



بارم

از آنانی نباشد که بدون زحمت و تلاش امید به آینده ای بهتر دارند. «امام علی(ع)»

ردیف

۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید:
۱/۲۵	<p>الف) در بازه $[1, 0]$ نمودار تابع $y = x^3$ بالای نمودار تابع $y = x^2$ قرار می‌گیرد.</p> <p>ب) تابع $f(x) = \sqrt{-x}$ در دامنه‌ی خود تابعی صعودی است.</p> <p>پ) اگر برد تابع $f(x)$ برابر $(-4, 5)$ باشد برد تابع $-f(x)$ برابر $(-10, 8)$ است.</p> <p>ت) مشتق یک تابع در یک نقطه همان مقدار تانژانت زاویه بین خط مماس در آن نقطه و محور عرض هاست.</p> <p>ث) نمودار تابع $f(x) = \log_{\frac{1}{4}}^{x-1}$ نمودار وارونش را قطع نمی‌کند.</p>
۲	جهای خالی را با کلمات یا اعداد مناسب کامل کنید:
۱	<p>الف) اگر r یک عدد حقیقی مثبت باشد بازه $(a, a+r)$ یک همسایگی برای عدد a است.</p> <p>ب) در تقسیم چند جمله‌ای $P(x) = ax + b$ اگر داشته باشیم $\frac{-b}{a} = 0$ در اینصورت باقیمانده است.</p> <p>ج) تابعی را که همواره صعودی یا همواره نزولی باشد را تابعی می‌گوییم.</p> <p>د) مقدار $\cos^{\circ}(22/5)$ برابر است.</p>
۱/۵	<p>اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = \frac{1}{x+2}$ داده شده باشند:</p> <p>الف) ضابطه‌ی تابع $(fog)(x)$ را بنویسید.</p> <p>ب) با استفاده از تعریف دامنه‌ی تابع $(gof)(x)$ را بدست آورید.</p>
۱/۵	<p>فرض کنید $f(x) = -2x^3 + 8x^2 - 2x$ در اینصورت :</p> <p>الف) با محدود کردن دامنه تابع $f(x)$ را وارون پذیر کنید.</p> <p>ب) ضابطه‌ی $(f^{-1})(x)$ را بنویسید.</p>
۲	<p>با استفاده از نمودار $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 11$ نمودار تابع $g(x) = x^3 - 6x^2 + 12x$ را رسم کرده و مشخص کنید نقطه‌ی $A(-2, y_0)$ روی تابع $f(x)$ متناظر با چه نقطه‌ای روی تابع $g(x)$ می‌باشد.</p>
۲	<p>دوره‌ی تناوب، ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -2\sin(2x)$ را مشخص کرده و نمودار آنرا در بازه $[-\pi, \pi]$ رسم کنید.</p>
۲	<p>جواب‌های کلی معادلات زیر را بدست آورید.</p> <p>(الف) $2\cos^3 x = 1$</p> <p>(ب) $4\sin^3 x = -\sqrt{12}\sin x$</p>
۱/۵	<p>درستی رابطه‌ی مقابله را بررسی کنید.</p> $\cos 2\theta = \frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta}$
۲	<p>تابع $f(x) = \begin{cases} -2x + 1 & x < -3 \\ 4 & -3 \leq x < 2 \\ x^2 & x \geq 2 \end{cases}$ را رسم کرده و بزرگترین بازه‌ای که تابع در آن نزولی است را مشخص کنید.</p>

ادامه سوالات در برگ دوم

۱۰

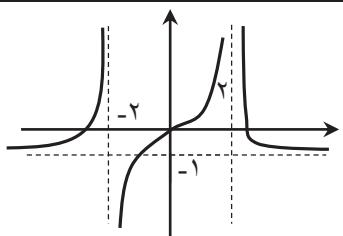
با توجه به نمودار $f(x)$ داده شده حد های زیر را مشخص کنید.

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) =$$

۰/۷۵



۱۱

حدهای زیر را بدست آورید (نوشتن راه حل الزامی است)

۳

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 3x^2 + 8x - 7}{x^3 - 1} =$

ب) $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x}{1 + \cos x} =$

ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x + 2}{\sqrt{9x^2 + x}} =$

۱/۵

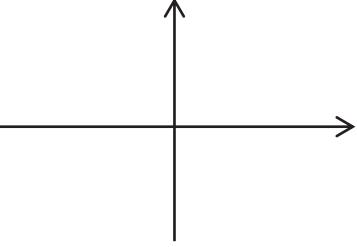
با استفاده از تعریف مشتق ثابت کنید مشتق تابع $f(x) = x^3$ در نقطه ای به طول a برابر $3a^2$ می باشد.

۱۲

با آرزوی موفقیت شما عزیزان - محمد کرمی

جمع بارم : ۲۰ نمره

ردیف	جواب سوالات	بارم
۱	الف (.....) ب (.....) پ (.....) ت (.....) ث (.....)	۱/۲۵
۲	الف (.....) ب (.....) ج (.....) د (.....)	۱
۳	الف (.....)	۰/۵
ب	۱
ب	۰/۷۵
۴	الف (.....)	۰/۷۵
ب	۰/۷۵
۵	۲
۶	۲

۲(ب)(الف)	۷
۱/۵	۸
۲		۹
۰/۷۵	۱۰
۳	(الف) (ب) (ج)	۱۱
۱/۵	۱۲

جمع بارم : ۲۰ نمره

پایان

تجدید نظر

تصحیح اول

نمره به عدد :

نمره به عدد :

نمره به حروف :

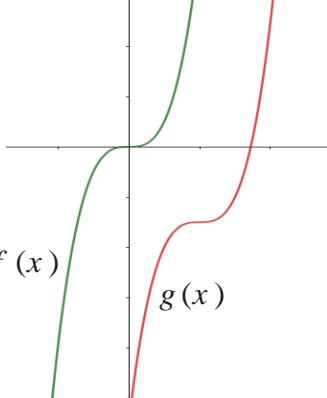
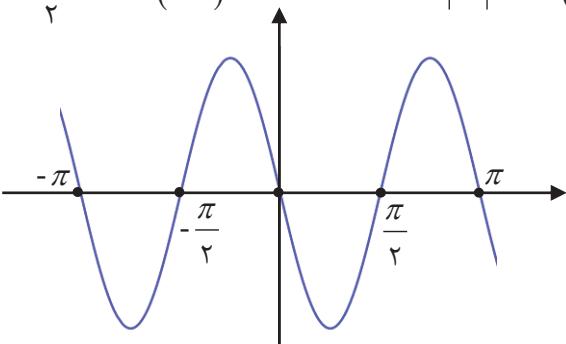
نمره به حروف :

امضاء

نام و نام خانوادگی :

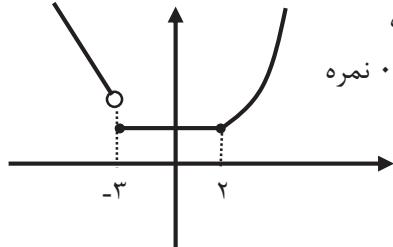
امضاء

نام و نام خانوادگی :

۱	الف) نادرست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) ث) نادرست (۰/۲۵)	ت) نادرست (۰/۲۵) پ) درست (۰/۲۵)
۲	الف) همسایگی راست (۰/۲۵) ب) صفر (۰/۲۵) ج) یکنوا (۰/۲۵)	$\frac{\sqrt{2} + \sqrt[3]{2}}{2}$ (۰/۲۵)
۳	الف) $(fog)(x) = f(g(x)) = \frac{1}{\sqrt{x+1}} + 2$ (۰/۵ نمره) ب) $D_{gof} = \underbrace{\left\{ x \in D_f \mid f(x) \in D_g \right\}}_{\cdot / 25} = \underbrace{\left\{ x \neq \cdot \mid \frac{1}{x} + 2 \geq -1 \right\}}_{\cdot / 25} = \underbrace{\left(-\infty, -\frac{1}{3} \right]}_{\cdot / 5} \cup (\cdot, +\infty)$	
۴	الف) $D_f = (-\infty, 2] \cup [2, +\infty)$ یا $D_f = (2, +\infty)$ هر مورد که نوشته شود صحیح است و ۰/۵ نمره دارد. ب) $y = -2x^3 + 8x \Rightarrow y = -2(x-2)^3 + 8 \Rightarrow x = -2(y-8)^3 + 8 \Rightarrow y = \sqrt{\frac{8-x}{2}} + 2$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{\frac{8-x}{2}} + 2$	$y = -2x^3 + 8x$ (۰/۲۵)
۵	$g(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 11 = (x-2)^3 - 3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow g(x) = f(x-2) - 3$ (۰/۲۵)	
۶	$T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{2} = \pi$ (۰/۵) $\max = -2 = 2$ (۰/۲۵) $\min = - -2 = -2$ (۰/۲۵)	رسم صحیح نمودار با استفاده از انتقال نمودار درجه ۳ (۰/۷۵ نمره)
۷	$2\cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ $4\sin^2 x + 2\sqrt{3}\sin x = \cdot \Rightarrow 2\sin x(2\sin x + \sqrt{3}) = \cdot \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \cdot \Rightarrow x = k\pi \\ \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi + \frac{4\pi}{3} \end{cases} \end{cases}$	$\max = -2 = 2$ (۰/۲۵) $\min = - -2 = -2$ (۰/۲۵) رسم صحیح نمودار در بازه داده شده ۱ نمره 

$$\frac{1-\tan^2 \theta}{1+\tan^2 \theta} = \frac{1-\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}}{1+\frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}} = \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = \frac{(\cos^2 \theta)(\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)}{(\cos^2 \theta)(\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)} = \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = \cos 2\theta$$

۸



رسم صحیح نمودار هر سه ضابطه‌ی تابع هر کدام ۱/۵ نمره هر قسمت ۰/۵ نمره
بزرگترین بازه‌ای که نمودار در آن نزولی است بازه‌ی (۲, -∞) می‌باشد. ۰/۵ نمره

۹

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \quad (0/25) \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \quad (0/25) \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty \quad (0/25)$$

۱۰

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 3x^2 + 1x - 1}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(2x^2 - x + 1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x + 1}{x+1} = \frac{1}{2} = 4$$

۱۱

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x}{1 + \cos x} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x}{1 + \cos x} \times \frac{1 - \cos x}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{\sin x}{\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1}{\sin x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x + 2}{\sqrt{9x^2 + x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x}{\sqrt{9x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x}{3x} = \frac{4}{3}$$

۱۲

$$f(x) = x^3 \Rightarrow f'(a) = ?$$

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^3}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)(x^2 + ax + a^2)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} x^2 + ax + a^2 = 3a^2$$

همکاران گرامی می‌توانند به سایر پاسخ‌های درست متناسب با بارم پیشنهادی نمره دهند

با توفيق روز افزاون همه‌ی شما عزيزان

محمد کرمی - دبیر رياضي شهر ورزقان