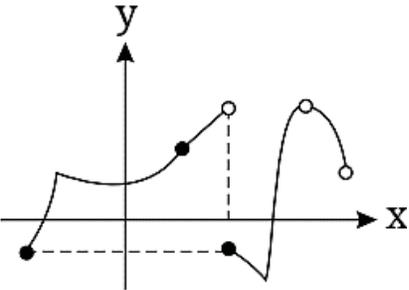
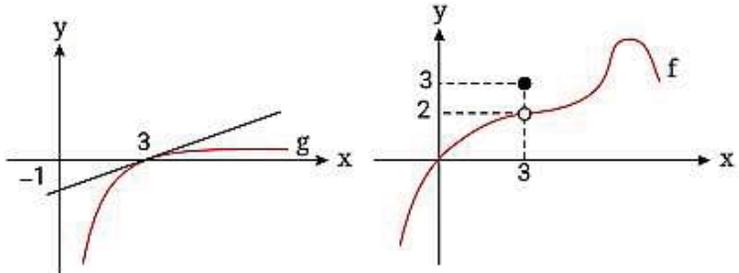


تعداد صفحات: ۴	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ (شبییه ساز ۶)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/??	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

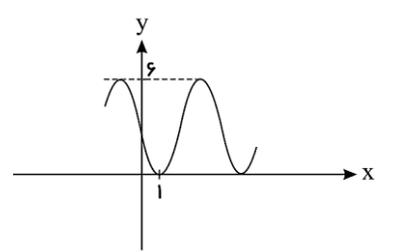
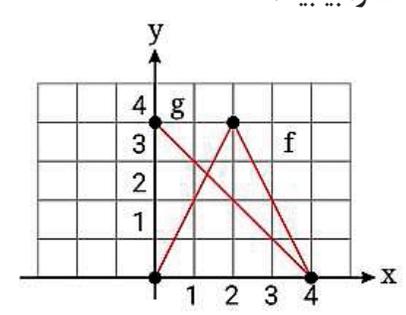
ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	(استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد)	نمره
------	-------------------------	---	------

۱	<p>درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تابع $f(x) = \frac{1}{x-1}$ در تمام دامنه خود یکنواست.</p> <p>ب) تابع $f(x) = [x]$ تابعی ثابت است.</p> <p>پ) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log x$ برابر است با $-\infty$.</p> <p>ت) معادله $\sqrt{\lambda} \cos x - \sqrt{2} = 0$ در بازه $[-3\pi, \pi]$ دو جواب دارد.</p>	۱
---	---	---

۲	<p>گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>الف) تابع f نمودار آن به شکل زیر است، نقطه بحرانی و ماکزیمم نسبی و مینیمم نسبی دارد.</p>  <p>ب) نمودار تابع f و g به صورت زیر است. مقدار مشتق تابع $f \cdot g$ در $x = 3$ کدام است؟</p> 	۲
---	---	---

ادامه سؤالات در صفحه دوم

تعداد صفحات: ۴	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ (شبییه سازد)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/??	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می‌باشد	نمره
۲	<p>پ) دوره تناوب توابع $f(x) = 2x - [2x]$ و $g(x) = 2x - 2[x]$ به ترتیب کدام است؟</p> <p>(۱) ۱، ۱ (۲) $1, -\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}, 1$ (۴) $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$</p> <p>ت) دوره تناوب تابع $y = \sin^3 x - 1 + \cos^3 x$ کدام است؟</p> <p>(۱) $\frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{2\pi}{3}$ (۴) 2π</p>		
۳	<p>تابع $f(x) = (x-1)^3 - 1$ مفروض است.</p> <p>الف) نمودار تابع را رسم کنید و مشخص کنید آیا تابع f وارون پذیر است؟</p> <p>ب) در صورت وارون پذیر بودن، نمودار تابع f^{-1} را رسم کنید.</p>		۱
۴	<p>اگر f روی \mathbb{R} اکیداً نزولی و عبارت $f(-x+2) - f(2x+7)$ نامثبت باشد، حدود x را بیابید.</p>		۰/۵
۵	<p>اگر نمودار تابع $f(x) = a \sin bx + c$ به صورت زیر باشد، ضابطه تابع را بیابید.</p> 		۰/۷۵
۶	<p>حد زیر را محاسبه کنید.</p> $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5} - 3}{\sqrt[3]{2x-2}}$		۱/۷۵
۷	<p>نمودار تابع f, g را در شکل مقابل در نظر بگیرید. اگر $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ باشد، $h'(1)$ را بیابید.</p> 		۱

ادامه سؤالات در صفحه سوم

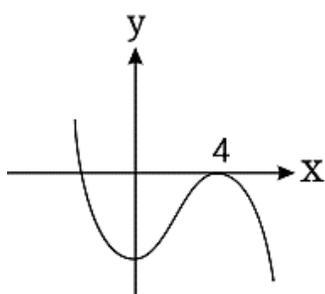
تعداد صفحه: ۴	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ (شبییه ساز) (۶)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/??	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
گروه آموزشی - مشاوره‌ای اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

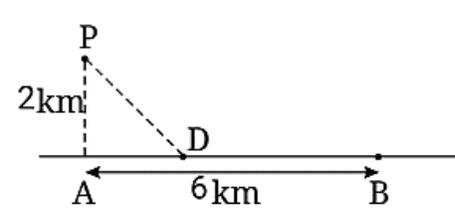
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	(استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد)	نمره
------	-------------------------	---	------

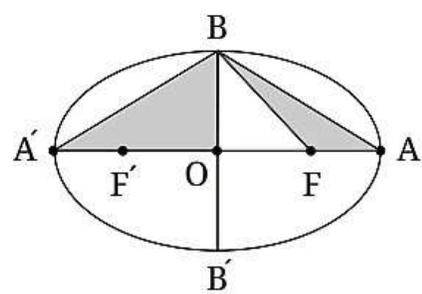
۸	با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = x^3 + 2$ را در نقطه a بیابید.		۱
---	--	--	---

۹	مختصات نقطه‌ای از منحنی $y = \frac{x-3}{x-1}$ که مماس در آنها بر منحنی، موازی خط $y = \frac{1}{2}x + 5$ باشد را به دست آورید.		۱/۵
---	---	--	-----

۱۰	آهنگ لحظه‌ای تغییر مساحت یک مربع به ضلع x را نسبت به محیط آن بیابید.		۱
----	--	--	---

۱۱	شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه $y = ax^3 + bx^2 - 16$ است، a را به دست آورید.		۱/۲۵
----	---	---	------

۱۲	پارسا درون قایقی در نقطه P قرار دارد که فاصله آن از نزدیک‌ترین نقطه A ساحل یعنی نقطه معادل ۲ کیلومتر است. او می‌خواهد به نقطه B در ساحل برسد که در ۶ کیلومتری A قرار دارد. فرض کنید سرعت حرکت قایق $\frac{2}{h}$ km و سرعت پیاده‌روی پارسا در ساحل $\frac{3}{h}$ km باشد. اگر او بخواهد در کوتاه‌ترین زمان ممکن به B برسد در چه نقطه‌ای از ساحل باید پیاده شده و به سوی B پیاده‌روی کند؟		۱/۷۵
----	--	---	------

۱۳	در بیضی زیر اگر مساحت مثلث BAF یک سوم مساحت مثلث $A'OB$ باشد و طول قطر کوچک بیضی ۴ باشد، خروج از مرکز و طول قطر بزرگ بیضی را بیابید.		۱/۷۵
----	--	---	------

ادامه سؤالات در صفحه چهارم

تعداد صفحه: ۴	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ (شبییه ساز ۶)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/??	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	(استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می‌باشد)	نمره
۱۴	حجم حاصل از دوران شکل مقابل حول OB چقدر است؟		۱
۱۵	مقدار k را طوری تعیین کنید که شعاع دایره $x^2 + y^2 - 8x + 10y + k = 0$ برابر با ۷ باشد.		۰/۷۵
۱۶	در یک جعبه ۵ ساعت دیواری از نوع A، ۲ تا از نوع B و ۱۵ تا از نوع C وجود دارد و احتمال اینکه عمر آنها از ۱۰ سال بیشتر باشد برای نوع A، $\frac{4}{5}$ ، برای نوع B، $\frac{9}{10}$ و برای نوع C، $\frac{1}{2}$ است. به تصادف یک ساعت از کارتن بیرون می‌آوریم. با چه احتمالی عمر این ساعت بیش از ۱۰ سال است؟		۲
موفق باشید		۲۰ نمره	

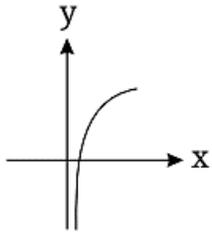
تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبهه ساز ۶)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

نمره	ردیف
------	------

الف) نادرست - در شاخه‌های خود یکنواست.

ب) نادرست - صعودی است.

پ) درست - پایه لگاریتم بزرگتر از «۱» است و نمودار آن به صورت اکیداً صعودی است و در همسایگی راست صفر داریم:



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \log x = -\infty$$

ت) نادرست - معادله را ساده‌تر می‌کنیم پس

$$\sqrt{\lambda} \cos x = \sqrt{2} \Rightarrow \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad k \in \mathbb{Z}$$

k	۰	۱	-۱
x	$\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}$	$2\pi + \frac{\pi}{4}$	$-2\pi + \frac{\pi}{4}$
	✓✓	$2\pi - \frac{\pi}{4}$	$-2\pi - \frac{\pi}{4}$

(هر گزینه ۰/۲۵)

الف) گزینه «۳»

ب) گزینه «۲» وقتی عبارتی شامل صفر باشد یعنی به صورت ضرب $(x - a)$ در بقیه عوامل باشد آنگاه برای محاسبه مشتق در $x = a$ کافی است فقط از عامل صفر مشتق بگیریم و در حد بقیه عوامل غیر صفر در نقطه مورد نظر ضرب کنیم.

چون $g(3) = 0$ است کافی است $g'(3)$ که شیب خط مماس گذرنده از دو نقطه $A|_{-1}$ و $B|_{3}$ را به دست آوریم و در $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ضرب کنیم.

تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبهه ساز ۶)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		خرداد ماه سال ۱۴۰۳ دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور	

ردیف	نمره
------	------

$$\begin{cases} g'(3) = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{-1 - 0}{0 - 3} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3} \\ \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 2 \end{cases}$$

پ) گزینه ۲ می‌دانیم دوره تناوب تابعی به شکل کلی $f(x) = ax - [ax]$ برابر است با $T = \frac{1}{|a|}$

بنابراین دوره تناوب تابع $f(x) = 2x - [2x]$ برابر است با $T = \frac{1}{2}$

و دوره تناوب تابع $g(x) = 2(x - [x])$ برابر است با $T = 1$

توجه شود که ضریب ۲ در تابع g که پشت پرانتز قرار دارد، یک انبساط عرضی در راستای محور y ها ایجاد می‌کند؛ بنابراین در تناوب تابع تأثیری ندارد. به عبارت دیگر دوره تناوب تابعی به شکل $f(x) = k(ax - [ax])$ نیز برابر

$$T = \frac{1}{|a|} \text{ است با}$$

ت) گزینه ۳

$$y = \cos ax \rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|}, \quad y = |\cos ax| \rightarrow T = \frac{\pi}{|a|} \text{ می‌دانیم:}$$

عبارت $\sin^3 x - 1$ عبارتی همواره نامثبت است، پس:

$$y = -\sin^3 x + 1 + |\cos^3 x|$$

$$\sin^3 x \Rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{3}$$

$$|\cos^3 x| \Rightarrow T_2 = \frac{\pi}{3}$$

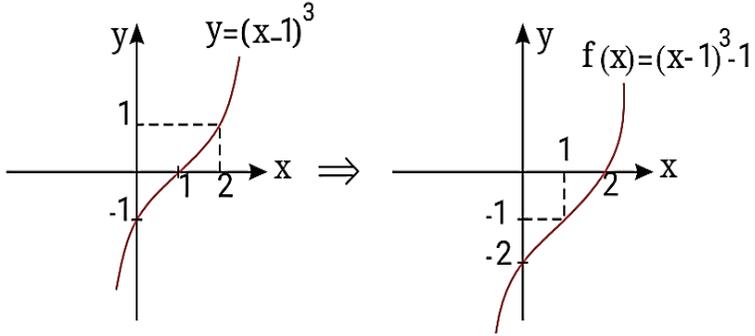
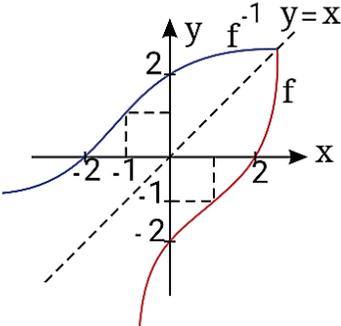
ک. م. م T_1 و T_2 برابر است با:

$$T = \frac{2\pi}{3}$$

(هر گزینه ۰/۵)

تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبهه ساز ۶)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

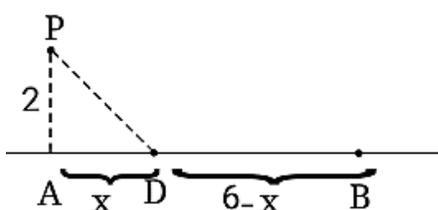
نمره	ردیف
------	------

۱	<p>الف) برای رسم $f(x) = (x-1)^3 - 1$ باید $y = x^3$ را یک واحد به راست و سپس یک واحد به پایین منتقل کنیم.</p>  <p>تابع f یک به یک است، زیرا هر خط افقی موازی محور xها نمودار تابع را در یک نقطه قطع می‌کند.</p> <p>ب) برای رسم f^{-1} باید نمودار f را نسبت به خط $y = x$ قرینه کنیم.</p> 	۳
۰/۱۵	<p>نکته: اگر f اکیداً نزولی و $f(a) \leq f(b)$ باشد، آنگاه $a \geq b$.</p> $f(-x+2) - f(2x+7) \leq 0 \Rightarrow f(2-x) \leq f(2x+7)$ <p style="text-align: center;">$\xrightarrow{f \text{ نزولی اکیداً}} 2-x \geq 2x+7 \Rightarrow 2-7 \geq 3x \Rightarrow 3x \leq -5 \Rightarrow x \leq -\frac{5}{3}$</p>	۴
۰/۷۵	$\frac{T}{4} = 1 \Rightarrow T = 4 \Rightarrow \frac{2\pi}{ b } = 4 \Rightarrow b = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2} \quad b > 0 \rightarrow b = \frac{\pi}{2}$ $\left. \begin{aligned} \max &= a + c = 6 \\ \min &= - a + c = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2c = 6 \Rightarrow c = 3 \rightarrow a = 3 \quad a < 0 \rightarrow a = -3$ $f(x) = -3 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) + 3$	۵

تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبهه ساز ۶)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

نمره	ردیف
۱/۷۵	۶
$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5}-3}{\sqrt[3]{2x}-2} = \frac{0}{0} \text{ مبهم}$ <p>برای رفع ابهام، عبارت را در مزدوج صورت، ضرب و تقسیم می‌کنیم و برای مخرج از اتحاد چاق و لاغر استفاده می‌کنیم:</p> $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$ $\text{پس: } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5}-3}{\sqrt[3]{2x}-2} \times \frac{\sqrt{x+5}+3}{\sqrt{x+5}+3} \times \frac{\sqrt[3]{4x^2+4+2\sqrt{2x}}}{\sqrt[3]{4x^2+4+2\sqrt{2x}}}$ $= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+5-9)(\sqrt[3]{4x^2+4+2\sqrt{2x}})}{(2x-8)(\sqrt{x+5}+3)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(\sqrt[3]{4x^2+4+2\sqrt{2x}})}{2(x-4)(\sqrt{x+5}+3)}$ $= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{4x^2+4+2\sqrt{2x}}}{2(\sqrt{x+5}+3)} = \frac{4+4+4}{2(6)} = \frac{12}{12} = 1$	
۱	۷
$h'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)} \Rightarrow h'(1) = \frac{f'(1)g(1) - f(1)g'(1)}{g^2(1)} = \frac{2 \times 3 - (2)(-1)}{9} = \frac{8}{9}$	
۱	۸
$f(x) = x^3 + 2, f(a) = a^3 + 2$ $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 + 2 - a^3 - 2}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)(x^2 + ax + a^2)}{x - a}$ $= \lim_{x \rightarrow a} (x^2 + ax + a^2) = a^2 + a^2 + a^2 = 3a^2 \Rightarrow f'(a) = 3a^2$	
۱/۵	۹
$y = \frac{1}{2}x + 5 \rightarrow m_{\text{خط}} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{موازی}} m_{\text{مماس}} = \frac{1}{2}$ <p>کافی است از تابع داده‌شده، مشتق گرفته و برابر با $\frac{1}{2}$ قرار دهیم.</p> $y' = \frac{1(x-1) - 1(x-3)}{(x-1)^2} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2}{(x-1)^2} \rightarrow (x-1)^2 = 4$	

تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبهه ساز ۶)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	نمره
۹	$\rightarrow \begin{cases} x-1=2 \rightarrow x=3 \xrightarrow{\text{تابع}} y=0 \rightarrow A \begin{vmatrix} 3 \\ \cdot \end{vmatrix} \\ x-1=-2 \rightarrow x=-1 \xrightarrow{\text{تابع}} y=2 \rightarrow A' \begin{vmatrix} -1 \\ 2 \end{vmatrix} \end{cases}$
۱۰	<p>آهنگ لحظه‌ای تغییر مساحت نسبت به تغییر محیط یعنی باید مشتق مساحت را نسبت به محیط به دست آوریم.</p> $S = x^2, P = 4x \Rightarrow x = \frac{1}{4}P$ $S = x^2, \left(\frac{1}{4}P\right)^2 \Rightarrow S = \frac{1}{16}P^2 \Rightarrow S'_P = \frac{1}{16} \times 2P = \frac{1}{8}P$
۱۱	<p>همان طور در نمودار تابع دیده می‌شود تابع دارای نقطه اکسترمم نسبی به مختصات $(4, 0)$ است.</p> <p>و می‌دانیم: اولاً مختصات نقطه اکسترمم نسبی در ضابطه تابع صدق می‌کند. ثانیاً طول نقطه اکسترمم نسبی همواره مشتق اول را صفر می‌کند.</p> $y = ax^3 + bx^2 - 16$ $y' = 3ax^2 + 2bx \xrightarrow{x=0} y' = 0 \xrightarrow{x=4} 48a + 8b = 0 \Rightarrow 6a + b = 0$ $\begin{aligned} \frac{(4, 0)}{0} = 64a + 16b - 16 &\Rightarrow 64a + 16b = 16 \xrightarrow{\div 16} \begin{cases} 4a + b = 1 \\ 6a + b = 0 \end{cases} \\ &\underline{\hspace{10em}} \\ 2a &= -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \end{aligned}$
۱۲	<p>اگر x مسافت طی شده با سرعت ثابت v در مدت زمان t باشد رابطه $x = v \cdot t$ یا $t = \frac{x}{v}$ برقرار است. حال داریم:</p> $PD^2 = x^2 + 2^2 \Rightarrow PD = \sqrt{x^2 + 4}$ 

تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبهه ساز)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

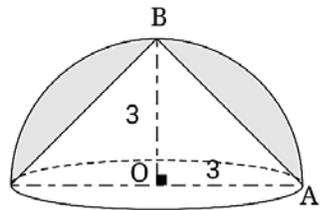
ردیف	نمره
------	------

	<p> PD زمان طی کردن $t_1 = \frac{PD}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + 4}$. DB زمان طی کردن $t_2 = \frac{BD}{3} = \frac{6-x}{3} = 2 - \frac{1}{3}x$ </p> <p> کل $t = t_1 + t_2 = \frac{1}{2}\sqrt{x^2 + 4} + 2 - \frac{1}{3}x, 0 \leq x \leq 6$ </p> <p> $t'(x) = \frac{1}{2} \times \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 4}} - \frac{1}{3} = \frac{3x - 2\sqrt{x^2 + 4}}{6\sqrt{x^2 + 4}} = 0 \Rightarrow 3x - 2\sqrt{x^2 + 4} = 0$ </p> <p> $\Rightarrow \frac{3}{2}x = \sqrt{x^2 + 4} \Rightarrow \frac{9}{4}x^2 = x^2 + 4 \Rightarrow \frac{5}{4}x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = \frac{16}{5} \Rightarrow x = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ </p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{4\sqrt{5}}{5}$</td> <td style="padding: 5px;">۶</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$t'(x)$</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$t(x)$</td> <td style="padding: 5px;">\searrow</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">\nearrow</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">به ازای $x = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ زمان رسیدن به B کمترین مقدار است.</p>	x	۰	$\frac{4\sqrt{5}}{5}$	۶	$t'(x)$	-	۰	+	$t(x)$	\searrow		\nearrow	۱۲
x	۰	$\frac{4\sqrt{5}}{5}$	۶											
$t'(x)$	-	۰	+											
$t(x)$	\searrow		\nearrow											

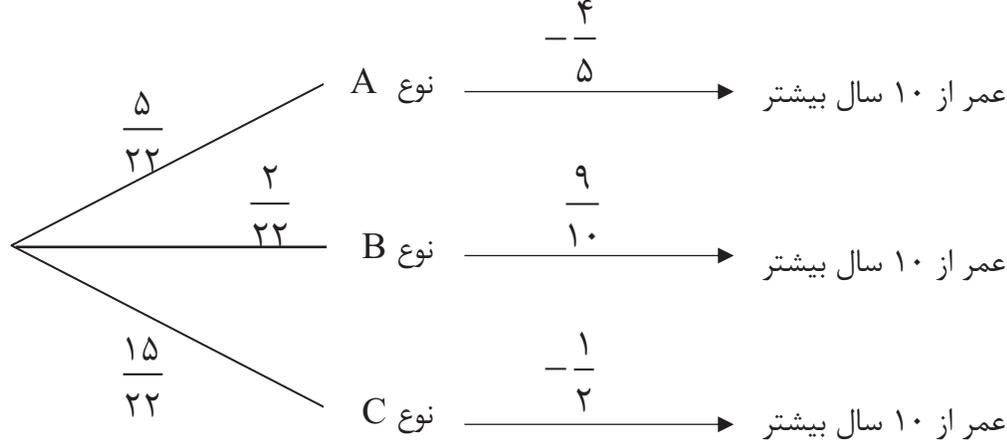
	<p>توجه کنید که $OA' = a, OB = b, AF = a - c$ است.</p> <p> $S_{\triangle A'OF} = 3S_{\triangle BAF} \rightarrow \frac{1}{2}OB \cdot OA' = 3 \times \frac{1}{2}OB \cdot AF$ </p> <p> $\rightarrow OA' = 3AF \rightarrow a = 3(a - c) \rightarrow a = 3a - 3c \rightarrow 2a = 3c \rightarrow a = \frac{3}{2}c$ </p> <p> $e = \frac{c}{a} \rightarrow e = \frac{c}{\frac{3}{2}c} \rightarrow e = \frac{2}{3}$ </p> <p> طول قطر کوچک $= 2c \rightarrow 2b = 4 \rightarrow b = 2$ </p> <p> $c^2 = a^2 - b^2 \rightarrow c^2 = \frac{9}{4}c^2 - 4 \rightarrow 4 = \frac{5}{4}c^2 \rightarrow 5c^2 = 16$ </p> <p> $\rightarrow c^2 = \frac{16}{5} \rightarrow c = \frac{4}{\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ $a = \frac{3}{2}c = \frac{3}{2} \times \frac{4\sqrt{5}}{5} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$ </p> <p> قطر بزرگ $= 2a = \frac{12\sqrt{5}}{5}$ </p>	۱۳
--	---	----

تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبهه ساز ۶)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

نمره	ردیف
------	------

۱	<p>حجم حاصل مطابق شکل برابر است با:</p> $V = V_{\text{نیم کره}} - V_{\text{مخروط}}$ $V = \frac{2}{3}\pi \times 3^3 - \frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 3 = \frac{1}{3}\pi \times 3^3 = 9\pi$  <p>نکته: حجم نیم کره به شعاع r برابر با $\frac{2}{3}\pi r^3$ است و حجم مخروط به شعاع r و ارتفاع h برابر با $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ است.</p>	۱۴
---	--	----

۰/۷۵	$R^2 = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4} \rightarrow 49 = \frac{64 + 100 - 4k}{4} \rightarrow 196 = 164 - 4k \rightarrow 4k = -32 \rightarrow k = -8$	۱۵
------	--	----

۲	 <p>عمر از ۱۰ سال بیشتر</p> <p>عمر از ۱۰ سال بیشتر</p> <p>عمر از ۱۰ سال بیشتر</p> $\text{احتمال مطلوب} = \left(\frac{5}{22} \times \frac{4}{5}\right) + \left(\frac{2}{22} \times \frac{9}{10}\right) + \left(\frac{15}{22} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{11} + \frac{9}{110} + \frac{15}{44} = \frac{40 + 9 + 33}{44} = \frac{82}{44} = \frac{41}{22}$	۱۶
---	---	----

۲۰ نمره	موفق باشید
---------	------------