

تعداد صفحات: ۳	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک - علوم تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۱ (شبهه ساز)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/۱۲	نام و نام خانوادگی:	پایه دهم دوره دوم متوسطه
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	(استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می‌باشد)	نمره
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تمام نسبت‌های مثلثاتی برای تمام زوایا تعریف شده‌اند.</p> <p>ب) زاویه‌ای بزرگتر از 275° داریم که جزء هیچ یک از ربع‌ها نباشد.</p> <p>پ) معادله $(x+1)^2 - x^2 = 4$، یک معادله درجه دوم است.</p> <p>ت) اگر n یک عدد طبیعی فرد بزرگتر یا مساوی ۳ باشد، آنگاه $\sqrt[n]{-1} = (-1)^n$</p>		
۲	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) دامنه تابع $f(x) = \sqrt{\frac{-x^2-1}{1-x}}$ عبارتست از</p> <p>ب) اگر $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$ آنگاه A و B را دو مجموعه می‌گویند.</p> <p>پ) حاصل $C(6, 3) - P(5, 2)$ برابر با است.</p> <p>ت) متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری هستند، هستند.</p>		
۳	<p>گزینه‌ی صحیح را انتخاب کنید.</p> <p>الف) مجموعه جواب نامعادله $\frac{7x-8}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2}$، به صورت بازه، کدام است؟ (۱) $(-4, 1) \cup (2, 3)$ (۲) $(2, 4)$ (۳) $(-1, 2) \cup (2, 4)$ (۴) $(-1, 2)$</p> <p>ب) در یک دنباله حسابی با جمله اول a و قدرنسبت d، تساوی $6a_7^2 = 5a_3a + 3a_2a$ برقرار است. نسبت جمله چهارم دنباله به d، کدام می‌تواند باشد؟ (۱) ۱ (۲) $1/5$ (۳) $3/5$ (۴) ۴</p> <p>پ) اگر f تابع خطی باشد و g با ضابطه $g(x) = \frac{f(2x)}{3x+f(x)}$، تابع ثابت باشد، حاصل $f(3) - f(-1)$ کدام است؟ (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۶</p>		۱/۵
۴	مجموع جمله‌های اول و چهارم یک دنباله هندسی ۵۶ و مجموع جمله‌های دوم و سوم آن ۲۴ است. دنباله را مشخص کنید.		۱/۲۵

ادامه سؤالات در صفحه دوم

تعداد صفحه: ۳	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک - علوم تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۱ (شبهه ساز)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/۱۲	نام و نام خانوادگی:	پایه دهم دوره دوم متوسطه
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می‌باشد	نمره
۵	در مثلث روبه‌رو، مقادیر X و Y را به دست آورید.		۱
۶	درستی رابطه‌ی زیر را ثابت کنید.	$\frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} = 2 \sin \theta \cdot \cos \theta$	۰/۵
۷	حاصل $\sqrt{(\sqrt{2}-1)} \sqrt{3+2\sqrt{2}}$ را بدست آورید.		۱/۲۵
۸	اگر $a + b = 7$ و $ab = 12$ باشد، حاصل $a^3 + b^3$ را بدست آورید.		۱
۹	یک عکس به اندازه ۱۰ در ۱۵ سانتی‌متر درون یک قاب با مساحت ۳۰۰ سانتی‌متر مربع، قرار دارد. اگر فاصله همه لبه‌های عکس تا قاب برابر باشد، ابعاد این قاب عکس را پیدا کنید.		۱/۲۵
۱۰	عبارت زیر را تعیین علامت کنید.	$P = \frac{(-2x^2 + x - 1)(x + 1)^3}{(-x^2 + 5x - 6)(x^2 + 6x + 9)}$	۱/۵
۱۱	تابع چندضابطه‌ای (قطعه‌ای) $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq -3 \\ x & x < -3 \end{cases}$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را مشخص کنید.		۱/۲۵
۱۲	اگر $f = \{(-2, 3), (5, -2), (7, -4), (3, 1)\}$ باشد، در این صورت حاصل عبارت‌های زیر را بیابید. الف) $\frac{f^2(5) - 1}{f(7) - f(3)}$ ب) $\frac{f(f(-2)) - f(f(5))}{f(3) - 3f(7)}$		۱/۵

ادامه سؤالات در صفحه سوم

تعداد صفحات: ۳	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک - علوم تجربی	سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۱ (شبیه ساز)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/۱۲	نام و نام خانوادگی:	پایه دهم دوره دوم متوسطه
گروه آموزشی - مشاوره‌ای اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	(استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می‌باشد)	نمره
۱۳	با ارقام ۰, ۱, ۲, ۳ و ۴ و بدون تکرار ارقام: الف) چند عدد پنج رقمی زوج می‌توان نوشت؟ ب) چند عدد چهار رقمی بزرگتر از ۳۰۰۰ می‌توان نوشت؟		۱/۵
۱۴	از میان ۵ گلدان مختلف: الف) به چند طریق می‌توان ۳ گلدان را در یک طبقه کنار هم چید؟ ب) به چند طریق می‌توان ۲ گلدان را به یک شخص هدیه داد؟		۱/۲۵
۱۵	اگر ۷ نفر که دو نفر آنها با هم برادرند، به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند، چقدر احتمال دارد: الف) دو برادر کنار یکدیگر نباشند؟ ب) یکی از آنها در ابتدای ردیف و دیگری در انتهای ردیف قرار بگیرند؟		۱/۲۵
۱۶	سکه‌ای را دو بار پرتاب می‌کنیم. اگر هر دو پرتاب مثل هم بود تاس می‌ریزیم و اگر مثل هم نبود یک بار دیگر سکه را پرتاب می‌کنیم. احتمال اینکه پرتاب‌ها یک در میان مثل هم باشند کدام است؟		۱/۲۵
۱۷	نوع متغیرهای زیر را بطور کامل مشخص کنید. الف) مدت زمان مطالعه روزانه افراد ب) تیم فوتبال مورد علاقه افراد پ) تعداد دفعات مراجعه به تلفن همراه در یک روز		۰/۷۵
موفق باشید			۲۰ نمره

تعداد صفحه: ۶	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک - علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۱ (شعبه سازا)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌ای اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	نمره
۱	۱
۲	۱
۳	۱/۵

الف) نادرست. برای مثال:

$$\sin 0 = 0 \Rightarrow \cot 0 = \frac{1}{0} = \text{تعریف نشده}$$

ب) درست: برای مثال زاویه‌ی 360° یا تمام ضرایب 90° که بزرگتر از 360° باشند.

پ) نادرست - زیرا داریم:

$$(x+1)^2 - x^2 = (x^2 + 2x + 1) - x^2 = 2x + 1$$

معادله $2x + 1 = 4$ ، یک معادله درجه اول است.

ت) نادرست - زیرا توان گویا برای اعداد منفی تعریف نمی‌شود.

(هر مورد ۰/۲۵)

الف) $(1, +\infty)$

ب) جدا از هم

پ) صفر

۲

$$C(6, 3) - P(5, 2) = \frac{6!}{3! \times 3!} - \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! \times 3!} - \frac{5 \times 4 \times 3!}{3!} = 20 - 20 = 0$$

ت) کمی

(هر مورد ۰/۲۵)

الف) گزینه ۳ روش اول:

$$\frac{7x-8}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2} \rightarrow \frac{7x-8}{(x-2)(x+1)} - \frac{x}{x-2} > 0 \rightarrow \frac{7x-8-x^2-x}{(x-2)(x+1)} > 0$$

$$\rightarrow \frac{-x^2+6x-8}{(x-2)(x+1)} > 0 \rightarrow \frac{-x^2+6x-8}{(x-2)(x+1)} < 0 \rightarrow \frac{(x-4)(x-2)}{(x-2)(x+1)} < 0$$

۱/۵

$$\rightarrow \frac{x-4}{x+1} < 0$$

تعیین علامت

x	$-\infty$	-1	2	4	$+\infty$
		+	-	-	+

توجه کنید $x = 2$ مخرج را صفر می‌کند

$$\rightarrow -1 < x < 2 \text{ یا } 2 < x < 4 \rightarrow x \in (-1, 2) \cup (2, 4)$$

تعداد صفحه: ۶	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک - علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۱ (شعبه سازا)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	نمره
------	------

		<p>(ب) گزینه ۱</p> $۶(a+b)^2 = ۵a(a+۲d) + ۳a(a+b) \Rightarrow ۲a^2 + ad - ۶d^2 = ۰$ $\Rightarrow a = \frac{-d \pm \sqrt{۴۹d^2}}{۴} = \frac{-d \pm ۷d}{۴} = \begin{cases} a = -۲d \\ a = \frac{۳}{۲}d \end{cases} \Rightarrow \frac{a_۴}{d} = \frac{a+۳d}{d} = \begin{cases} ۱ \\ ۴/۵ \end{cases}$ <p>(پ) گزینه ۳ f تابع خطی است، پس ضابطه آن را به صورت $f(x) = ax + b$ در نظر می‌گیریم. از طرفی g تابعی ثابت است. ابتدا ضابطه g را مشخص می‌کنیم.</p> $g(x) = \frac{۲ax + b}{۳x + ax + b} = \frac{۲ax + b}{(a+۳)x + b}$ <p>چون g ثابت است، رابطه $\frac{۲a}{a+۳} = \frac{b}{b}$ باید برقرار باشد.</p> $\frac{۲a}{a+۳} = \frac{b}{b} \Rightarrow ۲a = a+۳ \Rightarrow a = ۳$ $\Rightarrow f(x) = ۳x + b \Rightarrow f(۳) - f(-۱) = (۹+b) - (-۳+b) = ۱۲$ <p>(هر گزینه ۵/۰)</p>	۳
--	--	--	---

۱/۲۵		$a_۱ + a_۴ = ۵۶ \Rightarrow a + ar^۳ = ۵۶ \Rightarrow a(1+r^۳) = ۵۶$ $a_۲ + a_۳ = ۲۴ \Rightarrow ar + ar^۲ = ۲۴ \Rightarrow ar(1+r) = ۲۴$ $\frac{a(1+r^۳)}{ar(1+r)} = \frac{۵۶}{۲۴} \xrightarrow[\text{تفاضل اتحاد}]{\text{مکعبات}} \frac{(1+r)1-r+r^۲}{r(1+r)}$ $\Rightarrow ۳r^۲ - ۱ \cdot r + ۳ = ۰ \xrightarrow{\text{حل معادله درجه ۲}} r = ۳, \frac{۱}{۳}$ <p>حالت اول: $r = \frac{۱}{۳} \Rightarrow a\left(\frac{۱}{۳}\right)\left(\frac{۴}{۳}\right) = ۲۴ \Rightarrow a = ۵۴ \Rightarrow a_n = ۵۴\left(\frac{۱}{۳}\right)^{n-۱}$</p> <p>حالت دوم: $r = ۳ \Rightarrow a(۳)(۴) = ۲۴ \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow a_n = ۲(۳)^{n-۱}$</p>	۴
------	--	---	---

تعداد صفحه: ۶	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک - علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۱ (شعبه ساز)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	نمره	
۵	۱	$\triangle ACD: \sin 30^\circ = \frac{AD}{CD} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{4}{y} \Rightarrow y = 8 \Rightarrow AC^2 = CD^2 - AD^2 = 64 - 16 = 48$ $\Rightarrow CA = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ $\triangle ABC: \tan 45^\circ = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = AC \Rightarrow 4 + x = 4\sqrt{3} \Rightarrow x = 4\sqrt{3} - 4$
۶	۰/۵	$\frac{2 \tan \theta}{1 + \tan^2 \theta} = 2 \tan \theta \left(\frac{1}{1 + \tan^2 \theta} \right) = 2 \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \cdot \cos^2 \theta = 2 \sin \theta \cos \theta$
۷	۱/۲۵	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> $\sqrt[n]{a} \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{ab}$ <p>زوج $n \in \mathbb{N}$ $a, b \geq 0$</p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> $k \sqrt[n]{a^k m} = \sqrt[n]{a^k m}$ <p>$a \geq 0$ $n, m, k \in \mathbb{N}$</p> </div> </div> <p>ابتدا فرجه‌ها را یکسان می‌کنیم:</p> $\sqrt[4]{(\sqrt{2}-1)} = \sqrt[4]{2 \times 2 (\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt[4]{(\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt[4]{2+1-2\sqrt{2}} = \sqrt[4]{3-2\sqrt{2}}$ $\sqrt[4]{(\sqrt{2}-1)} \sqrt[4]{3+2\sqrt{2}} = \sqrt[4]{3-2\sqrt{2}} \sqrt[4]{3+2\sqrt{2}} = \sqrt[4]{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = \sqrt[4]{9-8} = \sqrt[4]{1} = 1$
۸	۱	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = a^2 + b^2 + 2(12) = a^2 + b^2 + 24 = 49 \rightarrow a^2 + b^2 = 25$ $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab) = 7(25 - 12) = 7(13) = 91$
۹	۱/۲۵	$(2x+15)(2x+10) = 300 \Rightarrow 4x^2 + 50x + 150 = 300 \Rightarrow 4x^2 + 50x - 150 = 0$ $2x^2 + 25x - 75 = 0 \Rightarrow \Delta = (25)^2 - 4(2)(-75) = 625 + 600 = 1225 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 35$ $x = \frac{-25 \pm 35}{2(2)} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-25-35}{4} = \frac{-60}{4} \\ x = \frac{-25+35}{4} = \frac{10}{4} = 2/5 \end{cases}$ <p>غقق (طول مثبت است)</p> $x = 2/5 \Rightarrow \begin{cases} 2x+15 = 20 \\ 2x+10 = 15 \end{cases}$

تعداد صفحه: ۶	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک - علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۱ (شعبه سازا)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌های اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	نمره
------	------

همواره منفی است $a < 0$

$$\begin{cases} -2x^2 + x - 1 = 0 \\ \Delta = 1 - 4(-2)(-1) < 0 \end{cases}$$

ریشه ندارد

$$(x + 1)^3 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$\begin{cases} -x^2 + 5x - 6 = 0 \Rightarrow \Delta = 25 - 4(-1)(-6) = 1 \\ x_{1,2} = \frac{-5 \pm 1}{-2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 3 \end{cases} \end{cases}$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0 \Rightarrow x = -3$$

x	-3	-1	2	3
$-2x^2 + x - 1$	-	-	-	-
$(x + 1)^3$	-	-	+	+
$-x^2 + 5x - 6$	-	-	-	+
$x^2 + 6x + 9$	+	+	+	+
P	- تن	- تن	+	- تن

دامنه = \mathbb{R}
برد = $[0, +\infty)$

می‌دانیم که تابع $f(x) = |x|$ در x های منفی به شکل تابع $f(x) = -x$ در می‌آید.

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x \leq 0 \end{cases}$$

الف) $f(5) = -2$ $f(7) = -4$ $f(3) = 1$

$$\frac{4-1}{-4-1} = \frac{3}{-5} = \frac{3}{5}$$

ب) $f(-2) = 3$ $f(5) = -2$ $f(3) = 1$ $f(7) = -4$

$$\frac{f(3) - f(-2)}{1 - 3(-4)} = \frac{1 - 3}{1 + 12} = \frac{-2}{13}$$

(هر مورد ۰/۷۵)

تعداد صفحه: ۶	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک - علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۱ (شعبه ساز)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌ای اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	

ردیف	نمره
۱۳	۱/۵
۱۴	۱/۲۵
۱۵	۱/۲۵

(۱ نمره) $۴ \times ۳ \times ۲ \times ۱ \times \frac{۱}{\text{رقم یکان}} + ۳ \times ۳ \times ۲ \times ۱ \times \frac{۲}{\text{رقم یکان}} = ۳۶ + ۲۴ = ۶۰$
 رقم یکان ۰ باشد. رقم یکان ۲ یا ۴ باشد.

(ب) $\frac{۲}{\text{رقم هزارگان}} \times ۴ \times ۳ \times ۲ = ۴۸$ (نمره ۰/۵)
 رقم هزارگان ۳ یا ۴ باشد.

(الف) چون ترتیب قرارگیری مهم است پس:

$$P(۵, ۳) = \frac{۵!}{۲!} = ۶۰$$

(ب) چون ترتیب مهم نیست و فقط می‌خواهیم ۲ گلدان از ۵ گلدان انتخاب کنیم پس:

$$\binom{۵}{۲} = \frac{۵!}{۳!۲!} = \frac{۵ \times ۴ \times ۳!}{۳! \times ۲!} = ۱۰$$

$P(A') = 1 - P(A) \quad , \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

 می‌دانیم:

(الف) متمم آنرا در نظر می‌گیریم دو برادر را یک نفر فرض می‌کنیم و تعداد جایگشت ۶ نفر را محاسبه می‌کنیم که برابر است با ۶! جابه‌جایی خود ۲ برادر نیز با هم یک حالت جدید بوجود می‌آورد که در کل داریم:

$$n(A) = ۶! \times ۲$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۶! \times ۲}{۷!} = \frac{۶! \times ۲}{۷ \times ۶!} = \frac{۲}{۷}$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{۲}{۷} = \frac{۵}{۷}$$

(ب) نفر اول و آخر مشخص‌اند. ۵ نفر باقی‌مانده به ۵! حالت کنار هم قرار می‌گیرند. جابه‌جایی خود نفر اول و آخر نیز یک حالت جدید را بوجود می‌آورد که در مجموع داریم $n(A) = ۵! \times ۲$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۵! \times ۲}{۷!} = \frac{۵! \times ۲}{۷ \times ۶ \times ۵!} = \frac{۲}{۲۱}$$

تعداد صفحه: ۶	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک - علوم تجربی	راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۱ (شبیه سازا)
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه		پایه دهم دوره دوم متوسطه	
گروه آموزشی - مشاوره‌ای اکسیر		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۳	
نمره			ردیف
۱/۲۵	$S = \left\{ \begin{array}{l} (ر.ر.۰۱) (ر.ر.۰۲) (ر.ر.۰۳) (ر.ر.۰۴) (ر.ر.۰۵) (ر.ر.۰۶) \\ (پ.پ.۰۱) (پ.پ.۰۲) (پ.پ.۰۳) (پ.پ.۰۴) (پ.پ.۰۵) (پ.پ.۰۶) \\ (ر.پ.۰ر) (ر.پ.۰پ) \\ (پ.ر.۰ر) (پ.ر.۰پ) \end{array} \right\}$ $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۲}{۱۶} = \frac{۱}{۸}$		۱۶
۰/۷۵			الف) کمی پیوسته ب) کیفی اسمی پ) کمی گسسته