



مرکز ملی پرورش استعداد های
درخشان و دانش پژوهان جوان

دبیرستان: استعداد های درخشان شهید بهشتی گناباد

تاریخ: ۱۴۰۱/۲/۳۱

نوبت: دوم

کلاس: دهم

آزمون: ریاضی ۱

باسمه تعالی

تعداد صفحات: ۴

زمان: ۱۱۰ دقیقه

ساعت: ۱۰:۳۰

شعبه کلاس: ۱۵۱

نام و نام خانوادگی:

طراح سوال: مبینخواه

تاریخ و امضاء: ۱۴۰۱/۳/۱

باجروف:

نمره با عدد:

نیاز به استفاده از ماشین حساب نیست.

ردیف	سوال	بارم
	امام علی (ع): از آنان مباشید که بدون زحمت و تلاش امید به عاقبتی نیک دارند.	
۱	درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید. (۱-۱) مجموعه اعداد طبیعی که معکوس آنها بزرگتر از $\frac{1}{100}$ است متناهی است. (۲-۱) اگر $0 < a < 1$ باشد آن گاه $\sqrt[3]{a} > \sqrt[5]{a}$	۰/۵
۲	جاهای خالی را عبارات مناسب کامل کنید. (۱-۲) اگر $n(A) = 13$ و $n(B) = 8$ آنگاه حداقل $n(A \cup B)$ برابر است. (۲-۲) اعداد صحیح که ریشه n ام آن $(n \in \mathbb{W})$ همواره وجود داشته و دقیقا با خود آن عدد برابر است.	۰/۵
۳	در یک دنباله حسابی مجموع جملات چهارم و دوازدهم برابر ۲۰۲ می باشد. اگر جمله پانزدهم ۱۸۸ باشد، جمله اول را بدست آورید.	۱
۴	معادله ی خطی به صورت $y - \sqrt{3}x - 2 = 0$ می باشد. این خط با جهت مثبت محور x ها چه زاویه ای می سازد؟	۰/۵
۵	در مثلث قائم الزاویه ABC قائمه در رأس C مقادیر $a = 1$ ، $b = \sqrt{3}$ می باشد \hat{A} کدام است؟	۱
	جمع	۳/۵

۱/۵	$a^6 - 3b^6 + 2a^3b^3 =$ الف) تجزیه کنید. ب) جذر عدد $5 + 2\sqrt{6}$ را بدست آورید.	۶
۲	به ازای چه مقدارهایی از a معادله $(2a-1)x^2 + 6x + a - 2 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی است.	۷
۲	دامنه تابع $f(x) = \sqrt{4-ax}$ به صورت $[a-3, +\infty)$ می باشد. حاصل $a^2 - 2a$ را بدست آورید.	۸
۲	الف) نمودار تابع $y = -(x+2)^2 - 1$ با دامنه $D = (-2, 3]$ رسم کنید. ب) <u>برد</u> آنرا بنویسید.	۹
جمع ۷/۵		

نام و نام خانوادگی :		کلاس دهم ریاضی ۱۵۱
۱۰	به چند طریق ۵ نفر می توانند سوار اتوبوس شوند هرگاه a بعد از b سوار شود.	۱
۱۱	از بین ۱۲ نفر که ۲ نفر زن و شوهر هستند؛ به چند طریق می توان یک کمیته ۵ نفره تشکیل داد به طوری که حداقل یکی از زن و شوهر در آن کمیته باشند.	۱/۵
۱۲	با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ چند عدد چهار رقمی زوج کمتر از ۳۰۰۰ می توان نوشت ؟	۱/۵
۱۳	دو تاس را پرتاب می کنیم و اعداد آمده را به جای b, c در معادله $x^2 + bx + c = 0$ قرار می دهیم. احتمال آنکه این معادله دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد، چه قدر است؟	۱/۵
۱۴	در صورتی که احتمال وقوع دو پیش آمد (B, A) برابر $\frac{1}{3}$ و احتمال وقوع $(A$ یا $B)$ برابر $\frac{3}{4}$ و احتمال وقوع B برابر $\frac{1}{4}$ باشد احتمال وقوع A را معلوم کنید.	۱
۱۵	می خواهیم مدت زمانی را که طول می کشد تا کارمندان شهرستان به سرکارشان برسند مورد بررسی قرار دهیم. در این مطالعه جامعه آماری، نمونه، متغیر تصادفی و نوع آن را تعیین کنید. جامعه آماری متغیر تصادفی نمونه نوع متغیر	۱/۵
۱۶	علم آمار را به طور کامل تعریف کنید.	۱ جمع ۹



مرکز ملی پژوهش‌های آموزشی
سازمان برنامه‌ریزی و توسعه آموزش

پایه: ریاضی ۱ | کلاس: دهم | نوبت: دوم | تاریخ: ۱۳۰۱/۲/۲۱ | دبیرستان: استعدادهای درخشان شهید بهشتی گناباد

نام و نام خانوادگی: | شماره کلاس: ۱۵۱ | ساعت: ۱۰:۳۰ | زمان: ۱۱۰ دقیقه | تعداد صفحات: ۴

طرح سوال: تکنوار

تاریخ و اسماء: ۱۳۰۱/۲/۲۱

بازروف:

نمره بعد:

نیاز به استفاده از ماشین حساب نیست.

ردیف

بارم

امام علی (ع): از آنان بپایند که بدون زحمت و تلاش امید به عاقبتی نیک دارند.

۱

درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.

۰/۱۵

(۱-۱) مجموعه اعداد طبیعی که معکوس آنها بزرگتر از $\frac{1}{100}$ است متناهی است. ✓

(۲-۱) اگر $0 < a < 1$ باشد آن گاه $\sqrt{a} > a$ ✓

۲

جاهای خالی را عبارات مناسب کامل کنید.

۰/۱۵

(۱-۲) اگر $n(A) = 13$ و $n(B) = 8$ آنگاه حداقل $n(A \cup B)$ برابر 21 است.

۱- رتبه زوج شماره

(۲-۲) اعداد صحیح \dots که ریشه Π ام آن $(n \in \mathbb{N})$ همواره وجود داشته و دقیقاً با خود آن عدد برابر است.

۳

در یک دنباله حسابی مجموع جملات چهارم و دوازدهم برابر 202 می باشد. اگر جمله پانزدهم 188 باشد، جمله اول را بدست آورید.

$$\begin{cases} a_4 + a_{12} = 202 \\ a_{15} = 188 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 11d + a + 11d = 202 \\ a + 14d = 188 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + 22d = 202 \\ a + 14d = 188 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 11d = 101 \\ a + 14d = 188 \end{cases} \Rightarrow a + 188 = 101 \Rightarrow a = 202 - 188 = 14$$

۴

معادله ی خطی به صورت $y - \sqrt{3}x - 2 = 0$ می باشد. این خط با جهت مثبت محور x ها چه زاویه ای می سازد؟

۰/۱۵

$$y = \sqrt{3}x - 2 \quad \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$$

۵

در مثلث قائم الزاویه ABC قائمه در رأس C مقادیر $a=1$ ، $b=\sqrt{3}$ می باشد \hat{A} کدام است؟

۱

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 = 1 + 3 = 4 \Rightarrow c = 2 \\ \sin A &= \frac{a}{c} = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 30^\circ \end{aligned}$$

جمع
۳/۱۵

$$\tan A = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow A = 30^\circ$$

نام و نام خانوادگی	کلاس دهم ریاضی ۱۵۱
۱۰	<p>به چند طریق ۵ نفر می توانند سوار اتوبوس شوند هرگاه a بعد از b سوار شود.</p> <p>۱۸ ۱۲ ۲</p> <p>جمع = ۹۰</p>
۱۱	<p>از بین ۱۲ نفر که ۲ نفر زن و شوهر هستند به چند طریق می توان یک کمیته ۵ نفره تشکیل داد به طوری که حداقل یکی از زن و شوهر در آن کمیته باشند.</p> <p>۱۲ نفر زن و شوهر ۲ نفر زن و شوهر A و B</p> <p>حالت اول: تعداد = $\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 210$</p> <p>حالت دوم: $\frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$</p> <p>۲۱۰ + ۲۱۰ + ۱۲۰ = ۵۴۰</p>
۱۲	<p>با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ چند عدد چهار رقمی زوج کمتر از ۲۰۰۰ می توان نوشت؟</p> <p>۱۲ ۱۲ ۱۲</p> <p>۳۰</p>
۱۳	<p>دو تاس را پرتاب می کنیم و اعداد آمده را به جای b, c در معادله $x^2 + bx + c = 0$ قرار می دهیم. احتمال آنکه این معادله دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد، چه قدر است؟</p> <p>$b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow b^2 - 4c > 0$</p> <p>(۵, ۳), (۵, ۲), (۵, ۱), (۴, ۳), (۴, ۲), (۴, ۱), (۳, ۲), (۳, ۱), (۲, ۳), (۲, ۲), (۲, ۱), (۱, ۳), (۱, ۲), (۱, ۱)</p> <p>$P(A) = \frac{17}{36}$</p>
۱۴	<p>در صورتی که احتمال وقوع دو پیش آمد (B, A) برابر $\frac{1}{5}$ و احتمال وقوع (A یا B) برابر $\frac{2}{3}$ و احتمال وقوع B برابر $\frac{1}{2}$ باشد احتمال وقوع A را معلوم کنید.</p> <p>$P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$</p> <p>$P(B) = \frac{1}{2}$ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$</p> <p>$\frac{2}{3} = P(A) + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} \Rightarrow P(A) = \frac{9 - 7 + 4}{12} = \frac{7}{12}$</p>
۱۵	<p>می خواهیم مدت زمانی را که طول می کشد تا کارمندان شهرستان به سرکارشان برسند مورد بررسی قرار دهیم. در این مطالعه جامعه آماری، نمونه، متغیر تصادفی و نوع آن را تعیین کنید.</p> <p>جامعه آماری: <u>کارمندان شهرستان</u></p> <p>نمونه: <u>تعداد کارمندان شهرستان</u></p> <p>متغیر تصادفی: <u>زمان رسیدن به سرکار</u></p> <p>نوع متغیر تصادفی: <u>متغیر کیفی</u></p>
۱۶	<p>علم آمار را به طور کامل تعریف کنید.</p> <p>جمع آمار - اعداد، ارقام - سازمان - تحلیل -</p>

الف) تجزیه کنید.

۱/۵ $a^6 - 2b^6 + 2a^2b^2 = a^6 - b^6 - 2b^6 + 2a^2b^2$
 $= (a^6 - b^6)(a^2 + b^2) - 2b^6(a^2 + b^2)$
 $= (a^2 - b^2)(a^4 + a^2b^2 + b^4) - 2b^6(a^2 + b^2)$
 $= (a^2 - b^2)(a^4 + a^2b^2 + b^4 - 2b^4) = (a^2 - b^2)(a^4 + a^2b^2 - b^4)$
 $= (a^2 - b^2)(a^2 + ab + b^2)(a^2 + b^2)$
 (ب) جذر عدد $\Delta + 2\sqrt{6}$ را بدست آورید.
 $\sqrt{\Delta + 2\sqrt{6}} = \sqrt{(r + \sqrt{s})^2} = \sqrt{r} + \sqrt{s}$
 $a^2 + b^2 + 2ab = r + 2\sqrt{rs} = \Delta + 2\sqrt{6}$

به ازای چه مقدارهایی از a معادله $(2a-1)x^2 + 6x + a-2 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی است.

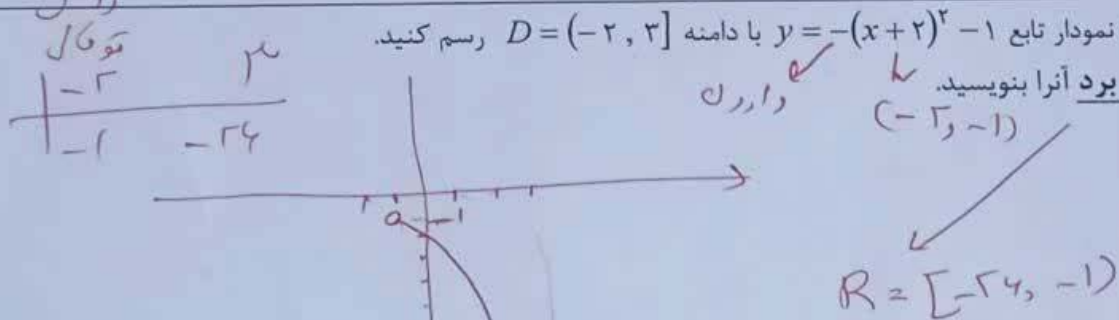
۲ $\Delta \geq 0 \Rightarrow 36 - 4(2a-1)(a-2) > 0 \Rightarrow$
 $36 - 4(2a^2 - 4a - a + 2) > 0 \Rightarrow 36 - 8a^2 + 20a - 8 > 0$
 $-8a^2 + 20a + 28 > 0 \Rightarrow \Delta = 20^2 + 4 \cdot 8 \cdot 28 = 112$
 $a = \frac{5 \pm \sqrt{14}}{-2} < \frac{-1}{2}$
 $\frac{-1}{2} \quad \frac{\sqrt{14}}{2}$
 $(-1, \frac{\sqrt{14}}{2})$

دامنه تابع $f(x) = \sqrt{4-ax}$ به صورت $[a-2, +\infty)$ می باشد. حاصل $a^2 - 2a$ را بدست آورید.

۳ $\varepsilon - a|x| > 0 \Rightarrow -a|x| > -\varepsilon \Rightarrow a|x| < \varepsilon \Rightarrow x < \frac{\varepsilon}{a}$
 $a < 0 \Rightarrow x > \frac{\varepsilon}{a}$
 $a > 0 \Rightarrow P_1 = [\frac{\varepsilon}{a}, +\infty)$
 $a < 0 \Rightarrow P_2 = (-\infty, \frac{\varepsilon}{a}]$
 $\frac{\varepsilon}{a} = a - 2 \Rightarrow a^2 - 2a = \varepsilon \Rightarrow a^2 - 2a - \varepsilon = 0$
 $a = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4\varepsilon}}{2} = 1 \pm \sqrt{1 + \varepsilon}$
 $a < 1 - \sqrt{1 + \varepsilon}$
 D_1 در $a < 1 - \sqrt{1 + \varepsilon}$ است.

الف) نمودار تابع $y = -(x+2)^2 - 1$ با دامنه $D = (-2, 3]$ رسم کنید.

ب) برد آنرا بنویسید.
 $(-2, -1)$



جمع
۷/۵