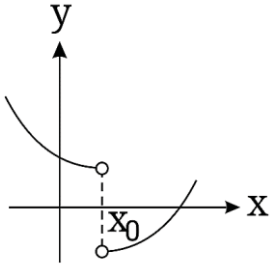






تعداد صفحات: ۳	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ (شبییه ساز ۵)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/??	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

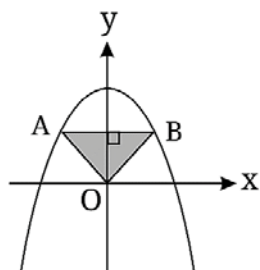
ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	(استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد)	نمره
------	-------------------------	---	------

۲	<p>گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>الف) نمودار تابع $y = \left \frac{1}{2}x \right - 2$ را، ۴ واحد به طرف Xهای منفی و یک واحد به طرف Yهای مثبت انتقال می دهیم. نمودار جدید و نمودار اولیه، با کدام طول متقاطع اند؟</p> <p>(۱) $-3/5$ (۲) -3 (۳) $-2/5$ (۴) -2</p> <p>ب) در تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{2}(2x+1)$، آهنگ متوسط تغییر تابع، از $x_1 = 4$ تا $x_2 = 12$، از آهنگ لحظه‌ای آن در $x = 4$، چقدر بیشتر است؟</p> <p>(۱) $\frac{7}{540}$ (۲) $\frac{11}{540}$ (۳) $\frac{7}{270}$ (۴) $\frac{11}{270}$</p> <p>پ) اگر $f(x) = x-2 + \sqrt{2x}$ حاصل $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(2+\Delta x) - f(2)}{\Delta x}$ کدام است؟</p> <p>(۱) -2 (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$</p> <p>ت) اگر شکل روبه‌رو نمودار مشتق تابع پیوسته f باشد، نمودار تابع f در نقطه x_0 چگونه است؟</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  </div> <div style="text-align: center;">  <p>(۱)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(۲)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(۳)</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>(۴)</p> </div> </div>	۱
	۰/۷۵	<p>با فرض $fog(x) = 3x + 4$ و $f(x) = 2 - \Delta x$، ضابطه تابع g را به دست آورید.</p>

ادامه سؤالات در صفحه دوم

تعداد صفحات: ۳	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ (شبهه ساز ۵)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/??	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۳	توابع f و g هر دو اکیداً نزولی هستند و تابع $f \circ g$ تعریف شده است. اگر $fog(m^2) = 2a - 1$ و $fog(m^2 + 1) = -a + 4$ باشند، حدود a را بیابید.	۰/۷۵
۴	اگر دوره تناوب تابع $f(x) = \sqrt{\sin^2(ax)}$ برابر $\frac{\pi}{2}$ باشد، مقدار a را بیابید.	۱
۵	اگر $\frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{5\pi}{6}$ و $\tan \alpha = \frac{2m-1}{3}$ ، آنگاه حدود m را بیابید.	۱
۶	اگر $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x+1}{x^2+mx+n} = -\infty$ آنگاه m و n را بیابید.	۰/۷۵
۷	اگر $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ x^2-4 }{ax^2-x+2} = -1$ آنگاه حد راست این عبارت در نقطه $x = -2$ چقدر است؟	۱/۲۵
۸	مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}$ را در $x = 0$ بررسی کنید.	۱/۵
۹	معادله خط مماس بر منحنی $f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$ را در نقطه‌ای به عرض ۹ واقع بر منحنی بنویسید.	۱
۱۰	توابع $f(x) = \frac{x}{x+1}$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ مفروض هستند، مشتق تابع $f \circ g$ را بیابید.	۱/۵
۱۱	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^2 + x+1 $ را در بازه $[-2, 2]$ بیابید.	۱/۵
۱۲	در سهمی به معادله $y = 27 - x^2$ مثلث متساوی‌الساقین OAB محاط شده است. ماکزیمم مساحت این مثلث چقدر است؟	۱/۵



ادامه سوالات در صفحه سوم

تعداد صفحه: ۳	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ (شبییه ساز ۵)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/??	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	
نمره	سوالات (پاسخ نامه دارد)		ردیف
	(استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می‌باشد)		
۱	مساحت سطح مقطع یک مکعب به طول یال ۶ واحد با صفحه‌ای گذرنده بر انتهای ۳ یال آن که در یک رأس مشترک باشند. چند واحد مربع است؟		۱۳
۱	یک بیضی بر چهار خط $X = -1$ و $y = -4$ و $y = 6$ مماس است. مختصات کانون‌ها و مرکز تقارن بیضی را پیدا کنید.		۱۴
۱/۵	فاصله نزدیک‌ترین نقاط دایره به معادله $C: x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4$ از خط d به معادله $3x + 4y = 15$ چقدر است؟		۱۵
۲	مینا در انتخاب رشته خود برای تحصیل در دبیرستان بین سه رشته ریاضی، تجربی و انسانی مردد است. اگر او رشته ریاضی را انتخاب کند، به احتمال ۰/۴۵، اگر تجربی را انتخاب کند به احتمال ۰/۱ و اگر انسانی را انتخاب کند به احتمال ۰/۳ در آزمون ورودی دانشگاه پذیرفته خواهد شد. اگر احتمال اینکه او رشته ریاضی را انتخاب کند ۰/۱، احتمال اینکه رشته تجربی را انتخاب کند ۰/۶ و احتمال اینکه رشته انسانی را انتخاب کند ۰/۳ باشد، با چه احتمالی در دانشگاه پذیرفته خواهد شد؟		۱۶
۲۰ نمره	موفق باشید		

تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبهه ساز)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	
نمره			ردیف

الف) گزینه ۲ اگر نمودار تابع $y = \left| \frac{1}{2}x \right| - 2$ را ۴ واحد به سمت چپ منتقل کنیم معادله به صورت

$$y = \left| \frac{1}{2}(x + 4) \right| - 2 + 1$$

درمی‌آید.

$$\begin{cases} y_{\text{قدیم}} = \left| \frac{1}{2}x \right| - 2 \\ y_{\text{جدید}} = y = \left| \frac{1}{2}x + 2 \right| - 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{تلاقی}} \left| \frac{1}{2}x \right| - 2 = \left| \frac{1}{2}x + 2 \right| - 1$$

$$\xrightarrow{\times 2} |x| - 4 = |x + 4| - 2 \Rightarrow |x| - |x + 4| = 2 \xrightarrow{\text{مشاهده گزینه‌ها}} x = -3$$

ب) گزینه ۲

$$f(x) = (2x + 1)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2x + 1}}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{آهنگ متوسط از ۴ تا ۱۲} &= \frac{f(12) - f(4)}{12 - 4} = \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{3}}{8} = \frac{-\frac{2}{15}}{\frac{8}{1}} = -\frac{1}{60} \\ \text{مشتق = آهنگ لحظه‌ای} &= \frac{-2}{2\sqrt{2x+1}} \Big|_{x=4} = \frac{-2}{9} = -\frac{1}{27} \end{aligned} \right\} \Rightarrow -\frac{1}{60} \left(-\frac{1}{27} \right) = \frac{11}{540}$$

پ) گزینه ۲

$$\text{می‌دانیم که } \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(2 + \Delta x) - f(2)}{\Delta x} = f'_-(2) \text{ است.}$$

دقت کنید وقتی $x \rightarrow 2^-$ داخل قدر مطلق منفی است پس داریم:

تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبهه ساز)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

نمره	ردیف
	۱
	۲
۰/۷۵	۳
۱	۴

$$f(x) = -x + 2 + \sqrt{2x} \Rightarrow f'(x) = -1 + \frac{1(2)}{2\sqrt{2x}} \Rightarrow f'_-(x) = -1 + \frac{1}{2} = \frac{-1}{2}$$

ت) گزینه ۴: سمت چپ X_1 ، f' نزولی پس f'' منفی و جهت تقعر روبه پایین است و در سمت راست X_2 ، f' صعودی پس f'' مثبت و جهت تقعر روبه بالاست و چون مشتق چپ و راست باهم برابر نیستند پس این نقطه، نقطه گوشه (زاویه‌دار) است.

(هر گزینه ۰/۵)

باتوجه به تعریف $f \circ g(x) = f(g(x))$ داریم:

$$f(g(x)) = 3x + 4 \quad \frac{f(x) = 2 - 5x}{g(x) \text{ تبدیل } x \text{ به } x} \rightarrow 2 - 5g(x) = 3x + 4$$

حال دیگر کافی است $g(x)$ را به تنهایی محاسبه کنیم:

$$2 - 5g(x) = 3x + 4 \rightarrow 5g(x) = 2 - 3x - 4 = -3x - 2$$

$$\div 5 \rightarrow g(x) = \frac{-3x - 2}{5} = \frac{-3}{5}x - \frac{2}{5}$$

برای هر X_1 و X_2 از دامنه $f \circ g$ داریم:

$$X_1 < X_2 \xrightarrow{\text{اکیداً نزولی } g} g(X_1) > g(X_2) \xrightarrow{\text{اکیداً نزولی } f} f(g(X_1)) < f(g(X_2))$$

$$X_1 < X_2 \Rightarrow f \circ g(X_1) < f \circ g(X_2) \Rightarrow f \circ g \text{ اکیداً صعودی}$$

$$\text{می‌دانیم: } m^2 + 1 > m^2 \Rightarrow f \circ g(m^2 + 1) > f \circ g(m^2) \Rightarrow -a + 4 > 2a - 1$$

$$\Rightarrow 4 + 1 > 2a + a \Rightarrow 3a < 5 \Rightarrow a < \frac{5}{3}$$

با استفاده از راهنمایی صورت مسئله داریم:

$$1 - 2\sin^2 x = \cos 2x \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \Rightarrow f(x) = \sqrt{\sin^2 x(ax)}$$

تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبهه ساز)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

نمره	ردیف
------	------

۴	$\Rightarrow f(x) = \sqrt{\frac{1 - \cos 2ax}{2}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{2a} = \frac{\pi}{a}$ $T = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{a} \Rightarrow a = 2$ <p>از طرفی:</p>
---	--

۵	<p>با توجه به دایره مثلثاتی مقابل داریم:</p> $\frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \frac{\pi}{3} < \alpha < \pi - \frac{\pi}{6}$ $\frac{\pi}{3} < \alpha < \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \tan \alpha > \sqrt{3} \text{ یا } \tan \alpha < -\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\Rightarrow \frac{2m-1}{3} > \sqrt{3} \text{ یا } \frac{2m-1}{3} < -\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\Rightarrow 2m-1 > 3\sqrt{3} \text{ یا } 2m-1 < -\sqrt{3}$ $\Rightarrow m > \frac{3\sqrt{3}+1}{2} \text{ یا } m < \frac{1-\sqrt{3}}{2}$
---	---

۰/۷۵	<p>حد صورت عددی منفی است و چون در هر دو حالت $x \rightarrow (-3)^+$ و $x \rightarrow (-3)^-$ حاصل حد برابر $-\infty$ است، پس $x = -3$ باید ریشه مضاعف مخرج باشد.</p> $x^2 + mx + n = 0 \Rightarrow \text{ریشه مضاعف } x = -\frac{b}{2a} = -\frac{m}{2} = -3 \Rightarrow m = 6$ <p>روش دوم: چون ضریب x^2 در عبارت $x^2 + mx + n$ برابر یک است. یعنی این عبارت همان $(x+3)^2$ است، پس داریم: $x^2 + mx + n = (x+3)^2 = x^2 + 4x + 9 \Rightarrow m = 6, n = 9$</p>
------	---

۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ x^2 - 4 }{ax^2 - x + 2} = -1$ <p>ناچاریم هر دو حالت $x \rightarrow +\infty$ و $x \rightarrow -\infty$ را در نظر بگیریم:</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ x^2 - 4 }{ax^2 - x + 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 4}{ax^2 - x + 2} = -1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{ax^2} = -1 \Rightarrow \frac{1}{a} = -1$ $\Rightarrow a = -1$
------	---

تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبهه ساز)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

نمره	ردیف
------	------

	<p>لذا خواهیم داشت:</p> $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{ x^2 - 4 }{-x^2 - x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-(x-2)(x+2)}{-(x+2)(x-1)} = \frac{4}{3}$ <p>حالت دوم:</p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ x^2 - 4 }{ax^2 - x + 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 - 4}{ax^2 - x + 2} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2}{ax^2} = \frac{-1}{a} = -1 \Rightarrow a = 1$ <p>پس خواهیم داشت:</p> $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{ x^2 - 4 }{-x^2 - x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{-(x-2)(x+2)}{x^2 - x + 2} = \frac{0}{8} = 0$	۷
--	---	---

۱/۵	<p>$f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}, f(0) = 0$</p> $f'(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}}{x} \times \frac{\sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}}}{\sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}}}$ $= \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt{1 - 1 + x^2}}{x\sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}}} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{ x }{x\sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}}}$ $f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{-x}{x\sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}}} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{-1}{\sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}}} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ $f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x}{x\sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}}} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{1}{\sqrt{1 + \sqrt{1 - x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ <p>تابع در $x = 0$ مشتق ناپذیر است.</p>	۸
-----	--	---

۱	<p>۱) $y = 9 \rightarrow 9 = \frac{2x + 3}{x - 2} \rightarrow 9x - 18 = 2x + 3 \rightarrow 7x = 21 \rightarrow x = 3 \rightarrow A \begin{vmatrix} 3 \\ 9 \end{vmatrix}$</p> <p>۲) $y' = \frac{2(x-2) - 1(2x+3)}{(x-2)^2} \xrightarrow{x=3} = \frac{2-9}{1} = -7$</p>	۹
---	---	---

تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبهه ساز)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

نمره	ردیف
	۹
	۱۰
۱/۵	۱۱

$$3) y - 9 = -7(x - 3) \rightarrow y = -7x + 30$$

$$f(x) = \frac{x}{x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{x+1-x}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2}$$

$$g(x) = \sqrt{x-1} \Rightarrow g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$$

$$(f \circ g)'(x) = g'(x) \cdot f'(g(x)) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \times f'(\sqrt{x-1})$$

$$\Rightarrow (f \circ g)'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}} \times \frac{1}{(\sqrt{x-1}+1)^2} = \frac{1}{2\sqrt{x-1} \times (\sqrt{x-1}+1)^2}$$

$$f(x) = x^2 + |x+1| = \begin{cases} x^2 + x + 1 & x \geq -1 \\ x^2 - x - 1 & x < -1 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 2x + 1 & x > -1 \\ 2x - 1 & x < -1 \end{cases}$$

حال باید مشتقات چپ و راست را در نقطه $x = -1$ به دست آوریم.

$$f'_+(-1) = -1$$

$$f'_-(-1) = -3$$

بنابراین در نقطه $x = -1$ مشتق پذیر نیست از طرفی ریشه f' نقطه $x = -\frac{1}{2}$ و نقاط بحرانی تابع اند با بررسی

مقدار تابع در این نقاط و نقاط ابتدایی و انتهایی بازه به سادگی مینیمم مطلق مشخص می شود.

$$f(-1) = 1 \rightarrow \text{مینیمم مطلق}$$

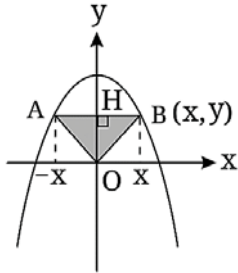
$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$f(-2) = 4 + 1 = 5$$

$$f(2) = 4 + 3 = 7 \rightarrow \text{ماکزیمم مطلق}$$

تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبهه ساز)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

نمره	ردیف
------	------



۱/۵

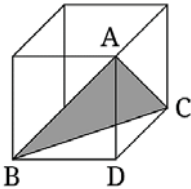
$$S_{\triangle OAB} = \frac{OH \times AB}{2} \xrightarrow{\text{از طرفی}} \begin{cases} AB = 2x \\ OH = y \end{cases} \Rightarrow S = \frac{y \times 2x}{2} = xy \Rightarrow S = x(27 - x^2)$$

$$\Rightarrow S = 27x - x^3 \Rightarrow S' = 27 - 3x^2 = 0 \Rightarrow 3x^2 = 27 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = 3$$

$$S_{\max} = 27 \times 3 - 3^3 = 3 \times 27 - 27 = 2 \times 27 = 54$$

۱۲

در واقع مساحت مثلث ABC مطلوب مسئله است. اضلاع مثلث ABC، قطرهای وجوه جانبی مکعباند پس داریم:



۱

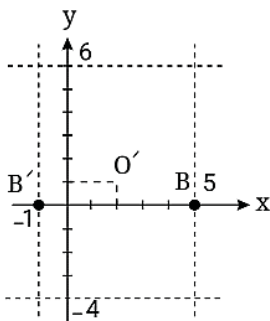
$$AB = AC = BC = 6\sqrt{2}$$

از طرفی مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع با اندازه ضلع a می‌شود:

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow S = \frac{(6\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} = 18\sqrt{3} \text{ واحد مربع}$$

۱۳

بیضی قائم است، چون اندازه قطر عمودی‌اش ۱۰ واحد $(6 - (-4)) = 10$ اما اندازه قطر افقی‌اش ۶ واحد می‌باشد $(5 - (-1)) = 6$.



۱

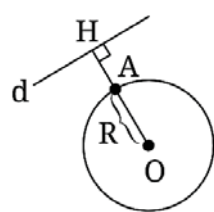
۱۴

تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبهه ساز ۵)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

نمره	ردیف
------	------

	از طرفی می‌دانیم، O' مرکز بیضی وسط B و B' و نیز A و A' است پس داریم:	۱۴
--	--	----

$$x_{O'} = \frac{x_B + x_{B'}}{2} = \frac{5 - 1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

۱/۵	<p>$C: x^2 + y^2 - 2x + 4y = 4$ $d: 3x + 4y = 15$</p> <p>ابتدا باید شعاع دایره و فاصله مرکز دایره را از خط بیابیم تا وضعیت خط و دایره مشخص شود:</p> $O(1, -2) \Rightarrow D = \frac{ 3(1) + 4(-2) - 15 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{ -20 }{\sqrt{9+16}} \Rightarrow D = \frac{20}{5} = 4$ $R = \frac{1}{2} \sqrt{(-2)^2 + 4^2 - 4(-4)} \Rightarrow R = \frac{1}{2} \sqrt{4+16+16} = \frac{1}{2} \sqrt{36} \Rightarrow R = 3$ <p>چون فاصله مرکز دایره از خط d بیشتر از طول شعاع دایره است پس خط و دایره یکدیگر را قطع نمی‌کنند.</p>  <p>از طرفی با توجه به شکل، فاصله نزدیک‌ترین نقطه دایره تا خط d برابر است با:</p> $AH = OH - OA = 4 - 3 = 1$	۱۵
-----	--	----

۲	<p>پذیرفته می‌شود $\frac{45}{1000}$ رشته ریاضی $\frac{1}{10}$</p> <p>پذیرفته می‌شود $\frac{10}{1000}$ رشته تجربی $\frac{6}{10}$</p> <p>پذیرفته می‌شود $\frac{3}{1000}$ رشته انسانی $\frac{3}{10}$</p> $\text{احتمال مطلوب} = \left(\frac{1}{10} \times \frac{45}{1000}\right) + \left(\frac{6}{10} \times \frac{1}{1000}\right) + \left(\frac{3}{10} \times \frac{3}{1000}\right) = \frac{45}{10000} + \frac{6}{10000} + \frac{9}{10000} = \frac{195}{10000} = 0.0195$	۱۶
---	--	----

۲۰ نمره	موفق باشید
---------	------------