}$	۱۰
۲ نمره	خرداد ۹۳	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{2x - 2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + \sin^2 3x}{2x^2}$	۱۱
۲ نمره	شهریور ۹۳	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2) \tan\left(\frac{\pi}{8}x\right)$	۱۲
۱/۷۵ نمره	دی ۹۳	حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2} - 1}{2x^2 + 2x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos 2x}{\sin x - \cos x}$	۱۳
۱/۷۵ نمره	خرداد ۹۴	حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{1 - \cos x}}{x}$ ۲	۱۴
۱/۷۵ نمره	شهریور ۹۴	حدود توابع زیر را در صورت وجود بیابید. الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 - x^2}{x^2 + 6x + 5}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - 2 \cos 2x}{x^2}$	۱۵

۱۶	حد های زیر را بدست آورید.	الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - \sqrt{x}}$	ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2x}{\sqrt{2 - 2 \cos x}}$
دی ۹۴			
۲ نمره			

### مفهوم پیوستگی تابع در یک نقطه

ردیف	متن سؤال	نوبت برگزاری	نمره
۱	نمودار یک تابع را رسم کنید که در ۲ ناپیوسته است ولی در ۲ حد دارد.	دی ۸۹	۰/۵ نمره

### بررسی پیوستگی تابع در یک نقطه

ردیف	متن سؤال	نوبت برگزاری	نمره
۱	پیوستگی تابع $f(x) = \sqrt{x-4}$ را در نقطه $x=4$ بررسی کنید.	خرداد ۹۰	۱/۲۵ نمره
۲	آیا تابع $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ در ۲ پیوسته است؟ چرا؟	شهریور ۹۰	۰/۷۵ نمره
۳	پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} x^2(x-2) & x \leq 2 \\ 4-2x & x > 2 \end{cases}$ را در نقطه $x=2$ بررسی کنید.	دی ۹۰	۱ نمره
۴	پیوستگی تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ را در نقطه $x=1$ بررسی کنید.	شهریور ۹۱	۰/۷۵ نمره
۵	پیوستگی تابع زیر را در نقطه $x=2$ بررسی کنید.	دی ۹۱	۱ نمره
	$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 1 & x \geq 2 \\ x - 7 & x < 2 \end{cases}$		

سئالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل چهارم درس حسابان پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۱ نمره	۹۲ خرداد	پیوستگی تابع زیر را در نقطه‌ی $x = -1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} x^3 & x \geq -1 \\ \frac{1}{x} & x < -1 \end{cases}$	۶
۱ نمره	۹۲ دی	پیوستگی تابع زیر را در نقطه‌ی $x = 1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} 4 - 3x & x \leq 1 \\ 2x^2 + 1 & x > 1 \end{cases}$	۷
۱/۲۵ نمره	۹۳ خرداد	ابتدا نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 0 \\ x + 1 & x > 0 \end{cases}$ را رسم کنید. سپس با بررسی حدود چپ و راست، پیوستگی تابع را در $x = 0$ بررسی کنید.	۸
۱ نمره	۹۳ دی	پیوستگی تابع زیر را در نقطه‌ی $x = 1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & x \neq 1 \\ 1 & x = 1 \end{cases}$	۹
۱/۲۵ نمره	۹۴ شهریور	پیوستگی تابع زیر را در نقطه‌ی $x = 1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1} & x > 1 \\ x - \frac{1}{2} & x < 1 \\ 1 & x = 1 \end{cases}$	۱۰
۱ نمره	۹۴ دی	پیوستگی تابع زیر را در نقطه‌ی $x = -1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{ x } & x \leq -1 \\ 2x + 1 & x > -1 \end{cases}$	۱۱

محاسبه ی پارامترهای مرتبط با پیوستگی تابع در یک نقطه

ردیف	متن سؤال	نوبت برگزاری	نمره
------	----------	--------------	------

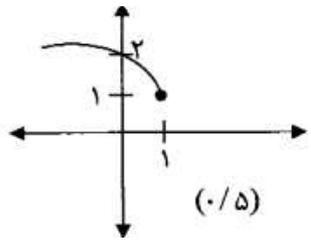
۱/۵ نمره	دی ۸۹	مقدار $a$ را چنان بیابید که تابع $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 4ax + 2 & x \geq 1 \\ x - 3a & x < 1 \end{cases}$ در $x = 1$ پیوسته باشد.	۱
۱ نمره	خرداد ۹۱	مقدار $a$ را طوری بیابید که تابع زیر در $x = 1$ پیوسته شود. $f(x) = \begin{cases} a -  x - 1  & x \geq 1 \\ \frac{x^3 - 1}{x - 1} & x < 1 \end{cases}$	۲
۱ نمره	شهریور ۹۲	در تابع زیر، مقدار $a$ را طوری تعیین کنید که تابع پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax + 1 & x \leq 1 \\ x - 2a & x > 1 \end{cases}$	۳
۱ نمره	شهریور ۹۳	در تابع زیر مقدار $a$ را طوری تعیین کنید که تابع پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x}{x - 2} & x < 2 \\ ax + 1 & x \geq 2 \end{cases}$	۴
۱/۵ نمره	خرداد ۹۴	مقدار $a$ را طوری بیابید که در تابع زیر در $x = 1$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - 1 & 0 \leq x < 1 \\ [x] + a & x \geq 1 \end{cases}$	۵

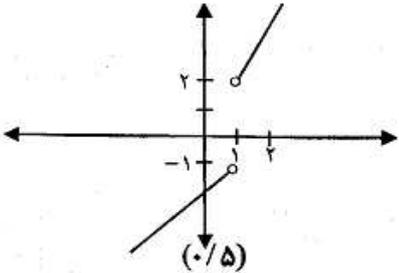
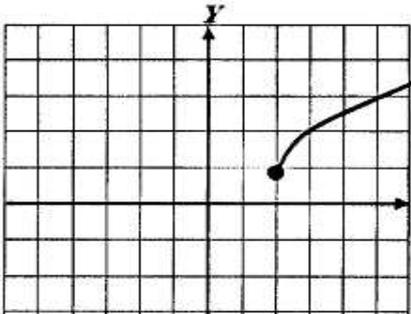
تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی متوسطه ی دوم استان خوزستان

فصل چهارم حسابان

مفهوم حد تابع

۹۰ خرداد	برقراری شرط داشتن حد و تعریف شدن در همسایگی ۳ (۰/۵) برقراری شرط مساوی نبودن حد با مقدار تابع در نقطه ۳ (۰/۵)	۱																
۹۰ شهریور	رسم نمودار با هر یک از شرط های خواسته شده (۰/۲۵)	۲																
۹۲ شهریور	رسم نمودار با شرط های خواسته شده (۱)	۳																
۹۱ خرداد	رسم نمودار با شرط های خواسته شده (۰/۷۵)	۴																
۹۳ دی	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2 \quad (0/25)$ <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>۰/۹۹</td> <td>۰/۹۹۹</td> <td><math>\rightarrow</math></td> <td>۱</td> <td><math>\leftarrow</math></td> <td>۱/۰۰۱</td> <td>۱/۰۱</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td>۱/۹۹ (۰/۲۵)</td> <td>۱/۹۹۹ (۰/۲۵)</td> <td><math>\rightarrow</math></td> <td>?</td> <td><math>\leftarrow</math></td> <td>۲/۰۰۲ (۰/۲۵)</td> <td>۲/۰۲ (۰/۲۵)</td> </tr> </table> <p>(تمرین در کلاس صفحه ۱۳۴)</p>	$x$	۰/۹۹	۰/۹۹۹	$\rightarrow$	۱	$\leftarrow$	۱/۰۰۱	۱/۰۱	$f(x)$	۱/۹۹ (۰/۲۵)	۱/۹۹۹ (۰/۲۵)	$\rightarrow$	?	$\leftarrow$	۲/۰۰۲ (۰/۲۵)	۲/۰۲ (۰/۲۵)	۵
$x$	۰/۹۹	۰/۹۹۹	$\rightarrow$	۱	$\leftarrow$	۱/۰۰۱	۱/۰۱											
$f(x)$	۱/۹۹ (۰/۲۵)	۱/۹۹۹ (۰/۲۵)	$\rightarrow$	?	$\leftarrow$	۲/۰۰۲ (۰/۲۵)	۲/۰۲ (۰/۲۵)											
۹۴ خرداد	رسم نمودار با ویژگی خواسته شده (۰/۷۵)	۶																
	حد چپ و راست و وجود حد																	
۹۰ دی	$\lim_{x \rightarrow 1^-} (\sqrt{1-x} + 1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (\sqrt{1-x} + 1) = 1 \quad (0/5)$ <p>تعریف نشده</p> $\lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt{1-x} + 1) =$ 	۱																

شهریور ۹۱	 <p style="text-align: right;">         حد چپ = <math>-1</math> (۰/۲۵)          حد راست = <math>2</math> (۰/۲۵)          حد وجود ندارد : <math>-1 \neq 2</math> (۰/۲۵)       </p>	۲
دی ۹۱	$\lim_{x \rightarrow 2} \sqrt{2-x} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{2-x} = 0 \quad (۰/۷۵)$	۳
خرداد ۹۲	<p>برای تابع <math>y = \frac{1}{[x]-3}</math> که نسبت به ۳ فقط در یک همسایگی چپ ۳ تعریف شده است (۰/۲۵) داریم :</p> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{[x]-3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{[x]-3} = \frac{1}{-1} = -1 \quad (۰/۵)$	۴
دی ۹۲	 <p style="text-align: right;"> <math>y = \sqrt{x-2} + 1 \quad (۰/۵)</math>  <math>\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1 \quad (۰/۲۵)</math> </p>	۵
خرداد ۹۳	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0 \quad (۰/۲۵) , \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} x = 1 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \text{حد ندارد (۰/۲۵)}$	۶



شهر بهمن ۹۰	$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 - x - 1)(x+1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 1}{x - 1} = \frac{1}{-2} \quad (0/0)$ $\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{2x} - 2} \times \frac{\sqrt{2x} + 2}{\sqrt{2x} + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(\sqrt{2x} + 2)}{2x - 4} =$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(\sqrt{2x} + 2)}{2(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} + 2}{2} = 2 \quad (0/0)$ $\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{\sin \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ \sqrt{2} \sin x }{\sin \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2} \sin x}{\sin \frac{x}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2} \quad (0/0)$	۳
دی ۹۰	$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{[x] - 3} = \frac{1}{[3^-] - 3} = \frac{1}{2 - 3} = -1 \quad (0/0)$ $\text{ب) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2 - x + 2)}{(x+1)(x-1)} = \frac{1+1+2}{-2} = -2 \quad (0/0)$ $\text{ج) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{2 \sin^2 \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \times x \times x}{2 \times \sin \frac{x}{2} \times \sin \frac{x}{2}} = \frac{3}{1} = 3 \quad (0/0)$	۴
خرداد ۹۱	$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{(x-4)(x+4)} \times \frac{\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x} + 2} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)}{(x-4)(x+4)(\sqrt{x} + 2)} = \frac{1}{8 \times 4} = \frac{1}{32} \quad (0/0)$ $\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 3^+} (x - [x]) = 3 - 3 = 0 \quad (0/0)$ $\text{ج) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{(\cos x - \sin x)} = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \quad (0/0)$	۵

شهریور ۹۱	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3) \cdot (\cdot/25)}{x(x-3) \cdot (\cdot/25)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+3}{x} = 2 \cdot (\cdot/5)</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^2}{2 \sin^2 x \cdot (\cdot/25)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x \times x}{2 \times \sin x \times \sin x} \cdot (\cdot/5) = 2 \cdot (\cdot/25)</math></p>	۶
دی ۹۱	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \sqrt{x+1} = 0^2 \times \sin \sqrt{0+1} = 0 \cdot (\cdot/5)</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-3) \cdot (\cdot/25)}{(x-1)(x+1) \cdot (\cdot/25)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-3}{x+1} = -1 \cdot (\cdot/25)</math></p> <p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x}-2}{x^2-4} \times \frac{\sqrt{2x}+2}{\sqrt{2x}+2} \cdot (\cdot/25)</math>  <math>= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2) \cdot (\cdot/25)}{(x-2)(x+2)(\sqrt{2x}+2) \cdot (\cdot/25)} = \frac{1}{8} \cdot (\cdot/25)</math></p>	۷
خرداد ۹۲	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{(x-1)(x+1)} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1) \cdot (\cdot/25)}{(x-1)(x+1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4} \cdot (\cdot/25)</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \times \sin x \times \sin x}{3 \times x \times x} = \frac{2}{3} \cdot (\cdot/25)</math></p>	۸

شهریور ۹۲	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x} \quad (./\ 25) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\cos x - \sin x} \quad (./\ 25)$ <p>الف)</p> $= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\cos x + \sin x) = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \quad (./\ 5)$ $\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-3)(x+2)} \quad (./\ 25) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x+2} = \frac{6}{5} \quad (./\ 5)$	۹
دی ۹۲	$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+1}-2}{x^2-9} \times \frac{\sqrt{x+1}+2}{\sqrt{x+1}+2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)}{(x-2)(x+2)(\sqrt{x+1}+2)} = \frac{1}{24} \quad (./\ 25)$ $\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1-\cos 2x)}{x^2} \quad (./\ 5) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \times 2 \sin^2 x}{x^2} \quad (./\ 25) = \lim_{x \rightarrow 0} 2 \times \frac{\sin x}{x} \times \frac{\sin x}{x} \quad (./\ 25) = 2 \quad (./\ 25)$	۱۰
خرداد ۹۳	$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{2x-2} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)}{2(x-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{1}{4} \quad (./\ 25)$ $\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} + \frac{\sin^2 3x}{9x^2} \times 9x^2 \quad (./\ 25) = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2} \quad (./\ 25)$	۱۱
شهریور ۹۳	$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2x+5)}{(x-1)(x+1)} = \frac{7}{2} \quad (./\ 25)$ $\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} 2 \times \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 = 2 \quad (./\ 25) \quad \text{ج) } 0 \times 1 = 0 \quad (./\ 5)$	۱۲

دی ۹۳	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2}-1}{2x(x+1)} \times \frac{\sqrt{x+2}+1}{\sqrt{x+2}+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)}{2x(x+1)(\sqrt{x+2}+1)} = -\frac{1}{4} \quad (./25)</math></p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{-(\cos x - \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{-(\cos x - \sin x)} = -\sqrt{2} \quad (./25)</math></p>	۱۳
خرداد ۹۴	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^5+x^4+x^3+x^2+x+1)}{x-1} = 5 \quad (./5)</math> مسائل صفحه ۱۵۲ و ۱۵۳</p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2} \sin^2 \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sqrt{2}  \sin \frac{x}{2} }{\frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-\sqrt{2} \sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} = -\sqrt{2} \quad (./25)</math></p>	۱۴
شهریور ۹۴	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(1-x)(1+x)}{(x+1)(x+5)} = \frac{1}{2} \quad (./25)</math> صفحه ۱۴۵ تا صفحه ۱۵۳</p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2(1-\cos 2x)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \sin x \times \sin x}{\underbrace{x \times x}_{(./25)}} = 4 \quad (./25)</math></p>	۱۵
دی ۹۴	<p><math>\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{2} \quad (./25)</math> صفحه ۱۵۸</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x - \frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \quad (./25)</math></p> <p><math>f(1) = 1 \quad (./25) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{2} \neq 1 = f(1) \quad (./25) \Rightarrow</math> تابع در این نقطه پیوسته نیست</p>	۱۶

	مفهوم پیوستگی تابع در یک نقطه	
دی ۸۹	رسم نمودار (۰/۵) نمره	۱
	بررسی پیوستگی تابع در یک نقطه	
خرداد ۹۰	$\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4^+} \sqrt{x-4} = 0, f(4) = 0$ <p>پس تابع در <math>x = 4</math> پیوسته است. (۰/۲۵) (./۲۵) (./۵) (./۲۵)</p>	۱
شهریور ۹۰	خیر (۰/۲۵) زیرا تابع در ۲ تعریف نشده است. (۰/۵)	۲
دی ۹۰	<p>حد چپ: <math>\lim_{x \rightarrow 2^-} x^2(x-2) = 0</math> (۰/۲۵)</p> <p>حد راست: <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} (4-2x) = 0</math> (۰/۲۵)</p> <p>مقدار تابع: <math>f(2) = 0</math> (۰/۲۵)</p> <p>} <math>\Rightarrow</math> تابع در نقطه <math>x_0 = 2</math> پیوسته است (۰/۲۵)</p>	۳
شهریور ۹۱	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{x-1} = 0 = f(1) \quad (0/5)$ <p>تابع <math>f</math> در <math>x=1</math> پیوسته است. (۰/۲۵)</p>	۴
دی ۹۱	$f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (3x^2 + 1) = 13 \quad (0/5) \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} (x-7) = -5 \quad (0/25)$ <p>تابع در ۲ پیوسته نیست. (۰/۲۵)</p>	۵

<p>خرداد ۹۲</p>	<p>مقدار تابع : <math>f(-1) = -1</math> (۰/۲۵)</p> <p>حد راست : <math>\lim_{x \rightarrow -1^+} (x^2) = -1</math> (۰/۲۵)</p> <p>حد چپ : <math>\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{x} = -1</math> (۰/۲۵)</p> <p>تابع در <math>x = -1</math> پیوسته است (۰/۲۵)</p>	<p>۶</p>
<p>دی ۹۲</p>	<p>پیوسته نیست (۰/۲۵) زیرا</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (4 - 3x) = 1</math> (۰/۲۵) , <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2x^2 + 1) = 3</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)</math> (۰/۲۵)</p>	<p>۷</p>
<p>خرداد ۹۳</p>	<p>پیوسته نیست (۰/۲۵) زیرا</p> <p><math>L_1 = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>L_2 = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow L_1 \neq L_2</math></p>	<p>۸</p>
<p>دی ۹۳</p>	<p>ناپیوسته است. (۰/۲۵) زیرا:</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x-1)}{x-1} = 2</math> (۰/۲۵) , <math>f(1) = 1 \Rightarrow f(1) \neq \lim_{x \rightarrow 1} f(x)</math> (۰/۲۵)</p>	<p>۹</p>

شهریور ۹۴	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x-1} \times \sqrt{x+1}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{1}{2} \quad (./25)$ <p style="text-align: right;">پیوستگی توابع از صفحه ۱۵۴ تا صفحه ۱۵۸</p> $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(x - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \quad (./25)$ $f(1) = 1 \quad (./25) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1}{2} \neq 1 = f(1) \quad (./25) \Rightarrow \text{تابع در این نقطه پیوسته نیست}$	۱۰
دی ۹۴	<p>حد چپ <math>\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{ x } = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{1}{-x} = \frac{1}{-(-1)} = 1 \quad (./25)</math> <math>f(-1) = 1 \quad (./25)</math></p> <p>حد راست <math>\lim_{x \rightarrow -1^+} (2x + 1) = 2(-1) + 1 = -1 \quad (./25)</math></p> <p><math>f</math> در <math>x = -1</math> پیوسته نمی باشد <math>\rightarrow</math> حد راست <math>\neq</math> حد چپ = مقدار تابع <math>(./25)</math></p>	۱۱
محاسبه ی پارامتر های مرتبط با پیوستگی تابع در یک نقطه		
دی ۸۹	$\lim_{x \rightarrow 1^+} 3x^2 - 4ax + 2 = 5 - 4a \quad (./25), \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} x - 3a = 1 - 3a \quad (./25), \quad f(1) = 5 - 4a \quad (./25)$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \quad (./25) \rightarrow 1 - 3a = 5 - 4a \quad (./25) \rightarrow a = 4 \quad (./25)$	۱
خرداد ۹۱	<p>شرط پیوستگی : <math>\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0) \quad (./25)</math></p> <p>حد راست : <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} (a -  x-1 ) = a \quad (./25)</math></p> <p>حد چپ : <math>\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)} = 2 \quad (./25)</math></p> <p style="text-align: right;">} <math>\rightarrow a = 2 \quad (./25)</math></p>	۲

شهریور ۹۲	$\left. \begin{array}{l} \text{مقدار تابع} = \text{حد چپ} : f(1) = 1 - a + 1 = 2 - a \quad (./25) \\ \text{حد راست} : \lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 2a) = 1 - 2a \quad (./25) \end{array} \right\} \rightarrow 2 - a = 1 - 2a \quad (./25) \rightarrow a = -1 \quad (./25)$	۳
شهریور ۹۳	$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) = 2a + 1 \quad (./25), \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x(x-2)}{x-2} = 2 \quad (./25)$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \Rightarrow 2a + 1 = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \quad (./25)$	۴
خرداد ۹۴	$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \underbrace{\frac{\sqrt{x}-1}{x-1}}_{(./25)} \times \underbrace{\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1}}_{(./25)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{1}{2} \quad (./25), \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} [x] + a = 1 + a \quad (./25)$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) \Rightarrow 1 + a = \frac{1}{2} \quad (./25) \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \quad (./25)$ <p style="text-align: right;">تمرین در کلاس صفحه‌ی ۱۵۶</p>	۵

تهیه کننده: احمد عچرش کلاس سوم ریاضی دبیرستان امام حسین (ع) بآوی

**سؤالات**

**موضوعی نهایی**

# **درس حسابان**

**(( فصل پنجم ))**

**پایه ی سوّم رشته ی ریاضی**

**سال تحصیلی ۹۵-۹۴**

**تهیه کننده : جابر عامری**

**عضو گروه ریاضی متوسطه ی دوّم استان خوزستان**

دانلود از سایت ریاضی سرا  
[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

فصل پنجم حسابان

مشتق تابع در یک نقطه

نمره	نوبت برگزاری	متن سؤال	ن.ق.
۱ نمره	شهریور ۹۰	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{x+1}$ را در $x=2$ حساب کنید.	۱
۱/۲۵ نمره	شهریور ۹۱	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \frac{2}{x}$ را در $x=3$ حساب کنید.	۲
۱/۲۵ نمره	دی ۹۱	مشتق تابع $y = x^3$ را در $x=1$ با استفاده از تعریف مشتق بیابید.	۳
۱/۲۵ نمره	شهریور ۹۲	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $y = x^2$ را در $x=5$ محاسبه کنید.	۴
۱/۲۵ نمره	شهریور ۹۳	با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = \sqrt{x} + 1$ را در نقطه ی $x=1$ محاسبه کنید.	۵
۱/۵ نمره	خرداد ۹۴	با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = x^2 + 1$ را در نقطه ی $x=a$ محاسبه کنید.	۶

مشتق های یک طرفه و مشتق پذیری

نمره	نوبت برگزاری	متن سؤال	ن.ق.
۱/۷۵ نمره	دی ۸۹	در تابع زیر مشتق های چپ و راست را در $x=-1$ جداگانه محاسبه کنید. آیا تابع در این نقطه مشتق پذیر است؟ چرا؟ $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1 & x \geq -1 \\ x^2 - 1 & x < -1 \end{cases}$	۱

۱ نمره	خرداد ۹۱	آیا تابع $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ در صفر مشتق پذیر است؟ (دلیل خود را توضیح دهید).	۲
۱/۵ نمره	خرداد ۹۲	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق چپ و راست تابع زیر را در $x = 2$ ، در صورت وجود بیابید. $f(x) =  x - 2 $	۳
۱/۵ نمره	دی ۹۲	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $f(x) = \begin{cases} 3x + 1 & x \leq 1 \\ x^2 + 3 & x > 1 \end{cases}$ را در $x = 1$ ، بررسی کنید.	۴
۱/۵ نمره	دی ۹۳	با استفاده از تعریف مشتق، وجود مشتق های راست و چپ و مشتق پذیر بودن تابع $f(x) =  x - 3 $ را در نقطه ی $x = 3$ ، بررسی کنید.	۵
۱/۵ نمره	شهریور ۹۴	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق پذیری تابع $f(x) = x x - 2 $ را در $x = 2$ ، مورد بررسی قرار دهید.	۶

### قضایای مشتق

نمره	نوبت برگزاری	متن سؤال	ن.س.
۱/۵ نمره	خرداد ۹۰	اگر تابع $f$ در یک همسایگی نقطه ی $a$ تعریف شده و ناصفر بوده و در این نقطه مشتق پذیر باشد. در این صورت نشان دهید که تابع $\frac{1}{f}$ نیز در $a$ مشتق پذیر است و $\left(\frac{1}{f}\right)'(a) = -\frac{f'(a)}{f^2(a)}$	۱
۱ نمره	دی ۹۰	اگر تابع $f$ در نقطه ی $a$ مشتق پذیر و $c$ عدد دلخواهی باشد. با محاسبه نشان دهید تابع $of$ نیز در نقطه ی $a$ مشتق پذیر است و $(of)'(a) = cf'(a)$ .	۲
۱/۵ نمره	دی ۹۴	اگر $f(x)$ تابعی مشتق پذیر در نقطه ای مانند $a$ باشد. نشان دهید، $g(x) = f(x) + b$ نیز در نقطه ی $a$ مشتق پذیر بوده و $g'(a) = f'(a)$	۳

فرمول های مشتق گیری

نمبره	نوبت برگزاری	متن سؤال	ردیف
۱/۵ نمبره	دی ۸۹	مشتق بگیرید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x+1}}$ ب) $g(x) = (1 + \sin x) \tan^{-1} x$	۱
۲/۲۵ نمبره	خرداد ۹۰	مشتق بگیرید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $f(x) = \frac{(3x^2 - 1)^3}{x+1}$ ب) $g(x) = \sqrt{1 - 2 \cos 3x}$ ج) $k(x) = 2 \tan^{-1} x + 3 \sin^{-1} x + \frac{4}{x}$	۲
۳ نمبره	شهریور ۹۰	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $f(x) = \sin(\sqrt{2x+5})$ ب) $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{(2x+1)^3}$ ج) $k(x) = (1 + \tan x) \cos^{-1} x$	۳
۲/۷۵ نمبره	دی ۹۰	مشتق توابع زیر را بیابید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $f(x) = \frac{3x^2 + 1}{x^3 + 2}$ ب) $g(x) = \tan^3 x + \sin^{-1} x$ ج) $h(x) = \sqrt[3]{x^5} - \cos 2x$	۴

۲/۷۵ نمره	۹۱ خرداد	<p>مشتق بگیرید. (ساده کردن الزامی نیست.)</p> <p>الف) <math>y = x^3 + \frac{1}{x}</math></p> <p>ب) <math>y = 3(2x - 5)^4 + \sqrt[3]{x}</math></p> <p>ج) <math>y = \frac{\sin \sqrt{x}}{1 + x^2}</math></p>	۵
۲/۷۵ نمره	۹۱ شهریور	<p>مشتق بگیرید. (ساده کردن الزامی نیست.)</p> <p>الف) <math>y = (2x + 3)^5 (\sin x)</math></p> <p>ب) <math>y = \frac{1}{x+1} + \tan^{-1} x</math></p> <p>ج) <math>y = \sqrt[3]{5x^2 - 1}</math></p>	۶
۲/۵ نمره	۹۱ دی	<p>مشتق بگیرید. (ساده کردن الزامی نیست.)</p> <p>الف) <math>y = \frac{x^2 + 5}{x - 1}</math></p> <p>ب) <math>y = \sin x (1 + \cos x)</math></p> <p>ج) <math>y = \sqrt{x} + \sin^{-1} x</math></p>	۷
۲/۲۵ نمره	۹۲ خرداد	<p>مشتق بگیرید. (ساده کردن الزامی نیست.)</p> <p>الف) <math>y = x(x^5 + 1)</math></p> <p>ب) <math>y = \sin^3 x</math></p> <p>ج) <math>y = \sqrt[3]{x} + \cos^{-1} x</math></p>	۸

۲/۵ نمره	شهریور ۹۲	مشتق توابع زیر را بیابید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $y = \frac{x^3}{3x-1}$ ب) $y = \sqrt{\sin 5x}$ ج) $y = 2 \sin^{-1} x$	۹
۱/۷۵ نمره	دی ۹۲	مشتق توابع زیر را بیابید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $f(x) = \frac{3x^3 + 5}{5x-1}$ ب) $y = 2 \sin 5x + 3 \cos^{-1} x$	۱۰
۰/۷۵ نمره	دی ۹۲	مقدار مشتق تابع $f(x) = \sqrt{2x+1}$ را در نقطه ی $x = 4$ به دست آورید.	۱۱
۲/۲۵ نمره	خرداد ۹۳	مشتق توابع زیر را بیابید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $y = \frac{3x^3 - 1}{2x+1}$ ب) $y = (x^2 + 1)^3$ ج) $y = 2 \tan^{-1} x$	۱۲
۲/۲۵ نمره	شهریور ۹۳	مشتق توابع زیر را بیابید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $y = (3x^2 - \sqrt{x} + 5)^3$ ب) $y = (3x + 5) \cos(4x^3 + 1)$	۱۳
۲/۵ نمره	دی ۹۳	مشتق توابع زیر را بنویسید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $y = (3x^2 + 5x)(4x^2 + \sin x)$ ب) $y = \sqrt{4-x^2} + 2 \sin^{-1} x$	۱۴

۲/۵ نمره	۹۴ خرداد	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $y = (4x^5 + 2) \cos x$ ب) $y = \sqrt[3]{x^2 + \sin x} - 1$ ج) $y = 1 + 3 \cos^{-1} x$	۱۵
۲ نمره	۹۴ شهریور	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $f(x) = (x^3 + 5x) \sin^{-1} x$ ب) $y = (\tan x + 3x^2)^5$	۱۶
۲/۲۵ نمره	۹۴ دی	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $f(x) = \sqrt[3]{\cos x + 2 \sin^{-1} x}$ ب) $y = (2x - x^3)^5 (\sqrt{2x})$	۱۷

### آهنگ تغییرات

نمره	نوبت برگزاری	متن سؤال	ردیف
۱ نمره	۸۹ دی	مساحت هر دایره تابعی از محیط آن است. آهنگ تغییرات مساحت دایره را نسبت به محیط آن برای دایره ای به محیط $5\pi$ حساب کنید.	۱
۱/۲۵ نمره	۹۰ خرداد	آهنگ تغییرات مساحت یک مربع را نسبت به محیط آن برای مربعی که محیط آن ۱۶ واحد است را به دست آورید.	۲
۱ نمره	۹۱ شهریور	آهنگ تغییرات محیط یک مربع را نسبت به مساحت آن برای مربعی که مساحت آن ۹ واحد است، به دست آورید.	۳
۱/۲۵ نمره	۹۱ دی	آهنگ تغییرات مساحت یک دایره را نسبت به محیط آن، برای دایره ای که محیط آن $3\pi$ است، به دست آورید.	۴
۱ نمره	۹۲ دی	آهنگ تغییرات مساحت یک دایره که قطر آن ۴ است را به دست آورید.	۵

سؤالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل پنجم درس حسابان پایه ی سوم رشته ی ریاضی فیزیک

۱ نمره	دی ۹۳	آهنگ تغییرات مساحت دایره نسبت به محیط آن ، برای دایره ای به محیط $3\pi$ را بیابید.	۶
۱ نمره	خرداد ۹۴	آهنگ تغییرات مساحت دایره به شعاع $R = 4$ را به دست آورید.	۷
۱/۲۵ نمره	دی ۹۴	محیط هر دایره، تابعی از مساحت آن است. آهنگ تغییرات محیط دایره را نسبت به مساحت آن برای دایره ای به مساحت $2\pi$ حساب کنید.	۸

خط مماس و خط قائم

نمره	نوبت برگزاری	متن سؤال	ردیف
۰/۷۵ نمره	دی ۸۹	شیب خط مماس بر نمودار تابع $y = \frac{1}{x}$ را در نقطه ای به طول یک واقع بر آن به دست آورید.	۱
۱ نمره	شهریور ۹۰	نقاطی از نمودار تابع $y = x^3 - 2x - 1$ را تعیین کنید که خط مماس بر منحنی در این نقاط موازی نیمساز ربع اول و سوم باشد.	۲
۱/۲۵ نمره	دی ۹۰	معادله ی خط قائم بر نمودار تابع $f(x) = 2x^3 - 1$ را در نقطه ای به طول ۱ به دست آورید.	۳
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۱	معادله ی خط قائم بر نمودار تابع $f(x) = 2x^3 - x$ را در نقطه ای به طول ۱ واقع بر منحنی به دست آورید.	۴
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۲	معادله خط مماس بر نمودار تابع $y = \frac{x}{x-2}$ را در نقطه ی $A(3,3)$ به دست آورید.	۵
۱/۲۵ نمره	شهریور ۹۲	نقطه ای از نمودار تابع $y = x^2 + 3x$ را تعیین کنید که خط مماس بر منحنی تابع، در این نقطه موازی نیمساز ربع اول و سوم باشد.	۶

۱/۵ نمره	خرداد ۹۳	با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = x^3$ را در نقطه ی $x = a$ حساب کنید. سپس معادله ی خط قائم بر نمودار تابع را در نقطه ی $A(1,1)$ به دست آورید.	۷
۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۳	در چه نقاطی از بازه ی $[0, 2\pi]$ ، خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \sin x$ موازی محور $x$ ها است.	۸
۱/۵ نمره	شهریور ۹۳	معادله ی خط قائم بر منحنی تابع $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ را در نقطه ای به طول $x = 2$ بیابید.	۹
۱/۵ نمره	شهریور ۹۴	معادله ی خط قائم بر منحنی تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ را در نقطه ای به طول ۱ بنویسید.	۱۰

تهیه کننده:

جابر عامری

دبیر ریاضی شهرستان های اهواز و باوی و عضو گروه متوسطه ی دوم استان خوزستان

مشتق تابع در یک نقطه

نوبت برگزاری	متن سوال	
شهریور ۹۰	$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+1 - 3}{x-2} =$ $f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 - (x+1)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x+2}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-1}{x(x+1)} = \frac{-1}{9} \quad (0/25)$	۱
شهریور ۹۱	$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \quad (0/25) \rightarrow$ $f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{6 - 2x}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-2}{3x} \quad (0/25) = -\frac{2}{9} \quad (0/25)$	۲
دی ۹۱	$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \rightarrow f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} \quad (0/5)$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x - 1} \quad (0/25)$ $= \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + x + 1) = 3 \quad (0/5)$	۳
شهریور ۹۲	$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \rightarrow f'(5) = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5} \quad (0/5) = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5} \quad (0/25) =$ $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{(x-5)(x+5)}{x-5} \quad (0/25) = 10 \quad (0/25)$	۴

شهریور ۹۲	$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x+1}) - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x - 1} \times \frac{\sqrt{x+1} + 1}{\sqrt{x+1} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{(x - 1)(\sqrt{x+1})} = \frac{1}{\sqrt{2}}$	۵
خرداد ۹۴	$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^r + 1 - (a^r + 1)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x - a)(x + a)}{x - a} = 2a \quad (./\ 25)$	۶
مشتق های یک طرفه و مشتق پذیری		
دی ۸۹	$f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^r + 1 - 0}{x + 1} = 2$ $f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^r - 1 - 0}{x + 1} = -2$ <p style="text-align: center;">چون <math>f'_+(-1) \neq f'_-(-1)</math> پس تابع <math>f</math> در <math>x = -1</math> مشتق پذیر نیست. (./ 25)</p>	۱
خرداد ۹۱	$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin \frac{1}{x} - 0}{x} \quad (./\ 25) = \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} = \text{وجود ندارد} \quad (./\ 25) \quad \text{خیر} \quad (./\ 25)$	۲
خرداد ۹۲	<p style="text-align: center;">مشتق چپ : <math>f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x - 2  - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)}{x - 2} = -1 \quad (./\ 25)</math></p> <p style="text-align: center;">مشتق راست : <math>f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ x - 2  - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x - 2)}{x - 2} = 1 \quad (./\ 25)</math></p>	۳

دی ۹۲	<p>مشتق پذیر نیست (۰/۲۵) زیرا</p> $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = 2 \quad (۰/۲۵) \quad , \quad f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2(x-1)}{x-1} = 2 \quad (۰/۲۵)$	۴
دی ۹۳	<p>مشتق پذیر نیست (۰/۲۵) زیرا:</p> $f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ x-2  - 0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2}{x-2} = 1 \quad (۰/۲۵) \quad , \quad f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = -1 \quad (۰/۲۵)$	۵
شهریور ۹۴	<p>تابع مشتق پذیر نیست (۰/۲۵)</p> $f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x x-2  - 0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x(x-2)}{x-2} = 2 \quad (۰/۲۵)$ $f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x(x-2)}{x-2} = -2 \quad (۰/۲۵)$ <p>مفهوم مشتق راست و چپ صفحات ۱۶۵ و ۱۶۶</p>	۶
<b>قضایای مشتق</b>		
خرداد ۹۰	$\left(\frac{1}{f}\right)'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{f(a+h)} - \frac{1}{f(a)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{f(a) - f(a+h)}{f(a+h)f(a)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a) - f(a+h)}{h f(a+h)f(a)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-f'(a)}{f(a+h)f(a)} = \frac{-f'(a)}{f^2(a)}$	۱
دی ۹۰	$(cf)'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(cf)(x) - (cf)(a)}{x-a} \quad (۰/۲۵) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{cf(x) - cf(a)}{x-a} \quad (۰/۲۵)$ $= \lim_{x \rightarrow a} \frac{c(f(x) - f(a))}{x-a} = c \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x-a} = cf'(a) \quad (۰/۲۵)$	۲

دی ۹۴	$g'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(a+h) - g(a)}{h} \quad (./\delta) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) + b - (f(a) + b)}{h} \quad (./\delta)$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(f(a+h) - f(a))}{h} = f'(a) \quad (./\delta)$	۳
فرمول های مشتق گیری		
دی ۸۹	<p>الف) <math display="block">f'(x) = \frac{(x+1)' \sqrt{x+1} - (\sqrt{x+1})'(x+1)}{(\sqrt{x+1})^2} = \frac{\sqrt{x+1} - \frac{1}{2\sqrt{x+1}}(x+1)}{x+1} \quad (./\delta)</math></p> <p>ب) <math display="block">g'(x) = (1 + \sin x)' \tan^{-1} x + (\tan^{-1} x)' (1 + \sin x) \quad (./\delta)</math></p> <p>ج) <math display="block">g'(x) = (\cos x) \tan^{-1} x + \left(\frac{1}{1+x^2}\right) (1 + \sin x) \quad (./\delta)</math></p>	۱
خرداد ۹۰	<p>الف) <math display="block">f'(x) = \frac{2(6x)(3x^2 - 1)^2(x+1) - 1 \times (3x^2 - 1)^2}{(x+1)^2} \quad (./\delta)</math></p> <p>ب) <math display="block">g'(x) = \frac{6 \sin 3x}{2\sqrt{1-2\cos 3x}} \quad (./\delta)</math></p> <p>ج) <math display="block">k'(x) = \frac{2}{1+x^2} + \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{4}{x^2} \quad (./\delta)</math></p>	۲
شهریور ۹۰	<p>الف) <math display="block">f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+5}} \cos \sqrt{2x+5} \quad (./\delta)</math></p> <p>ب) <math display="block">g'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(2x+1)^2 - 2(2)(2x+1)^2 \sqrt{x}}{(2x+1)^2} \quad (./\delta)</math></p> <p>ج) <math display="block">k'(x) = (1 + \tan^2 x) \cos^{-1} x + \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} (1 + \tan x) \quad (./\delta)</math></p>	۳

<p>دی ۹۰</p>	<p>الف) <math>y' = \frac{6x(x^2 + 2) - 3x^2(3x^2 + 1)}{(x^2 + 2)^2} \quad (0/5)</math></p> <p>ب) <math>y' = \frac{3 \tan^2 x (1 + \tan^2 x)}{(0/5)} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (0/5)</math></p> <p>ج) <math>y' = \frac{(\Delta x^2 + 2 \sin 2x)}{2 \sqrt{(x^2 - \cos 2x)^2}} \quad (0/5)</math></p>	<p>۴</p>
<p>خرداد ۹۱</p>	<p>الف) <math>y' = 3x^2 - \frac{1}{x^2} \quad (0/5)</math></p> <p>ب) <math>y' = 2x^2 \times 2x \times (2x-5)^2 + \frac{1}{2\sqrt{x^2}} \quad (0/5)</math></p> <p>ج) <math>y' = \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}} \cos \sqrt{x}\right)(1+x^2) - (2x)(\sin \sqrt{x})}{(1+x^2)^2} \quad (0/25)</math></p>	<p>۵</p>
<p>شهریور ۹۱</p>	<p>الف) <math>y' = \Delta(2x+3)^2 (\sin x) + (\cos x)(2x+3)^2 \quad (0/5)</math></p> <p>ب) <math>y' = \frac{-1}{(x+1)^2} + \frac{1}{1+x^2} \quad (0/5)</math></p> <p>ج) <math>y' = \frac{10x}{2 \sqrt{(\Delta x^2 - 1)^2}} \quad (0/25)</math></p>	<p>۶</p>
<p>دی ۹۱</p>	<p>الف) <math>y' = \frac{2x(x-1) - 1(x^2 + 5)}{(x-1)^2} \quad (0/25)</math></p> <p>ب) <math>y' = \cos x(1 + \cos x) + (-\sin x)(\sin x) \quad (0/75)</math></p> <p>ج) <math>y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (1)</math></p>	<p>۷</p>

<p style="text-align: center;">خرداد ۹۲</p>	<p>الف) <math>y' = \frac{1 \times (x^5 + 1) + (\Delta x^5) \times x}{(\cdot/25)}</math></p> <p>ب) <math>y' = 3 \times \cos x \times \sin^2 x \quad (\cdot/5)</math></p> <p>ج) <math>y' = \frac{1}{3 \sqrt{x^2}} + \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}</math></p>	۸
<p style="text-align: center;">شهریور ۹۲</p>	<p>الف) <math>y' = \frac{(3x^2) \times (3x-1) - (3)(x^2)}{(3x-1)^2} \quad (1)</math></p> <p>ب) <math>y' = \frac{\Delta \times \cos \Delta x}{2 \sqrt{\sin \Delta x}} \quad (\cdot/75)</math></p> <p>ج) <math>y' = 2 \times \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (\cdot/75)</math></p>	۹
<p style="text-align: center;">دی ۹۲</p>	<p>الف) <math>f'(x) = \frac{(9x^2(\Delta x - 1) - \Delta(3x^2 + \Delta))}{(\Delta x - 1)^2} \quad (\cdot/5)</math></p> <p>ب) <math>g'(x) = \frac{10 \cos \Delta x}{(\cdot/25)} + \frac{-3}{\sqrt{1-x^2}} \quad (\cdot/25)</math></p>	۱۰
<p style="text-align: center;">دی ۹۲</p>	<p><math>f'(x) = \frac{2 (\cdot/25)}{2 \sqrt{2x+1} (\cdot/25)} \Rightarrow f'(4) = \frac{1}{3} \quad (\cdot/25)</math></p>	۱۱
<p style="text-align: center;">خرداد ۹۳</p>	<p>الف) <math>y' = \frac{9x^2 (2x+1) - 2 (3x^2-1)}{(2x+1)^2} \quad (\cdot/25)</math></p> <p>ب) <math>y' = \frac{3 (x^2+1)^2}{(\cdot/25)} \times \frac{2x}{(\cdot/25)}</math></p> <p>ج) <math>y' = \frac{2}{1+x^2} \quad (\cdot/5)</math></p>	۱۲

شهریور ۹۳	$\text{الف) } y' = \underbrace{3}_{(./25)} \times \underbrace{(3x^2 - \sqrt{x} + 5)^2}_{(./25)} \times \underbrace{\left(6x - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}_{(./5)}$ $\text{ب) } y' = \underbrace{3 \times \cos(4x^2 + 1)}_{(./25)} = \underbrace{(12x^2)}_{(./25)} \times \underbrace{\sin(4x^2 + 1)}_{(./25)} \times \underbrace{(2x + 5)}_{(./5)}$	۱۳
دی ۹۳	$\text{الف) } f'(x) = \underbrace{(6x + 5)}_{(./5)} \times \underbrace{(4x^2 + \sin x)}_{(./25)} + \underbrace{(3x^2 + 5x)}_{(./25)} \times \underbrace{(4x + \cos x)}_{(./5)}$ $\text{ب) } g'(x) = \frac{-2x \cdot (./25)}{2\sqrt{4-x^2} \cdot (./25)} + \frac{2 \cdot (./25)}{\sqrt{1-x^2} \cdot (./5)}$	۱۴
خرداد ۹۴	$\text{الف) } y' = \underbrace{(2 \cdot x^2)}_{(./5)} (\cos x) - \underbrace{(\sin x)}_{(./5)} (4x^5 + 2)$ $\text{ب) } y' = \frac{2x + \cos x \cdot (./5)}{3^2 \sqrt{(x^2 + \sin x - 1)^2} \cdot (./5)}$ $\text{ج) } y' = 2 \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot (./5)$ <p style="text-align: right;">قواعد مشتق گیری صفحات ۱۷۱ تا ۱۷۷</p>	۱۵
شهریور ۹۴	$\text{الف) } f'(x) = \underbrace{(\sin^{-1} x)}_{(./5)} \underbrace{(3x^2 + 5)}_{(./25)} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} (x^2 + 5x)$ $\text{ب) } g'(x) = \frac{5}{(./25)} \underbrace{(\tan x + 3x^2)^2}_{(./25)} \underbrace{((1 + \tan^2 x) + 6x)}_{(./5)}$	۱۶
دی ۹۴	$\text{الف) } y' = \frac{1 \times (-\sin x) \cdot (./25)}{2\sqrt{\cos^2 x} \cdot (./25)} + \frac{2 \cdot (./25)}{\sqrt{1-x^2} \cdot (./25)}$ $\text{ب) } y' = 5 \underbrace{(2x - x^2)^2}_{(./25)} \underbrace{(2 - 2x^2)}_{(./25)} \left( \underbrace{\sqrt{2x}}_{(./25)} + \frac{2}{2\sqrt{2x}} \right) \underbrace{(2x - x^2)^5}_{(./25)}$	۱۷

دی ۸۹	$s(p) = \frac{p^2}{4\pi} \Rightarrow s'(p) = \frac{p}{2\pi} \Rightarrow s'(\Delta\pi) = \frac{\Delta\pi}{2\pi} = \frac{\Delta}{2}$ <p style="text-align: center;">(./۲۵)      (./۲۵)      (./۲۵)      (./۲۵)</p>	۱
خرداد ۹۰	$s = x^2, p = 4x \text{ (./۲۵)} \Rightarrow x = \frac{p}{4} \text{ (./۲۵)} \Rightarrow s = \frac{p^2}{16} \text{ (./۲۵)} \Rightarrow s'(p) = \frac{p}{8} \text{ (./۲۵)} \Rightarrow s'_{(۱۶)} = 2 \text{ (./۲۵)}$	۲
شهریور ۹۱	<p>اگر ضلع مربع را <math>x</math> در نظر بگیریم و مساحت را با <math>s</math> و محیط را با <math>p</math> نشان دهیم آن گاه:</p> $\left. \begin{array}{l} s = x^2 \rightarrow x = \sqrt{s} \\ p = 4x \end{array} \right\} \rightarrow p(s) = 4\sqrt{s} \text{ (./۵)} \rightarrow p'(s) = \frac{2}{\sqrt{s}} \text{ (./۲۵)} \rightarrow p'(9) = \frac{2}{3} \text{ (./۲۵)}$	۳
دی ۹۱	<p>اگر مساحت دایره را با <math>s</math> و محیط آن را با <math>p</math> نشان دهیم آن گاه:</p> $\left. \begin{array}{l} p = 2\pi r \\ s = \pi r^2 \end{array} \right\} \Rightarrow s(p) = \frac{1}{4\pi} p^2 \text{ (./۷۵)}$ $s'(p) = \frac{1}{2\pi} p \text{ (./۲۵)} \rightarrow s'(2\pi) = \frac{1}{2} \text{ (./۲۵)}$	۴
دی ۹۲	$S(r) = \pi r^2 \text{ (./۲۵)} \Rightarrow S'(r) = 2\pi r \text{ (./۲۵)} \Rightarrow S'(2) = 4\pi \text{ (./۵)}$	۵
دی ۹۳	$S(r) = \pi r^2 \text{ (./۲۵)}, P(r) = 2\pi r \Rightarrow S(p) = \frac{1}{4\pi} P^2 \text{ (./۲۵)} \Rightarrow S'(P) = \frac{P}{2\pi} \text{ (./۲۵)} \Rightarrow S'(2\pi) = \frac{1}{2} \text{ (./۲۵)}$	۶
خرداد ۹۴	$S(R) = \pi R^2 \text{ (./۲۵)} \Rightarrow S'(R) = 2\pi R \text{ (./۲۵)} \Rightarrow S'(4) = 8\pi \text{ (./۵)}$	۷

دی ۹۴	$P = 2\pi R \quad (./25)$ $S = \pi R^2 \rightarrow R^2 = \frac{S}{\pi} \rightarrow R = \sqrt{\frac{S}{\pi}} \quad (./25)$ $P = 2\pi \sqrt{\frac{S}{\pi}} \rightarrow P'(S) = 2\pi \frac{1}{2\sqrt{\pi S}} \xrightarrow{S=2\pi} \frac{\pi}{\sqrt{\pi \times 2\pi}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (./25)$ <p style="text-align: center;">(./5)</p>	۸
	خط مماس و خط قائم	
دی ۸۹	$y' = \frac{-1}{x^2} \Rightarrow m = f'(1) = \frac{-1}{1^2} \Rightarrow m = -1$ <p style="text-align: center;">(./5) (./25)</p>	۱
شهریور ۹۰	$y' = 2x^2 - 2 \quad (./25)$ $y = x \Rightarrow m = 1 \quad (./25)$ $\left. \begin{array}{l} y' = 2x^2 - 2 \\ y = x \Rightarrow m = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 2x^2 - 2 = 1$ $x^2 = 1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -2 \quad (./25)$ $x = -1 \Rightarrow y = 0 \quad (./25)$	۲
دی ۹۰	$f'(x) = 6x^2 \quad (./25) \quad m = \frac{-1}{f'(1)} = \frac{-1}{6} \quad (./5) \quad f(1) = 1 \quad (./25)$ $y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y = \frac{-1}{6}x + \frac{7}{6} \quad (./25)$	۳
خرداد ۹۱	$f(1) = 2(1)^2 - 1 = 1 \quad (./25) \quad y' = 6x^2 - 1 \quad (./25)$ $m = -\frac{1}{f'(1)} = -\frac{1}{5} \quad (./25) \quad y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - 1 = -\frac{1}{5}(x - 1) \quad (./5)$	۴
خرداد ۹۲	$y' = \frac{(x-2)-x}{(x-2)^2} \quad (./5) \Rightarrow m = f'(3) = \frac{-2}{1} = -2 \quad (./25)$ $y - y_0 = m(x - x_0) \quad (./25) \rightarrow y - 3 = -2(x - 3) \rightarrow y = -2x + 9 \quad (./25)$	۵

شهریور ۹۲	$y = x \rightarrow m_1 = 1 \text{ (./۲۵)}$ $y' = 2x + 3 \text{ (./۲۵)} \rightarrow m_2 = 2a + 3 \left. \vphantom{y' = 2x + 3} \right\} \rightarrow 2a + 3 = 1 \text{ (./۲۵)} \rightarrow a = -1 \text{ (./۲۵)} \rightarrow A(-1, -2) \text{ (./۲۵)}$	۶
خرداد ۹۳	$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x - a)(x + a)}{x - a} \text{ (./۲۵)} = 2a \text{ (./۲۵)}$ $m_1 = 2 \text{ (./۲۵)} \Rightarrow m_2 = -\frac{1}{3} \text{ (./۲۵)} \Rightarrow y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 1) \text{ (./۲۵)}$	۷
خرداد ۹۳	$f'(x) = \cos x = 0 \text{ (./۲۵)} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \text{ (./۵)} \Rightarrow \left(\frac{\pi}{2}, 1\right) \text{ (./۲۵)}, \left(\frac{3\pi}{2}, -1\right) \text{ (./۲۵)}$	۸
شهریور ۹۳	$f(2) = 4 \text{ (./۲۵)} \Rightarrow f'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2} \text{ (./۵)} \Rightarrow m = f'(2) = -3 \text{ (./۲۵)} \Rightarrow m = \frac{1}{3} \text{ (./۲۵)}$ $y - 4 = \frac{1}{3}(x - 2) \text{ (./۲۵)} \text{ معادله‌ی خط قائم}$	۹
شهریور ۹۴	$y' = \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(\sqrt{x} + 1)^2} \text{ (./۵)}$ $m = -\frac{1}{8} \text{ (./۲۵)} \Rightarrow m' = 8 \text{ (./۲۵)}, x = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{4} \text{ (./۲۵)} \Rightarrow y - \frac{1}{4} = 8(x - 1) \text{ (./۲۵)}$	۱۰

تهیه کننده: احمد عچرش کلاس سوم ریاضی دبیرستان امام حسین (ع)



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

[@riazisara](https://t.me/riazisara)