



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های ریاضی

سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور

نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نرم افزارهای ریاضیات

...

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

(@riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>



عنوان

کتاب کار ریاضی و آمار ۳
پایه دوازدهم رشته علوم انسانی

نگارش

عادل آخندی

۰۹۱۹۰۶۹۰۰۶۳

دبیر ریاضی : عادل آخندی



دانلود از سایت ریاضی سرا
www.riazisara.ir

۱ فصل ۱: درس اول: شمارش.....	۱
۱.۱ بخش اول: تمرینات کتاب درسی.....	۱
۲.۱ بخش دوم: تمرینات جهت تسلط.....	۲
۳.۱ بخش سوم: تمرینات جهت مرور.....	۶
۴.۱ بخش چهارم: سوالات تستی.....	۲۴
۲ درس دوم: احتمال.....	۲۷
۱.۲ بخش اول: تمرینات کتاب درسی.....	۲۷
۲.۲ بخش دوم: تمرینات جهت تسلط.....	۲۹
۳.۲ بخش سوم: تمرینات جهت مرور.....	۳۳
۴.۲ بخش چهارم: سوالات تستی.....	۴۷
۳ درس سوم: چرخه آمار در حل مسائل.....	۵۰
۱.۳ بخش اول: تمرینات کتاب درسی.....	۵۰
۲.۳ بخش دوم: تمرینات جهت تسلط.....	۵۴
۳.۳ بخش سوم: تمرینات جهت مرور.....	۵۶
۴.۳ بخش چهارم: سوالات تستی.....	۶۳
۴ فصل ۲: درس اول: مدلسازی و دنباله.....	۶۴
۱.۴ بخش اول: تمرینات کتاب درسی.....	۶۴
۲.۴ بخش دوم: تمرینات جهت تسلط.....	۶۷
۳.۴ بخش سوم: تمرینات جهت مرور.....	۷۱
۴.۴ بخش چهارم: سوالات تستی.....	۷۶
۵ درس دوم: دنباله های حسابی.....	۷۸
۱.۵ بخش اول: تمرینات کتاب درسی.....	۷۸
۲.۵ بخش دوم: تمرینات جهت تسلط.....	۷۹
۳.۵ بخش سوم: تمرینات جهت مرور.....	۸۱
۴.۵ بخش چهارم: سوالات تستی.....	۸۵
۶ فصل ۳: درس اول: دنباله هندسی.....	۹۰
۱.۶ بخش اول: تمرینات کتاب درسی.....	۹۰
۲.۶ بخش دوم: تمرینات جهت تسلط.....	۹۲
۳.۶ بخش سوم: تمرینات جهت مرور.....	۹۵
۴.۶ بخش چهارم: سوالات تستی.....	۱۰۰

۷ درس دوم: ریشه n ام و توان های گویا ۱۰۳

۱.۷ بخش اول: تمرینات کتاب درسی ۱۰۳

۷.۲ بخش دوم: تمرینات جهت تسلط ۱۰۴

۳.۷ بخش سوم: تمرینات جهت مرور ۱۰۶

۴.۷ بخش چهارم: سوالات تستی ۱۱۲

۸ درس سوم: تابع نمایی ۱۱۷

۱.۸ بخش اول: تمرینات کتاب درسی ۱۱۷

۸.۲ بخش دوم: تمرینات جهت تسلط ۱۱۹

۳.۸ بخش چهارم: سوالات تستی ۱۲۰



خدا یا شروع سخن نام تو ست
 دل از نام و یادت بگیرد قرار
 خوشم چونکه باشی مراد کنار
 حضور تو را در دلم دیده ام
 مداوم تو را هم پرستیده ام
 ولی از صفات چه گویم سخن؟
 سخن از تو گفتن یقین مشکل است
 که بی شک گنجی به افکار من
 بزرگی فقط در تو معنا شود
 اگر چه حالت به جان و دل است
 وجود از نگاه تو پیدا شود
 به نزد تو در سخنش بیش و کم
 بود کمیشان و اتم مثل هم
 هزاران هزاران بود کمیشان
 به دنیا به نظم عجیبی روان
 اتما یکایک همه سر به راه
 کنی هر زمان هر اتم را نگاه
 به هر ذره در هر اتم ای و دود

نگاه تو باشد دلیل وجود



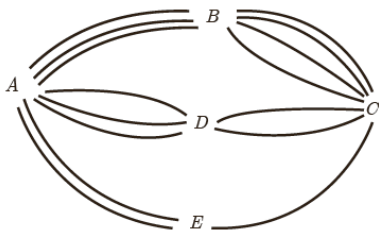


۱ فصل ۱: درس اول: شمارش

۱.۱ بخش اول: تمرینات کتاب درسی

۱- می خواهیم از بین ۱۰ دانش آموز کلاس دهم و ۱۱ دانش آموز کلاس یازدهم و ۱۲ دانش آموز کلاس دوازدهم یک دان آموز انتخاب کنیم؛ به چند طریق می توانیم این دانش آموز را انتخاب کنیم؟

۲- بین پنج شهر A, B, C, D, E مطابق شکل زیر راه هایی وجود دارد که همه دو طرفه اند. مشخص کنید به چند طریق می توان:



(الف) از شهر A به شهر C رفت.

(ب) از شهر A به شهر C و از طریق شهر B مسافرت رفت و برگشت انجام داد.

(پ) از شهر D بدون عبور از شهر E به شهر A مسافرت کرد.

۳- با حروف کلمه «ولایت» و بدون تکرار حروف: (با معنی یا بدون معنی)

(الف) چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت؟

(ب) چند کلمه ۳ حرفی می توان نوشت که به «ی» ختم شوند؟

(پ) چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت که با «و» شروع به «ی» ختم شوند؟

۴- یک دوره بازی فوتبال بین ۱۰ تیم فوتبال، به صورت رفت و برگشت انجام می شود. اگر همه تیم ها با هم بازی داشته باشند، در پایان دوره چند بازی انجام شده است؟

۵- یک کارخانه خودروسازی خودرو هایی در ۷ رنگ، با ۲ حجم موتور و ۳ نوع مختلف جلو داشبورد تولید می کند. یک خریدار برای خرید یک خودرو از این کارخانه چند انتخاب دارد؟

۶- مجموعه $A = \{1, 2, 4, 6, 8, 9\}$ مفروض است:

(الف) با ارقام موجود در این مجموعه چند عدد ۵ رقمی و زوج (بدون تکرار ارقام) می توان ساخت.

(ب) چند عدد ۵ رقمی و بزرگتر از 80000 می توان ساخت.

(پ) مجموعه A چند زیر مجموعه سه عضوی دارد.

(ت) مجموعه A چند زیر مجموعه سه عضوی و شامل رقم ۸ دارد.

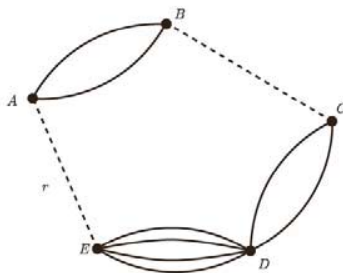
۷- روی محیط یک دایره ۱۲ نقطه وجود دارد. مشخص کنید:

(الف) با این دوازده نقطه، چه تعداد مثلث می توان تشکیل داد؟

(ب) چه تعداد وتر می توان تشکیل داد؟

- ۸- می خواهیم از بین ۵ دانش آموز پایه یازدهم و ۶ دانش آموز پایه دوازدهم افرادی را انتخاب کنیم و یک تیم ۶ نفره والیبال تشکیل دهیم. مشخص کنید به چند طریق می توانیم این تیم را تشکیل بدهیم؛ هرگاه بخواهیم:
- (الف) به تعداد مساوی دانش آموز پایه یازدهم و دوازدهم در تیم حضور داشته باشند.
- (ب) کاپیتان تیم فرد مشخصی از پایه دوازدهم باشد.
- (پ) حداقل ۴ نفر از اعضای تیم، دانش آموز پایه دوازدهم باشند.
- (ت) فقط ۲ نفر از اعضای تیم از پایه یازدهم باشند.

- ۹- مساله ای طرح کنید که جواب آن به صورت $(2 \times 3 + 3 \times 4 + 3^2)$ باشد.
- ۱۰- تعداد راه‌ها یا جاده‌ها از شهر B به C و از شهر E به D را طوری تعریف کنید که با توجه به شکل زیر بتوان به 2^0 طریق از شهر A به شهر D سفر کرد.



۲.۱ بخش دوم: تمرینات جهت تسلط

- ۱- جاهای خالی را با عبارتهای مناسب کامل کنید.

- (الف) اگر عملی را بتوان به m طریق و عمل دیگری را بتوان به n طریق انجام داد طوری که **نتوانیم** دو عمل را با هم انجام دهیم، در این صورت به طریق می توان عمل اول یا دوم را انجام داد.
- (ب) اگر عملی در مرحله اول به m طریق و در مرحله دوم به n طریق انجام پذیر باشند در کل آن عمل به طریق انجام می پذیرد.
- (پ) حاصل $0!$ و $1!$ برابر است.
- (ت) تعداد کل جایگشت‌های n تایی از n شیء متمایز برابر است.
- (ث) انتخاب r شیء از n شیء وقتی که ترتیب و جایجایی در انتخاب‌ها مهم نباشد تایی از n شیء نامیده می شود.

- ۲- یک رستوران ۴ نوع غذا و ۳ نوع سالاد و ۲ نوع دسر در منوی خود دارد.

- (الف) به چند طریق می توان یک نوع غذا و یک نوع دسر سفارش داد؟
- (ب) به چند طریق می توان یک نوع سالاد یا یک نوع دسر سفارش داد؟
- (پ) به چند طریق می توان یک نوع غذا و یک نوع سالاد و یک نوع دسر سفارش داد؟

ت) به چند طریق می توان یک نوع غذا یا یک نوع سالاد یا یک نوع دسر سفارش داد؟

ث) به چند طریق می توان یک نوع غذا و یک نوع سالاد یا یک نوع غذا و یک نوع دسر سفارش داد؟

ج) به چند طریق می توان یک نوع غذا یا یک نوع سالاد و یک نوع غذا یا یک نوع دسر سفارش داد؟

۳- در یک آزمون که از دو قسمت، قسمت اول ۳ سؤال دو گزینه‌ای و قسمت دوم ۳ سؤال چهار گزینه‌ای تشکیل شده است، اگر پاسخ دادن به سؤالات اجباری باشد در این صورت:

الف) به چند طریق می توان فقط به قسمت اول این آزمون پاسخ داد؟

ب) به چند طریق می توان فقط به قسمت دوم این آزمون پاسخ داد؟

پ) به چند طریق می توان به یکی از دو قسمت این آزمون پاسخ داد؟

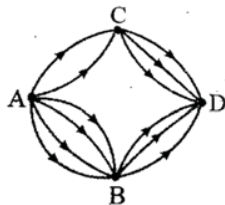
ت) به چند طریق می توان به دو قسمت این آزمون پاسخ داد؟

۴- با توجه به شکل رو به رو به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) به چند طریق می توان از A به D رفت و از B گذشت؟

ب) به چند طریق می توان از A به D رفت و از B عبور نکرد.

پ) به چند طریق می توان از A به D رفت؟



۵- با ارقام ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸ چند عدد سه رقمی و بدون تکرار ارقام می توان نوشت که:

الف) عدد زوج باشد.

ب) عدد فرد باشد.

پ) عدد مضرب ۵ باشد.

ت) عدد بزرگتر از ۶۰۰۰ باشد.

۶- با ارقام ۱, ۲, ۳, ۵, ۷, ۸ چند عدد سه رقمی و بدون تکرار ارقام می توان نوشت که:

الف) عدد زوج باشد.

ب) عدد فرد باشد.

پ) عدد مضرب ۵ باشد.

ت) عدد بزرگتر از ۶۰۰۰ باشد.

۷- با توجه به حروف انگلیسی A, B, C, D, E و F به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) تعداد کل جایگشت‌های این ۶ حرف را به دست آورید.

ب) تعداد جایگشت‌های ۶ تایی که A و B کنار هم باشند را به دست آورید.

پ) تعداد جایگشت‌های ۶ تایی که D دقیقاً بعد از C بیاید را به دست آورید.

۸- ۳ دانش‌آموز پایه یازدهم و ۴ دانش‌آموز پایه دوازدهم به چند طریق می‌توانند در یک صف بایستند به طوری که:

الف) دانش‌آموزان پایه یازدهم در کنار هم باشند.

ب) دانش‌آموزان پایه یازدهم در کنار هم و دانش‌آموزان پایه دوازدهم در کنار هم باشند.

پ) دانش‌آموزان پایه یازدهم و پایه دوازدهم یک‌درمیان در صف بایستند.

۹- با حروف کلمه "برجام" و بدون تکرار حروف: (با معنی یا بی معنی)

الف) چند کلمه ۵ حرفی می‌توان نوشت؟

ب) چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت؟

پ) چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت که به "م" ختم شود؟

ت) چند کلمه ۴ حرفی می‌توان نوشت که با "ب" شروع و به "ج" ختم شوند؟

۱۰- با حروف کلمه «انسانی» چند کلمه ۶ حرفی متمایز می‌توان نوشت؟

۱۱- حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } 5! \quad \text{ب) } 3! - 2! \quad \text{پ) } \frac{5!}{3!} \quad \text{ت) } (6-3)!$$

$$\text{ث) } \frac{7!}{(7-3)! \cdot 3!} \quad \text{ج) } \frac{13!}{(13-4)! \cdot 4!}$$

۱۲- در یک کلاس ۱۲ نفره که علی و رضا در آن حضور دارند:

الف) به چند طریق می‌توان ۲ نفر انتخاب کرد؟

ب) به چند طریق می‌توان ۲ نفر یکی نماینده کلاس و دیگری نماینده ورزشی انتخاب کرد؟

پ) به چند طریق می‌توان ۳ نفر انتخاب کرد که علی هم جزء آن‌ها باشد؟

ت) به چند طریق می‌توان ۳ نفر انتخاب کرد که رضا جزء آن‌ها نباشد؟

ث) به چند طریق می توان یک تیم ۴ نفره انتخاب کرد که علی و رضا جزء آن‌ها باشند؟

ج) به چند طریق می توان یک تیم ۴ نفره انتخاب کرد که علی و رضا جزء آن‌ها نباشند؟

چ) به چند طریق می توان ۴ نفر انتخاب کرد که علی جزء آن‌ها باشد و رضا جزء آن‌ها نباشد؟

۱۳- در یک لیگ فوتبال با ۱۴ تیم که بازی‌ها به صورت رفت و برگشت انجام می‌شود، چند بازی باید انجام شود؟

۱۴- با توجه به شکل رو به رو به سؤالات پاسخ دهید.

الف) با این نقاط چند وتر متمایز می توان رسم کرد؟

ب) با این نقاط چند مثلث متمایز می توان رسم کرد؟

پ) با این نقاط چند چهار ضلعی متمایز می توان رسم کرد؟

ت) با این نقاط چند مثلث متمایز می توان رسم کرد که یکی از رئوسش A باشد؟

ث) با این نقاط چند چهار ضلعی متمایز می توان رسم کرد که یکی از رئوسش A باشد؟

ج) با این نقاط چند چهار ضلعی متمایز می توان رسم کرد که A و B دو راسش باشند؟

۱۵- با توجه به مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) تعداد زیر مجموعه‌های سه عضوی مجموعه A را به دست آورید.

ب) تعداد زیر مجموعه‌های سه عضوی که شامل عضو a هستند را به دست آورید.

پ) تعداد زیر مجموعه‌های سه عضوی که عضو h را نداشته باشند را به دست آورید.

ت) تعداد زیر مجموعه‌های چهار عضوی که شامل عضوهای a و b باشند را به دست آورید.

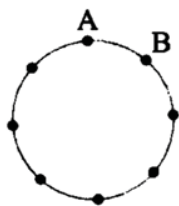
ث) تعداد زیر مجموعه‌های پنج عضوی که شامل عضو a و فاقد عضوهای g و h باشند را به دست آورید.

۱۶- در کیسه‌ای ۴ مهره قرمز و ۵ مهره آبی وجود دارد.

الف) به چند طریق می توان از این کیسه ۳ مهره انتخاب کرد؟

ب) به چند طریق می توان از این کیسه سه مهره انتخاب کرد که یکی قرمز و دو تا آبی باشد؟

پ) به چند طریق می توان ۴ مهره انتخاب کرد که تعداد قرمزها و آبی‌ها برابر باشد؟



۱۷- از بین ۵ کارگر و ۷ کارمند می‌خواهیم تیم‌های ۶ نفره انتخاب می‌کنیم. مطلوب محاسبه تعداد حالاتی که:

(الف) این تیم بدون هیچ شرطی انتخاب شود.

(ب) یک نفر کارگر و ۵ نفر کارمند در تیم حضور داشته باشند.

(پ) به تعداد مساوی کارگر و کارمند انتخاب شود.

(ت) حداقل ۵ کارمند انتخاب شود.

(ث) حداکثر ۲ کارگر انتخاب شود.

(ج) فقط ۴ کارگر انتخاب شود.

۳.۱ بخش سوم: تمرینات جهت مرور

۱- از بین تعدادی کتاب می‌خواهیم ۲ کتاب انتخاب کنیم و در قفسه‌ای بچینیم. اگر تعداد حالت‌های ممکن ۱۲ تا باشد، تعداد کتاب‌ها چند تاست؟

۲- شرکتی دارای ۱۰ نفر کارمند مرد و ۶ نفر کارمند زن است. رئیس این شرکت می‌خواهد ۵ نفر برای شرکت در جلسه انتخاب کند. به چند طریق می‌تواند این کار را انجام دهد به طوری که:

(الف) هیچ زنی در جلسه نباشد.

(ب) ۲ نفر زن و ۳ نفر مرد در جلسه حضور یابند.

۳- با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ بدون تکرار:

(الف) چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت؟

(ب) چند عدد سه رقمی زوج می‌توان نوشت؟

۴- با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و ۰

(الف) چند عدد سه رقمی فرد با ارقام غیر تکراری می‌توان نوشت؟

(ب) چند عدد سه رقمی زوج با ارقام غیر تکراری می‌توان نوشت؟

۵- در یک دوره مسابقات کشتی از بین ۵ داور ایرانی، ۴ داور ژاپنی و ۳ داور روسی قرار است کمیته‌ای از داوران تشکیل شود. به چند روش می‌توان این کار را انجام داد اگر:

(الف) کمیته ۵ نفره باشد و حداقل ۳ داور ایرانی داشته باشد؟

ب) کمیته ۷ نفره باشد و شامل ۳ داور ایرانی، ۲ داور ژاپنی و ۳ داور روسی باشد؟

۶- در معادله ی مقابل مقدار طبیعی n را تعیین کنید. $120 = (n + 1)!$

۷- از میان ۷ شرکت کننده در مسابقات جهانی به چند طریق ۴ نفر را انتخاب کرد؟

۸- با ارقام ۸ و ۳ و ۰ و ۵ چند عدد می توان نوشت که:

الف) چهار رقمی باشند. ب) چهار رقمی زوج باشد.

۹- اگر از شهر A به شهر B سه راه متمایز و از شهر B به شهر C دو راه متمایز وجود داشته باشد به چند حالت می توان از شهر A به شهر C رفت و برگشت؟

۱۰- با سه رنگ متمایز به چند حالت می توان راس های یک مربع را رنگ کرد به طوری که هیچ دو راس مجاور هم رنگ نباشد؟

۱۱- اگر اتوبوسی دارای ۲۰ نفر مسافر باشد که بخواهند در ۱۰ ایستگاه پیاده شوند این امر به چند طریق امکان پذیر است؟

۱۲- با حروف کلمه تهران چند کلمه ۳ حرفی می توان نوشت؟ (با معنی یا بی معنی)

۱۳- اگر داشته باشیم: $\frac{(n-2)!}{(n-5)!} = 60$ مقدار n را بیابید.

۱۴- اگر ۵ نفر دانش آموز دختر را بخواهیم در یک صف مرتب کنیم و بدانیم ۲ نفر آنها خواهر هستند. این کار به چند طریق امکان پذیر است؟

الف) اگر محدودیتی نباشد.

ب) ۲ خواهر کنار هم باشند.

پ) دو خواهر کنار نباشند.

ت) دو خواهر یکی اول صف و دیگری آخر صف باشند.

۱۵- ۵ مادر و ۴ کودک داریم به چند طریق می توانند کنار هم باشند به طوری که:

الف) محدودیتی نباشد.

ب) مادران و فرزندان یک در میان باشند.

پ) فقط کودکان کنار هم باشند.

ت) کودکان کنار هم و مادران کنار هم باشند.

۱۶- از بین ۵ دانش آموز دهم و ۶ دانش آموز یازدهم قرار است یک کمیته علمی انتخاب شود. به چند طریق این کار را انجام داد هرگاه: الف کمیته ۳ نفره باشد که دو نفر آن دهم باشد.

ب: کمیته ۴ نفره باشد که حداکثر یک نفر سال یازدهم باشد.

۱۷- جواب های معادله $1 = (x^2 - 25)!$ را بیابید.

۱۸- معادله زیر را حل کنید.

$$P(5, 2) = 2x + C(5, 3)$$

۱۹- با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و بدون تکرار ارقام

الف) چند عدد شش رقمی می توان نوشت؟

ب) چند عدد شش رقمی زوج می توان نوشت؟

پ) چند عدد چهار رقمی بزرگتر از ۳۰۰۰ می توان نوشت؟

۲۰- مساله ای طرح کنید که جواب آن $4^2 + 3 \times 4 + 2 \times 4$ باشد.

۲۱- اگر $5n = P(n, 2) + 6n$ باشد، مقدار n را بدست آورید.

۲۲- مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$

الف) چند زیر مجموعه ی سه عضوی دارد؟

ب) چند زیر مجموعه ی سه عضوی شامل عدد ۱ و فاقد ۳ و ۴ دارد؟

۲۳- با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی زوج بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

۲۴- با حروف کلمه ی "مجاهدت" و بدون تکرار ارقام چند کلمه ی ۴ حرفی می توان نوشت؟

۲۵- کتاب تاریخی و ۴ کتاب علمی را به چند طریق می توان کنار یکدیگر قرار داد به طوری که کتاب هم موضوع کنار هم باشند.

۲۶- از میان ۳ مهندس و ۴ کارآفرین و ۲ مدیر می خواهیم کمیته ای ۲ نفره برای انجام یک پروژه ی عمرانی تشکیل دهیم. به چند طریق می توان این کار را انجام داد به طوری که حداکثر یک کار آفرین در این کمیته باشد.

۲۷- با ارقام ۲ و ۰ و ۴ و ۷ و ۸ (ارقام بدون تکرار)

الف) چند عدد سه رقمی فرد می توان نوشت؟

ب) چند عدد چهار رقمی زوج می توان نوشت؟

۲۸- می خواهیم از بین دانش آموز پایه ی نهم و ۳ دانش آموز پایه ی دهم ۳ نفره درست کنیم. در چند حالت:

الف) دو نفر از دانش آموزان پایه ی دهم در تیم است؟

ب) حداقل یک دانش آموز پایه ی نهم در تیم باشد؟

۲۹- حاصل عبارت های زیر را بیابید.

الف) حاصل ضرب را $۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶$ با نماد فاکتوریل بنویسید.

ب) مجموعه ی $A = \{a, b, c, d, f, g\}$ را در نظر بگیرید. چند زیر مجموعه ی ۳ عضوی از مجموعه ی A وجود دارد که شامل a و فاقد e باشد؟

۳۰- حاصل عبارت های زیر را بیابید.

الف) تعداد زیر مجموعه های ۵ عضوی از حروف الفبا ی فارسی چقدر است؟

ب) تعداد جایگشت های ۳ حرفی که با حروف کلمه ی "هیراد" می توان ساخت را بیابید.

۳۱- از میان ۸ ریاض دان ، ۶ فیزیک دان و ۵ شیمی دان کمیته ی علمی تشکیل شود به چند طریق می توان اعضای این کمیته را انتخاب کرد در حالت های زیر:

الف) کمیته ۶ نفره باشد و از هر رشته ۲ نفر حضور داشته باشند.

ب) کمیته ۳ نفره باشد و از هر رشته حداقل یک نفر در آن حضور باشند.

پ) کمیته ۲ نفره و حداقل یک ریاضی دان در آن باشد.

۳۲- با ارقام ۰ و ۴ و ۱ و ۹ و ۲ چند عدد سه رقمی فرد بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

۳۳- فردی قصد دارد به طور تصادفی با یک بینار مصاحبه کند. او برای این کار به بیمارستانی می رود در این بیمارستان ۴ طبقه در هر طبقه ۲ تا ۵ بخش و در هر بخش ۷ تا ۱۰ اتاق و در هر اتاق ۳ تا ۴ بیمار وجود دارد. حداکثر تعداد انتخاب های او چند تاست؟

۳۴- با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی مضرب ۵ می توان نوشت؟ (بدون تکرار)

۳۵- فردی می خواهد با اتوموبیل خود از تهران به اصفهان برود و برای این کار قصد دارد از قم عبور کند. اگر از تهران به قم دو مسیر a و b و از قم به اصفهان سه مسیر ۱ و ۲ و ۳ وجود داشته باشد، این فرد به چند طریق می تواند از تهران به اصفهان سفر کند؟

۳۶- حاصل عبارت زیر را بنویسید.

$$۱) ۵! = \quad ۲) \frac{۴!}{۶!} = \quad ۳) p(۷, ۳) =$$

۳۷- سه دونه ی a و b و c در یک مسابقه شرکت کردند. با استفاده از نمودار درختی حالت های نفرات اول تا سوم را مشخص کنید.

۳۸- فرض کنید مغازه ای ۵ نوع بستنی و ۳ نوع آبمیوه دارد.

الف) اگر بخواهید برای دوست خود فقط بستنی یا آبمیوه بخرید، به چنر روش می توان این کار را انجام داد؟

ب) اگر بخواهید برای دوست خود هم بستنی و هم آبمیوه بخرید، به چنر روش می توان این کار را انجام داد؟

۳۹- جای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

الف) اگر انجام کاری شامل دو مرحله باشد و برای انجام مرحله ی اول m انتخاب و برای هر کدام از این m روش ، مرحله ی دوم را به n روش می توانیم انجام دهیم ، طبق کل کار ، به روش قابل انجام است.

ب) اگر کاری را بتوان به دو روش مجزا انجام داد ، در روش اول m انتخاب و در روش دوم n انتخاب وجود داشته باشد ، طبق کل کار ، به روش قابل انجام است.

پ) در یک لباس فروشی ۳ نوع کت و ۴ نوع پیراهن موجود است. اگر بخواهیم فقط یک نوع (کت یا شلوار) بخریم انتخاب و اگر بخواهیم هم کت و هم شلوار بخریم انتخاب داریم ، در حالت اول از اصل و در حالت دوم از اصل استفاده می کنیم.

ت) اگر چند شی داشته باشیم ، به هر حالت چیدن آن ها کنار هم یک از آن اشیا می گویند.

ث) در جایگشت بین چند شی اهمیت دارد.

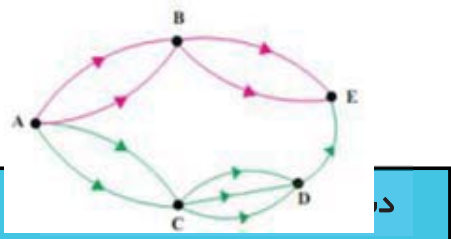
ج) تعداد جایگشت n شی متمایز برابر است. با استفاده از اصل به دست می آید.

چ) تعداد جایگشت حروف کلمه ی "صالح" برابر است.

ح) برای اتصال سه فیش ورودی به سه درگاه ، حالت وجود دارد.

خ) حاصل عبارت $(۲! + ۳!) - (۲!)^۲ + ۳! \times ۲!$ برابر است.

۴۰- اگر شکل زیر نشان دهنده ی جاده های بین شهر های A و B و C و D و E باشد و همه ی جاده ها یک طرفه باشند، به چند طریق می توان از شهر A به شهر E رفت؟



۴۱- با حروف a و b و c و d و e و بدون تکرار:

(الف) چند کلمه ی سه حرفی می توان نوشت که تکرار مجاز نباشد؟

(ب) چند کلمه ی سه حرفی می توان نوشت که تکرار مجاز باشد؟

(پ) چند کلمه ی سه حرفی می توان نوشت که می توان نوشت که شامل حرف c نباشد؟

(ت) چند کلمه ی چهار حرفی می توان نوشت که حرف اول آن ها b و حرف آخر آن ها a باشد؟

(ث) چند کلمه ی سه حرفی می توان نوشت که می توان نوشت که حتما شامل حرف d باشند؟

۴۲- به چند طریق می توان از بین ۱۲ نفر ، یک تیم ۴ نفره برای کوهنوردی انتخاب کرد؟

۴۳- کدام یک از سوالات زیر از طریق جایگشت و کدام یک از طریق ترکیب حل می شوند؟ جواب هر کدام را به دست آورید.

(الف) به چند طریق می توانیم از بین ۶ کتاب ، ۴ کتاب را در یک قفسه کنار هم بچینیم؟

(ب) به چند طریق می توانیم از بین ۶ کتاب ، ۴ کتاب را برای هدیه دادن به یک نفر انتخاب کنیم؟

(پ) به چند طریق می توان از بین ۸ کتاب مختلف ، ۵ کتاب را برای مطالعه انتخاب کرد؟

(ت) به چند طریق ممکن می توان از بین ۷ دانش آموز ، ۳ نفر را برای اعزام به یک اردوی فرهنگی انتخاب کرد؟

۴۴- گل فروشی در فروشگاه خود ۱۰ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته گل از ۳ تا ۵ شاخ گل متمایز می تواند قرار دهد. او چند دسته گل مختلف می تواند درست کند؟

۴۵- با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ ، بدون تکرار ارقام:

(الف) چند عدد چهار رقمی زوج می توان ساخت؟

(ب) چند عدد سه رقمی بزرگتر از ۴۰۰ می توان ساخت به طوری که شامل عدد ۷ نباشد؟

۴۶- از میان ۵ مهره آبی و ۴ مهره سیاه به چند روش می توان ۳ مهره انتخاب کرد که شامل یک مهره آبی باشد؟

۴۷- اگر در یک بیمارستان ضلع شرقی آن ۲ در و ضلع غربی آن ۳ در و ضلع شمالی آن یک در داشته باشد ، به چند طریق می توان وارد این بیمارستان شد؟

۴۸- مادر حسین می خواهد برای فرزندش یک هدیه بخرد. او به یک فروشگاه پوشاک و کفش رفت. پیراهن ۵ نوع ، کفش ۷ نوع و شلوار ۴ نوع وجود دارد. (اصلی که استفاده کردید را بیان کنید).

(الف) اگر او بخواهد فقط یک نوع از اجناس برایش بخرد به چند حالت می توان انجام دهد؟

(ب) اگر او بخواهد از هر کدام یکی برایش بخرد، به چند طریق می تواند این کار را انجام داد؟

۴۹- با ارقام ۳ و ۴ و ۵ و ۸ و ۹ چند عدد سه رقمی می توان نوشت طوری که:

الف) ارقام تکراری داشته باشد.

ب) ارقام تکراری نداشته باشد.

۵۰- با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و بدون تکرار ارقام:

الف) چند عدد چهار رقمی می توان نوشت؟

ب) چند عدد چهار رقمی فرد می توان نوشت؟

پ) چند عدد چهار رقمی زوج می توان نوشت؟

ت) چند عدد چهار رقمی مضرب ۵ می توان نوشت؟

۵۱- تعداد جایگشت های ۴ حرف a و b و c و d را بدست آورید.

۵۲- چند جایگشت با حروف کلمه ی (A L E X) می توان نوشت:

الف) تعداد جایگشت های ۲ حرفی

ب) با X شروع شود.

پ) به E ختم شود.

۵۳- در یک امتحان ۵ سوال ۴ گزینه ای و در ادامه ی آن ۴ سوال ۲ گزینه ای (بلی - خیر) هست. به چند طریق می توان پاسخ به این

امتحان داد؟ به تمام سوالات پاسخ داده شود.

۵۴- ۸ نقطه روی محیط یک دایره قرار دارند:

الف) چند وتر می توان با نقاط یاد شده رسم کرد؟

ب) چند مثلث می توان رسم کرد که رئوس مثلث از نقاط مذکور باشند.

۵۵- دانش آموزی ۴ کتاب رمان و ۳ کتاب علمی دارد، اگر قرار باشد یک کتاب از بین آن ها انتخاب کرده و به دوستش هدیه بدهد ،

چند انتخاب می تواند داشته باشد؟

۵۶- از بین ۳ سوپ ، ۵ نوع ساندویچ و ۲ نوع نوشابه ، چند ناهار مختلف که شامل یک نوع سوپ ، یک نوع ساندویچ و یک نوع

نوشابه باشد می توان انتخاب کرد؟

۵۷- شخصی ۴ پیراهن، ۳ شلوار و ۲ جفت کفش دارد به چند شکل متفاوت می تواند هر سه ی آن ها را با هم بپوشد؟

۵۸- در یک آزمون چهارگزینه ای با ۳ سوال، چند راه ممکن برای پاسخ گویی به سوالات وجود دارد در صورتی که به تمام سوال پاسخ داده شود؟

۵۹- با ارقام ۷ و ۴ و ۲ و ۰: (با تکرار و بدون تکرار ارقام)

الف) چند عدد چهار رقمی می توان نوشت؟

ب) چند عدد چهار رقمی بزرگ تر از ۷۰۰۰ می توان نوشت؟

۶۰- در مجموعه ی $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ مطلوب است:

الف) تعداد کل زیر مجموعه ها.

ب) تعداد زیر مجموعه های دو عضوی.

پ) تعداد زیر مجموعه های هشت عضوی.

ت) تعداد زیر مجموعه های پنج عضوی.

ث) تعداد زیر مجموعه های زوج عضوی.

ج) تعداد زیر مجموعه های پنج عضوی که عدد ۸ در تمام آن ها وجود دارد.

چ) تعداد زیر مجموعه های پنج عضوی که عدد ۸ در هیچکدام از آن ها وجود ندارد.

ح) تعداد زیر مجموعه چهار عضوی که در هیچکدام از آن ها اعداد ۵ و ۹ نباشد.

۶۱- تعداد جایگشت های ۶ شی متمایز چند تاست؟

۶۲- به چند حالت مختلف می توان حروف X و Y و Z و t و n را کنار هم قرار داد؟

۶۳- با کنار هم قرار دادن اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ چند عدد چهار رقمی می توان ساخت؟

۶۴- تعداد جایگشت های ۳ تایی از ۵ شی متمایز را به دست آورید.

۶۵- چهار نفر به چند طریق می توانند روی پنج صندلی که در یک ردیف چیده شده است، بنشینند؟

۶۶- در یک شرکت که ۲۰ عضو دارد، قرار است یک رئیس، یک معاون و یک خزانه دار انتخاب شوند، اگر هر عضو فقط حداکثر در

یکی از این سمت ها بتواند باشد، به چند طریق می توان انتخاب آن ها را انجام داد؟

۶۷- در یک لیگ فوتبال ۱۸ تیم قرار دارند. در پایان این لیگ، تیم های اول تا سوم به چند حالت مختلف می توانند مشخص شوند؟

۶۸- یک مربی فوتبال قصد دارد برای بازی پیش رو در تیم خود یک دفاع راست، یک دفاع چپ، یک دفاع جلو و یک دفاع عقب قرار دهد. او شش بازیکن دفاعی دارد که می‌توانند در هر کدام از این چهار پست بازی کنند. در شروع بازی چند حالت برای چیدن این خط دفاعی برای این مربی وجود دارد؟

۶۹- با ارقام ۵ و ۹ و ۶ و ۷ و ۸ چند عدد:

الف) سه رقمی می‌توان نوشت که تکرار ارقام مجاز نباشد؟

ب) سه رقمی می‌توان نوشت که تکرار ارقام مجاز باشد؟

پ) چهار رقمی زوج می‌توان نوشت که تکرار ارقام مجاز نباشد؟

ت) سه رقمی مضرب ۵ می‌توان نوشت که تکرار ارقام مجاز نباشد؟

ث) سه رقمی می‌توان نوشت که تکرار ارقام مجاز نباشد و به عدد ۸ ختم شود؟

ج) چهار رقمی می‌توان نوشت که تکرار ارقام مجاز نباشد و با عدد ۶ شروع شود؟

چ) چهار رقمی می‌توان نوشت که تکرار ارقام مجاز نباشد و با عدد ۷ شروع و به عدد ۹ ختم شود؟

۷۰- با ارقام ۵ و ۳ و ۸ و ۲ و ۷ به چند طریق می‌توان یک عدد سه رقمی ساخت به طوری که:

الف) این عدد زوج باشد و تکرار ارقام مجاز نباشد.

ب) رقم یکان آن ۷ باشد و تکرار ارقام مجاز باشد.

۷۱- با ارقام ۳ و ۷ و ۵ و ۶ و ۸ به چند طریق می‌توان یک عدد سه رقمی بدون تکرار ساخت به طوری که:

الف) آن عدد زوج باشد.

ب) رقم یکان آن عدد اول باشد.

۷۲- با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و بدون تکرار ارقام:

الف) چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت؟

ب) چند عدد چهار رقمی مضرب ۵ می‌توان نوشت؟

پ) چند عدد چهار رقمی فرد می‌توان نوشت؟

ت) چند عدد چهار رقمی زوج می‌توان نوشت؟

ث) چند عدد سه رقمی بزرگتر از ۴۰۰ می‌توان نوشت؟

ج) چند عدد سه رقمی کوچکتر از ۴۰۰ می‌توان نوشت؟

۷۳- به چند طریق می توان ۳ لامپ با هم و به تصادف از بین ۱۲ لامپ متمایز که ۸ عدد از آن ها معیوب است انتخاب کرده به طوری که :

الف) هر سه لامپ سالم باشد.

ب) حداقل دو لامپ معیوب باشد.

پ) یکی از لامپ ها معیوب باشد.

۷۴- در کیسه ای ۵ مهره آبی و ۴ مهره سفید متمایز وجود دارد. به چند طریق می توان از میان آن ها ۳ مهره به طور تصادفی انتخاب کرد به طوری که:

الف) ۲ مهره آبی و ۱ مهره سفید انتخاب شود.

ب) تمام مهره ها سفید باشد.

پ) هیچ مهره ای سفید نباشد.

ت) هر سه مهره هم رنگ باشند.

ث) تعداد مهره های آبی از سفید بیشتر باشد.

ج) حداقل ۲ مهره آبی باشد.

$$p(5, 3) = 6 \times c(5, 2)$$

۷۵- درستی تساوی مقابل را ثابت کنید.

۷۶- در تساوی های زیر مقدار n را تعیین کنید.

$$1) p(n, 2) = 72$$

$$2) p(n, 2) + 4 = c(5, 2)$$

$$3) p(n, 4) = 3 \times p(n, 3)$$

$$4) c(n+1, 3) = 3 \times p(n, 2)$$

$$p(n, 2) - \binom{n}{2} = 36$$

۷۷- با حل معادله ی مقابل مقدار n را بدست آورید.

۷۸- مجموعه ی $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ را در نظر بگیرید.

الف) تعداد زیر مجموعه های ۳ عضوی A را بنویسید.

ب) تعداد زیر مجموعه ی ۳ عضوی A که شامل a و فاقد f هستند را بیابید.

۷۹- تعداد زیر مجموعه های ۲ عضوی یک مجموعه ای برابر ۱۵ است. این مجموعه چند عضو دارد؟

۸۰- با ارقام ۰ و ۱ و ۳ و ۵:

الف) چند عدد سه رقمی می توان نوشت؟

ب) چند کد تلفن چهار رقمی داخل کشور می توان نوشت؟

پ) چند کد چهار رقمی خارج کشور می توان نوشت؟

ت) چند عدد سه رقمی با تکرار و بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

ث) چند عدد چهار رقمی فرد بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

ج) چند عدد سه رقمی با تکرار و بدون تکرار ارقام می توان نوشت که زوج باشد؟

چ) چند عدد چهار رقمی می توان نوشت که با رقم ۵ شروع شود؟

۸۱- با حروف کلمه ی "درخشان" و بدون تکرار:

الف) چند کلمه ی ۶ حرفی می توان نوشت؟

ب) چند کلمه ی ۳ حرفی می توان نوشت؟

پ) چند کلمه ی ۳ حرفی می توان نوشت که با حرف "الف" شروع شود؟

ت) چند کلمه ی ۴ حرفی می توان نوشت که به حرف "ن" ختم شود؟

ث) چند کلمه ی ۴ حرفی می توان نوشت که با حرف "خ" شروع و به حرف "د" ختم شود؟

ج) چند کلمه ی ۳ حرفی می توان نوشت که شامل حرف "ش" باشد؟

ح) چند کلمه ی ۴ حرفی می توان نوشت که شامل حرف "ش" باشد و حرف دوم "ن" باشد.

۸۲- از شهر A به شهر B، ۵ وسیله ی نقلیه ی متفاوت در حرکت است. به چند طریق یک مسافر می تواند از شهر A به شهر B برود

و برگردد ولی هنگام برگشتن با همان وسیله ی نقلیه ای که رفته برنگردد؟

۸۳- با ارقام ۰ و ۲ و ۵ و ۶ و ۹ به چند طریق می توان عدد چهار رقمی بزرگتر از ۶۰۰۰ نوشت، به طوری که

الف) تکرار مجاز باشد.

ب) تکرار مجاز نباشد.

۸۴- مجموعه ی $A = \{v, w, x, y, z\}$ را در نظر بگیرید:

الف) چند زیر مجموعه ی ۳ عضوی دارد؟

ب) چند زیر مجموعه ی ۳ عضوی شامل حرف "w" باشد:

پ) چند زیر مجموعه دارد که تعداد اعضای آن فرد باشد؟

ت) چند زیر مجموعه ی ۳ عضوی شامل "v" و فاقد "y" دارد؟

$$p(n, 2) + 9 = c(6, 4)$$

۸۵- در تساوی روبه رو مقدار n را بیابید.

۸۶- ۱۲ لامپ در یک فروشگاه موجود است، که ۵ تای آن ها معیوب است. به چند طریق ۴ لامپ می توان انتخاب کرد به طوری که:

الف) هر ۴ لامپ معیوب باشد.

ب) هر ۴ لامپ سالم باشد.

پ) ۳ لامپ معیوب و ۱ لامپ سالم باشد.

ت) حداقل ۳ لامپ سالم باشد.

۸۷- به چند طریق می توان از بین ۵ مهره ی مشکی، ۴ مهره ی زرد، ۳ مهره قرمز و ۳ مهره آبی انتخاب کرده به طوری که:

الف) هر ۳ مهره مشکی باشد.

ب) هر ۳ مهره زرد باشد.

پ) ۲ مهره مشکی و یکی زرد باشد.

ت) حداقل ۲ مهره مشکی باشد.

ث) مهره ها هم رنگ باشد.

ج) مهره ها هم رنگ نباشد.

۸۸- با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ چند عدد سه رقمی فرد می توان نوشت؟ (بدون تکرار)

۸۹- ۳ کتاب و ۴ کتاب فیزیک مختلف را به چند طریق می توان کنار هم قرار داد به طوری که:

الف) هیچ محدودیتی در چینش کتاب ها نداشته باشیم.

ب) کتاب های ریاضی کنار هم باشند.

پ) کتاب های فیزیک کنار هم باشند.

۹۰- با رقم های ۰ و ۴ و ۲ و ۳ (با تکرار ارقام)

الف) چند عدد سه رقمی می توان نوشت؟

ب) چند عدد سه رقمی زوج می توان نوشت؟

۹۱- تعداد جایگشت های حروف کلمه ی (store) را به دست آورید.

۹۲- حاصل هر یک از عبارات های زیر را بیابید.

$$۱) c(100, 1) = \quad ۲) p(7, 1) = \quad ۳) \frac{7!}{5!} =$$

۹۳- ۵ دانش آموز سال اول و ۴ دانش آموز سال دوم به چند می توانند در یک ردیف کنار هم بنشینند اگر قرار باشد اولی ها کنار هم و دومی ها نیز کنار هم باشند.

۹۴- در شکل زیر چند مثلث می توان ترسیم کرد به طوری که رئوس آن ها نقاط روی خطوط مشخص شده باشند؟



۹۵- پلاک اتوموبیل های سری ب در شهری به صورت ***ب** است. که هر ستاره نمایش یک رقم غیر صفر است. چند پلاک وجود دارد که با رقم فرد شروع و به رقم زوج ختم می شوند و دارای رقم های تکراری نیستند.

۹۶- به چند طریق می توان به یک آزمون ۳ سوالی جواب داد در صورتی که هر سوال یک تست ۴ گزینه ای باشد؟-

۹۷- به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) با استفاده از دو رقم ۳ و ۴ چند عدد ۴ رقمی می توان ساخت؟ (تکرار مجاز است)

ب) هفت نقطه روی محیط یک دایره قرار دارند ، چند مربع مختلف می توان کشید که رئوس آن از بین هشت نقطه انتخاب شده باشد؟

پ) یک زیر مجموعه ی ۵ عضوی چند زیر مجموعه ۴ عضوی دارد؟

۹۸- با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۴ و ۵ و ۶ بدون تکرار ارقام:

الف) چند عدد سه رقمی می توان نوشت که رقم صدگان آن ها ۵ باشد.

ب) چند عدد زوج سه رقمی می توان نوشت؟

۹۹- مقدار n را از رابطه ی $c(n, n-1) = ۸$ به دست آورید.

۱۰۰- می خواهیم با ۵ شاخه گل رز و ۶ شاخه گل میخک یک دسته گل درست کنیم که ۵ شاخه داشته باشد به طوری که:

الف) شامل ۳ گل رز و ۲ گل میخک باشد.

ب) حداقل ۴ گل میخک داشته باشد.

۱۰۱- حاصل عبارت های زیر را بیابید.

$$۱) \frac{۱۰!}{۶!} = \quad ۲) ۱! + ۲! + ۴! + ۵! =$$

$$۳) (۰! + ۰! + ۰!)! = \quad ۴) \frac{(n+1)!}{(n-1)!} =$$

$$۵) \frac{(۴!)!}{(۲ \times ۱۱)!} = \quad ۶) ۱۵(۱۵! + ۱۴!) =$$

۱۰۲- علی ۳ جفت کفش و ۵ جفت جوراب دارد. به چند طریق می تواند یک جفت کفش و یک جفت جوراب را بپوشد؟-

۱۰۳- تعداد جایگشت های ۳ شی از ۷ شی را بدست آورید.

۱۰۴- بستنی فروشی ۱۰ طعم بستنی دارد. اگر یک بستنی قیفی با ۳ طعم مختلف بخواهیم و ترتیب قرار گرفتن طعم های مختلف مهم نباشد، چند انتخاب می توانیم داشته باشیم؟

۱۰۵- مریم ۵ کتاب داستان و ۴ کتاب متفاوت ریاضی دارد. به چند طریق می تواند دو کتاب انتخاب کند که یکی داستان و یکی ریاضی باشد؟ (با نمودار درختی)

۱۰۶- رضا ۳ بلوز و ۴ شلوار و ۲ جفت کفش دارد. به چند طریق می تواند یک بلوز و شلوار و یک جفت کفش انتخاب کند؟ (همراه نمودار درختی)

۱۰۷- یک مدرسه برای شکاره کارت پرسنلی دانش آموزان خود از یک کد که شامل ۳ رقم و دو حرف به شکل زیر استفاده می کند با این شرط که اولین رقم نمی تواند صفر باشد و حروف به کار رفته در یک عدد نباید تکراری باشند، تعداد حالات ممکن برای شماره کارت های مختلف پرسنلی را پیدا کنید.

حرف	عدد	حرف	عدد	عدد
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

۱۰۸- اگر از شهر A به شهر B، ۳ مسیر و از شهر B به شهر C، ۴ مسیر وجود داشته باشد، به چند طریق می توان از شهر A (از طریق شهر B) به شهر C رفت؟ اگر از هکان راهی که رفته، برنگردد، روی هم به چند طریق می توان رفت و برگشت؟

۱۰۹- باغی دارای ۳ درب ورودی و ۴ درب خروجی می باشد. به چند طریق می تواند از یک درب داخل و از درب دیگر خارج شود؟

۱۱۰- شخصی می تواند از ۳ طریق هوایی، زمینی یا دریایی سفر کند. اگر ۳ سیر هوایی، ۵ مسیر زمینی و ۳ مسیر دریایی وجود داشته باشد، به چند طریق می تواند سفر کند؟

۱۱۱- با ارقام ۲ و ۴ و ۷ و ۸ و ۹ و بدون تکرار ارقام:

الف) چند عدد سه رقمی زوج می توان نوشت؟

ب) چند عدد سه رقمی کوچکتر از ۷۰۰ می توان نوشت؟

۱۱۲- در یک اداره ۱۲ نفر مشغول بکار، هستند، می خواهیم از بین آن ها:

الف) سه نفر انتخاب کنیم؟

ب) یک رئیس، یک معاون و یک منشی انتخاب کنیم؟

۱۱۳- با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۵ و ۷ و ۸ چند عدد ۴ رقمی زوج می توان نوشت؟ (بدون تکرار)

۱۱۴- به چند طریق ۵ افسر و ۳ سرباز می توانند کنار هم بنشینند به طوری که فقط افسر ها کنار هم باشند؟

۱۱۵- از بین ۷ دانش آموز دوم ریاضی و ۵ دانش آموز دوم تجربی، می خواهیم یک تیم والیبال ۴ نفره تشکیل دهیم. این کار به چند طریق امکان پذیر است هر گاه:

الف) ۳ نفر از کلاس ریاضی و یک نفر از کلاس تجربی انتخاب شوند.

ب) هر ۴ نفر از کلاس تجربی انتخاب شوند.

۱۱۶- به چند طریق می توان از ۷ دانش آموز کلاس اول و ۴ نفر دانش آموز کلاس دوم یک کمیته ۶ نفره انتخاب کرد مشروط بر اینکه:

الف) درست ۲ نفر از کلاس دوم باشند.

ب) حداکثر ۲ نفر از کلاس دوم باشند.

۱۱۷- معادلات زیر را حل کنید.

$$۱) p(n+1, 3) = p(n, 4)$$

$$۲) p(2n, 2) = 2p(n, 2)$$

۱۱۸- از بین ۳ مرد و ۴ زن به چند طریق می توان یک کمیته ۴ نفری تشکیل داد به طوری که:

الف) کمیته شامل ۲ مرد و ۲ زن باشد.

ب) زن و مرد تفاوتی نداشته باشد.

۱۱۹- چند کلمه ی سه حرفی (بدون تکرار) با حروف کلمه ی a و b و c و d و e و f و g می توان ساخت؟

۱۲۰- رمز یک کیف شامل ۳ رقم است. اگر بدانیک از ارقام ۱ و ۸ استفاده نشده است و ارقام رمز غیر تکرار است. با امتحان کردن حداکثر چند عدد می توان کیف را باز کرد؟

۱۲۱- در هر مورد فقط مشخص کنید که ترتیب اشیا مهم است یا خیر؟ (جایگشت یا ترکیب)

(الف) ساختن یک کلمه ی ۴ حرفی بدون تکرار از ۱۰ حرف متمایز.

(ب) انتخاب ۵ دانش آموز از بین ۲۵ دانش آموز برای اعزام به مشهد مقدس

(پ) انتخاب ۳ نفر در یک مسابقه ی قرآنی برای اهدای جایزه به نفرات اول تا سوم.

(ت) قرعه کشی روبیکا برای اهدای ۳ خودروی پژو ۲۰۶.

۱۲۲- چند عدد ۶ رقمی با ارقام ۰ و ۱ می توان ساخت؟

۱۲۳- ۷ دانش آموز دهم ، ۱۰ دانش آموز یازدهم و ۸ دانش آموز دوازدهم متقاضی شرکت در گروه سرود مدرسه هستند:

(الف) به چند طریق می توان ۵ نفر را انتخاب کرد؟

(ب) به چند می توان ۵ نفر را انتخاب کرد به طوری که ۳ تای آن ها ۱۲ ام باشد؟

(پ) به چند می توان ۵ نفر را انتخاب کرد به طوری که حداقل ۴ تای آن ها ۱۲ ام باشد؟

(ت) به چند می توان ۵ نفر را انتخاب کرد به طوری که هیچکدام دهم نباشد؟

۱۲۴- ۶ زن و ۲ مرد را به چند طریق می توان کنار هم قرار داد به طوری که مرد ها کنار هم باشند.

۱۲۵- ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ را به طریقی کنار هم قرار داده ایم که همواره ارقام فرد کنار هم باشند ، تعداد ۵ رقمی های حاصل کدام است؟

۱۲۶- در یک کشور نوعی اتوموبیل در ۶ مدل، ۱۲ رنگ ، ۳ حجم موتور و ۲ نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می شود.

(الف) چند نوع مختلف از این اتوموبیل تولید می شود؟

(ب) اگر یکی از رنگ های تولید شده سفید باشد ، چند نوع از این اتوموبیل با رنگ سفید تولید می شود؟

(پ) چند نوع از این اتوموبیل سفید دنده غیر اتوماتیک تولید می شود؟

۱۲۷- مسئله ای طرح کنید که با استفاده از اصل جمع یا اصل ضرب و یا هردوی آن ها حل شود و جواب آن به صورت زیر باشد.

$$2 \times 2 \times 2 + 3 \times 3 \times 3 = 35$$

۱۲۸- چند عدد ۶ رقمی می توان ساخت که رقم اول آن ۵ و رقم آخر آن ۸ است و ارقام غیر تکراری باشند؟

۱۲۹- در پرتاب ۲ سکه و یک تاس با هم چند حالت مختلف وجود دارد؟

۱۳۰- با استفاده از ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۵ و ۶ و ۹ چند عدد چهار رقمی و بدون تکرار ارقام می توان ساخت که:

الف) رقم صدگان آن ۵ باشد.

ب) فرد باشد.

پ) زوج باشد.

ت) مضرب ۵ باشد.

ث) بزرگتر از ۵۰۰۰ باشد.

ج) کوچکتر از ۳۰۰۰ باشد.

چ) یکان و دهگان آن از بین اعداد $\{3, 5\}$ انتخاب شوند.

ح) شامل رقم ۲ باشد.

۱۳۱- با استفاده از ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۴ و ۵ و ۷ چند عدد چهار رقمی و بدون تکرار ارقام می توان ساخت که:

الف) زوج باشد.

ب) مضرب ۵ باشد.

پ) بزرگتر از ۵۴۰۰ باشد.

ت) کوچکتر از ۴۲۰۰ باشد.

ث) فرد و بزرگتر از ۲۰۰۰ باشد.

۱۳۲- ۵ نفر برای استخدام به شرکتی مراجعه کرده اند. شرکت به چند طریق می تواند، برای هر یک از شغل های ریاست، کارمندی

و منشی گری افرادی را استخدام کند؟

۱۳۳- هشت نفر داوطلب سخنرانی در یک همایش هستند.

الف) چند ترتیب سخنرانی وجود دارد اگر بخواهیم همه ی آن ها سخنرانی کنند؟

ب) به چند طریق فقط نفرات اول تا چهارم می توانند سخنرانی کنند؟

۱۳۴- روی ۹ کارت اعداد ۱ تا ۹ را نوشته و آن ها را درون کیسه ای قرار می دهیم. دو کارت را بیرون می آوریم. در چند حالت:

الف) مجموع دو کارت فرد باشد؟

ب) مجموع دو کارت زوج باشد؟

پ) مجموع دو کارت حداقل ۵ باشد؟

ت) مجموع دو کارت حداکثر ۴ باشد؟

۱۳۵- از بین ۴ مهندس ، ۳ پزشک و ۲ نویسنده می خواهیم شورایی ۳ نفره انتخاب کنیم در چند حالت:

الف) از هر سه شغل در شورا نماینده وجود داشته باشد؟

ب) دو پزشک و یک مهندس عضو شورا هستند؟

پ) همه ی اعضای شورا دارای یک شغل هستند؟

ت) حداقل ۲ تا مهندس عضو شورا باشند؟

ث) حداکثر ۱ نویسنده عضو شورا هستند؟

ج) اعضای شورا فقط از دو شغل مختلف هستند؟

چ) تعداد پزشکان بیش تر از مهندسان در شورا باشند؟

۱۳۶- مجموعه ی $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ را در نظر بگیرید:

الف) این مجموعه ، چند زیر مجموعه ی ۳ عضوی دارد؟

ب) این مجموعه ، چند زیر مجموعه ی حداکثر ۳ عضوی دارد؟

پ) این مجموعه ، چند زیر مجموعه ی حداقل ۶ عضوی دارد؟

ت) این مجموعه ، چند زیر مجموعه ی فرد عضوی دارد؟

ث) این مجموعه ، چند زیر مجموعه ی ۳ عضوی دارد که عدد ۵ ، عضو آن باشد؟

ج) این مجموعه ، چند زیر مجموعه ی ۳ عضوی دارد که عدد ۵ ، عضو آن نباشد؟

چ) این مجموعه ، چند زیر مجموعه ی ۳ عضوی دارد که عدد ۵ ، عضو آن باشد ولی ۶ عضو آن نباشد؟

۱۳۷- از بین ۵ خیاط، ۴ دانشمند و ۳ نویسنده می خواهیم ۲ نفر را انتخاب کنیم به چند روش می توان این کار را انجام داد به طوری که دو نفر منتخب ، همکار نباشد.

۱۳۸- در یک سیرک ۳ ببر، ۴ شیر و ۵ مربی وجود دارد. به چند طریق می توان یک حیوان با یک مربی را به صحنه برد؟

۱۳۹- درستی یا نادرستی هر کدام را مشخص کنید.

۱) $۱۵! + ۳! = ۱۸!$ ۲) $\frac{۱۸!}{۳!} = ۶!$ ۳) $\frac{۵!}{۰!} =$ تعریف نشده

۴) $\frac{۹!}{۷!} = ۷۲$ ۵) $۸! = ۲! \times ۴!$ ۶) $(۳!)^۲ = ۹!$

۷) $۵! = ۳! + ۲!$ ۸) $۵! = (۳ + ۲)!$ ۹) $۱۰! = ۲! \times ۵!$

۱۰) $۲ \times ۳! = ۶!$ ۱۱) $۶! = ۶ \times ۵!$ ۱۲) $۶! = ۳! + ۳!$

۱۴۰- یک مربی از بین ۲۰ بازیکن:

الف) به چند طریق می توان ۱۱ نفر را برای حضور در بازی انتخاب کند؟

ب) به چند طریق می توان ۴ نفر را برای حضور روی نیمکت انتخاب کند؟

۱۴۱- ۵ توپ قرمز و ۴ توپ آبی و ۳ توپ سفید متمایز داریم. به چند طریق می توان سه توپ هم رنگ انتخاب کرد؟

۱۴۲- در یم انتخابات از بین ۵ مرد و ۶ زن به چند طریق می توان ۳ نفر را انتخاب مرد به طوری که حداکثر ۲ زن انتخاب شود؟

۱۴۳- از بین ۵ کارمند زن، ۴ کارمند مرد می خواهیم یک کمیته ی ۳ نفره تشکیل دهیم. به چند طریق می توان این کار را انجام داد؟

الف) جنسیت مهم نباشد.

ب) کمیته شامل ۱ زن و ۲ مرد باشد.

پ) هر ۳ نفر کمیته زن باشد.

ت) حداکثر یک مرد باشد.

۴.۱ بخش چهارم: سوالات تستی

۱۴۴- از میان ۳ داوطلب رشته ریاضی، ۴ داوطلب رشته تجربی و ۵ داوطلب رشته انسانی به چند طریق می توان دو نماینده انتخاب

کرد به طوری که هر دو از یک گروه نباشد؟

۶۶ (۴)

۱۲ (۳)

۶۰ (۲)

۴۷ (۱)

۱۴۵- با استفاده از ارقام فرد، چند عدد دو رقمی کوچکتر از ۵۰ می توان ساخت؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۲۰ (۴) ۱۰

۱۴۶- می خواهیم کارت هایی بسازیم که سمت راست آن ها یکی از حروف "ا-ب-ج-د" و سمت چپ آن ها اعداد دو رقمی بدون صفر نوشته شود. چند کارت می توان ساخت؟

- (۱) ۳۲۴ (۲) ۳۶۰ (۳) ۳۴۳ (۴) ۱۸۰

۱۴۷- با ارقام ۹ و ۲ و ۴ و ۷ و ۹ چند عدد سه رقمی کوچکتر از ۴۰۰ بدون تکرار می توان نوشت؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۶۸ (۳) ۲۴ (۴) ۱۲

۱۴۸- هفت نقطه متمایز روی یکی از دو خط موازی و ۳ نقطه متمایز در خط دیگر قرار دارد. با این نقاط چند مثلث وجود دارد؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۶۳ (۳) ۸۴ (۴) ۱۰۲

۱۴۹- از بین ۸ دانش آموز به چند طریق می توان ۳ نفر را انتخاب کرد به طوری که یک فرد مورد نظر در بین آن ها نباشد؟

- (۱) ۵۶ (۲) ۳۵ (۳) ۲۸ (۴) ۲۱

۱۵۰- تعداد کلمات ۳ حرفی که از ۷ حرف متفاوت می توان ساخت چند است؟

- (۱) ۲۱۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۱۲۰

۱۵۱- راه های مختلفی که می توان رئیس - معاون - دفتر دار یک موسسه آموزشی را از بین ۶ کارمند انتخاب کرد برابر فاکتوریل چه عددی است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۹۶

۱۵۲- چند عدد چهار رقمی با ارقام متمایز فرد بزرگ تر از ۳۰۰۰ می توان نوشت؟

- (۱) ۱۰۸ (۲) ۹۶ (۳) ۸۴ (۴) ۷۲

۱۵۳- از بین ۵ دانش آموز تجربی، ۳ دانش آکوز ریاضی به چند طریق می توان ۳ نفر را برای کار در آزمایشگاه انتخاب کرد به طوری که لا اقل دو نفر آن ها رشته تجربی باشند؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۳۵ (۳) ۳۰ (۴) ۲۵

۱۵۴- شرکتی با ۳۰ نوع گزینش برای استخدام یک فروشنده و یک کارمند اداری روبه رو شده است. داوطلبان این شرکت چند نفر بوده است؟

- (۱) ۶ (۲) ۳۰ (۳) ۱۲ (۴) ۶۰

۱۵۵- در یک پرواز داخلی ۴ جای خالی در هواپیما وجود دارد ۹ نفر در فهرست انتظار قرار دارند. به چند طریق می توان از بین آن ها ۴ نفر را سوار کرد؟

۵۶ (۴)

۶۳ (۳)

۱۱۲ (۲)

۱۲۶ (۱)

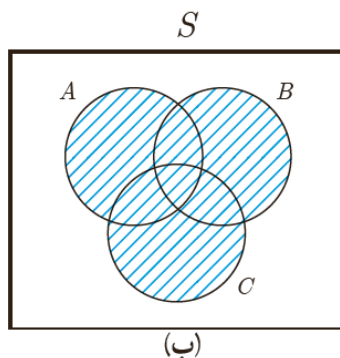
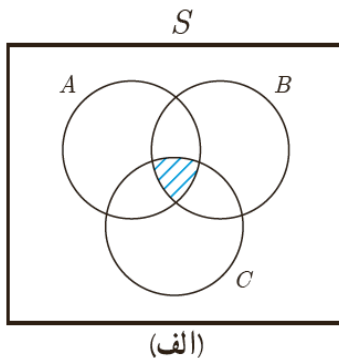


۲ درس دوم: احتمال

۱.۲ بخش اول: تمرینات کتاب درسی

- ۱- کدام یک از پدیده های زیر آزمایش تصادفی و کدام یک آزمایش قطعی است؟
 الف) نام ۲۰ دانش آموز را روی ۲۰ کارت می نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت ها، به طور تصادفی یک کارت بیرون می کشیم تا نام یکی از دانش آموزها استخراج شود.
 ب) مقداری آب را حرارت می دهیم تا به بخار تبدیل شود.
 پ) نتیجه یک آزمون چهارجوابی، که نیمی از سؤالات آن را شانسی پاسخ داده ایم.
 ت) در یک بازی ساده دو نفره، یکی از دو نفر مراحل زیر را انجام می دهد.
 عددی را انتخاب می کند.
 سه واحد به آن عدد می افزاید.
 سپس حاصل را دو برابر می کند.
 از عدد حاصل ۲ واحد کم می کند.
 نتیجه به دست آمده را نصف می کند.
 از حاصل به دست آمده، عدد اولیه را کم می کند.
 در مرحله آخر، فرد دوم به جای شخص محاسبه کننده پاسخ را اعلام می کند.
- ۲- سکه ای را پرتاب می کنیم. اگر رو ظاهر شد، آن گاه تاس را می ریزیم. در غیر این صورت، یک بار دیگر سکه را می اندازیم.
 الف) فضای نمونه این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.
 ب) پیشامد A را که در آن عدد ظاهر شده روی تاس زوج باشد یا سکه پشت بیاید، با اعضا مشخص کنید.
- ۳- هر یک از اعداد فرد طبیعی کوچک تر از ۲۰ را روی یک کارت می نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت ها به طور تصادفی یک کارت را برمی داریم؛ مطلوب است تعیین:
 الف) فضای نمونه این آزمایش تصادفی
 ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ۳ باشد.
 پ) پیشامد B که در آن عدد روی کارت، مجذور کامل باشد.
 ت) پیشامدهای $A - B$ و $A \cap B$ را با اعضایش مشخص کنید.

۴- برای هر یک از پیشامدهای زیر یک عبارت توصیفی و یک عبارت مجموعه ای بنویسید.



۵- هر یک از اعداد دو رقمی را که با ارقام ۱, ۲, ۳, ۴ می توان نوشت، روی کارت هایی می نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت

ها یک کارت را به طور تصادفی خارج می کنیم.

(الف) فضای نمونه این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.

(ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ۶ باشد.

(پ) پیشامد B که در آن عدد روی کارت اول باشد.

۶- خانواده ای دارای ۳ فرزند است.

(الف) فضای نمونه مناسب برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده چیست؟

(ب) پیشامد A که در آن هر سه فرزند از یک جنس باشند.

(پ) پیشامد B که در آن فقط یک فرزند دختر باشد.

(ت) پیشامد C که در آن حداقل ۲ فرزند پسر باشند.

(ث) پیشامد D که در آن حداکثر یک فرزند پسر باشد.

۷- خانواده ای دارای ۴ فرزند است.

(الف) فضای نمونه مناسب برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده چند عضو دارد؟

(ب) پیشامد A را مشخص کنید؛ طوری که در آن دو فرزند سوم و چهارم دختر باشند.

(پ) پیشامد C که در آن تعداد فرزندان دختر بیشتر از تعداد فرزندان پسر باشد.

(ت) آیا پیشامدهای A و C ناسازگارند؟

۸- از جعبه ای که شامل ۱۲ سیب سالم و ۵ سیب لکه دار است، ۳ سیب را به طور تصادفی برمی داریم. مطلوب است محاسبه

احتمال اینکه:

(الف) هر سه سیب سالم باشند.

(ب) تعداد سیب های سالم از تعداد سیب های لکه دار بیشتر باشد.

۹- عقربه دستگاه چرخنده زیر، پس از به حرکت درآمدن روی یکی از ۸ ناحیه می ایستد و عددی را نشان

می دهد. چقدر احتمال دارد که:

(الف) عقربه روی یک عدد اول بایستد.

(ب) عقربه یک عدد اول یا فرد را نشان دهد.

(پ) عقربه روی یک عدد مضرب ۳ بایستد.



۱۰- ۷ پرچم مختلف را به هفت میلهٔ پرچم نصب کرده ایم و روی میله ها شماره های ۱ تا ۷ را حک کرده ایم. چنانچه این پرچم ها به طور تصادفی کنار هم قرار گیرند، مطلوب است محاسبهٔ احتمال اینکه میلهٔ پرچم ها با شماره های غیر اول در مکان های زوج باشند. ۱۱- یازده بازیکن فوتبال تیم مدرسه شما به طور تصادفی کنار یکدیگر قرار می گیرند تا عکسی یادگاری بیندازند. چنانچه دروازه بان و کاپیتان تیم دو نفر متفاوت باشند، مطلوب است محاسبهٔ احتمال اینکه در عکس دقیقاً ۴ نفر بین دروازه بان و کاپیتان حضور داشته باشند؟

۱۲- در یک پارک جنگلی حفاظت شده، ۲۰ قوچ وحشی البرز مرکزی وجود دارد؛ ۵ تا از آنها را می گیرند و پس از نشان دار کردن، رهایشان می کنند. بعد از مدتی، محیط بانان به طور تصادفی ۷ تا از آنها را می گیرند و می خواهند تعداد قوچ های نشان دار را بشمارند. مطلوب است محاسبهٔ احتمال اینکه حداکثر ۲ قوچ نشانه دار باشند. ۱۳- انجمن اولیا و مربیان یک دبیرستان ۱۰ نفر عضو دارد. به یک برنامه خاص، ۵ نفر رأی موافق، ۳ نفر رأی مخالف و ۲ نفر رأی ممتنع داده اند. از بین آنها به طور تصادفی ۳ نفر انتخاب می کنیم. مطلوب است محاسبهٔ احتمال اینکه: الف) حداقل ۲ نفر از افراد انتخابی موافق برنامه باشند. ب) نظر هیچ دو نفری از آنها مانند هم نباشد.

۲.۲ بخش دوم: تمرینات جهت تسلط

۱- جاهای خالی را کامل کنید.

الف) پدیده ها یا آزمایش هایی که نتیجه آنها قبل از انجام آزمایش به طور قطعی مشخص نیست، پدیده یا آزمایش می گویند.

ب) هر عضو فضای نمونه S را یک و هر زیرمجموعه از S را یک می نامند.

پ) در فضای نمونه S ، پیشامد را پیشامد غیر ممکن و پیشامد را پیشامد حتمی می نامیم.

ث) A و A' را دو پیشامد می نامند و $p(A')$ است.

ج) اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، در این صورت $p(A \cup B)$ است.

چ) احتمال پیشامد نشدنی برابر و احتمال پیشامد حتمی برابر است.

ح) احتمال پیشامد A از فضای نمونه ای همواره عددی بین و است.

خ) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S و $A \subseteq B$ باشد، در این صورت احتمال پیشامد B از احتمال پیشامد A است.

د) اگر $p(A) = 0/3$ باشد، در این صورت $p(A')$ برابر است.

ذ) تعداد کل پیشامدهای یک فضای نمونه n عضوی برابر است.

۲- اگر A, B, C و D پیشامدهایی از فضای نمونه ای S باشند، هر یک از پیشامدهای زیر را با نماد مجموعه‌ای نمایش دهید.

الف) A یا B رخ دهد.

ب) A و B رخ دهد.

پ) B رخ دهد و A رخ ندهد.

ت) A یا B رخ دهد و C رخ ندهد.

ث) A رخ دهد و B و C رخ ندهد.

ج) A یا B رخ دهد و D یا C رخ ندهد.

۳- پیشامدهای زیر را با یک عبارت توصیفی بیان کنید.

الف) $(A \cup B) - C$ ب) $(A \cap C) - B$

۴- تاسی را پرتاب می‌کنیم اگر عدد رو شده فرد باشد، یک سکه و اگر زوج باشد، دو سکه پرتاب می‌کنیم. فضای نمونه این پدیده تصادفی را با اعضایش مشخص کنید.

۵- سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم. اگر رو ظاهر شود، یک تاس و اگر پشت بیاید، یک بار دیگر سکه را پرتاب می‌کنیم.

الف) فضای نمونه این پدیده تصادفی را مشخص کنید.

ب) پیشامد A که عدد ظاهر شده فرد باشد را مشخص کنید.

پ) پیشامد B که سکه اول پشت بیاید را مشخص کنید.

ت) پیشامد $A \cup B$ را مشخص کنید.

۶- اعداد زوج طبیعی کوچکتر از ۲۰ را روی کارت‌هایی نوشته و در کیسه‌ای قرار می‌دهیم و به تصادف یک کارت را برمی‌داریم.

الف) فضای نمونه این پدیده تصادفی را مشخص کنید.

ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ۴ باشد را مشخص کنید.

پ) پیشامد B را که در آن عدد روی کارت مجذور کامل باشد را مشخص کنید.

ت) پیشامد این که A رخ دهد و B رخ ندهد را مشخص کنید.

ث) پیشامد $A \cap B$ را مشخص کنید.

۷- خانواده‌ای دارای سه فرزند است:

- الف) فضای نمونه این پدیده تصادفی را با اعضایش مشخص کنید.
- ب) پیشامد این که این خانواده فقط یک دختر داشته باشد را مشخص کنید.
- پ) پیشامد این که این خانواده حداقل یک دختر داشته باشد را مشخص کنید.
- ت) پیشامد این که این خانواده حداکثر یک دختر داشته باشد را مشخص کنید.
- ث) تعداد کل پیشامدهای ممکن برای این پدیده تصادفی را مشخص کنید.

۸- خانواده‌ای دارای چهار فرزند است:

- الف) تعداد عضوهای فضای نمونه‌ای را مشخص کنید.
- ب) پیشامد این که فرزند اول و آخر دختر باشد را مشخص کنید.
- پ) پیشامد این که تعداد دخترها بیشتر از تعداد پسرها باشد را مشخص کنید.
- ت) پیشامد این که یک‌درمیان دختر و پسر باشند را مشخص کنید.
- ۹- تعداد اعضای فضای نمونه‌ای $(n(S))$ پدیده‌های تصادفی زیر را مشخص کنید.

الف) سه سکه و یک تاس (ب) ایستادن ۴ نفر در صف

پ) تولد ۴ شخص در یکی از روزهای هفته

ت) خارج کردن ۳ مهره از کیسه‌ای شامل ۴ مهره سفید و ۵ مهره سیاه

۱۰- در پرتاب یک سکه و یک تاس مطلوب است:

الف) احتمال این که سکه «رو» و تاس عددی زوج باشد.

ب) احتمال این که سکه پشت و تاس عددی بزرگ‌تر از ۴ باشد.

۱۱- در پرتاب دو تاس مطلوب است:

الف) احتمال این که مجموع دو عدد روشده برابر ۵ باشد.

ب) احتمال این که حاصل ضرب دو عدد روشده برابر ۲۴ باشد.

پ) احتمال این که مجموع دو تاس مضرب ۶ باشد.

ت) احتمال این که مجموع دو عدد روشده بزرگ‌تر از ۱۰ نباشد.

۱۲- در خانواده‌ای با چهار فرزند مطلوب است:

(الف) احتمال این که فرزند اول دختر و فرزند دوم پسر باشد.

(ب) احتمال این که سه فرزند آخر هم جنس باشند.

۱۳- برای ۴ فرزند که به صورت تصادفی انتخاب شده اند، مطلوب است:

(الف) احتمال این که تولد هر ۴ نفر در آذرماه باشد.

(ب) احتمال این که تولد هر ۴ نفر در یک ماه خاص باشد.

(پ) احتمال این که تولد هیچ کدام در یک ماه نباشد.

(ت) احتمال این که تولد هر ۴ نفر در روز دوشنبه باشد.

(ث) احتمال این که تولد هر ۴ نفر در یک روز خاص هفته باشد.

(ج) احتمال این که تولد هر ۴ نفر در روز ۱۲ آذر باشد. (سال را ۳۶۵ در نظر بگیرید).

۱۴- سه دانش آموز پایه یازدهم و چهار دانش آموز پایه دوازدهم می خواهند در یک صف بایستند.

(الف) احتمال این که دانش آموزان پایه یازدهم کنار هم باشند.

(ب) احتمال این که یک درمیان دانش آموزان یازدهم و دوازدهم در صف بایستند.

(پ) احتمال این که دانش آموزان پایه یازدهم کنار هم و دانش آموزان پایه دوازدهم کنار هم باشند.

۱۵- از بین ۴ نفر کارمند زن و ۶ کارمند مرد می خواهیم یک تیم بازرسی سه نفره انتخاب کنیم:

(الف) احتمال این که یک نفر زن و دو نفر مرد انتخاب شود.

(ب) احتمال این که هر سه زن نباشد.

(پ) احتمال این که تعداد زن های انتخاب شده بیشتر از مردها باشد.

(ت) احتمال این که دو نفر هم جنس انتخاب شوند را به دست آورید. (سه نفر هم جنس قابل قبول نیست).

(ث) احتمال این که حداقل یک نفر مرد باشد را به دست آورید.

۳.۲ بخش سوم: تمرینات جهت مرور

۱- مفاهیم زیر را تعریف کنید.

الف) پدیده ی تصادفی:

ب) پدیده قطعی:

پ) برآمد:

ت) پیشامد:

ج) فضای نمونه ای:

چ) پیشامد نا سازگار:

۲- کدام یک از پدیده های تصادفی زیر قطعی و کدام یک غیر قطعی است؟

الف) تولد فرزند ب) شکستن شیشه پ) ریختن تاس ت) پاره شدن کاغذ ج) پرتاب سکه

۳- چند آزمایش قطعی و چند پدیده ی تصادفی را مثال بزنید.

۴- جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

الف) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $A \cap B = \emptyset$ در این صورت A و B را دو پیشامد می نامیم.

ب) اگر $A \subset S$ و A' متمم پیشامد A باشد آن گاه $A \cap A' =$ و $A \cup A' =$.

پ) سه سکه را با هم می اندازیم. فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی دارای عضو است.

ت) مجموعه ی شامل همه ی حالت های ممکن در به وقوع پیوستن یک پدیده ی تصادفی را گوییم.

ث) هر زیر مجموعه ی فضای نمونه ای را یک در فضای نمونه ای می نامیم.

ج) به پدیده هایی که از به وقوع پیوستن آن اطمینان نداشته باشیم ، می گوییم.

چ) پیشامد $A = \emptyset$ پیشامد و پیشامد $A = S$ را پیشامد می نامیم.

ح) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند و $A \cap B \neq \emptyset$ ، آنگاه A و B را دو پیشامد می نامیم.

خ) فضای نمونه پرتاب دو تاس و یک سکه عضو دارد.

د) پیشامد وقتی رخ می دهد که پیشامد های A و B رخ دهند.

ذ) پیشامد $A \cup B$ زمانی رخ می دهد که رخ دهند.

ر) دو پیشامد A و A' را می گوئیم. حاصل $p(A) + p(A') = \dots\dots\dots$ است.

ز) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه S باشند به طوری که $A - B = A$, $B - A = B$ در این صورت دو پیشامد A و B را می نامند.

ژ) $p(\emptyset) = \dots\dots\dots$, $p(s) = \dots\dots\dots$

۵- درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را تعیین کنید.

الف) اگر پیشامد A' متمم پیشامد A باشد، پیشامد A' زمانی رخ می دهد که پیشامد A رخ ندهد.

ب) به دنیا آمدن بچه در ماه اردیبهشت یک پدیده ی تصادفی است.

پ) در فضای نمونه اس پرتاب یک تاس ، پیشامد رو شدن عددی بزرگتر از ۶ ، حتمی است.

ت) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند ، پیشامد $A - B$ زمانی رخ می دهد که پیشامد A رخ دهد ولی پیشامد B رخ ندهد.

ث) مقداری آب را درون فریزر قرار می دهیم تا یخ بزند ، یک آزمایش تصادفی است.

ج) پیشامد $A \cap A'$ یک پیشامد غیرممکن است.

چ) احتمال آن که آراد به روستا برود ۰/۰۶ است. احتمال آن که به روستا نرود ۰/۴ است.

۶- فضای نمونه ی آزمایش پرتاب ۳ سکه و یک تاس دارای چند عضو است؟

۷- کدام بیان برای پدیده ی غیر ممکن نادرست است؟

۱) مکمل پدیده ی قطعی (۲) خارج فضای نمونه (۳) احتمال وقوع صفر (۴) احتمال وقوع کمتر از $\frac{1}{3}$

۸- از بین ۷ دانش آوز رشته ریاضی و ۵ دانش آموز رشته ی انسانی ، ۴ نفر به تصادف انتخاب شده اند، احتمال این که حداکثر ۳ نفر آن ها رشته ی انسانی باشد را بیابید.



۹- از میان نقاط مقابل ۳ نقطه انتخاب می کنیم . احتمال اینکه نقاط تشکیل یک مثلث بدهند را بیابید.



۱۰- در پرتاب دو تاس با کدام احتمال هر عدد ظاهر شده کم تر از ۵ است؟

۱۱- احتمال آن که در پرتاب دو تاس فقط یکی ۶ بیاید را بیابید.

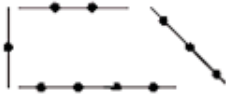
۱۲- شش نفر را انتخاب کرده ایم:

(الف) با کدام احتمال هکته در یک روز هفته متولد شده اند؟

(ب) با کدام احتمال همه در روز شنبه متولد شده اند؟

(پ) با کدام احتمال هیچ دو نفری در یک روز از هفته متولد نشده باشند؟

۱۳- از میان ۱۰ نقطه ی زیر ، ۴ نقطه به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال این که با ۴ نقطه انتخاب شده بتوان یک چهار ضلعی ساخت را بیابید. (با فرض این که هر راس چهار ضلعی روی یک خط باشد).



۱۴- دو تاس را پرتاب می کنیم ، با کدام احتمال هر یک از اعداد رو شده مضرب ۳ نیست؟

۱۵- خانواده ای دارای ۳ فرزند است. اگر A پیشامد هم جنس بودن دو فرزند اول و B پیشامد وجود یک فرزند پسر در این خانواده باشد:

(الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی

(ب) پیشامد های A و B را مشخص کنید.

(پ) آیا A و B ناسازگارند؟ چرا؟

۱۶- احتمال آن که در پرتاب یک تاس یک عدد زوج یا اول باشد را بیابید.

۱۷- احتمال آن که در پرتاب یک تاس عدد رو شده کم تر از ۴ یا فرد باشد را بیابید.

۱۸- در پرتاب دو تاس احتمال آن که :

(الف) مجموع اعداد رو شده برابر ۸ باشد؟

(ب) مجموع اعداد رو شده بزرگتر از ۸ باشد؟

(پ) مجموع اعداد رو شده کوچکتر از ۸ باشد؟

۱۹- هر یک از ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ را بر روی پنج کارت یکسان نوشته ایم. به تصادف یک کارت بیرون کشیده سپس کارت دیگری از بین بقیه کارت ها بیرون می کشیم ، با کدام احتمال شماره های این دو کارت اعداد متوالی اند؟

۲۰- خانواده ای دارای ۳ فرزند است:

(الف) تعداد اعضای فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.

(ب) پیشامد A که در آن فرزند سوم پسر باشد را مشخص کنید.

(پ) پیشامد B که در آن حداکثر یک فرزند دختر باشد را مشخص کنید.

۲۱- خانواده ای دارای ۴ فرزند است:

الف) فضای نمونه ای فرزندان این خانواده را مشخص کنید.

ب) پیشامد آن که حداقل دو فرزند این خانواده پسر باشد را نوشته و احتمال آن را محاسبه کنید.

۲۲- احتمال آمدن باران به نیامدنش $\frac{2}{3}$ است. احتمال آن که باران بیبارد، چه قدر است؟

۲۳- یک خانواده دارای ۳ فرزند است:

الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.

ب) پیشامد A که در آن فقط دو فرزند دوم و سوم دختر باشد.

پ) پیشامد B که در آن حداقل یک فرزند دختر باشد.

ت) پیشامد $A - B$ را مشخص کنید.

۲۴- دو تاس را با هم می اندازیم و پیشامد های A و B را به ترتیب "مجموع اعداد دو تاس برابر ۷" و "عدد رو شده حداقل یک تاس

برابر ۶" تعریف می کنیم. مطلوب است:

الف) پیشامد های A و B را مشخص کنید.

ب) پیشامد $A \cap B$ را معلوم کنید.

۲۵- تمام اعداد دو رقمی که با ارقام ۲ و ۳ و ۴ و ۷ می توان ساخت، روی کارت های متمایزی نوشته و در یک کیسه قرار می دهیم و

سپس یک کارت به تصادف خارج می کنیم. (ارقام غیر تکراری) مطلوب است:

الف) فضای نمونه ای این پدیده ی تصادفی

ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت، مضرب باشد.

۲۶- ابتدا یک تاس و به دنبال آن یک سکه را پرتاب می کنیم. برآمد های ممکن را به صورت نمودار درختی رسم کنید.

۲۷- یک سکه را دو بار پرتاب می کنیم:

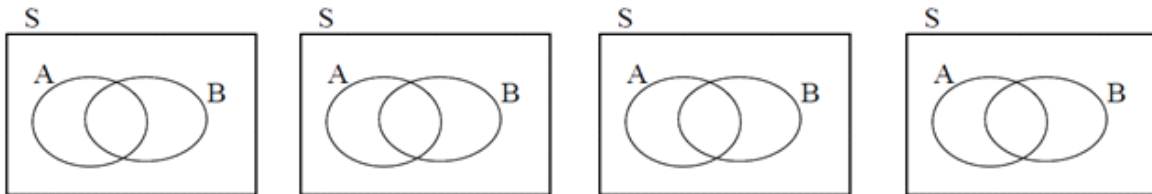
الف) فضای نمونه ای این پدیده ی تصادفی:

ب) پیشامد A که در آن هر دو سکه، یکسان بیایند را بنویسید.

پ) پیشامد B که حداقل یک سکه رو بیاید را بنویسید.

۲۸- با توجه به شکل زیر، پیشامد های زیر را هاشور بزنید.

الف) $(A - B) \cup (B - A)$ ب) $(A - B)'$ پ) $(A \cap B)'$ ت) $(A \cup B)'$



۲۹- خانواده ای دارای ۴ فرزند اسن. مطلوب است محاسبه ی احتمال آن که:

الف) حداقل دو فرزند این خانواده پسر باشد.

ب) تعداد فرزندان دختر بیشتر از فرزندان پسر باشد.

۳۰- خانواده ای دارای ۳ فرزند است.

الف) پیشامد A که در آن حداقل ۲ فرزند این خانواده دختر باشد را مشخص کنید.

ب) پیشامد B که در آن فقط یک فرزند خانواده پسر باشد را مشخص کنید.

پ) احتمال آن که فرزندان ، به صورت یک در میان پسر و دختر باشد را به دست آورید.

۳۱- یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می کنیم.

الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی را بنویسید.

ب) پیشامد آن را بنویسید که عدد روی تاس بزرگتر از ۵ باشد.

ب) پیشامد آن را بنویسید که سکه پشت بیاید.

پ) احتمال آن که سکه پشت یا تاس ۴ بیاید را بیابید.

ت) احتمال آن که تاس زوج بیاید را بیابید.

ث) احتمال آن که تاس فرد و سکه پشت بیاید را بیابید.

۳۲- می خواهیم از بین ۶ دانش آموز کلاس سوم و ۵ دانش آموز کلاس دوم یک تیم چهار نفره ، به تصادف انتخاب کنیم ، چقدر احتمال دارد:

الف) هیچ دانش آموز کلاس سوم در تیم نباشد.

ب) یک دانش آموز کلاس سوم و سه دانش آموز کلاس دوم در تیم باشند.

۳۳- در کیسه ای که شامل ۳ مهره قرمز و ۴ مهره ی سبز می باشد ، ۳ مهره به تصادف خارج می کنیم ، مطلوب است احتمال آن که هر دو مهره هم رنگ باشند.

۳۴- از جعبه ای که شامل ۵ مهره سبز و ۴ مهره آبی ۲ مهره زرد می باشد ، ۳ مهره به تصادف خارج می کنیم، مطلوب است محاسبه ی احتمال آن که:

الف) هر سه مهره سبز باشد.

ب) حداکثر ۲ مهره سبز باشد.

پ) هر سه مهره هم رنگ باشند.

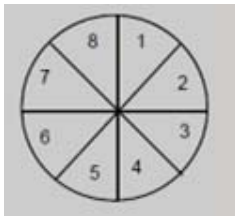
۳۵- از جعبه ای که حاوی ۱۰ سیب سالم و ۴ سیب خراب است ، ۳ سیب به تصادف بر می داریم. مطلوب است محاسبه ی احتمال آن که:

الف) هر سه سیب سالم باشند.

ب) دو سیب سالم و یکی خراب باشد.

پ) تعداد سیب های سالم از تعداد سیب های خراب بیشتر باشد.

۳۶- عقربه ای را مطابق شکل زیر به تصادف به حرکت در می آوریم تا روی یکی از ۸ ناحیه شکل بایستد چقدر احتمال دارد



الف) عقربه روی عددی اول بایستد؟

ب) عقربه روی عددی اول یا فرد را نشان دهد.

پ) عقربه روی عدد زوج و اول بایستد.

۳۷- چقدر احتمال دارد در یک تیم کوهنوردی ۳ نفره:

الف) هر سه نفر آن ها در ماه آبان متولد شده باشند.

ب) هر سه نفر آن ها در یک ماه از سال متولد شده باشند.

پ) تولد هیچ دو نفری از آن ها در یک ماه نباشد.

۳۸- ۴ نفر را در نظر می گیریم ، چقدر احتمال دارد:

الف) هر چهار نفر آن ها در روز سه شنبه متولد شده باشند.

ب) هر چهار نفر آن ها در یک روز از هفته متولد شده باشند.

پ) تولد هیچ دو نفری از آن ها در یک روز از هفته نباشد.

۳۹- هر یک از اعداد زوج کمتر از ۲۵ را روی یک کارت می نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت ها ، به طور تصادفی یک کارت بیرون می آوریم ؛ مطلوب است تعیین:

الف) فضای نمونه ای این آزمایش

ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ۴ باشد.

پ) پیشامد B که در آن عدد روی کارت بیشتر از ۱۵ باشد.

پ) پیشامد های $A \cap B$ ، $A - B$ را با اعضا مشخص کنید.

۴۰- در جمع ۵ نفری دوستان ، چقدر احتمال دارد:

الف) ماه تولد آن ها متفاوت باشد.

ب) روز تولد آن ها در هفته یکی باشد.

۴۱- ۵ نفر که دو نفر آن ها خواهر یکدیگرند به تصادف در یک ردیف می ایستند ، چقدر احتمال دارد:

الف) دو خواهر کنار هم قرار گرفته باشند.

ب) دو خواهر در اول و آخر صف واقع شده باشند.

۴۲- اگر $p(A) = \frac{1}{3}$ و $p(B') = \frac{3}{4}$ و A و B دو پیشامد ناسازگار باشند حاصل $p(A \cup B)$ را بیابید.

۴۳- اگر $p(A) = \frac{1}{4}$ و $p(A \cup B) = \frac{2}{3}$ ، که A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، $p(B')$ را تعیین کنید.

۴۴- از جعبه ای که شامل ۵ مهره ی آبی و ۲ مهره ی قرمز می باشد ۳ مهره به تصادف خارج می کنیم ، چقدر احتمال دارد:

الف) هر سه مهره هم رنگ باشد.

ب) حداقل دو مهره آبی باشد.

پ) سه رنگ متفاوت باشند.

۴۵- یک سکه را دو بار پرتاب می کنیم .

الف) فضای نمونه ای این آزمایش را بنویسید.

ب) پیشامد آن که حداقل یک سکه رو بیاید را مشخص کنید.

۴۶- در یک تیم فوتبال ۲ برادر وجود دارند، در ابتدای مسابقه اعضای تیم در یک صف قرار می گیرند، مطلوب است احتمال آن که: الف) ۲ برادر کنار هم باشند.

ب) ۲ برادر در نفرات پنجم و نهم صف باشند.

پ) ۲ برادر در ابتدا و انتهای صف واقع شوند.

۴۷- در پرتاب یک تاس اگر عدد اول بیاید کدام پیشامد زیر رخ داده است؟

پ) $C = \{1, 3, 5\}$

ب) $B = \{1, 6\}$

الف) $A = \{2, 4, 6\}$

۴۸- در یک خانواده ۳ فرزندی مطلوب است:

الف) فضای نمونه ی این آزمایش تصادفی را بنویسید.

ب) پیشامد اینکه در این خانواده دو فرزند پسر باشد.

پ) احتمال آن که حداقل یک فرزند پسر داشته باشد.

۴۹- در پرتاب یک تاس آیا دو پیشامد زیر ناسازگارند؟

پیشامد این که عدد رو شده اول باشد: A

پیشامد این که عدد رو شده مضرب ۳ باشد: B

۵۰- در پرتاب یک تاس و یک سکه احتمال آن که:

الف) تاس عددی اول باشد. ب) تاس ۳ و سکه پشت بیاید

۵۱- در جعبه ای ۳ مهره قرمز، ۲ مهره زرد و ۴ مهره ی آبی وجود دارد. ۳ مهره به تصادف خارج می کنیم. احتمال آنکه:

الف) هر سه مهره هم رنگ باشند

ب) هر سه غیر هم رنگ باشند

ج) حداکثر یک مهره زرد باشد.

۵۲- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $A \subseteq B$ ، ثابت کنید، $P(A) \leq P(B)$

۵۳- ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ۴ را کنارهم قرار می دهیم، احتمال آن که

الف) دو عدد فرد کنار هم قرار بگیرند چقدر است؟

ب) اعداد زوج و فرد یک در میان کنار هم قرار بگیرند چقدر است؟

۵۴- ابتدا تعداد اعضای فضای نمونه ای را در هر یک از آزمایش های تصادفی زیر ؛ طبق اصل ضرب مشخص کنید و سپس اعضای فضای نمونه ای را در هر یک از آزمایش ها تصادفی ، بنویسید.

(۱) پرتاب یک سکه-۲) پرتاب یک تاس

(۳) پرتاب هم زمان دو سکه-۴) پرتاب دو تاس

(۵) پرتاب سه سکه-۶) پرتاب یک تاس و یک سکه

۵۵- سکه ای را به هوا می اندازیم . اگر پشت بیاید، یک تاس می اندازیم و اگر رو بیاید دو سکه ی دیگر را می اندازیم : الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.

ب) پیشامد آن که "تاس زوج بیاید" را مشخص کنید.

پ) پیشامد آن که "حداقل ۲ سکه رو بیاید" را مشخص کنید.

۵۶- فرض کنید A و B و C سه پیشامد از فضای نمونه ای S باشند. عبارت های توصیفی زیر را با نمودار ون نمایش دهید و هاشور بزنید.

الف) پیشامد های A و C رخ بدهند ؛ ولی B رخ ندهد.

ب) فقط پیشامد B رخ بدهد.

پ) پیشامد B رخ دهد و C رخ ندهد.

ت) پیشامد A رخ دهد و لا اقل یکی از پیشامد های B و C رخ دهد.

ث) هر سه پیشامد رخ دهد.

ج) حداقل یکی از این سه پیشامد رخ دهد.

چ) هیچ یکی از پیشامد ها رخ ندهد.

ح) فقط پیشامد A رخ دهد.

خ) پیشامد های A و B رخ دهند و C رخ ندهد.

۵۷- سکه را یک بار پرتاب می کنیم ؛ اگر رو بیاید ، تاس را می ریزیم و اگر پشت بیاید ، سکه را دو بار دیگر پرتاب می کنیم. فضای نمونه ای مر بوط به این آزمایش تصادفی را بنویسید.

۵۸- سه خودکار متمایز و چهار مداد متمایز به طور تصادفی کنار هم شده اند. با چه احتمالی همه ی مداد ها کنار هم قرار می گیرند؟

۵۹- پنج نفر را در نظر می‌گیریم، چقدر احتمال دارد:

الف) هر پنج نفر در ماه آبان متولد شده باشند؟ (ب) هیچ دو نفری در یک ماه متولد نشده باشند.

۶۰- فرض کنید که بزارش‌های هواشناسی یک ایستگاه نشان می‌دهد که ۱۲۰ روز؛ ۸۹ روز پیش‌بینی‌های وضع هوا درست بوده است. احتمال این که پیش‌بینی بعدی این ایستگاه درست نباشد؛ چقدر است؟

۶۱- یک سکه را ۱۰۰ بار انداخته ایم. پشت آمده است. احتمال آن که در یک صد و یکمین بار باز هم پشت بیاید چند است؟

۶۲- پیشامد تصادفی A دارای ۶ عضو و $p(A) = \frac{2}{7}$ شد است. تعداد اعضای فضای نمونه ای چند تا است؟

۶۳- دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که حداقل در یکی از دو تاس عدد ۶ رو شده باشد، چقدر است؟

۶۴- یک سکه و یک تاس را باهم پرتاب می‌کنیم .

الف) فضای نمونه ای چند عضو دارد؟ (ب) پیشامد آنکه سکه «رو» و تاس مضرب ۳ باشد.

(پ) احتمال آنکه سکه پشت و عدد روی تاس عدد اول باشد .

۶۵- فرض کنید خانواده ای دارای ۴ فرزند است که از تعداد جنسیت فرزندان اطلاعی دست نیست:

الف) فضای نمونه ای تعداد فرزندان چند عضو دارد؟ اعضای فضای نمونه ای را بنویسید.

(ب) پیشامد A را بنویسد که در آن یک دختر در این خانواده متولد شده باشد.

(پ) پیشامد B را بنویسد که در آن حداکثر یک دختر در این خانواده متولد شده باشد.

(پ) پیشامد C را بنویسد که در آن حداقل یک دختر در این خانواده متولد شده باشد.

(ت) پیشامد D را بنویسید که در آن تعداد فرزندان دختر و پسر برابر باشد.

(ث) پیشامد E را بنویسید که در آن تعداد فرزندان پسر از تعداد فرزندان دختر بیشتر باشد.

(ج) پیشامد F را بنویسید که در آن فرزند اول و آخر پسر باشد.

(چ) پیشامد G را بنویسید که در آن فرزند پسر در خانواده متولد نشده باشند.

۶۶- دو تاس را با هم می‌اندازیم . مطلوب است محاسبه ی احتمال آن که:

الف) هر دو تاس زوج بیایند. (ب) مجموع دو تاس ۵ باشد.

(پ) مجموع دو تاس ۸ و تاس اول فرد باشد. (ت) مجموع دو تاس ۸ و تاس اول مضرب ۳ باشد.

(ث) مجموع دو تاس ۸ یا هر دو تاس فرد باشند. (ج) مجموع دو تاس ۷ و هر دو تاس فرد باشند.

چ) مجموع دو تاس بیش تر از ۱۰ باشد. ح) مجموع دو تاس کمتر از ۱۱ باشد.

خ) حاصل ضرب اعداد رو شده ۱۲ شود. د) هر دو عدد رو شده با هم مساوی نباشند.

۶۷- یک تاس و یک سکه را با هم پرتاب می کنیم . احتمال آن که :

الف) عدد روی تاس بزرگتر از ۵ باشد. ب) سکه پشت و تاس ۴ بیاید.

پ) سکه پشت یا تاس ۴ بیاید. ت) سکه رو و تاس فرد بیاید.

۶۸- جعبه ای شامل ۱۴ لامپ که ۴ تای آن ها معیوب است. ۳ لامپ به تصادف از جعبه خارج می کنیم. احتمال معیوب بودن هر سه لامپ را بیابید.

۶۹- هشت لامپ داریم که ۵ تای آن ها سوخته است. از این ۸ لامپ ، ۳ لامپ به تصادف انتخاب می کنیم. مطلوب است احتمال آن که هر سه لامپ انتخاب شده ، سوخته باشند.

۷۰- چنان چه در پرتاب یک تاس عددی کمتر از ۲ بیاید یک سکه را سه بار پرتای می کنیم و اگر عددی کمتر از ۲ نیاید سکه را یک بار پرتاب می کنیم. فضای نمونه ای این تجربه تصادفی را بنویسید.

۷۱- در آزمایشگاهی ۳ موش سفید و ۵ موش سیاه نگه داری می شوند. اگر به طور تصادفی ۴ موش از بین آن ها برداشته شوند ، با کدام احتمال فقط یکی از موش ها مورد آزمایش ، سفید است؟

۷۲- در یک کیسه ۵ مهره سفید و ۷ مهره سیاه وجود دارد. ۲ مهره از کیسه خارج می کنیم ، احتمال این که دو مهره هم رنگ نباشد.

۷۳- در اتاقی ۵ ایرانی و ۳ چینی حضور دارند. د نفر به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال این که یکی ایرانی و یکی چینی باشند را بیابید.

۷۴- هر یک از اعداد دو رقمی را که با اعداد ۳ و ۴ و ۵ و ۶ می توان نوشت ، روی کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت ها ، یکی را به تصادف بر می داریم. مطلوب است تعیین:

الف) فضای نمونه ای این تجربه تصادفی

ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ۴ باشد.

پ) پیشامد B که در آن عدد روی کارت اول باشد.

ت) پیشامد C که در آن عدد روی کارت زوج و یا مضرب ۳ باشد.

۷۵- سکه ای یک بار پرتاب می کنیم. اگر سکه رو ظاهر شد، آن گاه تاس را می ریزیم در غیر این صورت یک بار دیگر سکه را می اندازیم.

الف) فضای نمونه ای این آزمایش چند عضو دارد؟ آن ها را بنویسید.

ب) پیشامد A را که در آن عدد ظاهر شده روی تاس زوج باشد یا سکه پشت بیاید؛ با اعضا بنویسید.

۷۶- سکه ای را یک بار پرتاب می کنیم. اگر سکه پشت ظاهر شد، آن گاه یک تاس می اندازیم و اگر رو بیاید دو سکه ی دیگر می اندازیم.

الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی

ب) پیشامد آن را که تاس زوج بیاید را بنویسد.

پ) پیشامد آن را که حداقل ۲ سکه رو بیاید مشخص کنید.

۷۷- تمام ترکیبات دو رقمی بدون تکرار مجموعه ی اعداد $\{1, 2, 3\}$ را روی کارت های مختلف نوشته ایم. یک کارت را به طور تصادفی خارج می کنیم. مطلوب است:

الف) فضای نمونه ای

ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت زوج باشد.

پ) پیشامد B که در آن عدد روی کارت اول باشد.

۷۸- در یک خانواده ی ۳ فرزند ی با کدام احتمال لا اقل یکی از فرزندان پسر است؟

۷۹- دو تاس را با هم پرتاب می کنم، مطلوبست احتمال آن که:

الف) اختلاف اعداد رو شده ۲ یا هر دو فرد باشند. (ب) ضرب دو تاس ۶ باشد ولی تاس اول ۱ نباشد.

۸۰- در پرتاب دو تاس مطلوب است احتمال آن که:

الف) مجموع اعداد ظاهر شده ۷ باشند.

ب) عدد های ظاهر شده مساوی باشند.

پ) مجموع اعداد رو شده برابر ۱۱ باشد.

ت) مجموع اعداد رو شده ۶ یا ۷ باشد.

۸۱- از سه دانش آموز رشته ریاضی و دو دانش آموز رشته تجربی، دو نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی هر دو هم رشته هستند؟

۸۲- برای تشکیل تیمی ۶ دانش آموز سال سوم و ۵ دانش آموز سال اول داوطلب شده‌اند. به تصادف سه دانش آموز انتخاب می‌کنیم. احتمال آن را بیابید که:

الف) دو دانش آموز از سال سوم و یک دانش آموز از سال اول باشد.

ب) هر سه دانش آموز از یک کلاس باشند.

پ) حداکثر ۲ دانش آموز از سال اول باشد.

۸۳- از جعبه‌ای که شامل ۴ مهره سفید و ۳ مهره سبز و ۲ مهره سیاه می‌باشد، ۳ مهره به تصادف خارج می‌کنیم، احتمال آن که:

الف) فقط ۲ مهره سفید باشد.

ب) حداکثر ۲ مهره سبز باشد.

۸۴- اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند و $p(A) = p(B') = \frac{1}{3}$ ، حاصل $p(A \cup B)$ را به دست آورید.

۸۵- در ظرفی ۳ گوی سیاه و ۲ گوی سفید موجود است. اگر ۲ گوی بیرون بیاوریم با کدام احتمال حداقل یک گوی سیاه است؟

۸۶- از بین ۴ دانش آموز تجربی و ۵ دانش آموز رشته ریاضی ۲ نفر به تصادف انتخاب می‌کنیم. احتمال آن که لا اقل یکی از دانش آموزان انتخاب شده رشته ریاضی باشد را بیابید.

۸۷- از یک جعبه که شامل ۲ مهره آبی و ۳ مهره قرمز است، ۲ مهره به تصادف خارج می‌کنیم. احتمال آن را بیابید که: الف) یک مهره آبی و یک مهره قرمز باشد. ب) حداقل یک مهره آبی باشد.

۸۸- مادری دارای ۳ فرزند است. مطلوب است احتمال آن که:

الف) حداکثر یکی از فرزندان پسر باشد.

ب) ۲ فرزند آخر پسر باشد.

۸۹- احتمال آن که خانواده‌ای که سه فرزند دارد، ۲ فرزند دختر و یک فرزند پسر داشته باشد را بیابید.

۹۰- در کیسه‌ای ۴ مهره سیاه و ۲ مهره قرمز و ۴ مهره آبی وجود دارد. از این کیسه ۳ مهره به تصادف خارج می‌کنیم، مطلوب است احتمال آن‌که:

الف) هیچ دو مهره‌ای هم‌رنگ نباشند. ب) حداقل دو مهره هم‌رنگ باشند.

پ) هیچ مهره‌ای قرمز نباشد. ت) هر سه مهره هم‌رنگ باشند.

۹۱- خانواده‌ای دارای چهار فرزند است، مطلوب‌ست احتمال آن که:

الف) این خانواده ۲ پسر و ۲ دختر داشته باشد.

ب) تعداد پسرها بیشتر از تعداد دخترها باشد.

۹۲- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. مطلوب است تعیین:

الف) تعداد اعضای فضای نمونه‌ای

ب) پیشامد A که در آن مجموع اعداد رو شده برابر ۷ باشد.

ب) پیشامد B که در آن مجموع اعداد رو شده مضرب ۳ باشند.

پ) پیشامد C که در آن هر دو عدد رو شده اول باشند.

ت) پیشامد D که در آن عدد روی تاس اول زوج و عدد روی تاس دوم بیشتر از ۵ باشد.

ث) پیشامد E که در آن مجموع اعداد رو شده دو تاس مضرب ۵ و تاس اول مضرب ۳ باشد.

ج) پیشامد F که در آن عدد تاس اول از عدد تاس دوم کوچکتر یا مساوی باشد.

۹۳- در کیسه‌ای ۵ مهره آبی و ۴ مهره سفید متمایز وجود دارد. از میان آن‌ها سه مهره به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم. مطلوب است تعداد اعضای:

الف) پیشامد A که در آن ۲ مهره آبی و ۱ مهره سفید انتخاب شود.

ب) پیشامد B که در آن تمام مهره‌ها سفید باشند.

پ) پیشامد C که در آن هیچ مهره‌ای سفید نباشد.

ت) پیشامد D که در آن هر سه مهره هم‌رنگ باشند.

ث) پیشامد E که در آن تعداد مهره‌های آبی از مهره‌های سفید بیش‌تر باشد.

ج) پیشامد F که در آن حداقل ۲ مهره آبی باشد.

چ) پیشامد G که در آن حداکثر یک مهره سفید باشد.

۹۴- فضای نمونه ای یک پدیده ی تصادفی دارای ۵ برآمد است. چند پیشامد در این فضای نمونه ای می توان تعریف کرد؟

- (۱) ۲۲۵ (۲) ۲۲۵ - ۱ (۳) ۲۵ - ۱ (۴) ۲۵

۹۵- اگر $s = \{a, b, 1, 2\}$ یک فضای نمونه ای باشد. کدام مجموعه زیر یک پیشامد از فضای نمونه می باشد؟

- (۱) $\{1, 2, c\}$ (۲) $\{1, a, 3\}$ (۳) $\{a, b, c\}$ (۴) $\{a, 1, 2\}$

۹۶- اگر $s = \{5, a, 4, 2\}$ فضای نمونه ای، $A = \{a, 2\}$ یک پیشامد و حاصل آزمایش "a" باشد گوییم:

- (۱) A رخ داده است. (۲) A' رخ داده است. (۳) $\{2\}$ پیشامد نشدنی است. (۴) $\{a\}$ پیشامد حتمی است.

۹۷- اگر $s = \{1, 2, 3, 4\}$ فضای نمونه ای و $A = \{2, 3\}$ یک پیشامد باشد، وقوع A مستلزم وقوع کدام است؟

- (۱) $\{2\}$ (۲) $\{3\}$ (۳) $\{2\}$ یا $\{3\}$ (۴) $\{2\}$ و $\{3\}$

۹۸- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای باشند، پیشامد فقط A یا فقط B رخ دهد، کدام است؟

- (۱) $A - B$ (۲) $(A - B) \cup (B - A)$ (۳) $A \cup B$ (۴) $A' \cap B$

۹۹- فرض کنید $P(A) = 0.2$ ، $n(A) = 8$ ، $n(B) = 5$ آن گاه $P(B)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{13}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{8}{10}$ (۴) $\frac{15}{13}$

۱۰۰- با برداشتن تصادفی دو لامپ از بین ۳ لامپ معیوب و ۶ لامپ سالم احتمال سالم بودن هر دو چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{5}{12}$ (۳) $\frac{7}{12}$ (۴) $\frac{5}{6}$

۱۰۱- در پرتاب دو تاس A پیشامد آن که مجموع اعداد روشده فرد و B پیشامد آن که مجموع اعداد رو شده عددی اول باشد.

پیشامد A رخ دهد ولی B رخ ندهد چند عضو دارد؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۲

۱۰۲- سه نفر از کارکنان کارگاهی که شامل ۳ مهندس، ۷ کارگر بودند دچار سانحه شدند. چقدر احتمال دارد همگی آن ها مهندس باشد؟

(۱) 0.027 (۲) 0.008 (۳) 0.189 (۴) 0.867

۱۰۳- از بین ۷ جلد شناسنامه که ۵ جلد عکی دار و بقیه بدون عکس بوده، چقدر احتمال دارد که اگر ۳ جلد آن ها به تصادف برداشته شود، هر سه عکس دار باشند؟

(۱) $\frac{2}{7}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{10}{21}$ (۴) $\frac{15}{21}$

۱۰۴- دو عدد به تصادف از بین اعداد ۱ و ۲ و ۳ و و ۶ انتخاب می کنیم. احتمال آن که هر دو عدد فرد و جمع شان ۸ باشد چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{36}$ (۲) $\frac{1}{30}$ (۳) $\frac{2}{36}$ (۴) $\frac{2}{30}$

۱۰۵- در یک خانواده ی ۴ فرزند ی با کدام احتمال ۲ فرزند پسر یا ۳ فرزند دختر است؟

(۱) $\frac{3}{8}$ (۲) $\frac{9}{16}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۱۰۶- در یک خانواده ۴ فرزند ی با کدام احتمال ۲ فرزند پسر یا ۳ فرزند دختر هستند؟

الف) $\frac{3}{8}$ (ب) $\frac{9}{16}$ (ج) $\frac{5}{8}$ (د) $\frac{3}{4}$

۱۰۷- دو تاس را به طور هم زمان پرتاب می کنیم. با کدام احتمال جمع دو عدد رو شده یک عدد اول است؟

(۱) $\frac{7}{12}$ (۲) $\frac{5}{9}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{5}{12}$

۱۰۸- احتمال مسافرت شخصی با هواپیما $\frac{1}{5}$ و با قطار $\frac{2}{3}$ است. احتمال آن که این شخص با هواپیما یا قطار مسافرت کند، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{15}$ (۲) $\frac{2}{15}$ (۳) $\frac{13}{15}$ (۴) $\frac{11}{15}$

۱۰۹- اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشد. $p(A') + p(B') = 1/4$ باشد. حاصل $p(A \cup B)$ کدام است؟

(۱) 0.6 (۲) 1 (۳) 0.8 (۴) 0.4

۱۱۰- اگر احتمال آمدن باران به نیامدنش $\frac{2}{3}$ باشد. آن گاه احتمال آمدن باران چقدر است؟

(۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۱۱- در پرتاب دو تاس با هم کدام احتمال لااقل یکی از اعداد رو شده فرد است؟

(۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{6}$ (۴) $\frac{5}{9}$

۱۱۲- از ظرفی با ۳ مهره سیاه ۲ مهره سفید، ۲ مهره با هم بیرون می آوریم احتمال آن که یک مهره سیاه بیرون بیاید، چقدر است؟

(۱) $\frac{9}{10}$ (۲) $\frac{6}{10}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{7}{8}$

۱۱۳- از کیسه ای محتوی ۶ مهره سیاه و ۴ مهره سفید، دو مهره به تصادف از کیسه بیرون می آوریم. احتمال آن که هر دو مهره سیاه باشد کدام است؟

(۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{30}$

۱۱۴- از جعبه ای که شامل ۵ مهره سفید و ۶ مهره سیاه است. دو مهره به تصادف خارج می کنیم. احتمال آن که این دو مهره هم رنگ نباشد چقدر است؟

(۱) $\frac{7}{11}$ (۲) $\frac{6}{11}$ (۳) $\frac{5}{11}$ (۴) $\frac{3}{11}$

۱۱۵- در پرتاب دو تاس احتمال آن که اعداد رو شده ی دو تاس مساوی نباشند، کدام است؟

(۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{25}{36}$ (۴) $\frac{31}{36}$



۳ درس سوم: چرخه آمار در حل مسائل

۱.۳ بخش اول: تمرینات کتاب درسی

۱- به نظر می رسد کودکانی که زبان مادری شان فارسی نیست، در دوره دبستان مشکلات بیشتری برای یادگیری مفاهیم درسی دارند. با انتخاب یک جامعه آماری محدود (از نظر پایه تحصیلی، جنسیت، منطقه، زبان مادری و...) و انتخاب متغیر مناسب، این مسئله را به صورت دقیق و شفاف بیان کنید.

۲- با توجه به تأثیر شیوه‌های مختلف حمل و نقل، بر محیط زیست، می خواهیم در یک کلاس ۲۸ نفره با انتخاب تصادفی ۹ نفر از دانش آموزان، از آنها بپرسیم در هفته گذشته، بیشتر به کدام یک از شیوه‌های زیر به مدرسه آمده اند؟

(۱) پیاده یا با دوچرخه

(۲) با وسایل حمل و نقل عمومی

(۳) با سرویس مدرسه یا خودروی شخصی.

الف) در این مطالعه، جامعه آماری، نمونه آماری، اندازه جامعه و اندازه نمونه را مشخص کنید.

ب) داده های این مطالعه را با چه روشی می توان گردآوری کرد؟ چه مشکلاتی ممکن است در گردآوری این داده ها رخ دهد؟

پ) متغیر تصادفی مورد بررسی این مطالعه چیست؟ نوع متغیر (کمی/کیفی) و مقیاس اندازه گیری (فاصله ای/نسبتی اسمی/ترتیبی) آن را مشخص کنید.

ت) چه نمودارها و آماره هایی برای گزارش نتایج این مطالعه مناسب اند؟

ث) آیا می توانیم این نتایج را به شیوه رفت و آمد دانش آموزان این کلاس در کل سال تحصیلی تعمیم دهیم (مثلاً به فصل های مختلف یا زمان برگزاری آزمون های پایان نیم سال)؟ توضیح دهید.

ج) گر ۹ نفر دیگر از این کلاس را به طور تصادفی انتخاب می کردیم، آیا لزوماً نتایج مشابهی حاصل می شد؟ توضیح دهید.

۳- در هریک از موارد زیر، علت عدم تناسب جامعه آماری با نمونه های انتخاب شده را توضیح دهید. برای بهبود نمونه گیری چه پیشنهادی دارید؟ انتخاب نادرست نمونه در هریک از موارد چگونه بر نتایج تأثیر می گذارد؟

الف) مسئله: بررسی میزان رضایت شغلی در کارمندان یک کارگاه شبانه روزی

نمونه: انتخاب تصادفی تعدادی از مدیران ارشد شیفت روز

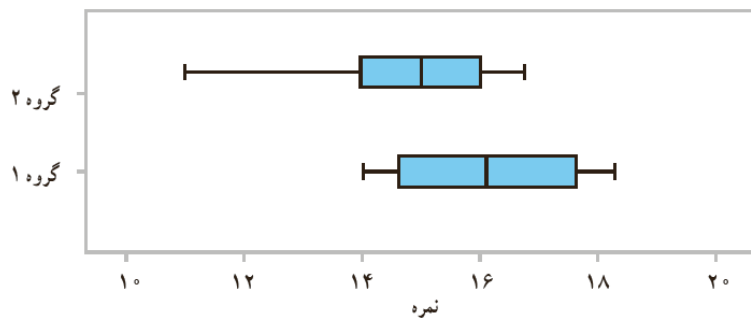
ب) مسئله: نظرسنجی از مادران یک شهر درباره میزان رضایتشان از برنامه های کودک تلویزیون

نمونه: انتخاب تصادفی برخی منازل از تمامی مناطق شهر و مراجعه به آنها بین ساعت ۸ تا ۱۰ صبح

پ) مسئله: نظرسنجی از دانش آموزان پایه دوازدهم منطقه ۲ بوشهر درباره اینکه به طور متوسط چند ساعت از روز را به انجام دادن تکالیف مدرسه اختصاص می دهند.

نمونه: دختران پایه دوازدهم یک مدرسه از این منطقه که به صورت داوطلبانه در این مطالعه مشارکت کرده اند.

۴- مطالعات دانشمندان علوم اعصاب نشان می دهد که مغز انسان برای انجام دادن هم زمان چند فعالیت ساخته نشده است و هر بار که ما گمان می کنیم مشغول انجام دادن چند کار به صورت هم زمان هستیم، در واقع مغزمان دارد با سرعت از کاری به کار دیگر می پرد. مغز انسان تشنه خبرها و اتفاقات جدید است. وقتی مشغول مطالعه و یادگیری هستیم و ناگهان صدای دریافت یک پیام را از تلفن همراه خود می شنویم، مغز ما، که بی تابانه منتظر کشف آن اطلاع جدید است، دیگر روی یک کار متمرکز نیست. این مطالعات نشان می دهد که مثلاً اگر دانش آموزی هنگام مطالعه و یادگیری، هم زمان تلویزیون تماشا کند یا گفت وگویی را در یک شبکه اجتماعی دنبال کند، مطالب درسی به جای اینکه به قسمت حقایق و ایده ها برود، به قسمت مهارت ها فرستاده می شود سعید و سهراب پس از خواندن این مطلب در نشریه مدرسه تصمیم گرفتند نمره عملکرد تحصیلی ۲۵ دانش آموز پایه دوازدهم مدرسه را که هنگام مطالعه، تلفن همراه خود را در حالت بی صدا قرار می دهند (گروه یک)، با ۲۵ دانش آموز پایه دوازدهم دیگر که این کار را انجام نمی دهند (گروه دو) مقایسه کنند. نتایج این مطالعه به این شرح است:



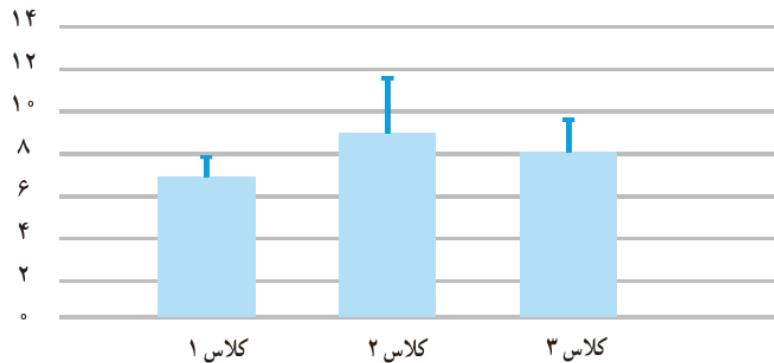
- الف) از مقایسه میانه گروه یک با چارک سوم گروه دو چه نتیجه ای می گیرید؟
 ب) پراکندگی دو گروه را با استفاده از دامنه تغییرات و دامنه میان چارکی مقایسه کنید.
 پ) از مقایسه کمینه گروه یک با چارک اول گروه دوم چه نتیجه ای می گیرید؟
 ت) در کدام گروه گزارش میانگین و انحراف معیار می تواند همراه کننده باشد؟
 ث) در کدام گروه مقدار میانگین و میانه به هم نزدیک ترند؟
 ج) نتایج این مطالعه را به چه جامعه ای می توان تعمیم داد؟

۵- در یک نظرسنجی، از ۱۵ دانش آموز علوم انسانی پایه یازدهم یک مدرسه پرسیده ایم که به نظر آنها چند ساعت آموزشی در ماه برای برگزاری جلسات نقد کتاب یا فیلم مناسب است. داده های گرد آوری شده به این شرح است:

۱۲ ۱۴ ۲۰ ۲۲ ۱۸ ۲۰ ۰ ۴ ۶ ۱۳ ۱۲ ۱۰ ۱۲ ۱۰ ۱۶

- الف) این داده ها را طوری تغییر دهید که میانگین و انحراف معیار بیشتر شود اما میانه و چارک اول و چارک سوم تغییر نکند.
 ب) فرض کنید می خواهیم دو نفر دیگر به این نمونه اضافه کنیم. داده های این دو نفر را طوری انتخاب کنید که میانگین و میانه تغییر نکند.

۶- با توجه به تأثیر کمیت و کیفیت خواب بر یادگیری، ندا و آوا در مطالعه‌ای با بررسی تمامی دانش آموزان سه کلاس پایه دهم میانگین میزان خواب این دانش آموزان را در هفته گذشته برحسب ساعت پرسیدند و ثبت کردند. آنها پس از گردآوری داده‌ها و بررسی درستی آن را به صورت نمودارهای زیر نمایش دادند. (در این نمودارها بلندی مستطیل، نشان دهنده میانگین و میله خط نشان دهنده انحراف معیار است.)



الف) چه عواملی ممکن است هنگام گردآوری داده‌ها نتایج را از واقعیت دور کند؟ (هنگامی که دانش آموزان راجع به میانگین ساعت خوابشان در هفته گذشته می‌پرسیم آیا آن‌ها می‌توانند به درستی به یاد آورند که هر شب چند ساعت خوابیده‌اند تا بتوانند میانگین را به درستی اعلام کنند؟ برای حل این مشکل چه راهکاری پیشنهاد می‌کنید؟)

ب) نوع (کمی/کیفی) و مقیاس اندازه‌گیری (فاصله‌ای/نسبتی/اسمی/ترتیبی) متغیر مورد بررسی در این مطالعه را مشخص کنید.

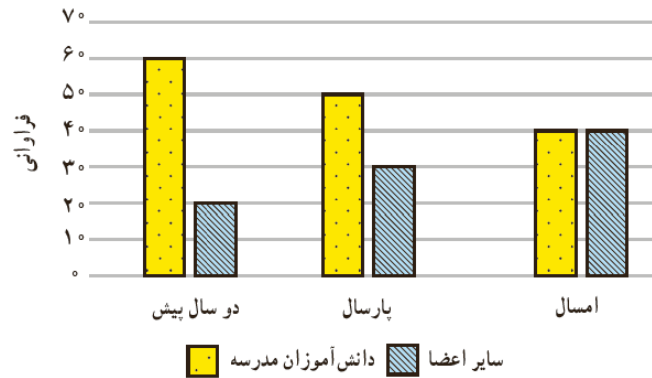
پ) با استفاده از اطلاعات نمودارها، نتایج را به صورت تقریبی در جدول زیر بنویسید.

	کلاس ۱	کلاس ۲	کلاس ۳
میانگین			
انحراف معیار			

ت) چه عواملی می‌تواند بر نتایج این مطالعه تأثیر بگذارد؟ چگونه می‌توانیم با بیان مسئله‌ای جدید، پاسخ دقیق‌تری برای این مسئله پیدا کنیم؟

ث) چه کسانی می‌توانند در اجرای بهتر این مطالعه به ما کمک کنند؟ چگونه؟

۷- مدرسه ای برای ترویج فرهنگ کتاب خوانی، از دو سال پیش به غیر از دانش آموزان مدرسه، از خارج از مدرسه نیز عضو می پذیرد. نمودار میله ای زیر نشان دهنده روند تغییرات فراوانی اعضای جدید کتابخانه در دو گروه مذکور است.



الف) سال گذشته چند نفر از خارج مدرسه عضو کتابخانه شده اند؟

ب) با توجه به روند این تغییرات، پیش بینی می کنید سال آینده چه تعداد از دانش آموزان این مدرسه عضو کتابخانه شوند؟

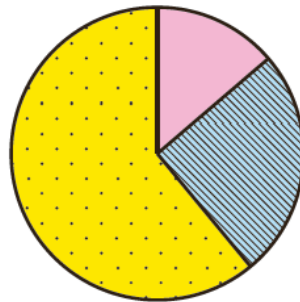
پ) با استفاده از نمودارهای میله ای داده شده، برای هر یک از این سه سال یک نمودار دایره ای جداگانه رسم کنید.

ت) به نظر شما چه عواملی موجب این روند تغییرات شده است؟

۸- فراوانی بازدیدکنندگان از یک سالن نمایش در گروه های سنی مختلف در نمودار دایره ای زیر نمایش داده شده است. (در این

نمودار، ۵۴ درجه مربوط به گروه سنی کمتر از ۲۰ سال، ۹۰ درجه مربوط به گروه سنی ۲۰ تا ۴۰ سال و بقیه مربوط به گروه سنی

۴۰ تا ۶۰ سال است.)



۴۰ تا ۶۰ سال ۴۰٪، ۲۰ تا ۴۰ سال ۹۰٪، کمتر از ۲۰ سال ۵۴٪

الف) با توجه به این نمودار، چند درصد افراد بازدیدکننده بین ۴۰ تا ۶۰ سال سن دارند؟

ب) مسئول فروش بلیت این سالن نمایش پس از مشاهده نتایج، آن را غیرواقعی دانست و گفت بیشتر بازدیدکنندگان این سالن

کمتر از ۴۰ سال دارند از موارد زیر کدام می توانند نتایج این مطالعه را بدین شکل از واقعیت دور کرده باشد؟ توضیح دهید.

- بسیاری از افراد کمتر از چهل سال تمایلی به پاسخ گویی به سؤالات پرسشگر نداشته اند.
- گرد آوری داده ها در ساعات اداری انجام شده است و بازنشستگان بیشتری در نمونه قرار گرفته اند.
- هنگام گرد آوری داده ها، دانش آموزان بسیاری از طرف مدرسه برای بازدید حضور داشته اند.

۹- جدول زیر نشان دهنده تعداد تصادف خودروها و سرعت حرکت آنها در زمان تصادف است.

(کیلومتر در ساعت) سرعت	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰	۷۰	۸۰	۹۰	۱۰۰	۱۱۰	۱۲۰
تعداد خودروهای تصادف کرده	۴۰	۱۳۰	۲۱۰	۲۵۰	۳۵۰	۲۴۰	۱۵۰	۷۰	۴۰	۲۰	۲۰	۱۰

همان طور که دیده می شود، تعداد تصادف خودروهایی که سرعتشان بیش از ۹۰ کیلومتر در ساعت بوده، کمتر است. پس:

(هرچه سریع تر بروید، مطمئن تر و امن تر است)

نتیجه گیری بالا چه اشکالی دارد؟ چرا این تصور ایجاد شده است؟

۲.۳ بخش دوم: تمرینات جهت تسلط

۱- جدول زیر را با توجه به چرخه آمار کامل کنید.

ترتیب گام	نام گام	توضیح گام
۳		
	طرح و برنامه ریزی	
		مسأله‌ای که در دنیای واقعی وجود دارد را به صورت یک مسأله شفاف و دقیق آماری مطرح می‌کنیم.
		به تفسیر نتایج به دست آمده می‌پردازیم و پاسخی برای پرسش اصلی پیدا می‌کنیم.
	تحلیل داده‌ها	

۲- جاهای خالی را کامل کنید.

الف) دامنه میان چارکی حاصل تفاضل و است.

ب) هر چه پراکندگی متغیر مورد بررسی در جامعه بیشتر باشد، برای حصول اطمینان از حضور تنوع در نمونه، اندازه نمونه لازم داریم.

پ) داده داده‌ای است که تفاوت بسیار زیادی با سایر داده‌ها دارد.

ت) اگر داده‌ها به میانگین نزدیک‌تر، انحراف معیار و اگر داده‌ها از میانگین دورتر باشند. انحراف معیار است.

ث) در داده‌هایی که داده دور افتاده بینشان باشد، از شاخص مرکزی و شاخص پراکندگی و نمودار استفاده می‌کنیم.

ج) در جامعه‌ای با اندازه N به طریق می‌توان نمونه‌ای با اندازه n انتخاب کرد.

۳- هر کدام از موارد زیر در اجرای نادرست کدام گام اتفاق می‌افتد؟

الف) مسئله به صورتی بیان شده است که اجراکنندگان برداشت‌های متفاوتی از اهداف پژوهش دارند.

ب) استفاده از نمونه گیری نامناسب از جامعه

پ) اندازه گیری افراد نمونه با دو واحد متفاوت

ت) حذف تمامی داده های دور افتاده

ث) استفاده از نمودار نامناسب

۴- یک شرکت تولید لوازم خانگی برای مشخص کردن رضایت‌مندی خریداران از ۴۰۰۰ نفر که در ماه گذشته از محصولاتشان خرید کرده‌اند، یک نمونه تصادفی به تعداد ۵۰ نفر انتخاب می‌کند.

الف) در این مطالعه آماری، جامعه، نمونه، اندازه جامعه و اندازه نمونه را مشخص کنید.

ب) متغیر تصادفی و نوع آن را مشخص کنید و یک مقیاس اندازه‌گیری برای آن در نظر بگیرید.

پ) اگر ۵۰ نفر دیگر از ۴۰۰۰ نفر انتخاب کنیم، آیا لزوماً نتایج مشابهی حاصل می‌شود؟ دلایل خود را توضیح دهید.

۵- در هر یک از موارد زیر دلیل انتخاب نادرست نمونه را مشخص کنید.

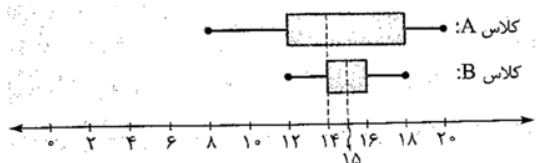
الف) مسئله: میزان اطلاعات حقوقی شهروندان یک شهر

نمونه: حضور در یک دادسرا و انتخاب تصادفی ۱۰ نفر از مراجعین

ب) مسئله: بررسی میزان فعالیت بدنی در دانش آموزان

نمونه: انتخاب تصادفی از بین دانش آموزانی که در سالن ورزشی حضور دارند.

۶- نمودار جعبه‌ای مربوط به نمرات درس ریاضی و آمار دو کلاس A و B در شکل زیر رسم شده است:



الف) دامنه تغییرات کلاس A و B را مشخص کنید.

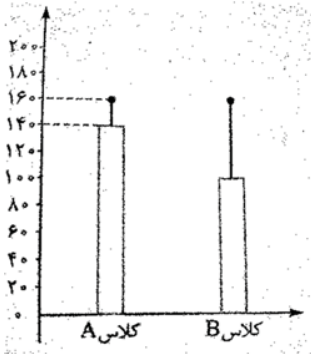
ب) میانه و دامنه میان چارکی نمرات کلاس A و B را مشخص کنید.

(پ) قرار گرفتن میانه در وسط جعبه مربوط به کلاس B نشان دهنده چیست؟

(ت) قرار گرفتن میانه در سمت چپ جعبه مربوط به کلاس A نشان دهنده چیست؟

(ث) در کدام یک از این دو کلاس، استفاده از شاخص‌های میانگین و انحراف معیار ممکن است گمراه کننده باشد؟ توضیح دهید.

۷- نمودارهای زیر مربوط به میانگین و انحراف معیار قد دانش آموزان کلاس A و B است.



(الف) میانگین قد دانش آموزان کلاس A و B را مشخص کنید.

(ب) انحراف معیار قد دانش آموزان کلاس A و B را مشخص کنید.

(پ) در کدام کلاس بهتر است از میانه و دامنه میان چارکی استفاده شود؟

۸- داده‌های آماری روبه‌رو در یک مطالعه آماری ثبت شده‌اند:

۱۱۴, ۱۱۶, ۱۲۲, ۱۲۴, ۱۲۰, ۱۲۲, ۱۰۲, ۱۰۶, ۱۰۸, ۱۲۰, ۱۱۴, ۱۱۲, ۱۱۰, ۱۱۲, ۱۱۸

(الف) یک داده به آنها اضافه کنید به طوری که میانگین تغییری نکند.

(ب) دو داده به آنها اضافه کنید که میانگین تغییری نکند.

(پ) یک داده به آنها اضافه کنید به طوری که میانه تغییری نکند.

(ت) دو داده به آنها اضافه کنید که میانه تغییری نکند.

(ث) چه نوع داده ای اضافه کنیم تا انحراف معیار بیشتر شود؟

۳.۳ بخش سوم: تمرینات جهت مرور

۱- چرخه ی حل مسائل مرتبط با آمار را بیان کنید.

۲- چرا فرایند حل مساله را چرخه می نامند؟

۳- مهم ترین گام برای رسیدن به پاسخ چیست؟

۴- اندازه گیری در آمار به چه معناست؟

۵- اولین قدم برای یافتن داده ها و بررسی متغیر مورد نظر ، چیست؟

۶- در مرحله ی طرح و برنامه ریزی در مورد چه چیز هایی تصمیم گیری می شود؟

۷- اندازه جامعه و اندازه ی نمونه چیست؟

- ۸- چه موقع به اندازه ی نمونه ی بزرگتری نیاز داریم؟
- ۹- در مورد طرح و برنامه ریزی در مورد چه چیزی تصمیم گیری می شود؟
- ۱۰- فرض کنید می خواهیم میزان سود یک فروشگاه در شهر فولاد شهر در محله ی E_5 بدانیم ، برای آن برنامه داشته باشیم. مساله را به طور دقیق تعریف کنید؟
- ۱۱- برای هر قسمت، برای کدام یک از موارد زیر نمونه ی بزرگ تری نیاز است؟ توضیح دهید.
- الف) بررسی حقوق متوسط کارمندان بانک کل کشور.
- ب) نمره ی سال گذشته درس ریاضی دانش آموزان یک کلاس.
- پ) بررسی متوسط حقوق کارکنان شرکت ذوب اصفهان.
- ت) سن دانشجویان ورودی مراکز تربیت استان چهارمحال و بختیاری در سال ۹۷.
- ث) بررسی سن دانش آموزان کلاس دهم انسانی آموزشگاه علامه.
- ۱۲- برای بررسی قدرت خرید خانوار یک شهر در کدام شیوه نمونه گیری همه ی قشر های جامعه شانس حضور دارند؟
- الف) انتخاب خانوار بر اساس رقم اول شماره موبایل افراد.
- ب) انتخاب خانوار بر اساس رقم آخر شماره موبایل افراد.
- ۱۳- منظور از تحلیل داده ها چیست؟
- ۱۴- برای توصیف داده های کمی باید چه معیار هایی گزارش شود؟
- ۱۵- معیار های گرایش به مرکز و پراکندگی در مرحله ی تحلیل داده ها چه کمکی می کند؟
- ۱۶- چرا ، اگر داده ی دور افتاده داشته باشیم ، میانگین و انحراف معیار، معیار های مناسبی برای توصیف داده ها نخواهند بود؟
- ۱۷- اگر داده ی دور افتاده داشته باشیم ، به جای میانگین و انحراف معیار از چه معیار هایی استفاده می کنیم؟
- ۱۸- کدام یک از موارد زیر مربوط به بیان مساله هست؟
- الف) طرح یک پرسش دقیق و شفاف.
- ب) مساله به درستی درک شود و سپس حدودا تعریف و بیان شود.
- پ) مشورت با کارشناسان حوزه مورد نظر در بیان مساله تاثیر ندارد.

۱۹- درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید.

الف) بعد از طرح پرسش باید مساله را به درستی درک کنیم.

ب) طرح پرسش های دقیق و شفاف ، مهم ترین گام رسیدن به پاسخ است.

پ) هر چه اندازه جامعه بزرگتر باشد برای آن که نمونه بتواند به خوبی بیانگر ویژگی های جامعه باشد ، اندازه نمونه کوچکتری لازم است.

ت) منظور از تحلیل داده ه در گام چهارم صرفا گزارش شاخص ها و ارائه نمودار ها و دیگر نتایج آماری است.

ث) برای توصیف داده های کیفی باید هر دو شاخص مرکزی و پراکندگی گزارش شوند.

۲۰- جاهای خالی را پر کنید.

الف) در اندازه گیری سعی می کنیم اطلاعات را تا حد ممکن به اطلاعات تبدیل می کنیم.

ب) در تفسیر نتایج ، توجه به مطالعه ای که انجام داده ایم بسیار مهم است.

پ) برای توصیف داده های کیفی گزارش باید همیشه با گزارش همراه باشد.

ت) اگر تمامی افراد جامعه آماری را بررسی نکرده ایم ، نتایج ما

ث) هنگامی که بر اساس یک برای جامعه آماری مرتبط با آن نتیجه گیری می کنیم ، به اصطلاح می گوئیم نتایج را داده ایم.

ج) برای توصیف داده های کمی باید هر دو شاخص و گزارش شوند.

چ) شاخص های مرکزی مانند و به ما کمک می کنند تا بدانیم داده ها در کجا هستند و شاخص های پراکندگی مانند و به ما کمک می کنند تا بدانیم داده ها شده اند.

ح) اگر داده ی داشته باشیم ، میانگین و انحراف معیار شاخص های مناسبی برای توصیف داده ها نخواهد بود و بهتر است از و استفاده کنیم .

خ) وقتی از الگوی توزیع داده ها و وجود داده های دور افتاده از لایه نداشته باشیم ، نمودار برای نمایش اطلاعات متغیر ها کمی مطمئن تر است؟

۲۱- منظور از یکپارچگی چرخه آمار در حل مسایل را توضیح دهید.

۲۲- آیا کیفیت اجرایی هر یک از گام های چرخه ی آمار ، گام های دیگر را به شدت تحت تاثیر قرار می دهد؟ با ذکر مثال توضیح دهید.

۲۳- متخصصان چه گونه در طرح و برنامه ریزی به ما کمک می کنند؟

۲۴- هر یک از واژه های زیر مربوط به کدام یک از چرخه های حل مسایل است؟

- (۱) سازماندهی (۲) ایده های جدید
- (۳) مرتب کردن داده ها (۴) فهم مساله
- (۵) روش کار (۶) نمودار ها و جدول ها
- (۷) نقد و بررسی (۸) تعریف دقیق مساله

۲۵- گام های چرخه حل مساله در آمار به صورت زیر آمده است. هر گام را در یک خط توضیح دهید.

- (الف) بیان مساله
- (ب) طرح و برنامه ریزی
- (پ) داده ها
- (ت) تحلیل داد ها
- (ث) بحث و نتیجه گیری

۲۶- در گام های حل مسائل مرتبط با آمار مرحله ی بعد از روش نمونه گیری و مرحله قبل از جدول چیست؟

۲۷- در جامعه ای با اندازه ۵۰ به چند طریق می توان نمونه هایی به اندازه ۴ داشت؟

۲۸- کدام مورد اندازه نمونه بزرگتری لازم دارد؟

(الف) سن دانش آموزان یک کلاس (ب) وزن بچه های یک مدرسه

(پ) میزان برق مصرفی خانوار یک کشور (ت) کتاب های مورد مطالعه افراد یک شهر

(ث) BMI افراد یک شهر (ج) تعداد افراد صاحب خانه در کل کشور

۲۹- برای داده های زیر که مربوط به سن و قد دانش آموزان یک مدرسه است. میانگین، میانه، انحراف معیار و دامنه میان چارگی برای متغیر قد بیابید.

سن	۱۶	۱۷	۱۵	۱۶	۱۸	۱۴	۱۷	۱۸
قد	۱۴۰	۱۶۰	۱۷۵	۱۸۰	۱۵۰	۱۷۰	۱۵۰	۱۵۵

۳۰- داده های زیر نمرات ۱۵ نفر در درس ریاضی یک کلاس هستند.

۵ و ۱۲ و ۱۰ و ۱۲ و ۷ و ۱۱ و ۹ و ۲۰ و ۱۵ و ۱۰ و ۱۰ و ۸ و ۱۱ و ۱۳ و ۱۲

الف) میانگین و انحراف معیار نمرات را بیابید

ب) سپس نمودار آن ها را رسم کنید. (نمودار آن ها را به طور عمودی رسم کنید).

پ) نمودار جعبه ای آن ها را رسم کنید.

ت) آیا می توانیم فقط به میانگین و انحراف معیار توجه کرد؟

ث) کدام نمودار بهتر نشان می دهد که داده ها کجا متراکم تر و کجا پراکنده ترند؟

ج) چه موقع استفاده از نمودار جعبه ای مطمئن تر است؟

۳۱- دو مدرسه داریم که مدرسه اول ۴۰۰ درصد قبولی هایش افزایش داشت و مدرسه دوم ۵۰ درصد.

الف) به نظر شما کدام مدرسه مناسب تر است؟

ب) افزایش ۴۰۰ درصدی و ۵۰ درصد به چه معناست؟ توضیح دهید.

پ) فرض کنید در مدرسه اول تعداد قبولی ها یک نفر بوده و حالا ۵ نفر شده است و در مدرسه دوم تعداد قبولی ۳۰ نفر بوده و حالا

۶۰ نفر شده است. اکنون کدام مدرسه مناسب تر است؟

ت) چه چیزی باعث شده است که پاسخ قسمت الف و پ متفاوت شده است؟

۳۲- هر یک از موارد زیر اجرای نادرست کدام گام است و بر کدام گام های دیگر اثر می گذارد؟ چگونه؟

الف) نتایج را فقط افراد متخصص همان موضوع تحقیق تفسیر کرده اند.

ب) تمامی داده های دور افتاده را حذف کرده ایم و داده هایی نزدیک به داده های اصلی اضافه کردیم.

پ) اندازه گیری قد افراد نمونه را با دو واحد متفاوت (متر و اینچ) انجام شده است.

ت) مساله به صورت غیر شفاف و مبهم بیان شده است که از آن تفاسیر متفاوتی می شود.

ث) مرکز آمار برای شمارش نفوس و مسکن در برخی از پرسش نامه ها که توسط مجریان شمارش پر شده بود برای پاسخ به سوال

"میزان حقوق ماهیانه ی سرپرست خانوار چقدر است؟" پاسخ داده شده است: کم یا خیلی کم.

۳۳- رئیس یک بیمارستان می خواهد در مورد رضایت سنجی بیماران از خدمات بیمارستانی جويا شود ، می خواهیم در یک بخش بیمارستان از بین ۱۲۰ نفر مراجعه کننده با انتخاب تصادفی ۲۵ نفر از بیماران را مورد پرسش قرار گرفتند که به صورت زیر است:

موضوع	موارد ارزیابی	راضی	نسبتاً راضی	ناراضی	موردی نداشت
نگهبانی	طرز برخورد نگهبانی با شما و همکاران.				
	طرز برخورد پرسنل پذیرش.				
پذیرش	ارائه آموزش های لازم یذو پذیرش				
	رعایت نوبت وقت ویزیت - عمل جراحی				
منشی بخش	ارائه توضیحات در رابطه با نوع بیمه. هزینه ها. نوع اتاق و سایر موارد مورد نیاز با صبر و آرامش				
	طرز برخورد و پاسخگویی منشی بخش.				
واحد خدمات	برخورد پرسنل خدمات با شما				
	وضعیت بهداشت و نظافت بخش. اتاق. سرویس بهداشتی و ...				
کادر پزشکی	طرز برخورد و پاسخگویی پزشکان.				
	ارائه آموزشهای لازم در طول درمان و ترخیص توسط پزشک به شما				
	نحوه پاسخ گویی پزشکان به سوالات بیماران.				
	تاثیر عملکرد پزشک بر بهبودی بیماری شما				
	در دسترس بودن پزشکان در صورت نیاز.				
	حفظ حریم شما هنگام معاینه پزشکی				
کادر پرستاری	طرز برخورد و پاسخگویی پرسنل پرستاری				
	ارائه آموزش ها در طول درمان و ترخیص توسط کادر پرستاری				
	میزان رسیدگی پرستاران و ارائه خدمات به شما.				
	توجه پرستاران به حفظ آرامش				
	دسترسی به پرسنل پرستاری در صورت نیاز.				
	فراهم کردن تسهیلات لازم جهت بهداشت فردی (در اختیار قرار دادن لباس و ملحفه و ...)				
	ارائه اطلاعات در مورد مراقبت از خود توسط پرستار(رژیم غذایی. میدان فعالیت. استفاده از دارو و ...)				
حفظ حریم شما هنگام انجام مراقبت توسط پرسنل پرستاری					
کمک به شما در انجام امور مختلف (خوردن دارو. غذا و ...)					

موضوع	موارد ارزیابی	راضی	نسبتاً راضی	ناراضی	موردی نداشت
نگهبانی	طرز برخورد نگهبانی با شما و همکاران.				
پذیرش	طرز برخورد پرسنل پذیرش.				
	ارائه آموزش های لازم بدو پذیرش				
	رعایت نوبت وقت ویزیت - عمل جراحی				
	ارائه توضیحات در رابطه با نوع بیمه، هزینه ها، نوع اتاق و سایر موارد مورد نیاز با صبر و آرامش				
منشی بخش	طرز برخورد و پاسخگویی منشی بخش.				
واحد خدمات	برخورد پرسنل خدمات با شما وضعیت بهداشت و نظافت بخش، اتاق، سرویس بهداشتی و ...				
کادر پزشکی	طرز برخورد و پاسخگویی پزشکان.				
	ارائه آموزشهای لازم در طول درمان و ترخیص توسط پزشک به شما				
	نحوه پاسخ گویی پزشکان به سوالات بیماران.				
	تأثیر عملکرد پزشک بر بهبودی بیماری شما				
	در دسترس بودن پزشکان در صورت نیاز.				
کادر پرستاری	حفظ حریم شما هنگام معاینه پزشکی				
	طرز برخورد و پاسخگویی پرسنل پرستاری				
	ارائه آموزش ها در طول درمان و ترخیص توسط کادر پرستاری				
	میزان رسیدگی پرستاران و ارائه خدمات به شما.				
	توجه پرستاران به حفظ آرامش				
	دسترسی به پرسنل پرستاری در صورت نیاز.				
	فراهم کردن تسهیلات لازم جهت بهداشت فردی (در اختیار قراردادن لباس و ملحفه و...)				
ارائه اطلاعات در مورد مراقبت از خود توسط پرستار(رژیم غذایی، میدان فعالیت، استفاده از دارو و...)					
حفظ حریم شما هنگام انجام مراقبت توسط پرسنل پرستاری					
	کمک به شما در انجام امور مختلف (خوردن دارو، غذا و ...)				

الف) در این مطالعه جامعه آماری، نمونه آماری، اندازه جامعه و اندازه نمونه را مشخص کنید.

ب) داده های این مطالعه را با چه روشی می توان به دست آورد؟ چه مشکلاتی ممکن است در گردآوری این داده ها رخ داده باشد؟

پ) متغیر تصادفی مورد بررسی این مطالعه چیست؟ نوع متغیر و مقیاس اندازه گیری آن را مشخص کنید؟

ت) چه نمودار و چه آماره هایی مناسب است؟

ث) اگر نمونه را عوض کنیم آیا لزوماً نتایج مشابهی به دست می آید؟ توضیح دهید.

ج) آیا می توان نتایج به دست آمده را برای کل بیمارستان تعمیم داد؟ توضیح دهید.

۳۴- طرح و برنامه ریزی در علم آمار، شامل کدام مورد زیر نیست؟

الف) تنظیم پرسشنامه ب) روش انتخاب نمونه پ) حذف داده های دور افتاده ت) انتخاب واحد اندازه گیری

۳۵- در جدول داده های زیر، حداقل در چند مورد لازم است عملیات پاکسازی و اصلاح صورت گیرد؟

۱: زن ۲: مرد و فرض بر این است که سن افراد درست ثبت شده است.

مدرک ابتدایی: A سیکل: B دیپلم: C لیسانس: D: فوق لیسانس

شماره فرد	سن فرد	جنسیت	گروه خونی	وزن (kg)	مدرک تحصیلی
۱	۲۰	۲	A	۷۰	C
۲	۵۸	۱	AB	۸۵	A
۳	۱۹	۴	O ⁺⁺	۳۵	B
۴	۳	۲	O	۸۸	F
۵	۹۹	۱	B	۲	D

۳۶- درستی نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.

الف) گام قبلی بحث و نتیجه، تحلیل داده ها است.

ب) اگر یک نمونه تصادفی دیگر را انتخاب کنیم نتایج به دست آمده هیچ فرقی با نتایج نمونه ی قبلی ندارد.

پ) اگر نمونه تصادفی را بررسی کرده باشیم، نتایج ما قطعی و ۱۰۰ درصد درست هستند.

ت) روش کار و محدودیت های آن باید چنان صادقانه گزارش شود که اگر افراد دیگری تصمیم به انجام مطالعه در این زمینه داشتند با مشکلاتی مشابه مواجه نشوند.

ث) هر مساله باید به درستی درک شود و سپس دقیقاً تعریف و بیان شود.

ج) با توجه به اهداف، بودجه، زمکن و دیگر شرایط موجود جامعه آماری را محدود می کنیم هدف مطالعه را مشخص می کنیم.

چ) حذف داده های دور افتاده جزء گام طرح و برنامه ریزی است.

۴.۳ بخش چهارم: سوالات تستی

۳۷- اولین قدم برای یافتن داده و بررسی متغیر چیست؟

الف) تحلیل داده ها ب) گرد آوری داده ها پ) بیان مساله ت) اندازه گیری سنجش

۳۸- دو مدرسه دارای تعداد مساوی دانش آموز کنکوری هستند. تعداد قبولی های مدرسه ی a در کنکور ۹۶ نسبت به سال قبل ۱۵۰ درصد زیاد شده و تعداد قبولی های مدرسه B در کنکور ۹۶ نسبت به سال قبل ۲۵ درصد افزایش داشته است. کدام گزینه درست است؟

الف) عملکرد مدرسه A قطعاً بهتر از مدرسه B است.

ب) ارائه این درصد ها مربوط به گام دوم چرخه آمار می باشد.

پ) چون عملکرد مدرسه ها ، متغیر کیفی است ، باید به همراه تعداد قبولی ها گزارش شود.

ت) اگر تعداد کنکوری ها دو مدرسه کم باشد ، حتماً باید از نمونه گیری تصادفی استفاده کنیم.

۳۹- کدام مورد زیر ، یکپارچگی چرخه ی آمار در حل مسایل را زیر سوال می برد؟

الف) انتخاب ۲۰ دانش آموز یک کلاس به ترتیب از روی لیست حضور و غیاب.

ب) استفاده از یک واحد اندازه گیری مشخص برای بررسی نمونه ها.

پ) استفاده از نمودار های حبابی و راداری برای متغیر های کمی.

ت) استفاده از نمودار جعبه ای در صورت وجود داده ی دور افتاده.

۴۰- در یک نظر سنجی می خواهیم بررسی کنیم هر دانش آموز یک مدرسه در یک هفته چه نوع برنامه های تلویزیونی را نگاه می کنند. یک نمونه تصادفی از بچه ها را انتخاب می کنند. داده های زیر مدت زمان تماشای تلویزیون هر دانش آموز این نمونه در یک هفته است. (بر حسب ساعت)

۱۲ و ۸ و ۲۰ و ۲ و ۴ و ۵ و ۸ و ۱۳ و ۱۲ و ۱۹ و ۲۱

کدام گزینه صحیح است؟

الف) در مرحله اول چرخه ی آمار اشتباه رخ داده است و باید مجدداً از دانش آموزان پرسش کنیم.

ب) در مرحله دوم چرخه ی آمار اشتباه رخ داده است و واحد اندازه گیری باید تغییر کند.

پ) در مرحله سوم چرخه ی آمار اشتباه رخ داده است و باید یک نمونه تصادفی دیگر را انتخاب کنیم.

ت) در مرحله چهارم چرخه ی آمار هیچ اشتباهی رخ نخواهد داد زیرا مراحل چرخه آمار مستقل از یکدیگرند.



۴ فصل ۲: درس اول: مدل سازی و دنباله

۱.۴ بخش اول: تمرینات کتاب درسی

۱- برای محاسبه قبض آب (آب بها) هر واحد مسکونی در شهر تهران ابتدا میانگین مصرف هر واحد مسکونی محاسبه می شود و بر اساس آن «طبقه مصرفی» واحد مسکونی با توجه به «جدول ۱» تعیین می گردد. آنگاه به کمک رابطه زیر، آب بها محاسبه می شود:

هزینه هر متر مکعب با توجه به طبقه مصرف \times میانگین مصرف = آب بها

جدول ۱. محاسبه آب بها بر اساس طبقات مصرف در استان تهران

طبقات مصرف (متر مکعب)	هزینه (ریال)	طبقات مصرف (متر مکعب)	هزینه (ریال)
$0 \leq x < 5$	۱/۴۱۹	$25 \leq x < 30$	۸/۴۹۶
$5 \leq x < 10$	۲/۱۲۳	$30 \leq x < 35$	۱۱/۵۸۰
$10 \leq x < 15$	۲/۸۲۷	$35 \leq x < 40$	۱۵/۴۴۴
$15 \leq x < 20$	۳/۷۰۳	$40 \leq x < 50$	۳۳/۴۶۲
$20 \leq x < 25$	۵/۴۰۰	$x \geq 50$	۶۶/۹۲۴

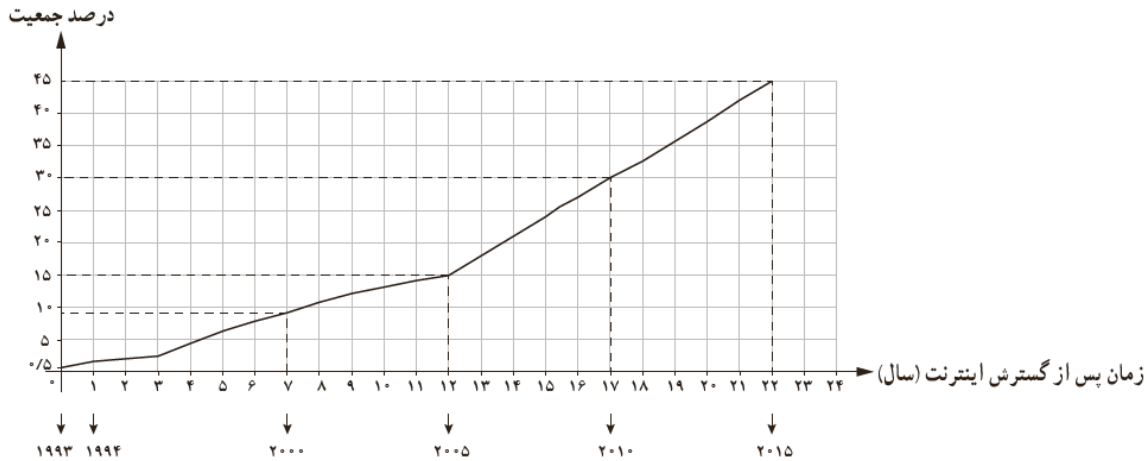
الف) نمودار طبقه «مصرف-آب بها» جدول بالا را رسم کنید و ضابطه و دامنه و برد تابع را به دست آورید.

ب) اگر میانگین مصرف یک واحد مسکونی در تهران در یک ماه $49m^3 / 20$ باشد، سطح زیر منحنی نمودار چه تابعی، آب بها را مشخص می کند؟

۲- اگر تابع f مدل ریاضی هر کدام از مسائل زیر باشد، دامنه هر کدام از آنها را مشخص کنید.

- الف) کاهش دمای هوا با دور شدن از سطح زمین تا ارتفاع ۱۵ کیلومتر \mathbb{N} \mathbb{R}
- ب) میزان استفاده دانش آموزان یک مدرسه از اینترنت در هر ساعت \mathbb{N} \mathbb{R}
- ج) حجم مکعبی به ضلع x \mathbb{N} \mathbb{R}
- د) تغییرات سطح دریاچه ارومیه در بیست سال اخیر \mathbb{N} \mathbb{R}
- ه) میزان مصرف ماهیانه آب در یک واحد مسکونی \mathbb{N} \mathbb{R}

۳- نمودار زیر درصد جمعیتی از سراسر جهان را نشان می دهد که از ۱۹۹۳ که سال گسترش اینترنت در دنیا است، از اینترنت استفاده کرده اند :



الف) اگر $f(n)$ درصد استفاده کنندگان از اینترنت در جهان، n سال پس از گسترش اینترنت باشد، به کمک نمودار داده شده مقادیر $f(1)$ و $f(7)$ را مشخص کنید و معنای آن را توضیح دهید.

ب) با توجه به مدل خطی استفاده کنندگان از اینترنت از سال ۲۰۰۵ تا ۲۰۱۵، با به دست آوردن ضابطه تابع خطی، در سال ۲۰۲۰ درصد استفاده کنندگان از اینترنت در جهان چقدر خواهد بود؟

۴- اگر جملات یک دنباله از قانون تابع خطی $y = 4x - 1$ پیروی کنند، با توجه به دامنه دنباله:

الف) نمودار تابع را رسم کنید و نمودار دنباله را روی نمودار تابع مشخص کنید.

ب) نمایش تابعی دنباله و نیز رابطه بازگشتی دنباله را بنویسید. شیب خط چه ارتباطی با رابطه بازگشتی دنباله دارد؟

۵- با توجه به دنباله های $a_n = 3^n$, $b_n = (-\frac{1}{2})^{n+1}$, $c_n = \frac{1}{3n-1}$, $d_n = n^2 - 1$ ، حاصل عبارت های خواسته شده را به دست آورید.

الف) $a_7 + b_1$ ب) $c_7 - d_1$ ج) $b_7 + d_7$

۶- جمله پنجم دنباله های بازگشتی زیر را مشخص کنید.

الف) $a_{n+1} = \frac{1}{3} a_n$, $a_1 = -2$

ب) $a_{n+1} = \frac{1}{1+a_n}$, $a_1 = 1$

پ) $a_{n+3} = a_{n+2} + a_{n+1} + a_n$, $a_1 = 1$

ت) $a_{n+1} = a_n + (-1)^n$, $a_1 = 1$

۷- جدول زیر را کامل کنید.

جملات دنباله	رابطه بازگشتی	ضابطه دنباله	دنباله دو ضابطه‌ای
۵, ۸, ۱۱, ۱۴, ۱۷, ...			
۴, ۱, ۴, ۱, ۴, ۱, ...			
۱, $\frac{1}{2}$, ۳, $\frac{1}{4}$, ۵, $\frac{1}{6}$, ...			
$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$			

۸- شش جمله اول دنباله بازگشتی $a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}a_n & n = 2k \\ 3a_n + 1 & n = 2k + 1 \end{cases}$ را برای هر کدام از حالت‌های زیر را بنویسید.

الف) $a_1 = 11$

ب) $a_1 = 25$

۹- نمودار دنباله‌های زیر را برای $n \leq 5$ رسم کنید.

الف) $a_n = -\frac{1}{2}n + 3$

ب) $a_n = (-\frac{1}{2})^n$

پ) $a_{n+1} = \frac{1}{a_n}$, $a_1 = 2$

ت) $a_n = \begin{cases} 1 & n = 2k \\ \frac{1}{n} & n = 2k + 1 \end{cases}$

۱۰- محاسبه جذر اعداد در تمدن بابل با نوشتن جملات دنباله بازگشتی زیر می‌توانیم به طرز شگفت‌انگیزی به جذر عدد k یعنی \sqrt{k} نزدیک شویم.

$a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + \frac{k}{a_n})$ $a_1 = k$

این روش منسوب به تمدن بابل (واقع در شرق ایران و در بین‌النهرین) است.

به کمک دنباله بازگشتی بالا، اگر a_3 را تقریبی برای \sqrt{k} در نظر بگیریم، حاصل اعداد زیر را مشخص کنید.

الف) $\sqrt{2}$

ب) $\sqrt{3}$

پ) $\sqrt{5}$

آیا این روش مزیتی بر استفاده از ماشین حساب دارد؟ چرا؟

۱۱- جملات دنباله بازگشتی $a_{n+1} = a_n + (n + 1)$ ، $a_1 = 1$ رأس کدام یک از الگوهای زیر را مشخص می کنند؟



۱۲- مطابق گزارش سازمان محیط زیست، به دلیل ورود پسماندهای صنعتی کارخانه ها به یک دریاچه، ۲۵۰ تن فاضلاب صنعتی به این دریاچه وارد شده است. محیط زیست دریاچه سالیانه ۱۰٪ فاضلاب صنعتی را به صورت طبیعی خنثی و بی اثر می کند. سازمان محیط زیست با وضع قوانین جدید میزان ورودی فاضلاب صنعتی به دریاچه را به ۱۵ تن در سال کاهش داده است. اگر $p_1 = ۲۵۰$ میزان آلودگی فعلی دریاچه باشد، با نوشتن یک رابطه بازگشتی، میزان مواد آلوده صنعتی را بعد از دو سال و پنج سال محاسبه کنید.

۲.۴ بخش دوم: تمرینات جهت تسلط

۱- جملات زیر را کامل کنید.

(الف) یک دنباله تابعی است که دامنه آن و برد آن است.

(ب) نوشتن جمله n ام دنباله به صورت رابطه ای بر حسب n نمایش دنباله نام دارد.

(پ) دنباله $a_n = (-1)^n$ به ازای n های زوج برابر و به ازای n های فرد برابر است.

(ت) برای مشخص کردن جملات دنباله بازگشتی $a_n = a_{n+2} - a_{n+1} - a_n$ باید تعداد جمله از دنباله را داشته باشیم.

۲- اگر تابع f مدل ریاضی هر کدام از مسائل زیر باشد، دامنه هر کدام از آن ها را مشخص کنید.

(الف) تعداد علاقه مندان به رشته علوم انسانی $N \square$ $R \square$

(ب) حجم کره ای به شعاع r $N \square$ $R \square$

(پ) اعضای جمعیت هلال احمر جمهوری اسلامی ایران $N \square$ $R \square$

(ت) تغییرات قد یک نوزاد در شش ماه اخیر $N \square$ $R \square$

۳- نمایش تابعی دنباله های زیر را مشخص کنید.

(الف) ۱، ۲، ۳، ۴، ...

(ب) ۲، ۵، ۷، ۱۰، ...

(پ) ۱، ۱/۲۵، ۱/۵، ۱/۷۵، ...

د) ۱۶, ۱۴, ۱۲, ۱۰, ...

ث) -۸۱, ۲۷, -۹, ۳, ...

ج) $\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}, \frac{9}{10}, \dots$

چ) $\sqrt{5}, \sqrt{5}, \sqrt{5}, \sqrt{5}, \dots$

ح) $-\frac{3}{4}, \frac{5}{6}, -\frac{7}{8}, \frac{9}{10}, \dots$

خ) ۲, -۵, ۱۰, -۱۷, ...

۴- در هر قسمت، حاصل مقادیر مورد نظر ره به دست آورید.

الف) $a_n = \frac{(-1)^n}{2n-1}, b_n = n^2 - 1, c_n = (-\frac{1}{3})^n$

۱) $a_1 + b_2 + c_1$

۲) $\frac{a_2 + b_1}{c_2}$

ب) $a_n = 2n + 3, b_n = -2, c_n = (n-1)^2$

۱) $a_1 - 2b_2 + c_2 =$

۲) $a_3 - b_1 - c_1$

۵- رابطه بازگشتی دنباله های رو به رو را مشخص کنید.

الف) ۸۹, ۸۵, ۸۱, ۷۷, ...

ب) $2, \frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \frac{2}{27}, \dots$

پ) ۱, -۱, ۱, -۱, ...

ت) $\sqrt{5}, 2\sqrt{5}, 4\sqrt{5}, 8\sqrt{5}, \dots$

ث) $\pi, \pi, \pi, \pi, \dots$

ج) $1, 1\frac{1}{2}, 2, 2\frac{1}{2}, \dots$

۱, ۱, ۲, ۳, ۵, ۸, ...

۶- رابطه بازگشتی دنباله مقابل را مشخص کنید.

۷- پنج جمله اول دنباله های بازگشتی زیر را مشخص کنید.

الف) $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n, a_1 = 64$

ب) $a_{n+1} = 3a_n - 2, a_1 = 3$

پ) $a_{n+1} = 3(a_n - 2), a_1 = 1$

ت) $a_{n+1} = \frac{1}{1+a_n}, a_1 = 2$

۸- پنج جمله اول دنباله های زیر را مشخص کنید.

الف) $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$

$a_1 = a_2 = 2$

ب) $a_{n+2} = a_{n+3} + a_{n+1} + a_n$ $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3$

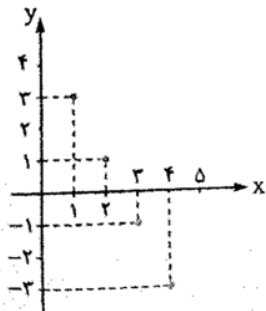
۹- در هر قسمت نمایش تابعی دنباله را به صورت رابطه بازگشتی بنویسید.

الف) $a_n = 3n + 1$ ب) $a_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^n$ پ) $a_n = -n^2$

۱۰- نمایش تابعی دنباله های زیر را مشخص کنید.

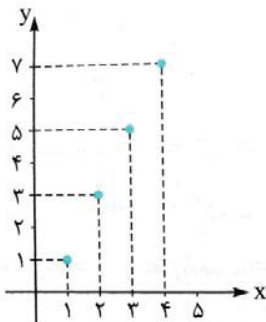
الف) $a_{n+1} = \frac{2}{5}a_n, a_1 = 1$ ب) $a_{n+1} = a_n + 2, a_1 = 3$

۱۱- نمودار دنباله های زیر را رسم کنید.

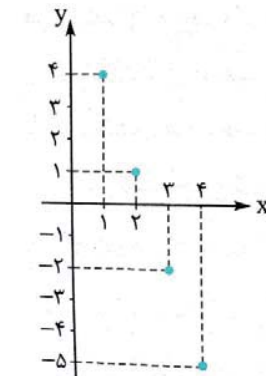


الف) $3, 5, 7, 9, \dots$ ب) $a_n = n^2 + 1$ پ) $a_{n+1} = a_n - 1, a_1 = 3$

۱۲- با توجه به نمودار زیر حاصل عبارت را مشخص کنید.



۱۳- با توجه به نمودار مختصاتی رو به رو نمایش تابعی دنباله را مشخص کنید.



۱۴- با توجه به نمودار رو به رو به سوالات پاسخ دهید.

الف) چه رابطه ای بین a_1 و a_3 وجود دارد؟

ب) چه رابطه ای بین a_3 و a_4 وجود دارد؟

پ) رابطه بازگشتی دنباله را مشخص کنید.

ت) اگر نقاط را با یک خط به هم وصل کنیم، شیب خط به دست آمده چه ارتباطی با رابطه بازگشتی دنباله دارد؟



۱۵- با توجه به الگوی رو به رو به سوالات پاسخ دهید.

الف) نمایش تابعی مربوط به تعداد چوب کبریت ها را مشخص کنید.

ب) رابطه بازگشتی دنباله را مشخص کنید.

ت) شکل ساخته شده از ۳۰۴ چوب کبریت چندمین شکل این الگو است؟

۱۶- دنباله های زیر را به صورت یک دنباله دو ضابطه ای نمایش دهید.

الف) $\sqrt{2}, -\sqrt{2}, \sqrt{2}, -\sqrt{2}$

ب) $1, \frac{1}{2}, 3, \frac{1}{4}, 5, \frac{1}{8}$

۱۷- چهار جمله اول دنباله های زیر را مشخص کنید.

الف) $a_n = \begin{cases} 2 & n = 2k + 1 \\ -1 & n = 2k \end{cases}$

ب) $a_n = \begin{cases} 2n + 1 & n = 2k \\ n^2 & n = 2k + 1 \end{cases}$

۱۸- پنج جمله اول دنباله های بازگشتی زیر را مشخص کنید.

الف) $a_n = \begin{cases} 2a_n & n = 2k + 1 \\ \frac{1}{3}a_n & n = 2k \end{cases}, a_1 = 3$

ب) $a_n = \begin{cases} a_n - 2 & n = 2k \\ a_n + 1 & n = 2k + 1 \end{cases}, a_1 = 5$

پ) $a_n = \begin{cases} 3a_n & n = 2k + 1 \\ a_n - 1 & n = 2k \end{cases}, a_1 = 2$

۱۹- با توجه به مثلث خیام به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) پنج سطر اول این مثلث را بنویسید و مجموع هر سطر را مشخص کنید.

ب) ضابطه دنباله ای مربوط به مجموع سطرهای این مثلث را مشخص کنید.

پ) رابطه بازگشتی آن را مشخص کنید.

۲۰- ستاد مدیریت بحران شاخص آلودگی هوا را برابر ۲۲۰ برابر گزارش کرد، ولی افزود با تدابیر اندیشیده شده، هر روز ۲۰٪ روز

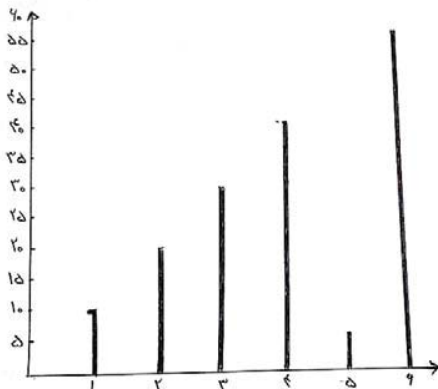
قبلی کاهش خواهد یافت. رابطه بازگشتی دنباله شاخص آلودگی هوا را مشخص کنید.

۳.۴ بخش سوم: تمرینات جهت مرور

۱- فرض کنید چراغ راهنمایی رانندگی از لحظه شروع تا ۲۵ ثانیه سبز، ۵ ثانیه زرد، ۱۵ ثانیه قرمز است. الف) تابع آن را به صورت یک تابع چندضابطه‌ای بنویسید.

ب) نمودار آن را رسم کنید.

پ) دامنه و برد آن را بیابید.



۲- فرض کنید نمودار مقابل تعداد مسافران پیاده شده در هر ایستگاه BRT در یک مسیر رفت را نشان می‌دهد. بطوریکه n شماره ایستگاه و $f(n)$ تعداد مسافران پیاده شده از نخستین ایستگاه بعد از مبدا باشد.

الف) ضابطه و دامنه و برد تابع را بنویسید.

ب) جدول و نمودار آن را رسم کنید.

۳- اگر f تابع مدل ریاضی هر یک از مسائل زیر باشد، دامنه هر کدام از مسائل زیر را مشخص کنید.

N R

الف) دمای خانه در هر لحظه از شبانه روز

N R

ب) تعداد شرکت‌کنندگان سالیانه کنکور رشته انسانی

N R

پ) سرعت یک ماشین سواری

N R

ت) مساحت دایره‌ای به شعاع r

N R

ث) مصرف ماهیانه برق یک خانه از ابتدای سال

N R

ج) حجم یک مکعب به طول ضلع x

N R

چ) کاهش دمای هوا با دور شدن از سطح زمین تا ارتفاع km

N R

ح) میزان استفاده دانش‌آموزان یک مدرسه از اینترنت در یک ساعت

N R

خ) تغییرات شرایط دمای کره زمین در ۲۰۰ سال اخیر

N R

د) میزان کالری مورد نیاز برای بدن انسان در یک شبانه‌روز

۴- در یک مرکز خرید تعداد مشتری‌ها از ساعت ۹ تا ۱۴ به صورت زیر است. تعداد مشتری‌ها در ساعت ۱۰ را مشخص کنید (یافتن به کمک درون‌یابی)

زمان	۹	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴
تعداد	۲۰	۸۰	۱۰۰	۷۰	۵۰

۵- میزان فروش یک شرکت در ۵ سال متوالی بر حسب میلیارد به صورت زیر است. میزان فروش در سال ششم را مشخص کنید. (یافتن به کمک برون‌یابی)

سال	۱	۲	۳	۴	۵
فروش	۶	۹	۱۱	۱۵	۱۹

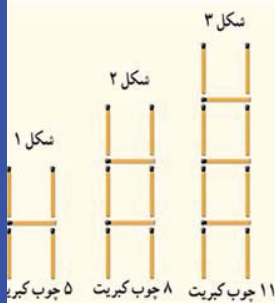
۶- در هر سطر از جدول زیر یک دنباله آمده است. در هر مورد سه جمله ی بعدی را بنویسید ، همچنین سعی کنید در پنج مورد اول یک جمله ی عمومی برای آنها حدس بزنید.

t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_n
-۱	-۲	-۳	-۴				
۱	$\sqrt{3}$	$\sqrt{5}$	$\sqrt{7}$				
۱	۴	۹	۱۶				
۰/۱	۰/۰۱	۰/۰۰۱	۰/۰۰۰۱				
-۱	۸	-۲۷	۶۴				
۵	۱۸	۳۱	۴۴				
۱	۱	۲	۳				

۷- شکل های زیر با چوب کبریت و با الگوی مشخص ساخته شده است.

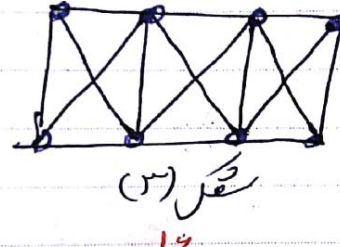
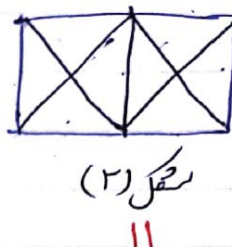
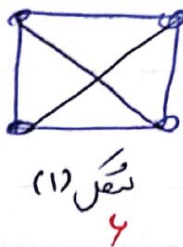
الف) شکل دهم با چند چوب کبریت ساخته می شود.

الف) شکل n ام با چند چوب کبریت ساخته می شود.



شماره شکل : n	۱	۲	۳	۴	...	n	...
تعداد چوب کبریت ها							

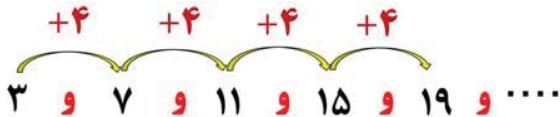
۸- شکل n ام با چند چوب کبریت ساخته می شود.



۳, ۹, ۲۷, ۸۱, ۲۴۳, ...

۹- جمله n ام الگوی زیرمقابل را بیابید.

۱۰- برای دنباله زیر یک رابطه بازگشتی بیابید.



۱۱- پنج جمله اول هر کدام از دنباله های زیر را که ضابطه آنها داده شده است را بیابید.

۱) $a_n = 3n - 1$

۲) $b_n = n^2 - 1$

۳) $c_n = \frac{1}{n}$

۴) $d_n = \frac{(-1)^n}{n}$

۵) $e_n = 2^{n-1}$

۶) $f_n = \frac{(-1)^{n-1}}{2n}$

$$۷) g_n = \frac{1}{2n-1}$$

$$۸) h_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

$$۹) i_n = -\frac{1}{2}n + 1$$

$$۱۰) j_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^n$$

$$۱۱) k_n = \begin{cases} 2 & n = 2k \\ \frac{3}{n} & n = 2k + 1 \end{cases}$$

۱۲- با توجه به دنباله‌های $a_n = 2^n$ و $b_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^{n+1}$ و $c_n = \frac{1}{4n-2}$ و $d_n = n^2 - 2$ حاصل عبارت‌های خواسته شده را بیابید.

$$۱) a_4 + b_1 =$$

$$۲) c_4 - d_1 =$$

$$۳) b_4 + d_4 =$$

$$۴) b_3 + c_1 =$$

$$۵) a_4 \times b_4 =$$

$$۶) \frac{c_1}{d_3} =$$

۱۳- در دنباله $a_n = \frac{2n}{n+1}$ جمله چندم برابر $\frac{7}{4}$ است؟

۱۴- اگر یک دنباله از قانون تابع خطی $y = 5x - 2$ پیروی کند.

الف) نمودار تابع را رسم کنید و نمودار دنباله‌ای آن را روی تابع رسم کنید.

ب) نمایشی به صورت رابطه بازگشتی برای آن بنویسید.

۱۵- جمله پنجم دنباله‌های بازگشتی زیر را مشخص کنید.

$$۱) a_{n+1} = \frac{1}{3} a_n, \quad a_1 = -3$$

$$۲) a_{n+1} = \frac{2}{a_n + 2}, \quad a_1 = -1$$

$$۳) a_{n+1} = (a_n)^n, \quad a_1 = 1$$

$$۴) a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{3} a_n & n = 2k \\ 2a_n + 1 & n = 2k - 1 \end{cases}, \quad a_1 = 5$$

$$۵) a_{n+1} = a_n + (n + 1), \quad a_1 = -1$$

۱۶- برای جملات دنباله $4, 16, 64, 256, 1024, \dots$

الف) رابطه بازگشتی دنباله را بنویسید.

ب) ضابطه تابعی دنباله را بنویسید.

۱۷- پنج جمله اول دنباله‌های زیر را نوشته و نمودار آن را رسم کنید.

$$۱) a_n = 3n - 1$$

$$۲) b_n = 2 - n$$

$$۳) c_n = (n - 1)^2$$

$$۴) d_n = \frac{(-1)^{n+2}}{n}$$

$$۵) e_n = 2^n$$

$$۶) d_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{-n}$$

۱۸- ضابطه دنباله‌ای به صورت $a_n = 3n + 2$ است، آن را به صورت بازگشتی بنویسید.

۱۹- فرمول بازگشتی دنباله‌ای به صورت $a_1 = 1$ ، $a_{n+1} = a_n + n$ برای پنج جمله اول دنباله نمودار آن را رسم کنید.

۲۰- برای جملات دنباله‌های زیر یک ضابطه بیابید و نمودار آن را رسم کنید.

۱) $1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{7}, \dots$

۲) $-1, -4, -9, -16, \dots$

۳) $5, 1, 5, 1, \dots$

۴) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$

۲۱- جمله سوم دنباله $a_1 = 1$ ، $a_{n+1} = a_n + 2^n$ را بیابید.

۲۲- در دنباله $a_n = \frac{2n+1}{n+3}$ جمله چندم برابر $\frac{5}{3}$ است؟

۲۳- اگر جمله $(2 - 3n)$ ام یک دنباله به صورت $a_n = \frac{2\sqrt{n+5}}{n^2+3}$ باشد جمله هفتم دنباله کدام است؟

۲۴- در دنباله اعداد $a_1 = 1$ و برای هر $n \geq 2$ داریم: $a_{n+1} = 2a_n + 1$ جمله هشتم این دنباله را بیابید.

۲۵- جمله چهارم دنباله $a_n = n^2 - 5$ با کدام جمله دنباله $b_n = 3n - 7$ برابر است؟

۲۶- فرض کنید شخصی ۱۰۰ میلیون تومان در بانک سرمایه‌گذاری کرده است. سود مشارکت سالیانه سپرده او ۱۰ درصد باشد و خود شخص نیز بتواند سالانه ۱۰ میلیون تومان به موجودی‌اش بیافزاید. اگر $a_1 = 100$ میزان پول فعلی شخص جهت سرمایه‌گذاری باشد. با نوشتن یک رابطه بازگشتی میزان پول این شخص را بعد از ۳ سال و ۵ سال بیابید.

۲۷- فرمول بازگشتی و ضابطه تابعی دنباله زیر را بنویسید.

$27, 9, 3, \frac{1}{3}, \dots$

۴.۴ بخش چهارم: سوالات تستی

۲۸- کدام جمله از دنباله $a_n = \frac{n^2+1}{n^2-3}$ برابر $\frac{37}{33}$ است؟

(۱) پنجم (۲) دهم (۳) ششم (۴) نهم

۲۹- در دنباله مثلثی با جمله اول ۱ ، جمله چهاردهم کدام است؟

- (۱) ۸۴ (۲) ۹۸ (۳) ۱۰۵ (۴) ۱۰۸

۳۰- در دنباله مثلثی با جمله اول ۱ ، در جمله چندم، عدد مربع کامل غیر از ۱ نوشته می شود؟

- (۱) ششم (۲) هفتم (۳) هشتم (۴) نهم

۳۱- جمله هفتم دنباله $a_1 = 1, a_2 = 2, a_n = a_{n+1} - 2a_n$ ، کدام است؟

- (۱) -۱۲ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) ۱۲

۳۱- در دنباله اعداد $a_1 = 1, a_n = a_{n+1} - 2n + 1$ ، جمله بیست و سوم کدام است؟

- (۱) ۴۸۴ (۲) ۵۱۷ (۳) ۵۲۹ (۴) ۵۷۶

۳۲- در دنباله اعداد $a_1 = 1, a_n = 2a_{n+1} + 1$ ، جمله دهم کدام است؟

- (۱) ۹۷۹ (۲) ۹۸۷ (۳) ۱۰۱۵ (۴) ۱۰۲۳

۳۳- در دنباله فیبوناچی دومین عدد بخش پذیر بر ۱۳ کدام است؟

- (۱) ۳۶۴ (۲) ۳۷۷ (۳) ۳۹۰ (۴) ۴۰۳

۳۴- در یک دنباله اعداد $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 2$ داریم $a_n = 2a_{n-1} - 2$ حاصل $a_8 - a_7$ کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۴۸ (۳) ۵۶ (۴) ۶۴

۳۵- در دنباله اعداد $a_1 = 1$ و $a_n = 2a_{n-1} + 1$ جمله هشتم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۲۷ (۲) ۱۵۹ (۳) ۲۴۷ (۴) ۲۵۵



۵ درس دوم: دنباله‌های حسابی

۱.۵ بخش اول: تمرینات کتاب درسی

۱- با نوشتن جملات رابطه‌های بازگشتی، مشخص کنید کدام یک دنباله حسابی است.

$$۱) a_{n+1} = \frac{1}{a_n} \quad a_1 = 2 \quad ۲) a_{n+1} = a_n + 5 \quad a_1 = -1$$

$$۳) a_{n+1} = 5a_n + 1 \quad a_1 = -1 \quad ۴) a_{n+1} - a_n = 5$$

۲- در یک دنباله حسابی، جمله اول برابر ۵- و اختلاف مشترک برابر ۸ است. کدام جمله دنباله برابر ۵۵۵ است؟

۳- یازدهمین جمله یک دنباله حسابی ۵۲ و جمله نوزدهم آن ۹۲ است. جمله سی‌ام این دنباله را مشخص کنید.



۴- برای کاهش مصرف آب در کشاورزی یک منطقه، از آبیاری قطره ای استفاده می شود؛ به این صورت که یک میله که در آن سوراخ هایی برای پخش آب تعبیه شده است، به کمک چرخ هایی (مطابق شکل مقابل) حول یک محور می چرخد. اگر فاصله اولین چرخ تا موتور ۳ متر و بعد از آن، فاصله هر چرخ تا چرخ بعدی ۵ متر باشد و در کل، ۱۲ چرخ روی میله قرار داشته باشد، با این وسیله چه مساحتی آبیاری می شود؟ (آخرین چرخ دقیقاً در انتهای میله قرار دارد.)

۵- در یک کارخانه سنگ بری برای صیقل دادن سنگ ها از یک صفحه به وزن ۱۲۵۰۰ گرم استفاده می شود. اگر با توجه به مصرف هفتگی به طور میانگین ۱۸۷۵ گرم از وزن صفحه کم شود، پس از شش هفته استفاده مداوم وزن صفحه چقدر است؟

۶- میان دو عدد a, b ، n عدد را به گونه‌ای قرار می‌دهیم که جملات دنباله از a تا b یک دنباله حسابی تشکیل دهند. ثابت کنید

اختلاف مشترک جملات دنباله از رابطه $d = \frac{b-a}{n+1}$ به دست می‌آید. (توجه داشته باشید که تعداد کل جملات $(n+2)$ جمله

است.)

۷- براساس رابطه به دست آمده در مسئله ۶، سه عدد را به گونه ای میان اعداد ۱۰ و ۱۸ قرار دهید که یک دنباله حسابی تشکیل دهند.

۸- مجموع عددهای زیر را به دست آورید. ۱) ۱, ۵, ۹, ۱۴, ..., ۴۰۱ ۲) ۸۹, ۸۵, ۸۱, ..., ۱۳

۲.۵ بخش دوم: تمرینات جهت تسلط

۱- جاهای خالی را با کلمات و اعداد مناسب کامل کنید.

الف) دنباله های حسابی، دنباله هایی هستند که هر جمله آن از جمع شدن یک..... به جمله پیشین به دست می آیند.

ب) جمله n ام دنباله حسابی با جمله اول a_1 و اختلاف مشترک d به صورت..... است.

پ) اگر a_m و a_n جملات m ام و n ام یک دنباله حسابی باشد، حاصل $a_m - a_n$ برابر با حاصل ضرب..... در d است.

ت) اگر اختلاف مشترک در یک دنباله حسابی..... باشد، جملات دنباله کاهش می یابند.

ث) هر دنباله حسابی یک تابع خطی است که شیب خط همان..... جملات دنباله است.

ج) واسطه حسابی دو عدد ۴۸ و ۶۰ برابر..... است.

۲- کدام یک از دنباله های زیر حسابی است؟ اختلاف مشترک آن ها را مشخص کنید.

الف) $1, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}, 0, -\frac{1}{3}, \dots$

ب) $\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}, \dots$

پ) $\frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{5}}{2}, \frac{\sqrt{5}}{2}, \dots$

ت) $2 + \sqrt{3}, 4 + \sqrt{3}, 6 + \sqrt{3}, 8 + \sqrt{3}, \dots$

ث) $1, 4, 9, 16, 25, \dots$

۳- در یک دنباله حسابی جمله اول برابر $5/3 -$ و اختلاف مشترک آن ها برابر ۶ است. جمله بیستم این دنباله را به دست آورید.

۴- با توجه به دنباله $1, \frac{1}{4}, 0, -\frac{1}{4}, \dots$ حاصل عبارت رو به رو را به دست آورید.

$a_{10} - a_5 =$

۵- جمله چندم $13, 17, 21, 25, \dots$ دنباله برابر ۲۱۳ است؟

۶- جمله n ام دنباله های حسابی را در هر قسمت مشخص کنید.

الف) $a_1 = 5, d = \frac{3}{2}$

ب) $a_1 = 9, d = -5$

۷- جمله n ام دنباله های حسابی زیر را مشخص کنید.

الف) $13, 17, 21, 25, \dots$ ب) $3, 2/75, 2/5, 2/25, \dots$

۸- در یک دنباله حسابی جمله اول برابر ۶ و جمله دهم آن برابر $30 -$ است. جمله n ام این دنباله را مشخص کنید.

۹- جمله چهارم یک دنباله حسابی برابر 10 و جمله یازدهم آن برابر 45 است. جمله n ام این دنباله را مشخص کنید.

۱۰- ضابطه بازگشتی یک دنباله حسابی به صورت $a_{n+1} = a_n + 5$ است و $a_1 = -3$. جمله n ام آن را مشخص کنید.

۱۱- اگر جمله بیستم یک دنباله حسابی برابر $10 -$ و جمله سی ام آن برابر 40 باشد، اختلاف مشترک این دنباله را محاسبه کنید.

۱۲- مقدار x را طوری تعیین کنید که سه جمله $x + 5, x, x - 4$ تشکیل یک دنباله حسابی بدهند.

۱۳- شش عدد را طوری بین اعداد ۳ و ۳۸ قرار دهید که تشکیل یک دنباله حسابی بدهند (جمله اول ۳ و جمله آخر ۳۸). اختلاف مشترک این دنباله را به دست آورید.

۱۴- مجموع شانزده جمله اول دنباله حسابی با جمله اول ۴ و اختلاف مشترک $3 -$ را به دست آورید.

۱۵- مجموع بیست و دو جمله اول دنباله حسابی رو به رو را به دست آورید.

$6-, 1, 4, 9, \dots$

۱۶- مجموع دوازده جمله اول دنباله رو به رو را به دست آورید.

$2, 7, 12, 17, \dots$

۱۷- مجموع ۱۸ جمله اول دنباله حسابی با جمله اول ۴ - برابر ۹۹۹ شده است. اختلاف مشترک این دنباله را به دست آورید.

۱۸- در یک دنباله حسابی $a_1 = 5/5$ و $a_{34} = 68/5$ ، مجموع بیست و دو جمله اول این دنباله را به دست آورید.

۱۹- مجموع اعداد زیر را به دست آورید.

الف) $95 + 90 + 85 + \dots + (-25)$

ب) $4/5 + 5 + 5/5 + 6 + \dots + 89/5$

۲۰- مجموع 60 جمله اول اعداد فرد را به دست آورید.

۲۱- مجموع 35 جمله اول اعداد زوج را به دست آورید.

۲۲- مجموع مضارب ۳، از ۳ تا ۹۹ را به دست آورید.

۳.۵ بخش سوم: تمرینات جهت مرور

۱- جمله عمومی هر یک از دنباله های زیر را بنویسید.

۱) $1, 3, 7, 11, \dots$

۲) $2, -5, -8, -11, \dots$

۳) $2, \frac{3}{4}, 1, \frac{1}{4}, \dots$

۲- در یک دنباله حسابی جمله عمومی به صورت $a_n = \frac{7n+1}{4}$ است. قدرنسبت را بیابید.

۳- در یک دنباله حسابی جمله عمومی به صورت $a_1 = 4$ ، $a_{n-1} = a_n - 3$ ، جمله دهم دنباله را بیابید.

۴- جمله ۱۵ ام دنباله $2, 6, 10, \dots$ کدام است؟

۵- در دنباله حسابی $204, 208, \dots$ کدام جمله صفر است.

۶- در یک دنباله حسابی اگر $110 = 22a_1 + 88d$ در این صورت a_5 را بیابید.

۷- کدام یک از دنباله های زیر، دنباله حسابی است؟

۱) $a_n = n^2$

۲) $b_n = \frac{1}{n}$

۳) $a_n = 8n - 1$

۴) $b_n = n^3 - 2n$

۸- چندمین جمله در دنباله حسابی $3, 7, 11, \dots$ برابر ۵۷ است.

۹- جمله عمومی یک دنباله حسابی به صورت $a_n = (a-2)n^2 + a_n - 3$ است. جمله دهم آن به چه صورت است.

۱۰- ۶ میلی متر از یک میخ در دیواری فرورفته است. با هر ضربه چکش ۲ میلی متر آن در دیوار فرو می رود. جمله عمومی برای این مسئله بنویسید.

۱۱- با نوشتن جملات رابطه‌های بازگشتی، مشخص کنید کدام یک دنباله حسابی است.

$$۱) a_{n+1} = \frac{3}{a_n} \quad a_1 = 3$$

$$۲) a_{n+1} = a_n + 6 \quad a_1 = -3$$

$$۳) a_{n+1} = 4a_n + 1 \quad a_1 = -2$$

$$۴) a_{n+1} - a_n = n - 1$$

۱۲- اگر در یک دنباله حسابی جمله سوم ۱۱ و جمله نهم ۳۵ باشد، قدرنسبت دنباله چقدر خواهد بود؟

۱۳- در یک دنباله حسابی $a_8 = 3$ و $d = 5$ در این صورت جمله بیستم را بیابید.

۱۴- جمله هفتم یک دنباله حسابی برابر ۱۶ و جمله یازدهم آن برابر ۲۸ است. جمله عمومی و جمله بیستم دنباله را بیابید.

۱۵- در یک دنباله حسابی جمله چهارم و هفتم به ترتیب برابر ۲ و ۵ است. جمله دهم دنباله را بیابید.

۱۶- در یک دنباله حسابی جمله اول و پنجم آن به ترتیب برابر ۳ و ۱۹ می‌باشد. جمله چندم آن ۵۵ است.

۱۷- در یک دنباله حسابی مجموع دو جمله اول برابر ۲۰ و مجموع جمله‌های نهم و دهم برابر ۵۲ است. جمله عمومی دنباله را بدست آورید.

۱۸- در یک دنباله حسابی اگر $t_p - t_q = 28$ ، قدرنسبت دنباله را بیابید.

۱۹- در یک دنباله حسابی با جمله اول ۵، جمله هفتم از جمله یازدهم ۱۲ واحد بیشتر است. جمله دهم دنباله را بیابید.

۲۰- در یک دنباله حسابی جمله دهم برابر ۲۴ و جمله هجدهم آن ۵۶ است. جمله بیستم آن چند است؟

۲۱- تعداد جملات دنباله ۱۲۳، ۱۳، ۸، ۳ را بیابید.

۲۲- جمله عمومی دنباله‌ای به صورت $a_n = 7n - 71$ است. این دنباله چند جمله منفی دارد؟

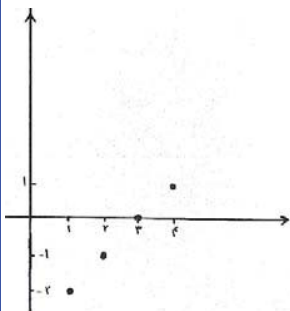
۲۳- دنباله حسابی $a_n = 2 + 4(n - 1)$ را در نظر بگیرید.

الف) سه جمله اول آن را بنویسید و نمودار آن را رسم کنید.

ب) معادله خطی که از دو نقطه دنباله عبور می‌کند را بنویسید.

پ) شیب این خط چه ارتباطی با قدرنسبت دنباله دارد؟

۲۴- با توجه به نمودار مقابل، ضابطه تابع و دنباله ساخته شده از آن را بنویسید.



۲۵- قطار سریع‌السیری به طور آزمایشی فاصله بین دو شهر را به طور آزمایشی بار اول در ۴ ساعت طی می‌کند. طبق برنامه پیش‌بینی شده در هر رفت یا برگشت ۵ دقیقه از مدت زمان نوبت قبل کاسته می‌شود تا مدت زمان این مسافت به ۲ ساعت پیش‌بینی شده برسد. تعداد نوبت‌های آزمایشی را بیابید.

۲۶- اگر $11, x, 5$ سه جمله متوالی از دنباله حسابی باشند، مقدار x را بیابید.

۲۷- اعداد $3, 2p + 4, 3p + 1, 5p - 1$ سه جمله متوالی دنباله حسابی هستند. مقدار p و قدرنسبت دنباله را بیابید.

۲۸- مقدار x را چنان بیابید تا سه جمله $6 + x, 1 + x, 5 - 2x$ دنباله حسابی شوند.

۲۹- در دنباله حسابی $y, 35, x, 125$ ، مقدار y را بیابید.

۳۰- بین دو عدد $5, 20$ ، چهار عدد دیگر چنان درج کنید که حاصل تشکیل دنباله حسابی دهند.

۳۱- بین دو عدد که تفاضل آنها ۸۴۰ است. پنج عدد درج شده است طوری که هفت عدد حاصل تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. قدرنسبت این دنباله را بیابید.

۳۲- بین دو عدد $22, 8-$ نه واسطه حسابی درج کنید.

۳۳- بین دو عدد $5 + \sqrt{3}$ و $5 - \sqrt{3}$ چند عدد می‌توان درج کرد بطوری که دنباله حاصل حسابی با قدرنسبت ۱ باشد.

۳۴- درآمد یک کارمند در یک شرکت خصوصی ماهیانه 3600000 تومان است که ۱۰ درصد آن به عنوان مالیات کسر می‌شود. اگر این شخص برای هر ساعت اضافه‌کاری ۱۹۰۰۰ تومان از شرکت دریافت کند و بابت این کار مالیاتی پرداخت ننماید. پس از روزانه چند ساعت اضافه‌کاری دریافتی خالص او به 4000000 تومان می‌رسد؟ (هر ماه را ۳۰ روز در نظر بگیرید.)

۳۵- دنباله حسابی $83, 11000, 7, 3$ را در نظر بگیرید.

الف) این دنباله چند جمله دارد؟

ب) عدد ۵۱ جمله چندم دنباله است؟

۳۶- اگر در یک دنباله حسابی جمله پنجم برابر ۱۱ و جمله هشتم برابر ۲۰ باشد، قدرنسبت و جمله سی‌ام دنباله را بیابید.

۳۷- جمله پنجم یک دنباله حسابی ۱۹ و جمله نهم آن برابر ۲۵ است. جمله بیستم آن کدام است؟

۳۸- چندمین جمله از دنباله حسابی $21000, 17, 13$ برابر ۹۳ است؟

۳۹- بین دو عدد 110 و 20 می‌خواهیم ۱۹ عدد را چنان درج کنیم که تشکیل یک دنباله حسابی دهند. قدرنسبت این دنباله را بیابید.

۴۰- مقدار a را چنان بیابید تا سه جمله $1, 10a - 1, 4a + 7, 6a + 7$ دنباله حسابی شوند.

۴۱- مجموع اعداد $1, 2, 3, \dots, 100$ را بیابید.

۴۲- مجموع جملات دنباله حسابی را بیابید.

۱) $3, 8, 13, \dots, 123$

۲) $3, 7, 11, \dots, \rightarrow s_{20} = ?$

۳) $2, 5, 8, \dots, 302$

۴) $a_{n+1} = 7 + a_n, a_1 = -3, s_{10} = ?$

۴۳- مجموع ۴۰ جمله اول هر یک از دنباله‌های حسابی زیر را بیابید.

الف) اعداد فرد طبیعی $1, 3, 5, \dots$

ب) اعداد زوج طبیعی $2, 4, 6, \dots$

۴۴- در یک سالن اجتماعات یک اداره در ردیف اول ۱۰ صندلی، در ردیف دوم ۱۶ و در ردیف سوم، ۲۲ صندلی قرار دارد. اگر صندلی‌ها با همین نظم افزایش یابند. برای داشتن سالنی با ۷۸۰ صندلی باید چند ردیف صندلی داشته باشیم؟

۴۵- مجموع چند جمله از دنباله $7, 10, 13, \dots$ برابر ۵۲۷ است؟

۴۶- مجموع ۵۰ جمله از دنباله حسابی را بیابید که جمله پنجم آن ۳۴ و جمله شانزدهم آن ۱۶۶ است.

۴۷- جمله ششم یک دنباله حسابی برابر ۳۷ و جمله نهم آن ۵۲ است.

الف) جمله بیستم آن را بیابید.

ب) مجموع بیست جمله اول آن را بیابید.

۴۸- مجموع تمام اعداد طبیعی دو رقمی مضرب ۶ را بیابید.

۴۹- در یک دنباله حسابی مجموع n جمله اول به صورت $s_n = 2n^2 + 3n$ است.

الف) جمله دهم دنباله را بیابید.

ب) مجموع جملات با شروع از جمله هشتم تا جمله بیستم را بیابید.

پ) مجموع پنج جمله دوم دنباله را بیابید.

۵۰- در یک دنباله حسابی مجموع چهار جمله اول ۱۵ و مجموع پنج جمله بعدی آن ۳۰ می‌باشد. جمله یازدهم این دنباله را بیابید.

۵۱- در ۱۰ جمله اول یک دنباله حسابی، مجموع جملات ردیف فرد برابر ۷۵ و مجموع جملات ردیف زوج برابر ۱۰۰ است. جمله اول و قدرنسبت این دنباله را بیابید.

۵۲- بین دو عدد ۱,۸۱ چند جمله درج کنیم تا مجموع جملات دنباله حسابی حاصل برابر ۲۴۶ شود؟

۵۳- در یک فروشگاه قوطی‌های کنسرو به نحوی چیده شده اند که در ردیف اول ۳ قوطی، در ردیف دوم ۵ قوطی و در ردیف سوم ۷ قوطی و به همین ترتیب ادامه دارد. تعداد قوطی‌هایی که در ۸ ردیف چیده شده‌اند را بیابید.

۵۴- آزاد برای خرید یک دوچرخه بهای آن را به صورت قسطی پرداخت می‌کند. برای قسط اول ۲۰ هزار تومان و قسط دوم ۲۵ هزار تومان و قسط سوم ۳۰ هزار تومان و به همین شکل هر بار ۵ هزار تومان به قسط او افزوده می‌شود. طی چند قسط آزاد بهای دوچرخه را که ۶۵۰ هزار تومان است پرداخت می‌کند؟

۴.۵ بخش چهارم: سوالات تستی

۵۵- کدام یک از دنباله های زیر حسابی است؟

(۱) $3, 6, 9, 12, 16, \dots$ (۲) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{5}{3}, \dots$ (۳) $40, 36, 32, 27, \dots$ (۴) $5, 3, 1, -1, -3, \dots$

۵۶- کدام یک از گزینه ها، یک دنباله حسابی است؟

(۱) $t_n = \frac{2}{n}$ (۲) $t_n = n^2 + 1$ (۳) $t_n = 2(n+1)$ (۴) $t_n = 1 - n^2$

۵۷- جمله چندم دنباله حسابی $a_n = \frac{2n+5}{3}$ برابر ۹ است؟

(۱) دهم (۲) نهم (۳) دوازدهم (۴) یازدهم

۵۸- جمله n ام دنباله حسابی $3, 0, -3, -6, \dots$ کدام است؟

(۱) $-9n + 3$ (۲) $-3n + 9$ (۳) $9n - 3$ (۴) $3n - 9$

۵۹- چند عدد دو رقمی بخش پذیر بر ۴ وجود دارد؟

(۱) ۲۲ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴) ۲۵

۶۰- جمله دهم دنباله حسابی ... ۸, ۵, ۲ کدام است؟

- ۲۷ (۱) ۲۸ (۲) ۲۹ (۳) ۳۱ (۴)

۶۱- در یک دنباله حسابی، مجموع دو جمله اول برابر ۵ / ۷ و مجموع جملات سوم و چهارم برابر ۵ / ۵ است. اختلاف مشترک این دنباله کدام است؟

- $-\frac{3}{4}$ (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

۶۲- در یک دنباله حسابی، جمله پنجم، ۲ برابر جمله دهم است. جمله چندم این دنباله، برابر صفر است؟

- سیزدهم (۱) دهم (۲) پانزدهم (۳) یازدهم (۴)

۶۳- جمله پانزدهم دنباله ... ۶, ۲, ۲- چند برابر جمله دهم آن است؟

- $\frac{29}{19}$ (۱) $\frac{27}{17}$ (۲) $\frac{31}{21}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴)

۶۴- در دنباله حسابی $a_n = \frac{2n+5}{3}$ ، کدام جمله سه برابر جمله دوم دنباله است؟

- نهم (۱) دوازدهم (۲) دهم (۳) یازدهم (۴)

۶۵- جمله دوم یک دنباله حسابی ۴ و جمله نهم آن ۲۵ است. جمله شانزدهم این دنباله کدام است؟

- ۴۵ (۱) ۴۴ (۲) ۴۶ (۳) ۴۷ (۴)

۶۶- رابطه بازگشتی یک دنباله حسابی به صورت $a_{n+1} = a_n - 5$ ، $a_1 = 3$ است. جمله پنجاهم این دنباله کدام است؟

- ۲۵۸ (۱) -۲۴۲ (۲) -۲۵۸ (۳) ۲۴۲ (۴)

۶۷- کارفرمایی به یک کارگر مبتدی، در هفته اول ۷۵۰ واحد پول دستمزد می دهد و متعهد می شود که در صورت رضایت کاری در پایان هر هفته، ۲۵ واحد پول بر دستمزد وی اضافه کند تا به دستمزد ثابت ۲۰۰۰ واحد پول برسد، با رضایت کاری پس از چند هفته، به دستمزد ثابت می رسد؟

- ۴۸ (۱) ۴۹ (۲) ۵۰ (۳) ۵۱ (۴)

۶۸- مجموع ۵ جمله اول از یک دنباله حسابی افزایشی مساوی ۶۰ و مجموع دو جمله بزرگتر، سه برابر مجموع سه جمله کوچکتر است. اختلاف مشترک آن کدام است؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

۶۹- در یک دنباله حسابی، مجموع جملات اول، دوم و سوم ۱۲ و مجموع جملات هفتم، هشتم و نهم ۴۸ است. اختلاف مشترک این دنباله کدام است؟

۲(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۷۰- اگر در نردبانی که باغ داران برای چیدن میوه ها استفاده می کنند، عرض نخستین پله ۱۲۵ سانتی متر و عرض آخرین پله ۴۵ سانتی متر در نظر گرفته شود و هر پله ۱۰ سانتی متر کوتاه تر از پله پیشین باشد، این نردبان چند پله دارد؟

۱۵(۱) ۹(۲) ۱۷(۳) ۸(۴)

۷۱- قطار سریع السیری به طور آزمایشی، فاصله دو شهر را بار اول در ۴ ساعت طی کرده است. طبق برنامه تعیین شده در هر رفت یا برگشت ۵ دقیقه از مدت زمان نوبت قبل کاسته می شود تا مدت زمان طی کردن این مسافت به ۲ ساعت پیش بینی شده برسد. تعداد نوبت آزمایشی کدام است؟

۱۶(۱) ۲۰(۲) ۲۴(۳) ۲۵(۴)

۷۲- مجموع ده جمله اول دنباله حسابی ...، ۱۸، ۱۳، ۸، ۳ کدام است؟

۲۴۵(۱) ۲۵۰(۲) ۲۲۵(۳) ۲۵۵(۴)

۷۳- مجموع جملات دنباله حسابی ۱۷۶، ...، ۵۶، ۴۴، ۳۲، ۲۰ کدام است؟

۱۱۷۶(۱) ۱۲۷۴(۲) ۱۳۷۲(۳) ۱۴۷۰(۴)

۷۴- مجموع اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰۰ کدام است؟

۲۰۲۰۰(۱) ۲۰۰۰۰(۲) ۲۰۱۰۰(۳) ۲۰۳۰۰(۴)

۷۵- اختلاف مجموع n عدد طبیعی فرد متوالی با شروع از ۱ و مجموع $n+1$ عدد طبیعی فرد متوالی اولیه برابر با ۲۷ است. n کدام است؟

۱۳(۱) ۱۴(۲) ۱۵(۳) ۱۶(۴)

۷۶- مجموع چند جمله از دنباله ...، ۵، ۳، ۱ برابر ۶۴ کدام است؟

۷(۱) ۹(۲) ۸(۳) ۶(۴)

۷۷- مجموع اعداد طبیعی دو رقمی بخش پذیر بر ۳ کدام است؟

۱۶۳۵(۱) ۱۶۶۵(۲) ۱۶۹۵(۳) ۱۷۵۵(۴)

۷۸- مجموع اعداد طبیعی فرد و متوالی شروع از ۲۳ و ختم به ۶۱ کدام است؟

- ۷۸۰ (۱) ۸۴۰ (۲) ۸۵۰ (۳) ۸۷۰ (۴)

۷۹- در یک دنباله حسابی مجموع ۷ جمله اول مساوی ۱۸۲ و جمله هشتم برابر ۵۴ می باشد. جمله اول کدام است؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۸۰- اگر s_n مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی و سه جمله اول دنباله s_n به صورت $۳, \frac{۳}{۲}, \frac{۱}{۲}$ باشد، جمله چهارم s_n کدام است؟

- $\frac{۷}{۲}$ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) $\frac{۹}{۲}$ (۴)

۸۱- در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول ۳۳ و مجموع سه جمله بعدی آن ۶۰ می باشد. جمله هشتم آن کدام است؟

- ۲۶ (۱) ۲۹ (۲) ۳۰ (۳) ۳۱ (۴)

۸۲- بین دو عدد -۳۵ ، -۵ ، پنج واسطه درج کرده ایم به طوری که جملات حاصل، تشکیل یک دنباله حسابی داده اند. جمله وسط این دنباله کدام است؟ (-۳۵ جمله اول است.)

- -۲۵ (۱) -۱۵ (۲) -۲۰ (۳) -۲۷ (۴)

۸۳- مجموع پنج عدد که جملات متوالی از یک دنباله حسابی اند برابر ۱۰۵ و مجموع سه عدد بزرگ تر، ۶ برابر مجموع دو عدد کوچک تر است. بزرگ ترین این اعداد کدام است؟

- ۳۸ (۱) ۳۹ (۲) ۴۰ (۳) ۴۱ (۴)

۸۴- ده عدد، جملات متوالی از یک دنباله حسابی اند. مجموع ۵ جمله اول ۵۵ و مجموع ۵ جمله آخر آن ها ۱۳۰ می باشد. کوچک ترین این اعداد کدام است؟

- ۴ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)



۶ فصل ۳: درس اول: دنباله هندسی

۱.۶ بخش اول: تمرینات کتاب درسی

۱- با نوشتن جملات رابطه‌های بازگشتی مشخص کنید کدام یک از آنها یک دنباله هندسی را تشکیل می‌دهد.

$$\begin{array}{ll}
 ۱) a_{n+1} = (a_n)^2 & a_1 = \frac{1}{2} \\
 ۲) a_{n+1} = \frac{2}{3} a_n & a_1 = \frac{1}{2} \\
 ۳) a_{n+1} = \frac{1}{1+a_n} & a_1 = 1 \\
 ۴) a_{n+1} = 2a_n & a_1 = 1
 \end{array}$$

۲- با توجه به مفهوم دنباله هندسی و نسبت مشترک جملات دنباله هندسی ثابت کنید هرگاه a, b, c سه جمله متوالی دنباله هندسی باشند، آن‌گاه $a \times c = b^2$ را واسطه هندسی میان a, c گویند.

۳- اگر $x, x+2, x+3$ سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار x را بیابید.

۴- سرطان از تکثیر بیش از حد سلول‌ها در بدن ایجاد می‌شود. در فردی که به سرطان سینه مبتلاست، از روش‌های مختلفی از جمله شیمی‌درمانی برای از بین بردن سلول‌های سرطانی استفاده می‌شود. در این روش معمولاً دارو چندین دفعه به بیمار تجویز می‌شود و هر بار درصدی از سلول‌های سرطانی از بین می‌رود.

الف) اگر داروی شیمی‌درمانی هر بار ۶۰٪ سلول‌های سرطانی فردی را از بین ببرد و اگر توده سرطانی او در ابتدا 10^{12} سلول داشته باشد، پس از ۳ بار شیمی‌درمانی چه تعداد سلول سرطانی در بدن این فرد باقی می‌ماند؟

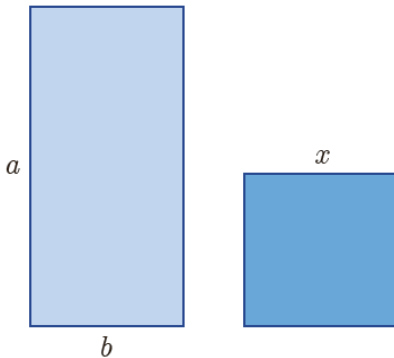
ب) فرض کنید پس از اولین شیمی‌درمانی، رشد توده سرطانی متوقف شده است. برای اینکه این شخص به طور کامل درمان شود،

ابتدا باید تعداد سلول‌های سرطانی‌اش به کمک شیمی‌درمانی کمتر از $10^6 \times 67$ سلول شود و سپس با کوچک شدن توده سرطانی به کمک جراحی، باقی‌مانده سلول‌های سرطانی او برداشته شود. برای این منظور، مطابق اطلاعات مسئله این شخص چند مرتبه باید شیمی‌درمانی شود؟

۵- میان دو عدد a و b ، n عدد را طوری قرار می‌دهیم که جملات دنباله شروع از a و ختم به b یک دنباله هندسی تشکیل دهند.

ثابت کنید نسبت مشترک دنباله های هندسی از رابطه $r^{n+1} = \frac{b}{a}$ به دست می‌آید. (راهنمایی: تعداد کل جملات $(n + 2)$ جمله است.)

۶- جمله سوم یک دنباله هندسی ۲۷ و جمله پنجم همین دنباله ۲۴۳ است. جمله هفتم این دنباله هندسی را به دست آورید.



۷- مستطیلی با اضلاع a, b مطابق شکل مقابل مفروض است. اگر مربعی به ضلع x هم

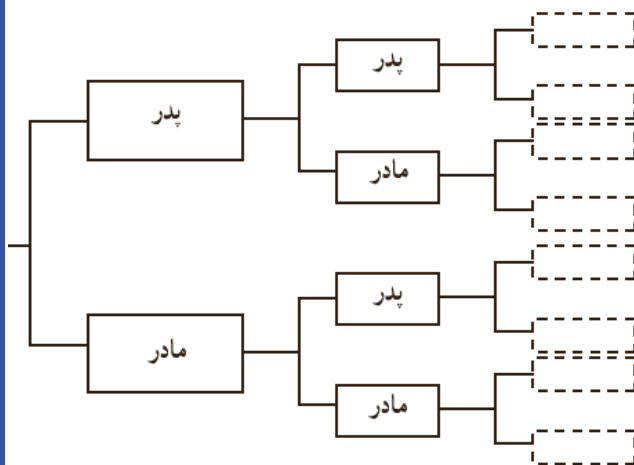
مساحت با آن باشد، کدام یک از دنباله های زیر تشکیل یک دنباله هندسی می‌دهند؟

الف) x, a, b

ب) a, x, b

پ) b, a, x

۸- یک شهاب سنگ ۱۵ هزار کیلوگرم وزن دارد. پس از ورود آن به جو زمین، در هر دقیقه ۱۵٪ از وزنش به سبب تماس با جو از بین می‌رود. پس از گذشت پنج دقیقه از ورود این شهاب سنگ به جو زمین، چقدر از وزن آن باقی می‌ماند؟



۹. شخصی پدر و مادر، دو پدر بزرگ و دو مادربزرگ، چهار پدر پدربزرگ و چهار مادر مادربزرگ و ... دارد.

الف) نیاکان این شخص در ده نسل قبلی چند نفر بوده اند؟ (نخستین نسل را پدر و مادر شخص در نظر بگیرید.)

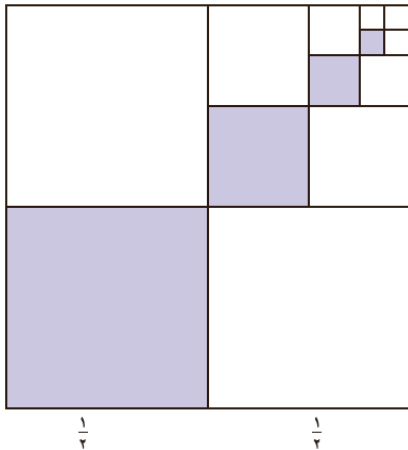
ب) مجموع نیاکان این شخص از ده نسل قبل تا یک نسل قبل (یعنی پدر و مادر شخص) چند نفرند؟

۱۰- مجموع های زیر را به دست آورید.

۱) $1 + 4 + 16 + \dots + 4096$

۲) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{640}$

۱۱- نخستین جمله یک دنباله هندسی ۱۵۳۶ و نسبت مشترک این دنباله هندسی $\frac{1}{4}$ است. کدام جمله دنباله برابر ۶ است؟ مجموع جملات این دنباله از ۱۵۳۶ تا عدد ۶ را به دست آورید.



۱۲- پس از تقسیم مربعی به ضلع یک متر به چهار مربع برابر، یکی از آنها را رنگ می کنیم. از مربع های باقی مانده، مربعی را که با

مربع رنگ آمیزی شده ضلع مشترک ندارد، انتخاب می کنیم و با تقسیم آن به چهار مربع برابر، مربعی را که با مربع رنگ شده در یک

رأس مشترک است، رنگ آمیزی می کنیم و همین روند را مطابق شکل ادامه می دهیم.

(الف) چرا دنباله مساحت های مربع های رنگی، یک دنباله هندسی را تشکیل می دهد؟

(ب) اگر روند رنگ آمیزی گفته شده را n مرحله انجام دهیم، مساحت های مربع های رنگی از چه رابطه ای به دست می آید؟

(پ) پس از شش مرحله رنگ آمیزی مربع به روش بالا، چه مساحتی از مربع رنگ می شود؟

۲.۶ بخش دوم: تمرینات جهت تسلط

۱- جاهای خالی را کامل کنید.

(الف) به دنباله هایی از اعداد که هر جمله از یک عدد ثابت در جمله پیشین به دست می آید، دنباله هندسی گفته می شود.

(ب) جمله عمومی دنباله های هندسی با جمله اول a_1 و نسبت مشترک r به صورت است.

(پ) در دنباله های هندسی جمله اول و نسبت مشترک مخالف است.

(ت) دنباله هندسی با جمله اول مثبت ($a_1 > 0$) و نسبت مشترک دنباله افزایشی است.

(ث) دنباله هندسی با جمله اول مثبت ($a_1 > 0$) و نسبت مشترک دنباله کاهشی است.

(ج) ضابطه بازگشتی دنباله هندسی با نسبت مشترک r به صورت است.

(چ) اگر a_n و a_m دو جمله یک دنباله هندسی باشند، در این صورت حاصل $\frac{a_m}{a_n}$ برابر r به توان است.

(ح) اگر a و b سه جمله متوالی دنباله هندسی باشند، رابطه بین آن ها برقرار است و b را میان a و c می نامند.

خ) با قرار دادن n جمله میان دو عدد a و b (شروع از a و ختم به b) دنباله هندسی با نسبت مشترک $r^{n+1} = \dots$ به دست می آید.

د) مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی با جمله اول a_1 و نسبت مشترک r از رابطه \dots به دست می آید.

۲- دنباله های هندسی را مشخص کنید و در هر قسمت نسبت مشترک آن ها را مشخص کنید.

الف) $4, 12, 20, 28, \dots$ ب) $\frac{3}{2}, 1, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \dots$

پ) $\sqrt{5}, 2\sqrt{5}, 4\sqrt{5}, 8\sqrt{5}, \dots$ ت) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$

۳- مشخص کنید کدام یک از ضابطه های بازگشتی زیر مربوط به یک دنباله هندسی است. نسبت مشترک آن ها را نیز مشخص کنید.

الف) $a_{n+1} = 3a_n, a_1 = \frac{3}{4}$ ب) $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n, a_1 = 1$

پ) $a_{n+1} = (a_n + 1)^2, a_1 = 2$ ت) $a_{n+1} = \frac{1}{1+a_n}, a_1 = 2$

۴- در یک دنباله هندسی با جمله اول $\frac{5}{3}$ و نسبت مشترک ۲، مقادیر a_3 و a_8 را به دست آورید.

۵- جمله دهم دنباله رو به رو را مشخص کنید.

$3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \dots$

۶- چندمین جمله دنباله هندسی با جمله اول $\frac{5}{7}$ و نسبت مشترک $\frac{1}{2}$ ، برابر $\frac{5}{334}$ است؟

۷- جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول $\frac{4}{5}$ و نسبت مشترک $\frac{2}{3}$ را مشخص کنید.

۸- جمله عمومی دنباله های زیر را مشخص کنید.

الف) $3, \frac{3}{4}, \frac{3}{16}, \frac{3}{64}, \dots$ ب) $\pi, 2\pi, 4\pi, 8\pi, \dots$

۹- در یک دنباله هندسی جمله اول برابر $\frac{1}{4}$ و جمله چهارم برابر ۳۲ است. جمله عمومی آن را مشخص کنید.

۱۰- جمله سوم و جمله ششم یک دنباله هندسی به ترتیب برابر 4^0 و 32^0 است. جمله عمومی آن را مشخص کنید.

۱۱- جمله چهارم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب برابر $\frac{3}{4}$ و $\frac{1}{3}$ است. جمله عمومی این دنباله را بنویسید. (نسبت مشترک این دنباله را مثبت را در نظر بگیرید.)

۱۲- یک واسطه هندسی مثبت بین دو عدد $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{75}$ مشخص کنید.

۱۳- اگر $x + 3$ ، x و $x - 2$ سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشد، مقدار x را مشخص کنید.

۱۴- اگر $\frac{1}{5x+1}$ ، $\frac{1}{x+5}$ و $\frac{1}{x+1}$ سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشد، مقدار x را مشخص کنید.

۱۵- بین دو عدد $\frac{1}{3}$ و 27 سه عدد را طوری قرار دهید که جملات با شروع از $\frac{1}{3}$ و ختم به 27 تشکیل یک دنباله هندسی بدهند. (نسبت مشترک دنباله را مثبت در نظر بگیرید.)

۱۶- بین دو عدد 2 و 64 چهار واسطه هندسی قرار دهید. (شروع از 2)

۱۷- اگر در یک دنباله هندسی جمله سوم برابر 8 و جمله هفتم برابر $\frac{81}{4}$ باشد، نسبت مشترک این دنباله را به دست آورید.

۱۸- مجموع پنج جمله اول دنباله هندسی با جمله اول 3 و نسبت مشترک $\frac{2}{3}$ را به دست آورید.

۱۹- مجموع ده جمله اول دنباله رو به رو را به دست آورید.

$$2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$$

۲۰- مجموع شش جمله اول دنباله هندسی با جمله اول 5 و جمله هفتم 320 را به دست آورید. (نسبت مشترک دنباله را مثبت بگیرید.)

۲۱- مجموع چند جمله از دنباله هندسی با جمله اول 4 و نسبت مشترک 3 برابر 160 می شود؟

۲۲- حاصل عبارتهای زیر را به دست آورید.

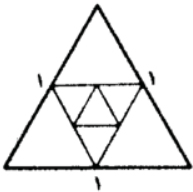
۱) $۳ + ۶ + ۱۲ + ۲۴ + \dots + ۱۵۳۶$

۲) $\frac{1}{1} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{4096}$

۳) $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{۱۸} + \dots + \frac{1}{۱۴۵۸}$

۲۳- مربعی به ضلع واحد داریم، در هر مرحله $\frac{1}{4}$ آن را رنگ می‌کنیم. بعد از ۷ مرحله چه مساحتی از این مربع رنگی شده است؟

(مربع در ابتدا سفید بوده است.)



۲۴- اگر مطابق شکل زیر در یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۱ وسط‌های آن‌ها را به یکدیگر وصل کنیم و همین روند را ادامه دهیم، مجموع محیط‌های مثلث‌های به دست آمده پس از ۶ مرحله را به دست آورید.

۳.۶ بخش سوم: تمرینات جهت مرور

۱- در دنباله هندسی $۲, ۶, ۱۸, \dots$ جمله پنجم را بیابید.

۲- در یک دنباله هندسی اگر $a_1 = ۸$ و $r = -\frac{1}{4}$ ابتدا پنج جمله اول آن را بنویسید، سپس ضابطه بازگشتی و جمله عمومی آن را

بیابید.

۳- پنج جمله اول دنباله هندسی زیر داده شده است. ضابطه بازگشتی، جمله عمومی و نسبت مشترک را بیابید.

$۱, \frac{1}{5}, \frac{1}{۲۵}, \frac{1}{۱۲۵}, \dots$

۴- جمله عمومی دنباله هندسی به صورت $a_n = ۲ \circ (\frac{1}{4})^{n-1}$ داده شده است. ضابطه بازگشتی، نسبت مشترک، جمله اول و پنج

جمله اول را بیابید.

۵- ضابطه بازگشتی یک دنباله هندسی به صورت $a_1 = ۸۱$ $a_{n+1} = \frac{1}{3} a_n$ است. جمله اول، نسبت مشترک، جمله عمومی و

پنج جمله اول دنباله را بیابید.

۶- با نوشتن جملات رابطه بازگشتی زیر مشخص کنید کدام یک از آن‌ها دنباله بازگشتی است؟

$$۱) a_{n+1} = (a_n)^3, \quad a_1 = \frac{1}{3}$$

$$۲) a_{n+1} = \frac{3}{4} a_n, \quad a_1 = \frac{1}{5}$$

$$۳) a_{n+1} = \frac{1}{2 + a_n}, \quad a_1 = 1$$

$$۴) a_{n+1} = 3a_n, \quad a_1 = 1$$

۷- جمله عمومی دنباله $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{18}, \dots$ را بنویسید.

۸- جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت $a_n = \frac{2}{3 \times 2^n}$ است. قدرنسبت و جمله اول آن را بنویسید.

۹- در یک دنباله هندسی جمله اول برابر ۷ و قدرنسبت برابر ۲ است. جمله پنجم این دنباله برابر ۲۲۴ است.

۱۰- جمعیت یک روستا برابر ۱۰۰۰ نفر است. اگر جمعیت این روستا هر سال به اندازه $\frac{1}{10}$ جمعیت سال قبل کاهش یابد. پس از ۳ سال

چند نفر در این روستا زندگی می‌کنند؟

۱۱- مدیر یک کارگاه به یک کارگر مبتدی پیشنهاد کرده است دستمزد روز اول ۱۰۰ تومان و تا پایان هفته هر روز ۲۰ درصد به دستمزد روز قبل وی اضافه کند. دستمزد وی در روز پنجم چقدر است؟

۱۲- در یک دنباله هندسی مجموع اول و سوم، $\frac{1}{5}$ برابر مجموع جملات دوم و چهارم است. قدرنسبت این دنباله را بیابید.

۱۳- با مشخص کردن جملات دنباله‌های زیر کاهشی یا افزایشی بودن آن‌ها را مشخص کنید.

$$۱) a_n = 20 \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$$

$$۲) a_n = \frac{1}{20} \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$

$$۳) a_n = 5(\sqrt{2})^{n-1}$$

$$۴) a_{n+1} = \frac{3}{2} a_n, \quad a_1 = 1$$

۱۴- شخصی یک یخچال فریزر به قیمت ۹۶۰ هزار تومان خریده است. هزینه استهلاک این یخچال هر سال معادل ۱۰ درصد ارزش سال قبل آن است. اگر v_n ارزش قیمت یخچال فریزر در سال n ام باشد.

الف) ضابطه‌ای برای v_n بنویسید.

ب) بیشترین کاهش ارزش یخچال فریزر در چه سالی است؟ آیا می‌توانید کمترین کاهش ارزش آن را مشخص کنید؟ چرا؟

پ) چرا ارزش یخچال فریزر پس از ده سال صفر نمی شود؟ با چه فرضی ارزش یخچال پس از ۱۰ سال صفر می شود؟ ضابطه v_n

را به گونه ای بنویسید که ارزش یخچال فریزر پس از ده سال صفر شود. دنباله v_n در این حالت حسابی است یا هندسی؟

ت) اگر مطابق فرض مسئله، شخص بخواهد یخچال فریزر را زمانی بفروشد که ارزش آن کمتر از نصف قیمت خریداری شده باشد، چند سال پس از خرید باید آن را بفروشد؟

(راهنمایی: با توجه به قیمت خرید اولیه، ۹۶۰ هزار تومان، نصف ارزش آن ۴۸۰ هزار تومان است. پس باید نخستین عدد n را که نامساوی $v_n < 480000$ را تامین می کند مشخص می کنیم)

ث) با توجه به قسمت های ب و پ، تفاوت حالتی که از جملات دنباله در هر مرحله k واحد کسر شود با حالتی که k درصد از آن کسر شود چیست؟ کدام حالت بیانگر یک دنباله حسابی و کدام حالت بیانگر یک دنباله هندسی است؟

۱۵- طبق آزمایش های انجام شده، نیمه عمر ماده کافئین برای یک شخص بالغ و سالم شش ساعت است. اگر یک لیوان بزرگ چای

سیاه یا یک فنجان قهوه ۸۰ میلی گرم کافئین داشته باشد، پس از چند نیمه عمر یا چند ساعت یک شخص می تواند چای یا قهوه

مصرف کند؟ (با در نظر گرفتن اینکه اگر میزان کافئین در بدن کمتر از ۵٪ میلی گرم باشد، هیچ نوع وابستگی به این ماده در بدن ایجاد نمی شود.)

۱۶- دنباله هندسی ۳۲، \dots ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{8}$ را در نظر بگیرید.

الف) این دنباله چند جمله دارد؟ ب) عدد ۱۲۸ جمله چندم این دنباله است؟

۱۷- جدول زیر را کامل کنید.

جمله اول	نسبت مشترک	پنج جمله اول	ضابطه بازگشتی	جمله عمومی دنباله
$a_1 = 1$	$r = \frac{1}{3}$	$1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \frac{1}{81}$	$a_{n+1} = \frac{1}{3} a_n$ $a_1 = 1$	$a_n = (\frac{1}{3})^{n-1}$
$a_1 = \frac{1}{81}$	$r = \frac{3}{2}$			
$a_1 = 4$	$r = -\frac{1}{2}$		$a_{n+1} = (-\frac{1}{2}) a_n$ $a_1 = 4$	
		$1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, \frac{1}{625}$		
				$a_n = 100 (\frac{1}{5})^{n-1}$

با توجه به جدول بالا، در هر دنباله هندسی به صورت $a_n = a_1 \times r^{n-1}$ با فرض $a > 0$

- | | | | | |
|---------------------------------------|----------------------------------|--------------------------------|-------------------------------|------|
| الف) اگر $0 < r < 1$ ، دنباله a_n ، | <input type="checkbox"/> افزایشی | <input type="checkbox"/> کاهشی | <input type="checkbox"/> ثابت | است. |
| ب) اگر $r > 1$ ، دنباله a_n ، | <input type="checkbox"/> افزایشی | <input type="checkbox"/> کاهشی | <input type="checkbox"/> ثابت | است. |
| ج) اگر $r = 1$ ، دنباله a_n ، | <input type="checkbox"/> افزایشی | <input type="checkbox"/> کاهشی | <input type="checkbox"/> ثابت | است. |

۱۸- در یک دنباله هندسی افزایشی $a_6 = 45$ ، $a_4 = 5$ قدرنسبت این دنباله به همراه جمله اول آن را بیابید.

۱۹- در یک دنباله هندسی جمله سوم برابر ۷ و جمله ششم برابر ۵۶ است. جمله نهم دنباله را بیابید.

۲۰- در یک دنباله هندسی مجموع جملات اول و دوم $\frac{9}{4}$ و مجموع جملات چهارم و پنجم ۳۶ است. جمله سوم این دنباله را بیابید.

۲۱- جمله پنجم یک دنباله هندسی برابر ۱۶ و جمله دوم آن برابر ۶ است. قدرنسبت دنباله کدام است.

۲۲- در یک دنباله هندسی جمله سوم برابر ۱۰، جمله هفتم ۴۰ است. جمله اول کدام است.

۲۲- در یک دنباله هندسی جمله اول ۸ برابر جمله چهارم است. جمله دوازدهم چند برابر جمله دهم است.

۲۳- واسطه هندسی مثبت بین ۱۶ و ۴ را بیابید.

۲۴- در دنباله افزایشی y ، ۴، x و ۲، مقدار y کدام است.

۲۵- اگر سه جمله $2-x$ و x و $x+4$ تشکیل یک دنباله هندسی بدهند، مقدار x و نسبت مشترک را بیابید.

۲۶- چه عددی را به هر یک از اعداد ۲۱ و ۱۱ و ۲ اضافه کنیم تا اعداد حاصل به ترتیب جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند.

۲۷- در دنباله هندسی $\dots, 16, \frac{1}{4}x^2 + 4, x + 2$ ، جمله دهم چند برابر جمله ششم آن است.

۲۸- بین اعداد ۲ و ۳۲ سه واسطه هندسی مثبت درج کرده ایم. مجموع این واسطه ها چقدر است.

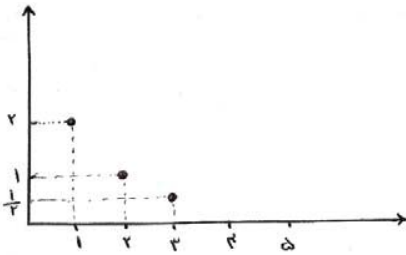
۲۹- بین اعداد ۸ و $\frac{81}{4}$ سه واسطه هندسی مثبت درج می کنیم، نسبت مشترک را بیابید.

۳۰- بین دو عدد ۶ و ۱۶۲ دو عدد چنان درج کنیم، که تشکیل دنباله هندسی دهند.

۳۱- در دنباله $\dots, 50, 10, 2, \frac{2}{5}$ مقدار s_6 را بیابید.

۳۲- در دنباله $\dots, \frac{1}{64}, \frac{1}{16}, \frac{1}{4}$ مقدار s_4 را بیابید.

۳۲- نمودار زیر یک دنباله هندسی را مشخص می‌کند. با نوشتن سه جمله اول و محاسبه نسبت مشترک دنباله هندسی



الف) جمله عمومی دنباله را مشخص کنید.

ب) مقدار s_4 را بیابید.

۳۳- مجموع‌های زیر را انجام دهید.

۱) $1 + 2 + 4 + 1024$

۲) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{128}$

۳۴- در دنباله هندسی $\dots, \frac{1}{3}, 1, 3$ مجموع پنج جمله اول را بیابید.

۳۵- جمله عمومی یک دنباله به صورت $a_n = 3^{n-1}$ است. چند جمله از این دنباله را با هم جمع کنیم تا حاصل برابر ۳۶۴ شود؟

۳۶- مجموع یازده جمله اول دنباله هندسی $\dots, 8, -4, 2, -1$ را بدست آورید.

۳۷- مجموع جملات دوم و ششم یک دنباله هندسی افزایشی به ترتیب برابر ۳ و ۲۴۳ است. مجموع شش جمله اول این دنباله را بیابید.

۳۸- اسب مسابقه‌ای را به قیمت ۸۰۰۰۰۰ تومان قیمت گذاشته‌اند ولی خریدار معتقد است قیمت اسب گران است. فروشنده پیشنهادی به خریدار کرد، او گفت من اسب را به شما می‌دهم ولی ۲۰ میخ نعل‌های این اسب را به این طریق به شما می‌فروشم که برای میخ اول ۱ تومان و برای میخ دوم ۲ تومان و برای میخ سوم ۴ تومان و ... می‌گیرم. خریدار که از این پیشنهاد خوشحال شده بود، اسب را خرید. به نظر شما خریدار سود کرده است یا ضرر؟

۳۹- برای از بین بردن ذرات معلق در یک محلول آن‌را از صافی‌هایی عبور می‌دهند. اگر در هر بار عبور محلول از صافی، میزان ذرات معلق نصف شود، حداقل چه تعداد صافی لازم است که بیش از ۹۷ درصد از ذرات معلق در محلول گرفته شود؟

۴۰- در یک دنباله هندسی اگر $a_4 a_6 = 2a_5$ جمله اول دنباله را بیابید.

۴۱- مجموع جملات دنباله هندسی $\dots, 12, 6, 3$ برابر ۱۸۹ شده است. آخرین جمله این دنباله کدام است؟

۴۲- در دنباله هندسی $\frac{1}{81}, \dots, -3, 9, -27$ پس از یافتن تعداد جملات، مجموع جملات دنباله را بیابید.

۳۲, ۱۶, ۸, ...

۴۳- دنباله مقابل را در نظر بگیرید.

الف) نسبت مشترک آنرا بیابید.

ب) جمله هفتم آنرا بیابید.

پ) مجموع شش جمله اول آنرا بیابید.

۴۴- کدام یک از دنباله‌های زیر هندسی است؟

$$۱) a_{n+1} = (a_n)^2 \quad a_1 = \frac{1}{4}$$

$$۲) a_{n+1} = \frac{2}{3} a_n \quad a_1 = \frac{1}{2}$$

$$۳) a_{n+1} = \frac{1}{1+a_n} \quad a_1 = 1$$

$$۴) a_{n+1} = 2a_n \quad a_1 = 1$$

۴۵- اگر سه جمله $x+3$ و $x+2$ و x ، تشکیل یک دنباله هندسی بدهند، مقدار x و نسبت مشترک را بیابید.

۴۶- بخش چهارم: سوالات تستی

۴۶- کدام یک از دنباله‌های زیر هندسی است؟

$$۱) \dots, -\frac{1}{54}, \frac{1}{18}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{2}$$

$$۲) \dots, 0, -5, -10, -20$$

$$۴) \dots, \frac{1}{5}, -1, 3, -6, 12$$

$$۳) \dots, 27, 9, 3, 1$$

۴۷- کدام یک از دنباله‌های زیر هم حسابی و هم هندسی است؟

$$۴) a_{n+1} = -a_n$$

$$۳) a_{n+1} = a_n$$

$$۲) a_{n+1} = \frac{1}{a_n}$$

$$۱) a_{n+1} = 2a_n$$

۴۸- جمله هفتم دنباله هندسی $9, -6, 4, \dots$ کدام است؟

(۱) $\frac{243}{16}$ (۲) $-\frac{2187}{32}$ (۳) $\frac{729}{16}$ (۴) $-\frac{792}{32}$

۴۹- در یک دنباله هندسی جمله هشتم $\frac{1}{9}$ و جمله چهارم $\frac{2}{3}$ است. جمله نهم دنباله چند برابر جمله اول است؟

(۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۳) $\frac{1}{36}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۵۰- دنباله هندسی $128, \dots, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}, \frac{1}{128}$ چند جمله دارد؟

(۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۵۱- به علت تورم، بر قیمت کالایی به طور یکنواخت هر سال ۱۰ درصد افزوده می‌شود. در سال پنجم، قیمت این کالا چند برابر قیمت سال اول می‌شود؟

(۱) $1/3321$ (۲) $2016/4$ (۳) $1/4641$ (۴) $1/4751$

۵۲- در یک دنباله هندسی، هر جمله $\frac{2}{3}$ جمله قبلی است. اگر مجموع پنج جمله اول $\frac{211}{27}$ آن باشد، جمله اول کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۳- در یک دنباله هندسی با نسبت مشترک $\frac{1}{2}$ ، اگر مجموع هشت جمله اول آن $\frac{3}{4}$ باشد، جمله پنجم کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵۴- در یک دنباله هندسی، جمله چهارم ۸ برابر جمله اول است. اگر جمله ششم ۲۴ باشد، مجموع شش جمله اول آن، کدام است؟

(۱) $47/25$ (۲) $47/5$ (۳) $47/75$ (۴) $48/5$

۵۵- چه تعداد از دنباله های زیر هندسی است؟

$b_n = 2 \times 3^n$ $a_n = n\pi$ $t_n = \left(\frac{-1}{2}\right)^n$ $c_n = \frac{1}{n^2}$

الف) ۰ ب) ۱ ج) ۲ د) ۳

۵۶- در یک دنباله ی هندسی ، جمله سوم ۱۰ و جمله هفتم ۴۰ است. جمله اول کدام است؟

- الف) $\sqrt{5}$ ب) ۲۵ ج) ۵ د) $\frac{5}{4}$

۵۷- در یک دنباله ی هندسی ، جمله ی دوم برابر $\frac{1}{3}$ و جمله ی چهارم برابر $\frac{1}{27}$ می باشد، اگر قدر نسبت این دنباله مثبت باشد، جمله هفتم دنباله کدام است؟

- الف) $\frac{1}{243}$ ب) $\pm \frac{1}{243}$ ج) $\frac{1}{729}$ د) $\pm \frac{1}{729}$

۵۸- یک دنباله ی هندسی جمله پنجم ۶ و جمله هشتم ۴۸ است. جمله دوم چندبرابر جمله سوم است ؟

- الف) ۲ ب) $\frac{1}{3}$ ج) $\frac{1}{8}$ د) ۸

۵۹- اگر اعداد $1 + 2x^2$ ، $1 - 2x$ ، 2 سه جمله ی متوالی دنباله ی هندسی باشند قدرنسبت آن کدام است ؟

- الف) $-\frac{1}{4}$ ب) $-\frac{1}{3}$ ج) $-\frac{3}{4}$ د) $-\frac{5}{4}$

۶۰- مجموع چند جمله ی دنباله ی هندسی ... ، $12, 24, -6$ برابر 1026 است ؟ (آزاد ۸۰)

- الف) ۹ ب) ۸ ج) ۶ د) ۱۲

۶۱- بین $\frac{1}{3}$ و 27 سه واسطه ی هندسی درج شده است . مجموع این سه عدد مثبت چقدر است ؟

- الف) ۱۱ ب) ۱۳ ج) ۱۵ د) ۹

۶۲- به ازای یک مقدار x ، اعداد $1 + 2x$ ، $\sqrt{2}x$ و $x - 1$ به ترتیب سه جمله ای اول یک دنباله هندسی اند. مجموع هشت جمله ی اول دنباله چند برابر مجموع چهارجمله ی اول آن است ؟

- الف) ۱۷ ب) ۱۱ ج) ۹ د) ۵



۷ درس دوم: ریشه n ام و توان های گویا

۱.۷ بخش اول: تمرینات کتاب درسی

۱- با استفاده از تعریف توان های گویا نشان دهید که $\sqrt[3]{5^2}$, $\sqrt[4]{5^2}$, $\sqrt{5}$ با هم برابرند.

۲- حاصل هر یک از عبارت های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید. (a , m و n اعداد حقیقی مثبت اند).

$$۱) ۳^{\frac{1}{۳}} \times ۳^{\frac{1}{۴}} =$$

$$۲) ۵^{\frac{1}{۴}} \times ۵^{(-\frac{1}{۴})} =$$

$$۳) ۸^{\frac{1}{۲}} \times ۲^{\frac{1}{۲}} =$$

$$۴) (۲^۶)^{\frac{1}{۳}} =$$

$$۵) \left(\frac{۳^۴}{۲^۶}\right)^{\frac{1}{۲}} =$$

$$۶) \left(\frac{a^{\frac{1}{۲}}}{\frac{1}{a}}\right)^{-۴} =$$

$$۷) ۳^{۵/۲۶} \times ۳^{۵/۷۴} =$$

$$۸) (m^{\frac{۳}{۴}} \cdot n^{\frac{1}{۲}})^2 (m^2 \cdot n^3)^{\frac{1}{۲}} =$$

۳- در هر یک از تساوی های زیر مقدار x را بیابید.

$$۱) ۸^x \times ۹^5 = ۷۲^5$$

$$۲) (۵/۳۶)^4 \times (۵/۳۶)^x \times (۵/۳۶)^{-۶} = (۵/۳۶)^7$$

$$۳) (۳^x)^6 = \frac{1}{۳^2}$$

$$۴) \frac{x^5 \times ۱۵^3}{۳^2 \times ۳^5 \times ۳} = ۵^8$$

۴- همان طور که می دانید حجم یک کره به شعاع r از با استفاده از فرمول $v = \frac{4}{3}\pi r^3$ (v حجم کره) بدست می آید.

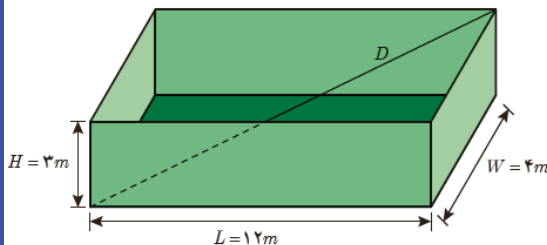


الف) توضیح دهید که چگونه می توان با استفاده از مفهوم ریشه گیری و توان های گویا، شعاع کره ای به

$$\text{حجم } v \text{ را از فرمول زیر بدست آورد.} \quad r = \left(\frac{3v}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$$

ب) شعاع این تانکر کره ای شکل را که حجم آن $\frac{32\pi}{3}$ است، به دست آورید.

۵- اگر D قطر جعبه زیر باشد، اندازه آن از طریق تابع $D = (L^2 + W^2 + H^2)^{\frac{1}{2}}$ (L طول و W عرض و H ارتفاع جعبه) به دست می آید.



الف) با توجه به شکل اندازه D را بدست آورید.

ب) اگر اندازه $L = W = H = 1m$ باشد، اندازه D را بدست آورید.

۲.۷ بخش دوم: تمرینات جهت تسلط

۱- جاهای خالی را کامل کنید.

الف) اعداد ریشه چهارم ندارند.

ب) ریشه پنجم اعداد و برابر خودشان است.

پ) ریشه های ششم ۶۴ برابر و است.

ت) هر عدد مثبت دارای ریشه هفتم است.

ث) اگر n یک عدد طبیعی و باشد، b را ریشه n ام عدد a می نامیم، هرگاه $b^n = a$ باشد.

ج) اگر در فرجه رادیکال عددی نوشته نشود، یعنی فرجه رادیکال برابر است.

چ) اگر n زوج باشد $\sqrt[n]{a^n} = \dots$ و اگر n فرد باشد $\sqrt[n]{a^n} = \dots$ است.

ح) اگر a عدد حقیقی باشد، در این صورت $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ است.

۲- مقادیر خواسته شده در هر قسمت را به دست آورید.

الف) ریشه سوم ۲۱۶-

ب) ریشه دوم ۱۴۴

پ) ریشه چهارم ۶۲۵-

ت) ریشه پنجم ۳۲

۳- عبارت های رادیکالی زیر را به صورت توان کسری بنویسید.

الف) $\sqrt[4]{3^6}$

ب) $\sqrt{5^3}$

پ) $\sqrt[5]{-2^3}$

ت) $\sqrt[4]{10^3}$

۴- توان های کسری را به صورت عبارت های رادیکالی بنویسید.

الف) $5^{\frac{2}{3}}$

ب) $(\frac{1}{4})^{\frac{5}{2}}$

پ) $(\frac{3}{5})^{\frac{1}{4}}$

۵- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف) $(\frac{3}{4})^{\frac{1}{5}} \times (\frac{34}{10})^{\frac{3}{5}}$

ب) $5^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{2}{6}}$

پ) $81^{\frac{5}{3}} \div 81^{\frac{1}{2}}$

ت) $(\frac{3}{5})^{\frac{2}{4}} \div (\frac{5}{5})^{\frac{3}{4}}$

۶- هر یک از اعداد توان دار را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

الف) $49^{\frac{1}{2}}$

ب) $(81)^{\frac{2}{4}}$

پ) $(125 \times 64)^{\frac{2}{3}}$

ت) $(\frac{81}{64})^{\frac{6}{4}}$

۷- حاصل عبارت های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

الف) $\sqrt[3]{5^2} \times 4^{\frac{2}{3}}$

ب) $5^{\frac{1}{3}} \times 4^{\frac{2}{6}}$

پ) $(a^{\frac{4}{3}} \times b^{\frac{5}{2}})^{\frac{1}{10}}$ $a, b > 0$

ت) $\frac{(a^{\frac{1}{4}} \cdot b^{\frac{3}{4}})^2}{(a^4 \cdot b^3)^{\frac{1}{3}}}$ $a, b > 0$

۸- آیا نمایش $\sqrt[5]{-3^4}$ به صورت $(-3)^{\frac{4}{5}}$ درست است؟ چرا؟

۹- با استفاده از تعریف توان های گویا نشان دهید $\sqrt[3]{5}$ ، $\sqrt[6]{5^2}$ و $\sqrt[9]{5^3}$ با هم برابرند.

۱۰- حجم کره ای به شعاع r از رابطه $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ به دست می آید. شعاع این کره را بر حسب حجم آن نوشته و با توان های گویا

نمایش دهید.

۱۱- با استفاده از توان های گویا تساوی رو به رو را ثابت کنید. ($a > 0$)

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = m\sqrt[n]{a}$$

۳.۷ بخش سوم: تمرینات جهت مرور

۱- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$4^3 =$ $(2)^{-7} =$ $(\frac{2}{5})^4 =$ $7^3 =$

$(-3)^6 =$ $-3^6 =$ $(0/0)^5 =$ $(1\frac{1}{2})^0 =$

$(-36)^7 \div 9^7 =$ $(2/1)^6 \times (\frac{21}{10}) \times (2\frac{1}{10})^4 =$ $(-4)^3 \times (-5)^3 =$

$(\frac{4}{7})^5 \div (\frac{4}{7})^8 =$ $(10^6)^8 =$ $5^7 \times 5^8 =$ $9^{10} \div 9^6 =$

کتاب کار ریاضی و آمار ۳

آموزشگاه علمی پویندگان جوان

فصل سوم: الگوهای غیر خطی

۲- با استفاده از مثال‌های بالا در جاهای خالی جدول داده شده مثال‌های مناسبی را قرار دهید.

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$(2/1)^6 \times (\frac{2}{1})^4 \times (\frac{2}{1})^4 = (2/1)^{14}$
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	
$a^m \cdot b^m = (ab)^m$	
$\frac{a^m}{b^m} = (\frac{a}{b})^m$	$(-36)^9 \div 9^9 =$
$(a^m)^n = a^{mn}$	

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$5^7 \times 5^8 = 5^{7+8} = 5^{15}$
	$9^{10} \div 9^6 = 9^{10-6} = 9^4$
$a^m \cdot b^m = (ab)^m$	
$\frac{a^m}{b^m} = (\frac{a}{b})^m$	
	$(2^2)^4 = 2^{2 \times 4} = 2^8$

۲- جدول مقابل را کامل کنید.

-۶۴	۶۴	عدد (a)
وجود ندارد	$\sqrt[4]{64}, -\sqrt[4]{64}$	ریشه‌های چهارم
وجود ندارد	$\sqrt[3]{64}$	$\sqrt[3]{a}$
$\sqrt[5]{-64}$	$\sqrt[5]{64}$	ریشه پنجم
		$\sqrt[4]{a}$
		ریشه‌های ششم
		$\sqrt[3]{a}$
	
	

۳- اعداد توان دار زیر را به شکل رادیکالی بنویسید.

$$5^{\frac{2}{4}} =$$

$$6^{\frac{7}{9}} =$$

$$12^{-\frac{2}{11}} =$$

$$\left(2\frac{1}{3}\right)^{-\frac{8}{3}} =$$

$$(0/001)^{\frac{14}{4}} =$$

۴- هر یک از عبارت های توانی زیر را به صورت رادیکالی و عبارت های رادیکالی را به صورت توان دار بنویسید.

$$3^{\frac{1}{4}} =$$

$$7^{\frac{1}{8}} =$$

$$\sqrt[3]{25} =$$

$$\sqrt[12]{12/7} =$$

$$(0/31)^{\frac{1}{2}} =$$

$$\sqrt[10]{1} =$$

۵- مانند نمونه، هر یک از اعداد توان دار زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

$$4^{\frac{1}{2}} = (2^2)^{\frac{1}{2}} = 2^{2 \times \frac{1}{2}} = 2$$

$$125^{-\frac{1}{3}} =$$

$$100^{\frac{1}{2}} =$$

$$355^{\frac{1}{5}} =$$

۶- هر یک از عبارت های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

$$(2 \times 8)^{\frac{1}{4}} =$$

$$3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}} =$$

$$-4(1000)^{\frac{1}{3}} =$$

$$7^{\frac{3}{4}} \times 7^{\frac{5}{4}} =$$

$$125^{\frac{2}{3}} \div 125^{\frac{1}{4}} =$$

$$8^{\frac{2}{7}} \times (1/5)^{\frac{2}{7}} =$$

۷- جدول زیر را برای اعداد توان دار کامل کنید.

n	-۲	-۱	۰	۱	۲	۳	۴
۱^n							
۲^n							
۳^n							
۴^n							
۵^n							
۶^n							

۸- به هر یک از بخش‌های زیر پاسخ دهید.

الف) معادله ای برای ریشه های دوم ۱۶ بنویسید و ریشه های دوم آن را بدست آورید

ب) معادله ای برای ریشه ی سوم ۲۱ بنویسید و ریشه ی سوم آن را بدست آورید

ج) معادله ای برای ریشه های دوم عددهای ۸۱ و ۴۱ و ۲۵ و ۱۰۰ و ۶۴ ب و او و ۱۰ و ۸ و ۱۵ و ۱۶ و ۱۶ بنویسید و ریشه های دوم آنها را مشخص کنید و جذر آنها را بدست آورید

د) چرا اعداد منفی ریشه های دوم ندارند؟

۹- اعداد زیر مفاهیمی از مربع کامل یا مکعب کامل هستند، جدول را کامل کنید .

عدد	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
مربع کامل										
مکعب کامل										

۱۰- حاصل عبارت های زیر را مانند نمونه بدست آورید .

$$۱) ۶^{-\frac{1}{3}} = (\sqrt[3]{6})^{-1} = \frac{1}{\sqrt[3]{6}}$$

$$۲) ۴^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{4^3}) = \sqrt{64} = ۸$$

$$۳) (\sqrt{۳})^{\frac{۳}{۵}} = \left((۳)^{\frac{۱}{۲}} \right)^{\frac{۳}{۵}} = ۳^{\frac{۳}{۱۰}} = \sqrt[۱۰]{۳^۳} = \sqrt[۱۰]{۲۷}$$

$$۴) ۳^{\frac{۵}{۴}} =$$

$$۵) (۱۶)^{-\frac{۵}{۴}} =$$

$$۶) \left(۱۶^{\frac{۱}{۴}} \right)^{\frac{۳}{۴}} =$$

$$۷) ۲^{\frac{۲}{۳}} \times ۲^{\frac{۲}{۳}} =$$

$$۸) (۴ \times ۲)^{\frac{۱}{۴}} =$$

$$۹) ۳^{\frac{۱}{۳}} \times ۳^{\frac{۲}{۳}} =$$

$$۱۰) \left(\frac{۱۲۵}{۲۷} \right)^{-\frac{۲}{۳}} =$$

$$۱۱) (۱۲۵)^{-\frac{۲}{۳}} =$$

$$۱۲) (۰/۰۱)^{-\frac{۷}{۳}} =$$

$$۱۳) (۰/۲۵)^{-\frac{۱}{۳}} =$$

$$۱۴) ۸^۲ \div ۸^{\frac{۴}{۳}} =$$

۱۱- حاصل هر کدام از عبارتهای زیر را بیابید.

$$\sqrt{۸^۲}$$

$$\sqrt{(-۸)^۲}$$

$$\sqrt{-۸^۲}$$

$$\sqrt{-۲۵}$$

$$\sqrt[۳]{\left(\frac{۵}{۳}\right)^۳}$$

$$\sqrt[۳]{(-۵)^۳}$$

$$\sqrt[۳]{-۵^۳}$$

$$\sqrt[۳]{۲۱۶}$$

۱۲- هر کدام را باناماد رادیکال بنویسید: ریشه ی پنجم ۸۵ و ریشه ی چهارم ۳۵ و ریشه ی هفتم ۲۲، کدام یک تعریف نشده است؟

چرا؟

۱۳- ساده کنید وبدون رادیکال بنویسید.

$$\sqrt[۱۲]{(-۵)^{۱۲}}$$

$$\sqrt[۴]{-۹^۸}$$

$$\sqrt[۵]{-۳^۵}$$

$$\sqrt[۷]{(-۳)^۷}$$

۱۴- الف) اعداد توان دار مقابل رابه را دیکال تبدیل کنید.

$$\frac{1}{5^3} \quad \frac{2}{5^3} \quad \frac{1}{4^2} \quad \frac{1}{8^3} \quad -\frac{1}{27^3}$$

ب) کدام یک تعریف نشده؟ چرا؟

ج) از حالت رادیکالی بصورت توان داری بنویسید.

$$\sqrt[5]{3^2} \quad \sqrt[2]{4^1} \quad \sqrt[2]{3^1} \quad \sqrt{100} \quad \sqrt[3]{27}$$

د) نشان دهید که حاصل عبارت‌های $\sqrt[6]{3^30}$ ، $\sqrt[4]{9}$ ، $\sqrt[3]{27}$ باهم برابر هستند.

۱۵- اعداد با توان منفی رابه توان مثبت بنویسید و حاصل آن رابیابید.

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} \quad 5^{-3} \quad 3^{-2} \quad 4^{\frac{-1}{2}} \quad \text{و} \quad \left(-\frac{2}{7}\right)^{-2}$$

$$\text{و} \quad \left(3\frac{1}{2}\right)^{-8} \quad \text{و} \quad \left(2\frac{1}{3}\right)^{-8} \quad \text{و} \quad 12^{\frac{-2}{11}} \quad \text{و} \quad \left(\frac{5}{2}\right)^{\frac{-4}{3}}$$

۱۶- حاصل عبارات مقابل را به دست آورید ابتدا توان ها را مثبت کنید.

$$\left(\frac{a^{\frac{-1}{2}}}{a^{\frac{-1}{4}}}\right)^{-4} = \quad \text{و} \quad \left(\frac{a^{\frac{-1}{3}}}{a^{\frac{-1}{6}}}\right)^{-12} = \quad \text{الف)}$$

$$\left(m^{\frac{3}{4}}n^{\frac{1}{2}}\right)^2 \left(m^2n^3\right)^{\frac{1}{2}} = \quad \text{و} \quad \left(a^{\frac{4}{3}}b^{\frac{5}{2}}\right)^{10} = \quad \text{و} \quad 5(1000)^{\frac{1}{3}} = \quad \text{ب) هر کدام را ساده کنید.}$$

۱۷- ابتدا ساده کنید و سپس به صورت رادیکالی بنویسید.

$$(10)^{\frac{2}{4}} \times (10)^{\frac{-3}{4}} = \quad 7^{\frac{2}{4}} \times 14^{\frac{3}{4}} = \quad 3^{-2} \quad 4^{\frac{-1}{2}} \quad \left(-\frac{2}{7}\right)^{-2}$$

$$16^{\frac{3}{4}} \times 32 \times 128^{\frac{-3}{7}} = \quad 5^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{3}} = \quad 27^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{1}{3}} = \quad 5^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{1}{3}} =$$

۱۸- در هر یک از تساوی های زیر مقدار x را مشخص کنید.

$$(3^x)^6 = \frac{1}{3^2}$$

$$\frac{x^5 \times 15^3}{3^2 \times 3^5 \times 3} = 5^8$$

۴.۷ بخش چهارم: سوالات تستی

۱- ریشه دوم عدد $(-3)^2$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۳، -۳ (۳) -۳ (۴) ۹

۲- اگر ریشه پنجم A برابر A باشد، آن گاه A چند مقدار متفاوت می تواند داشته باشد؟

- (۱) -۳، -۵ (۲) ۵، -۹ (۳) -۳، {۵، -۵} (۴) -۳، وجود ندارد.

۳- ریشه نهم عدد -512 چند برابر ریشه سوم -64 است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۳

۴- ریشه ششم منفی عدد 64 با کدام یک برابر است؟

- (۱) $-\sqrt[5]{-32}$ (۲) $\sqrt[4]{-16}$ (۳) $\sqrt[3]{-128}$ (۴) $-\sqrt{16}$

۵- ریشه دوم مثبت عدد $3 \circ$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

- (۱) ۴، ۳ (۲) ۵، ۴ (۳) ۶، ۵ (۴) ۷، ۶

۶- حاصل عدد $(\frac{2}{5})^4 (\frac{2}{4})^2 (\frac{15}{8})^2 (\frac{27}{9})^3$ کدام است؟

- (۱) $\circ / 36$ (۲) $\circ / 45$ (۳) $\circ / 54$ (۴) $\circ / 63$

۷- ساده شده عبارت $(12)^{-2} (32)^3 (75)^5$ کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۷ (۳) ۳۶ (۴) ۵۴

۸- خلاصه شده عبارت $(\frac{\sqrt{2}}{2})^6 \times (2\frac{1}{4}) \times (0/75)^{-3}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۹- ساده شده عبارت $6^4 \times (\frac{3}{4})^{-3} \times (0/25)^4$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۱۸

۱۰- حاصل عبارت $(\frac{2}{7})^6 (0/4)^{-6} (\frac{49}{25})^3$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) ۱ (۴) ۲

۱۱- حاصل $(\frac{8}{25})^{-3} \times (0/8)^4 \times (0/2)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) ۵

۱۲- حاصل $\frac{25}{90} \times (\frac{3}{2})^5 \times (0/75)^{-3}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) ۵ (۴) $\frac{7}{5}$

۱۳- حاصل $\frac{9}{16} \times 3^{-4} \times 4^5 (0/5)^4$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{4}{9}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۱۴- از تساوی $8^x \times 9^5 = 72^5$ مقدار x کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۲

۱۵- از تساوی $(16)^{x+1} = 216 (75)^x$ عدد x کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

۱۶- از تساوی $4 \times 2^{x+1} = (5)^x$ عدد x کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{5}{2}$ (۳) $-\frac{5}{4}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۱۷- از تساوی $9^{x+4} = 36^3 \times (\frac{8}{3})^{-2}$ عدد x کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۸- حاصل $(\frac{a^{-2}}{a^{-1}})^{-4}$ کدام است؟

- (۱) a (۲) $\frac{1}{a^2}$ (۳) $\frac{1}{a}$ (۴) a^2

۱۹- خلاصه شده عبارت $|2 - \sqrt{3}| - \sqrt{3} | 1 - \sqrt{3} |$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) $5 - 2\sqrt{3}$

۲۰- اگر $A = 2\sqrt{50} + 4\sqrt{75} - 5\sqrt{48} - 3\sqrt{8}$ باشد. A^2 برابر کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۰ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶

۲۱- خلاصه شده عبارت $\sqrt[3]{\frac{3}{8}} \times (18)^{-2} \times (1/5)^4 \times (\frac{1}{4})^{-3}$ کدام است؟

- (۱) $1/5$ (۲) ۲ (۳) $2/5$ (۴) ۳

۲۲- حاصل $\frac{2}{2 + \sqrt{6}} + (2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۲۳- حاصل $(\sqrt{6} - \sqrt{3})(\sqrt{2} + 1) - (-\frac{\sqrt{2}}{2})^2$ کدام است؟

(۱) $-\sqrt{2} + 1$ (۲) ۰ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۲۴- حاصل $\frac{\sqrt{8}}{2 - \sqrt{2}} - \frac{1}{2}\sqrt{32}$ کدام است؟

(۱) $-\sqrt{2}$ (۲) $1 - \sqrt{2}$ (۳) ۲ (۴) ۱

۲۵- خلاصه شده عبارت $(\sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{2}{9}})\sqrt{\frac{4}{5}}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{30}$ (۲) $\frac{1}{15}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{2}{15}$

۲۶- حاصل عبارت $\frac{1}{3 - \sqrt{6}} - \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{27}}$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۲۷- حاصل عبارت $\sqrt{6}(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + \sqrt{50} - \frac{6}{\sqrt{3}}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $\sqrt{6}$ (۳) $\sqrt{8}$ (۴) $\sqrt{12}$

۲۸- حاصل $\frac{2}{2 + \sqrt{5}} - \sqrt{20} + \sqrt{48} \times \frac{\sqrt{3}}{3}$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) $\sqrt{5}$

۲۹- خلاصه شده عبارت $\frac{2 - \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \sqrt{75} - \frac{1}{2}\sqrt{196}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $4\sqrt{3}$

۳۰- حاصل $\frac{7-3\sqrt{7}}{3-\sqrt{7}} + \sqrt{(2-\sqrt{7})^2}$ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) $1-\sqrt{7}$ (۳) ۲ (۴) $2\sqrt{7}$

۳۱- حاصل عبارت $\sqrt[3]{12} \times \sqrt[4]{54} \times \sqrt[2]{246}$ کدام است؟

- (۱) $6\sqrt[6]{2}$ (۲) $2\sqrt[6]{32}$ (۳) $2\sqrt[3]{9}$ (۴) ۶

۳۲- حاصل عبارت $\sqrt[3]{3\sqrt{2}} \times \sqrt{18} \times \sqrt[4]{64}$ کدام است؟

- (۱) $12\sqrt[3]{9}$ (۲) $2\sqrt[6]{18}$ (۳) $2\sqrt[3]{9}$ (۴) $12\sqrt[6]{18}$

۳۳- ساده شده عبارت $\sqrt[3]{5 + (-\frac{1}{\sqrt{3}})^4} + (-\sqrt{2})^2 - \frac{3}{2} + (\sqrt{2\frac{1}{4}})^3$ کدام است؟

- (۱) $3/25$ (۲) $3/5$ (۳) $3/75$ (۴) $4/5$

۳۴- اگر حجم کره ای برابر $\frac{22\pi}{3}$ باشد، شعاع این کره برابر کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۱ (۳) ۴ (۴) ۲

۳۵- ساده شده عبارت $\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}} + \sqrt{(1+\sqrt{2})^2 - 4\sqrt{2}} - (\frac{1}{4})^{-0/25}$ کدام است؟

- (۱) $-2/5$ (۲) $-2/25$ (۳) $-1/75$ (۴) $-1/5$

۳۶- اگر جرم نوعی باکتری با جرم اولیه یک گرم در هر ساعت، دو برابر شود، جرم این باکتری پس از ۲۰ دقیقه چند گرم می شود؟

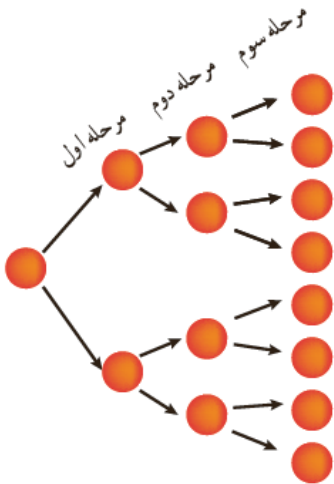
- (۱) $\sqrt[4]{2}$ (۲) $\sqrt[5]{2}$ (۳) $\sqrt[3]{2}$ (۴) $\sqrt[6]{2}$



۸ درس سوم: تابع نمایی

۱.۸ بخش اول: تمرینات کتاب درسی

۱- در پژوهشکدهٔ رویان وابسته به جهاد دانشگاهی، سلول های بنیادی جنین انسان تولید می شود. این سلول ها قابلیت تکثیر نامحدودی دارند و می توانند تمام انواع سلول های بدن نظیر عصب و ماهیچهٔ قلب را به وجود آورند. در شکل زیر، روند تکثیر سلول بنیادی جنین در سه مرحله نشان داده شده است.



اگر روند تکثیر سلول بنیادی جنین مانند شکل بالا، ادامه پیدا کند:

(الف) پس از چند مرحله، تعداد سلول های تکثیر شده ۲۰۴۸ سلول خواهد شد؟

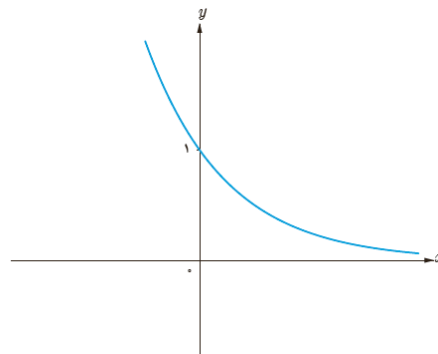
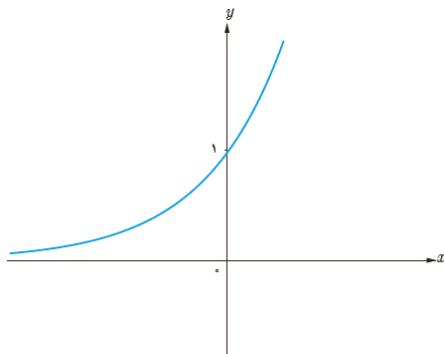
(ب) در مرحلهٔ هشتم، چه تعداد سلول تکثیر شده است؟

(پ) آیا می توانید الگویی برای تکثیر سلول ها مشخص کنید؟

۲- یک نمونهٔ واقعی (شبیبه به تمرین یک) بیان کنید که از الگوی تابع نمایی پیروی کند.

۳- در شکل زیر، نمودار دو تابع نمایی $y = 4^x$ و $y = (\frac{1}{4})^x$ رسم شده است. مشخص کنید هر نمودار مربوط به کدام تابع

است؟



۴- نمودار توابع $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ و $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ و $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ را در یک دستگاه (صفحه مختصات) رسم کنید و تفاوت‌ها و شباهت‌های آن‌ها را برشمارید.

۵- نمودار توابع نمایی $y = 4^x$ و $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید و سپس، آن‌ها را با هم مقایسه کنید.

۶- در یکی از فعالیت‌های بخش اول این درس، به یک شرکت تولیدکننده محصولات فرهنگی اشاره کردیم. اگر یکی از سهام‌داران این شرکت، در سال ۱۳۹۷ مبلغ چهل میلیون تومان در این شرکت سرمایه‌گذاری کند، پس از ده سال چه مبلغی به سرمایه‌این سهام‌دار اضافه خواهد شد؟

۷- جمعیت شهری یک میلیون نفر است. اگر رشد جمعیت به صورت نمایی و با ضریب ثابت ۶ درصد در سال باشد، جمعیت این شهر پس از ده سال چند نفر خواهد شد؟

۸- جزیره‌ای پر از موش شده بود. مسئولان تصمیم گرفتند به کمک گربه‌ها با موش‌ها مقابله کنند. در آن سال، جمعیت موش‌ها ۲۳۵۷۶ بود که پس از مبارزه با آن‌ها، این تعداد با نرخ $\frac{2}{5}$ درصد در سال رو به کاهش گذاشت. در همان سال، جمعیت گربه‌ها ۱۵۷۸۶ بود که با نرخ $\frac{1}{8}$ درصد در سال رو به افزایش گذاشت.

الف) در یک جدول، جمعیت موش‌ها را در ۱۰ سال متوالی به دست آورید.

ب) همین کار را برای جمعیت گربه‌ها طی ۱۰ سال متوالی انجام دهید.

پ) آیا می‌توانید حدس بزنید که در چه زمانی جمعیت گربه‌ها بیشتر از موش‌ها می‌شود؟

ت) آیا می‌توانید حدس بزنید که در چه زمانی جمعیت موش‌ها و گربه‌ها با یکدیگر برابر می‌شود؟

ث) اگر همین روند ادامه پیدا کند، برای جمعیت گربه‌ها و موش‌ها چه اتفاقی می‌افتد؟

۲.۸ بخش دوم: تمرینات جهت تسلط

۱- جاهای خالی را با اعداد و عبارات های مناسب کامل کنید.

الف) هر تابع به صورت $y = a^x$ که a عددی حقیقی و مخالف..... و و x یک متغیر است یک تابع نمایی نامیده می شود.

ب) پایهٔ توابع نمایی اعداد.....، و نمی تواند باشد.

پ) دامنهٔ توابع نمایی برابر و برد آن ها برابر است.

ت) در تابع نمایی $y = a^x$ اگر $0 < a < 1$ باشد، وقتی x بزرگ می شود، مقدار y می شود و برای x های کوچکتر از صفر، با کاهش x مقدار y به سرعت می یابد.

ث) دو تابع نمایی 4^x و نسبت به محور عرض ها قرینهٔ هم اند.

ج) تمامی توابع نمایی محور y ها را در نقطهٔ قطع می کنند.

۲- مشخص کنید کدام یک از توابع زیر نمایی هستند.

الف) $y = 5^x$ ب) $y = (-6)^x$ پ) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$

ت) $y = \left(-\frac{1}{6}\right)^x$ ث) $y = 1^x$ ج) $y = 3^{-x}$

۳- نمودار مختصاتی توابع نمایی زیر را رسم کنید و کاهشی یا افزایشی بودن آن ها را مشخص کنید.

الف) $y = 3^x$ ب) $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

پ) $y = 2^{-x}$ ت) $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x}$

۴- نمودار توابع $y = 2^x$ ، $y = 3^x$ و $y = 4^x$ را در یک نمودار مختصاتی رسم کنید و تفاوت ها و شباهت های آن ها را مشخص کنید.

۵- نمودار توابع $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ ، $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ و $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ را در یک نمودار مختصاتی رسم کنید و تفاوت ها و شباهت های آن ها را مشخص کنید.

۶- نرخ تورم در کشور ایران در هر سال ۱۰ درصد برآورد شده است. اگر قیمت اولیه کالایی برابر ۴۰۰۰۰۰ تومان باشد:
الف) معادله کلی رشد نمایی این کالا را بر حسب سال بنویسید.

ب) بعد از دو سال قیمت این کالا را مشخص کنید.

پ) مشخص کنید قیمت این کالا پس از چند سال برابر ۵۳۲۴۰۰ تومان خواهد شد.

۷- وزش باد باعث ۴ درصد کاهش آلودگی هوا در هر ساعت می شود. اگر شاخص آلودگی برابر ۱۵۰ باشد:

الف) معادله کلی زوال نمایی کاهش آلودگی هوا را بر حسب ساعت بنویسید.

ب) بعد از ۲ ساعت شاخص آلودگی هوا را به دست آورید.

۳.۸ بخش چهارم: سوالات تستی

۱- نمودار تابع $y = 5^x$ کدام است؟

(۱) (۲) (۳) (۴)

۲- کدام گزینه یک تابع نمایی است؟

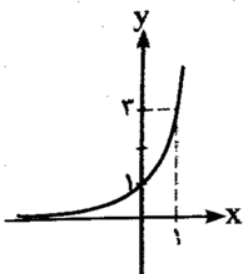
(۱) $y = x^2$ (۲) $y = 1$ (۳) $y = (-2)^x$ (۴) $y = \frac{1}{2^x}$

۳- اگر نمودار تابع $y = (a-1)^x$ به صورت زیر باشد، آن گاه a کدام است؟

(۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۳

۴- حدود k در تابع نمایی $y = (k-2)^x$ کدام است؟

(۱) $k > 2$ (۲) $k < 2, k \neq 1$ (۳) $k > 2, k \neq 3$ (۴) $k < 2, k \neq 0$



۵- نمودار دو تابع $y = 5^x$ و $y = (\frac{1}{5})^x$ در چه نقطه ای یک دیگر را قطع می کنند؟

- (۱) $(0, 1)$ (۲) $(5, 0)$ (۳) $(1, 0)$ (۴) $(0, 5)$

۶- به ازای کدام مقدار a ، نمودار $f(x) = a^x$ روند کاهشی دارد؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\sqrt{5} - 2$ (۴) $-\frac{1}{8}$

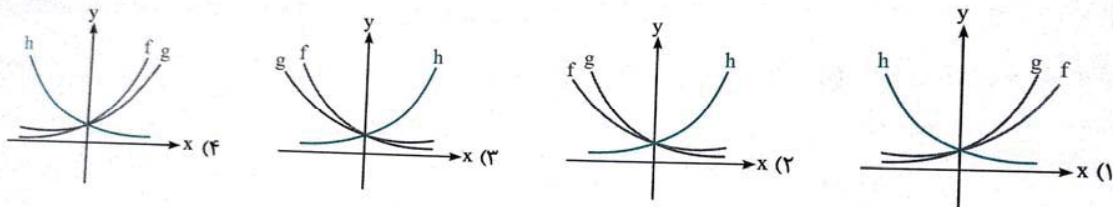
۷- اگر تابع $y = \frac{3^{-x}}{(-\frac{1}{9})^x}$ را به صورت $y = A^x$ بنویسیم، کدام است A ؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) 9 (۳) $\frac{1}{9}$ (۴) 3

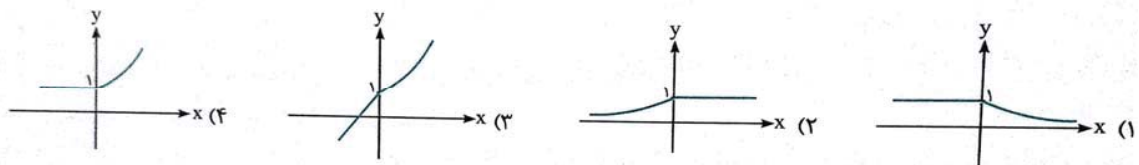
۸- اگر $f(x) = 8^x$ ، آن گاه حاصل $f(x) - f(x-1)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{8} f(x)$ (۲) $9f(x)$ (۳) $-7f(x)$ (۴) $\frac{9}{8} f(x)$

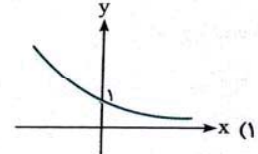
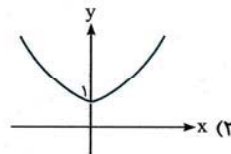
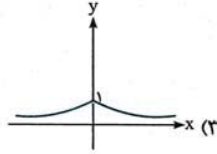
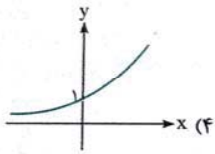
۹- اگر $0 < a < b < 1 < c$ باشد، آن گاه کدام گزینه نمودارهای $f(x) = a^x$ ، $g(x) = b^x$ و $h(x) = c^x$ را نشان می دهد؟



۱۰- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} (1/5)^x & x > 0 \\ 1 & x < 0 \end{cases}$ کدام است؟



۱۱- اگر $f(x) = 2^x$ و $g(x) = (\frac{1}{3})^x$ ، آن گاه نمودار $y = (f \cdot g)(x)$ کدام است؟



۱۲- اگر $f(x) = a^x$ ، $g(x) = 8^x$ و $f(7) = 2g(2)$ ، آن گاه a کدام است؟

(۴) ۲

(۳) $\frac{1}{4}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) ۴

۱۳- نمودار تابع $y = (\frac{\sqrt{3}}{b})^x$ از نقطه $(\frac{1}{3}, \frac{1}{\sqrt{3}})$ می گذرد. b کدام است؟

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) ۹

(۲) $3\sqrt{3}$

(۱) ۳

۱۴- مقدار $2^{\sqrt{7}}$ بین کدام دو عدد قرار دارد؟

(۲) ۶ و $\frac{6}{5}$

(۱) $\frac{6}{5}$ و ۷

(۴) $\frac{5}{5}$ و ۶

(۳) $\frac{7}{5}$ و ۶

۱۵- کدام عدد از بقیه کوچک تر است؟

(۴) $\frac{2^0}{5}$

(۳) $\frac{1}{5^0/5}$

(۲) $\frac{3^0}{5}$

(۱) $\frac{2}{5^0/5}$

۱۶- نمودار دو تابع $y = (\frac{1}{3})^x$ و $y = -x^2 + 1$ چند نقطه تلاقی دارد؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۱۷- جمعیت شهری یک میلیون نفر است. اگر رشد جمعیت به صورت نمایی و با ضریب ثابت ۶ درصد در سال باشد، جمعیت این شهر پس از ده سال چند نفر خواهد بود؟

(۴) $(\frac{1}{0.6})^{10} \times 10^{-4}$

(۳) $(\frac{1}{0.6})^{10} \times 10^4$

(۲) $(\frac{10}{6})^{10} \times 10^4$

(۱) $(\frac{10}{6})^{10} \times 10^{-4}$

۱۸- کالایی داریم که هر سال ۱۵٪ از ارزش آن به صورت نمایی کم می‌شود. اگر قیمت این کالا امسال برابر ۵۰ میلیون تومان باشد. پس از چند سال، قیمت آن ۴۲۵۰۰۰۰۰ تومان می‌شود؟

- (۱) ۴ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۹- شخصی سرمایه خود را با نرخ مشارکت ۱۵٪ (به صورت نمایی) سرمایه‌گذاری کرده است. پس از ۵ سال و ۹ ماه، سرمایه این شخص، چند برابر می‌شود؟

- (۱) $(\frac{1}{5})^{5/5}$ (۲) $(\frac{5}{15})^{5/75}$ (۳) $(\frac{0}{15})^{5/5}$ (۴) $(\frac{1}{15})^{5/75}$

۲۰- قیمت کالایی ۲۰۰۰ تومان است و قیمت آن پس از ۳ سال برابر ۳۴۵۶ تومان خواهد شد. نرخ تورم سالانه، چند درصد است؟ (نرخ تورم به صورت نمایی است.)

- (۱) ۲۵ (۲) ۱۰ (۳) ۲۰ (۴) ۱۵

۲۱- ماده ای داریم که ۱۰ کیلوگرم وزن دارد و هر سال ۱۰٪ از وزن آن به صورت نمایی کم می‌شود. پس از چند سال، وزن آن به ۵۶۱ / ۶ کیلوگرم خواهد رسید؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۳

۲۲- شخصی مبلغ ۱ میلیون تومان را با سود سالانه ۲۰ درصد در بانکی گذاشته است. پس از ۴ سال و ۹ ماه، پول این شخص چند تومان خواهد شد؟ $((\frac{1}{2})^{4/75} = 2/38)$

- (۱) ۱۱۹۰۰۰۰ (۲) ۲۳۸۰۰۰۰ (۳) ۲۸۳۰۰۰۰ (۴) ۱۹۱۰۰۰۰

۲۳- اگر جمعیت به طور نمایی و با ضریب ثابت ۰۲ / ۰ در سال رشد کند، پس از چند سال این جمعیت ۱ / ۳ برابر می‌شود؟ $((\frac{1}{0.2})^{28/5} = 1/76)$

- (۱) ۵۵ (۲) ۵۶ (۳) ۵۷ (۴) ۵۸

۲۴- در شهری با جمعیت ۵۰۰۰۰ با نرخ رشد سالیانه جمعیت ۵ / ۲ درصد، تقریباً پس از چند سال، جمعیت این شهر ۶۰۰۰۰ نفر می‌شود؟ $((\frac{1}{0.25})^{3/6} = 1/0.9)$

- (۱) ۶ / ۲ (۲) ۶ / ۷ (۳) ۶ / ۸ (۴) ۷ / ۲

۲۵- اگر به طور یکنواخت در پایان هر ماه یک درصد به قیمت کالایی افزوده شود، پس از ۵ سال، قیمت این کالا چند برابر می‌شود؟

$$(1/15)^{\frac{1}{3}} = 1/15, (1/01)^{20} = 1/15$$

۱/۹۲ (۴)

۱/۸۱ (۳)

۱/۷۵ (۲)

۱/۶۰ (۱)

۲۶- اگر با نرخ بهره ۲۴ درصد در سال، پایان هر ماه، سود را به سرمایه اضافه کنند، پس از ۵ سال، سرمایه چند برابر می‌شود؟

$$\sqrt{10/76} = 3/28, (1/02)^{120} = 10/76$$

۳/۲۸ (۴)

۳/۰۴ (۳)

۲/۸۴ (۲)

۲/۰۸ (۱)