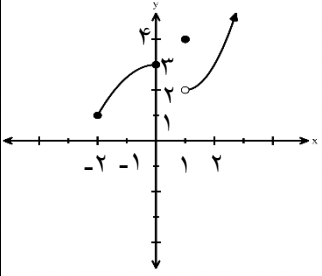


سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضی ۲	تعداد صفحه: ۳	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

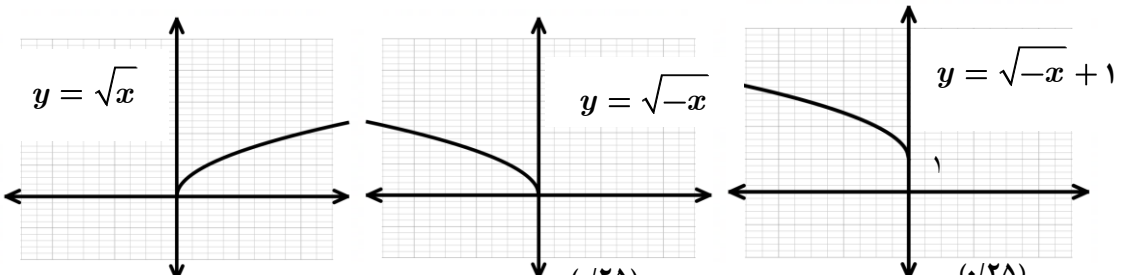
ردیف	سؤالات پاسخ‌نامه دارد-استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.	نمره					
۱	درستی (✓) یا نادرستی (✗) عبارت‌های زیر را مشخص کنید . الف) دو خط به معادلات $x + 2y = 0$ و $y = 2x - 3$ بر هم عمودند. ب) کمترین مقدار تابع $f(x) = x^2 - 4x + 9$ برابر ۵- است. ج) معادله رادیکالی $\sqrt{x - 2} + \sqrt{2x + 3} = 0$ فاقد ریشه است. د) اگر $x \in \mathbb{Z}$ ، آنگاه $[x] + [-x] = 1$.	۱					
۲	جاهای خالی را با انتخاب اعداد مناسب از کادر زیر پر کنید. (دو مورد اضافی است). <table border="1" style="margin: 10px auto;"><tr><td>$\frac{9}{5}$</td><td>۱</td><td>$\frac{2}{5}$</td><td>۲</td><td>$\frac{5}{9}$</td></tr></table> الف) فاصله نقطه $A(0, 1)$ از خط به معادله $3x = 4y - 6$ برابر است. ب) نمودار تابع $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ و $g(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$ را در یک دستگاه رسم می‌کنیم، تعداد نقاط برخورد این دو نمودار در بازه $-\pi, \pi$ برابر است. ج) اگر $\frac{a - 1}{3} = \frac{b + 1}{6} = \frac{1}{5}$ ، آن‌گاه مقدار $a + b$ برابر با است.	$\frac{9}{5}$	۱	$\frac{2}{5}$	۲	$\frac{5}{9}$	۱/۵
$\frac{9}{5}$	۱	$\frac{2}{5}$	۲	$\frac{5}{9}$			
۳	معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $\sqrt{8} - 3$ و $3 + 2\sqrt{2}$ باشد.	۰/۷۵					
۴	جواب‌های معادله $x - 2\sqrt{x + 1} = -1$ را به دست آورید.	۱					
ادامه سؤالات در صفحه دوم							

۱/۵	در شکل زیر نقطه P روی نیمساز زاویه A قرار دارد. مساحت مثلث APH' را به دست آورید.	۵
۰/۵ ۱/۲۵	الف) وارون تابع $f(x) = kx + 4$ از نقطه $5, -2$ می‌گذرد، مقدار k را به دست آورید. ب) اگر $f = -1, 0, 2, 1, 3, 4$ و $g = -1, 2, 2, 3, 5, 1$ باشد، حاصل $2g - 3f$ را به صورت مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب بنویسید.	۶
۱	ابتدا نمودار تابع $f(x) = \sqrt{-x} + 1$ را با استفاده از انتقال نمودار $f(x) = \sqrt{x}$ رسم کنید و سپس با ذکر علت بررسی کنید که آیا این تابع، یک‌به‌یک است؟	۷
۱	تفاضل دو زاویه برحسب رادیان برابر $\frac{2\pi}{9}$ است. اگر اندازه یکی از زاویه‌ها سه برابر اندازه زاویه دیگر باشد، اندازه هر دو زاویه را برحسب درجه به دست آورید.	۸
۱/۵	اگر $\tan 20^\circ = \frac{4}{15}$، آنگاه حاصل $\frac{2 \sin 110^\circ + \cos 250^\circ}{\sin 20^\circ + \sin 430^\circ}$ را حساب کنید.	۹
۰/۵	معادله $4^{-2y+3} = \frac{1}{64^3}$ را حل نمایید.	۱۰
۱/۵	حدود a را چنان تعیین کنید که تابع با ضابطه $f(x) = \left(\frac{2-a}{a+2}\right)^x$ یک تابع <u>نمایی</u> باشد.	۱۱
۱	جواب معادله $\log_3 x + 1 - 2 \log_5 \sqrt{125} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}$ را به دست آورید.	۱۲
ادامه سؤالات در صفحه سوم		

۱	 با استفاده از نمودار داده شده، حاصل عبارت زیر را محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - 3 \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + f(1) = ?$	۱۳
۰/۷۵	حاصل حدهای زیر را به دست آورید. ([] نماد جزء صحیح است) الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} 3[x] - 1 =$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x - 3} =$	۱۴
۱/۲۵	بررسی کنید. (نوع پیوستگی مشخص شود). پیوستگی تابع $0 < x \leq 2$ و $x = 0$ و $x < 0$ $f(x) = \begin{cases} -3 \sin x - 1 & x = 0 \\ \sqrt{2-x} & 0 < x \leq 2 \\ \frac{ x }{x} & x < 0 \end{cases}$ را در نقطه $x = 0$	۱۵
۱	اگر $p(A) = \frac{1}{2}$ و $p(B) = \frac{1}{3}$ و $p(A B) = \frac{1}{4}$ ، آنگاه $p(A \cup B)$ را به دست آورید.	۱۶
۱	دو تاس با هم پرتاب شده‌اند، اگر بدانیم مجموع اعداد رو شده برابر ۶ است، با چه احتمالی هر دو عدد رو شده فرد هستند؟	۱۷
۱	واریانس داده‌های $\frac{c}{3}$ ، $10 - 5a$ ، $2b$ ، 10 برابر صفر است، میانگین a, b, c را به دست آورید.	۱۸
۲۰	موفق باشید	جمع

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضی ۲	تعداد صفحه: ۵	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه:	یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ آزمون:	مدت آزمون: ۱۱۰ دقیقه

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (تمرین صفحه ۹) ب) نادرست (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۱۵) ج) درست (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۲۳) د) نادرست (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۵۵)	۱
۲	الف) $\frac{2}{5}$ (۰/۵) (صفحه ۸) ب) دو نقطه (۰/۵) (کار در کلاس صفحه ۹۰) ج) $\frac{9}{5}$ (۰/۵) (کار در کلاس صفحه ۳۱)	۱/۵
۳	روش اول: $\left. \begin{aligned} S &= (3 + 2\sqrt{2}) + (2\sqrt{2} - 3) = 4\sqrt{2} \quad (0/25) \\ P &= (3 + 2\sqrt{2})(2\sqrt{2} - 3) = -1 \quad (0/25) \end{aligned} \right\} \rightarrow x^2 - 4\sqrt{2}x - 1 = 0 \quad (0/25)$ روش دوم: $(x - (2\sqrt{2} - 3))(x - (2\sqrt{2} + 3)) = 0 \rightarrow x^2 - 4\sqrt{2}x - 1 = 0 \quad (0/75)$ (کار در کلاس صفحه ۱۳)	۰/۷۵
۴	$x - 2\sqrt{x+1} = -1 \rightarrow x+1 = 2\sqrt{x+1} \rightarrow (x+1)^2 = (2\sqrt{x+1})^2 \quad (0/25)$ روش اول: $x^2 + 2x + 1 = 4x + 4 \quad (0/25) \rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 3 \quad (0/25) \\ x = -1 \quad (0/25) \end{cases}$ روش دوم: $x+1 = t \rightarrow t = 2\sqrt{t} \rightarrow t^2 = 4t \rightarrow t^2 - 4t = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 0 \rightarrow x+1 = 0 \rightarrow x = -1 \quad (0/25) \\ t = 4 \rightarrow x+1 = 4 \rightarrow x = 3 \quad (0/25) \end{cases}$ (تمرین صفحه ۲۳) (۰/۵)	۱
ادامه راهنمای تصحیح در صفحه دوم		

۱/۵	$17^2 = (y-2)^2 + (y+5)^2 \quad (0/25) \rightarrow y^2 + 3y - 130 = 0 \quad (0/25) \rightarrow \begin{cases} y = 10 & (0/25) \\ y = -13 & (0/25) \text{ غ.ق.} \end{cases}$ (توجه: اگر دانش آموز به غیرقابل قبول بودن اشاره نکند، ۰/۲۵ این قسمت تعلق نمی گیرد.) $(AH')^2 + 64 = 17^2 \rightarrow AH' = 15 \quad (0/25) \rightarrow S = \frac{1}{2} \times 8 \times 15 = 60 \quad (0/25)$ (خواص نیمساز صفحه ۲۹)	۵
۱/۷۵	الف) روش اول: $(5, -2) \in f^{-1} \rightarrow (-2, 5) \in f \rightarrow 5 = -2k + 4 \quad (0/25) \rightarrow k = -\frac{1}{2} \quad (0/25)$ روش دوم: $f(x) = kx + 4 \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-4}{k} \quad (0/25)$ (فعالیت صفحه ۶۱) $(5, -2) \in f^{-1} \rightarrow -2 = \frac{5-4}{k} \rightarrow k = -\frac{1}{2} \quad (0/25)$ ----- ب) $\left. \begin{array}{l} 2g = (-1, 4)(2, 6)(5, 2) \quad (0/25) \\ 3f = (-1, 0)(2, 3)(3, 12) \quad (0/25) \end{array} \right\} \rightarrow D_f \cap D_g = -1, 2 \quad (0/25)$ (تمرین صفحه ۶۹) $\Rightarrow 2g - 3f = (-1, 4)(2, 3) \quad (0/5)$	۶
۱	 این تابع یک به یک است (۰/۲۵)، زیرا هر خط موازی با محور افقی، نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع می کند. (۰/۲۵) در صورتی که بدون رسم مراحل نمودار نهائی به طور کامل رسم شود، نمره کامل تعلق گیرد. (فعالیت صفحه ۵۳)	۷
ادامه راهنمای تصحیح در صفحه سوم		

۱	$\alpha - \beta = \frac{2\pi}{9} = \frac{2 \times 180^\circ}{9} = 40^\circ \quad (0/25)$ $\alpha = 3\beta(0/25) \rightarrow 3\beta - \beta = 40^\circ \rightarrow \begin{cases} \beta = 20^\circ & (0/25) \\ \alpha = 60^\circ & (0/25) \end{cases}$ (کاردرکلاس صفحه ۷۵)	۸																				
۱/۵	$\sin 110^\circ = \sin(90^\circ + 20^\circ) = \cos 20^\circ \quad (0/25)$ $\cos 250^\circ = \cos(270^\circ - 20^\circ) = -\sin 20^\circ \quad (0/25)$ $\sin 200^\circ = \sin(180^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ \quad (0/25)$ $\sin 430^\circ = \sin(450^\circ - 20^\circ) = \cos 20^\circ \quad (0/25)$ $\rightarrow \frac{2 \cos 20^\circ - \sin 20^\circ}{-\sin 20^\circ + \cos 20^\circ} = \frac{2 - \tan 20^\circ}{1 - \tan 20^\circ} = \frac{26}{11} \quad (0/25)$ (کاردرکلاس صفحه ۸۶)	۹																				
۰/۵	$4^{-2y+3} = \frac{1}{64^3} = 4^{-9} \rightarrow -2y + 3 = -9 \rightarrow y = 6$ (تمرین صفحه ۱۰۴)	۱۰																				
۱/۵	شرط مثبت بودن پایه $\frac{2-a}{a+2} > 0$: <table><tr><td>a</td><td></td><td>-2</td><td>2</td><td></td></tr><tr><td>$2-a$</td><td>+</td><td>+</td><td>○</td><td>-</td></tr><tr><td>$a+2$</td><td>-</td><td>○</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>$\frac{2-a}{a+2}$</td><td>-</td><td>ت</td><td>+</td><td>○</td></tr></table> $\Rightarrow -2 < a < 2 \quad (0/5)$ (اگر دانش آموز تعیین علامت را به صورت کلی انجام داده و فقط ردیف آخر نوشته شده باشد نمره تعلق گیرد) شرط غیریک بودن تابع $\frac{2-a}{a+2} \neq 1 \quad (0/25) \rightarrow a \neq 0 \quad (0/25)$ بنابراین مجموعه مقادیر ممکن برای a به صورت $0 - (-2, 2)$ است. $(0/25)$ (تعریف تابع نمایی صفحه ۶۶)	a		-2	2		$2-a$	+	+	○	-	$a+2$	-	○	+	+	$\frac{2-a}{a+2}$	-	ت	+	○	۱۱
a		-2	2																			
$2-a$	+	+	○	-																		
$a+2$	-	○	+	+																		
$\frac{2-a}{a+2}$	-	ت	+	○																		
ادامه راهنمای تصحیح در صفحه چهارم																						

۱	$\log_r(x+1) - \log_{\Delta} 125 = \log_r 2^{-1} \quad (0/25)$ $\log_r(x+1) - 3 = -1 \quad (0/25)$ $\log_r(x+1) = 2 \rightarrow x+1 = 9 \quad (0/25) \rightarrow x = 8 \quad (0/25)$ (فعالیت صفحه ۱۱۲)	۱۲
۱	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2 \quad (0/25) \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3 \quad (0/25) \quad f(1) = 4 \quad (0/25)$ $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - 3 \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + f(1) = 2 - 3(3) + 4 = -3 \quad (0/25)$ (تمرین صفحه ۱۲۷)	۱۳
۰/۷۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 1^-} (3[x] - 1) = -1 \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{\underbrace{(x-1)(x+3)}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \quad (0/25)$ (۰/۲۵) (تمرین صفحات ۱۳۴ و ۱۳۶)	۱۴
۱/۲۵	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{2-x} = \sqrt{2} \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{ x }{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x}{x} = -1 \quad (0/25)$ (۰/۲۵) $f(0) = -3 \sin(0) - 1 = -1 \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0)$ پس تابع در نقطه $x = 0$ پیوسته نیست ولی پیوستگی چپ دارد. (۰/۲۵) (تمرین صفحه ۱۴۲)	۱۵
ادامه راهنمای تصحیح در صفحه پنجم		

۱	$p(A B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} \rightarrow p(A \cap B) = p(A B) \cdot p(B) \quad (۰/۲۵)$ $p(A \cap B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12} \quad (۰/۲۵)$ $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \quad (۰/۲۵)$ $p(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \quad (۰/۲۵)$ (تعریف احتمال شرطی صفحه ۱۴۵)	۱۶
۱	روش اول: پیشامد فرد بودن هر دو عدد: $A \leftarrow p(A) = \frac{9}{36} \quad (۰/۲۵)$ پیشامد آنکه مجموع دو عدد ۶ شود: $B \leftarrow p(B) = \frac{5}{36} \quad (۰/۲۵)$ $A \cap B = \{(1,5)(3,3)(5,1)\} \rightarrow p(A \cap B) = \frac{3}{36} \quad (۰/۲۵)$ $p(A B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{3}{5} \quad (۰/۲۵)$ روش دوم: $S = \{(1,5)(2,4)(3,3)(4,2)(5,1)\} \quad (۰/۲۵)$ $A = \{(1,5)(3,3)(5,1)\} \quad (۰/۲۵)$ $p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{5} \quad (۰/۵)$ (پیشامدهای مستقل صفحه ۱۴۷)	۱۷
۱	$\left. \begin{aligned} 5a - 10 &= 10 \rightarrow a = 4 \quad (۰/۲۵) \\ 2b &= 10 \rightarrow b = 5 \quad (۰/۲۵) \\ \frac{c}{3} &= 10 \rightarrow c = 30 \quad (۰/۲۵) \end{aligned} \right\} \rightarrow \bar{x} = \frac{4 + 5 + 30}{3} = 13 \quad (۰/۲۵)$ (نتیجه فعالیت صفحه ۱۵۷)	۱۸
سپاس و عرض خدایوت خدمت همکار گرامی		