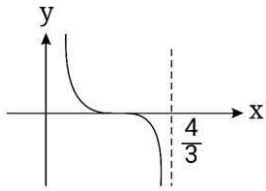
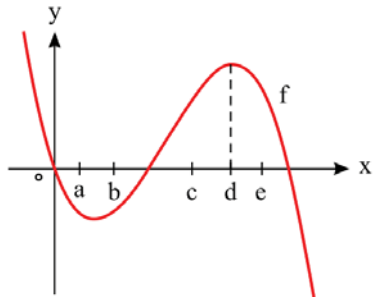


تعداد صفحه: ۳	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ (شبییه سازا)
مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/??	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
گروه آموزشی - مشاوره‌ای اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	(استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد)	نمره
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر صفحه‌ای سطح مخروطی دوار را عمود بر محورش قطع کند مقطع حاصل همواره یک دایره حقیقی خواهد بود.</p> <p>ب) اگر $f(x) = \cos x$ باشد، آنگاه نمودارهای $y = f(x)$ و $y = f(-x)$ بر هم منطبق هستند.</p> <p>پ) اگر $f(x) = \log x$ و $g(x) = -\log(x-2) + 4$، آنگاه نمودار g را می توان از نمودار f با انتقال دو واحد به سمت راست، سپس قرینه نسبت به محور xها و ۴ واحد انتقال به بالا به دست آورد.</p> <p>ت) فقط دو زاویه وجود دارد که مقدار کسینوس آن $\frac{2}{5}$ باشد.</p>		۱
۲	<p>جاهای خالی را با اعداد یا عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) در صورتی که دو چند جمله‌ای $2x^2 - 5x + 4$ و $x^2 + ax$ در تقسیم بر $x - 1$ هم باقی مانده باشند، آنگاه مقدار a برابر است با</p> <p>ب) تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در $x = 0$ مشتق پذیر نیست. خط $x = 0$ را منحنی می نامیم.</p> <p>پ) بازه $(-2, 0)$، یک همسایگی چپ برای عدد است.</p> <p>ت) مقدار $\sin 22^\circ / 5^\circ$ برابر است با</p>		۱
۳	<p>گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>الف) در یک بیضی به کانون‌های $(2, -1)$ و $(2, 7)$ اندازه قطر کوچک ۶ واحد است. خروج از مرکز این بیضی، کدام است؟</p> <p>(۱) $0/6$ (۲) $0/64$ (۳) $0/75$ (۴) $0/8$</p> <p>ب) طول وتری از دایره $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 1$ که روی خط $2y + x = a$ قرار دارد، برابر ۳ است. اختلاف مقادیر a چقدر است؟</p> <p>(۱) $\sqrt{35}$ (۲) $\sqrt{38}$ (۳) $3\sqrt{6}$ (۴) $5\sqrt{3}$</p>		۲
ادامه سؤالات در صفحه دوم			

تعداد صفحات: ۳	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ (شبییه ساز)
مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/??	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
گروه آموزشی - مشاوره‌ای اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۳	<p>پ) نقاط $A(0,0)$ و $B(1,1)$ نقاط اکستریم نسبی تابع $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ هستند. حاصل ab کدام است؟</p> <p>(۱) -۳ (۲) -۶ (۳) ۳ (۴) ۶</p> <p>ت) سه ظرف یکسان داریم که هر کدام به ترتیب حاوی ۱۶، ۱۵ و ۱۴ مهره هستند. تعداد مهره‌های قرمز سه ظرف، به ترتیب ۴، ۶ و ۵ مهره است. احتمال انتخاب هر ظرف متناسب با تعداد مهره‌های آن ظرف است. یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و مهره‌ای بیرون می‌کشیم، با کدام احتمال، مهره انتخابی قرمز است؟</p> <p>(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{131}{56}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{17}{120}$</p>													
۴	<p>با فرض $f(x) = x + \frac{1}{x}$ و $gof(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ مقدار $g(3)$ را به دست آورید.</p>	۱/۵												
۵	<p>اگر قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \tan(ax + \frac{1}{3})\pi$ به شکل زیر باشد، a کدام است؟</p> 	۰/۷۵												
۶	<p>جواب‌های معادله مثلثاتی $2 \sin 4x = 1$ را به دست آورید. کدام جواب‌ها در بازه $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$ هستند؟</p>	۰/۷۵												
۷	<p>حدود زیر را محاسبه کنید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^-} \frac{\cos x}{1 - \sin x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(x-6)(2x-7)(4x+1)}{17x^3 + 5}$</p>	۱/۵												
۸	<p>با در نظر گرفتن نمودار f در شکل، نقاط به طول‌های a, b, c, d, e و e را با مشتق‌های داده شده در جدول نظیر کنید.</p>  <table border="1" data-bbox="958 1554 1347 1890"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f'(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>۰</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۰/۵</td> </tr> <tr> <td></td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-۰/۵</td> </tr> <tr> <td></td> <td>-۲</td> </tr> </tbody> </table>	x	f'(x)		۰		۰/۵		۲		-۰/۵		-۲	۱/۲۵
x	f'(x)													
	۰													
	۰/۵													
	۲													
	-۰/۵													
	-۲													

ادامه سؤالات در صفحه سوم

تعداد صفحات: ۳	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	سوالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳ (شبییه سازا)
مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/??	نام و نام خانوادگی:	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
گروه آموزشی - مشاوره‌ای اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	(استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد)	نمره
۹	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق توابع زیر را به دست آورید.	الف) $f(x) = \sqrt{2x+7}$ ب) $f(x) = \frac{7}{x+2}$	۲
۱۰	مشتق بگیرید. (ساده کردن لازم نمی باشد).	الف) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 9x} \cdot (x^2 - 5x)^7$ ب) $f(x) = \frac{\sqrt{7x-1}}{(1-5x)^4}$	۱/۵
۱۱	تابع $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ در چه بازه‌هایی اکیداً نزولی و در چه بازه‌هایی اکیداً صعودی است؟		۱/۵
۱۲	آروین می خواهد به ایستگاه اتوبوسی برود که در ۲۰۰ متری غرب و ۶۰ متری شمال موقعیت فعلی او بعد از پارک قرار دارد. او می تواند با سرعت ۳ متر بر ثانیه از پیاده‌رو کنار پارک به سمت غرب برود. همچنین، می تواند از درون پارک و تنها با سرعت ۲ m/s عبور کند. با توجه به شکل، مقدار X را طوری تعیین کنید که او در کمترین زمان ممکن به ایستگاه برسد.		۱/۵
۱۳	وضعیت دو دایره $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 20$ و $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 16 = 0$ را نسبت به هم تعیین کنید.		۱/۲۵
۱۴	حجم حاصل از دوران شکل مقابل حول d چقدر است؟		۱
۱۵	۶۰ درصد کارکنان یک شرکت مرد و بقیه زن هستند. ۶۵ درصد مردان و ۵۰ درصد زنان این شرکت عینکی هستند. اگر یک نفر از بین کارکنان این شرکت به تصادف انتخاب کنیم، چقدر احتمال دارد عینکی باشد؟		۱/۵
موفق باشید		۲۰ نمره	

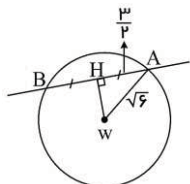
تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبهه ساز ۱)
مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌ای اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	نمره	
۱	۱	<p>(الف) نادرست (اگر صفحه مفروض، در رأس بر محور سطح مخروطی عمود باشد، مقطع حاصل یک نقطه خواهد بود). (ب) درست - می‌دانیم $\cos(-x) = \cos x$، پس $f(-x) = f(x)$ یعنی این دو نمودار برهم منطبق هستند. (پ) درست - همیشه تغییرات دامنه را برعکس انجام می‌دهیم. (ت) نادرست</p> <p>(هر مورد ۰/۲۵)</p>
۲	۱	<p>(الف) ریشه مقسوم علیه یعنی ۱ را در دو چند جمله‌ای قرار داده و سپس باقی‌مانده‌ها را باهم مساوی قرار می‌دهیم. $2(1)^2 - 5(1) + 4 = 1^2 + a(1) \Rightarrow 1 = 1 + a \Rightarrow a = 0$</p> <p>(ب) مماس قائم (پ) صفر (ت) زاویه $22/5^\circ$ را بلد نیستیم ولی دو برابر آن یعنی $2 \times 22/5^\circ$ می‌شود 45° بنابراین از فرمول $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$ داریم:</p> $\sin^2 22/5^\circ = \frac{1 - \cos(2 \times 22/5^\circ)}{2} = \frac{1 - \cos 45^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$ <p>$\xrightarrow{\text{ربع اول } 22/5^\circ} \sin 22/5^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$</p> <p>(هر مورد ۰/۲۵)</p>
۳	۲	<p>(الف) گزینه ۴ قطر کوچک یعنی $2b$ برابر ۶ است پس $b = 3$ است.</p> $\begin{cases} F \\ F' \end{cases} \begin{cases} 2 \\ 7 \\ 2 \\ -1 \end{cases} \rightarrow FF' = 2c \rightarrow 8 = 2c \Rightarrow c = 4$ $c^2 = a^2 - b^2 \rightarrow 16 = a^2 - 9 \rightarrow a^2 = 25 \rightarrow a = 5$ $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5} = 0/8$ <p>(ب) گزینه ۴ ابتدا مشخصات دایره را از روی معادله آن می‌یابیم:</p> $x^2 + y^2 - 4x + 2y = 1 \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز دایره: } W(2, -1) \\ \text{شعاع دایره: } R = \frac{1}{2} \sqrt{16 + 4 + 4} = \frac{\sqrt{24}}{2} = \sqrt{6} \end{cases}$

تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبيه ساز ۱)
مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	نمره
------	------

عمود وارده از مرکز دایره بر وتر **AB**، آن وتر را نیز نصف می‌کند. طبق قضیه فیثاغورس در مثلث قائم الزاویه **AHW** داریم:



$$(\sqrt{6})^2 = HW^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \Rightarrow WH = \sqrt{6 - \frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{2} (*)$$

از طرفی فاصله مرکز دایره از وتر **AB** (خط $2y + x - a = 0$) برابر است یا:

$$WH = \frac{|2(-1) + 2 - a|}{\sqrt{4+1}} = \frac{|a|}{\sqrt{5}} \xrightarrow{(*)} \frac{|a|}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

$$\Rightarrow |a| = \frac{5\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a = \pm \frac{5\sqrt{3}}{2} \Rightarrow a_2 - a_1 = 5\sqrt{3}$$

پ) گزینه ۲ نقطه $A(0,0)$ اکستریم نسبی تابع است. پس مشتق در $x = 0$ برابر صفر است.

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c \xrightarrow{x=0} y' = 0 + 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$$

نقطه $A(0,0)$ در تابع صدق می‌کند.

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d \xrightarrow{\substack{x=0 \\ y=0}} 0 = 0 + 0 + 0 + d \Rightarrow d = 0$$

$$y = ax^3 + bx^2$$

نقطه $B(1,1)$ نیز اکستریم نسبی تابع است، بنابراین داریم:

$$y = ax^3 + bx^2 \xrightarrow{x=1} 1 = a + b \rightarrow a = 1 - b (1)$$

$$y' = 3ax^2 + 2bx \xrightarrow{\substack{x=1 \\ y=1}} 3a + 2b = 0 \xrightarrow{(1)} 3(1-b) + 2b = 0 \Rightarrow 3 - 3b + 2b = 0$$

$$\Rightarrow b = 3 \xrightarrow{(1)} a = 1 - 3 = -2$$

$$a.b = -2 \times 3 = -6$$

ت) گزینه ۱ احتمال قرمز بودن مهره انتخابی، طبق فرمول احتمال کل به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P(\text{ظرف سوم | قرمز}) = P(\text{ظرف سوم}) \times P(\text{قرمز | ظرف سوم}) + \dots + P(\text{ظرف اول}) \times P(\text{قرمز | ظرف اول})$$

$$= \frac{16}{45} \times \frac{4}{16} + \frac{15}{45} \times \frac{6}{15} + \frac{14}{45} \times \frac{5}{14} = \frac{4+6+5}{45} = \frac{1}{3}$$

(هر مورد ۰/۵)

تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبهه ساز)
مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	نمره	
۴	۱/۵	<p>برای رسیدن به مقدار $g(3)$، باید ضابطه $g(x)$ را به دست آوریم. برای این منظور با توجه به تعریف $g \circ f(x) = g(f(x))$ و شرایط موجود داریم:</p> $f(x) = x + \frac{1}{x} \rightarrow g\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2} \quad (*)$ <p>حال اگر اتحاد $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2$ را به کار بگیریم، داریم:</p> $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \xrightarrow{(*)} g\left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2$ <p>حال دیگر معلوم است که با فرض $x + \frac{1}{x} = t$، ضابطه g به صورت $g(t) = t^2 - 2$ یا $g(x) = x^2 - 2$ بوده و برای $g(3)$ داریم:</p> $g(3) = (3)^2 - 2 = 9 - 2 = 7$
۵	۰/۷۵	<p>دوره تناوب $\tan x$، π هست پس دوره تناوب $f(x) = \tan\left(a\pi x + \frac{\pi}{2}\right)$ برابر است با $T = \frac{\pi}{ a\pi } = \frac{1}{ a }$، از روی نمودار هم دوره تناوب برابر است با $T = \frac{4}{3}$ بنابراین:</p> $\frac{1}{ a } = \frac{4}{3} \Rightarrow a = \frac{3}{4} \Rightarrow a = \pm \frac{3}{4}$ <p>که چون تابع \tan، به صورت رسم شده یعنی نزولی است پس $a = -\frac{3}{4}$ مورد قبول است.</p>
۶	۰/۷۵	$\sin 4x = \frac{1}{2} \Rightarrow 4x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{24}$ $4x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} + \frac{5\pi}{24} \quad (k \in \mathbb{Z})$ $x = \frac{5\pi}{24}, \frac{\pi}{24}$

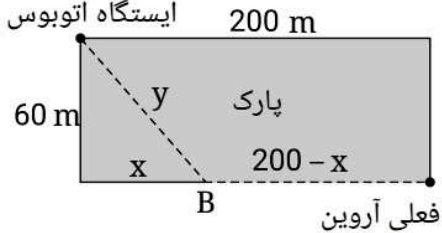
تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبيه ساز)
مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	نمره
۹	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2x+2h+7} - \sqrt{2x+7}}{h} \times \frac{\sqrt{2x+2h+7} + \sqrt{2x+7}}{\sqrt{2x+2h+7} + \sqrt{2x+7}}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x+2h+7 - 2x-7}{h(\sqrt{2x+2h+7} + \sqrt{2x+7})} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h(\sqrt{2x+2h+7} + \sqrt{2x+7})}$ $= \frac{2}{2\sqrt{2x+2h+7}} = \frac{1}{\sqrt{2x+7}}$ <p>ب) $f(x) = \frac{7}{x+2} \rightarrow f(x+h) = \frac{7}{x+h+2}$</p> <p>پس: $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{7}{x+h+2} - \frac{7}{x+2}}{h}$</p> $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{7x+14-7x-7h-14}{(x+h+2)(x+2)h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-7h}{(x+h+2)(x+2)h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-7}{(x+h+2)(x+2)} = \frac{-7}{(x+2)^2}$
۱۰	<p>الف) $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 9x} \cdot (x^2 - 5x)^4$</p> $f'(x) = \frac{1(2x-9)}{3\sqrt[3]{(x^2-9x)^2}} (x^2-5x)^4 + 4(x^2-5x)^3 (2x-5) \sqrt[3]{x^2-9x}$ <p>ب) $f(x) = \frac{\sqrt{7x-1}}{(1-5x)^4}$</p> $f'(x) = \frac{1(7)}{2\sqrt{7x-1}} (1-5x)^{-4} - 4(1-5x)^{-5} (-5) \sqrt{7x-1}$ $\frac{7}{2\sqrt{7x-1}} (1-5x)^{-4} + 20(1-5x)^{-5} \sqrt{7x-1}$

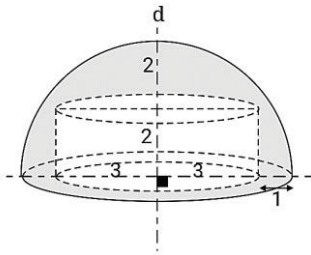
تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبيه ساز)
مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌ای اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	نمره
------	------

۱/۵	$f(x) = \sqrt{4-x^2}, 4-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 4 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2$ $\Rightarrow D_f = [-2, 2]$ $f'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{4-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}, -x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow f(0) = 2$ <p style="text-align: right;">علامت مشتق فقط به صورت آن بستگی دارد.</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 30%;">x</td> <td style="width: 10%;">-2</td> <td style="width: 10%;">o</td> <td style="width: 10%;">2</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black;">$f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}$</td> <td style="border-top: 1px solid black;">+</td> <td style="border-top: 1px solid black;">o</td> <td style="border-top: 1px solid black;">-</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black;">$f(x)$</td> <td style="border-top: 1px solid black;">o</td> <td style="border-top: 1px solid black;">↗ 2 ↘</td> <td style="border-top: 1px solid black;">o</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">تابع در بازه $[-2, 0]$ اکیداً صعودی و در بازه $[0, 2]$ اکیداً نزولی است.</p>	x	-2	o	2	$f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}$	+	o	-	$f(x)$	o	↗ 2 ↘	o	۱۱
x	-2	o	2											
$f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}$	+	o	-											
$f(x)$	o	↗ 2 ↘	o											

۱/۵	<p style="text-align: right;">شکل مسئله بدین صورت است.</p>  <p style="text-align: right;">زمان رسیدن آروین از موقعیت فعلی به نقطه B است پس:</p> $t_1 = \frac{200-x}{3}$ <p style="text-align: right;">زمان رسیدن آروین از نقطه B به ایستگاه اتوبوس است پس:</p> $t_2 = \frac{y}{2} = \frac{\sqrt{3600+x^2}}{2}$ <p style="text-align: right;">یک متغیره: $t = t_1 + t_2 = \frac{200}{3} - \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}\sqrt{3600+x^2}$ پس:</p> $\xrightarrow{t'=0} \frac{-1}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{2x}{2\sqrt{3600+x^2}} = 0 \rightarrow \frac{2x}{2\sqrt{3600+x^2}} = \frac{1}{3}$ $\rightarrow 3x = 2\sqrt{3600+x^2} \xrightarrow{\text{توان } 2} 9x^2 = 4(3600+x^2)$ $\rightarrow 5x^2 = 14400 \rightarrow x^2 = 2880 \rightarrow x = \sqrt{2^6 \times 3^2 \times 5} = 24\sqrt{5}$	۱۲
-----	---	----

تعداد صفحه: ۷	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳ (شبيه ساز۱)
مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌ای اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	نمره	
۱۳	۱/۲۵	$x^2 + y^2 + 4x - 2y = 20 \rightarrow (x+2)^2 - 4 + (y-1)^2 - 1 = 20$ $\rightarrow (x+2)^2 + (y-1)^2 = 25 \rightarrow C \left \begin{matrix} -2 \\ 1 \end{matrix} \right., R = 5$ $x^2 + y^2 - 8x - 2y + 16 = 0 \rightarrow (x-4)^2 - 16 + (y-1)^2 - 1 + 16 = 0$ $\rightarrow (x-4)^2 + (y-1)^2 = 1 \rightarrow C' \left \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix} \right., R' = 1$ $CC' = \sqrt{(4+2)^2 + (1-1)^2} = 6$ <p>چون $CC' = R + R'$ است پس دو دایره مماس خارج هستند.</p>
۱۴	۱	<p>حجم حاصل مطابق شکل برابر است با:</p> $V = V_{\text{استوانه}} - V_{\text{نیم کره}}$ $V = \frac{2}{3}\pi \times 4^2 \times 2 - \pi \times 3^2 \times 2$ $= \frac{128\pi}{3} - 18\pi = \frac{74\pi}{3}$  <p>نکته: حجم نیم کره به شعاع r برابر با $\frac{2}{3}\pi r^3$ و حجم استوانه به شعاع r و ارتفاع h برابر $\pi r^2 h$ است.</p>
۱۵	۱/۵	<p>احتمال عینکی بودن \rightarrow مرد باشد $0/65$</p> <p>احتمال عینکی بودن \rightarrow زن باشد $0/4$</p> $P(\text{عینکی بودن}) = 0/6 \times 0/65 + 0/4 \times 0/5 = 0/39 + 0/2 = 0/59$
۲۰ نمره		موفق باشید